



# INSTITUT MBACKÉ MATHS

**COURS PRIVÉS EN LIGNE**

**(+221) 70 713 09 21**

Matière : MATHÉMATIQUES

Niveau : Seconde S

## CALCUL DANS IR

### I) Puissance dans $\mathbb{R}$ :

#### 1) Définition :

Soit un  $a$  un réel ( $a \in \mathbb{R}$ ) et  $n$  un entier naturel non nul ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

On appelle  $a$  exposant  $n$  noté  $a^n$  le réel défini par :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

❖ Exemple :

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

#### 2) Propriétés :

Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$  non nuls ( $a, b \in \mathbb{R}^*$ ) et pour tous nombres entiers relatifs  $m$  et  $n$  ( $m, n \in \mathbb{Z}$ ), on a les propriétés suivantes :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{a \times n}$$

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

**NB :** Conventionnellement on a pour tout réel  $a$  :

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \text{ avec } a \neq 0$$

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n & \text{si } n \text{ est pair} \\ -a^n & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

### ❖ Application :

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{(3^4 \times 2^{-3})^3}{(9^{-1} \times 2^2)^4} ; B = \frac{(-3^4) \times (-27)^2}{(-8)^3 \times (2^4)^{-2}}$$

### 3) Rappels et compléments sur les identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

### 4) Calcul avec les radicaux :

#### Propriétés :

Soient a et b deux réels strictement positifs.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n$$

$$\sqrt{a^{2n+1}} = a^n \sqrt{a}$$

#### Attention !!!

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

**NB :** La racine carrée d'un nombre n'est jamais négative. La racine carrée d'un nombre négative n'existe pas !

### II) Ordre et opérations dans $\mathbb{R}$ :

#### ● Propriétés :

Soient a, b, c et d des réels, on a les propriétés suivantes :

1. Si  $a \leq b$  alors  $a + c \leq b + c$

2. Si  $a \leq b$  alors  $\begin{cases} a \times c \leq b \times c & \text{si } c > 0 \\ a \times c \geq b \times c & \text{si } c < 0 \end{cases}$

3.  $(a, b, c, d) > 0$ . Si  $a \leq b$  et  $c \leq d$  alors  $ac \leq bd$

4. Si  $a > 0$  et  $b > 0$  alors  $a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2$

5. Si  $a < 0$  et  $b < 0$  alors  $a \leq b \Leftrightarrow a^2 \geq b^2$

6. Si  $a > 0$  et  $b > 0$  alors  $a \leq b \Leftrightarrow \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

7. Si  $(a > 0 \text{ et } b > 0)$  ou bien  $(a < 0 \text{ et } b < 0)$  alors  $a \leq b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

8. Pour comparer deux réels  $a$  et  $b$ , on peut étudier le signe de leur différence. En effet :

i. Si  $a - b < 0$  alors  $a < b$

ii. Si  $a - b = 0$  alors  $a = b$

iii. Si  $a - b > 0$  alors  $a > b$

❖ **Application :**

Soient  $a, b$  et  $c$  et  $d$  des réels.

1) Montrer que  $a^2 + b^2 \geq 2ab$

2) En déduire que :

i)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$

ii)  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq (a + b)(c + d)$

3) Soient  $x$  et  $y$  deux réels de même signe.

Montrer que  $(x + y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4$ .

**III) Valeur absolue :**

**1) Définition :**

La valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée  $|x|$ , est le nombre réel défini par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

**2) Propriétés :**

♦  $|a \times b| = |a| \times |b|$

♦  $|a| = |-a|$

♦  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$  (avec  $b \neq 0$ )

♦  $|a^2| = |a|^2 = a^2$

♦  $|a + b| \leq |a| + |b|$  (inégalité triangulaire)

♦  $|a^n| = |a|^n$  (avec  $a \neq 0$  ou  $n \neq 0$ )

♦  $|a - b| = |b - a|$

**NB :** La valeur absolue d'un nombre n'est jamais négative.

### 3) Distance entre deux réels :

Soient  $x$  et  $y$  deux réels donnés. On appelle distance entre  $x$  et  $y$  notée  $d(x ; y)$ , le réel défini par :

$$d(x ; y) = |x - y|$$

#### ► Propriétés :

- ◆  $d(x ; y) = d(y ; x)$
- ◆ Si  $x > y$  alors  $d(x ; y) = x - y$
- ◆ Si  $x < y$  alors  $d(x ; y) = y - x$
- ◆ Si  $x = y$  alors  $d(x ; y) = 0$
- ◆  $d(x ; y) \leq d(x ; z) + d(z ; y)$

**NB :** La distance n'est jamais négative.

#### ❖ Application :

Ecrire sans symbole de valeur les réels suivants :

$$|-\sqrt{128}| \quad ; \quad |2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}| \quad ; \quad |3x + 9|$$

### IV) Equations et Inéquations :

#### 1) Equations du type $|ax + b| = c$ (avec $c \geq 0$ ) :

$$|ax + b| = c \text{ ssi } ax + b = c \text{ ou } ax + b = -c$$

#### ❖ Exemple :

$$|x\sqrt{3} - 5| = 2 \Rightarrow x\sqrt{3} - 5 = 2 \text{ ou } x\sqrt{3} - 5 = -2$$

$$\Rightarrow x\sqrt{3} = 7 \text{ ou } x\sqrt{3} = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{\sqrt{3}} \text{ ou } x = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7\sqrt{3}}{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}$$

$$S = \left\{ \frac{7\sqrt{3}}{3} ; \sqrt{3} \right\}$$

## 2) Equations du type $|ax + b| = cx + d$ :

❖ Exemple :

$$|3x - 1| = x + 4$$

Cherchons le domaine de validité  $D_v$  :

$$\text{L'équation existe ssi } x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4 \Rightarrow D_v = [-4; +\infty[$$

$$|3x - 1| = x + 4 \Rightarrow 3x - 1 = x + 4 \text{ ou } 3x - 1 = -(x + 4)$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = x + 4 \text{ ou } 3x - 1 = -x - 4$$

$$\Rightarrow 3x - x = 4 + 1 \text{ ou } 3x + x = -4 + 1$$

$$\Rightarrow 2x = 5 \text{ ou } 4x = -3$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = -\frac{3}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2}; -\frac{3}{4} \right\}$$

## 3) Equations du type $|ax + b| = |cx + d|$ :

$$|ax + b| = |cx + d| \text{ ssi } ax + b = cx + d \text{ ou } ax + b = -(cx + d)$$

$$|ax + b| = |cx + d| \text{ ssi } ax + b = cx + d \text{ ou } ax + b = -cx - d$$

❖ Exemple :

$$|2x\sqrt{5} + 2| = |x - 1| \Rightarrow 2x\sqrt{5} + 2 = x - 1 \text{ ou } 2x\sqrt{5} + 2 = -x + 1$$

$$\Rightarrow 2x\sqrt{5} - x = -1 - 2 \text{ ou } 2x\sqrt{5} + x = 1 - 2$$

$$\Rightarrow x(2\sqrt{5} - 1) = -3 \text{ ou } x(2\sqrt{5} + 1) = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3}{2\sqrt{5} - 1} \text{ ou } x = \frac{-1}{(2\sqrt{5} + 1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3(2\sqrt{5} + 1)}{(2\sqrt{5})^2 - 1^2} \text{ ou } x = \frac{-1(2\sqrt{5} - 1)}{(2\sqrt{5})^2 - 1^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6\sqrt{5} - 3}{19} \text{ ou } x = \frac{-2\sqrt{5} + 1}{19}$$

$$S = \left\{ \frac{-6\sqrt{5} - 3}{19}; \frac{-2\sqrt{5} + 1}{19} \right\}$$

### 3) Inéquations du type $|ax + b| \leq c$ :

➤ 1<sup>er</sup> cas :

Si  $c < 0$ , alors l'inéquation n'admet pas de solution (la valeur absolue d'un nombre n'est jamais négative).

$$S = \emptyset$$

➤ 2<sup>ème</sup> cas :

Si  $c > 0$ , alors on aura :

$$|ax + b| \leq c \Leftrightarrow -c < ax + b < c$$

❖ Exemple :

$$\begin{aligned} |-3x + 1| &\leq 4 &\Leftrightarrow -4 &\leq -3x + 1 \leq 4 \\ &\Rightarrow -4 - 1 &\leq -3x \leq 4 - 1 \\ &\Rightarrow -5 &\leq -3x \leq 3 \\ &\Rightarrow \frac{-5}{-3} &\geq x \geq \frac{3}{-3} \\ &\Rightarrow \frac{5}{3} &\geq x \geq -1 \\ &\Rightarrow -1 &\leq x \leq \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$S = \left[ -1 ; \frac{5}{3} \right]$$

### 5) Inéquations du type $|ax + b| \geq c$ :

$$|ax + b| \geq c \Leftrightarrow ax + b \geq c \text{ ou } ax + b \leq -c$$

❖ Exemple :

$$\begin{aligned} |-2x + 3| &\geq 4 &\Leftrightarrow -2x + 3 &\geq 4 \text{ ou } -2x + 3 \leq -4 \\ &\Rightarrow -2x &\geq 4 - 3 \text{ ou } -2x &\leq -4 - 3 \\ &\Rightarrow -2x &\geq 1 \text{ ou } -2x &\leq -7 \\ &\Rightarrow x &\leq -\frac{1}{2} \text{ ou } x &\geq \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$S = \left] -\infty ; -\frac{1}{2} \right] \cup \left[ \frac{7}{2} ; +\infty \right[$$

**6) Inéquations du type  $|ax + b| \leq |cx + d|$  ( $\geq$ ;  $<$ ;  $>$ ) :**

$$|ax + b| \leq |cx + d| \Leftrightarrow |ax + b|^2 \leq |cx + d|^2 \Leftrightarrow (ax + b)^2 \leq (cx + d)^2$$

❖ Exemple :

$$|-3x + 1| < |2x + 4| \Leftrightarrow (-3x + 1)^2 < (2x + 4)^2 \Rightarrow (-3x + 1)^2 - (2x + 4)^2 < 0$$

$$[(-3x + 1) + (2x + 4)][(-3x + 1) - (2x + 4)] < 0$$

$$(-3x + 1 + 2x + 4)(-3x + 1 - 2x - 4) < 0$$

$$(-x + 5)(-5x - 3) < 0$$

$$\text{Posons } (-x + 5)(-5x - 3) = 0 \Rightarrow -x + 5 = 0 \text{ ou } -5x - 3 = 0$$

$$x = 5 \text{ ou } x = -\frac{3}{5}$$

| $x$             | $-\infty$ | $-\frac{3}{5}$ | $5$ | $+\infty$ |   |
|-----------------|-----------|----------------|-----|-----------|---|
| $-x+5$          | +         | +              | 0   | -         |   |
| $-5x-3$         | +         | 0              | -   | -         |   |
| $(-x+5)(-5x-3)$ | +         | 0              | -   | 0         | + |

$$S = \left] -\frac{3}{5} ; 5 \right[$$

**Institut**

**MBACKÉ MATHS**

*Plus vous vous exercez, plus vous vous améliorez*



**INSTITUT MBACKÉ MATHS**

Cours privées en ligne International en MATHS, PC, SVT



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

$$-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$V = Lwh$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

# Cours privés en ligne international

(Année 2023-2024)

## Niveau

Terminale S2 // S1

Première S2 // S1

3eme

Seconde S

## Options au choix

Option A Maths - PC -SVT

Option B Maths - PC

Option C Maths

Annales avec correction en vidéo réservés aux élèves des cours en ligne

**Les cours débutent le 7 Novembre 2023.**

Les inscriptions ont démarrées et se poursuivent

**Inscrivez-vous maintenant au +221 70 713 09 21**



Faites-vous encadrer par des **professeurs réputés au Sénégal**



Obtenez notre fascicule réservés aux membres des cours en ligne de l'Institut Mbacké Maths



Faites parti des **meilleurs de votre classe** et réussissez votre année avec distinction



**Mbacké Maths**

Visitez notre chaine Youtube



+221 70 713 09 21



mbaces883@gmail.com



Dakar, Sénégal