

EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe : 10^{ème} CM

2017 - 2018

Calcul dans $\mathbb{R}$ - Equations – Inéquations - Systèmes

Exercice 1 :

Ecrire sous forme d'ensemble, puis donner la représentation graphique des intervalles suivants :

$$A = [0 ; 12] ; B =]-3 ; 3[; C =]-5 ; -1[; D = [-\sqrt{3} ; 1[; E =]-\infty ; 0[; F =]2 ; +\infty[$$

$$G =]-2 ; 0[\cup [2 ; 7] ; H = [-13 ; -2[\cup]-1 ; 5] ; I =]-\infty ; 3[\cup]7 ; 25] ;$$

Exercice 2 :

Déterminer l'amplitude A , le rayon r et le centre C des intervalles suivants :

$$A = [-2 ; 8] ; B =]-11 ; -3[; C = [0 ; 12] ; D =]-\sqrt{2} ; 3\sqrt{2}[; E = \left]-\frac{3}{2} ; \frac{7}{2}\right[;$$

$$F = \left[\frac{5}{4} ; \frac{4}{3}\right] ; G = \left[-\frac{5}{4} ; 3\right] ; H = \left]\frac{5}{4} ; 11\right[; I = \left]-\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right[; J = \left]\sqrt{3} ; \frac{\sqrt{3}}{2}\right[.$$

Exercice 3 :

Déterminer l'origine a et l'extrémité b de chacun des intervalles de rayon et de centre donné ci-dessous :

$$\bar{I}(3 ; 5) ; I(-7 ; 4) ; \bar{I}(6 ; 6) ; I\left(1 ; \frac{5}{2}\right) ; \bar{I}\left(\frac{31}{24} ; \frac{1}{24}\right) ; I(\sqrt{2} ; 2\sqrt{2}) ; \bar{I}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \sqrt{2}\right).$$

Exercice 4 :

Résoudre géométriquement les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

$$|x - 1| \leq 3 ; |3x - 9| = 27 ; |x - 4| - \frac{1}{2} = 0 ; |-2x + 7| = 5 ; |2x - 1| \leq 2 ;$$

$$|x + 2| < -2 ; |x - 1| - 8 \leq -5 ; |x| < 3 ; |1 - x| \geq 4 ; |-2x - 6| \geq 4 ;$$

$$|x| - \frac{1}{2} > 0 ; 2|x| - 3 \leq -1 ; \left|\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right| > 3 ; 2 = \frac{4}{|x|} ; \left|\frac{3}{2} - x\right| \leq \frac{5}{3} ; 1 < |3x - 1| \leq 3 ;$$

$$2 \leq |x - 3| \leq 4 ; |x - 2| = |x + 3|.$$

Exercice 5 :

Ecris sous forme de valeur absolue les ensembles suivants :

$$A = [0 ; 1] ; B =]-3 ; 3[; C =]-5 ; -1[;$$

$$D =]-\infty ; -8[\cup]8 ; +\infty[; E =]-\infty ; 1[\cup [3 ; +\infty[;$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 5\} ; G = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 1\} ; H = \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ ou } x > 3\}.$$

Exercice 6 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$a) 3x + 1 = -x + 4 ; b) -2x + 1 = 0 ; c) 5 + 3x = -5 ;$$

$$d) 5(3 - x) - 2(3 - 2x) = 4(x + 3) ; e) (x + 2)^2 + (2x + 4)(x - 3) = 0$$

$$f) \frac{x}{2} + 3x = 1 - \frac{x}{3} ; g) \frac{x + 2}{-5} = \frac{-3x + 4}{2} ; h) \frac{1}{x + 2} = \frac{-3}{-x + 5}$$

$$i) \frac{3x - 5}{8} - \frac{2x - 1}{3} = \frac{3 - x}{12} ; j) h) x + 1 + \frac{x + 4}{4} = \frac{x + 2}{2} + \frac{x + 3}{3}$$

Exercice 7 :

1. Résoudre successivement dans $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(x - 1)(x + 1)(3x + 1)(x^2 - 2) = 0$; b) $x^2 - 3 = 0$; c) $x^2 + 3 = 0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(x - 5)(2x + 7) = 0$; b) $(2x - 1)^2 - 9 = 0$; c) $(x^2 + 4)^2 - 16x^2 = 0$;

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3x^2 + 5x - 8 = 0$; b) $2 - x = 4 - x^2$; c) $-x^2 + x + 6 = 0$;

d) $4x^2 + 1 = 0$; e) $x^2 + x + 1 = 0$; f) $x^2 - 4x + 4 = 0$;

g) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$; h) $-\sqrt{2}x^2 + 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$; i) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = 0$

Exercice 8 :

1. Soit à résoudre l'équation (E): $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + 3\sqrt{2} = 0$.

a. Compare 3 et $\sqrt{2}$.

b. Montre que $(3 - \sqrt{2})^2 = 11 - 6\sqrt{2}$.

c. Résous alors l'équation (E) dans $\mathbb{R}$.

2. Soit à résoudre l'équation (F): $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$; où $\alpha > \beta$.

a. Développe $(\alpha - \beta)^2$.

b. Déduis en les solutions de l'équation (F) dans $\mathbb{R}$.

Exercice 9 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\frac{x+2}{-x+3} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{x+2} = \frac{-3}{-x+5}$; c) $\frac{3}{5x} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{40}$; d) $\frac{x+2}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1}$;

e) $\frac{x+2}{x-1} = \frac{2x+1}{x+1}$; f) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{6}{5}$; g) $\frac{6x^2+x+2}{2x+3} = \frac{3x^2-x-2}{x-3}$.

Exercice 10 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $-2x + 1 \leq 0$; b) $5 + 3x \geq -5$; c) $x + 1 \leq -x + 4$; d) $\frac{x+2}{-5} > \frac{-3x+4}{2}$;
e) $x - 1 + \frac{-3x+4}{3} < -\frac{x-2}{2} + \frac{x}{6}$; f) $\frac{2x+3}{4} - \frac{x-5}{2} \geq \frac{5x+1}{4} - x$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $-9x^2 + 6x - 1 \geq 0$; b) $x^2 + x \geq x + 1$; c) $2 - x > 4 - x^2$; d) $7x < 2x^2 + 6$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $(2x - 1)(x + 2) > 0$; b) $(x - 1)(2 - x) > 0$; c) $\frac{x+3}{4-x} < 0$; d) $\frac{x+2}{-x+3} < \frac{1}{2}$;

e) $\frac{3x-1}{x^2-1} \geq \frac{2}{x+1}$; f) $\frac{4x-1}{x-1} \leq \frac{2x+3}{x+1}$; g) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4}$;

h) $\frac{2x^2+3x-5}{-x^2+4x-3} > 0$.

Exercice 11 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations irrationnelles suivantes :

a) $\sqrt{2x+1} = x - 1$; b) $\sqrt{2-x} = x + 10$; c) $\sqrt{x+4} = x + 1$;

$$\begin{array}{lll} d) \sqrt{3x+1} = 4-x; & e) x - \sqrt{2x+1} = 7; & f) \sqrt{-x^2+4x+5} = x-6; \\ g) 1 + \sqrt{3x^2-2x-1} = x; & h) \sqrt{x^2-2} = \sqrt{3x-4}; & i) \sqrt{1-2x} = \sqrt{4x-8} \end{array}$$

Exercice 12 :

1. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'équations suivantes :

$$a) \begin{cases} 4x - 5y = 5 \\ 2x + 2y = -1 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} x - y = 1 \\ -x + y = -1 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 6x - 2y = 3 \\ -2x + \frac{2}{3}y = -1 \end{cases} ; \quad e) \begin{cases} x - 5y = 5 \\ -\frac{2}{3}x + y = -1 \end{cases} ; \quad f) \begin{cases} 4x - y = \frac{-5}{3} \\ 2x + 2y = -1 \end{cases}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants en utilisant la méthode du déterminant :

$$a) \begin{cases} 5x + 6y = -3 \\ -3x - y = 7 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} 8x - 4y = 1 \\ -2x + y = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - 4y + 6 = 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -1 \end{cases} ; \quad e) \begin{cases} x - 5y = 5 \\ -\frac{2}{3}x + y = -1 \end{cases} ; \quad f) \begin{cases} 4x - y = \frac{-5}{3} \\ 2x + 2y = -1 \end{cases}$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants en utilisant la méthode du Pivot de Gauss :

$$a) \begin{cases} 3x - y + 2z = 13 \\ x + 3y - 5z = -16 \\ 4x + 2y - z = 3 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + 3z = 26 \\ 3x + 2y + z = 9 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + 2b + 2c = -5 \\ a + 4b + 9c = -18 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ -4x - 3y + 2z = 4 \\ -3x - y + z = 0 \end{cases} ; \quad e) \begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ x - 9y + 5z = -7 \end{cases} ; \quad f) \begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ x + y + 3z = -6 \end{cases}$$

Exercice 13 : (Mise en équations)

- A. Amadou dépense dans un premier magasin le quart de la somme dont il dispose. Dans un second magasin il dépense la moitié du reste. Et après avoir ensuite acheté un objet à 500 F, il lui reste 400 F. De quelle somme disposait-il au départ ?
- B. Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire 1200 m^2 , sachant que sa longueur dépasse sa largeur de 10 m .
- C. Calculer les cotés d'un rectangle, sachant que si l'on augmente la largeur de 3 m et si l'on diminue d'autant la longueur, l'aire ne change pas ; mais si en augmentant la largeur de 5 m , on diminue la longueur de 3 m , l'aire augmente de 16 m^2 .
- D. Dans une ferme qui contient uniquement des poules et de lapins. Adja a compté 40 têtes et 104 pattes. Quel est le nombre de chacune de ses espèces.
- E. Trois moutons et une chèvre coutent 57 euros. cinq moutons et trois chèvres coutent 107 euros.
Quel est le prix d'un mouton et d'une chèvre ?
- F. La différence de deux nombres est 24. Si l'on ajoute 8 à chacun de ces deux entiers, on obtient deux nouveaux entiers dont le plus grand est le triple du plus petit. Quels sont ces entiers naturels ?
- G. un terrain rectangulaire a 220m de périmètre. En diminuant sa longueur de 2m et en

augmentant sa largeur de 2m, son aire augmente de 16 m^2 . Quelles sont les dimensions initiales du terrain?

H. « l'âne et le cheval »

Un âne et un cheval chargés de sacs également pesants font chemin ensemble. L'âne se plaignant de sa charge, le cheval lui : « De quoi te plains-tu ! Si je prenais un de tes sacs, je serais chargé deux fois autant que toi, et si tu me prenais un des miens, je serais encore aussi chargé que toi ». Combien de sacs porte chaque animal ?

I. « les âges de Ali et Boubacar »

Ali s'adresse à Boubacar en ces termes « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai la somme de nos âges sera 98 ans ». Déterminer l'âge de chacune de ces deux personnes.

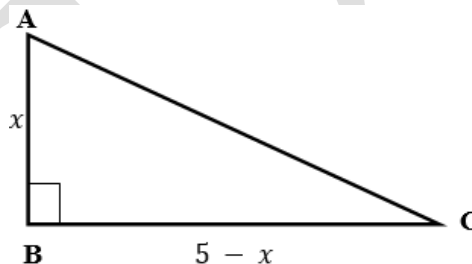
J. Un groupe d'élèves réserve un voyage pour un montant total de 21600F. Pour 30 Participants de plus il aurait obtenu une réduction de 20F par billet et aurait payé un total de 24000F. Quel est le prix d'un billet et le nombre d'élèves participant à ce voyage ?

K. Ali a un jardin de forme rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur et un champ de forme rectangulaire dont l'aire est le double de l'aire du jardin. Le périmètre du champ est égal à celui du jardin augmenté de 44 mètres. L'aire du champ étant égale à 64 m^2 , calculer les dimensions du jardin puis celles du champ.

Exercice 14 :

On dispose d'un triangle ABC rectangle en B dont les longueurs en centimètre sont :

$$AB = x \quad \text{et} \quad BC = 5 - x \quad (\text{avec} : 0 < x < 5)$$



1. Exprimer AC^2 en fonction de x puis établir que : $AC^2 = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$
2. Déterminer tous les réels x tels que $AC^2 = \frac{29}{2}$.
3. Déterminer tous les réels x tels que $AC^2 \geq \frac{29}{2}$.
4. Pour quelles valeurs de x a-t-on l'égalité $AC^2 = \frac{25}{2}$.

Exercice 15 :

1. Résoudre graphiquement chacun des inéquations suivantes :

a) $x + y > 0$; b) $x - y + 4 \leq 0$; c) $x - 2y + 8 > 0$; d) $3x + 2y < 0$; e) $2x - 3y \leq 5$.

2. Résoudre graphiquement chacun des systèmes d'inéquations suivantes :

a) $\begin{cases} x - 2y + 2 < 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x + 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y \geq 0 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} x - y \geq 5 \\ x + 2y \geq 2 \\ 5x + 2y \geq 8 \end{cases}$; e) $\begin{cases} 3x - 2y - 1 < 0 \\ -3x - 8y + 71 > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$; f) $\begin{cases} 3x - 2y - 1 > 0 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$.