

ÉQUATIONS - INÉQUATIONS - SYSTÈMES : 10^{ème} CM

Exercice1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $16x^4 - 81 = 0$; b) $(x^2 + 4)^2 - 16x^2 = 0$;
 c) $x^2 - 4x + 4 - x^2(5x - 10) = 0$; d) $(x^2 - 16)^2 - (x + 4)^2 = 0$;
 e) $(15x + 10)(-x + 5) - (12x + 8)(-7x + 2) - 5(9x^2 + 6x) = 0$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $3x^2 - 5x - 2 = 0$; b) $2 - x = 4 - x^2$; c) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 = 0$; d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$;
 e) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$; f) $-\sqrt{2}x^2 + 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$; g) $(x^2 - 5x + 4)(5x^2 - 8x + 3) = 0$;

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $\frac{3}{5x} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{40}$; b) $\frac{x+2}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1}$; c) $\frac{x+2}{x-1} = \frac{2x+1}{x+1}$; d) $\frac{6x^2+x+2}{2x+3} = \frac{3x^2-x-2}{x-3}$;
 e) $\frac{(2x-1)^2}{x^2-1} = \frac{(x-3)^2}{x^2-1}$; f) $\frac{x^2-x-1}{x+2} = 2x+3$; g) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{6}{5}$;
 h) $\frac{x^2+x+1}{x^2+1} = \frac{x+5}{x+3}$; i) $x+1 = \frac{1}{x}$; j) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = 0$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; b) $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$; c) $x^4 - 2x^2 + 2 = 0$; d) $3x^4 - 8x^2 - 3 = 0$.
 e) $(x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0$; f) $(x+5)^4 - 6(x+5)^2 - 7 = 0$;
 g) $(2x+1)^4 - 8(2x+1)^2 + 15 = 0$; h) $(2x^2+1)^4 - 8(2x^2+5)^2 + 15 = 0$;
 i) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \frac{7}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$; j) $\left(\frac{3-4x}{5}\right)^2 - 2(3-4x) + 25 = 0$; k) $x^2 + 2 + \frac{8}{x^2+2} = 6$;
 l) $\frac{3x^2-9x}{2} - \frac{12}{x^2-3x} = 3$; m) $\frac{1}{x^2-3x+3} + \frac{2}{x^2-3x+4} = \frac{6}{x^2-3x+5}$.

Exercice2 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- a) $3x^2 - 5x + 2 < 0$; b) $x^2 + x + \frac{1}{4} \geq 0$; c) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 \leq 0$; d) $-9x^2 + 6x - 1 < 0$;
 e) $-9x^2 + 6x - 1 \geq 0$; f) $x^2 + x \geq x + 1$; g) $2 - x > 4 - x^2$; h) $7x < 2x^2 + 6$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- a) $x(x+1) \geq -\frac{9}{2}$; b) $x+1 \geq -\frac{9}{2x}$; c) $2x \geq -\frac{9}{x+1}$; d) $\frac{3x-1}{x^2-1} \geq \frac{2}{x+1}$;
 e) $\frac{x-2}{x+1} < \frac{2x+5}{x}$; f) $\frac{2}{(x-1)^2} \leq \frac{1}{x^2+1}$; g) $\frac{x}{x-2} \leq \frac{6}{x-1}$; h) $\frac{4x-1}{x-1} \leq \frac{2x+3}{x+1}$;
 i) $\frac{2x-1}{x-1} \leq \frac{x+7}{x+1}$; j) $\frac{x}{x^2-1} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$; k) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4}$;
 l) $\frac{2x-3}{x^2-3x-10} \leq 0$; m) $\frac{2x-8}{x^2+5x-6} \leq \frac{1}{x+2}$; n) $\frac{x^2-x-4}{2x^2-x-3} > 2$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- a) $(x-5)(x^2-12x+24) \geq 0$; b) $(x^2+3x+5)^2 > 16$;

$$c) (x+1)(2x^2 - 4x + 2) \leq (x+1)(x^2 - 2); \quad d) (x+1)(x^2 - 2) \leq 2x^2(x^2 - 2);$$

Exercice3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations irrationnelles suivantes:

$$a) \sqrt{3x+1} = 4-x; \quad b) x - \sqrt{2x+1} = 7; \quad c) \sqrt{-x^2 + 4x + 5} = x - 6;$$

$$d) 1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x; \quad e) \sqrt{x^2 + 1} - 2x + 1 = 0; \quad f) \sqrt{x^4 - 12x^2 + 36} = x.$$

Exercice4 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$a) |3x - 1| = |x + 5|; \quad b) |7 - x| = 2; \quad c) |3x - 2| = x^2; \quad d) |2x - 5| = |7 - x|;$$

$$e) |x - 2| = x - 2; \quad f) |2x - 5| = x + 3; \quad g) |x^2 + 3x + 2| = 4|2x - 1|;$$

$$h) |x^2 - 5x + 13| = |6x - 15|; \quad i) |4x^2 - x - 9| = |2x^2 - 5x - 3|;$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$a) |x - 1| \leq |2x + 3|; \quad b) |2x - 1| < 3; \quad c) |x - 1| < 2x + 3; \quad d) |x + 2| \geq 3x - 4;$$

$$e) 3|2x + 1| \leq 4|x - 2|; \quad f) |x^2 - 5x + 10| < |x^2 - 9x + 14|;$$

$$g) |2x^2 - x + 1| \geq |5x^2 - 3x - 22|; \quad h) |x - 1| \leq |2x + 3|.$$

Exercice5 :

1) On donne $f(x) = |2x - 1| + |1 - x|$.

a) Exprimer $f(x)$ sans les symboles de la valeur absolue.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.

2) Même question pour $g(x) = |2x + 1| - |x - 3| + 3x + 1$.

Exercice6 : (mise en équation)

- 1) Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire 1200 m^2 , sachant que sa longueur dépasse sa largeur de 10 m .
- 2) Amadou dépense dans un premier magasin le quart de la somme dont il dispose. Dans un second magasin il dépense la moitié du reste. Et après avoir ensuite acheté un objet à 500 F , il lui reste 400 F . De quelle somme disposait-il au départ ?
- 3) Un représentant commercial a le choix entre deux modes de rémunération :
Mode1 : il reçoit un fixe de $100\,000 \text{ F}$ par mois plus une commission de 5% sur le montant de ses ventes.
Mode2 : il reçoit un fixe de $120\,000 \text{ F}$ par mois plus une commission de 2% sur le montant de ses ventes.
A partir de quel montant des ventes, le Mode1 est-il le plus avantageux ?
- 4) Mariam loue une salle à $53\,170 \text{ F}$ pour organiser un spectacle. Chaque billet d'entrée est vendu 200 F . Dans le souci de faire de bénéficier dans cette affaire, elle demande à son fille N'Golo de la $10^{\text{ème}}$ CM de lui trouver à partir de quel nombre de spectateurs aura-t-elle des bénéfices ?

Exercice7 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'équations suivantes :

1) Utiliser la méthode du déterminant :

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} 3x + 15y = 21 \\ 2x + 10y = 14 \end{cases}; \quad c) \begin{cases} 3x + 15y = -1 \\ 2x + 10y = 1 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} 5x - y = 17 \\ 2x + 2y = -1 \end{cases};$$

$$e) \begin{cases} x\sqrt{2} + 2y = 3 \\ x + y\sqrt{2} = 5 \end{cases}; \quad f) \begin{cases} x\sqrt{3} + y = \sqrt{3} \\ 3x + y\sqrt{3} = 3 \end{cases}; \quad g) \begin{cases} x + (\sqrt{2} - 1)y = 1 \\ (\sqrt{2} + 1)x + y\sqrt{2} = 2 \end{cases}; \quad h) \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 7 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases};$$

$$g) \begin{cases} x - 2y = 5 \\ -0,4x + 0,8y = -2 \end{cases}; \quad h) \begin{cases} 0,4x - 0,7y = 1,5 \\ 0,6x + 0,5y = 0,7 \end{cases}; \quad i) \begin{cases} 0,25x - 3,5y = 0 \\ -1,5x + 21y = 3 \end{cases}; \quad j) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}y = 3 \\ \frac{5}{3}x + \frac{3}{2}y = -4 \end{cases};$$

2) Utiliser la méthode voulue :

$$a) \begin{cases} 5x - 7y = 38 \\ -3x + 4y = -11 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{3}{10}y = \frac{3}{2} \\ 36x + 18y = 90 \end{cases}; \quad c) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - 2y = 6 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}.$$

3) Soient a et b , deux réels du système d'équations à deux inconnues $(x; y)$ tels que :

$$\begin{cases} y = -2ax - 5b \\ y = -2bx - 3a \end{cases}$$

a) Déterminer les réels a et b pour que le couple $(2; -1)$ soit solution du système.

b) Vérifier graphiquement.

Exercice8 : Résoudre et discuter suivant la valeur du nombre réel m .

$$a) \begin{cases} 2x + my = 2 \\ -x + 3y = -1 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} mx + y = -2m \\ x + my = m - 1 \end{cases}; \quad c) \begin{cases} 2mx + 4y = 2m \\ (2m - 3)x + (m - 1)y = 1 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} (1 - \sqrt{2})x + my = 1 - \sqrt{2} \\ -mx + (1 + \sqrt{2})y = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Exercice9 :

1) Résoudre graphiquement chacun des inéquations suivantes :

$$a) x + y > 0; \quad b) x - y + 4 \leq 0; \quad c) x - 2y + 8 > 0; \quad d) 3x + 2y < 0; \quad e) 2x - 3y \leq 5.$$

2) Résoudre graphiquement chacun des systèmes d'inéquations suivantes :

$$a) \begin{cases} x - 2y + 2 < 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x + 2y + 3 \geq 0 \end{cases}; \quad c) \begin{cases} x - y \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y \geq 0 \end{cases};$$

$$d) \begin{cases} x - y \geq 5 \\ x + 2y \geq 2 \\ 5x + 2y \geq 8 \end{cases}; \quad e) \begin{cases} 3x - 2y - 1 < 0 \\ -3x - 8y + 71 > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}; \quad f) \begin{cases} 3x - 2y - 1 > 0 \\ -3x - 8y + 71 > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}.$$

Exercice10 : (mise en équation)

- 1) Issouf a 575 F en pièces de 25 F et de 50 F. il a en tout 16 pièces. Combien a-t-il de pièces de chaque sorte ?
- 2) Pour cinq melons et deux oranges, Abdoul a payé 160Fr. Alima a acheté trois melons et une orange et elle a payé 440Fr. Quel est le prix d'un melon ? quel est le prix d'une orange ?

3) « l'âne et le cheval »

Un âne et un cheval chargés de sacs également pesants font chemin ensemble. L'âne se plaignant de sa charge, le cheval lui : « De quoi te plains-tu ! Si je prenais un de tes sacs, je serais chargé deux fois autant que toi, et si tu me prenais un des miens, je serais encore aussi chargé que toi ». Combien de sacs porte chaque animal ?

4) « les âges de Ali et Boubacar »

Ali s'adresse à Boubacar en ces termes « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai la somme de nos âges sera 98 ans ». Déterminer l'âge de chacune de ces deux personnes.

5) « la traversée du désert »

Deux automobiles de même modèle traversent ensemble le désert. Avant la dernière étape, les deux chauffeurs décident de répartir la réserve de carburant afin que les deux réservoirs contiennent la même quantité. Il reste 40 litres dans la réserve, 9 litres dans l'un des réservoirs et 11 litres dans l'autre. Comment faut-il répartir les 40 litres de réserve ?

- 6) Deux armées, avant une bataille, étaient dans le rapport de 6 à 7 ; la première perdit 8 000 hommes, la seconde 24 000, de sorte qu'après la bataille le rapport des armées était $\frac{5}{4}$. Trouver le nombre de soldats des deux armées.
- 7) Deux enfants ont chacun un certain nombre de billes. Si le premier en donnait 20 au second, celui-ci en aurait le double de ce qui resterait à l'autre. Si le second en donnait 20 au premier, le premier en aurait le triple de ce qui resterait au second. Combien chaque enfant a-t-il de billes ?
- 8) Deux robinets coulant le premier pendant 4 heures et le deuxième pendant 7 heures ont rempli un bassin de 8 400 litres. Les mêmes robinets ouverts, le premier pendant 6 heures et le deuxième pendant 3 heures, ont fourni 6 600 litres. Combien chaque robinet donne-t-il de litres par heure ?
- 9) Un marchand vend une première fois 5 mètres de drap et 7 mètres de toile pour 74 Frs ; une autre fois 7 mètres de drap de 5 mètres de toile, et reçoit 94 Frs. Quels est le prix du mètre de chaque étoffe (drap et toile) ?
- 10) ans une classe, il y'a 42 tables et bancs avec 120 pieds.
 a) Trouver le nombre de tables et celui des bancs.
 b) Trouver le nombre d'élève de cette classe, lorsqu'ils sont assis deux par bancs.
- 11) un car de 15 places fait la liaison entre Bamako et Ségou. Une place coute 2000 Frs pur un adulte et 1 500 Frs pour un enfant. Lors d'un départ, le gérant a enregistré 24 000 Frs de recettes. Combien d'enfants et d'adultes étaient à bord du car ?
- 12) Oumar et Ibrahim désirent acheter en commun un magnétophone qui coûte 20 000 F. les économies de Oumar représentent les $\frac{4}{5}$ de celle de Ibrahim. S'ils réunissent leurs économies, il leur manque 2 720 F pour effectuer leur achat. Calculer le montant des économies de chacun.

Exercice : Résoudre les système suivants :

$$a) \begin{cases} 3x - y + 2z = 13 \\ x + 3y - 5z = -16 \\ 4x + 2y - z = 3 \end{cases} ; b) \begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ x + y + 3z = -6 \end{cases} ; c) \begin{cases} 2x - y + z = 10 \\ x + 3y - 4z = 0 \\ x + y + z = 15 \end{cases} ; a) \begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x - y - z = -4 \\ x + 4y - 5z = -6 \end{cases} .$$

