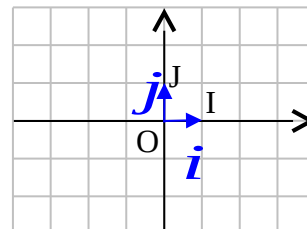


REPERAGE DANS LE PLAN

I. Repère du plan

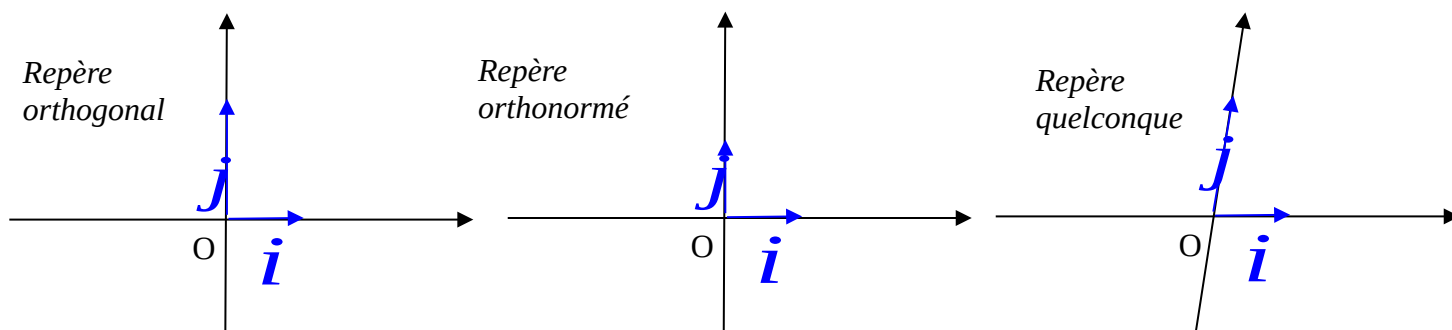
Trois points distincts deux à deux O , I et J du plan forment un repère, que l'on peut noter (O, I, J) . L'origine O et les unités OI et OJ permettent de graduer les axes (OI) et (OJ) .



Si on pose $i = \overrightarrow{OI}$ et $j = \overrightarrow{OJ}$, alors ce repère se note également (O, i, j) .

Définitions :

- On appelle repère du plan tout triplet (O, i, j) où O est un point et i et j sont deux vecteurs non colinéaires.
- Un repère est dit orthogonal si i et j ont des directions perpendiculaires.
- Un repère est dit orthonormé s'il est orthogonal et si i et j sont de norme 1.



Exercices conseillés

Ex 1, 2 (page11)
p174 n°37, 38, 36
p173 n°39*, 40*
p179 n°93

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

En devoir

p182 n°109

TP conseillé

TP Tice 1 page162 : Lire des coordonnées dans différents repères

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés

p168 n°26
p170 n°63
p174 n°90, 91, 93
p181 n°133

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

En devoir

p174 n°92
p177 n°114

TP conseillé

p160 TP1 : Lire des coordonnées dans différents repères

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

TP info : Lectures de coordonnées :

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lecture_coord.pdf

II. Coordonnées d'un vecteur

Activité conseillée

p151 n°3 : Coordonnées de vecteurs

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Activité conseillée

p149 n°3 : Coordonnées de vecteurs

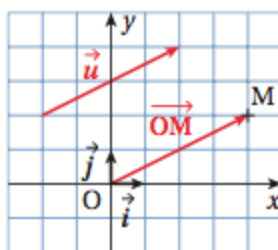
ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Définition :

Soit M un point quelconque d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et un vecteur $\vec{u}$ tel que :

$$\vec{OM} = \vec{u}.$$

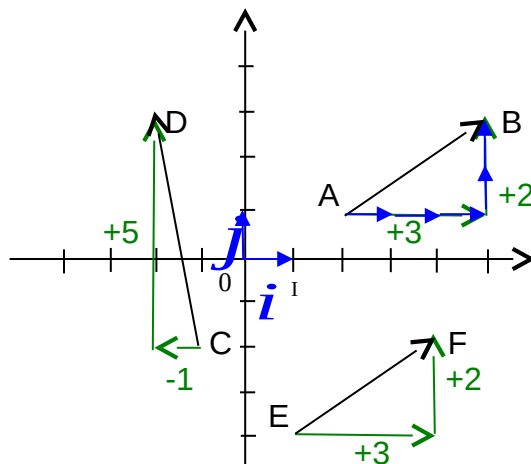
Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont les coordonnées du point M.



Si $M(x, y)$, on note : $\vec{u}(x, y)$ ou $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Méthode : Déterminer les coordonnées d'un vecteur par lecture graphique

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{CD}$ et $\vec{EF}$ par lecture graphique :



Pour aller de A vers B, on effectue une translation de 3 carreaux vers la droite (+3) et une translation de 2 carreaux vers le haut (+2). On trace ainsi un « *chemin* » de vecteurs i et j mis bout à bout reliant l'origine et l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Ainsi $\overrightarrow{AB} = 3i + 2j$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont donc $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

De même, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Exercices conseillés En devoir

Ex 3 à 5 (page 11)

p174 n°44

p174 n°41 à 43

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés

En devoir

p168 n°27, 28

p168 n°29

p174 n°94

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Propriété :

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère (O, i , j).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Démonstration :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Comme $-\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix} -x_A \\ -y_A \end{pmatrix}$ (voir propriété qui suit) et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Méthode : Déterminer les coordonnées d'un vecteur par calcul

Retrouver les coordonnées des vecteurs par le calcul.

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, D \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, E \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } F \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CD} = \begin{pmatrix} -2 - (-1) \\ 3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{EF} = \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ -2 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Propriétés :

Soit u et v deux vecteurs de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère (O, i, j) et un réel k .

- $u = v$ équivaut à $x = x'$ et $y = y'$

- Le vecteur $u + v$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$.

- Le vecteur ku a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Remarque :

Si u a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $-u$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$.

Méthode :

Calculer les coordonnées des vecteurs $3\vec{AB}$, $4\vec{CD}$ et $3\vec{AB} - 4\vec{CD}$.

On a : $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{CD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{EF} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$3\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \times 3 \\ 3 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}, 4\vec{CD} = \begin{pmatrix} 4 \times (-1) \\ 4 \times 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{AB} - 4\vec{CD} = \begin{pmatrix} 9 - (-4) \\ 6 - 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -14 \end{pmatrix}$$

Exercices conseillés

En devoir

- Ex 6, 7 (page 11)
p174 n°45
-p175 n°47, 48

p175 n°46

Exercices conseillés

En devoir

p168 n°30, 32,
33
p175 n°96, 97

p168 n°31

Méthode : Calculer les coordonnées d'un point défini par une égalité vectorielle

Dans un repère, soit les points $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 1-x_D \\ -2-y_D \end{pmatrix}$

Donc $1-x_D = -5$ et $-2-y_D = 1$

Soit $x_D = 6$ et $y_D = -3$.

Exercices conseillés

En devoir

Ex 8, 9 (page 12)
p175 n°50, 51
p175 n°53
p177 n°83

p175 n°49

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés

En devoir

p168 n°34, 35,
37
p175 n°100

p168 n°36

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

III. Critère de colinéarité

Propriété :

Soit u et v deux vecteurs de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère (O, i, j) .

Dire que u et v sont colinéaires revient à dire que les coordonnées des deux vecteurs sont proportionnelles soit : $xy' - yx' = 0$.

Démonstration :

- Si l'un des vecteurs est nul alors l'équivalence est évidente.
- Supposons maintenant que les vecteurs u et v soient non nuls.

Dire que les vecteurs $u \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $v \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $u = k v$.

Les coordonnées des vecteurs u et v sont donc proportionnelles et le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

x	x'
y	y'

Donc : $xy' = yx'$ soit encore $xy' - yx' = 0$.

Réciproquement, si $xy' - yx' = 0$.

Le vecteur v étant non nul, l'une de ses coordonnées est non nulle.

Supposons que $x' \neq 0$. Posons alors $k = \frac{x}{x'}$. L'égalité $xy' - yx' = 0$ s'écrit :

$$y = \frac{xy'}{x'} = ky' \text{ et donc } u = k v.$$

Méthode : Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires

Dans chaque cas, vérifier si les vecteurs u et v sont colinéaires dans un repère (O, i, j) .

a) $u \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $v \begin{pmatrix} -12 \\ 21 \end{pmatrix}$ b) $u \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $v \begin{pmatrix} 15 \\ -7 \end{pmatrix}$

a) $4 \times 21 - (-7) \times (-12) = 84 - 84 = 0$.

Les vecteurs u et v sont donc colinéaires.

On peut également observer directement que $v = -3u$.

b) $5 \times (-7) - (-2) \times (15) = -35 + 30 = -5 \neq 0$.

Les vecteurs u et v ne sont donc pas colinéaires.

Exercices conseillés En devoir

Ex 10 à 12 (page 12) p175 n°54, 57, 55*	p175 n°56
--	-----------

Exercices conseillés En devoir

p168 n°38, 39 p175 n°102, 104 p180 n°129*	p169 n°40
--	-----------

p176 n°63	
-----------	--

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2010*

--	--

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2014*

Méthode : Appliquer le critère de colinéarité

On considère (O, i, j) un repère du plan.

Soit $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $D \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $E \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- 1) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- 2) Démontrer que les points E, B et D sont alignés.

$$1) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 - (-1) \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 6 - (-2) \\ -1 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Comme les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont proportionnelles, on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

$$2) \overrightarrow{EB} = \begin{pmatrix} 3 - 5 \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{ED} = \begin{pmatrix} 6 - 5 \\ -1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$-2 \times (-1) - 2 \times 1 = 0$$

Les coordonnées de $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{ED}$ vérifient le critère de colinéarité des vecteurs.

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont colinéaires.

Les points E, B et D sont donc alignés.

Exercices conseillés	En devoir
p176 n°64 à 66 p176 n°68 p176 n°69, 70* p181 n°104*	p176 n°67

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2010*

Exercices conseillés	En devoir
p169 n°46, 47, 49, 50, 52	p169 n°48, 51

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2014*

IV. Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété :

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère

(O, i, j) . Le milieu M du segment [AB] a pour coordonnées :

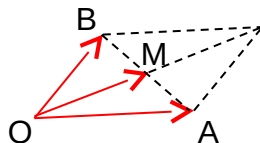
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_A + x_B) \\ \frac{1}{2}(y_A + y_B) \end{pmatrix}.$$

Démonstration :

Considérons le parallélogramme construit à partir de O, A et B.

Soit M son centre.

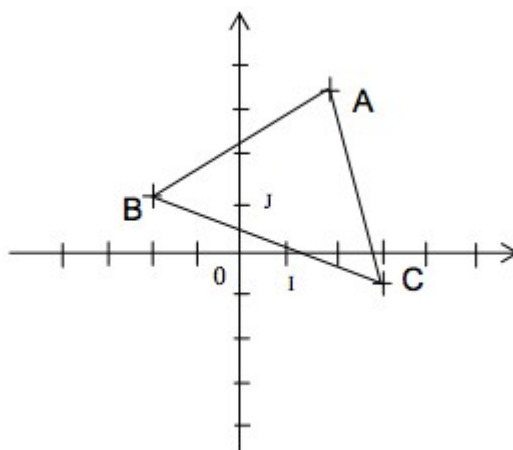
Alors $\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$.



$\vec{OM}$ (ou M) a donc les mêmes coordonnées que celles du vecteur $\frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$

soit : $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_A + x_B) \\ \frac{1}{2}(y_A + y_B) \end{pmatrix}$

Méthode : Calculer les coordonnées d'un milieu



Calculer les coordonnées de M, N et P milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC].

$$M \left(\frac{2+(-2)}{2}; \frac{3+1}{2} \right) = (0; 2) \quad N \left(\frac{2+3}{2}; \frac{3+(-1)}{2} \right) = (2,5; 1)$$

$$P \left(\frac{-2+3}{2}; \frac{1+(-1)}{2} \right) = (0,5; 0)$$

Exercices conseillés En devoir

Ex 13, 14
(page12)
p175 n°58
p176 n°72
p175 n°59*

p181 n°102

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2010*

Exercices conseillés

En devoir

p169 n°41, 42
p179 n°127

p169 n°53

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2014*

V. Distance dans un repère orthonormé

Propriété :

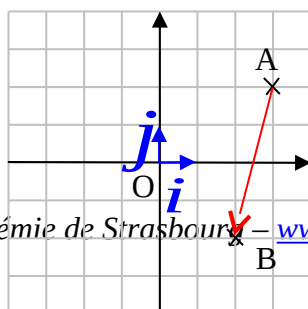
Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère **orthonormé** (O, i , j) alors :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

(Cette propriété est une conséquence du théorème de Pythagore)

Méthode : Calculer une distance dans un repère orthonormé

Soit A $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et B $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ deux points dans un repère orthonormé (O, i , j).



La distance AB (ou norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$) est égale à :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(2-3)^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{1+16} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

Exercices conseillés	En devoir
p175 n°60 à 62 p176 n°74, 75*, 76* p180 n°100*	p176 n°73

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2010*

Exercices conseillés	En devoir
p169 n°43, 44, 54, 55 p179 n°125	p169 n°45

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2014*

TP conseillé
TP algo2 p166 : Coordonnées et norme d'un vecteur TP algo3 p167 : Colinéarité, alignement TP algo4 p167 : Triangles isocèles

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2010*

TP conseillé
p161 TP3 : Coordonnées et norme d'un vecteur p162 TP4 : Colinéarité, alignement p164 TP8 : Triangles isocèles

ODYSSÉE 2de HATIER *Edition 2014*



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.
www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Exercice 1

Soit un rectangle ABCD de centre O.

- 1) Donner les coordonnées des points A, B, C, D et O dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
- 2) Même question dans le repère $(B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.
- 2) Même question dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

Exercice 2

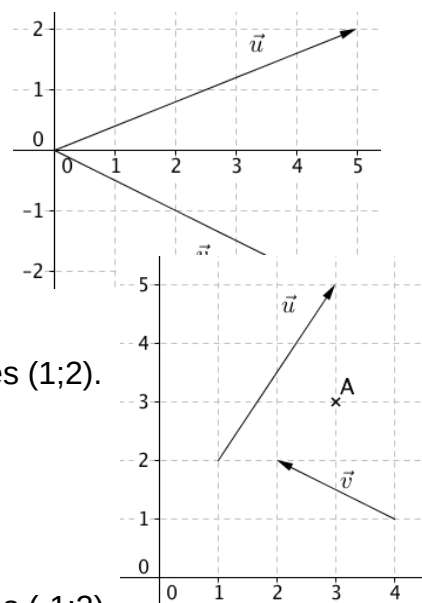
Soit un carré ABCD de centre O.

- 1) On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$
 - a) Donner les coordonnées de A' symétrique de A par rapport à C.
 - b) Donner les coordonnées de B' symétrique de B par rapport à A.

- c) Donner les coordonnées de O' symétrique de O par rapport à A .
 2) Même questions dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

Exercice 3

- a) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
 b) Représenter les vecteurs $\vec{a}(2;4)$, $\vec{b}(-3;1)$ et $\vec{c}(-1;-1)$.



Exercice 4

- a) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
 b) Représenter les vecteurs $\vec{a}(-1;-2)$, $\vec{b}(1;3)$ et $\vec{c}(1;-1)$.
 c) Placer le point B tel que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ ait pour coordonnées $(1;2)$.

Exercice 5

Soit un rectangle $ABCD$.

On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

- a) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 b) Placer le point E tel que le vecteur $\overrightarrow{CE}$ ait pour coordonnées $(-1;2)$.
 c) Placer le point F tel que le vecteur $\overrightarrow{DF}$ ait pour coordonnées $(2;-2)$.

Exercice 6

Soit $A(2; 3)$, $B(-4; -1)$, $C(2; 4)$ et $D(-5; 1)$ quatre points dans un repère du plan.
 Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$.

Exercice 7

Soit $A(3; 2)$, $B(-4; 1)$ et $C(6; -4)$ trois points dans un repère du plan.
 Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Exercice 8

Soit les points $A(2; 3)$, $B(5; 2)$ et $C(6; 3)$.
 Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 9

Soit les points $A(-2; 1)$, $B(2; 0)$ et $C(1; -2)$.
 Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 10

Soit les points $A(1; 4)$, $B(3; 5)$, $C(-2; -1)$ et $D(4; 2)$.
 Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 11

- Soit les points $A(-2; 5)$, $B(1; 3)$, $C(-1; 2)$ et $D(3; -1)$.
 1) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.
 2) Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 12

Soit $A(2 ; -4)$, $B(2 ; -3)$, $C(1 ; 5)$ et $D(2 ; 3)$ quatre points dans un repère du plan.
Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 13

Soit $A(3 ; 2)$, $B(1 ; 4)$ et $C(-1 ; -3)$.
Calculer les coordonnées des milieux I de $[AB]$, J de $[AC]$ et K de $[BC]$.

Exercice 14

Soit $C(-4 ; 3)$, $D(-5 ; 2)$ et $E(-3 ; 2)$.
Calculer les coordonnées des milieux I de $[CD]$, J de $[CE]$ et K de $[ED]$.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.
www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales