

CHAPITRE 1

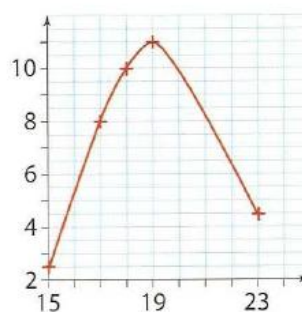
Fonctions, expressions algébriques et problèmes.

TEST DE CONNAISSANCES

1 Lire des informations sur une courbe

La courbe ci-contre représente la hauteur d'eau (en mètres) dans le port de Saint-Malo en fonction de l'heure pendant une partie d'une journée.

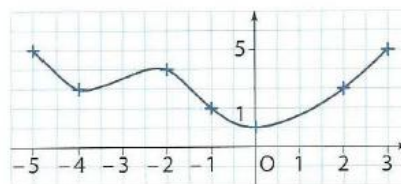
- a) Sur quel axe peut-on lire les heures ? les hauteurs d'eau ?
- b) À quelle heure s'est produit la marée haute (ou pleine mer) ?
- c) Quelle est la hauteur d'eau à 18 h ?



2 Connaître le vocabulaire des fonctions

La courbe ci-contre définit une fonction f . Recopier et compléter chaque affirmation.

- a) Le nombre 3 a pour image ... par f .
- b) Le nombre 5 a pour antécédents ... et ... par f .
- c) $f(0) = \dots$ et $f(-2) = \dots$



3 Lire des informations sur un tableau

Ce tableau définit une fonction g .

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$g(t)$	41	27	15	5	-3	-9	-13	-15	-15

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

- a) « Les nombres 2 et 7 ont des images opposées. »
- b) « Le nombre 27 a pour image 1. »
- c) « L'image du nombre 2,5 est 10. »

4 Connaître les identités remarquables

a et x désignent des nombres. Développer :

- a) $(a - 5)^2$
- b) $(2x + 3)^2$
- c) $(3x - 4)(3x + 4)$

5 Factoriser des expressions algébriques

a, t, x désignent des nombres. Factoriser :

- a) $5t^2 + 3t$
- b) $(2x + 1)^2 - 4(2x + 1)$
- c) $a^2 - 9$

6 Mettre en équation

Un producteur de tomates a vendu $\frac{3}{4}$ de sa récolte à une grande surface et 900 kg à des petits commerçants. Il lui reste 350 kg de tomates. On souhaite connaître la quantité de tomates produites. Traduire cette situation par une équation en précisant l'inconnue choisie, puis conclure.

I- Les ensembles de nombres

Nombre Entiers naturels : l'ensemble des entiers naturels est noté **IN** = {0,1,2,3,4,...}.

L'origine du symbole IN, pour les entiers naturels (de *naturale* en italien)

Le mathématicien italien PEANO Giuseppe (1858-1932) définit l'ensemble des entiers naturels non nuls par des axiomes qui portent aujourd'hui son nom et le note N (Il deviendra ensuite IN pour désigner l'ensemble des nombres naturels).

Nombres Entiers relatifs : les entiers négatifs réunis aux positifs forment l'ensemble des entiers relatifs noté

Z = {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...}

L'origine du symbole **Z**, pour les nombres relatifs viendrait en fait du groupe BOURBAKI dans *Algèbre*, (1969). La lettre viendrait de *Zahl* (nombre) et *zahlen* (compter) de l'allemand.

Nombres Décimaux : Un nombre décimal est un nombre possédant un développement décimal limité et pouvant s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ (où a et p sont des entiers relatifs). On note cet ensemble **ID**.

Exemples : 0,25 ; 10^{-1} ; -2 sont des décimaux mais $\frac{1}{3}$ ou π ne sont pas des décimaux.

L'origine du symbole ID, pour l'ensemble des décimaux serait une notation française du groupe Bourbaki en 1970.

Nombres Rationnels : Les fractions $\frac{a}{b}$ (a et b étant des entiers relatifs et b différent de 0) forment l'ensemble **Q** des nombres rationnels. Tous les décimaux sont des rationnels mais un nombre possédant un développement décimal illimité, comme par exemple $\frac{1}{6}$, est un rationnel mais pas un décimal.

L'origine du symbole Q, pour les nombres rationnels viendrait de PEANO qui aurait utilisé la lettre Q, première lettre de *quotiente* (en italien) mais, selon plusieurs sources, pas pour désigner l'ensemble des rationnels. Cette notation viendrait en fait du groupe BOURBAKI dans *Algèbre*.

Nombres Réels : La réunion des rationnels et des irrationnels forme l'ensemble des réels noté **IR**. Un nombre **irrationnel** est un nombre qui n'est pas le rapport de deux entiers.

Exemples : $\sqrt{2}$, π , e sont des irrationnels.

L'origine du symbole IR : les origines de l'utilisation de la lettre R puis IR pour désigner l'ensemble des réels sont multiples. Les réels auraient été baptisés ainsi par Descartes en 1637. C'est l'Allemand Georg Cantor (1845-1918) qui aurait désigné pour la première fois l'ensemble de ces nombres par IR (« réel » = *real* en allemand).

Appartenance : Un élément appartient à un ensemble, on le note par le symbole $\in$: par exemple $2 \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} \in \mathbb{ID}$, $\sqrt{3} \in \mathbb{IR}$ mais $\frac{2}{3} \notin \mathbb{ID}$.

Origine du symbole $\in$: **PEANO** utilise le symbole ϵ (epsilon) en 1889 pour désigner l'appartenance à un ensemble. Cela viendrait en fait de la première lettre du mot grec qui signifie **est**.

Réunion et intersection

On note $A \cup B$, A « union » B, l'ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B, ou dans les deux. Ainsi si on désigne par $\mathbb{IR}^-$ les réels négatifs et $\mathbb{IR}^+$ les réels positifs,

$$\mathbb{IR}^- \cup \mathbb{IR}^+ = \mathbb{IR}.$$

On note $A \cap B$, A « inter » B, l'ensemble des éléments qui sont à la fois dans A et B.

Origine des symboles intersection et union : $\cap$ et $\cup$: ils sont utilisés pour la première fois par le mathématicien allemand GRASSMANN Hermann (1809-1877) mais il les utilise comme symbole d'opération, pas nécessairement pour désigner l'union et l'intersection. Puis c'est le mathématicien italien PEANO qui les utilise à cet usage en 1888.

Quelques autres symboles que vous utiliserez cette année :

∞ : l'infini

$\emptyset$: ensemble vide

$\Leftrightarrow$: équivaut à, si et seulement si

II- Intervalles de $\mathbb{R}$

On appelle intervalle réel un ensemble de nombres délimité par deux nombres réels: un intervalle contient tous les nombres réels compris entre ces deux réels.

Il existe différents types d'intervalles :

$$\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\} =]a; b[$$

$$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\} = [a; b]$$

$$\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\} =]a; b]$$

$$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\} = [a; b[$$

Les intervalles du premier type sont appelés intervalles ouverts; les seconds intervalles fermés, et les deux derniers intervalles semi-ouverts.

En particulier :

$$\{x \in \mathbb{R}; x < a\} =]-\infty; a[$$

$$\{x \in \mathbb{R}; x \leq a\} =]-\infty; a]$$

$$\{x \in \mathbb{R}; x > a\} =]a; +\infty[$$

$$\{x \in \mathbb{R}; x \geq a\} = [a; +\infty[$$

$$\{a\} = [a; a]$$

$$\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

Exercices : Livre p 46 : Ex 1 et 2 p 53 n°50, 52

III- Définition – Vocabulaire -Notation des fonctions

1. Définition et vocabulaire

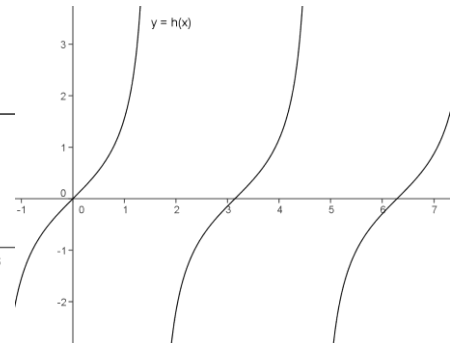
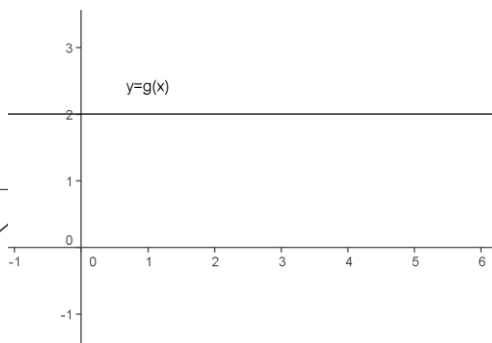
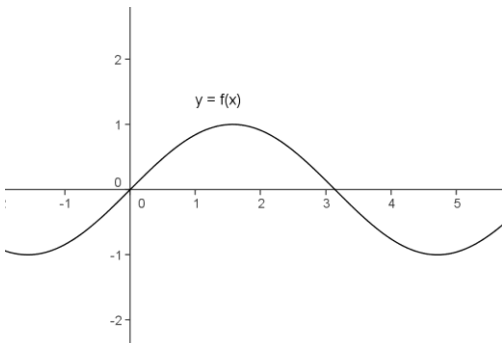
Fabriquer une fonction c'est associer à un élément d'un ensemble de départ au plus un élément d'un ensemble d'arrivée.

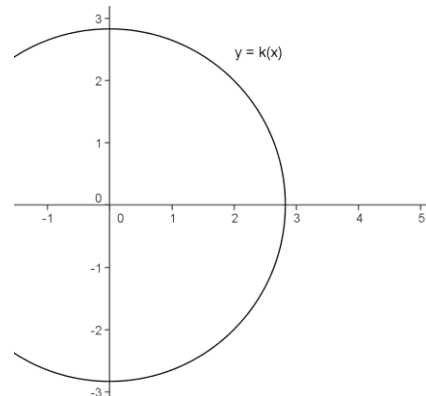
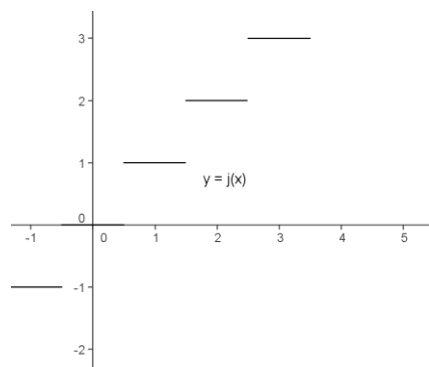
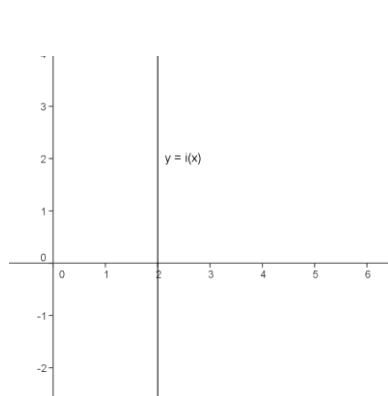
Les éléments de l'ensemble de départ sont appelés les **antécédents** et ceux de l'ensemble d'arrivée, lorsqu'ils existent, les **images**, notées **$f(x)$** .

Il ne faut pas confondre f la fonction avec $f(x)$ qui est un réel et qui est l'image de x par f .

On note : $f : D \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x)$. « f est la fonction de D vers $\mathbb{R}$ qui au réel x associe le réel $f(x)$ »

Exercice : Parmi les 6 graphiques suivants quels sont ceux qui représentent une fonction ? Justifier.





2. Ensemble de définition

L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des réels qui ont une image par cette fonction. On le note D_f .

Par exemple : Si f est la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$, tous les réels positifs ont une image mais tous les réels négatifs n'ont pas d'image donc $D_f = \mathbb{R}_+$.

Si f est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-1}$, comme on ne peut pas diviser par zéro, 1 n'a pas d'image donc $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

Si f est la fonction $x \mapsto x^2$, comme on peut toujours élever au carré tous les réels alors $D_f = \mathbb{R}$

Exercice

Donner les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto x^2 + 1 \quad g : x \mapsto \sqrt{x+3} \quad h : x \mapsto \frac{2x+1}{x-2} \quad i : x \mapsto \frac{3}{\sqrt{x+2}}$$

3 Représentation d'une fonction

3.1 Représentation algébrique

La représentation algébrique d'une fonction est l'expression de $f(x)$ en fonction de x . Voir les exemples du premier paragraphe.

A l'aide de la représentation algébrique, on peut par exemple dresser un tableau de valeurs de la fonction f .

Exemple :

$$f : x \mapsto 3x^2 - 5$$

Tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	$\sqrt{2}$	1,5
$f(x)$	7	-2	-5	-2	1	1,75

3.2 Représentation graphique d'une fonction

Lorsqu'on a la représentation algébrique ou algorithmique on peut dresser un tableau de valeurs de la fonction f puis ensuite définir des points de la forme $(x; f(x))$ que l'on peut placer dans un repère (O, OI, OJ) où OI et OJ sont les unités des axes du repère.

Notation :

On notera C_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère.

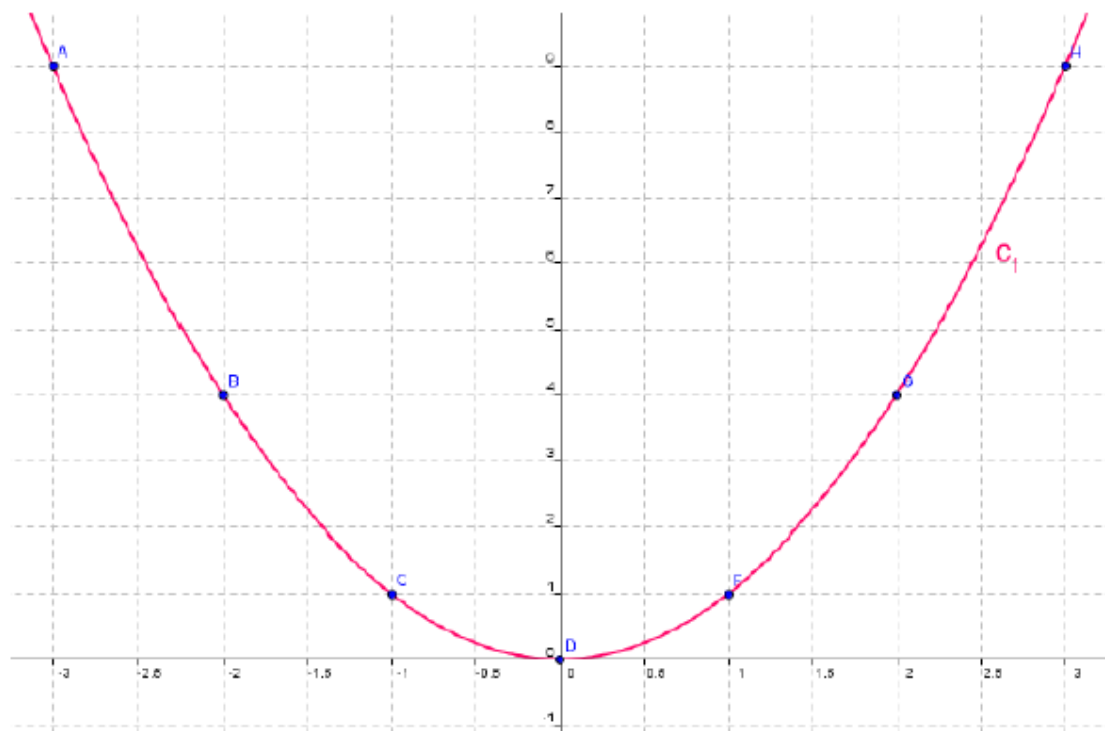
Attention : Il ne faut pas non plus confondre f , C_f et $f(x)$. Ce sont trois choses différentes.

Exemple :

$$f : x \mapsto x^2$$

Tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$(x, f(x))$	$A(-3; 9)$	$B(-2; 4)$	$C(-1; 1)$	$D(0; 0)$	$E(1; 1)$	$F(2; 4)$	$G(3; 9)$



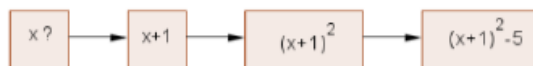
3.3 Représentation algorithmique d'une fonction

Un algorithme est une suite d'instructions rigoureuses, ordonnant à un processeur (vous ou l'ordinateur) d'exécuter dans un ordre un nombre fini d'opérations élémentaires. On va des fois confondre algorithme et programme. Le programme est l'écriture de l'algorithme dans un langage précis pour qu'un ordinateur puisse l'exécuter. Nous utiliserons principalement cette année le logiciel Algobox ou la calculatrice pour écrire le programme de nos algorithmes. Exemple 01 :

On veut traduire la fonction suivante $f : x \mapsto (x + 1)^2 - 5$

Voici trois façon d'écrire l'algorithme mais la dernière sera plus proche du programme.

1. Comme au collège :
Prendre un nombre.
Lui ajouter 1.
Elever le résultat au carré.
Retrancher 5 au résultat.
Ecrire le nombre obtenu.
2. En schématisant :



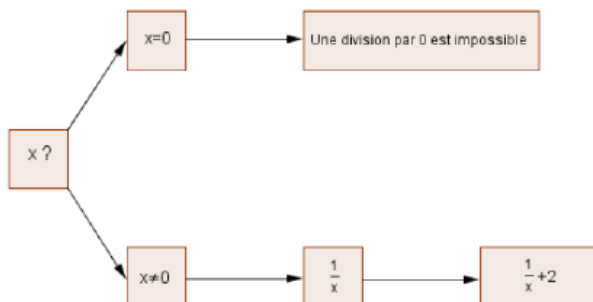
3. En utilisant un programme :
Déclaration des variables :
 x est un réel
 y est un réel
Début du programme
 y prend la valeur de $x + 1$
 y prend la valeur de y^2
 y prend la valeur de $y - 5$
Afficher la valeur de y
Fin du programme.

Exemple 02 :

On veut traduire la fonction suivante $f : x \mapsto \frac{1}{x} + 2$

Voici trois façon d'écrire l'algorithme mais la dernière sera plus proche du programme.

1. Comme au collège :
Prendre un nombre.
Si celui-ci est égal à 0 afficher que c'est impossible de diviser par 0
Sinon
Prendre l'inverse du nombre
Ajouter 2 au résultat précédent.
Afficher le résultat obtenu.
2. En schématisant :



3. En utilisant un programme :
Déclaration des variables :
 x est un réel
 y est un réel
Début du programme
Si $x = 0$ alors afficher : Une division par 0 est impossible
Sinon
 y prend la valeur de $\frac{1}{x}$
 y prend la valeur de $y + 2$
Afficher la valeur de y
Fin du programme.

Exercices : Livre p 46 n°4, p 52 n° 45, activité n°2 p 11.

4 Recherche de l'image d'un nombre par une fonction

4.1 Algébriquement

Exemple :

On note f la fonction $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$

Cherchons l'image de 2 par la fonction f :

Dans ce cas on connaît l'antécédent $x = 2$ donc il suffit de remplacer x par 2 dans l'expression algébrique pour calculer son image $f(2)$.

$$f(2) = (2 - 1)^2 - 4 = (1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

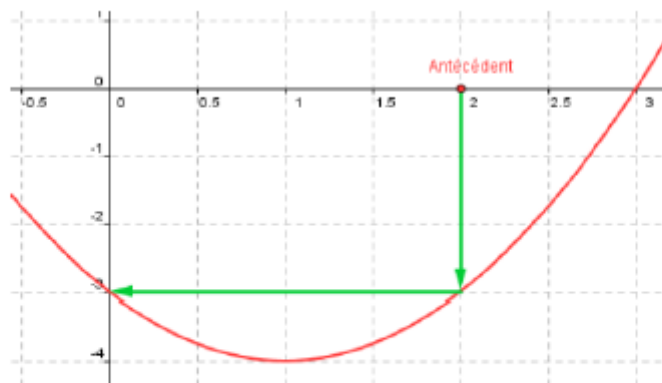
Donc -3 est l'image de 2 par la fonction f .

4.2 Graphiquement

Exemple :

On note f la fonction $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$

Cherchons graphiquement l'image de 2 par la fonction f :



Donc -3 est l'image de 2 par la fonction f .

Remarque : On peut lire qu'en approximation lorsque l'on fait une lecture graphique.

4.3 A l'aide de l'algorithme

Exemple :

On note f la fonction $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$

Cherchons à l'aide d'un programme l'image de 2 par la fonction f :

Programme de la fonction :

Déclaration des variables :

x est un réel

y est un réel

Début du programme

y prend la valeur de $x - 1$

y prend la valeur de y^2

y prend la valeur de $y - 4$

Afficher la valeur de y

Fin du programme.

Exécutons ce programme en remplaçant x par 2 :

x prend la valeur de 2

y prend la valeur de $2 - 1 = 1$

y prend la valeur de $1^2 = 1$

y prend la valeur de $1 - 4 = -3$

L'affichage est -3

Donc l'image de 2 par f est -3

5 Recherche des antécédents d'un nombre par une fonction

5.1 Algébriquement

Exemple :

On note f la fonction $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$

Cherchons les antécédents de 5 par la fonction f :

Dans ce cas on connaît l'image $f(x) = 5$ donc il suffit de résoudre cette équation pour déterminer les éventuelles antécédents de 5 par f .

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 - 4 = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1 + 3)(x - 1 - 3) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 4) = 0$$

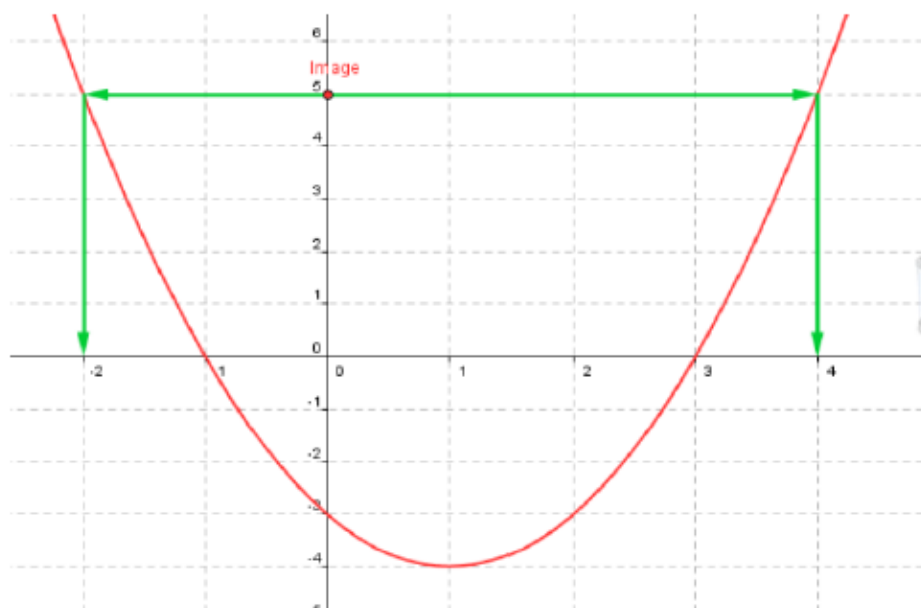
$$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \text{ ou } x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 4$$

Donc les antécédents de 5 par f sont -2 et 4 .

5.2 Graphiquement

On note f la fonction $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$

Cherchons graphiquement les antécédents de 5 par la fonction f :



Donc -2 et 4 sont les antécédents de 5 par la fonction f .

5.3 A l'aide de l'algorithme

On note f la fonction $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$

Cherchons à l'aide d'un programme les antécédents de 5 par la fonction f :

Programme de la fonction :

Déclaration des variables :

x est un réel

y est un réel

Début du programme

y prend la valeur de $x - 1$

y prend la valeur de y^2

y prend la valeur de $y - 4$

Afficher la valeur de y

Fin du programme.

Exécutons ce programme mais à l'envers. Faire les opérations inverses du bas vers le haut.

L'affichage est 5

y a donc pris la valeur de 5

y a pris la valeur de $5 + 4 = 9$

y a pris la valeur de $\sqrt{9} = 3$ ou $-\sqrt{9} = -3$

y a pris la valeur $3 + 1 = 4$ ou la valeur $-3 + 1 = -2$

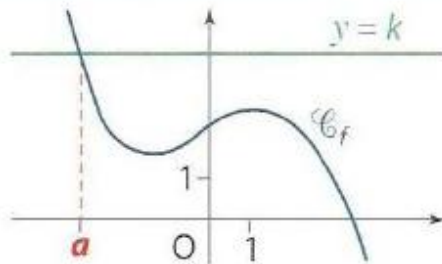
x a pris la valeur -2 ou 4

Donc les antécédents de 5 par f sont -4 et 2

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère.

■ **Équation $f(x) = k$ (avec k réel)**

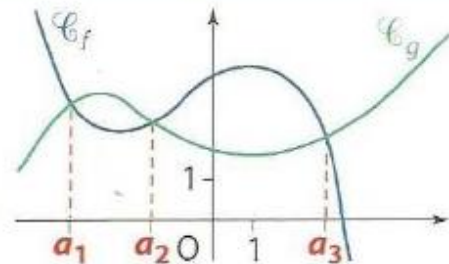
PROPRIÉTÉ Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont **les abscisses** des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la droite d'équation $y = k$.



Sur cette figure, l'équation $f(x) = k$ a pour seule solution le nombre **a**.

■ **Équation $f(x) = g(x)$**

PROPRIÉTÉ Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont **les abscisses** des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.



Sur cette figure, l'équation $f(x) = g(x)$ a trois solutions: **a_1, a_2, a_3** .

Exercices Livre p 46 ex 3 à 9

IV- UTILISATION DE LA CALCULATRICE GRAPHIQUE (IREM de LYON)

Fonctions	Représentation graphique de fonctions Tableau de valeurs	TI-82 Stats.fr
-----------	---	----------------

?

Tracer la courbe représentative de la fonction $f(x) = x^2 + 4x - 8$ définie sur l'intervalle $[-8;6]$.

Éditer le tableau de valeurs de cette fonction.

?

Définir une fonction

Touche **f(x)**.

Introduire la fonction par exemple en Y1.

Pour la variable X, utiliser la touche **X, t, θ, n**.

Valider avec la touche **entrer**.

```

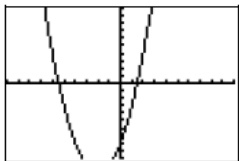
Graph1 Graph2 Graph3
Y1=X^2+4X-8
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
        
```

Tracer la courbe représentative

Touche **graphe**.

→ L'écran ci-contre n'est qu'un exemple, il est possible que celui affiché sur votre calculatrice soit différent.

Pour obtenir cet affichage : touche **zoom** **6:ZStandard**.



Régler la fenêtre d'affichage

Touche **fenêtre**.

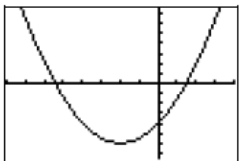
Régler les paramètres comme sur l'écran ci-contre.

Touches **▲** et **▼** pour passer d'une ligne à l'autre.

Puis touche **graphe**.

```

FENETRE
Xmin=-8
Xmax=4
Xgrad=1
Ymin=-15
Ymax=15
Ygrad=2
Xrés=1
        
```



Régler les paramètres du tableau de valeurs

Instruction **déf table** (touches **2nde** **fenêtre**).

Régler les paramètres comme sur l'écran ci-contre.

DébTable : valeur initiale (1^{ère} valeur du tableau).

PasTable : pas du tableau (écart entre deux valeurs successives).

```

DEFINIR TABLE
DébTable=-8
PasTable=1
Valeurs:Auto Dem
Calculs:Auto Dem
        
```

Afficher le tableau de valeurs

Instruction **table** (touches **2nde** **graphe**).

→ Si l'écran n'affiche pas toutes les valeurs souhaitées, on peut se déplacer dans la table à l'aide des flèches.

X	Y1
-8	24
-7	13
-6	4
-5	-3
-4	-8
-3	-11
-2	-12

X=-8

X	Y1
-2	-12
-1	-11
0	-8
1	-3
2	4
3	13
4	24

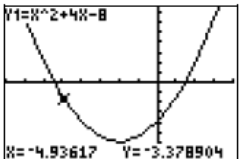
X=4

Parcourir une courbe

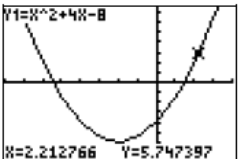
Touche **trace**.

Touches **→** et **←** pour se déplacer sur la courbe.

L'expression de la fonction ainsi que les coordonnées du point où est situé le curseur sont affichées.



Y1=X^2+4X-8
X=-4.93617 Y=-3.378904



Y1=X^2+4X-8
X=2.212766 Y=5.747397

Calculer une image

Instruction **quitter** (touches **2nde mode**) pour revenir à l'écran de calcul.

Touche **var** option **VAR-Y=** à l'aide de la flèche **➤**.

Puis option **1:Fonction** et valider avec **entrer**.

Choisir la fonction désirée (pour notre exemple **1:Y1**).

Puis compléter comme sur l'écran ci-contre pour, par exemple, obtenir l'image de 3.

```
VARIABLES VAR-Y=
1:Fenêtre...
2:Zoom...
3:BDG...
4:Image...
5:Statistiques...
6:Table...
7:Chaine...
```

```
VARIABLES VAR-Y=
1:Fonction...
2:Paramétrique...
3:Polaire...
4:On/Off...
```

```
FONCTION
1:Y1
2:Y2
3:Y3
4:Y4
5:Y5
6:Y6
7:Y7
```

```
Y1(3) 13
```

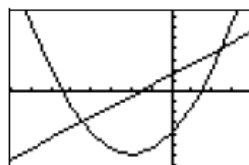
Ajouter une fonction

Touche **f(x)**.

Introduire la nouvelle fonction par exemple en Y2

Puis **graphe** ou **table**.

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1 X^2+4X-8
Y2 2X+3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
```



X	Y1	Y2
-8	24	-13
-7	13	-11
-6	4	-9
-5	-3	-7
-4	-8	-5
-3	-11	-3
-2	-12	-1

Choisir les représentations graphiques à tracer

Touche **f(x)**.

Avec les touches de déplacement placer le curseur sur le signe **=** de la fonction que vous ne souhaitez plus afficher. Ce signe doit alors clignoter.

Touche **entrer** pour modifier le statut de la fonction sélectionnée.

Le signe doit alors être **=** et non plus **=**.

Pour réafficher une fonction, procéder de la même façon.

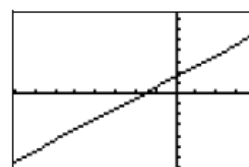
Le signe doit alors être de nouveau **=** au lieu de **=**.

Ensuite **graphe** ou **table**.

Seules les fonctions sélectionnées sont affichées. (Pour l'exemple Y1 a été désélectionnée).

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1 X^2+4X-8
Y2 2X+3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
```

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1 X^2+4X-8
Y2 2X+3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
```



X	Y2
-8	-13
-7	-11
-6	-9
-5	-7
-4	-5
-3	-3
-2	-1

Effacer une fonction

Touche **f(x)**.

Sélectionner la fonction à effacer, par exemple Y1.

Puis touche **annul**.

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1 X^2+4X-8
Y2 2X+3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
```

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1 =
Y2 2X+3
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
```

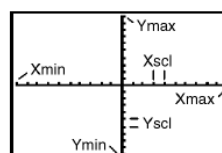
⇒ Compléments

Régler la fenêtre d'affichage

La fenêtre d'affichage est la partie du plan délimitée par les valeurs Xmin, Xmax, Ymin et Ymax.

La distance entre les graduations est définie par Xgrad pour l'axe horizontal et par Ygrad pour l'axe vertical.

Xrés définit la résolution de l'affichage (de 1 à 8).



Modifier l'aspect des courbes tracées

Touche $f(x)$.

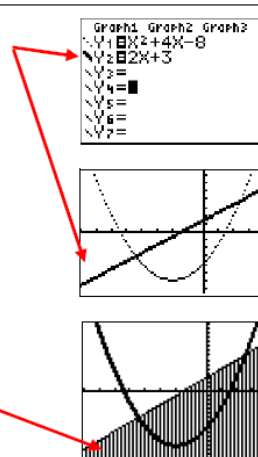
Avec les touches de déplacement placer le curseur sur le symbole de début de ligne de la fonction dont vous souhaitez modifier l'affichage.

Ce symbole doit alors clignoter.

La touche **entrer** permet de passer d'un type de tracé à un autre.

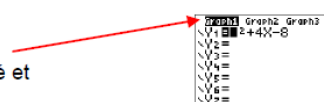
Les différents modes :

- Line** Une ligne continue relie les différents points tracés.
- Thick** Une ligne continue épaisse relie les différents points tracés.
- Above** Un ombrage couvre la zone située au-dessus de la courbe.
- Below** Un ombrage couvre la zone située au-dessous de la courbe.
- Path** Un curseur circulaire parcourt la courbe en laissant une trace.
- Animate** Un curseur circulaire parcourt la courbe sans laisser de trace.
- Dot** Chaque valeur calculée est représentée par un petit point. Le nombre de points affichés dépend de la valeur de Xrés.



⇒ Problèmes pouvant être rencontrés

Problème rencontré	Comment y remédier
ERR : SYNTAXE 1 : Quitter 2 : Voir	L'expression de la fonction est mal saisie. Par exemple : $-X^2$ doit être saisi en utilisant $(-)$ et non pas $-$.
ERR : VAL FENETRE 1 : Quitter	fenêtre La fenêtre graphique est mal définie. (Par exemple on a saisi des valeurs telles que : $Xmin \geq Xmax$)
	Une série statistique est représentée il faut la désactiver : Effacer tous les graphiques statistique : 2nde $f(x)$ (graph stats) 4 : graphOff . ou Effacer le graphique problématique : $f(x)$, sélectionner le graphique activé et appuyer sur entrer .
ERR : DIM INVALIDE 1 : QUIT	Une série statistique est saisie mais de façon incorrecte. 2nde $f(x)$ (graph stats) 4 : graphOff .



⇒ Commentaires

! Pour tracer le graphe d'une fonction, vous devez sélectionner le mode **Fct**.

La TI-82 Stats.fr dispose de quatre modes graphiques :

- **Fct** (graphes de fonctions)
- **Par** (graphes paramétriques ; voir notice)
- **Pol** (graphes polaires ; voir notice)
- **Suit** (graphes de suites ; voir notice)

```
Normal Sci Eng
Flott 0123456789
Radian Degre
Fct Par Pol Suit
Relié NonRelié
Séquentiel Simul
Relat ardv, ne dv
Plein Horiz G-I
```

D'autres paramètres de mode affectent le graphe en cours. Ils sont décrits en détail dans la notice chapitre 1.

- **Flott** ou **0123456789** : notation décimale en virgule flottante ou fixe, qui affecte l'affichage des coordonnées des points du graphe.
- **Radian** ou **Degré** : unité d'angle (radians ou degrés) affectant l'interprétation de certaines fonctions.
- **Relié** ou **NonRelié** : affecte le tracé des fonctions sélectionnées : ligne continue ou affichage de points non reliés.
- **Séquentiel** ou **Simul** : affecte ordre de calcul et de représentation des points lorsque plusieurs fonctions sont sélectionnées.

Exercices : Livre p 47 n° 12 à 15 p 52 n° 46, 48 p55 n° 59

Cours de mathématique en Seconde d' Eric ZERBIB , professeur au lycée Pardailhan à Auch, 32000

On considère les fonctions f et g définies sur $[-10 ; 10]$ par :

$$f(x) = x^2 + 3x - 3 \quad \text{et} \quad g(x) = -x^2 + x + 5.$$

?

- 1) Déterminer les intersections de la courbe C_f et des axes du repère.
- 2) Déterminer graphiquement la solution positive de $f(x) = 6$.
- 3) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.
- 4) Déterminer l'abscisse du maximum de g sur $[-10 ; 10]$.

?

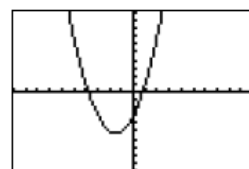
Saisir les fonctions f et g et représenter f seulement.

Voir fiche 200.

A noter que g n'est pas tracée pour l'instant.

→ Le Zoom standard a été utilisé. (touche **zoom**
6:Zstandard)

```
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3
Y1=X^2+3X-3
Y2=-X^2+X+5
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
```

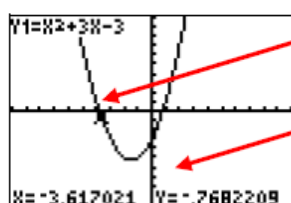


Question 1) Parcourir la courbe

Touche **trace**

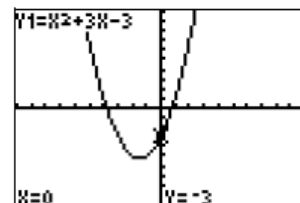
Déplacer au moyen des flèches droite et gauche le point alternativement sur les trois intersections de la courbe C_f avec les axes du repère.

→ Les réponses peuvent être un peu différentes, si la fenêtre graphique utilisée est différente de celle présentée ici.



Point clignotant sur la courbe.

Coordonnées du point



Question 2) Résolution approchée de $f(x) = 6$ (à l'aide de la table de valeurs)

Ajouter la fonction constante égale à 6 ($Y_3 = 6$) puis **graphe**.

→ $f(x) = 6$ a 2 solutions, On cherche ici la solution positive.

Instruction **déf table** (touches **2nde** et **fenêtre**).

Régler les paramètres de la table de valeurs:

Instruction **table** (touches **2nde** et **graphe**)

Observer que $f(1) < 6$ et $f(2) > 6$.

La solution cherchée est entre 1 et 2.

Régler à nouveau la table de valeurs puis observer que : $f(1,8) < 6$ et $f(1,9) > 6$.

La solution cherchée est entre 1,8 et 1,9.

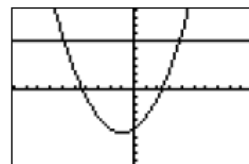
Régler à nouveau la table pour observer que :

$f(1,85) < 6 < f(1,86)$ avec $f(1,85) = 5,9725$.

La solution cherchée est donc entre 1,85 et 1,86.

→ On peut parfois obtenir une valeur plus précise (dans les colonnes Y) en plaçant le curseur sur cette valeur.

```
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3
Y1=X^2+3X-3
Y2=-X^2+X+5
Y3=6
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
```



```
DEFINIR TABLE
DébTable=0
PasTable=1
Valeurs:Auto Dem
Calculs:Auto Dem
```

X	Y1	Y3
0	0	6
1	1	6
2	4	6
3	9	6
4	16	6
5	25	6
6	36	6
7	49	6
8	64	6
9	81	6
10	100	6

X	Y1	Y3
1.5	3.75	6
1.6	4.36	6
1.7	4.99	6
1.8	5.64	6
1.9	6.31	6
2	7	6

```
DEFINIR TABLE
DébTable=1
PasTable=.1
Valeurs:Auto Dem
Calculs:Auto Dem
```

X	Y1	Y3
1.85	5.9725	6
1.86	6.0596	6
1.87	6.1501	6
1.88	6.244	6
1.89	6.3413	6
1.9	6.441	6

Question 3) Résolution approchée de $f(x) = g(x)$ (à l'aide de l'instruction **intersect).**

Faire afficher la courbe de la fonction g et cacher la droite puis **graphe**.

Instruction **calculs** (touches **2nde** et **trace**) puis

5:intersect

La machine affiche alors :

Courbe 1 ?

Sélectionner la courbe C_f au moyen des flèches haut et bas puis **entrer**.

Courbe 2 ?

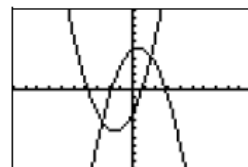
Sélectionner la courbe C_g au moyen des flèches haut et bas puis **entrer**.

Valeur init ?

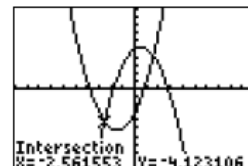
Saisir une valeur, ici -4 au moyen des touches de la calculatrice puis **entrer**

Recommencer pour la 2^{ème} intersection.

```
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3
V1=X^2+3X-3
V2=-X^2+X+5
V3=6
V4=
V5=
V6=
V7=
```



```
V2=-X^2+X+5
Valeur Init?
X=-4
```



```
Intersection
X=1.5615528 Y=4.1231056
```

Question 4) Maximum de g

Cacher la fonction f puis **graphe**.

→ Le maximum semble être atteint entre -2 et 3

Instruction **calculs** (touches **2nde** et **trace**) **4 : maximum**

La machine affiche alors :

Borne Inf ?

Saisir une valeur, ici -2 puis **entrer**.

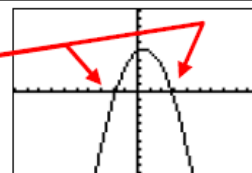
Borne Sup ?

Saisir une valeur, ici 3 puis **entrer**.

Valeur Init ?

Saisir une valeur, ici -2 puis **entrer**

La machine affiche alors les coordonnées approchées du point de la courbe qui réalise le maximum de la fonction sur l'intervalle [Borne Inf, Borne Sup].



```
V2=-X^2+X+5
Borne Inf?
X=-2
```

```
V2=-X^2+X+5
Borne Sup?
X=3
```

```
V2=-X^2+X+5
Valeur Init?
X=-2
```

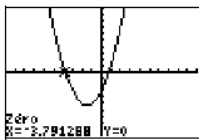
```
Maximum
X=.50000134 Y=5.25
```

Noter que la touche **trace** amène à :

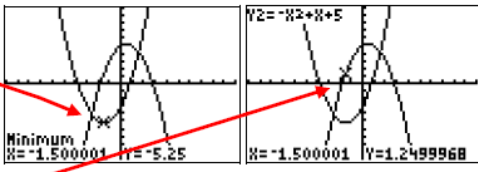
```
V2=-X^2+X+5
X=.42553191 Y=5.2444545
```

⇒ Compléments

Résolution de $f(x)=0$ (autre méthode)

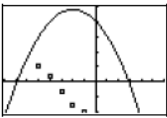
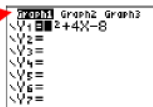
Instruction calculs puis 2:zéro Choisir la courbe de la fonction f (flèches haut/bas) puis renseigner <i>Borne Inf</i>, <i>Borne Sup</i> (2 valeurs encadrant la solution cherchée) et <i>Valeur Init</i>.	
---	---

Minimum de la fonction f

Instruction calculs puis 3 : minimum (ensuite la procédure est identique à celle de la recherche du maximum). Les touches  et  permettent d'obtenir la valeur de g pour l'abscisse correspond au minimum trouvé.	
---	--

⇒ Problèmes pouvant être rencontrés

On retrouve certains problèmes déjà signalés dans la fiche 200.

Problème rencontré	Comment y remédier
ERR : SYNTAXE 1 : Quitter 2: Voir	L'expression de la fonction est mal saisie. Par exemple : $-X^2$ doit être saisi en utilisant  et non pas .
ERR : VAL FENETRE 1 : Quitter	fenêtre La fenêtre graphique est mal définie. (Par exemple on a saisi des valeurs telles que : $X_{min} \geq X_{max}$)
	Une série statistique est représentée il faut la désactiver : Effacer tous les graphiques statistiques : 2nde  (graph stats) 4 :graphOff. ou Effacer le graphique problématique :  sélectionner le graphique activé et appuyer sur entrer. 
ERR : ERREUR DIM 1 : Quitter Ou ERR : DIM INVALIDE 1 : Quitter	Problème de saisie d'une série statistique ou de définition d'un graphe statistique. 2nde  (graph stats) 4 :graphOff.

S'ajoutent éventuellement d'autres difficultés.

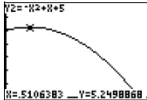
Problème rencontré	Comment y remédier
ERR : BORNE 1 : Quitter	La valeur <i>Valeur Init</i> choisie est extérieure à l'intervalle [<i>Borne Inf</i>, <i>Borne Sup</i>].. Recommencer la procédure (question 4).

⇒ Commentaires

 La question 2 aurait évidemment pu être résolue avec **intersect**, mais l'idée était de proposer plusieurs façons de répondre :

- soit purement graphiquement
- soit en utilisant un tableau de valeurs
- soit en utilisant les fonctions avancées (mais non explicitées) de la calculatrice.

 Il faut signaler que la valeur approchée obtenue avec la touche **trace** est directement liée à la fenêtre graphique choisie.

FENETRE Xmin=0 Xmax=3 Ymin=0 Ymax=7 Xrés=1	on aurait obtenu 
---	--

Par exemple avec

Les fonctions **minimum** et **maximum** calculent, elles, des valeurs approchées à 10^{-5} près.
Voir fiche 210

 Attention aux paramètres d'affichage : **Flott** ou 0123456789.

Dans le cas d'une virgule fixée, les valeurs affichées par les touches **calculs** le sont aussi sous ce modèle.

?

On considère la fonction f définie sur $[-10; 10]$ par : $f(x) = x^2 + 3x - 3$

1) L'objectif est de déterminer les graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 4$:

- en parcourant la courbe (fonction Trace).
- en utilisant le mode de résolution assistée de la calculatrice.

2) Conjecturer le nombre de solutions de $10x^3 - 151x^2 + 276x + 2457 = 0$ sur $[-10; 10]$.

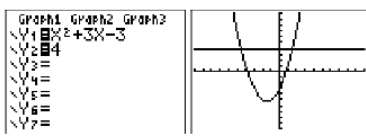
?

Saisir la fonction f et la représenter en Zoom Standard.

Pour commencer :

Placer la fonction f en Y1 et la droite $y = 4$ en Y2.

Représenter ces deux fonctions avec un **Zoom Standard**.



Question 1) a) Parcourir la courbe avec TRACE

Touche **trace**.

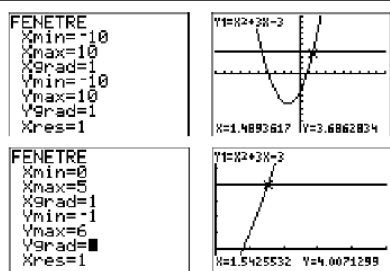
Parcourir la courbe de la fonction f et noter les coordonnées approximatives de l'intersection avec la droite $y = 4$.

Amélioration des résultats

Régler la fenêtre graphique comme ci-contre et recommencer l'opération décrite ci-dessus.

Noter les nouvelles coordonnées approximatives de l'intersection des 2 courbes.

Comment expliquer la différence ?



Question 1) b) Utilisation du mode de résolution assistée de la calculatrice.

Revenir au Zoom Standard.

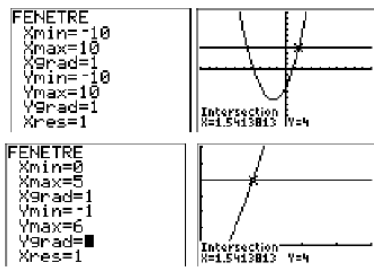
Utiliser l'instruction **CALC** (touches **2nde** et **trace**).

5 : intersect pour trouver les coordonnées du point d'intersection des deux courbes. Noter ces coordonnées.

Amélioration des résultats

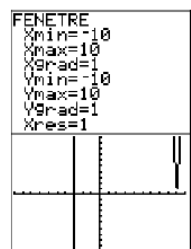
Régler la fenêtre graphique comme ci-contre et recommencer l'opération décrite ci-dessus. Noter les coordonnées des points d'intersection des 2 courbes.

Que peut-on remarquer cette fois-ci ?



Question 2) Résolution des équations

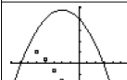
- Représenter la fonction f définie par $f(x) = 10x^3 - 151x^2 + 276x + 2457$ avec la fenêtre graphique ci-contre :
 - Que peut-on supposer quand au nombre de solutions de $f(x) = 0$?
 - Que donne alors l'utilisation de la résolution assistée ?
- instruction **zéro** (touches **2nde** et **trace**) choix **2**.
Borne Inf ≈ 8 , Borne Sup ≈ 9.5 , Valeur Init ≈ 9
- En réalité, cette équation admet 3 solutions dont une négative. Donner une valeur approchée de ces solutions.



⇒ Commentaires

- L'objectif de cette activité est de montrer que la résolution purement graphique, utilisant donc la courbe et par exemple le mode Trace a une précision qui est très étroitement liée aux unités choisies pour la représentation graphique alors que la résolution assistée par calculatrice elle n'en dépend pas.
- La dernière question quant à elle amène à interroger les élèves sur ce que la calculatrice montre, et à non pas se méfier de la calculatrice mais simplement de rester critique vis-à-vis d'un écran aux dimensions et à la précision modestes.

⇒ Problèmes pouvant être rencontrés

Problème rencontré	Comment y remédier
ERR : SYNTAXE 1 : Quitter 2 : Voir	L'expression de la fonction est mal saisie. Par exemple : $-X^2$ doit être saisi en utilisant (-) et non pas - .
ERR : VAL FENETRE 1 : Quitter	Touche fenêtre La fenêtre graphique est mal définie . (Par exemple on a saisi des valeurs telles que : $X_{min} \geq X_{max}$)
	2nde (f(x)) (STAT PLOT) 4 : GraphNAff Une série statistique est représentée.

V- Expressions algébriques - Equations

1- Développer

Développer c'est transformer un **produit en somme**.

$$(2x+1)(3x-1) = 6x^2 - 2x + 3x - 1 = 6x^2 + x - 1$$

Dans l'expression précédente, on a développé, puis réduit (en écrivant $-2x + 3x$ sous la forme x) puis ordonné selon les puissances décroissantes de x (x^2 d'abord, puis x et enfin la constante)

Pour effectuer un développement, on utilise très souvent les identités remarquables :

. Distributivité

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

. Identités remarquables

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2. Factoriser

Factoriser c'est transformer une **somme en produit**.

La somme : $2x+6$ peut s'écrire :

$2 \times x + 2 \times 3$ et encore :

$2 \times (x+3)$ on a utilisé à l'envers la formule de distributivité : $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$

Au départ : $2x+6$: une somme

A l'arrivée : $2 \times (x+3)$: un produit

Sur le modèle précédent, factoriser :

$$14y-28 =$$

$$9x^2+3x+12 =$$

1^{er} cas : Il y a un facteur commun

$$A = 4x^2 + 2x - 12$$

*2 est un facteur commun
aux 3 termes de la somme*

$$= 2(2x^2 + x - 6)$$

$$B = 20x^3 + 12x^2 - 28x$$

*4x est un facteur commun
aux 3 termes de la somme*

$$= 4x(5x^2 + 3x - 7)$$

$$C = (2x+3)(x-1) - (2x-3)(2x+3)$$

*(2x+3) est un facteur
aux 2 termes de la somme*

$$= (2x+3)[(x-1) - (2x-3)]$$

$$= (2x+3)(x-1-2x+3)$$

attention aux signes !

$$= (2x+3)(-x+2)$$

$$D = (5x-3)(2x+1) - (5x-3) + (x+1)(5x-3)$$

*(5x-3) est un facteur
aux 3 termes de la somme*

$$= (5x-3)[(2x+1) - 1 + (x+1)]$$

*Il y a 3 termes dans la somme
donc il y a 3 termes dans le crochet !*

$$= (5x-3)(3x+1)$$

$$(5x-3) = (5x-3) \times 1 !!!$$

2^{ème} cas : Il y a une ou plusieurs identités remarquables

1. Factorisons l'expression $x^2 - 49$.

Remarquons que nous avons là une expression de la forme $a^2 - b^2$ où a vaut x et b , 7.

Ayant remarqué cela, on obtient :

$$x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$$

2. Pour factoriser $x^2 - 4x + 4$, on remarque que l'expression est du type :

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

où $a = x$ et $b = 2$.

$$\text{On a alors : } x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

3. Soit à factoriser l'expression suivante : $9x^2 - 12x + 4$

On peut y reconnaître : $(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$

C'est-à-dire : $(3x - 2)^2$

On a reconnu le développement du *carré d'une différence*.

3. EQUATIONS

a. Equations du premier degré

Résoudre une équation à une inconnue x dans $\mathbb{R}$, c'est déterminer l'ensemble des réels x vérifiant l'équation.

Cet ensemble est appelé ensemble des solutions de l'équation.

Il faut retenir les 5 principes suivants :

→ Lorsqu'on ajoute un même réel aux deux membres d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui a les mêmes solutions que la précédente.

→ Soustraire, c'est en fait ajouter l'opposé.

→ Lorsqu'on multiplie les deux membres d'une équation par un réel non nul, on obtient une nouvelle équation qui a les mêmes solutions que la précédente.

→ Diviser, c'est multiplier par l'inverse.

→ Dire deux équations sont équivalentes c'est dire qu'elles ont les mêmes solutions.

Exercice :

Résoudre les équations suivantes :

A) $2x + 1 = x + 4$

B) $x = x - 15$

C) $2x + 3 = x + 5 - (2 - x)$

b. Equations « produit » : $A(x)B(x) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul

C'est à dire : $X \times Y = 0 \Leftrightarrow X = 0$ ou $Y = 0$.

$$\text{Résolution de l'équation } (x+5)(2-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+5=0 \\ \text{ou} \\ 2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ \text{ou} \\ x=2 \end{cases} \quad S = \{-5 ; 2\}$$

Exercice

Résoudre :

$$(2x+3)(-x-5)=0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x+1)^2 - (2x-1)^2 = 0$$

EXERCICES Livre p 48 Ex 18 à 29

Grille d'auto évaluation (Classe de Seconde)

Le minimum à savoir faire dans ce chapitre

A : Acquis au jour d'aujourd'hui

EA : En cours d'acquisition au jour d'aujourd'hui

NA : Non acquis au jour d'aujourd'hui

	A	EA	NA
Savoir distinguer la courbe représentative et la fonction.			
Savoir tracer une courbe connaissant l'expression de f .			
Savoir déterminer l'ensemble de définition graphiquement.			
Savoir déterminer l'ensemble de définition connaissant l'expression de f .			
Savoir déterminer l'image d'un nombre graphiquement.			
Savoir déterminer l'image d'un nombre algébriquement.			
Savoir démontrer que deux expressions sont identiques.			
Savoir transformer l'expression d'une fonction par développement.			
Savoir transformer l'expression d'une fonction par factorisation.			
Savoir utiliser l'expression la plus appropriée dans un calcul.			
Savoir déterminer les antécédents éventuels graphiquement.			
Savoir déterminer les antécédents éventuels par le calcul.			
Savoir résoudre graphiquement des équations.			
Savoir déterminer algébriquement les valeurs pour lesquelles $f(x)=g(x)$.			
Savoir déterminer graphiquement les valeurs pour lesquelles $f(x)=g(x)$.			
Savoir résoudre graphiquement des inéquations du type $f(x)<k$.			
Savoir résoudre graphiquement des inéquations du type $f(x)<g(x)$.			
Savoir traduire une fonction par des algorithmes.			
Savoir traduire un algorithme par une fonction.			
Savoir déterminer une image ou les antécédents par un algorithme.			
Savoir résoudre des problèmes utilisant des fonctions.			