

Questions de cours

Dans chacun des deux cas ci-dessous, faire une figure illustrant la relation correspondante :

$$\cos(x + \pi) = -\cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

Exercice 1

1. θ est un angle (situé dans $]-\pi ; \pi[$) dont on sait que $\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$. Que vaut θ (en radians) ?
2. θ est un angle situé dans $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ tel que $\sin(\theta) = \frac{4}{5}$. Calculer $\cos(\theta)$ et $\tan(\theta)$.
3. θ est un angle situé dans $]-\pi ; 0]$ tel que $\cos(\theta) = \frac{2}{3}$. Calculer $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$.
4. θ est un angle situé dans $]-\pi ; 0]$ tel que $\tan(\theta) = 2$. Calculer $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(2x) + \cos(3x)$.

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
2. On pose $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{3}{2}x\right)$.
 - a) Déterminer une expression simple de $g(x)$.
 - b) Préciser la parité de la fonction g .
 - c) Résoudre l'équation $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ pour $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Exercice 3

Résoudre l'équation $\sin^2(x) = \frac{3}{4}$ pour $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Exercice 4

Démontrer que π est une période de la fonction tangente, c'est-à-dire :

$$\tan(x + \pi) = \tan(x) \text{ pour tout } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

Exercice 5

Soit f la fonction définie, sur $\mathbb{R}$, par : $f(x) = \sin(2x)$

1. Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f(\pi)$.
2. Montrer que f est une fonction périodique de période π .
3. Tracer (très soigneusement) la représentation graphique de f sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} \text{ pour } x \in [-\pi ; \pi]$$

$$2 \sin(x) = 1 \text{ pour } x \in [0 ; \pi]$$

Exercice 7

Démontrer la relation : $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$ pour $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Exercice 8

Calculer $\cos\left(\frac{12000000001}{6}\pi\right)$.

Exercice 9

Déterminer la période des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{998}x\right)$$