

Classe : 10^{ème} Commune

Chapitre : 1 Durée : 10H

La Trigonométrie

Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologies**Compétences :** Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.**Composantes :** Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions et partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats.**Manifestations :** Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues ; Inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer.**Ressources :****Ressources humaines :** Professeur, élèves,**Ressources Matérielles :** Tableau, Livres ; cahier ; règle ; compas ; Equerre ; rapporteur

; Chiffon ; craie ...

Stratégies d'animation : Travaux en groupe (pédagogie active).

Contenu

Séquence 1 : Utilisation des matériels de géométrie, rapports trigonométriques dans un triangle rectangle (02 heures)**Activité 1**

- 1) Construire un triangle rectangle à l'aide de la règle et l'équerre.
- 2) Construire un triangle isocèle à l'aide :

a) Règle et compas ; b) Règle et rapporteur

3) Construire un triangle équilatéral à l'aide :

a) Règle et compas ; b) Règle et rapporteur

4) En déduire une définition de chacun de ces triangles ci-dessus.

Synthèse partielle :

- ✓ Un triangle rectangle est un triangle ayant un angle droit.
- ✓ Un triangle isocèle est un triangle ayant deux cotés égaux ou deux angles égaux.
- ✓ Un triangle équilatéral est un triangle ayant trois cotés égaux ou trois angles égaux.

Activité2a) construire un triangle ABC rectangle en A. sachant que l'angle $\hat{B}$ est noté α .b) Déterminer les rapports trigonométriques de l'angle α .**Synthèse Partielle :****Remarque :** $\operatorname{tga} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ et $\operatorname{cotga} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ **Evaluation1**

Soit EFG un triangle rectangle en E.

a) Calculer EF, sachant que $\cos \hat{F} = 0,3$ et $FG=10\text{cm}$ b) Calculer FG, sachant que $\cos \hat{F} = 0,3$ et $EF=7\text{cm}$ **Séquence 2 :** Relations métriques dans un triangle rectangle et changement d'unité en trigonométrie (02Heures).**1-Relation métriques dans un triangle rectangle :****Activité1 :**-Construire un triangle ABC rectangle en A, sachant que l'angle $\hat{B}$ est noté α .

-Appliquer le théorème de Pythagore au triangle ABC.

-Déterminer les rapports $\sin \alpha$ et $\cos \alpha$.

-Exprimer la relation du théorème de Pythagore en fonction de $\cos \alpha$ et de $\sin \alpha$.

Synthèse :

La relation : $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ est appelée la relation fondamentale de la trigonométrie

Evaluation :

En utilisant la relation fondamentale de la trigonométrie démontrer pour réel x , les relations suivantes :

$$1 - (\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2 \cos x \sin x ;$$

$$2 - \frac{1}{\sin x^2} = 1 + \cot^2 x$$

$$3 - \frac{1}{\cos x^2} = 1 + \tan^2 x$$

$$4 - \sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

2) Unité d'angle :

Les unités de mesure les plus utilisées sont : le degré (noté $^\circ$), le radian (noté rad) et le grade (noté grad)

2-1 Rapport entre les unités :

On sait que l'angle plat mesure 180 degré ou π radians ou 200 grades.

$$180^\circ = \pi \text{ rad} = 200 \text{ grad}$$

Le degré possède des sous-multiple qui sont : La minute (notée $'$) et la seconde (notée $''$)

$$1' = 60'' \text{ et } 1^\circ = 60'$$

Evaluation 1 :

Compléter le tableau ci-dessous :

$x(\text{rad})$			$\frac{\pi}{4}$			$\frac{\pi}{6}$
$x(^\circ)$	120				1500	
$x(\text{grad})$		450		350		

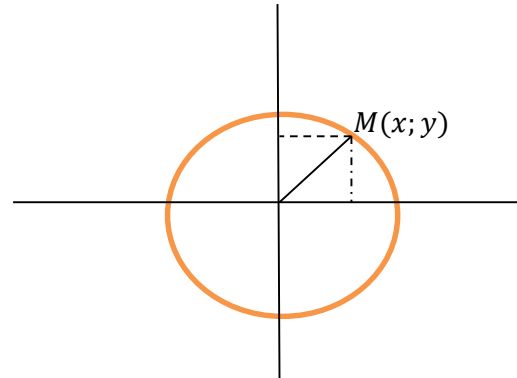
Evaluation 2 :

Convertir les angles suivants en minute puis en seconde : 15° , 113° et -25°

Séquence 3 : Représentation sur le cercle trigonométrique et rapport trigonométrique des angles remarquables (entre 0° et 180°)

1-Cercle trigonométrique :

Soit un repère orthonormé (O, I, J) . Le cercle de centre O et rayon 1 contenant les points $A(1; 0)$ et $B(0; 1)$ est appelé le cercle trigonométrique.



Activité :

Placer sur le cercle trigonométrique les angles suivants :

$$0^\circ (0 \text{ rad}), 30^\circ \left(\frac{\pi}{6} \text{ rad}\right), 45^\circ \left(\frac{\pi}{4} \text{ rad}\right), 60^\circ \left(\frac{\pi}{3} \text{ rad}\right); 90^\circ \left(\frac{\pi}{2} \text{ rad}\right);$$

$$150^\circ \left(\frac{5\pi}{6} \text{ rad}\right); 135^\circ \left(\frac{3\pi}{4} \text{ rad}\right); 120^\circ \left(\frac{2\pi}{3} \text{ rad}\right) \text{ et } 180^\circ (\pi \text{ rad})$$

A l'aide de :

- a) Règle et rapporteur ; b) Règle et compas

Synthèse :

2-Rapports trigonométriques des angles remarquables :

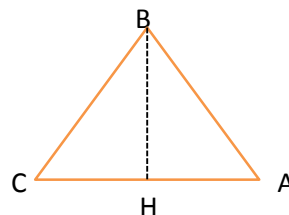
Activité :

OAB est un triangle équilatéral.

a) Quelle est la mesure en radian de l'angle O

b) Calculer $\cos \frac{\pi}{3}$; $\sin \frac{\pi}{3}$ puis $\tan \frac{\pi}{3}$

c) Trouver $\cos \frac{\pi}{6}$; $\sin \frac{\pi}{6}$ et $\tan \frac{\pi}{6}$



Synthèse :

On retiendra le tableau suivant :

$x(\text{rad})$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\text{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0

Séquence3 : Angles associés

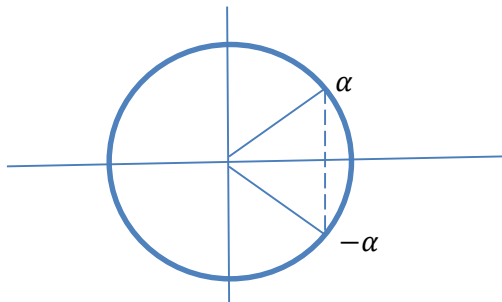
1-Angles opposés : (α et $-\alpha$)

Deux angles sont dits opposés si leur somme est nulle

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

$$\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg}(\alpha)$$



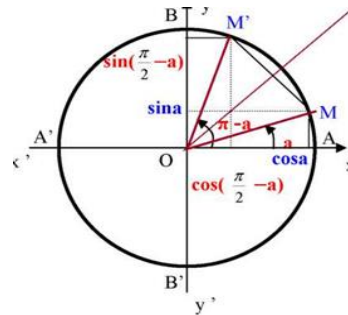
2-Angles complémentaires : (α et $\frac{\pi}{2} - \alpha$)

Deux angles sont dits complémentaires si leur somme est égale à 90° ou $\frac{\pi}{2}$ rad

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$



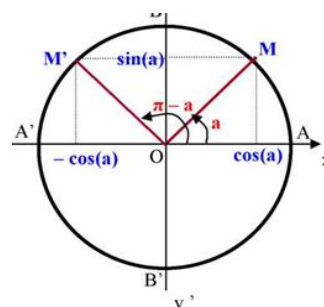
3-Angles supplémentaires : (α et $\pi - \alpha$)

Deux angles sont dits supplémentaires si leur somme est égale 180° ou π rad

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\text{tg}(\pi - \alpha) = -\text{tg} \alpha$$



4-Autres formules :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha \quad \text{et} \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha \quad \text{et} \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

Evaluation1 :

Calculer $\cos\pi$; $\sin\pi$; $\cos 150^\circ$; $\sin 150^\circ$

Evaluation2 :

Simplifier les expressions suivantes :

1) $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(-x) - \cos\frac{3\pi}{2}$

2) $B = \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \cos(-x)$