

EXERCICES sur LE PRODUIT SCALAIRE
Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

Exercice 1

Soit ABC un triangle rectangle en A tels que $AB = 3$ et $AC = 4$.

Calculer $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC} \bullet \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{CB} \bullet \overrightarrow{CA}$.

Exercice 2

1°) Construire le triangle ABC tels que $AB = 6$; $BC = 7$; $AC = 9$

2°) Calculer $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CA} \bullet \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{BC}$.

Exercice 3

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 3$. Quel est l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM} \bullet \overrightarrow{AB} = -2$.

Exercice 4

Soient les vecteurs $\vec{u} \left(-\frac{3}{2} ; \frac{1}{2} \right)$; $\vec{v} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$; $\vec{w} (1;1)$ dans une base

orthonormée $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ calculer :

1°) $\|\vec{u}\|$; $\|\vec{v}\|$; $\|\vec{w}\|$

2°) $\vec{u} \bullet \vec{v}$; $\vec{u} \bullet \vec{w}$; $\vec{v} \bullet \vec{w}$

3°) $(2\vec{u} + 5\vec{v}) \bullet (-\vec{u} + 3\vec{w})$

4°) $\|\vec{u} + \vec{v}\|$; $\|2\vec{v} + \vec{w}\|$; $\|\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}\|$

Exercice 5

Soit C un cercle de rayon $r = 3$. Soit [AB] un diamètre de ce cercle. La médiatrice de [OA] coupe C en M et N. Calculer :

$\overrightarrow{BM} \bullet \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BM} \bullet \overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{BO} \bullet \overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{AO} \bullet \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AM}$.

Exercice 6

On donne $AB = 5$; $AC = 8$ et $BC = 6$. Calculer $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}$ et la mesure de $(\widehat{B \hat{C} A})$.

Exercice 7

Les couples $(\vec{u} ; \vec{v})$ de vecteurs forment-ils une base orthonormée de $\mathcal{V}$?

1°) $\vec{u} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$; $\vec{v} = -\sqrt{3}\vec{i} + 3\vec{j}$

2°) $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

3°) $\vec{u} = -5\vec{i} + 12\vec{j}$; $\vec{v} = -\frac{3}{4}\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j}$.

Exercice 8

Déterminer le cosinus d'une mesure de l'angle $(\vec{u} ; \vec{v})$

1°) $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$; $\vec{v} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$

2°) $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{v} = 3\vec{i}$

3°) $\vec{u} = 7\vec{i} - 12\vec{j}$; $\vec{v} = 12\vec{i} + 7\vec{j}$

Exercice 9

Déterminer les longueurs des côtés du triangle ABC et les mesures des angles $\hat{A}$; $\hat{B}$; $\hat{C}$ dans les cas suivants :

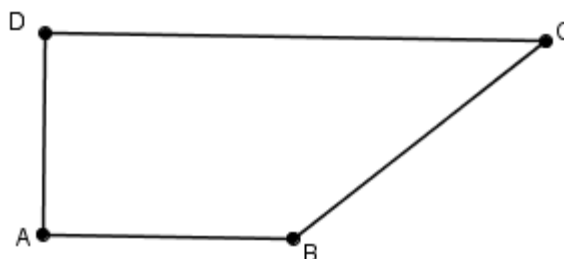
1°) A(2 ; 3) ; B(5 ; 1) ; C(4 ; 0)

2°) A(5 ; -1) ; B(1 ; 4) ; C(-7 ; 2)

3°) A(1 ; 1) ; B(3 ; 2) ; C(2 ; 4).

Exercice 10

Le trapèze rectangle ci-dessous est tel que $AB = 5$; $AD = 4$; $CD = 8$.



Calculer : $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

Exercice 11

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan tels que : $\vec{u} \bullet \vec{v} = 2$; $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 3$

Calculer les produits scalaires suivants

$$1^\circ) A = (3\vec{u}) \bullet (-4\vec{v}) \quad ; \quad 2^\circ) B = \left(\frac{1}{2}\vec{u}\right) \bullet \left(\frac{4}{3}\vec{v}\right) \quad ; \quad 3^\circ) C = \vec{u} \bullet (\vec{u} + \vec{v})$$

$$4^\circ) D = (\vec{u} + 3\vec{v}) \bullet (\vec{u} - 2\vec{v}) \quad ; \quad 5^\circ) (\vec{u} + 2\vec{v}) \bullet (\vec{u} - \vec{v}) + (3\vec{u} - \vec{v}) \bullet (\vec{u} + \vec{v}).$$

Exercice 12

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan tels que : $\vec{u} \bullet \vec{v} = -\frac{1}{2}$; $\|\vec{u}\| = 1$ et $\|\vec{v}\| = 1$

On pose $\vec{w} = \vec{u} + x\vec{v}$ où x est un réel.

1°) Exprimer $\|\vec{w}\|^2$ en fonction de x .

2°) Déterminer x de telle sorte que $\vec{w}$ soit un vecteur unitaire.

Exercice 13

Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan vérifiant la relation :

$$1^\circ) \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = 10 \text{ et } AB = 4$$

$$2^\circ) \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = -17 \text{ et } AB = 2$$

$$3^\circ) \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = 16 \text{ et } AB = 8$$

$$4^\circ) \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = 0 \text{ et } A(-3; 4) ; B(7 ; 2)$$

$$5^\circ) \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = \frac{3}{4} \text{ et } A(1 ; 2) ; B(-1 ; -1)$$

Exercice 14

On suppose le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct.

On donne les points $A(2 ; 2) ; B(4 ; 4) ; C(3 ; -\sqrt{3})$. Calculer une mesure α de l'angle $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right)$.