

Calcul dans $\mathbb{R}$:

Classe : 10^{ème} Commune

Chapitre : 2 Durée : 12H

Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologiques

Compétences : Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.

Composantes : Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions, partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats. Manifestations : Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues, inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer.

Contenu :

Ressources Educatives :

Ressources humaines : Professeur, élèves,

Ressources Matérielles : Tableau, Livres, cahier, Chiffon, craie ...

Stratégies d'animation : Travaux en groupe (pédagogie active).

Séquence 1 : Rappels et compléments des propriétés de $\mathbb{R}$:

A. Ensembles des Nombres :

1. Nombres entiers naturels

Un nombre entier naturel est un nombre entier qui est positif.

L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

Exemples :

$$4 \in \mathbb{N}$$

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

2. Nombres entiers relatifs

Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif.

L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

Exemples :

$$-2 \in \mathbb{Z}$$

$$5 \in \mathbb{Z}$$

$$0,33 \notin \mathbb{Z}$$

3. Nombres décimaux

34 32 34 / 66 34 32 34

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule. Autrement dit un nombre s'écrivant $n \times 10^p$ avec n et p dans $\mathbb{Z}$.

L'ensemble des **nombre**s **décimaux** est noté $\mathbb{D}$.

Exemples :

$$0,56 \in \mathbb{D}$$

$$3 \in \mathbb{D}$$

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{D} \text{ mais } \frac{3}{4} \in \mathbb{D}$$

4. Nombres rationnels

a. Définition :

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul.

L'ensemble des **nombre**s **rationnels** est noté $\mathbb{Q}$.

Exemples :

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$4 \in \mathbb{Q}$$

$$-4,8 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

b. Période d'un rationnel :

Si un rationnel $\frac{p}{q}$ (p et q des entiers et q non nul) n'est pas un décimal, la division de p par q conduit à une **suite infinie de chiffres**. Dans cette suite, une séquence de chiffres se répète indéfiniment et s'appelle la période.

Exemple 1 :

$$\frac{4}{3} = 1,3333\dots \text{ La période de } \frac{4}{3} \text{ est } 3 \text{ et on note } \frac{4}{3} = 1,\underline{3}\dots$$

$$\frac{45}{37} = 1,\underline{216}\dots$$

Exemple 2: trouvons l'écriture fractionnaire de : $a = 1,\underline{63}\dots$; $b = -3,\underline{095}\dots$

$$\blacksquare \quad a = 1,\underline{63}\dots$$

$$\begin{aligned} &\implies 100a = 163,\underline{63} \\ 100a - a &= 163,\underline{63} - 1,\underline{63} \end{aligned}$$

34 32 34 / 66 34 32 34

$$99a = 162$$

$$\text{Soit } a = \frac{162}{99}$$

$$\blacksquare \quad b = -3,095\dots$$

$$\Rightarrow 1000b = -3095,095$$

$$1000b - b = -3095,095 + 3,095$$

$$999b = -3092$$

$$\text{Soit } b = -\frac{3092}{999}$$

5. Nombres réels

L'ensemble des **nombres réels** est noté $\mathbb{R}$.

C'est l'ensemble de tous les nombres que nous utiliserons en classe de 10^{ème} Commune.

Exemples :

2, 0, -5, 0.67 , $\frac{1}{3}$, $\sqrt{3}$ ou p appartiennent à $\mathbb{R}$.

6. Ensemble vide

Un ensemble qui ne contient pas de nombre s'appelle l'**ensemble vide** et se note $\emptyset$.

7. Symbole d'exclusion

Le signe $*$ exclu le nombre 0 d'un ensemble.

Par exemple, $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres réels privé de 0 et on note $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

8. Inclusions

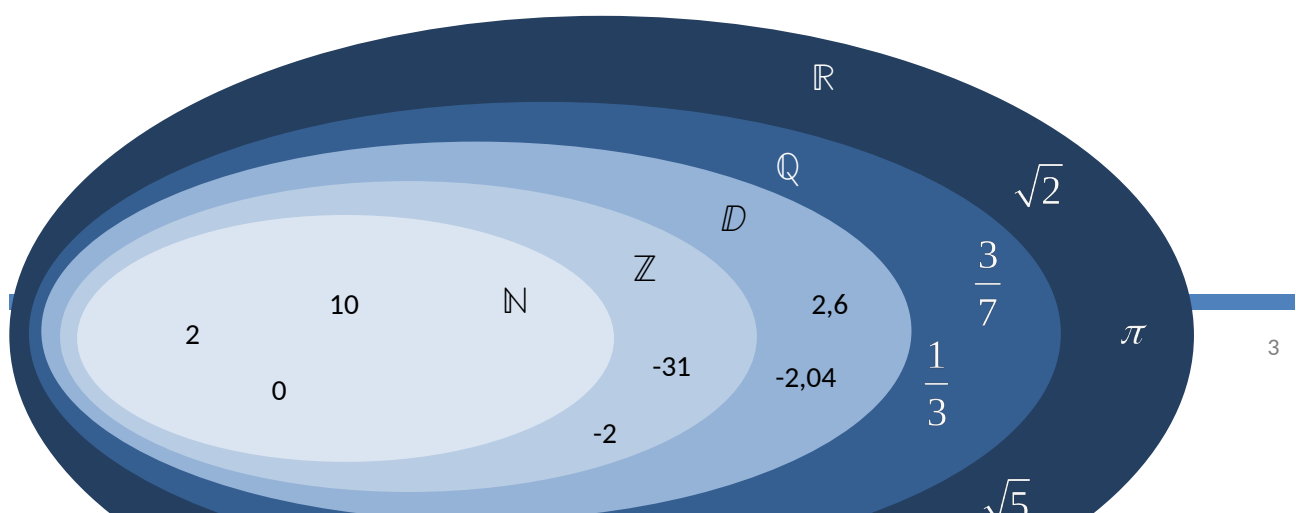
Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$.

On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$.

On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

On a également les inclusions suivantes :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



B. Propriétés :

1. Produit :

Soient a , b , c et d des nombres réels :

REGLE DES SIGNES	$a \times (-b) = (-a) \times b = -ab$ $(-a) \times (-b) = ab$
PRODUIT NUL	Dire qu'un produit est nul signifie que l'un des facteurs au moins est nul
SIMPLIFICATION	Si $ac = bc$ et $c \neq 0$, alors $a = b$
DISTRIBUTIVITE	$c(a + b) = ca + cb$ $(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$
PRODUITS REMARQUABLES	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2. Quotients :

Soient a , b , c et d des nombres réels avec c et d non nuls :

GENERALITES	$\frac{a}{1} = a$; $\frac{0}{c} = 0$; $\frac{c}{0} = \text{impossible}$
REGLE DES SIGNES	$\frac{-a}{c} = \frac{a}{-c} = -\frac{a}{c}$; $\frac{-a}{-c} = \frac{a}{c}$
SIMPLIFICATION	$\frac{a \times d}{c \times d} = \frac{a}{c}$; Attention : $\frac{a+d}{c+d} \neq \frac{a}{c}$
EGALITE	$\frac{a}{c} = 0 \iff a = 0$; $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \iff ad = bc$
ADDITION	$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$; $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$

MULTIPLICATION	$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$
DIVISION	$\frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c} ;$ $\frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{c} ;$ $\frac{\frac{a}{c}}{\frac{d}{d}} = \frac{a}{c} ;$ $\frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{ad}{bc} \quad (b \neq 0)$

3. Puissances :

Soient a et b des nombres réels et n et m des entiers :

DEFINITION	$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} \quad \text{et} \quad a^0 = 1 ; a^1 = a$ $a^{-1} = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0) ; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$
SIGNE	Pour n pair $(-a)^n = a^n$ et Pour n impair $(-a)^n = -a^n$
REGLES DE CALCUL	Pour a et b non nuls : $a^n \times a^m = a^{n+m} ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} ;$ $(a^n)^m = a^{n \times m} ;$ $a^n \times b^n = (a \times b)^n ; \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
NOTATION SCIENTIFIQUE	La notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier. Ex : $0,00326 = 3,26 \times 10^{-3} ; \quad 14325 = 1,4325 \times 10^4$

4. Racines carrées :

DEFINITION	Lorsque a est un nombre positif, $\sqrt{a}$ désigne l'unique nombre positif dont le carré est égal à a. Attention: un nombre négatif n'a pas de racine carrée .
REGLES DE CALCUL	Pour a et b positif : $\sqrt{a^2} = a ; \quad (\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n} \quad (n \text{ entier naturel})$ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} ; \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0);$

MISE EN GARDE	- Il n'existe pas de relation simple entre $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $\sqrt{a+b}$ - si $a < 0$ alors $\sqrt{a^2} = -a$
EQUATION $x^2 = a$	Soit a un réel, l'équation $x^2 = a$ - n'admet pas de solution si $a < 0$ - admet une unique solution 0 si $a = 0$ - admet deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ si $a > 0$

Séquence 2 : valeur absolue et distance

A. Valeur absolue :

Activité 2-1 : calcule : $|+5|$; $|-5|$; $\left|\frac{3}{5}\right|$; $|182254|$

Synthèse :

D'une manière générale $\forall x \in \mathbb{R} ; |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Activité 2-2 : soient $a = -3$ et $b = 4$. Calcule et compare :

$$|a| \times |b| \text{ et } |a \times b| ; |a| + |b| \text{ et } |a + b| ; |a - b| \text{ et } |b - a| ; \frac{|a|}{|b|} \text{ et } \frac{a}{b}$$

Synthèse : soient a et $b \in \mathbb{R}$:

$$|a| \times |b| = |a \times b| ; |a| + |b| \geq |a + b| ; |a - b| = |b - a| ; \frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right| \text{ avec } b \neq 0$$

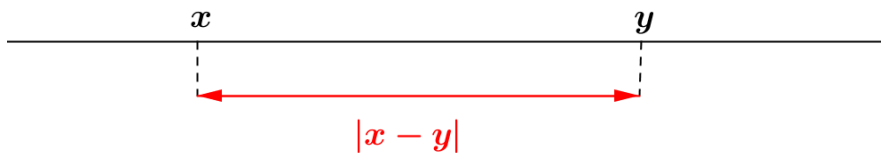
$$\text{N.B : } |a| = |b| \iff \begin{cases} a = b \\ \text{ou} \\ a = -b \end{cases}$$

B. Distance sur $\mathbb{R}$:

1. Définition :

Soient x et y deux nombres réels. On appelle distance de x à y , notée $d(x, y)$, le nombre réel positif ou nul $|x - y|$.

$$d(x; y) = |x - y|$$



Exemple : $d(-1, 3) = |-1 - 3| = 4$

2. Propriétés :

Activité 2-3 : calcule puis compare :

$$d(-2,5 ; 5) \text{ et } d(5 ; -2,5); \quad d(-1;4) \text{ et } d(-1;-3)+d(-3,4).$$

Synthèse : soient x , y et z des nombres réels :

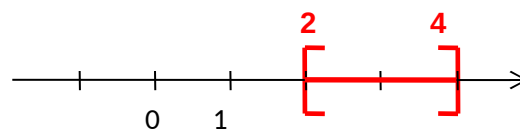
- $d(x, y) \geq 0$
- $d(x, y) = d(y, x)$
- $d(x, y) = 0 \iff x = y$
- $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$

Séquence 3 : intervalle de $\mathbb{R}$, équations et inéquations avec valeur absolue

A. Intervalle de $\mathbb{R}$:

1. Notations :

L'ensemble de tous les nombres réels x tels que $2 \leq x \leq 4$ peut se représenter sur une droite graduée.



Cet ensemble est appelé un intervalle et se note : $[2 ; 4]$

En latin, « intervallum » désignait la distance entre deux pieux.

Exemple :

L'ensemble de tous les nombres réels x tels que $-2 \leq x \leq 7$ se note : $[-2 ; 7]$.

On a par exemple :

34 32 34 / 66 34 32 34

$$4 \notin [-2 ; 7]$$

$$-1 \notin [-2 ; 7]$$

$$8 \notin [-2 ; 7]$$

2. Intervalle ouvert et intervalle fermé :

Définitions :

On dit qu'un intervalle est fermé si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu'il est ouvert dans le cas contraire.

Exemples :

- L'intervalle $[-2 ; 5]$ est un intervalle fermé.

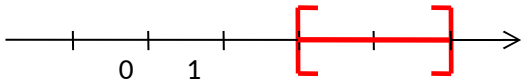
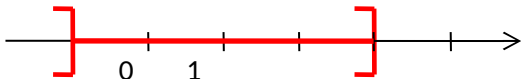
On a : $-2 \in [-2 ; 5]$ et $5 \in [-2 ; 5]$

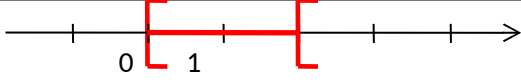
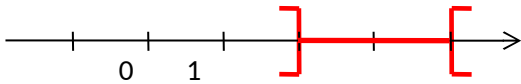
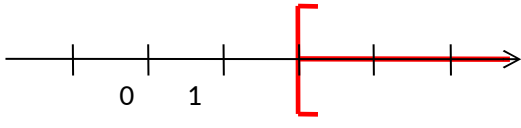
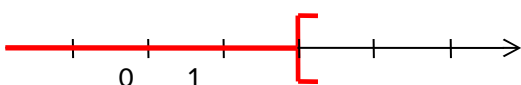
- L'intervalle $]2 ; 6[$ est un intervalle ouvert.

On a : $2 \notin]2 ; 6[$ et $6 \notin]2 ; 6[$

- L'intervalle $]6 ; +\infty[$ est également un intervalle ouvert.

Résumé :

Nombres réels x	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 4$	$[2 ; 4]$	
$-1 < x \leq 3$	$] -1 ; 3]$	
$0 \leq x < 2$	$[0 ; 2 [$	

		
$2 < x < 4$	$] 2 ; 4 [$	
$x \geq 2$	$[2 ; +\infty [$ ∞ désigne l'infini	
$x > -1$	$] -1 ; +\infty [$	
$x \leq 3$	$] -\infty ; 3]$	
$x < 2$	$] -\infty ; 2 [$	

Remarque :

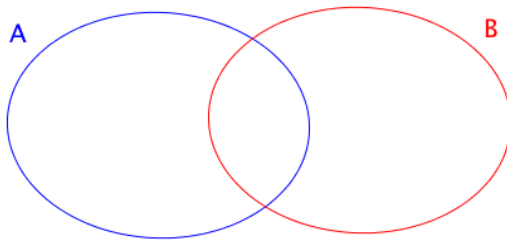
L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ est un intervalle qui peut se noter $] -\infty ; +\infty [$.

3. Intersections et unions d'intervalles :

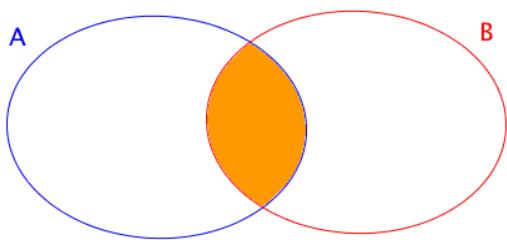
Définitions :

- L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B et se note $A \cap B$.

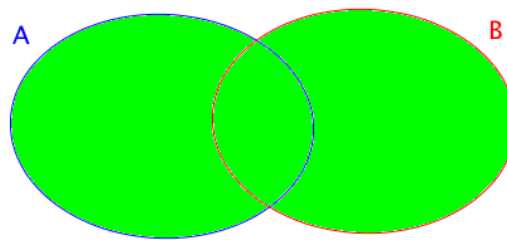
- La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B et se note $A \cup B$.



$A \cap B$



$A \cup B$



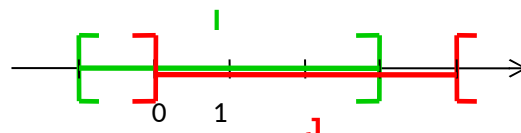
Méthode : Déterminer l'intersection et la réunion d'intervalles

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

1) $I = [-1 ; 3]$ et $J =]0 ; 4[$

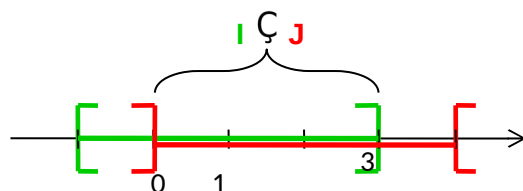
2) $I =]-\infty ; -1]$ et $J = [1 ; 4]$

1) Pour visualiser les ensembles solutions, on peut représenter les intervalles **I** et **J** sur un même axe gradué.



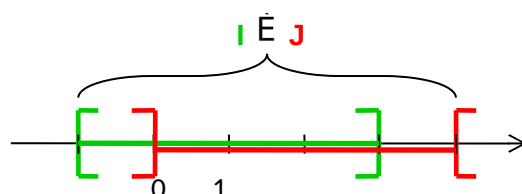
$I \cap J$:

Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué où les deux ensembles se superposent. Ainsi $I \cap J =]0 ; 3]$.

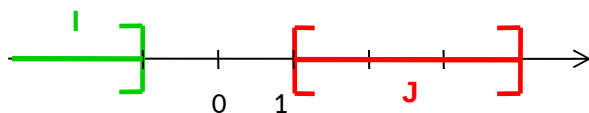


$I \cup J$:

Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué marquée soit par l'intervalle I soit par l'intervalle J. Ainsi $I \cup J = [-1 ; 4[$.



2)



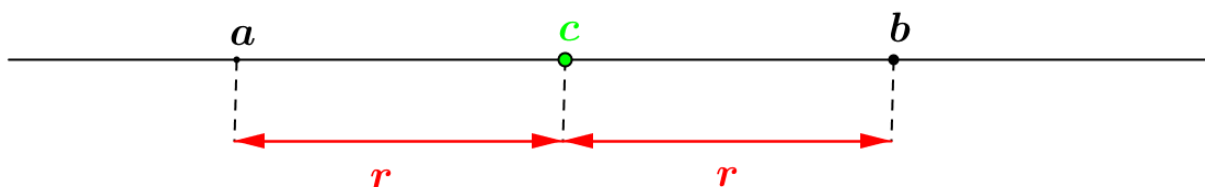
$I \cap J = \emptyset$, car les ensembles I et J n'ont pas de zone en commun.

$I \cup J =]-\infty ; -1] \cup [1 ; 4[$

4. Centre et rayon d'un intervalle borné :

a) Définitions :

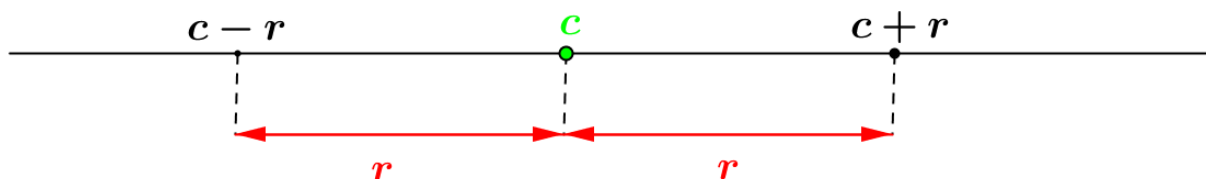
Soit a et b des nombres réels tels que $a < b$.



- On appelle **centre** c d'un intervalle fermé $[a; b]$ ou ouvert $]a ; b[$; le nombre réel $c = \frac{a+b}{2}$
- On appelle **rayon** r d'un intervalle fermé $[a; b]$ ou ouvert $]a ; b[$; le réel positif $r = \frac{b-a}{2}$

- On appelle **amplitude (longueur)** A d'un intervalle fermé $[a; b]$ ou ouvert $]a; b[$; le réel positif $A = b - a$

b) Notation :



➤ L'intervalle fermé de centre c et de rayon r est noté $\bar{I}(c; r)$.

➤ L'intervalle ouvert de centre c et de rayon r est noté $I(c; r)$.

B. Résolution graphique d'équations et d'inéquations avec valeur absolue :

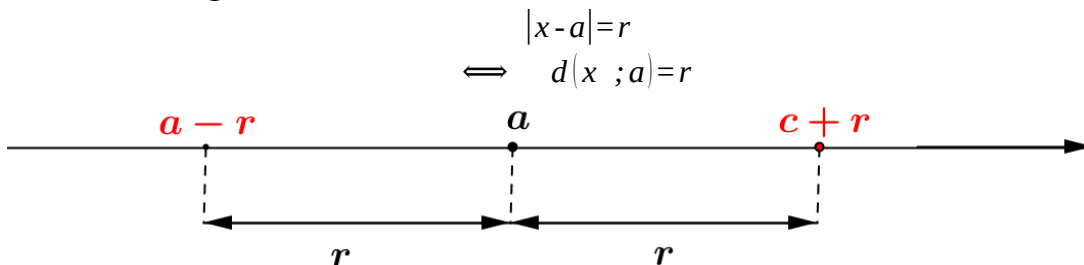
Soient a un nombre réel et r un nombre réel strictement positif.

1. Résolution graphique d'équations : $|x - a| = r$

Activité 3-1 : trouve tous les réels x telsque $|x - 3| = 2$

Synthèse :

D'une manière générale :



Le problème revient à trouver les réels x situés à la distance r de a .

Les solutions sont $x = a - r$ et $x = a + r$. D'où l'ensemble des solutions de l'équation est :

$$S = [a - r; a + r]$$

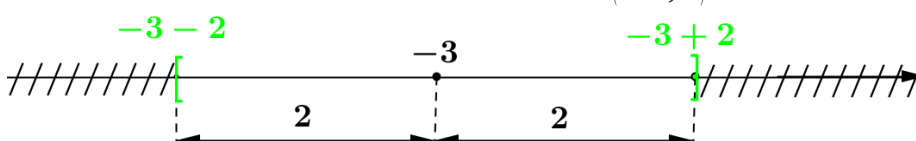
2. Résolution graphique d'inéquations : $|x - a| \leq r$

Activité 3-2 : trouve tous les réels x telsque $|x + 3| \leq 2$

$$|x + 3| \leq 2$$

$$\Leftrightarrow d(x; -3) \leq 2$$

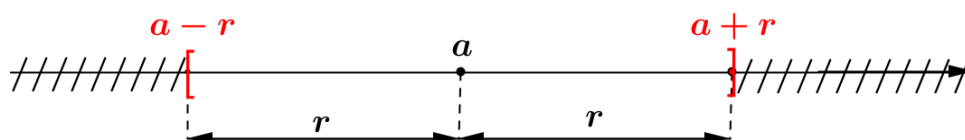
$$\Rightarrow x \in \bar{I}(-3; 2)$$



L'ensemble solution est : $s = [-5; -1]$

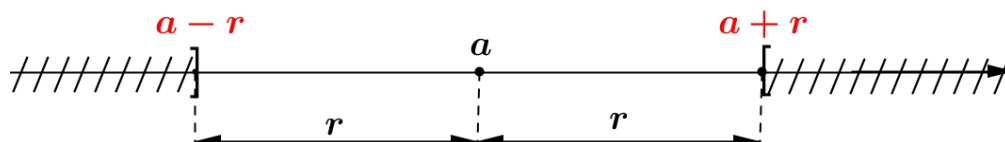
Synthèse : d'une manière générale

$$\triangleright |x-a| \leq r \implies d(x; a) \leq r \implies x \in \bar{I}(a; r)$$



$$S = [a-r; a+r]$$

$$\triangleright |x-a| < r \implies d(x; a) < r \implies x \in I(a; r)$$



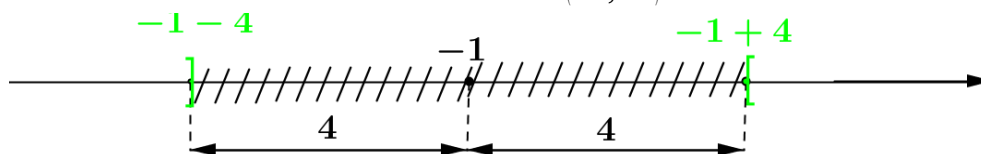
$$S =]a-r; a+r[$$

1. Résolution graphique d'inéquations : $|x-a| \geq r$

Activité 3-2 : trouve tous les réels x tels que $|x+1| \geq 4$

$$|x+1| \geq 4$$

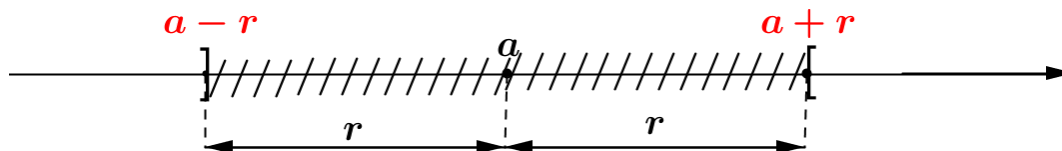
$$\iff d(x; -1) \geq 4$$



$$S =]-\infty; -5] \cup [3; +\infty[$$

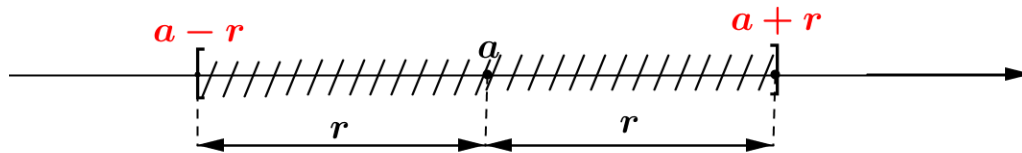
Synthèse : d'une manière générale

$$\triangleright |x-a| \geq r \implies d(x; a) \geq r$$



$$S =]-\infty; a-r] \cup [a+r; +\infty[$$

$$\triangleright |x-a| > r \implies d(x; a) > r$$



$$S =]-\infty ; a-r[\cup]a+r ; +\infty[$$

Séquence 4: Majorants - minorants - maximum – minimum

A. Majorants – Minorants :

Activité :

Soit $A = \left\{ 20; \frac{9}{2}; -17; \sqrt{8}; 10^2 \right\}$

- Trouve, si possible, deux réels plus petits que chacun des éléments de A.
- Trouve, si possible, deux réels plus grands que chacun des éléments de A.

Synthèse :

Soit E une partie non vide de $\mathbb{R}$.

- On dit qu'un nombre réel M est un majorant de E si M est supérieur ou égal à tous les éléments de E . Un ensemble qui admet un majorant est dit majoré.
- On dit qu'un nombre réel m est un minorant de E si m est inférieur ou égal à tous les éléments de E . Un ensemble qui admet un minorant est dit minoré.

Remarque :

- ✓ Un ensemble minoré admet une infinité de minorants et un ensemble majoré admet une infinité de majorants.
- ✓ Les ensembles $\mathbb{Z}$; $\mathbb{ID}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}$ ne sont ni majorés ni minorés.
- ✓ $\mathbb{N}$ est minoré (par exemple par 0; -1; -80) mais n'est pas majoré.
- ✓ Soit a un nombre réel, l'intervalle $[a; +\infty[$ est minoré (par exemple par a) mais n'est pas majoré.

B. Maximum – Minimum :

Activité :

Considérons l'ensemble : $A = \left\{ 20; \frac{9}{2}; -17; \sqrt{8}; 10^2 \right\}$

- Trouve, si possible, le plus petit élément de A.
- Trouve, si possible, le plus grand élément de A.

Synthèse :

Soit E une partie non vide de $\mathbb{R}$.

📌 Lorsqu'il existe, le plus grand élément de E est appelé **maximum** de E .

📌 Lorsqu'il existe, le plus petit élément de E est appelé **minimum** de E .

Exemple :

- Le segment $[-1; 0]$ a pour maximum 0 et pour minimum -1.
- Le segment $] -1 ; 0[$ n'a ni maximum ni minimum.

Remarque :

- ✓ Lorsqu'il existe, le maximum (resp. le minimum) d'un sous-ensemble de $\mathbb{R}$ est unique.
- ✓ Soient A un sous-ensemble de non vide de $\mathbb{R}$ et E un nombre réel. E est le maximum (resp. le minimum) de A si et seulement si E est un majorant (resp. un minorant) de A appartenant à A .
- ✓ Un sous-ensemble majoré (resp. minoré) de $\mathbb{R}$ n'admet pas nécessairement un maximum (resp. un minimum). Exemples : $] -1 ; 0[$; $] -\infty ; 0[$.

Evaluation :

- 1) Déterminer l'ensemble S des solutions de l'inéquation : $|x+2| \leq 8$.
- 2) Soit A un sous ensemble de S défini par : $A = \{x \in S \text{ et } x \in \mathbb{Z}\} = S \cap \mathbb{Z}$. Ecrire par énumération ou par extension les éléments de A .
- 3) Citer deux minorants et trois majorants de A .
- 4) Quel est l'élément minimum et l'élément maximum de A ?

Séquence 5 : calculs approchés

A. Approximations décimales d'ordre n par défaut, par excès :

Soit le nombre décimal $x = 2,37854$.

- Un encadrement distingué d'amplitude 0,1 ou 10^{-1} de x est

$$2,3 \leq x \leq 2,4$$

2,3 est l'approximation décimale d'ordre 1 par défaut de x .

2,4 est l'approximation décimale d'ordre 1 par excès de x .

- Un encadrement distingué d'amplitude 0,01 ou 10^{-2} de x est

$$2,37 \leq x \leq 2,38$$

2,37 est l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de x .

2,38 est l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de x .

- Un encadrement distingué d'amplitude 0,001 ou 10^{-3} de $-\frac{5}{7} = -0,7142857143$ est

$$-0,715 \leq x \leq -0,714$$

-0,715 est l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de x .

-0,714 est l'approximation décimale d'ordre 1 par excès de x .

Définition :

Soient x et d des nombres réels et n un entier naturel.

On dit que d est l'approximation décimale d'ordre n par défaut de x si, et seulement, si :
 $d \leq x \leq d + 10^{-n}$. Dans ce cas $d + 10^{-n}$ est l'approximation décimale d'ordre n par excès de x .

B. Arrondi d'ordre n :

Pour obtenir l'arrondi d'ordre n d'un nombre dont on connaît le début de l'écriture décimale, on procède comme suit :

- Si le $(n+1)^{\text{ième}}$ chiffre après la virgule est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; on conserve les n premiers chiffres après la virgule. Donc l'arrondi d'ordre n est l'approximation décimale qui a la plus petite valeur absolue.
- Si le $(n+1)^{\text{ième}}$ chiffre après la virgule est 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; l'arrondi d'ordre n est l'approximation décimale qui a la plus grande valeur absolue.

Exemples : $\sqrt{3} = 1,73205080756887$; $\pi = 3,1415926536$

📖 L'arrondi d'ordre 1 de $\sqrt{3}$ est 1,7 ; L'arrondi d'ordre 4 de $\sqrt{3}$ est 1,7321.

📖 L'arrondi d'ordre 3 de π est 3,142 ; L'arrondi d'ordre 5 de π est 3,14159.

C. Valeur approchée :

$$\sqrt{3} = 1,73205080756887$$

Un encadrement d'ordre 3 de $\sqrt{3}$ est : $1,720 \leq \sqrt{3} \leq 1,721$

On a : $\sqrt{3} \in [1,720 ; 1,721]$ dont le centre $c = \frac{1,720 + 1,721}{2} = 1,7205$

$$\text{et de rayon } r = \frac{1,721 - 1,720}{2} = 0,0005$$

On dit alors que 1,7205 est une valeur approchée de $\sqrt{3}$ à 0,0005 près.

Définition :

Soient x et a des nombres réels et r un nombre réel strictement positif.

On dit que a est une valeur approchée de x à r près lorsque : $|x - a| \leq r$

Evaluation :

- 1) On donne : $A(x) = 2x^3 - 5$ et $1,41421 < \sqrt{2} < 1,41422$.
 - a) Donner un encadrement distingué d'amplitude 10^{-2} de $A(\sqrt{2})$.
 - b) Donner l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de $A(\sqrt{2})$.
 - c) Donner l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de $A(\sqrt{2})$.
- 2) Montrer que 7,23 est une valeur approchée de $\frac{123}{13}$ à $6 \cdot 10^{-3}$.
- 3) Déterminer une valeur approchée de $\sqrt{5}$ à $5 \cdot 10^{-4}$ près.