

SÉRIE : GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- a. $f(x) = x^2 + 4x - 5$ f. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$
b. $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ g. $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$
c. $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 9}$ h. $f(x) = 3 - \sqrt{2-x}$
d. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ i. $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}$
e. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 5}$ j. $f(x) = \frac{1}{x-2}$

Exercice 3 :

Étudier la parité des fonctions suivantes :

$$f(x) = -x^2 + 2x|x|$$

$$g(x) = x^2 - 3|x|$$

$$h(x) = -2x^2 + 5x - 2$$

Exercice 4 :

Étudier la monotonie des fonctions définies par :

1) $I = \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$

Exercice 5 :

On considère la fonction définie par $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

- 1) Étudier la parité de la fonction f
- 2) Déterminer la nature et les caractéristiques de la courbe (C_f)
- 3) a) Construire dans un même repère les deux courbes (C_f) et la parabole (P) d'équation $y = x^2$
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{2x}{x+1} - x^2 \geq 0$
- 4) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2|x|}{|x|+1}$
 - a) Étudier la parité de la fonction g
 - b) Montrer que $g(x) = f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$
 - c) Construire dans le même repère la courbe de la fonction g.

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f.

Déterminer parmi les points suivants ceux qui appartiennent à (C_f) :

$$O(0,0) \quad A(0,-2) \quad B(-2,0)$$

$$C(1,1) \quad D(2,7) \quad E(1,0)$$

Exercice 6 :

On considère la fonction définie par

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2}$$

- 1) a) Déterminer le domaine de définition de f
b) Étudier la parité de f
- 2) a) Montrer que $T = \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{(a+b)((ab)^2 - 4)}{(ab)^2}$ pour $a \neq b$ de $\mathbb{R}^*$
b) Dédire que f est strictement croissante sur $[\sqrt{2}; +\infty[$ et décroissante sur $]0; \sqrt{2}[$
c) Dresser le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}^*$
d) Dédire que $\frac{x^2 + 4}{x^2} \geq 4$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$
- 3) On considère la fonction h définie par
$$h(x) = x|x| + \frac{4}{x|x|}$$
 - a) Étudier la parité de h
 - b) Montrer que $g(x) = f(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$
 - c) Dresser le tableau des variations de h sur $\mathbb{R}^*$