

EXERCICES sur LES VECTEURS

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

Exercice 1

Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$ on considère les vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$; $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$.

1°) Ecrire les vecteurs $\vec{w} = -2\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{T} = \vec{u} + 2\vec{v}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

2°) Quelles les coordonnées de $\vec{w}$ et $\vec{T}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

3°) Soient $\vec{S} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{R} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$.

Calculer : $\det(\vec{u}; \vec{v})$; $\det(\vec{u}; \vec{S})$; $\det(\vec{w}; \vec{T})$; $\det(\vec{v}; \vec{R})$

4°) Déterminer les réels α et k tels que : $\vec{S} = \alpha \times \vec{u}$ et $\vec{R} = k \times \vec{v}$.

5°) $\vec{u}$ et $\vec{S}$ sont-ils colinéaires de même sens ?

6°) $\vec{R}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires de même sens ?

7°) Écrire les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

8°) Écrire les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{T}$.

9°) $(\vec{u}; \vec{v})$ est-elle une base de $\mathcal{V}$? Justifiez votre réponse.

10°) $(\vec{v}; \vec{R})$ est-elle une base de $\mathcal{V}$? Justifiez votre réponse.

Exercice 2

$\mathcal{V}$ étant muni de la base $(\vec{i}; \vec{j})$, on donne les vecteurs $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-5; \frac{1}{3})$.

Construire les représentants de même origine O des vecteurs $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{u}$; $\vec{v}$; $\vec{u} + \vec{v}$; $-2\vec{u}$; $3\vec{u} - \vec{v}$.

Exercice 3

1°) Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$, on donne les vecteurs $\vec{u}(-\frac{3}{2}; \frac{1}{3})$ et $\vec{v}(5; \alpha)$.

Trouver α pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires. Préciser alors si ces vecteurs sont de même sens ou de sens contraires.

2°) Même questions pour les vecteurs $\vec{u}(-\frac{3}{2}; \frac{1}{3})$ et $\vec{v}(-\alpha; 2)$.

Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, exprimer $\vec{i}$ et $\vec{j}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1°) $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$

2°) $\vec{u} = -\vec{i} + 4\vec{j}$ et $\vec{v} = 5\vec{i} + \vec{j}$

3°) $\vec{u} = -2\vec{i}$ et $\vec{v} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$

Exercice 5

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ trois vecteurs du plan tels que $\vec{u} = 2\vec{v}$ et $\vec{w} = -5\vec{u}$.

1°) Trouver un nombre réel a tel que : $\vec{w} = a\vec{u} + 3\vec{v}$.

2°) Trouver un nombre réel b tel que : $\vec{w} = -7\vec{u} + b\vec{v}$.

3°) Donner une égalité vectorielle exprimant que $\vec{u}$ est combinaison linéaire des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

Exercice 6

Dans le plan vectoriel $\mathcal{V}$ muni de la base orthonormée $\mathcal{B} = (\vec{i} ; \vec{j})$ on donne le vecteur $\vec{u} = \sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}$.

a) Trouver un vecteur $\vec{e}_1$ normé colinéaire à $\vec{u}$ et un vecteur normé $\vec{e}_2$ et orthogonal à $\vec{u}$.

b) Montrer que $\mathcal{B}' = (\vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$ est une base orthonormée de $\mathcal{V}$. Trouver les coordonnées du vecteur $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ dans la base $\mathcal{B}$.

Exercice 7

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$ on donne les points $A(1 ; 2)$, $B(3 ; -1)$ et $C(7 ; \alpha)$ où α est un réel.

a) Calculer les coordonnées des vecteurs suivants : $\vec{BA}$; $\vec{BC}$ et $\vec{CA}$

b) Trouver le réel α pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

Exercice 8

Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 5$ cm ; $BC = 3$ cm.

1°) Construire les points I ; J ; K et L tels que :

$$\vec{AI} = \frac{1}{5}\vec{AB} ; \vec{BJ} = \frac{1}{3}\vec{BC} ; \vec{CK} = \frac{1}{5}\vec{CD} ; \vec{DL} = \frac{1}{3}\vec{DA}.$$

2°) a) Exprimer $\vec{IB}$ en fonction de $\vec{AB}$ puis $\vec{IJ}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$.

Exprimer $\vec{KD}$ en fonction de $\vec{CD}$ puis $\vec{KL}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$.

c) Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? justifier votre réponse.

3°) a) Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ forment-ils une base ?

b) On pose $\vec{i} = \vec{AB}$ et $\vec{j} = \vec{AD}$; on donne : $\vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j}$; $\vec{V}_2 = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j}$; $\vec{V}_3 = -\frac{3}{2}\vec{j}$.

Construire les vecteurs $\vec{V}_1$; $\vec{V}_2$; $\vec{V}_3$; $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$;

c) Exprimer le vecteur $\vec{i}$ en fonction de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ puis $\vec{j}$ en fonction de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$.

d) Montrer que $(\vec{V}_1 ; \vec{V}_2)$ est une base de $\mathcal{V}$. Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{LK}$ et $\vec{KD}$. Quelles sont les coordonnées de $\vec{LK}$ et $\vec{KD}$ dans cette nouvelle base ?