

TRIGONOMÉTRIE

I - Construction d'angles : (manipulations du matériel de géométrie)

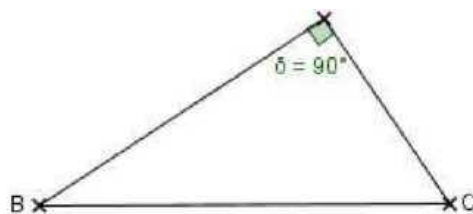
1. Activité :

Tâche1 :

- Construisez un triangle ABC rectangle en A à l'aide de la règle et l'équerre
- Construisez un triangle EFG isocèle à l'aide de la règle et le compas
- Construisez un triangle EFG isocèle à l'aide de la règle et le rapporteur
- Construisez un triangle IJK équilatéral à l'aide de la règle et le compas
- Construisez un triangle IJK équilatéral à l'aide de la règle et le rapporteur

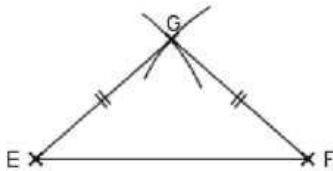
Réponses :

a) Règle et Équerre

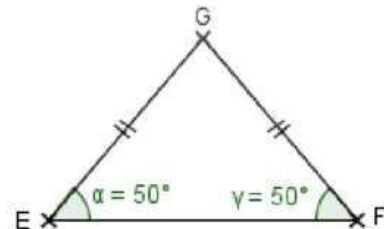


A

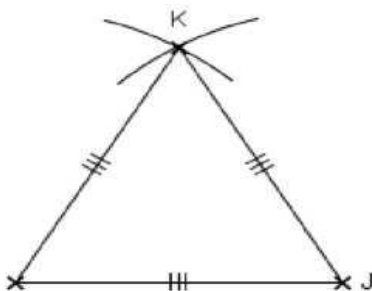
b) Règle et Compas



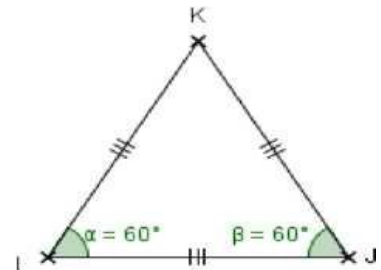
c) Règle et rapporteur



d) Règle et compas



e) Règle et rapporteur



Tâche2 :

A l'aide d'un rapporteur, effectuer la somme des mesures des trois angles de chaque triangle. **Conclure**

2. Remarque 1: Dans un triangle la somme des angles intérieurs est égale à 180° .

M. Dembélé

Page 1 76 34 32 34 / 66 34 32 34

« La réussite est proportionnelle au courage

inversement proportionnelle au carré de la paresse ! »

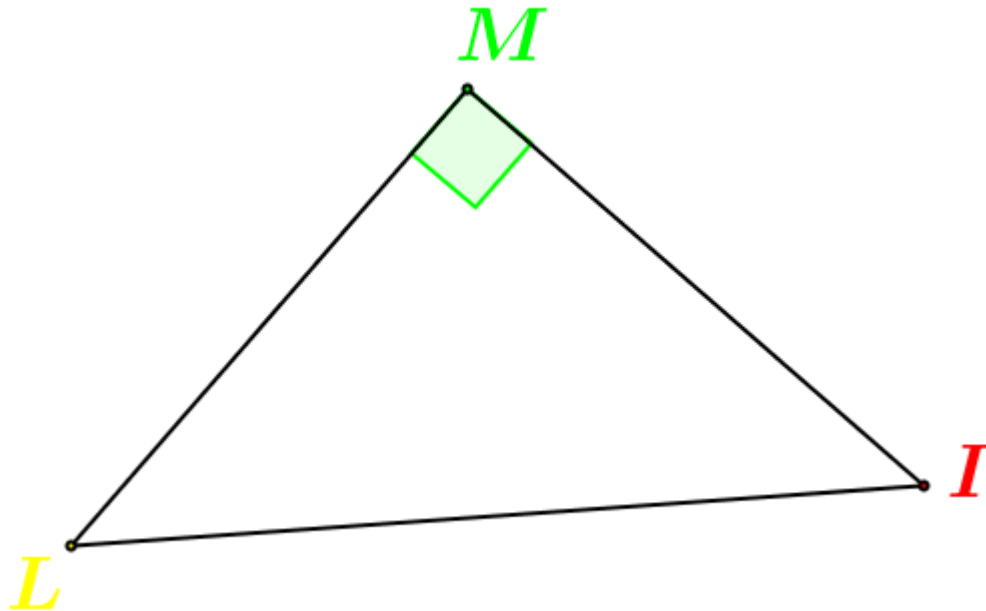
Page 1

II Triangle rectangle :

1. Relation métrique :

Activité :

- Construire un triangle rectangle MLI d'hypoténuse le côté LI .
- A l'aide d'une règle graduée et d'une calculatrice, comparer : LI^2 et $MI^2 + ML^2$.



Réponses :

Figure 1

$$LI^2 = MI^2 + ML^2$$

Remarque 3: (Théorème de Pythagore) Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

2. Les Rapports Trigonométriques :

Activité :

: Tâche1 :

- Construisez un triangle IBK rectangle en I tel que : l'angle $\widehat{BKI} = \alpha$.
- Déterminer les rapports trigonométriques : $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ et $\cotan \alpha$.

Réponses :

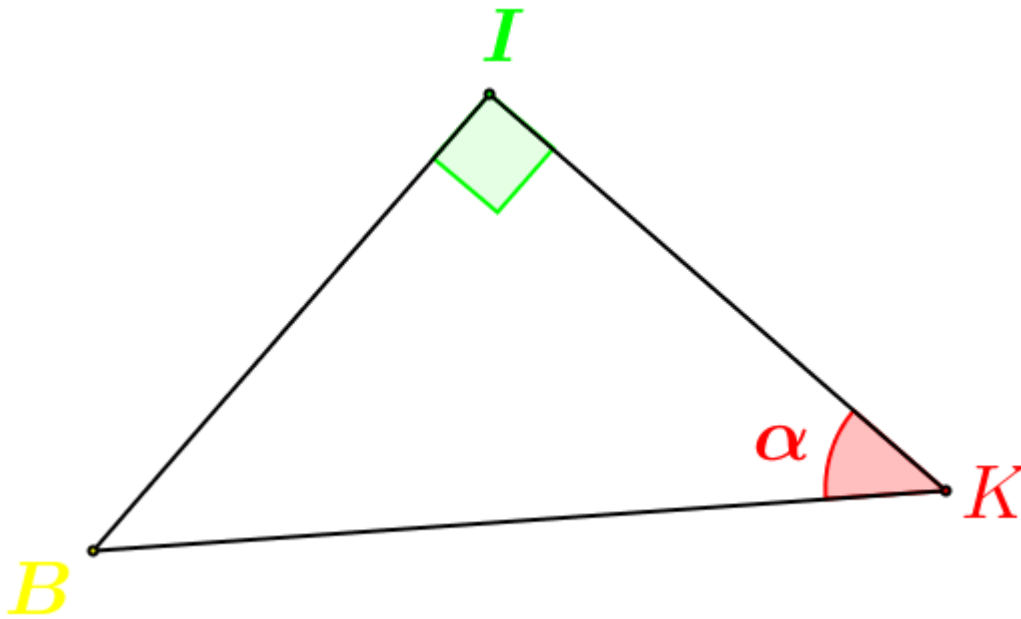


Figure 2

$\sin \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{hypothénuse}} = \frac{IB}{BK}$	$\tan \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{coté adjacent à } \alpha} = \frac{IB}{IK}$
$\cos \alpha = \frac{\text{coté adjacent à } \alpha}{\text{hypothénuse}} = \frac{IK}{BK}$	$\cotan \alpha = \frac{\text{coté adjacent à } \alpha}{\text{coté opposé à } \alpha} = \frac{IK}{IB}$

Tâche2 : comparer : $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ et $\tan \alpha$; $\cotan \alpha$ et $\frac{1}{\tan \alpha}$. **Conclure**

Remarque 2:

☞ $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$; $\cotan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$.

☞ En utilisant dans la figure 2, le théorème de Pythagore et la définition de $\sin \alpha$ et $\cos \alpha$; on a :

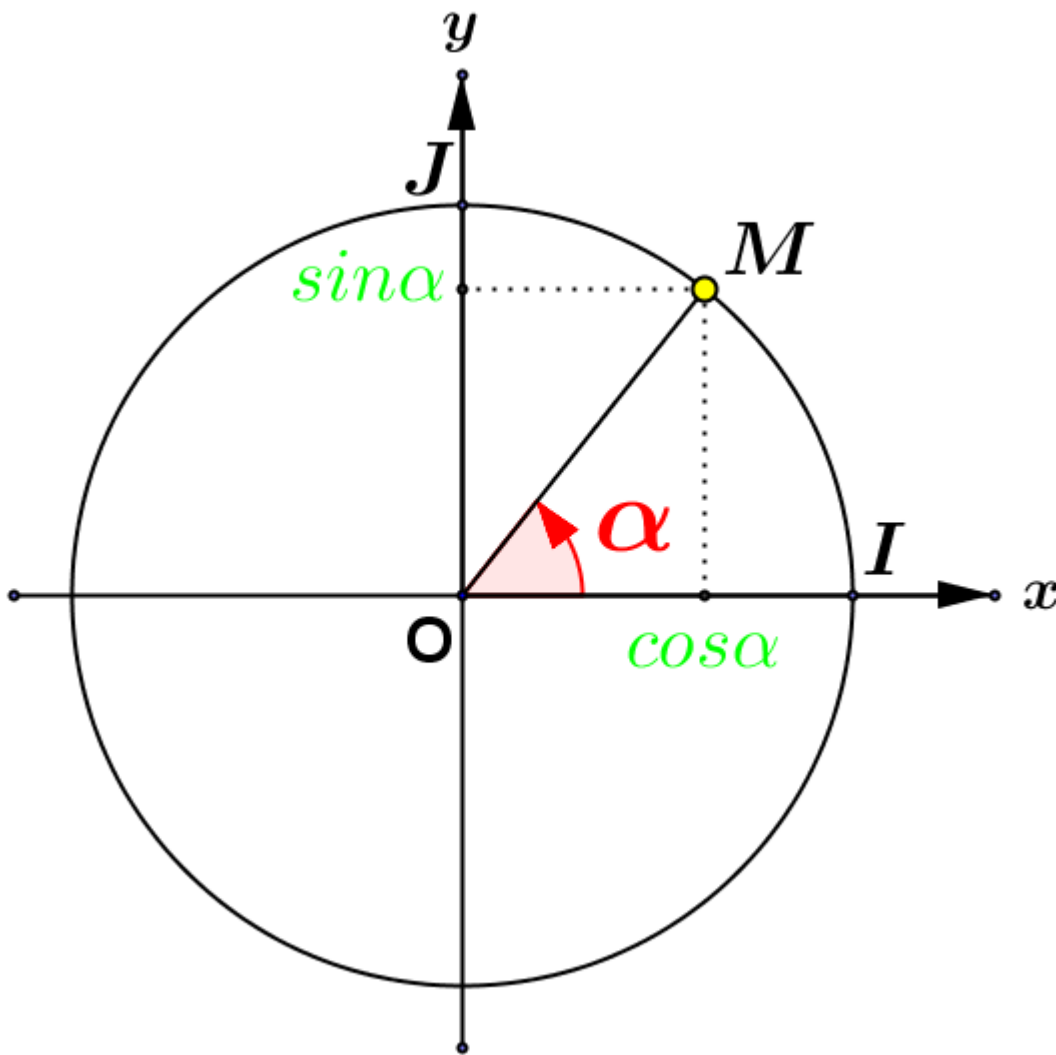
$$\begin{aligned}
 IB^2 + IK^2 &= BK^2 \\
 \Rightarrow \frac{IB^2}{BK^2} + \frac{IK^2}{BK^2} &= \frac{BK^2}{BK^2} \\
 \Rightarrow \left(\frac{IB}{BK}\right)^2 + \left(\frac{IK}{BK}\right)^2 &= 1 \\
 \Rightarrow \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha &= 1
 \end{aligned}$$

On conclue que :

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}; \quad \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

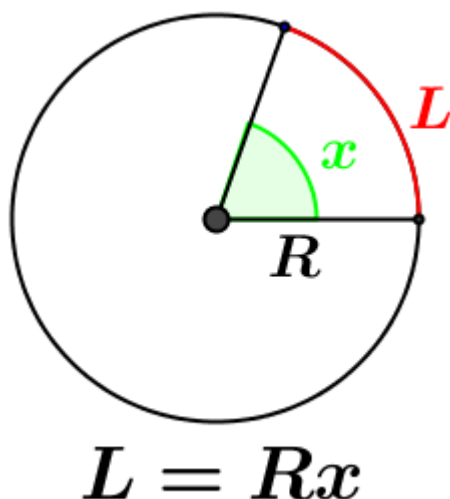
III- Cercle trigonométrique et Unités de mesures d'angles :

1) Définition du cercle trigonométrique :



- ☞ Munissons le plan d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$. Le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1 orienté dans le sens direct (*sens contraire des aiguilles d'une montre*).
- ☞ Soit M un point du cercle tel que α soit une mesure de l'angle orienté. On appelle **cosinus de α** et **sinus de α** , et on note $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$, les coordonnées du point M dans le repère $(O ; I ; J)$: $\overrightarrow{OM} = (\cos \alpha)\overrightarrow{OI} + (\sin \alpha)\overrightarrow{OJ}$.
 - On remarque donc que $\forall x \in \mathbb{R}; -1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$

2) Unités de mesures d'un angle :



La grandeur d'un angle est mesurée en **degrés ; en radians ; et en grades**.

Le radian est une unité de mesure des angles choisie de façon que l'angle plat (180°) mesure π radians. Ainsi, un arc de cercle de rayon R et d'angle x (en

*La réussite est proportionnelle au courage
et inversement proportionnelle au carré de la paresse ! ➤*

radians) a pour longueur :

$$L = R\alpha.$$

Remarque 3:

$$1^\circ = 60'$$

et

$$180^\circ = \pi \text{ rd} = 200 \text{ grs}$$

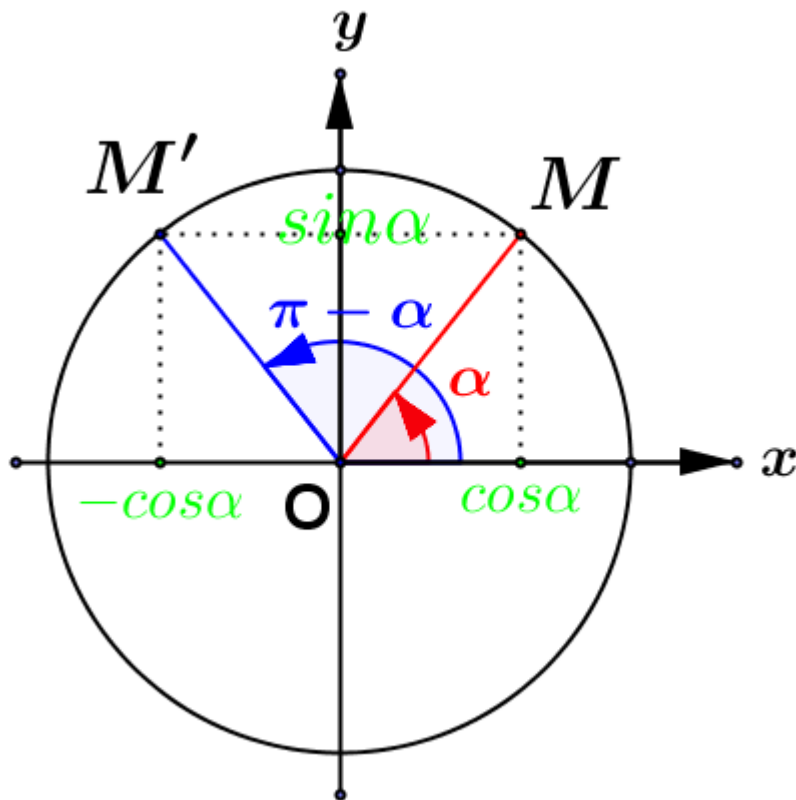
Le tableau ci-dessous rappelle les valeurs du sinus, du cosinus, du tangente et du cotangente pour des valeurs particulières de l'angle α .

α (en degré)	0	30	45	60	90	180
α (en rd)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cotan \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	

IV. Angles supplémentaires - Angles complémentaires :

1) Angles supplémentaires : Deux angles sont dits supplémentaires si leur **somme** est égale à 180° ou π radian.

Conséquence : $\pi - \alpha$ et α sont supplémentaires :



$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

☞ Deux angles **supplémentaires** ont **même sinus** et de **cosinus opposés**.

2) **Angles complémentaires** : Deux angles sont dits complémentaires si leur **somme** est égale à 90° ou $\frac{\pi}{2}$ **radian**.

Tapez une équation ici.