

TRIGONOMÉTRIE

I - Construction d'angles : (manipulations du matériel de géométrie)

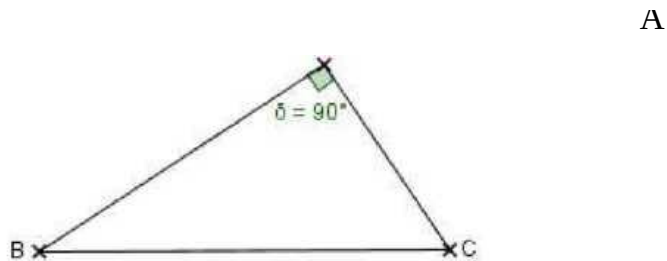
1. Activité :

Tâche1 :

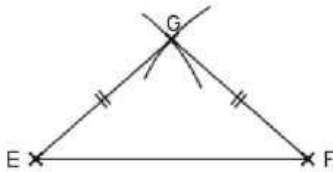
- Construisez un triangle ABC rectangle en A à l'aide de la règle et l'équerre
- Construisez un triangle EFG isocèle à l'aide de la règle et le compas
- Construisez un triangle EFG isocèle à l'aide de la règle et le rapporteur
- Construisez un triangle IJK équilatéral à l'aide de la règle et le compas
- Construisez un triangle IJK équilatéral à l'aide de la règle et le rapporteur

Réponses :

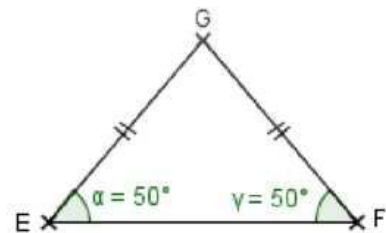
a) Règle et Équerre



b) Règle et Compas



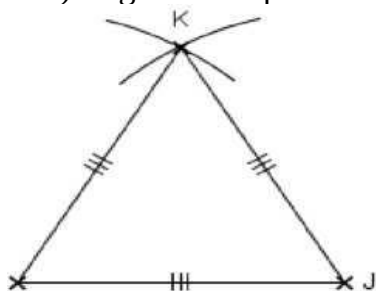
c) Règle et rapporteur



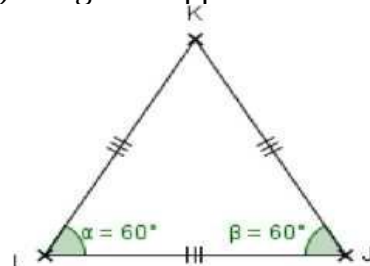
Tâche2 :

A l'aide d'un rapporteur, effectuer la somme des mesures des trois angles de chaque triangle. **Conclure**

d) Règle et compas



e) Règle et rapporteur



2. **Remarque 1:** Dans un triangle la somme des angles intérieurs est égale à 180° .

II Triangle rectangle :

1. Relation métrique :

Activité :

- Construire un triangle rectangle MLI d'hypoténuse le côté LI .
- A l'aide d'une règle graduée et d'une calculatrice, comparer : LI^2 et $MI^2 + ML^2$.

Réponses :

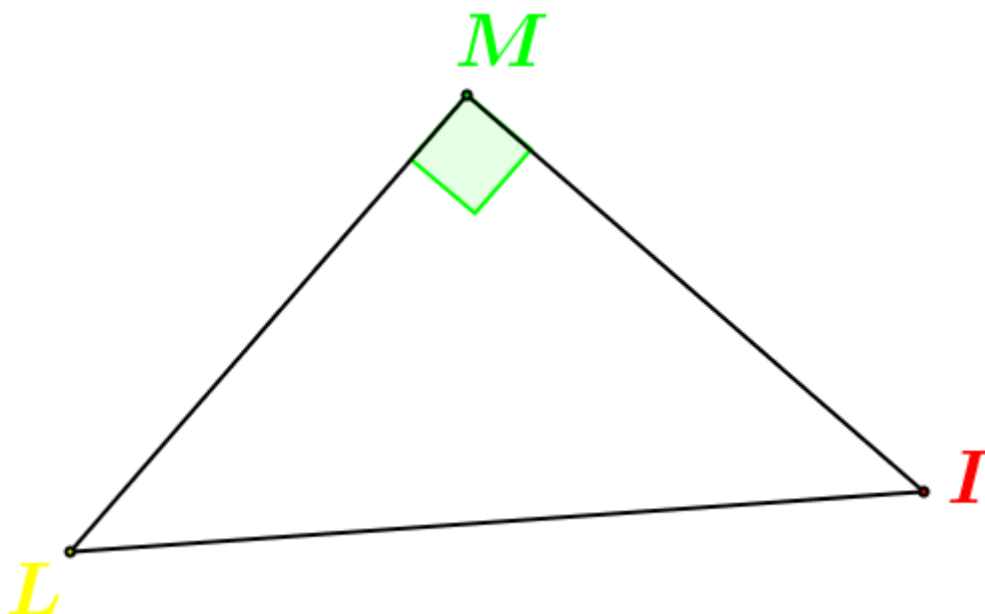


Figure 1

$$LI^2 = MI^2 + ML^2$$

Remarque 3: (Théorème de Pythagore) Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés.

2. Les Rapports Trigonométriques :

Activité :

: Tâche1 :

- Construisez un triangle IBK rectangle en I tel que : l'angle $\widehat{BKI} = \alpha$.
- Déterminer les rapports trigonométriques : $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ et $\cotan \alpha$.

Réponses :

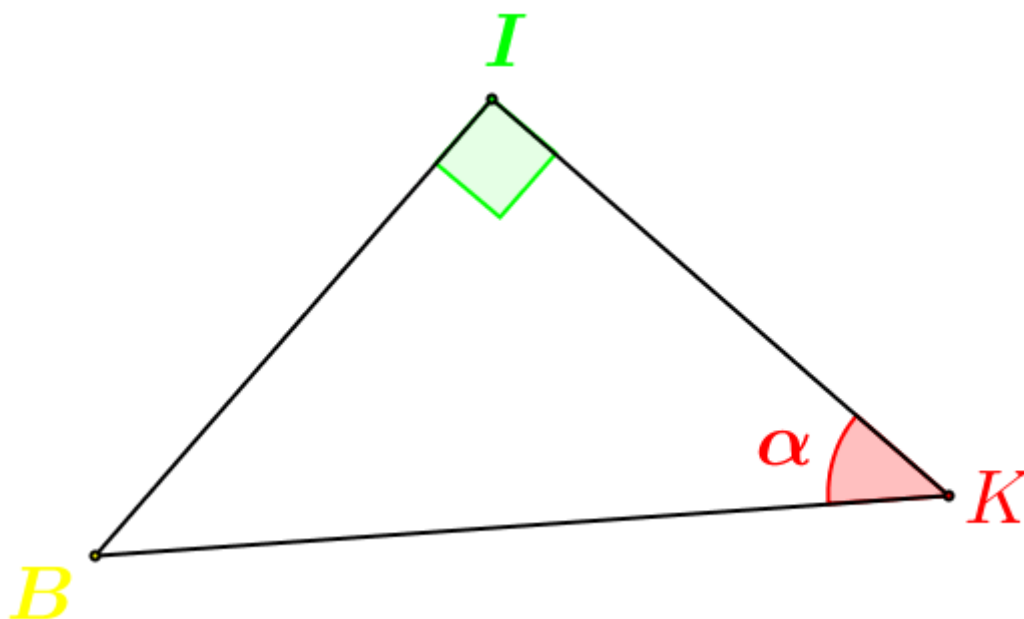


Figure 2

$\sin \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{hypothénuse}} = \frac{IB}{BK}$	$\tan \alpha = \frac{\text{coté opposé à } \alpha}{\text{coté adjacent à } \alpha} = \frac{IB}{IK}$
$\cos \alpha = \frac{\text{coté adjacent à } \alpha}{\text{hypothénuse}} = \frac{IK}{BK}$	$\cotan \alpha = \frac{\text{coté adjacent à } \alpha}{\text{coté opposé à } \alpha} = \frac{IK}{IB}$

Tâche2 : comparer : $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ et $\tan \alpha$; $\cotan \alpha$ et $\frac{1}{\tan \alpha}$. **Conclure**

Remarque 2:

☞ $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$; $\cotan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$.

☞ En utilisant dans la figure 2, le théorème de Pythagore et la définition de $\sin \alpha$

et $\cos \alpha$; on a :

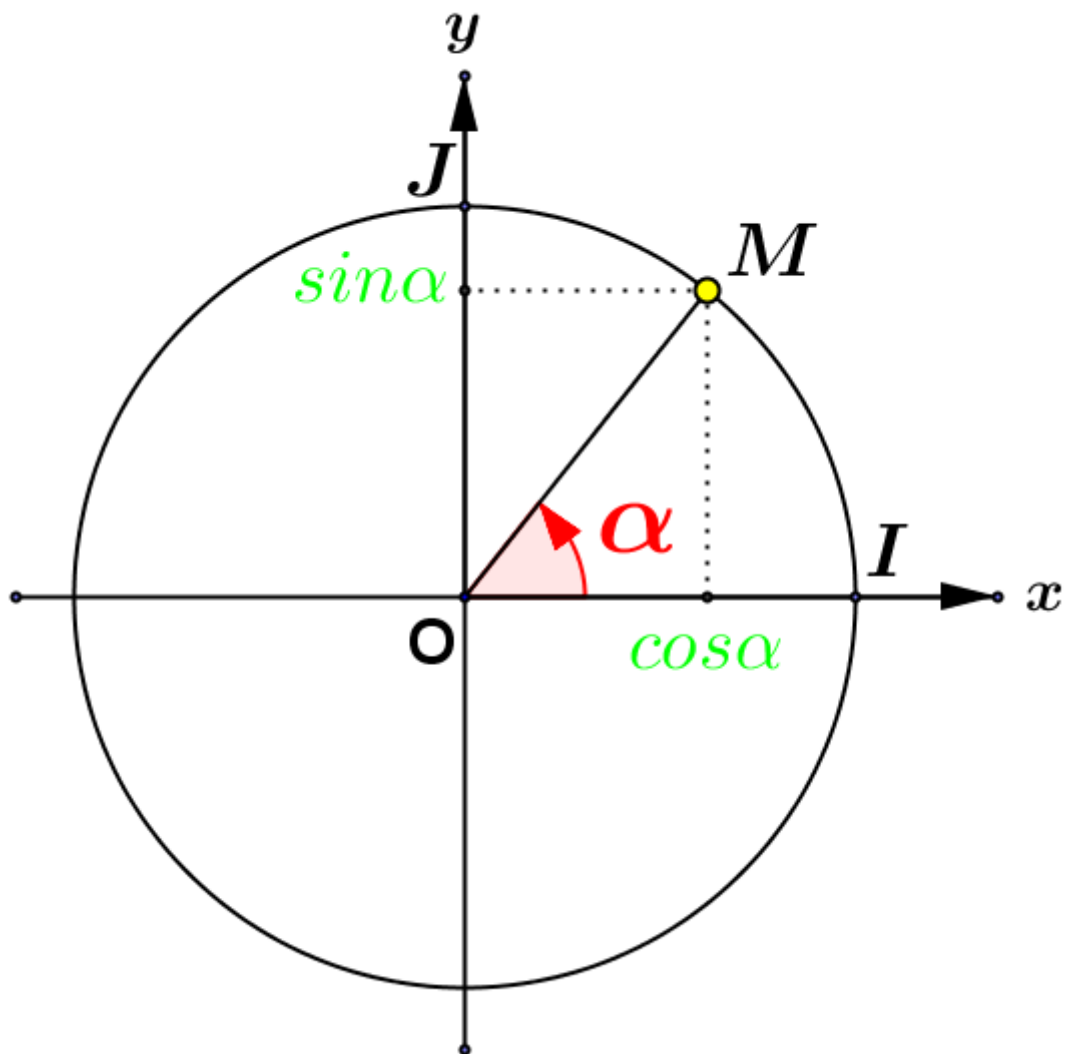
$$\begin{aligned} IB^2 + IK^2 &= BK^2 \\ \Rightarrow \frac{IB^2}{BK^2} + \frac{IK^2}{BK^2} &= \frac{BK^2}{BK^2} \\ \Rightarrow \left(\frac{IB}{BK}\right)^2 + \left(\frac{IK}{BK}\right)^2 &= 1 \\ \Rightarrow \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha &= 1 \end{aligned}$$

On conclue que :

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}; \quad \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

III- Cercle trigonométrique et Unités de mesures d'angles :

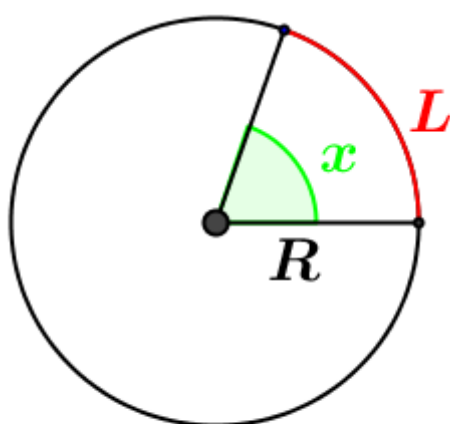
1) Définition du cercle trigonométrique :



- ☞ Munissons le plan d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$. Le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre **O** et de rayon **1** orienté dans le sens direct (*sens contraire des aiguilles d'une montre*).
- ☞ Soit **M** un point du cercle tel que **α** soit une mesure de l'angle orienté. On appelle **cosinus de α** et **sinus de α** , et on note **$\cos \alpha$** et **$\sin \alpha$** , les coordonnées du point **M** dans le repère $(O ; I ; J)$: $\overrightarrow{OM} = (\cos \alpha)\overrightarrow{OI} + (\sin \alpha)\overrightarrow{OJ}$.
 ➤ On remarque donc que $\forall x \in \mathbb{R}; -1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$

2) Unités de mesures d'un angle :

La grandeur d'un angle est mesurée en **degrés ; en radians ; et en grades**.



Le radian est une unité de mesure des angles choisie de façon que l'angle plat (**180°**) mesure **π radians**. Ainsi, un arc de cercle de rayon **R** et d'angle **x** (en radians) a pour longueur :

$$L = Rx.$$

$$L = Rx$$

Remarque 3:

$$1^\circ = 60'$$

et

$$180^\circ = \pi \text{ rd} = 200 \text{ grs}$$

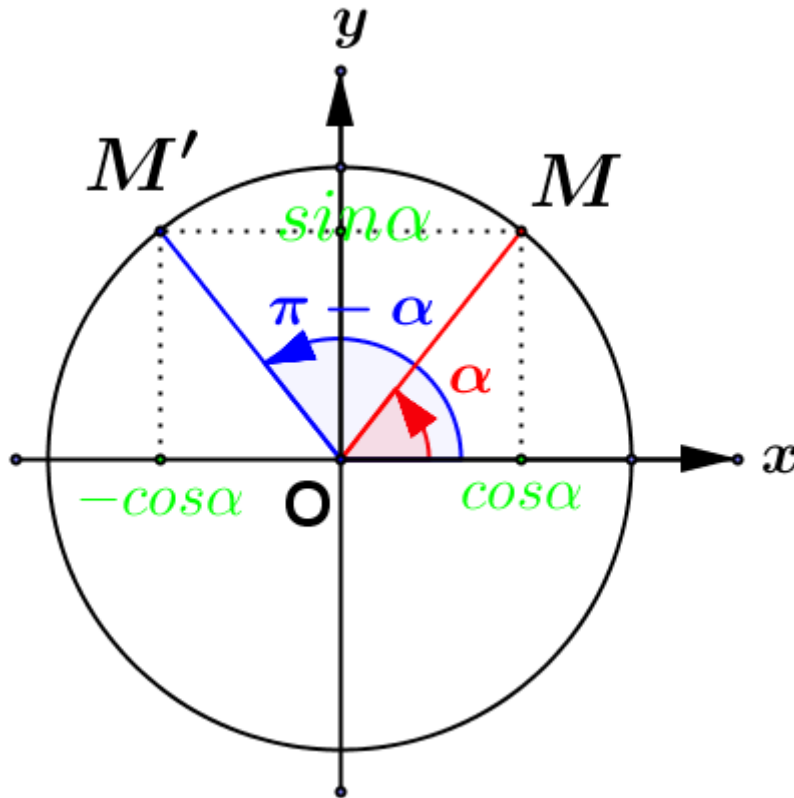
Le tableau ci-dessous rappelle les valeurs du sinus, du cosinus, du tangente et du cotangente pour des valeurs particulières de l'angle α .

α (en degré)	0	30	45	60	90	180
α (en rd)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cotan \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	

IV. Angles supplémentaires - Angles complémentaires :

1) Angles supplémentaires : Deux angles sont dits supplémentaires si leur **somme** est égale à 180° ou π radian.

Conséquence : $\pi - \alpha$ et α sont supplémentaires :



$$\begin{aligned}\cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha\end{aligned}$$

☞ Deux angles **supplémentaires** ont **même sinus** et de **cosinus opposés**.

2) Angles complémentaires : Deux angles sont dits complémentaires si leur **somme** est égale à 90° ou $\frac{\pi}{2}$ radian.