

SÉRIE : GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = x^2 - 7x + 10$
- 2) $f(x) = \frac{3x+2}{x-4}$
- 3) $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x-2)}$
- 4) $f(x) = \sqrt{x-3}$
- 5) $f(x) = \sqrt{2x+5}$
- 6) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$
- 7) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$
- 8) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$
- 9) $f(x) = \sqrt{x^2+x-6}$
- 10) $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-5x+6}$

Exercice 3 :

Étudier la parité des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = x^3 - 2x$
- 2) $g(x) = x^4 + 3x^2 + 1$
- 3) $h(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$
- 4) $p(x) = \sqrt{x^2+4}$
- 5) $q(x) = \frac{2x}{x^2+3}$
- 6) $r(x) = x^5 + x$

Exercice 5 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2x + 2$

- 1) a) Déterminer le domaine de définition de f
b) Étudier la parité de f
- 2) a) Montrer que $T = \frac{f(a)-f(b)}{a-b} = a+b+2$ ($a \neq b$)
b) En déduire que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
- 3) Dresser le tableau de variations de f
- 4) Déduire que $x^2 + 2x + 2 \geq 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

Exercice 7 :

On considère la fonction h définie par $h(x) = |x| + \frac{1}{|x|}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de h
- 2) Étudier la parité de h
- 3) a) Montrer que $h(x) = x + \frac{1}{x}$ pour tout $x > 0$
et $h(x) = -x - \frac{1}{x}$ pour tout $x < 0$
b) En déduire le tableau de variations de h sur $\mathbb{R}^*$
- 4) Montrer que $h(x) \geq 2$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

- 1) Étudier la parité de f
- 2) Déterminer la nature et les caractéristiques de la courbe (C_f)
- 3) On donne les points suivants :
 $A(0,3)$ $B(1,0)$ $C(2,-1)$ $D(3,0)$ $E(4,3)$
Lesquels appartiennent à (C_f) ? justifier.
- 4) Dresser le tableau de variations de f

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x}{x-1}$

- 1) Étudier la parité de f
- 2) Déterminer la nature et les caractéristiques de (C_f)
- 3) a) Construire dans le même repère les courbes (C_f) et la droite (D) d'équation $y = 2$
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{2x}{x-1} \geq 2$
- 4) Montrer que $f(x) - 2 = \frac{2}{x-1}$ et en déduire la position relative de (C_f) et (D)

Exercice 6 :

On considère la fonction g définie par $g(x) = |x|$

- 1) Étudier la parité de g
- 2) Montrer que $g(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
- 3) Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$
- 4) Représenter graphiquement (C_g)

Exercice 8 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) a) Écrire $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$
b) En déduire la position relative de (C_f) et la droite (D) d'équation $y = x - 1$
- 3) Étudier les variations de f sur chaque intervalle de D_f
- 4) Dresser le tableau de variations de f