

LA TRIGONOMETRIE :

Séquence 1 : Usage des matériels de géométrie.

1. La Règle :

Activité :

- 1) Quels sont les types de règles que vous connaissez ?
- 2) Citer les usages de chacune d'elles.

Consigne :

C₁ : Travail en groupe.

C₂ : Les réponses doivent être claires et précises.

Synthèse partielle :

Il existe deux types de règles : Règle graduée(RG) et Règle non graduée(RNG).

- ❖ RNG sert à :
 - Tracer une droite ; une demi-droite ; un segment de mesure non donnée.
- ❖ RG sert à :
 - Tracer une droite ; une demi-droite ; un segment.
 - Mesurer un segment.
 - Comparer les longueurs de 2 segments.

2. L'Equerre :

Activité :

- 1) Quels sont les types d'Equerres que vous connaissez ?
- 2) Citer les usages de chacune d'elles.

Consigne :

C₁ : Travail en groupe.

C₂ : Les réponses doivent être claires et précises.

Synthèse partielle :

Il existe deux types d'Equerres qui ont toutes un angle droit. Elles différencient par les autres angles dont les mesures sont 45° et 45° ou 30° et 60°.

L'Equerre sert à :

- Construire des angles droits ;
- Vérifier si un angle est droit ou non ;
- Vérifier si un angle est obtus ou aigu ;
- Construire des angles remarquables.

3. Le Compas :

Activité :

Citer les usages du compas.

Consigne :

C₁ : Travail en groupe.

C₂ : Les réponses doivent être claires et précises.

Synthèse partielle

Le compas sert à :

- ☞ Tracer un arc de cercle, un cercle.
- ☞ Reporter la longueur ;
- ☞ Comparer les angles.

4. Rapporteur :

Activité :

Consigne :

C₁ : Travail en groupe.

C₂ : Les réponses doivent être claires et précises.

Synthèse partielle :

Le rapporteur sert à :

- ☞ Mesurer les angles ;
- ☞ Comparer les mesures d'angles ;
- ☞ Construis un angle de mesure donné ;
- ☞ Vérifier si angle est obtus ou aigu.
- ☞ Construis un arc de cercle ; un cercle.

Remarque :

Au de la de ces usages ; il existe d'autres usages de chacun de ces matériels

Evaluation :

- 1) Trace deux (2) droites parallèles en utilisant uniquement :
 - a) La règle et l'équerre ;
 - b) La règle et le compas.
 - c) La règle et le rapporteur
- 2) Construis un triangle **IBK** tels que **IB = 3 cm**, **IK = 4 cm** et **BK = 5 cm**.
- 3) Construis **MLI** tel que $\widehat{M} = 45^\circ$, **ML = 4 cm** et **MI = 5 cm**.

Séquence2

I/Rapport Trigonométrie

Activité

- 1) Construis un triangle **GAO** rectangle en **G**.
- 2) Préciser l'hypoténuse de **GAO**.
- 3) Préciser le côté opposé et le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$, puis à l'angle $\widehat{O}$.
- 4) On pose $\widehat{A} = \alpha$, **GA = a**, **AO = b** et **OG = c**.
Exprimer **cos α** , **sin α** , **tan α** en fonction de **a**, **b** et **c**.

Consigne :

C₁ : l'hypoténuse est le côté qui fait face à l'angle droit.

C₂ :

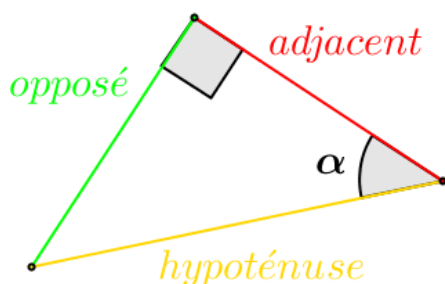
☞ $\sin \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\text{coté adjacent à } \alpha}{\text{hypothénuse}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{coté adjacent à } \alpha}$$

Synthèse Partielle :

Dans un triangle rectangle, si l'on s'intéresse à un angle aigu α on a :



$$\sin \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{hypothénuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{coté adjacent à } \alpha}{\text{hypothénuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{coté adjacent à } \alpha}$$

Remarque :

1) L'hypoténuse étant le plus grand côté alors cosinus et sinus sont plus petit que 1

2) Il existe d'autres rapports trigonométriques :

$$- \text{Sécante} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$- \text{Cosecante} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$- \text{Cotangente} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$3) \forall \alpha \in \mathbb{R}; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

II. Relations métriques :

Activité 1 :

Soit un triangle BON rectangle en B ; on désigne par H le pied de la hauteur issue de B .

1. Calculer $\cos \hat{O}$ dans les triangles BON et BOH . En déduire OB^2 en fonction de OH et ON . Noter cette relation (1).
2. Calculer $\cos \hat{N}$ dans les triangles BON et BHN . En déduire BN^2 en fonction de NH et ON . Noter cette relation (2).
3. En utilisant les relations (1) e (2), en déduire ON^2 en fonction de OB^2 et BN^2 .

Consigne :

C1 : travail en groupe

C2 : les réponses doivent être claires et précises.

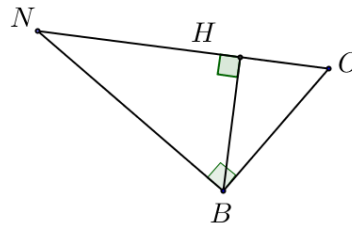
Synthèse partielle :

D'après l'activité on a :

$$\Rightarrow OB^2 = ON \times OH$$

$$\Rightarrow BN^2 = ON \times NH$$

$$\Rightarrow OB^2 + NB^2 = ON^2$$



Théorème :

Dans un triangle rectangle l'hypoténuse au carré est égal à la somme des carrés des deux autres côtés : c'est le théorème de Pythagore.

Activité2 :

Considérons le triangle BON de l'activité précédente, désignons par α l'angle $\hat{O}$.

1. Calculer $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
2. En utilisant le théorème de Pythagore, établir une relation entre $\cos^2 \alpha$ et $\sin^2 \alpha$.

Consigne :

C₁ : Travail en groupe.

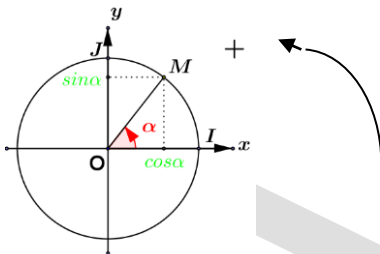
C₂ : Les réponses doivent être claires et précises.

Synthèse partielle :

Dans un triangle rectangle, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$; $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$: c'est la relation fondamentale de la trigonométrie.

Cercle trigonométrique :

On muni le plan d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$. on appelle cercle trigonométrique, le cercle de centre O et de Rayon l'unité Orienté dans le sens direct (sens contraire des aiguilles d'une montre).



Activité :

Soit (C) un cercle trigonométrique et M (a; b) un point de (C) ; On désigne par $\alpha = \text{mes}(\widehat{OI, OM})$.

1. Calculer $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
2. En déduire les coordonnées du point M en fonction de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.

Consigne : IDEM

Synthèse partielle :

Dans un cercle trigonométrique, l'axe des abscisses est l'axe des cosinus et l'axe des ordonnées est l'axe des sinus.

Remarque : $\forall \alpha \in \mathbb{R}$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ et $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$.

Mesures angulaires :

Activité :

Soit le cercle trigonométrique de centre O et $[\widehat{AOB}]$ un secteur angulaire de 45° .

1. Que vaut la longueur $L = \widehat{AB}$ (arc)
2. Calculer le rapport $\alpha = \frac{L}{R}$ (R est la Rayon du cercle).

Consigne : IDEM

Synthèse partielle :

1. Le Radian :

L'unité légale de mesure angulaire est le radian (rad). Un radian est représenté par un arc dont la longueur est égale à celle du rayon du cercle.

2. Le degré :

Ce système a pour origine le fait qu'une année dure approximativement 360 jours. Le degré correspond à l'angle ou à l'arc décrit par la terre en un jour.

Chaque degré est subdivisé soit en déci degré ; cent degré soit en 60 minute (') et chaque minutes en 60 secondes (").

3. Le grade :

Le grade est tel que le quadrant comporte 100grades. Chaque grade est subdivisé en déci grades (dgr) ; centigrades (dgr) ;.....

4. Le tour :

Utilisé en Physique, en Mécanique et même en Mathématique.

Angle droit = 0,25 tour

Angle plat = 0,5 tour

Angle complet = 1tour

Conversion angulaire :

1. Formule de conversion :

Soient r, d, g les mesures respectives d'un arc en radians, degrés, et grades. Avec les mêmes unités les mesures respectives du demi-tour sont π rad, 180° et 200 grades. $\frac{r}{\pi} = \frac{d}{180} = \frac{g}{200}$

2. Tableau de correspondance des angles remarquables :

Radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Degré	0	30	36	45	60	90
Grade	0	$\frac{100}{3}$	40	50	$\frac{200}{3}$	100

3. Table Trigonométrique des angles remarquables :

α (en degré)	0	30	45	60	90	180
α (en rd)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
α (en grade)	0	$\frac{100}{3}$	50	$\frac{200}{3}$	100	200
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cotan \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	

Rapports trigonométriques des angles Supplémentaires, Complémentaires :

1. Angles Supplémentaires :

a) Définition :

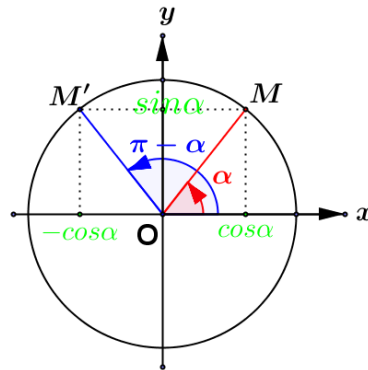
Deux angles sont dits supplémentaires si la somme de leur mesure est égale à 180° (π rd).

b) Activité :

Soient $\alpha = \frac{\pi}{6}$ et $\beta = \frac{5\pi}{6}$ comparer leurs cos et leurs sin puis conclure.

Consigne : IDEM

Synthèse partielle :



$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

☞ Deux angles **supplémentaires** ont **même sinus** et de **cosinus opposés**

2. Angles Complémentaires :

a) Définition :

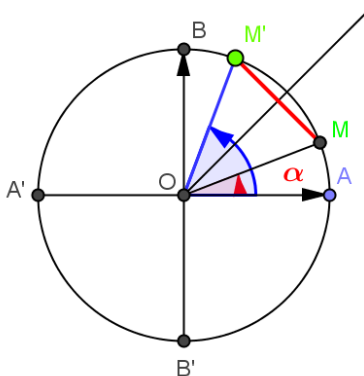
Deux angles sont dits complémentaires si la somme de leur mesure est égale à 90° .

b) Activité :

Soient deux angles x et y tels que : $x = \frac{\pi}{3}$ et $y = \frac{\pi}{6}$ Comparer $\sin x$ et $\cos y$ puis $\sin y$ et $\cos x$; conclure.

Consigne : IDEM

Synthèse partielle :



$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

Si Deux angles sont complémentaires le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.