

EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT : 10^{ème} Cm

Calcul dans $\mathbb{R}$: fiche n°2

Exercice 1 : On donne les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 5\}; B = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{3}{2} \leq x < 4\right\}; C = \{x \in \mathbb{R} / -14 < x \leq 14\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / -17 < x < 1\}; E = \{x \in \mathbb{R} / x < 2\}; F = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 10\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} / -9 \leq x < -1 \text{ et } 0 < x \leq \sqrt{5}\}; H = \{x \in \mathbb{R} / 4 \leq x < 19 \text{ et } -19 < x \leq 2\};$$

$$I = \{x \in \mathbb{R} / -91 \leq x < 0 \text{ ou } 1 < x \leq 18\}; J = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 11 \text{ ou } -1 < x \leq \sqrt{2}\}.$$

1. Ecrire chaque ensemble sous forme d'intervalle, puis donner sa représentation graphique ;
2. Ecrire sous forme d'ensemble, puis sous forme d'intervalle les ensembles :

$$A \cup B; A \cap B; C \cup D; C \cap D; E \cup F; E \cap F.$$

3. Déterminer : $A \cap \mathbb{Z}$; $A \cap \mathbb{N}$; $B \cap \mathbb{Z}$; $B \cap \mathbb{N}$; $A \cap B \cap \mathbb{Z}$; $A \cap B \cap \mathbb{N}$.

Exercice 2 : Ecrire sous forme d'ensemble, puis donner la représentation graphique des intervalles suivants :

$$A = [0; 12]; B =]-3; 3[; C =]-5; -1[; D = [-\sqrt{3}; 1[; E =]-\infty; 0[; F =]2; +\infty[$$

$$G =]-2; 0[\cup [2; 7]; H = [-13; -2[\cup]-1; 5]; I =]-\infty; 3[\cup]7; 25];$$

$$J = \left[-\frac{2}{3}; 0\right] \cup [3; +\infty[; K =]-\infty; 1[\cup]5; +\infty[; L =]-\infty; -8[\cup]8; +\infty[.$$

Exercice 3 : Déterminer l'amplitude A , le rayon r et le centre C des intervalles suivants :

$$A = [-2; 8]; B =]-11; -3[; C = [0; 12]; D =]-\sqrt{2}; 3\sqrt{2}[; E = \left]-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right[;$$

$$F = \left[\frac{5}{4}; \frac{4}{3}\right]; G = \left[-\frac{5}{4}; 3\right]; H = \left]\frac{5}{4}; 11\right[; I = \left]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right[; J = \left]\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right[.$$

Exercice 4 : Déterminer l'origine a et l'extrémité b de chacun des intervalles de rayon et de centre donné ci-dessous :

$$\bar{I}(3; 5); I(-7; 4); \bar{I}(6; 6); I\left(1; \frac{5}{2}\right); \bar{I}\left(\frac{31}{24}; \frac{1}{24}\right); I(\sqrt{2}; 2\sqrt{2}); \bar{I}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}\right).$$

Exercice 5 : Le nombre réel x appartient à l'intervalle $I = [-1; 3]$; déterminer à quelle intervalle appartient chacun des nombres suivants :

$$A(x) = 2x - 5; \quad B(x) = -2x + 1; \quad C(x) = |2x + 3|; \quad D(x) = -\frac{3}{1-x}.$$

Exercice 6: Résoudre géométriquement les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

$$|x - 1| \leq 3; \quad |3x - 9| = 27; \quad |x - 4| - \frac{1}{2} = 0; \quad |-2x + 7| = 5; \quad |2x - 1| \leq 2;$$

$$|x + 2| < -2; \quad |x - 1| - 8 \leq -5; \quad |x| < 3; \quad |1 - x| \geq 4; \quad |-2x - 6| \geq 4;$$

$$|x| - \frac{1}{2} > 0; \quad 2|x| - 3 \leq -1; \quad \left| \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \right| > 3; \quad 2 = \frac{4}{|x|};$$

$$1 < |3x - 1| \leq 3; \quad |x - 2| = |x + 3|; \quad \left| \frac{3}{2} - x \right| \leq \frac{5}{3}.$$

Exercice 7:

1)

- a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{S}$ des solutions de l'inéquation : $|x + 2| \leq 8$.
- b) Soit $\mathcal{A}$ un sous ensemble de $\mathcal{S}$ défini par : $\mathcal{A} = \{x \in \mathcal{S} \text{ et } x \in \mathbb{Z}\} = \mathcal{S} \cap \mathbb{Z}$. Ecrire par énumération ou par extension les éléments de $\mathcal{A}$.
- c) Citer deux minorants et trois majorants de $\mathcal{A}$.
- d) Quel est l'élément minimum et l'élément maximum de $\mathcal{A}$?

2)

- a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{S}$ des solutions de l'inéquation : $|3x - 12| \leq 3$.
- b) Soit $\mathcal{B}$ une partie de $\mathcal{S}$ défini par : $\mathcal{B} = \{x \in \mathcal{S} \text{ et } x \in \mathbb{N}\} = \mathcal{S} \cap \mathbb{N}$. Ecrire par énumération ou par extension les éléments de $\mathcal{B}$.
- c) Citer trois majorants et trois minorants de $\mathcal{B}$.
- d) Quel est l'élément maximum et l'élément minimum de $\mathcal{B}$?