

Calcul des encadrements des nombres réels :

Noms :

DEMBELE

BALLO

Prénoms :

Souleymane

Dramane

Tâche1 : choix d'un «centre d'intérêt professionnel »

a) Elément de mathématique du secondaire dans sa réalisation en séquence d'enseignement / d'apprentissage en classe :

Cet élément est : séquence d'enseignement /apprentissage de l'encadrement des nombres réels en 10^{ème}.

T₁₁ : Ecrivons cet évènement avec le plus de clarté possible :

Définition d'un encadrement :

Soient a et b deux nombres réels et x un nombre réel tel que $a \leq x \leq b$ cette inégalité s'appelle un encadrement du réel x d'amplitude $b - a$.

La notion d'encadrement des nombres réels est une séquence d'enseignement / apprentissage du secondaire logée dans le chapitre « CALCUL DANS IR ».

La notion d'encadrement est appliquée dans certaines notions telles que :

- ✓ La notion d'intervalle
- ✓ La notion de distance
- ✓ La notion d'ordre et de comparaison
- ✓ La notion d'approximation décimale
- ✓ La notion d'arrondi et valeur approchée
- ✓ Calcul d'image directe ou réciproque d'un intervalle par une fonction.

Elle est introduite en classe de 8^{ème} année sur l'ensemble des nombres rationnels et celle de la 9^{ème} appliquée sur l'ensemble des nombres réels. Par contre l'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$ est un sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$; les règles de calculs appliquées en 8^{ème} année sont les mêmes que celles de la 9^{ème} année (somme ; différence ; produit ; quotient)

Les symboles d'inégalités ($\leq$; $<$; $\geq$; $>$) sont nécessaires pour ces opérations. Les rappels des définitions et des propriétés sur ces inégalités sont incontournables au cours cette séquence en 10^{ème} commune générale.

T₁₂ : Expliquons pourquoi cet événement a attiré notre attention.

Le choix de ce thème n'est pas dû au hasard car durant nos études secondaires plus précisément en classe de 10^{ème} année nous avons eu beaucoup de difficultés sur le calcul des encadrements des nombres réels qui sont entre autre :

- ✓ La notion d'intervalles
- ✓ La notion de distance
- ✓ La notion d'ordre et de comparaison dans $\mathbb{R}$
- ✓ La notion de valeur approchée et d'arrondi
- ✓ La notion d'approximation décimale
- ✓ Recherche d'image directe ou réciproque d'un intervalle par une fonction

L'origine de ces difficultés était liée :

À la signification des symboles d'inégalités ; l'écriture d'un intervalle dans ses différents registres (registre d'écriture ; registre symbolique et registre graphique) et leurs différentes appellations (intervalle fermé ; ouvert ; semi-fermé ; semi-ouvert)

Dans la famille nous avons remarqué aussi que nos jeunes frères qui sont en classe de fondamentale et secondaire plus précisément en classe de 8^{ème} et 9^{ème} année ont aussi des difficultés sur le calcul des encadrements car ils nous montrent leurs exercices.

Chez eux même les règles opératoires de l'encadrement des nombres ne sont pas métrisées telles que : l'opposé et l'inverse des encadrements des nombres ainsi que les vocabulaires (*d'ordre n et 10^{-n} près*).

Voilà donc quelques raisons qui mettent en évidence notre thème.

Nous avons décidé de nous lancer à la recherche des difficultés liées au calcul des encadrements des nombres réels en 10^{ème} commune générale enfin de trouver des remèdes à ces problèmes.

Tâche 2 : Etude sur deux exemples

Calcul des encadrements en 10^{ème} commune générale

Exercice1 :

Trouver l'encadrement d'ordre 2 de $\frac{\pi}{\sqrt{2}+1}$ sachant que $1,41 \leq \sqrt{2} < 1,42$ et $3,14 \leq \pi < 3,15$.

- Trouve la valeur approchée au centième près par défaut de $\frac{\pi}{\sqrt{2}+1}$.
- Trouve la valeur approchée au centième près par excès de $\frac{\pi}{\sqrt{2}+1}$.

Exercice 2 :

On donne $x=42,3312$ et $y=3,4752$.

Donne un encadrement de $2x+3y$ d'ordre 3.

Solution 1 :

Comme $1,41 \leq \sqrt{2} < 1,42$ on ajoute 1 à chaque membre de cet encadrement on aura :

$$1,41+1 \leq \sqrt{2}+1 < 1,42+1 \Leftrightarrow 2,41 \leq \sqrt{2}+1 < 2,42.$$

Cherchons l'inverse de cet encadrement :

$$\frac{1}{2,42} \leq \frac{1}{\sqrt{2}+1} < \frac{1}{2,41}.$$

Ainsi on sait que : et $3,14 \leq \pi \leq 3,15$ multiplions cet encadrement par l'inverse de l'autre on aura :

$$3,14 \leq \pi < 3,15$$

x

$$\frac{1}{2,42} \leq \frac{1}{\sqrt{2}+1} < \frac{1}{2,41}$$

$$\frac{3,14}{2,42} \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}+1} < \frac{3,15}{2,41} \Leftrightarrow 1,29 \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}+1}$$

< 1,30 .

a) 1,29 est la valeur approchée au centième près par défaut de $\frac{\pi}{\sqrt{2}+1}$.

b) 1,30 est la valeur approchée au centième près par excès de $\frac{\pi}{\sqrt{2}+1}$

Solution 2 :

On a : $x=42,3312$ et $y=3,4752$.

Donnons un encadrement d'ordre 3 de x et y.

$$42,331 \leq x < 42,332 \quad 1$$

$$3,475 \leq y < 3,476$$

2

Multiplions l'encadrement 1 par 2 et l'encadrement 2 par 3 et ajoutons membre à membre les inégalités de même sens on aura :

$$2(42,331) \leq 2x < 2(42,332)$$

$$+ \quad 3(3,475) \leq 3y < 3(3,476)$$

$$= 2(42,331) + 3(3,475) \leq 2x + 3y < 2(42,332) + 3(3,476) \Leftrightarrow$$

$$95,087 \leq 2x + 3y < 95,092$$

Les connaissances mathématiques utilisées sont :

- Savoir calculer la somme et la différence des nombres réels ;
- Savoir calculer le produit et le quotient des nombres réels ;
- Connaître la relation d'ordre et les règles de multiplication dans $\mathbb{R}$;
- Connaître la règle de la recherche de l'opposé et de l'inverse d'un encadrement de nombres réels.

Identifions les difficultés d'ordre mathématique liées à leurs résolutions (pour les deux exercices)

- Certaines sont liées aux propriétés des inégalités
- Les règles des opérations dans $\mathbb{R}$

- L'influence du signe moins (-) sur les résultats

Tâche 3 : Justification

Présentons des arguments permettant d'attester l'intérêt pédagogique de l'évènement :

Les objectifs visés par rapport à notre thème sont :

Diminuer les erreurs faites par les élèves sur le calcul des encadrements des nombres réels ;

Leur permettre de bien maîtriser les propriétés des inégalités

Leur apprendre à bien maîtriser les opérations de calcul des encadrements des nombres réels
(somme ; différence ; produit et quotient)

Apprendre les élèves à bien manipuler les différentes inégalités et faire la différence entre les
différents intervalles (intervalle fermé ; ouvert ; semi-fermé et semi-ouvert)

Apprendre les élèves à surmonter toutes les difficultés liées au calcul des encadrements des
nombres réels

Aider les professeurs à bien enseigner la séquence du calcul des encadrements des nombres
réels

Voilà entre autre quelques objectifs qui nous ont poussés à travailler sur ce thème afin de mettre
à la disposition de tous (professeurs et élèves).

