

ENSEMBLES DE NOMBRES

I. Définitions et notations *Non exigible*

1. Nombres entiers naturels

Un nombre entier naturel est un nombre entier qui est positif.

L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}.$$

Exemples :

$$4 \in \mathbb{N}$$

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

2. Nombres entiers relatifs

Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif.

L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}.$$

Exemples :

$$-2 \in \mathbb{Z}$$

$$5 \in \mathbb{Z}$$

$$0,33 \notin \mathbb{Z}$$

3. Nombres décimaux

Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

L'ensemble des **nombres décimaux** est noté $\mathbb{D}$.

Exemples :

$$0,56 \in \mathbb{D}$$

$$3 \in \mathbb{D}$$

$$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D} \text{ mais } \frac{3}{4} \in \mathbb{D}$$

4. Nombres rationnels

Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul.

L'ensemble des **nombres rationnels** est noté $\mathbb{Q}$.

Exemples :

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$4 \in \mathbb{Q}$$

$$-4,8 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

5. Nombres réels

L'ensemble des **nombres réels** est noté $\mathbb{R}$.

C'est l'ensemble de tous les nombres que nous utiliserons en classe de seconde.

Exemples :

2, 0, -5, 0.67, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{3}$ ou p appartiennent à $\mathbb{R}$.

6. Ensemble vide

Un ensemble qui ne contient pas de nombre s'appelle l'**ensemble vide** et se note $\emptyset$.

7. Symbole d'exclusion

Le signe $*$ exclu le nombre 0 d'un ensemble.

Par exemple, $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres réels privé de 0.

8. Inclusions

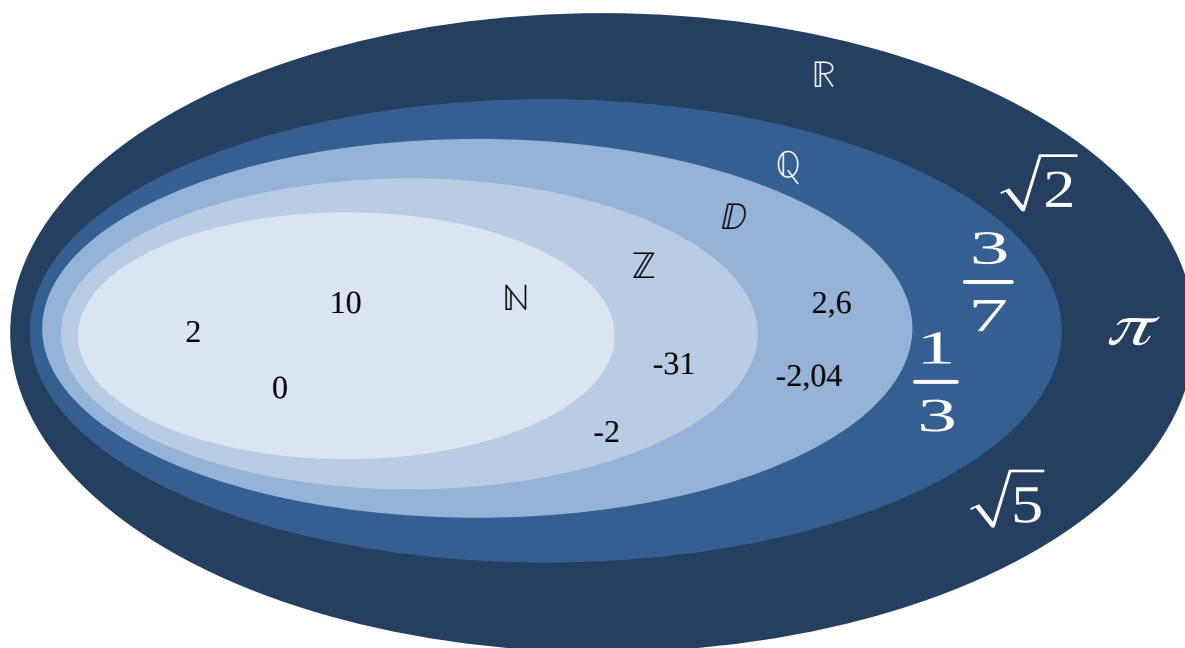
Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$.

On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$.

On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

On a également les inclusions suivantes :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Exercices conseillés	En devoir
p37 n°28 p38 n°48 à 50 p37 n°29 à 30 Ex 1 (page8) p37 n°33	p37 n°31

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

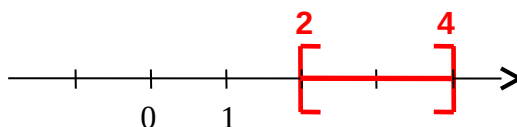
Exercices conseillés	
Ex 1 (page8)	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

II. Intervalles de $\mathbb{R}$

1. Notations :

L'ensemble de tous les nombres réels x tels que $2 \leq x \leq 4$ peut se représenter sur une droite graduée.



Cet ensemble est appelé un intervalle et se note : $[2 ; 4]$

En latin, « intervallum » désignait la distance entre deux pieux.

Exemple :

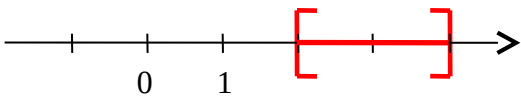
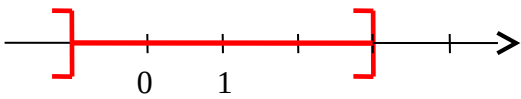
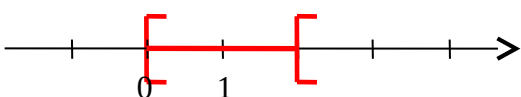
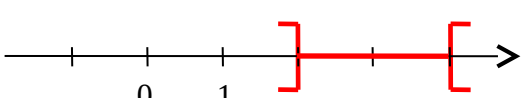
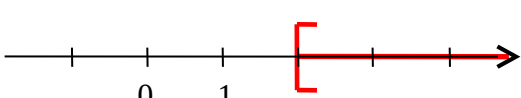
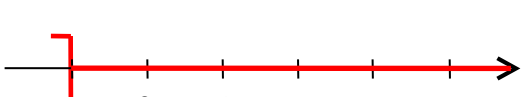
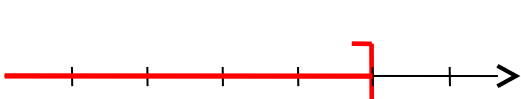
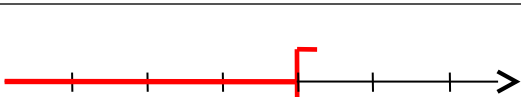
L'ensemble de tous les nombres réels x tels que $-2 \leq x \leq 7$ se note : $[-2 ; 7]$.

On a par exemple :

4 $\in$ $[-2 ; 7]$

-1 $\in$ $[-2 ; 7]$

8 $\notin$ $[-2 ; 7]$

Nombres réels x	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 4$	$[2 ; 4]$	
$-1 < x \leq 3$	$] -1 ; 3]$	
$0 \leq x < 2$	$[0 ; 2[$	
$2 < x < 4$	$] 2 ; 4[$	
$x \geq 2$	$[2 ; +\infty[$ ∞ désigne l'infini	
$x > -1$	$] -1 ; +\infty[$	
$x \leq 3$	$] -\infty ; 3]$	
$x < 2$	$] -\infty ; 2[$	

Remarque :

L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ est un intervalle qui peut se noter $] -\infty ; +\infty [$.

Méthode : Donner les solutions d'une inéquation

Résoudre l'inéquation et donner les solutions sous forme d'un intervalle : $2x - 3 < 4$

$$2x - 3 < 4$$

$$2x < 4 + 3$$

$$2x < 7$$

$$x < \frac{7}{2}$$

L'ensemble des solutions est l'intervalle $\left] -\infty; \frac{7}{2} \right[$.

Exercices conseillés

En devoir

p37 n°37, 38

Ex 3, 4 (page8)

p38 n°51

Ex 2 (page8)

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2010*

Exercices conseillés

En devoir

p43 n°14, 15

p48 n°56

Ex 3, 4 (page8)

Ex 2 (page8)

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2014*

2. Intervalle ouvert et intervalle fermé :

Définitions :

On dit qu'un intervalle est fermé si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu'il ouvert dans le cas contraire.

Exemples :

- L'intervalle $[-2 ; 5]$ est un intervalle fermé.

On a : $-2 \in [-2 ; 5]$ et $5 \in [-2 ; 5]$

- L'intervalle $]2 ; 6[$ est un intervalle ouvert.

On a : $2 \notin]2 ; 6[$ et $6 \notin]2 ; 6[$

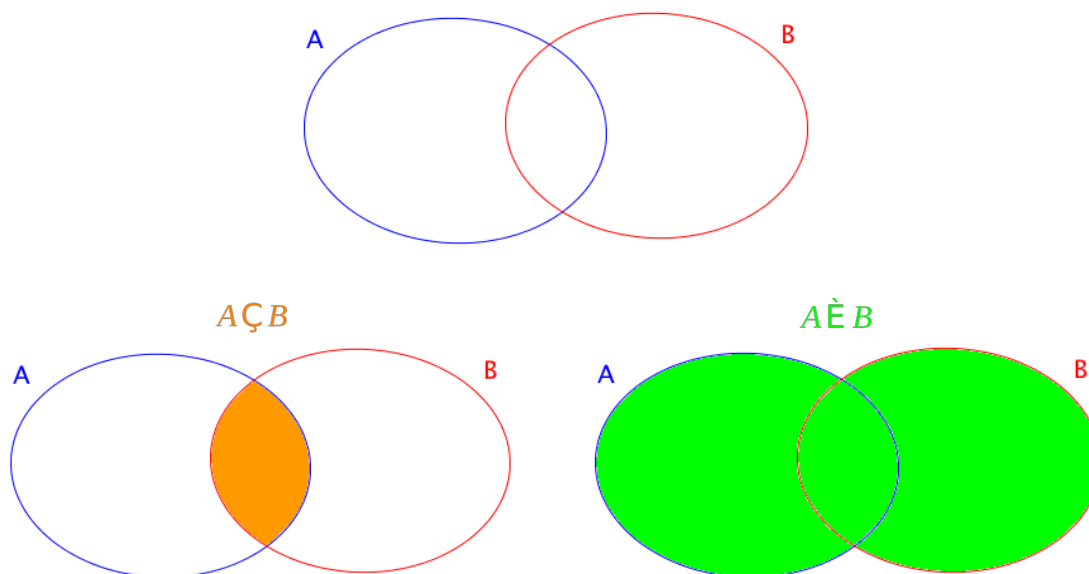
- L'intervalle $]6; +\infty[$ est également un intervalle ouvert.

3. Intersections et unions d'intervalles :

Définitions :

- L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B et se note **$A \cap B$** .

- La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B et se note **$A \cup B$** .

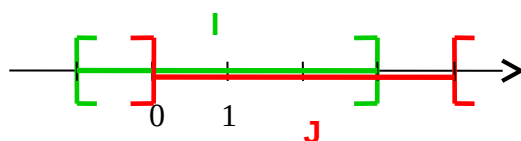


Méthode : Déterminer l'intersection et la réunion d'intervalles

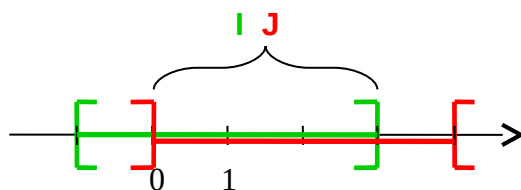
Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

- 1) $I = [-1 ; 3]$ et $J =]0 ; 4[$ 2) $I =]-\infty ; -1]$ et $J = [1 ; 4]$

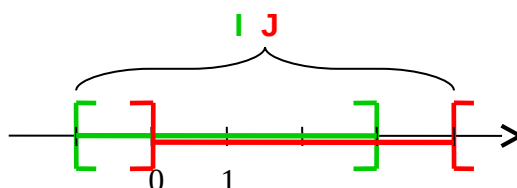
1) Pour visualiser les ensembles solutions, on peut représenter les intervalles I et J sur un même axe gradué.



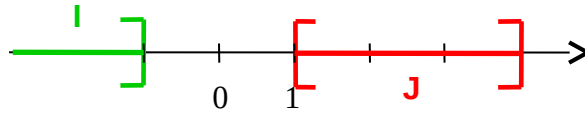
Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué où les deux ensembles se superposent. Ainsi $I \cap J =]0 ; 3]$.



Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué marquée soit par l'intervalle I soit par l'intervalle J. Ainsi $I \cup J = [-1 ; 4[$.



2)



$I \cap J = \emptyset$, car les ensembles I et J n'ont pas de zone en commun.

$I \cup J =] -\infty ; -1] \cup [1 ; 4]$

Exercices conseillés	En devoir
p38 n°53 et 54 p37 n°39 p38 n°52 Ex 5, 6 (page8) p37 n°41	p37 n°40

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p17 n°17, 18 p48 n°57 p43 n°16 Ex 5 (page8)	Ex 6 (page8)

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Exercice 1

1) Effectuer : $A = \frac{11}{5} - \frac{3}{4}$ $B = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{6}{7}$ $C = \frac{5^{-1} \times (5^3)^3}{5 \times 5^2}$

$D = (1 - \sqrt{6})(1 + \sqrt{6})$ $E = (\sqrt{3} - 1)^2$ $F = (3 + 2\sqrt{2})^2$

$G = 7\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{27}$ $H = \sqrt{18} - \sqrt{2} - 2\sqrt{20}$

2) Déterminer la nature de chacun des nombres précédents.

Exercice 2

Dans chaque cas, écrire les inégalités sous forme d'un intervalle.

- | | | | |
|----------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| a) $2 \leq x \leq 7$ | b) $-2 \leq x < 0$ | c) $-2 < x \leq 6$ | d) $x \leq 9$ |
| e) $2 > x$ | f) $9 < x < 11$ | g) $-9 < x$ | h) $13 \geq x$ |

Exercice 3

Résoudre chacune des inéquations suivantes et donner le résultat sous forme d'un intervalle.

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a) $3x - 4 < 8$ | b) $9x - 5 > 5x - 1$ | c) $6x - 7 \leq 7x + 5$ |
| d) $5(2x - 3) \geq -5x + 3$ | e) $-(x - 4) < 2x$ | f) $-4(x + 5) \leq 7 - 2x$ |
| g) $5x - 1 > -4(x + 1)$ | h) $-7(x - 6) \leq -8x + 4$ | |

Exercice 4

1) Inventer une inéquation du type $ax + b \leq cx + d$ (avec a, b, c et d réels non nuls) dont la solution est l'intervalle $] -\infty; 2]$.

2) Même question avec l'intervalle $]5; +\infty[$.

Exercice 5

Dans chaque cas, commencer par écrire les inégalités sous forme d'intervalles puis déterminer l'intersection des intervalles.

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) $0 \leq x \leq 5$ et $4 \leq x \leq 9$ | b) $-5 < x < -1$ et $-3 < x < 0$ |
| c) $7 \leq x < 9$ et $2 < x < 8$ | d) $x < 9$ et $-1 < x \leq 2$ |
| e) $x \geq 1$ et $x \leq 4$ | f) $x > -3$ et $x < 0$ |

Exercice 6

Dans chaque cas, commencer par écrire les inégalités sous forme d'intervalles puis déterminer la réunion des intervalles.

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) $0 \leq x \leq 5$ ou $4 \leq x \leq 9$ | b) $-5 < x < -1$ ou $-3 < x < 0$ |
| c) $7 \leq x < 9$ ou $2 < x < 8$ | d) $x < 9$ ou $-1 < x \leq 2$ |
| e) $x \geq 1$ ou $x \leq 4$ | f) $x > -3$ ou $x < 0$ |



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales