CAHIER MATHS

2de

400 EXERCICES pour maîtriser les calculs du programme

- Des **tests** pour aider à la **différenciation** et pour mesurer les progrès
- Des **parcours** pour acquérir et consolider les prérequis et les automatismes
- Des **conseils** et **méthodes** pour gagner en confiance

+ **Des jeux** à imprimer et à découper pour travailler autrement en classe

Belin ÉDUCATION

CAHIER MATHS

2de

400 EXERCICES
pour maîtriser les calculs du programme

Stéphane BARDAU
Cyril DELPUECH
Stéphane HERRERO
Marie-Hélène Le YAOUANQ

Belin ÉDUCATION

Sommaire

TOUS LES CALCULS du programme de 2de en 11 Séquences

SÉQUENCE 1 Nombres réels

A Droite numérique 5
B Intervalles de $\mathbb{R}$ 7
C Valeur absolue 10
D Différents ensembles de nombres 12

SÉQUENCE 2

I. Calculer avec des puissances

A En situation 13
B Transformer des puissances à l'aide de formules 14
C Qui a la priorité ? 16

II. Calculer avec des racines carrées

A Avec la définition 17
B Avec des produits et des quotients 18
C Ne pas confondre $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 20

SÉQUENCE 3 Calcul littéral

A L'égalité : identité, équation ou affectation ? 21
B Ensemble de solutions d'une équation. Équations équivalentes 23
C Pourquoi et comment démontrer une identité ? 24
D Trois identités remarquables 25
E Développer en utilisant des identités remarquables 28
F Factoriser des expressions avec des carrés 30
G Isoler une variable 32

SÉQUENCE 4 Information chiffrée et statistique

A Proportions et pourcentages – Proportion de proportion 33
B Variations absolue et relative – Taux d'évolution 36
C Évolutions successives 39
D Évolutions réciproques 40

SÉQUENCE 5 Fonctions affines

A Différentes représentations d'une fonction affine 41
B Proportionnalité des accroissements. Sens de variation 43
C Équation de droite $y = mx + p$ 45
D Inéquations de degré 1 46

SÉQUENCE 6 Signe d'une fonction – (In)équations

A Notion de signe d'une fonction – Tableau de signes 48
B Étudier le signe d'une fonction affine 50
C Résolution graphique d'équations et d'inéquations 51
D Par le calcul, étude du signe d'une fonction et résolution d'inéquations 53

SÉQUENCE 7 Fonction carré, racine carrée, cube

A Fonction carré $x \mapsto x^2$ 55
B Fonction racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$ 58
C Fonction cube $x \mapsto x^3$ 60

SÉQUENCE 8 Étudier une fonction

A Courbe représentative d'une fonction 61
B Notion de sens de variation d'une fonction 63
C Modéliser par une fonction pour étudier une aire 64
D Plusieurs formes pour une fonction : question de stratégie 66
E Comparer deux fonctions pour décider 67
F Étude de fonction : parité et variation 68

SÉQUENCE 9 Fonction inverse et autres quotients

A Fonction inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ 69
B Fonctions « avec des x au dénominateur » 73
C Équations « avec des x au dénominateur » 74
D Étude de signe et inéquation « avec des x au dénominateur » 75

SÉQUENCE 10 Vecteurs du plan

A Égalité et addition de vecteurs 77
B Calculer et représenter dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ 78
C Calculer et représenter dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ 79
D Calculer des distances ou des angles en repère orthonormé 81
E Étudier la nature d'un triangle ou d'un quadrilatère 83
F Étudier un alignement de points ou le parallélisme de droites 84

SÉQUENCE 11 Équations de droites et systèmes

A Caractériser une droite par un point et un vecteur directeur 85
B Utiliser ou déterminer une équation cartésienne de droite 86
C Résoudre un système 88
D Utiliser un système pour résoudre un problème 89

RETOUR SUR

1 Le calcul avec des nombres relatifs

A Additionner et soustraire des nombres relatifs 90
B Multiplier et diviser des nombres relatifs 91
C Calculer avec les 4 opérations 92

2 Le calcul avec des fractions

A Bien connaître les fractions « simples » 93
B Simplifier une fraction 94
C Mettre deux fractions au même dénominateur 95
D Calculer avec des fractions 96

3 Les pourcentages

A Appliquer un pourcentage 97
B Exprimer une proportion en pourcentage 98
C Exprimer une évolution en pourcentage 99

4 Les puissances

A Calculer des carrés et des cubes 100
B Écrire et calculer des puissances 100
C Calculer avec les puissances de 10 101

5 Les équations

A Équation de la forme $ax + b = c$ 102
B Équation de la forme $ax + b = cx + d$ 105
C Équation de la forme $x^2 = a$ 105
D Équation produit nul 106

6 Le calcul littéral

I. Des expressions littérales

A Qui suis-je : somme, produit ou quotient ? 107
B Réduire l'écriture d'une expression littérale 108

II. Développer et factoriser

A Développer avec la simple distributivité 110
B Factoriser en reconnaissant un facteur commun 111
C Développer avec la double distributivité 112
D Avec l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 113

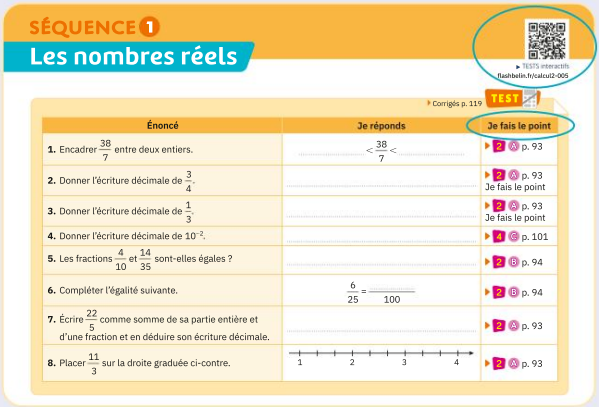
7 Les fonctions

A Repérer un point dans le plan 114
B Notion de fonction 115
C Fonctions linéaires 117
D Fonctions affines 118

© Belin Éducation / Humensis, 2022
170 bis, boulevard du Montparnasse, 75680 Paris cedex 14
ISBN 979-10-358-2376-4

Mode d'emploi

Ce cahier est à aborder par l'une des 11 séquences qui découpent le programme de maths de l'année.


SÉQUENCE 1

Les nombres réels

TESTS interactifs flashbelin.fr/calcul2-005

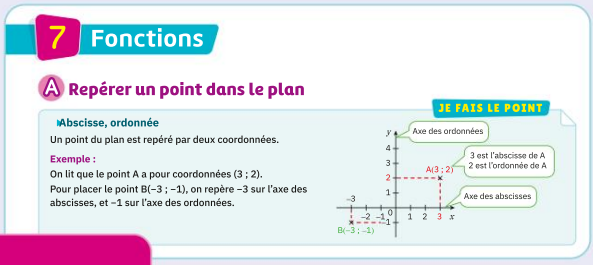
Corrigés p. 119 TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Encadrer $\frac{38}{7}$ entre deux entiers.	$\ldots < \frac{38}{7} < \ldots$	2 A p. 93
2. Donner l'écriture décimale de $\frac{3}{4}$.		2 A p. 93 Je fais le point
3. Donner l'écriture décimale de $\frac{1}{3}$.		2 A p. 93 Je fais le point
4. Donner l'écriture décimale de 10^{-2}.		4 C p. 101
5. Les fractions $\frac{4}{10}$ et $\frac{14}{35}$ sont-elles égales ?		2 B p. 94
6. Compléter l'égalité suivante.	$\frac{6}{25} = \frac{\ldots}{100}$	2 B p. 94
7. Écrire $\frac{22}{5}$ comme somme de sa partie entière et d'une fraction et en déduire son écriture décimale.		2 A p. 93
8. Placer $\frac{11}{3}$ sur la droite graduée ci-contre.	1 2 3 4	2 A p. 93

➤ En début de séquence **un test à réaliser sans calculatrice** propose des renvois vers les pages et ressources utiles pour **faire le point**.

Pour s'auto-évaluer, les corrigés des tests se trouvent en fin de cahier à partir de la page 124.

➤ À partir de la page 90, des pages sont dédiées au travail des pré-requis en cas de besoin.


7 Fonctions

A Repérer un point dans le plan

JE FAIS LE POINT

Abscisse, ordonnée

Un point du plan est repéré par deux coordonnées.

Exemple :

On lit que le point A a pour coordonnées (3 ; 2).

Pour placer le point B(−3 ; −1), on repère −3 sur l'axe des abscisses, et −1 sur l'axe des ordonnées.

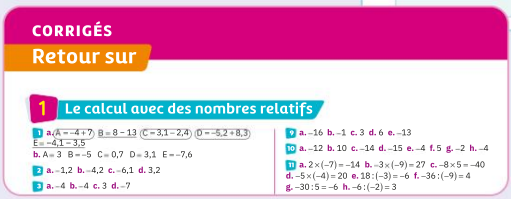
Axe des ordonnées

3 est l'abscisse de A
2 est l'ordonnée de A

A(3 ; 2)

Axe des abscisses

B(−3 ; −1)


CORRIGÉS

Retour sur

1 Le calcul avec des nombres relatifs

1 a. $A = -4 + 7$ $B = 8 - 13$ $C = 3{,}1 - 2{,}4$ $D = -5{,}2 + 8{,}3$ $E = -4{,}1 - 3{,}5$
b. A = 3 B = −5 C = 0,7 D = 3,1 E = −7,6

2 a. −1,2 b. −4,2 c. −6,1 d. 3,2

3 a. −4 b. −4 c. 3 d. −7

9 a. −16 b. −1 c. 3 d. 6 e. −13

10 a. −12 b. 10 c. −14 d. −15 e. −4 f. 5 g. −2 h. −4

11 a. $2 \times (-7) = -14$ b. $-3 \times (-9) = 27$ c. $-8 \times 5 = -40$
d. $-5 \times (-4) = 20$ e. $18 : (-3) = -6$ f. $-36 : (-9) = 4$
g. $-30 : 5 = -6$ h. $-6 : (-2) = 3$

Afin de travailler en autonomie, retrouver les ***corrigés des exercices sur les pré-requis*** *à partir de la page 119.*


TESTS interactifs flashbelin.fr/calcul2-005

Ressources numériques :

Flasher les QR-Codes au début de chaque séquence pour accéder à :

- **un premier test** qui permet de construire un parcours en fonction des besoins.
- **un second test** à réaliser à la fin de la séquence pour s'évaluer.

Nombres réels

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-5

▸ Corrigés p. 124

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Encadrer $\frac{38}{7}$ entre deux entiers.	..... $< \frac{38}{7} <$	▸ 2 A p. 93
2. Donner l'écriture décimale de $\frac{3}{4}$.	.....	▸ 2 A p. 93 Je fais le point
3. Donner l'écriture décimale de $\frac{1}{3}$.	.....	▸ 2 A p. 93 Je fais le point
4. Donner l'écriture décimale de 10^{-2}.	.....	▸ 4 C p. 101
5. Les fractions $\frac{4}{10}$ et $\frac{14}{35}$ sont-elles égales ?	.....	▸ 2 B p. 94
6. Compléter l'égalité suivante.	$\frac{6}{25} = \frac{.....}{100}$	▸ 2 B p. 94
7. Écrire $\frac{22}{5}$ comme somme de sa partie entière et d'une fraction et en déduire son écriture décimale.	.....	▸ 2 A p. 93
8. Placer $\frac{11}{3}$ sur la droite graduée ci-contre.	1 2 3 4	▸ 2 A p. 93

A Droite numérique

1 Placer et comparer des nombres

a. Compléter par $>$ ou $<$:

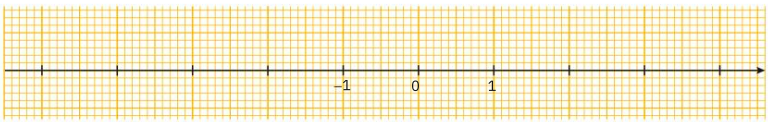
-5 ..... 4 $\quad -3$ ..... 4 $\quad -5$ ..... -4 $\quad 2{,}14$ ..... $-2{,}5$

-3 ..... $-2{,}8$ $\quad -2{,}5$ ..... -2 $\quad -2{,}2$ ..... -3 $\quad -2{,}5$ ..... $-2{,}8$

Tu peux lire $2 < 3$ et $3 > 2$ des deux façons :
2 est inférieur à 3
3 est supérieur à 2.



b. Contrôler vos réponses en plaçant les nombres sur la droite numérique.



2 Placer des opposés sur la droite graduée

1. Les nombres a et b sont placés. Placer les nombres $-a$ et $-b$.



2. Hachurer la partie de la droite graduée qui représente les nombres positifs.

3. À l'aide du graphique, je complète par positif ou négatif :

a. a est un nombre .....

b. $-a$ est un nombre .....

c. b est un nombre .....

d. $-b$ est un nombre .....

Tout nombre x admet un **opposé** noté $-x$. C'est le nombre tel que $x + (-x) = 0$.

Exemple : $2 + (-2) = 0$ donc -2 est l'opposé de 2 et 2 est l'opposé de -2.

Un nombre et son opposé sont de signes différents.
Un nombre x n'est pas forcément positif et $-x$ n'est pas forcément négatif.

3 Connaître et utiliser les fractions « simples »

1. Décomposer chacune des fractions suivantes en la somme d'un entier et d'une fraction, puis donner son écriture décimale.

a. $\frac{17}{3}$ = ...

b. $\frac{15}{4}$ = ...

c. $\frac{21}{5}$ = ...

d. $\frac{26}{6}$ = ...

Besoin d'aide ?
Exercice 1 page 90

2. a. Placer sur la droite numérique les fractions précédentes à la précision graphique près.

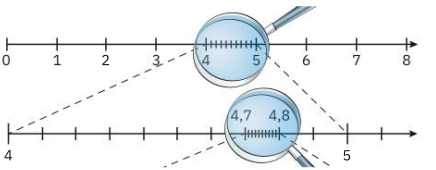


b. En partageant l'unité en 10, en 100 ou en 1000, lesquelles des fractions précédentes ne peut-on pas placer de façon exacte ?

.....

4 Entre deux nombres

1. Citer douze nombres décimaux entre 4,7 et 4,8.



.....

.....

.....

2. Citer douze nombres décimaux entre 6,48 et 6,49.

.....

.....

.....

3. Peut-on écrire tous les nombres entre 6,48 et 6,49 ?

.....

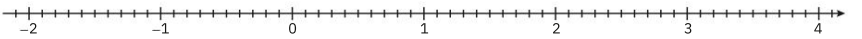
.....

.....

.....

5 Nombres réels

1. Placer, à la précision graphique près, les nombres suivants sur la droite graduée : π ; $\frac{12}{5}$; $-\frac{7}{4}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$; $-\sqrt{2}$



2. Pourquoi peut-on dire que ces nombres sont tous des nombres réels ?

.....

.....

B Intervalles de $\mathbb{R}$

TARIFS
circuits d'accrobranche

Jusqu'à 1 m 30	De 1,30 m à 1,50 m	À partir de 1,50 m
15 €	18 €	20 €



6 Notion d'intervalle

On choisit un nombre réel entre 2 et 5.

1. Un élève dit qu'il y a uniquement 4 choix possibles : 2 ; 3 ; 4 et 5. Qu'en pensez-vous ?

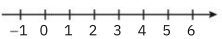
.....

.....

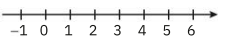
.....

2. Représenter l'ensemble des nombres réels « entre 2 et 5 » dans chaque cas.

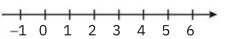
Je peux choisir 2 et 5



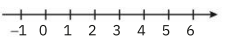
Je ne peux choisir ni 2 ni 5



Je peux choisir 2 mais pas 5



Je peux choisir 5 mais pas 2



3. On choisit un nombre réel entre – 1 et 3. Pour chaque intervalle représenté, dire dans chaque cas s'il est possible de prendre le nombre – 1 ou le nombre 3.



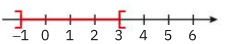
.....



.....



.....



.....

7 Un peu de logique

1. Compléter chaque case du tableau par VRAI ou FAUX.

x	x est strictement supérieur à 3 $x > 3$	x est égal à 3 $x = 3$	L'une des deux conditions est vraie	x est supérieur OU égale 3 $x \geqslant 3$
2	.....	.....	.....	.....
3	.....	.....	.....	.....
4	.....	.....	.....	.....

$x > 3$ OU $x = 3$ est vraie lorsque l'une des deux conditions au moins est vraie

2. Compléter chaque case du tableau par VRAI ou FAUX.

x	x est strictement supérieur à 2 $x > 2$	x est strictement inférieur à 10 $x < 10$	Les deux conditions sont vraies	x est supérieur à 2 ET inférieur à 10 $2 < x < 10$
1	.....	.....	.....	.....
5	.....	.....	.....	.....
9	.....	.....	.....	.....
13	.....	.....	.....	.....

$2 < x$ ET $x < 10$ n'est vraie que lorsque les deux conditions sont vraies.

8 Des inégalités en vrac

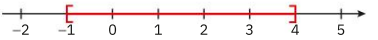
Entourer les nombres qui vérifient les inégalités.

a. $x \geqslant 1$	3	−3	2	−2	1	−1	$\frac{7}{2}$
b. $x < 2$	3	−3	2	−2	1	−1	$\frac{7}{2}$
c. $1 < x \leqslant 6$	3	−3	2	−2	1	−1	$\frac{7}{2}$
d. $-\frac{3}{2} \leqslant x < \frac{7}{2}$	3	−3	2	−2	1	−1	$\frac{7}{2}$

9 Du graphique aux inégalités

Compléter les pointillés pour décrire l'ensemble des nombres représenté.

1. On a représenté un intervalle I.



I est l'ensemble des nombres réels compris entre ..... et ..... . Le nombre −1 .....
(*appartient, n'appartient pas*) à I et le nombre 4 ..... (*appartient, n'appartient pas*) à I.
Un nombre x de la partie en rouge vérifie l'encadrement − 1 ..... x ..... 4.
I = [.....

2. On a représenté un intervalle J.

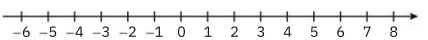


C'est l'ensemble des nombres réels compris entre ..... et ..... .
Le nombre − 1 ..... (*appartient, n'appartient pas*) à I et le nombre 4 .....
(*appartient, n'appartient pas*) à J. Un nombre x de l'intervalle J vérifie l'encadrement − 1 ..... x ..... 4.
J =]

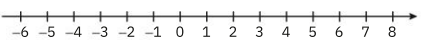
10 Des inégalités au graphique

Représenter sur la droite numérique l'ensemble des réels x donnés :

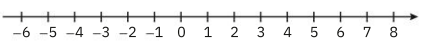
a. $-3 \leqslant x < 1$



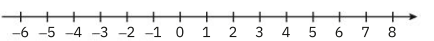
b. $x \leqslant 3$



c. $x < 4$



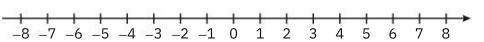
d. $x \geqslant 1$



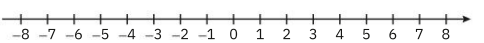
11 Vers l'infini !

Représenter les intervalles suivant sur la droite numérique :

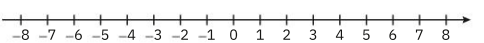
a. $I = [-3 ; +\infty[$



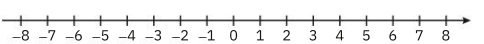
b. $J =]1 ; +\infty[$



c. $K =]-\infty ; 3]$



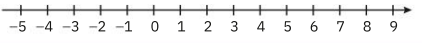
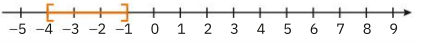
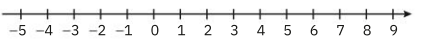
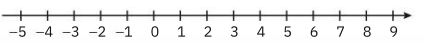
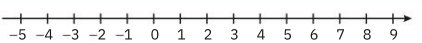
d. $L =]-\infty ; -1[$.



$+\infty$ et $-\infty$ ne sont pas des nombres réels. On ouvre donc toujours le crochet en $+\infty$ et $-\infty$.

12 D'une représentation à une autre

Compléter le tableau :

x appartient à	Representation graphique	Encadrement
$[2;6[$		.....
.....		.....
.....		$-1 < x < 6$
$]1;+\infty[$		.....
.....		.....
.....		$x \geqslant -1$

13 Compléter avec le symbole $\in$ ou $\notin$

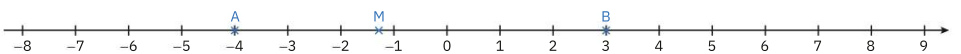
a. 5 ..... $[3;8,1[$ **b.** 8,5 ..... $]-\infty;2[$ **c.** 3 ..... $[3;7[$ **d.** -2 ..... $]-\infty;-2]$

e. 2 ..... $]-\infty;2[$ **f.** 2 ..... $\left[\frac{1}{3};10\right[$ **g.** -2 ..... $]4;10[$ **h.** 7 ..... $]-\infty;7[$

14 D'un énoncé en langage naturel à un intervalle

Compléter dans chaque situation par un intervalle.

1. Sur une droite, on considère les points A et B d'abscisses -4 et 3 et un point M quelconque du segment [AB]. On note x_M son abscisse.



a. $x_M \in$ ..... **b.** AM $\in$ .....

2. On appelle q le nombre de stylos que peut produire une entreprise par jour. La chaîne de production est limitée à 53 000 stylos par jour. $q \in$ .....

3. Une entreprise produit des appareils électroménagers. Elle peut produire entre 5 000 et 40 000 appareils par jours. On note x le nombre de **milliers** d'appareils produits chaque jour. $x \in$ .....

4. Un rectangle a pour périmètre 20 cm, on note x la longueur en cm de l'un de ses côtés. Donner l'intervalle possible pour la valeur de x. $x \in$ .....

15 QCM Pour chercher

Un rectangle a pour aire 25 cm^2, on note x la longueur en cm de l'un de ses côtés. Lequel des intervalles suivants peut-il représenter l'ensemble de toutes les valeurs possibles de x ? Entourer la bonne réponse.

a. $[0;5]$ **b.** $]0;5[$

c. $[0;+\infty[$ **d.** $]0;+\infty[$

Justifier

.....

.....

.....

.....

.....

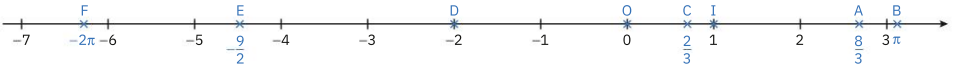
.....

C Valeur absolue



16 Déterminer des distances

Sous chacun des points de la droite graduée marqués en bleu, on a indiqué son abscisse.



1. Déterminer les distances suivantes : OI = ... ; OD = ... ; OF = ... ; DI = ...

2. Calculer les distances suivantes en indiquant le calcul effectué :

CA = ... FD = ... CE = ...

3. Exprimer chaque valeur absolue comme une distance entre deux points de la droite.

$\left|\pi - \frac{2}{3}\right|$ ..... $|-2-\pi|$ ..... $\left|\frac{8}{3} + 2\pi\right|$ .....

17 Distance et notation valeur absolue

Interpréter chaque expression en termes de distance.

a. $|x - \frac{1}{4}|$ représente .....

b. $|x + 2|$ représente .....

c. $|-x|$ représente .....

d. $\left|\frac{1}{2} + x\right|$ représente .....

18 D'une valeur absolue à un intervalle



1. a. Placer sur la droite numérique ci-contre les réels situés à la distance 3 du nombre 2.

b. En déduire les valeurs de x telles que $|x - 2| = 3$: .....

c. Écrire l'ensemble S des solutions de l'équation $|x - 2| = 3$: .....

2. Interpréter en termes de distance l'égalité $|x - 2| \leqslant 3$ puis en déduire l'ensemble des valeurs de x qui vérifient cette condition.

.....

.....

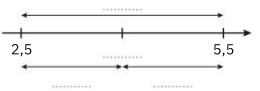
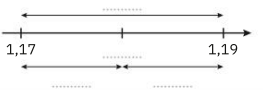
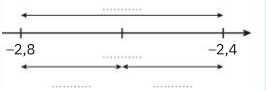
.....

.....

Quand on cherche les valeurs de x qui vérifient $|x - 2| \leqslant 3$, on dit qu'on résout l'inéquation $|x - 2| \leqslant 3$

19 D'un intervalle à une valeur absolue et inversement

1. Compléter le tableau. On indiquera sur la figure l'amplitude, le centre et le rayon de l'intervalle.

Intervalle I	[2,5 ; 5,5]	]1,17 ; 1,19[	[−2,8 ; −2,4]
Figure			
$x \in$ I s'écrit	$\lvert x - \ldots\ldots \rvert \leqslant \ldots\ldots$	$\lvert x \ldots\ldots \rvert < \ldots\ldots$	$\lvert x \ldots\ldots \rvert \ldots\ldots$

2. Exprimer à l'aide d'une valeur absolue :

a. $x \in [-2 ; 4]$ ……

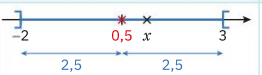
b. $x \in]-10 ; 10[$ ……

c. $3{,}1 \leqslant x \leqslant 3{,}2$ ……

d. $1{,}42 < x < 1{,}43$ ……

20 D'une représentation à l'autre

Compléter ligne par ligne le tableau suivant comme dans l'exemple figurant dans la 2e ligne du tableau.

Intervalle	Encadrement	Figure	Distance	Valeur absolue
$x \in]-2 ; 3[$	$-2 < x < 3$		la distance de x à 0,5 est plus petite que 2,5	$\lvert x - 0{,}5 \rvert < 2{,}5$
$x \in]-6 ; 2[$	……		……	……
……	……		……	……
……	……		la distance de x à 0 est plus grande que 4 ou égale à 4	……
……	……		……	$\lvert x \rvert \leqslant 0{,}3$
……	……		……	$\lvert x + 3 \rvert > 1$

21 Valeur absolue et algorithme

1. Interpréter avec une valeur absolue la condition a est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 0,1 près : ……

2. Donner un encadrement décimal de $\sqrt{2}$ à 0,1 près. ……

3. On exécute l'algorithme ci-contre. À quelle condition l'exécution s'arrête-t-elle et quelle est la valeur de x à ce moment-là ?

……

……

……

……

Dire que a est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 0,1 près c'est dire que a et $\sqrt{2}$ sont proches à 0,1 près c'est-à-dire à une distance l'un de l'autre inférieure à 0,1.

x prend la valeur 2
Tant que $\lvert x - \sqrt{2} \rvert > 0{,}1$
    x prend la valeur $x - 0{,}1$.

D Différents ensembles de nombres

22 Écrire sous forme des fractions décimales

Montrer que les nombres suivants sont des nombres décimaux en complétant les égalités :

a. $\frac{11}{4} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{100}$ **b.** $\frac{3}{8}$ car $\frac{3}{8} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{1000}$ **c.** $\frac{21}{16}$ car $\frac{21}{16} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$

23 Ensembles emboîtées

1. Pour chaque nombre, entourer la ou les bonnes réponses.

a. $\frac{81}{4}$ est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.
b. $\frac{4}{81}$ est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.
c. $\frac{35}{7}$ est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.
d. 10 est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.
e. 0,35 est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.
f. $2\sqrt{9}$ est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.
g. $9\sqrt{2}$ est	un entier	un décimal	un rationnel	un réel.

2. Compléter avec le symbole $\in$ ou $\notin$

a. $-\frac{7}{40} \ldots\ldots \mathbb{Q}$ **b.** $17 \ldots\ldots \mathbb{D}$ **c.** $\sqrt{9} \ldots\ldots \mathbb{Q}$ **d.** $-\frac{18}{4} \ldots\ldots \mathbb{D}$ **e.** $\frac{12}{5} \ldots\ldots \mathbb{R}$

24 L'écriture décimale de $\sqrt{2}$

Une calculatrice affiche 1,414243562 comme écriture décimale de $\sqrt{2}$.

1. Prévoir le dernier chiffre de $1{,}414243562^2$:

.....

2. Expliquer pourquoi $\sqrt{2} \neq 1{,}414243562$:

.....

1,414213562
× 1,414213562
.....124
.....72
.....0
etc .....

$\sqrt{2}$ n'a pas d'écriture décimale finie. Une calculatrice, ne donne qu'une valeur approchée, avec un nombre fini de décimales. On démontre même que c'est irrationnel, comme π.

3. Cherchons s'il faut une ou plusieurs décimales de plus ...
Compléter le tableau puis expliquer pourquoi $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre décimal.

Si l'écriture décimale d'un nombre se termine par :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alors l'écriture décimale de son carré se termine par :	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

.....

.....

25 Pour chercher

Une calculatrice affiche 44,11349 comme valeur de $\sqrt{1946}$.
Peut-on en déduire que $\sqrt{1946} = 44{,}11349$?

.....

.....

.....

I. Calculer avec des puissances

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-13

▸ Corrigés p. 124

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Calculer le triple de 2.	.....	▸ 4 A p. 100
2. Calculer $(-2)^4$.	.....	▸ 4 B p. 100
3. Choisir la bonne réponse : 10^{-2} est égal à : **a.** 100 **b.** 20 **c.** 0,01 **d.** 0,02	.....	▸ 4 C p. 101
4. Compléter : 1 Mégawatt = ... Watts.	.....	▸ 4 C p. 101
5. Écrire sous forme irréductible $\frac{198}{220}$.	.....	▸ 2 B p. 94
6. Donner l'écriture décimale de $5{,}3 \times 10^5$.	.....	▸ 4 B p. 100
7. Donner l'écriture scientifique de 245×10^{-5}.	.....	▸ 4 B p. 100

A En situation

1 Le taux de reproduction d'un virus

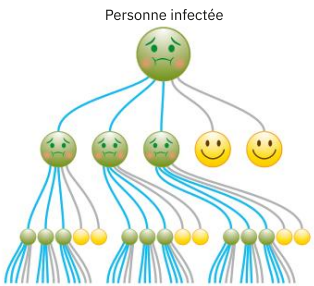
Lors d'une épidémie on appelle R_0 le nombre moyen de nouveaux cas qu'une seule personne infectée et contagieuse peut générer dans une population sans aucune immunité (où toute personne peut donc être infectée). On suppose que toute personne infectée est contagieuse.

1. Pour $R_0 = 3$, indiquer le nombre de personnes infectées à chaque étape.

Début : 1 personne infectée →

Étape 1 : ..... personnes infectées →

Étape 2 : ..... personnes infectées →



2. Sans dessiner, donner le nombre de personnes infectées :

a. Étape 3 : ..... **b.** Étape 4 : .....

c. Étape 10 : .....

d. À une étape n quelconque (n entier naturel non nul) : .....

2 Nombre de menus

On a le choix entre 2 entrées, entre 2 plats principaux et entre 2 desserts pour composer un menu complet (entrée, plat, dessert). Déterminer le nombre de menus différents possibles et entourer la ou les bonne(s) réponse(s) :

a. 3×2 **b.** $2 + 2 + 2$ **c.** 3^2 **d.** 2^3

J'explique

3 Une image numérique

Une image numérique est constituée de pixels et sa couleur dépend du nombre de bits (binary digit) utilisés pour coder chaque pixel. Un bit ne peut prendre que deux valeurs, 0 et 1 par exemple.
Une image codée sur un bit (0 ou 1) aurait seulement deux couleurs : blanc ou noir.
Une image codée sur 2 bits (00, 01, 10 ou 11) aurait 4 couleurs.

a. Donner les codages possibles sur 3 bits et le nombre de couleurs possibles.

b. Déterminer le nombre de couleurs d'une image codée sur 10 bits et j'explique mon raisonnement.

c. Est-il vrai ou faux qu'un codage sur 24 bits permet plus de 16 millions de couleurs possibles ?

B Transformer des puissances à l'aide de formules

4 En utilisant les définitions

Compléter :

a. $2^2 \times 2^4 = 2 \times 2 \times$ ..... $= 2$.....

b. $5^4 \times 5^6 = 5$.....

c. $3^4 \times 3 = 3$.....

d. $\dfrac{3^5}{3^2} =$ ..... $= 3$.....

e. $\left(\dfrac{6}{5}\right)^3 = \dfrac{6}{5} \times$ .....

f. $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = 3$..... $\times 4$.....

g. $2^5 \times 2^{-3} = 2^5 \times \dfrac{1}{2^3} = 2$.....

5 Automatiser à l'aide des formules

Décrire l'opération à faire sur les exposants.

En langage naturel	Par une formule (a, b réels, n et m entiers)
Pour multiplier deux puissances d'un même nombre a, j'..... les exposants	① $a^n \times a^m =$ .....
Pour diviser deux puissances d'un même nombre $a \neq 0$, je	② $\dfrac{a^n}{a^m} =$ ..... ou .....
Pour calculer une puissance d'une puissance d'un nombre a, je	③ $(a^n)^m =$ .....
Pour élever un produit (ou un quotient) à une puissance, j'.....	④ $(ab)^n =$ ..... ⑤ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n =$ ..... si $b \neq 0$

6 Reconnaître et utiliser les formules

Compléter en appliquant une des formules précédentes et en indiquant laquelle, ou en notant *aucune* quand aucune formule ne peut être utilisée.

Exemples : $\dfrac{5^3}{21^3} = \left(\dfrac{5}{21}\right)^3$ formule n° ④ $\quad 5^2 \times 8^3 =$ aucune

a. $(3a)^2 =$ .....

b. $10^5 \times 10^{-8} =$ .....

c. $2^3x^3 =$ .....

d. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 =$ .....

e. $\dfrac{x^5}{2^3} =$ .....

f. $(a^2)^3 =$ .....



J'ai repéré que dans les formules, on a toujours :
- un seul nombre a (①, ②, ③)
- ou un seul exposant n (④, ⑤).

7 Reconnaître et utiliser les formules

Compléter en appliquant une des formules précédentes et en indiquant laquelle, ou en notant *aucune* quand aucune formule ne peut être utilisée.

a. $3^5 \times 5^2 =$ ..... **b.** $\frac{4^5}{4^{\cdots}} = 4^7$ ..... **c.** $5^2 \times 5^{\cdots} = 5^{12}$ .....

d. $\frac{3^4}{3^8} =$ ..... **e.** $\frac{6^4}{2^4} =$ ..... **f.** $(-5)^4 \times (-5)^{-7} =$ .....

8 Des formules en vrac

Exprimer, pour tout nombre réel $x \neq 0$, sous forme d'une puissance de x :

a. $x^2 \times x =$ ..... **b.** $x^2 \times x^{-5} =$ ..... **c.** $\left(x^{-2}\right)^3 =$ .....

d. $\frac{x^3}{x^2} =$ ..... **e.** $\frac{x^2}{x^3} =$ ..... **f.** $\frac{x^{10}}{x^{10}} =$ .....

La formule ② reste valable pour $m = n$ car on a posé $a^0 = 1$ pour $a \neq 0$.

9 Écrire des fractions sous forme irréductible

Simplifier chaque fraction pour l'écrire sous forme irréductible :

a. $\frac{2^4 \times 5}{3^2 \times 2^2} =$ ..... **b.** $\frac{7^2 \times 2^5}{4 \times 7^4} =$ .....

c. c. $\frac{6 \times 5^2 \times 3^4}{5^4 \times 3^3 \times 2} =$ ..... **d.** $\frac{2^5 \times 3^2 \times 11^4}{2^6 \times 11^2 \times 12} =$ .....

10 Décomposer en produit de facteurs premiers

Utiliser les calculs sur les puissances pour décomposer rapidement en facteurs premiers :

a. $100 =$ ..... donc $2\,500 = 25 \times 100 =$ .....

b. $81\,000 =$ .....

11 Calculer sur des exposants avec des lettres

Exprimer sous forme d'une puissance d'un nombre réel (n désignera un entier naturel).

1. a. $2^4 \times 2^n = 2^{\cdots}$ **c.** $16\,n^2 = (\ldots\ldots)^2$ **d.** $\frac{x^2}{25} =$ ..... **e.** $0{,}01^5 = (10^{\cdots})^5 =$ .....

2. a. $2 \times 2^n =$ ..... **b.** $3 \times 3^n =$ ..... **c.** $\frac{3}{3^n} =$ .....

3. Pour chercher ! $\frac{9^{n+3}}{3^n} =$ .....

12 Effectuer des conversions avec des puissances de 10

Exemples : $0{,}04\text{ km} = 0{,}04 \times 1\text{ km} = 0{,}04 \times 10^3\text{ m} = 40\text{ m} = 40 \times 10^2\text{ cm} = 4\,000\text{ cm}$
$1\text{ cm} = 10^{-2}\text{ m}$ donc $1\text{ cm}^3 = (1\text{ cm})^3 = (10^{-2}\text{ m})^3 = 10^{-6}\text{ m}^3$

a. 451 mL = ... L **b.** 12 m^3 = ... cm^3

c. 0,25 m^2 = ... mm^2 **d.** 250 cm^3 = ... L



Connaître les préfixes courants (voir page 100), m'évite de faire des tableaux de conversion

13 Tableau magique

Compléter le tableau pour que les produits sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale soient les mêmes (a, b sont deux réels non nuls).

$3ab^2$	$9ab^{-3}$	.....
.....	$3ab$	.....
.....	ab^5	$3a$

C Qui a la priorité ?

14 Respecter les priorités en présence de puissances

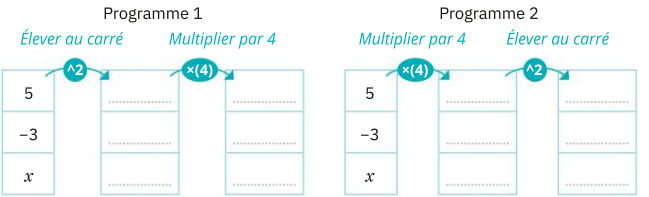
Calculer en détaillant les calculs :

a. $(2\times3)^2+3\times(-2)^3=$ .....

b. $0{,}35\times10^4+21\,000\times10^{-2}=$ .....

15 Ne pas confondre $4x^2$ et $(4x)^2$!

1. Compléter :



2. Pour $x=-2$: calculer et compléter : $4x^2=$ ..... et $(4x)^2=$ .....

3. Barrer les écriture(s) en ligne incorrecte(s).

a. $(4x)^2=(4\times-2)^2$ **b.** $(4x)^2=\left(4\times(-2)^2\right)$ **c.** $4x^2=4\times(-2)^2$ **d.** $4x^2=4\times(-2^2)$

4. Expliquer pourquoi les autres écritures sont incorrectes.

.....

.....

.....

16 Anticiper pour contrôler le signe d'un résultat

Compléter le tableau.

		Je prévois le signe du résultat	Je calcule en détaillant les calculs
a.	$-4x^2$ pour $x=3$	.....	.....
b.	$(2x)^2$ pour $x=-4$	.....	.....
c.	$\frac{2}{3}x^2$ pour $x=-3$	.....	.....
d.	$-(3x)^2$ pour $x=-2$	.....	.....

17 Substituer un nombre à une lettre dans une expression algébrique

Calculer en détaillant les calculs puis contrôler le résultat obtenu à la calculatrice

a. $(3x)^2-2x+1$ pour $x=-2$: .....

b. $2x^3-2x^2+5x-1$ pour $x=2$: .....

c. $-3x^2-5x$ pour $x=-1$: .....

d. $-x^3+5x^2-4x$ pour $x=-2$: .....

II. Calculer avec des racines carrées

A Avec la définition

1 Côté et aire d'un carré

1. Donner l'aire d'un carré de côté :

a. 5 cm : ..... **b.** 1 cm : .....

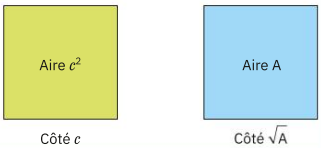
c. $\sqrt{3}$ cm : .....

2. Donner le côté d'un carré d'aire

a. 100 cm^2 : ..... **b.** 16 cm^2 : .....

c. 7 cm^2 : .....

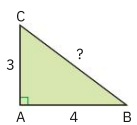
Se rappeler que pour un carré :



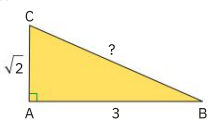
2 Avec le théorème de Pythagore

Les longueurs sont exprimées en centimètres. Compléter par les valeurs exactes trouvées.

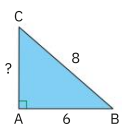
a.



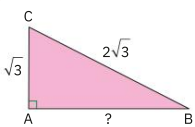
b.



c.



d.



3 Calculer des racines carrées

Compléter en écrivant chaque résultat sans racine carrée.

a. $\sqrt{36}$ = ... **b.** $\sqrt{49}$ = ... **c.** $\sqrt{5^2}$ = ... **d.** $\sqrt{3}^2$ = ...

e. $\sqrt{1}$ = ... **f.** $\sqrt{100}$ = ... **g.** $-\sqrt{4}$ = ... **h.** $\sqrt{\frac{1}{4}}$ = ...

i. $\sqrt{0}$ = ... **j.** $\sqrt{\frac{9}{4}}$ = ... **k.** $\left(2\sqrt{5}\right)^2$ = ... **l.** $\left(3\sqrt{2}\right)^2$ = ...

4 Formule de Héron d'Alexandrie

On attribue à Héron d'Alexandrie (1er s. après notre ère) la démonstration de la formule de l'aire S d'un triangle de côtés a, b, c : $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est la moitié du périmètre du triangle.

1. Calculer l'aire d'un triangle de côté 4 cm, 6 cm et 8 cm.

.....

2. En donner un encadrement décimal à 10^{-2} cm^2 près. .....

B Avec des produits et des quotients

5 Interpréter un affichage de la calculatrice

1. Une calculatrice affiche $2\sqrt{5}$ quand on demande le calcul de $\sqrt{20}$.

a. Rappeler la définition de $\sqrt{20}$ puis justifier que $2\sqrt{5}$ est bien égal à $\sqrt{20}$.

.....

.....

.....

b. Donner un encadrement décimal de $\sqrt{20}$ à 10^{-3} près : .....

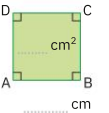
2. Interpréter géométriquement :

a. Rappelez l'effet d'un agrandissement de rapport $k > 0$:

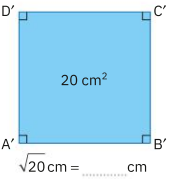
– sur les longueurs : .....

– sur les aires : .....

b. Sur la figure A'B'C'D' un agrandissement de rapport 2 du carré ABCD, compléter l'aire et les longueurs manquantes.



..... cm



$\sqrt{20}$ cm = ... cm

3. Généralisons

a. Sachant que $28\ \text{cm}^2 = 4 \times 7\ \text{cm}^2$, en déduire une autre écriture de $\sqrt{28}$:

.....

b. Sachant que $54\ \text{cm}^2 = 9 \times 6\ \text{cm}^2$, en déduire une autre écriture de $\sqrt{54}$:

.....

6 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$

Écrire chaque nombre sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers naturels, b étant le plus petit possible :

a. $\sqrt{12}$ = ... **b.** $\sqrt{20}$ = ... **c.** $\sqrt{8}$ = ...

d. $\sqrt{18}$ = ... **e.** $\sqrt{27}$ = ... **f.** $\sqrt{45}$ = ...

g. $\sqrt{63}$ = ... **h.** $\sqrt{50}$ = ... **i.** $\sqrt{300}$ = ...

7 Racine carrée et quotient

1. Montrer que les nombres suivants sont des entiers.

a. a. $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ = ... = ... **b.** $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ = ... **c.** $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ = ...

2. Donner l'écriture décimale de :

a. $\sqrt{0{,}01} = \sqrt{\dfrac{1}{100}}$ = ... **b.** $\sqrt{0{,}25}$ = ... **c.** $\sqrt{\dfrac{9}{16}}$ = ...

8 Racine carrée et puissances de 10

1. Compléter :

a. $10^6 = (10^{\ldots\ldots})^2$ donc $\sqrt{10^6}$ = ... **b.** $10^{-8} = (10^{\ldots\ldots})^2$ donc $\sqrt{10^{-8}}$ = ...

2. Exprimer sous forme d'une puissance de 10 :

a. $\sqrt{10^4}$ = ... **b.** $\sqrt{10^{12}}$ = ... **c.** $\sqrt{10^{-6}}$ = ... **d.** $\sqrt{10^{-12}}$ = ...

9 Calculer mentalement

Exemple : $\sqrt{0{,}000\,9} = \sqrt{9\times10^{-4}} = \sqrt{9}\times\sqrt{10^{-4}} = 3\times10^{-2} = 0{,}03$

Calculer, mentalement si possible, et donner l'écriture décimale :

a. $\sqrt{900}$ = ... **b.** $\sqrt{1\,600}$ = ... **c.** $\sqrt{81\,000\,000}$ = ...

d. $\sqrt{0{,}16}$ = ...

e. $\sqrt{0{,}09}$ = ...

f. $\sqrt{0{,}0049}$ = ...

g. $\sqrt{2{,}5\times10^{-7}}$ = ...

Attention ! (on pourra revoir ex. 2 page 100)
$0{,}03^2$ n'est pas égal à 0,09
donc $\sqrt{0{,}09}$ n'est pas 0,03.

10 Pour chercher : Le googol

1. Le googol est le nombre $\left(10^{10}\right)^{10}$. Combien de chiffres contient son écriture décimale ?

.....

2. Sa racine carrée est-elle un entier naturel ?

.....

Sois curieux ... $(10^{10})^{10}$ est appelé le googol. Si cela t'évoque la société Google, ce n'est peut-être pas un hasard...



11 Des racines carrées et des puissances

Effectuer chacun des calculs en détaillant les calculs :

a. $\left(-3\sqrt{5}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ = ...

b. $-2x^2+5$ pour $x=\sqrt{3}$: .....

c. $\left(-2x\right)^2+5$ pour $x=\sqrt{3}$: .....

d. $3x^2-5x+1$ pour $x=\sqrt{5}$: .....

Bien distinguer $-2x^2$ et $(-2x)^2$

12 Racine d'un carré ou Carré d'une racine ?

1. Appliquer, si possible, les deux programmes de calcul aux différents nombres choisis.

Programme 1

Choisir un nombre	9	3	−5
L'élever au carré	.....	.....	.....
Prendre la racine carrée	.....	.....	.....

Programme 2

Choisir un nombre	9	3	−5
Prendre la racine carrée	.....	.....	
L'élever au carré	.....	.....	

2. Déterminer pour chaque programme à quels réels x on peut l'appliquer et le résultat alors obtenu :

a. pour le programme 1 :

.....

.....

b. pour le programme 2 :

.....

.....

C Ne pas confondre $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

13 Avec deux programmes de calculs

1. Compléter en effectuant le calcul ou en barrant par une croix lorsqu'il est impossible.

Programme 1

Nombres choisis	4 et 1	–1 et 10	–6 et 3
Je les ajoute	.....	.....	.....
Je prends la racine	.....	.....	.....

Programme 2

Nombres choisis	4 et 1	–1 et 10	–6 et 3
Je prends les racines	.....	.....	.....
Je les ajoute	.....	.....	.....

2. a. Compléter en précisant à quel programme correspond chaque calcul :

$\sqrt{4+1}=$ ..... et $\sqrt{4}+\sqrt{1}=$ .....

b. Écrire le résultat de chacun des programmes appliqués à deux nombres a et b.

Programme 1 : .....

Programme 2 : .....

3. Calculer :

a. $\sqrt{9+4}=$ ..... et $\sqrt{9}+\sqrt{4}=$ .....

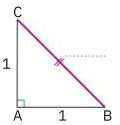
b. $\sqrt{9}-\sqrt{1}=$ ..... et $\sqrt{9-1}=$ .....

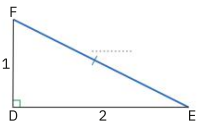


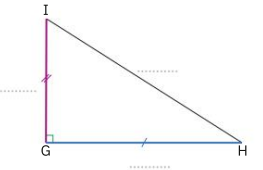
À une époque, on n'utilisait pas de parenthèses pour indiquer une priorité de calcul mais une barre de surlignement. La barre horizontale de $\sqrt{\ldots}$ remplace des parenthèses ! On effectue d'abord le calcul « sous la barre ».

14 Comparer géométriquement $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

1. Au brouillon, calculer les longueurs manquantes sur les figures ci-dessous et compléter les figures.







2. Dans le triangle GHI, interpréter les nombres $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ et $\sqrt{5+2}$ puis les comparer. .....

.....

3. Pour a et b réels strictement positifs, comparer de même $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. .....

.....

15 Des racines carrées et des sommes

1. Écrire chaque somme sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers si possible (sinon barrer la zone de réponse).

a. $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=$ ..... **b.** $\sqrt{5}+\sqrt{3}=$ ..... **c.** $3\sqrt{5}-7\sqrt{5}=$ .....

2. Montrer, en détaillant les calculs, que $3\sqrt{2}+5\sqrt{8}=13\sqrt{2}$

.....

.....

16 Pour chercher

Trois points A, B, C sont tels que $AB=\sqrt{20}$, $AC=\sqrt{45}$ et $BC=\sqrt{125}$.
Conjecturer la position des points A, B et C puis démontrer ce résultat.

.....

.....

Calcul littéral

TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-21

Corrigés p. 124

TEST

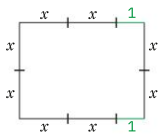
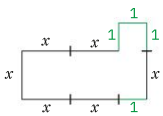
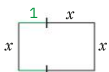
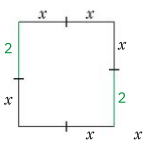
Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Résoudre les équations : **a.** $2x-5=7$ **b.** $\frac{5}{3}x+1=3$ **c.** $4x+1=5x+2$ **d.** $2x(x-5)=0$	**a.** ..... **b.** ..... **c.** ..... **d.**	▸ 5 pp. 102-107
2. Écrire algébriquement le carré de $3x$.	.....	▸ SÉQ. 2 I. C p. 16
3. Réduire si possible l'écriture des expressions suivantes ou marquer *déjà réduite* sinon. **a.** $5x^2+3x$ **b.** $5(2x)$ **c.** $2x-(3x-5)$	**a.** ..... **b.** ..... **c.**	▸ 6 I. B pp. 108-109
4. Développer et réduire. **a.** $(2x+1)(-3x+1)-5x$ **b.** $(5x-3)^2$	**a.** ..... **b.**	▸ 6 II. pp. 110-113
5. Factoriser. **a.** $5x^2+x$ **b.** $4x^2-49$	**a.** ..... **b.**	▸ 6 I. A p. 107
6. Chaque expression est-elle une somme ou un produit ou ni l'un ni l'autre ? **a.** $x(2x-1)-3$ **b.** $3x(x+4)$ **c.** $x(2-5x(x+1))$	**a.** ..... **b.** ..... **c.**	▸ 6 I. A p. 107

A L'égalité : identité, équation ou affectation ?

1 Égalité toujours vraie, parfois vraie, jamais vraie ?

Une unité de longueur est donnée. *On pourra utiliser un brouillon si besoin pour la question 2.*

1. Déterminer, en fonction de la longueur x, les périmètres P_1, P_2, P_3, P_4 des figures suivantes :

Figure 1	Figure 2	Figure 3	Figure 4
			
$P_1=$	$P_2=$	$P_3=$	$P_4=$ .....

2. Pour quelles valeurs de x chacune des égalités suivantes est-elle vraie ?

a. $P_1=P_2$: .....

b. $P_2=P_3$: .....

c. $P_1=P_3$: .....

.....

d. $P_2=P_4$: .....

.....

Bilan

Une égalité entre deux expressions littérales peut avoir plusieurs significations selon le contexte.

Une identité : c'est une égalité qui est « toujours vraie », c'est-à-dire vraie quand on substitue aux lettres n'importe quels nombres d'un ensemble donné (on dit que les lettres sont des indéterminées).

Exemples : « Pour tous nombres réels a et b, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ » est une identité sur $\mathbb{R}$.

« Pour tout $x \geqslant 0$, $\left(3\sqrt{x}\right)^2 = 9x$ » est une identité sur $[0\,;+\infty[$.

Une identité s'utilise souvent « dans les deux sens » : on utilisera aussi $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ sur $\mathbb{R}$.

Une équation : c'est une égalité qui peut être vraie ou fausse selon les nombres que l'on sustitue aux lettres. Un nombre pour lequel l'égalité est vraie est une solution de l'équation. Les lettes désignent des inconnues. On aura souvent à préciser dans quel ensemble de nombres on cherche les solutions.

Exemples : L'équation $(x-1)(x+3) = 0$ d'inconnue réelle x a pour solutions 1 et -3.
L'équation $(x-1)(x+3) = 0$ d'inconnue x dans $[0\,;+\infty[$ a pour unique solution 1.

Une affectation : Ce terme est emprunté à l'informatique.

Exemple : « Pour $x = 2$, ... » signifie que l'on donne la valeur 2 à la variable x. Comme en informatique, il y a une disymétrie et on n'écrit pas dans ce cas « Pour $2 = x$ ».

On affecte 2 à une variable informatique x en Scratch par



2 Identifier les significations des signes d'égalité dans un énoncé

1. Entourer dans chaque cas la nature de l'égalité écrite.

a. Calculer $5x^2 - 3(2x+1)$ pour $x = 4$.	identité	équation	affectation
b. Montrer que, pour toute valeur de x, on a : $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 6x - 3$.	identité	équation	affectation
c. Trouver la valeur de x pour laquelle : $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 4x + 1$.	identité	équation	affectation

2. Indiquer si les réponses apportées dans la copie ci-dessous aux questions **a.** et **b.** sont justes ou fausses et, dans ce cas, expliquer pourquoi.

Réponses proposées	Commentaires
a. $5 \times 4^2 - 3(2 \times 4 + 1) = 5 \times 16 - 3 \times 9 = 53$	
b. $5x^2 - 6x - 3 = 5 \times 4^2 - 6 \times 4 - 3$ $= 5 \times 16 - 24 - 3$ $= 53$ On a bien $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 6x - 3$	

3 L'égalité en Python

Expliquer l'effet des instructions en Python que l'on exécute l'une après l'autre :

$a = 5$ .....

$a = a + 3$ .....

.....

$a == 8$ .....

Attention ! En Python, bien distinguer :
$x = 2$ (affecter 2 à x) de
$x == 2$ (tester si x a pour valeur 2)

B Ensemble de solutions d'une équation. Équations équivalentes

4 Tester si un nombre est solution ou non d'une équation

Pour chaque équation à l'inconnue réelle x, mettre une croix dans la colonne correspondante lorsqu'un nombre en est solution ou dans la dernière colonne si aucun des nombres proposés n'est solution.

Équations \ Nombres	-16	-4	4	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	Aucun de ces cinq nombres
$x^2+16=0$						
$\left(\frac{1}{4}x+4\right)(x-4)=0$						
$\left(\frac{1}{4}-x\right)^2=0$						
$\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=1$						
$\frac{4}{x+2}=-2$						
$\frac{1}{2}x^2+3x+4=0$						
$\sqrt{x^2+12x}=8$						

On ne te demande pas de résoudre, c'est-à-dire de trouver toutes les solutions mais de savoir si chaque nombre est ou non une solution. Il suffit de tester si l'égalité est vraie ou fausse…

5 Ensemble des solutions d'une équation

On considère l'équation $(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$, équation que l'on note (E).

a. Résoudre l'équation (E) dans $\mathbb{R}$ et écrire l'ensemble S des solutions.

b. Résoudre l'équation (E) dans $\mathbb{N}$ et écrire l'ensemble S′ des solutions.

Ne pas confondre l'intervalle $[a\,;\,b]$ pour $a \leqslant b$ avec l'ensemble $\{a\,;b\}$ qui ne contient que a et b.
L'ensemble qui ne contient aucun élément est appelé ensemble vide et noté $\varnothing$.

Équations équivalentes

On dit que deux équations sont équivalentes quand elles ont les mêmes solutions. Le symbole $\Leftrightarrow$ se lit « équivaut à ».

Exemples : $(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x+1=0$ ou $x-\frac{2}{3}=0$

$3x-5=x+3 \Leftrightarrow 3x-x=3+5 \Leftrightarrow 2x=8 \Leftrightarrow x=4$

Les propriétés ① et ② énoncées page 101 et la propriété du « produit nul » (p. 105) permettent de passer d'une équation à une équation équivalente.

6 Utiliser le symbole $\Leftrightarrow$ dans la résolution d'une équation

Résoudre chaque équation à l'inconnue réelle x et écrire l'ensemble S de ses solutions.

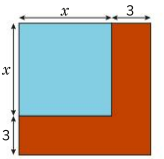
a. $3x-4=6x+2 \Leftrightarrow$

b. $\left(\frac{3}{4}x-1\right)(-x+4)=0 \Leftrightarrow$

C Pourquoi et comment démontrer une identité ?

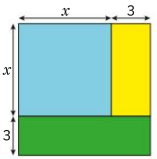
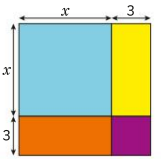
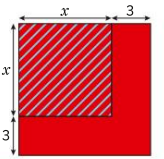
7 Choisir une forme adaptée pour résoudre une équation

Le problème (à ne pas résoudre) : Dans un terrain carré on veut créer un bassin carré en laissant sur deux côtés une bordure de largeur 3 m d'aire totale 18 m^2. On cherche la longueur x, en mètres, du bassin.



Travail à faire :

1. Compléter le tableau pour trouver trois expressions de l'aire $A(x)$ de la bordure, en exprimant les aires des rectangles colorés sur chaque figure.

Expression 1	Expression 2	Expression 3
		
aire = ... aire = ...	aire = ... aire = ... aire = ...	aire = ... aire = ...
$A(x)$ = ...	$A(x)$ = ...	$A(x)$ = ...

2. En déduire trois expressions égales pour tout $x > 0$: .....

3. Choisir une de ces expressions pour trouver le côté x tel que l'aire de la bordure soit 18 m^2.

.....

4. Démontrer par le calcul que l'expression 3 est égale à l'expression 2 pour tout x.

.....

.....

8 Choisir une forme adaptée pour démontrer une propriété

1. Compléter pour tout entier n :

$n+(n+1)+(n+2)=$ ..... *(forme développée réduite)* = ... *(forme factorisée)*

2. En déduire que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3 :

.....

Bilan

Pourquoi démontrer une identité ? Disposer d'une identité permet de choisir entre les deux expressions celle qui est la plus adaptée pour résoudre le problème posé (on dit parfois que l'on choisit « la bonne forme »).

Comment démontrer une identité ? Pour démontrer une identité $A(x)=B(x)$ pour tout x d'un ensemble $\mathcal{D}$ on dispose de plusieurs méthodes. En développant ou en factorisant (ou en réduisant au même dénominateur), on peut :

- Transformer $A(x)$ en $B(x)$
- Transformer $B(x)$ en $A(x)$
- Montrer que $A(x)$ *et* $B(x)$ sont égaux à une même 3^e expression $C(x)$ pour tout x de $\mathcal{D}$
- Montrer que $A(x)-B(x)=0$ pour tout x de $\mathcal{D}$.

9 Exécuter un programme de calcul

- Choisir deux nombres dont la somme est 100.
- Calculer leur produit.
- Augmenter chacun des nombres choisis de 6.
- Calculer le nouveau produit.
- Soustraire le 1er produit au 2e.

1. Exécuter le programme de calcul ci-contre trois fois :

Nombres choisis : ..... Résultat : .....

Nombres choisis : ..... Résultat : .....

Nombres choisis : ..... Résultat : .....

2. Émettre une conjecture : .....

3. Démontrons cette conjecture. On nomme x et y les deux nombres choisis de somme 100.

a. Exprimer le « nouveau produit » après avoir augmenté chacun de 6 : .....

b. Montrer que, pour tous réels x et y, le résultat du programme de calcul est $6(x+y)+36$. Conclure.

.....

.....

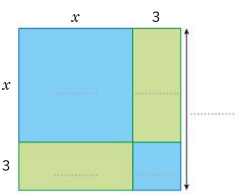
.....

.....

D Trois identités remarquables

10 Une interprétation géométrique pour $x > 0$

La figure ci-contre est un assemblage de rectangles juxtaposés.



1. Quelle est sa nature (ne pas justifier) ? .....

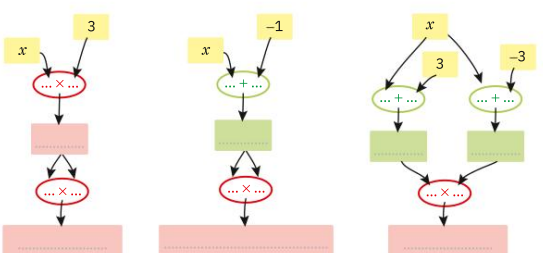
2. a. Compléter la figure en écrivant les aires à l'intérieur des différents rectangles puis en déduire deux expressions de l'aire de la figure pour tout $x > 0$:

.....

b. Quelle identité en déduit-on ? .....

11 Ne pas confondre !

1. Compléter les programmes de calcul en écrivant les résultats, si possible, avec la notation $(...)^2$.



Se rappeler que le carré est le produit d'un nombre par lui-même

$\square^2 = \square \times \square$

2. Associer chaque expression de la 1re colonne à une expression de la 2e colonne qui lui est égale pour tout réel x.

$(x+3)(x-3)$	$(x+3)(x+3)$
$(x-3)^2$	$(x-3)(x+3)$
$(x+3)^2$	$(x-3)(x-3)$

12 Avec la double distributivité

1. a. Compléter le schéma de double distributivité ci-contre et écrire l'identité ainsi obtenue.

×	$2x$	3
$2x$	$4x^2$	$6x$
3	$6x$	9

.....

b. Préciser celui des deux membres qui est écrit sous forme développée ..... et celui qui est sous forme factorisée .....

2. Développer, pour tout x réel : *(si besoin, s'aider du schéma ci-dessus)*

a. $(3x-2)^2 = (3x-2)(3x-2) =$

.....

b. $(2x+5)(2x-5) =$

.....

c. $(2x+5)^2 =$

.....

d. $(2x-5)^2 =$

.....

Identités remarquables pour développer

En classe de seconde, on automatise les calculs du type $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$.
On utilisera donc trois identités remarquables pour tous nombres réels a et b.

① $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
③ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

13 Reconnaître une identité remarquable et développer

Expression	Je reconnais la formule	Je développe pour tout x
1. $(x+3)^2$	② avec $a = x$ et $b = 3$	$a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
2. $(2x-5)(2x+5)$	① avec $a = 2x$ et $b = 5$	$a^2 - b^2 = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$
3. $(2x-4)^2$	.....	.....
4. $(x+5)^2$	.....	.....
5. $(4x-1)^2$	.....	.....
6. $(4-x)(4+x)$	.....	.....
7. $(7x+6)(7x-6)$	.....	.....
8. $(1-3x)^2$	.....	.....
9. $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$	.....	.....
10. $\left(\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{2}x-\frac{1}{2}\right)$	.....	.....
11. $(2x+3y)^2$	.....	.....

Identités remarquables pour factoriser

On utilisera aussi les identités remarquables « dans l'autre sens ».

① $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
② $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
③ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

14 Reconnaître une identité remarquable pour factoriser

Lire les premiers exemples puis compléter de même le tableau.

Expression	Je reconnais la forme ① ou ② ou ③ ?	Si je pense à la forme ① ou ② ou ③		
		J'identifie a et b	Je contrôle $2ab$ pour les formes ② ou ③	Je conclus
1. $x^2 + 5$	① ni ② ni ③ (somme de deux termes)			
2. $4x^2 - 9$	forme ①	je pense à $a = 2x$ et $b = 3$		$4x^2 - 9 = (2x-3)(2x+3)$
3. $4x^2 - 4x + 1$	forme ③ $(2x)^2 - 4x + 1^2$	je pense à $a = 2x$, $b = 1$	$2 \times 2x \times 1 = 4x$ c'est bien le bon !	$4x^2 - 4x + 1 = (a-b)^2 = (2x-1)^2$
4. $x^2 + 9x + 25$	forme ② $x^2 + 9x + 5^2$	je pense à $a = x$, $b = 5$	$2 \times x \times 5 = 10x$ Ce n'est pas le bon !	Ce n'est pas une identité remarquable
5. $x^2 + 6x + 9$				
6. $9x^2 - 6x + 1$				
7. $25x^2 + 10x + 4$				
8. $4x^2 - 10x - 9$				
9. $16x^2 - 7$	forme ①			
10. $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$				

15 Factoriser avec une identité remarquable

Exprimer, si possible, comme un carré pour tout réel x.

a. $x^2 + 2x + 1$ .....

b. $16x^2 - 4x + 1$ .....

c. $4x^2 + 4x + 1$ .....

d. $\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$ .....

16 Identités « à trous »

Compléter pour obtenir une identité remarquable

a. $(x + \ldots\ldots)^2 = x^2 \ldots\ldots + 25$

b. $(\ldots\ldots - 1)^2 = x^2 - \ldots\ldots + 1$

c. $(5x - \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots - 30x + \ldots\ldots$

d. $(\ldots\ldots - 3)^2 = 16x^2 \ldots\ldots + \ldots\ldots$

E Développer en utilisant des identités remarquables

17 Carré sur parenthèses : Ne pas confondre !

Exprimer $a = \left(2\sqrt{3}\right)^2$ et $b = \left(2+\sqrt{3}\right)^2$ sans parenthèses puis contrôler les résultats à la calculatrice.

.....

.....

Attention ! Pour enlever les parenthèses dans **(...)²**, bien observer l'opération à l'intérieur des parenthèses ! **$(ab)^2 = a^2 b^2$** mais **$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.**

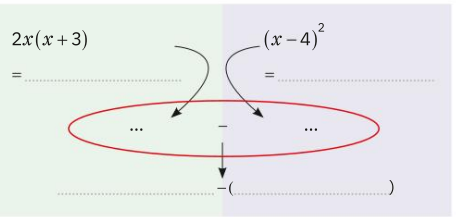
18 Faire attention au signe – devant un carré

Développer $2x(x+3) - (x-4)^2$ pour tout x réel.
On pourra s'aider du schéma ci-joint

.....

.....

.....



19 Avec des racines carrées

1. Développer chaque expression et la réduire si possible, puis contrôler le résultat avec une calculatrice.

a. $\left(\sqrt{3}+5\right)^2 =$ .....

b. $\left(2\sqrt{5}-1\right)^2 =$ .....

c. $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right) =$ .....

2. Déterminer la nature de $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ pour tous entiers naturels a et b.

.....

20 Développer pour démontrer une conjecture

1. a. Calculer :

$1^2 - 0^2 =$ ..... ; $2^2 - 1^2 =$ ..... ; $3^2 - 2^2 =$ ..... ; $4^2 - 3^2 =$ ..... ; $5^2 - 4^2 =$ .....

b. Conjecturer le résultat de $6^2 - 5^2 =$ ..... puis le contrôler en détaillant le calcul : $6^2 - 5^2 =$ .....

c. Conjecturer le résultat de $37^2 - 36^2 =$ ..... puis contrôler le résultat à la calculatrice.

2. a. Conjecturer pour tout entier $n \geqslant 0$, un calcul astucieux de $(n+1)^2 - n^2 =$ .....

b. Démontrer ce résultat : .....

c. Expliquer comment calculer mentalement la différence (positive) entre les carrés de deux entiers consécutifs :

.....

21 Carré d'un entier impair

a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $(2n+1)^2 = 2(2n^2+2n)+1$

.....

b. Que peut-on déduire de cette identité sur le carré d'un entier impair ?

.....

.....

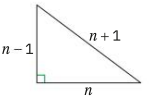
.....

Aide : revoir comment démontrer une identité (Bilan p. 24). On peut utiliser plusieurs méthodes ici.

Aide : un nombre impair est un nombre qui peut s'écrire $2 \times m + 1$ où m est entier.

22 Triangles rectangles à côtés entiers consécutifs

On cherche les triangles rectangles dont les côtés ont pour mesures des entiers consécutifs. On les note $n-1$, n et $n+1$ où n est un entier, $n \geqslant 2$.



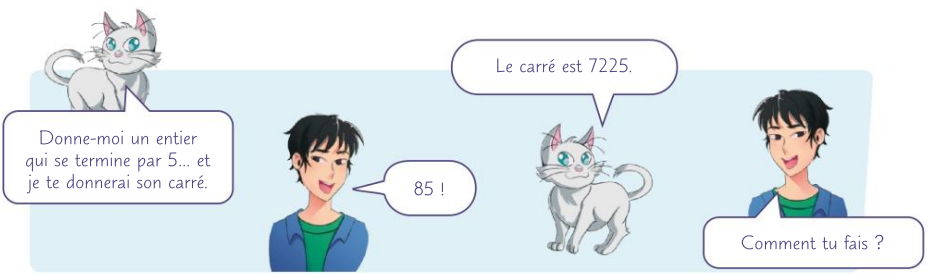
a. Pour $n = 6$, le triangle obtenu est-il rectangle ?

b. À quelle condition sur n, le triangle est-il rectangle ?

c. Montrer que le triangle est rectangle si et seulement si $n(4-n) = 0$.

d. En déduire le(s) triangle(s) solution(s).

23 Une astuce de calcul



Le but de cet exercice est de trouver la méthode de calcul.

1. a. Compléter avec l'aide de calculatrice : $15^2 =$ ..... ; $25^2 =$ ..... ;
$35^2 =$ ..... ; $45^2 =$ ..... ; $55^2 =$ .....

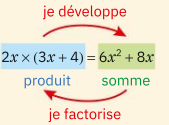
b. Émettre une conjecture sur l'écriture décimale du carré d'un entier dont le chiffre des unités est 5.

2. a. Soit n un entier dont le chiffre des unités est 5. En écrivant $n = 10d + 5$ (où d est le nombre de dizaines de n), démontrer que $n^2 = 100d(d+1) + 25$ et trouver l'astuce de calcul. La tester pour retrouver 85^2.

b. Utiliser votre astuce pour trouver mentalement 55^2, 65^2, 75^2, 95^2, 105^2 puis contrôler à la calculatrice.

F Factoriser des expressions avec des carrés

Factoriser une expression, c'est la transformer pour l'écrire sous forme d'un produit de facteurs. Pour factoriser une somme, on observe bien sa structure (voir p. 106) en se posant systématiquement les questions suivantes :
– quels sont ses termes, combien y en a-t-il ?
– chaque terme est-il un produit de facteurs avec un facteur commun à tous ?
– sinon, reconnaît-on une identité remarquable ?



Et si on n'est dans aucun de ces cas, on essaie de s'y ramener en transformant une partie seulement, voire en développant… en espérant pouvoir factoriser ensuite.

24 Reconnaître un facteur commun pour factoriser

Compléter la factorisation suivante

Pour factoriser $(x+1)^2 + 3(x+1)$, compléter les étapes suivantes :
Le carré d'un nombre est le produit du nombre par lui-même donc
$(x+1)^2 + 3(x+1) =$ .....

On reconnaît une somme de deux produits :

$(x+1) \times (x+1) + 3 \times (x+1)$

avec ..... comme facteur commun.

On factorise, pour tout réel x, $(x+1)^2 + 3(x+1) =$ .....

Bien repérer la structure :

× + × = ×(+)

×	$x+1$	3
$x+1$	$(x+1)^2$	$3(x+1)$

25 Reconnaître un facteur commun pour factoriser

Factoriser $4(2x-1)^2 - 5x(2x-1)$ pour tout nombre réel x en détaillant les étapes comme à l'exercice 24.

.....

.....

.....

.....

.....

Aide : si besoin, compléter le schéma

×	.....	.....
.....	.....	.....

26 Factoriser en détaillant les calculs

a. $(2x-1)^2 - 4(2x-1) =$ .....

b. $4(x+2)^2 + 5(x+2) =$ .....

c. $(3x+1)^2 - (3x+1)(x+4) =$ .....

27 Éviter le piège du 1 !

1. Factoriser $(3x+5)^2 + 3x + 5$ pour tout réel x.

.....

2. Factoriser $(x+1)^2 + x + 1$

.....

.....

.....

Aide : si besoin, compléter le schéma

×	.....	.....
$3x+5$	.....	.....

28 Factoriser en reconnaissant une différence de deux carrés

a. Pour tout x, $(4x-1)^2-16=$ .....

b. Pour tout x, $(x+4)^2-5=$ .....

c. Pour tout x, $9-(2x+1)^2=$ .....

d. Pour tout x, $x^2-(2x+1)^2=$ .....

e. Pour tout x, $(2x+3)^2-(x-5)^2=$ .....

f. Pour tout x, $(3x+1)^2-(3x-4)^2=$ .....

29 Prendre un peu de recul : Comparer deux méthodes

1. Démontrer que « pour tout réel x, $(2x+1)^2-25=(2x-4)(2x+6)$ » :

a. En développant $(2x+1)^2-25$ et $(2x-4)(2x+6)$ pour tout réel x.

.....

.....

.....

b. En factorisant $(2x+1)^2-25$ pour tout réel x.

.....

2. Un peu de recul : quels sont les avantages et/ou inconvénients de chaque méthode ?

.....

.....

.....

30 Reconnaître ou faire apparaître une différence de deux carrés pour factoriser

a. $9(x+1)^2-25=3^2(x+1)^2-5^2=[3(x+1)]^2-5^2=$ .....

b. $x^2-16(x+3)^2$ .....

c. $4(x+1)^2-25(x+3)^2$ .....

d. $49x^2-25(x+3)^2$ .....

31 Pour chercher : Factoriser par étapes

1. Factoriser x^2-2x+1 puis $x^2-2x+1-x(4x-4)$ pour tout x réel.

.....

.....

.....

> Pour factoriser une somme de trois termes sans facteur commun en évidence, on pense à une identité remarquable.

2. Factoriser $2(x-1)^2+(3x-3)$ pour tout x réel.

.....

.....

3. Factoriser $(3x+3)^2+x^2-1$ pour tout x réel.

.....

.....

.....

G Isoler une variable

Le problème : en sciences et en mathématiques, des formules font intervenir plusieurs lettres qui représentent des quantités variables. On doit exprimer l'une des variables en fonction des autres, on dit qu'on « isole la variable ».

La méthode : on procède comme une résolution d'équation, avec pour inconnue la lettre qu'on cherche à isoler. On traite les autres lettres comme si elles avaient des valeurs déjà connues.

Exemple : avec $\mathcal{V} = \pi r^2 h$

Pour exprimer h en fonction de $\mathcal{V}$ et r :

$\mathcal{V} = \pi r^2 \times h$,

je divise par πr^2 : $\dfrac{\mathcal{V}}{\pi r^2} = h$ donc $h = \dfrac{\mathcal{V}}{\pi r^2}$

$v = \dfrac{d}{t}$



Je préfère quand l'inconnue est à gauche, j'écris $\pi r^2 h = \mathcal{V}$.
Ensuite, j'imagine que je connais r et $\mathcal{V}$, par exemple $\pi \times 5^2 \times h = 40$ pour trouver les opérations à effectuer pour obtenir h comme page 102.

32 Avec $U = RI$

1. a. Trouver R quand $I = 4$ et $U = 3$ (I en ampères, U en volts et R en Ohms) : .....

b. Exprimer R en fonction de I et U, quelconques : .....

2. Exprimer I en fonction de U et de R : .....

33 Avec $v = \dfrac{d}{t}$

1. a. Trouver d pour $v = 80$ km/h et $t = 3{,}4$ h :

.....

b. Exprimer d en fonction de v et t :

.....

Tu peux vérifier avec les unités :
- $\dfrac{d}{t}$ en $\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ donne v en $\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ ou km/h
- $v \times t$ en $\dfrac{\text{km}}{\text{h}} \times \text{h}$ donne d en km
- $\dfrac{d}{t}$ en $\dfrac{\text{km}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}}$ (ou $\text{km} \times \dfrac{\text{h}}{\text{km}}$) donne t en h.

2. a. Compléter pour trouver t pour $v = 80$ km/h et $d = 131$ km.

Écrire l'équation : .....

Résoudre : .....

b. Exprimer t en fonction de v et d : .....

34 D'une grandeur à une autre dans un rectangle

On note L et ℓ les longueurs des côtés d'un rectangle, $\mathcal{P}$ son périmètre et $\mathcal{A}$ son aire. L'unité de longueur est le centimètre.

1. Rappeler les expressions de $\mathcal{P}$ et de $\mathcal{A}$ en fonction de L et ℓ :

.....

2. Le rectangle a pour périmètre 60 cm. Exprimer ℓ puis l'aire $\mathcal{A}$ en fonction de L.

.....

.....

3. Le rectangle a pour aire 40 cm^2. Exprimer ℓ puis P en fonction de L.

.....

Savoir « exprimer en fonction de... » nous permettra d'étudier des situations à l'aide de fonctions tout au long de l'année.



Information chiffrée et statistique

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-33

▸ Corrigés p. 125

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Estimer en pourcentage : **a.** $\frac{15}{20}$ **b.** $\frac{71}{98}$.	**a.** ..... **b.**	▸ 3 A p. 97
2. Calculer mentalement 20 % de 58 €.	.....	▸ 3 A p. 97
3. Estimer mentalement 77 % de 321 €.	.....	▸ 3 A p. 97
4. Lors des soldes, un article valant 48 € est affiché avec une remise de 25 %. Quel est son prix soldé ?	.....	▸ 3 C p. 99
5. Choisir la bonne réponse : augmenter une quantité de 5 % revient à la multiplier par **a.** 5 % **b.** 5 **c.** 1,05 **d.** 1,5.	**c.**	▸ 3 C p. 99

A Proportions et pourcentages – Proportion de proportion

1 Calculer et comparer des proportions

On achète un paquet de sucreries qui ne contient que des bonbons et des sucettes soit doux soit piquants.

	Bonbons	Sucettes	Total
Doux	21	.....	.....
Piquants	.....	.....	33
Total	45	.....	125

1. Compléter le tableau, puis déterminer les pourcentages :

a. de sucettes dans le sachet .....

b. de sucettes piquantes parmi les sucettes .....

c. de sucettes piquantes dans le sachet .....

2. Il y avait le choix avec un autre paquet qui indiquait 60 % de sucettes dont 15 % sont piquantes. Aurait-il contenu la même proportion de sucettes piquantes ?

.....

.....

.....

2 Proportion des effectifs en-dessous de la moyenne ou de la médiane

Voici, pour l'année 2022, le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur.

Longueur en cm	12	15	16	17	22	23
Effectif	800	900	1100	900	700	600

1. Calculer la longueur moyenne et la longueur médiane des gousses de vanille.

.....

.....

.....

2. Calculer la proportion, en pourcentage, de gousses de vanille dont la longueur est inférieure ou égale

a. à la moyenne :

.....

.....

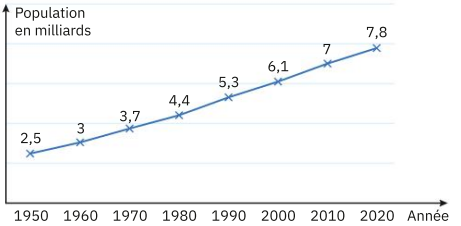
b. à la médiane :

.....

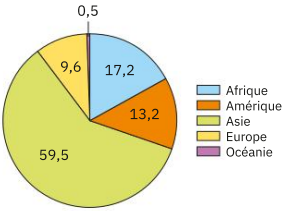
.....

3 Proportion et graphiques

Évolution de la population mondiale



Répartition en % de la population dans le monde en 2020



Estimer une valeur approchée de la population en Europe en 2020.

4 Représenter une proportion de proportion

La bande ci-dessous a été découpée en 20 parts égales.

1. Colorier 40 % de la bande ci-dessous puis hachurer dans 75 % des parts colorées.

2. Quelle est, en pourcentage, la proportion de la bande qui est hachurée (*chercher plusieurs solutions possibles*) ?

Un peu d'entraînement pour passer des fractions aux pourcentages et inversement permet de calculer ou d'estimer un pourcentage mentalement et de contrôler les résultats d'une calculatrice ou d'un tableur.

5 Estimer une proportion de proportion mentalement

En 2020, 59,5 % de la population mondiale vit en Asie. La population chinoise représente 30 % de la population de l'Asie. Estimer la proportion de la population chinoise dans le monde.



On demande d'estimer, pas de donner la valeur exacte.

6 D'un ratio à une proportion et à une proportion de proportion

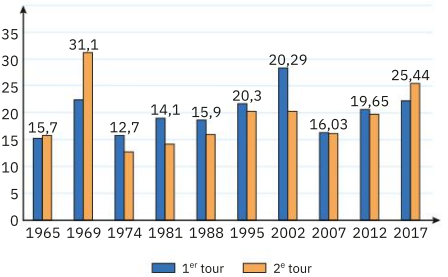
Même s'il est très difficile de connaître le nombre exact de gauchers, on estime le pourcentage de gauchers actuellement en France à environ 15 %, avec 6 garçons pour 4 filles.

1. Calculer le pourcentage estimé de garçons parmi les gauchers :

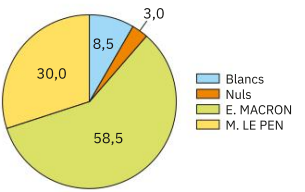
2. Calculer le pourcentage estimé de garçons gauchers dans la population :

7 Faire entendre sa voix

Évolution de l'abstention en % à l'élection présidentielle 2017



Résultats du second tour de l'élection présidentielle 2017 en % du total des suffrages exprimés



https://www.interieur.gouv.fr

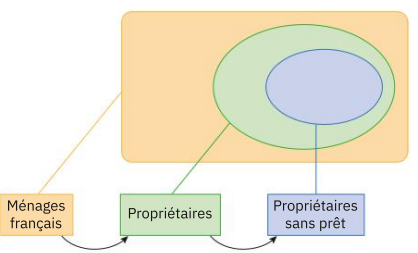
1. Quelle est la proportion, en pourcentage, d'électeurs inscrits qui ont voté pour Emmanuel Macron ?

2. Parmi les électeurs qui ont exprimé un choix entre les deux candidats, quelle est la proportion des électeurs qui ont voté pour Emmanuel Macron ?

8 Bien interpréter un texte pour calculer une proportion de proportion

En France, au 1er janvier 2019, 57,7 % des ménages français étaient propriétaires de leur résidence principale, et 65,3 % d'entre eux n'avaient pas de prêt à rembourser pour l'achat de leur résidence principale. Source : INSEE

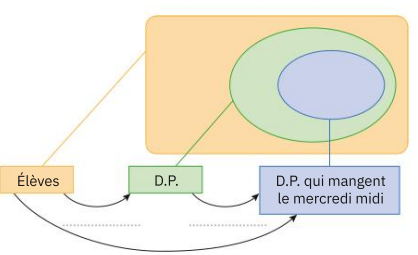
Quelle est la part des ménages français qui étaient propriétaires sans prêt à rembourser ? *On pourra compléter le schéma ci-contre.*



9 Chercher une information manquante dans un texte

Dans un lycée, 65 % des élèves sont demi-pensionnaires (D.P.) et 45,5 % des élèves sont des demi-pensionnaires qui mangent à la cantine le mercredi midi.

Quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires qui mangent à la cantine le mercredi midi ? *On pourra s'aider du schéma ci-contre.*



B Variations absolue et relative – Taux d'évolution

10 Calculer des variations ou calculer à l'aide des variations

1. Un article coûtant 50 € est proposé en soldes à 45 €. Compléter les phrases suivantes.

a. la remise est de ..... et la variation absolue est de ..... .

b. –5 € représente ..... du prix initial donc la variation relative du prix est .....

2. Compléter le tableau.

	Valeur initiale	Valeur finale	Variation absolue	Variation relative
a.	200	300	.....	..... %
b.	80	60	.....	..... %
c.	150	.....	+15	..... %
d.	200	.....	.....	+25 %
e.	.....	8	–2	..... %

3. La variation absolue est –20 et la variation relative –50 %. Peut-on retrouver la valeur initiale et la valeur finale ?

.....

.....

11 Anticiper mentalement le résultat d'une évolution en pourcentage

Pour chaque évolution, entourer l'estimation la plus proche.

a. 320 € évolue de +10 % — 300 € — 320 € — 330 € — 350 € — 400 €.

b. 250 € évolue de –21 % — 100 € — 150 € — 200 € — 230 € — 270 €.

c. 812 € évolue de +25 % — 800 € — 900 € — 1 000 € — 1 100 € — 1 200 €.

d. 240 € évolue de –65 % — 80 € — 100 € — 160 € — 180 € — 300 €.

12 Anticiper mentalement un taux d'évolution

Dans chaque cas, entourer le taux d'évolution approché qui correspond le mieux.

a. 320 € devient 352 € — –50 % — –25 % — –20 % — –10 % — +10 % — +20 % — +25 % — +50 %

b. 250 kg devient 205 kg — –50 % — –25 % — –20 % — –10 % — +10 % — +20 % — +25 % — +50 %

c. 862 L devient 1300 L — –50 % — –25 % — –20 % — –10 % — +10 % — +20 % — +25 % — +50 %

d. 240 € devient 183 € — –50 % — –25 % — –20 % — –10 % — +10 % — +20 % — +25 % — +50 %

13 Passer d'une évolution en pourcentage au coefficient multiplicateur

Aide : voir page 98

1. Augmenter une quantité de

a. 20 % c'est la multiplier par .....

b. 9 % c'est la multiplier par .....

c. 25 % c'est la multiplier par .....

d. 150 % c'est la multiplier par .....

2. Diminuer une quantité de

a. 15 % c'est la multiplier par .....

b. 4 % c'est multiplier par .....

c. 45 % c'est multiplier par .....

d. 12 % c'est multiplier par .....

14 Passer du CM au taux d'évolution

1. Compléter le mémo ci-contre.

2. Le prix d'un vidéoprojecteur passe de 440 € à 550 €

a. Déterminer le coefficient multiplicateur :

.....

b. Compléter : CM = 1 + ... et en déduire le taux d'évolution et interpréter : .....

3. Le prix d'un téléviseur passe de 700 € à 490 €. Calculer le coefficient multiplicateur CM puis le taux d'évolution et interpréter.

.....

.....

Valeur initiale → (× CM) Valeur finale

Donc CM = $\frac{\text{valeur .....}}{\text{valeur .....}}$

CM = 1 + t donc t = ...

15 Calculer le taux d'évolution à partir des valeurs initiales et finales

1. Compléter le mémo ci-contre.

2. Les tarifs d'affranchissement du courrier évoluent au 1er janvier de chaque année.

	01/01/2011	01/01/2021	01/01/2022
Tarif lettre prioritaire	0,60 €	1,28 €	1,43 €
Tarif lettre verte	0,57 €	1,08 €	1,16 €

Le taux d'évolution est

$t = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$

$= \frac{\text{variation .....}}{\text{valeur .....}}$

a. Calculer le taux d'évolution pour une lettre prioritaire entre le 1er janvier 2021 et le 1er janvier 2022 (arrondir à 10^{-3}).

.....

.....

.....

.....

b. Calculer le taux d'évolution pour une lettre verte entre le 1er janvier 2021 et le 1er janvier 2022 (arrondir à 10^{-3}).

.....

.....

.....

.....

.....

16 CM et taux d'évolution pour une diminution

Un smartphone est proposé à un prix de 359 €. Les étudiants ont droit à une remise de 10 %.

1. Calculer le prix à payer par un étudiant puis la variation absolue du prix.

.....

.....

2. Calculer le taux d'évolution. Quel(s) contrôle(s) peut-on effectuer sur ce résultat ?

.....

.....

.....

17 Bilan à compléter

Compléter les deux cadres ci-dessous puis la carte mentale en résolvant les quatre exercices proposés.

Exemple :

• pour une augmentation de 10 %

taux = ... et

CM = ...

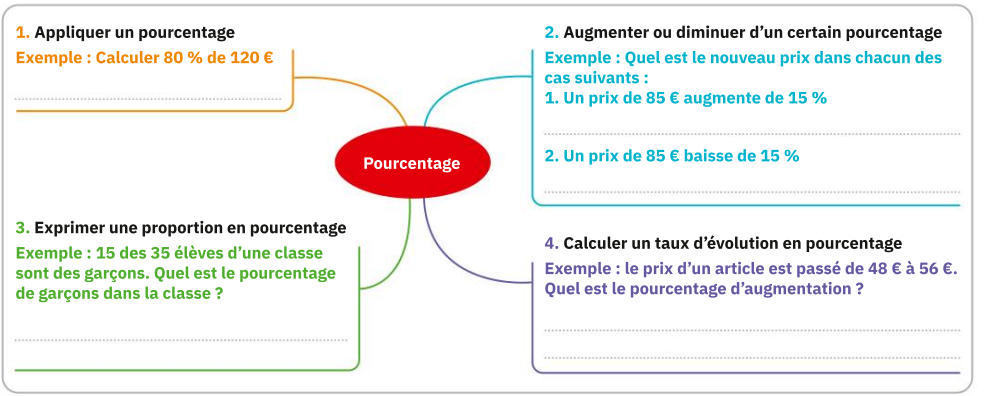
• pour une diminution de 10 %

taux = ... et

CM = ...

En général :

	augmentation	diminution
Variation absolue	.....	.....
Coefficient multiplicateur CM	.....	.....
Taux d'évolution t = ...	.....	.....



18 Comparer des variations

Voici l'évolution des prix du trajet Reims-Strasbourg selon la catégorie du véhicule.

	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5
2020	30,80 €	46,80 €	70,20 €	91,10 €	18,40 €
2021	30,90 €	47 €	69,80 €	91,40 €	18,30 €

1. Compléter le tableau.

Classe	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5
Variation absolue	.....	.....	.....	.....	.....
Taux d'évolution	.....	.....	.....	.....	.....

2. Quelles sont les classes de véhicules dont les prix ont le plus augmenté ou le plus diminué (commenter) ?

.....

.....

.....

.....

.....

19 Progression du nombre de films réalisés par des femmes

Le Centre national du cinéma et de l'image animée propose le tableau ci-contre accompagné du commentaire suivant, dont certaines données ont été masquées.

« En dix ans, dans un contexte de progression du nombre de films agréés (+ .....), le nombre de films agréés réalisés ou co-réalisés par des femmes passe de ..... films en 2010 à ..... films en 2019, soit une progression de ..... »

Films agréés selon le genre des réalisateurs-trices (%)

	2010	2019	Évolution
Homme	80,1	74,1	–6,0 points
Femme	18,4	22,9	+4,5 points
Mixte	1,5	3,0	+1,5 points
Total	**100,0**	**100,0**	

Source : CNC

Sachant que 261 films ont été agréés en 2010 et 301 en 2019, retrouver les données chiffrées manquantes pour compléter le commentaire.

C Évolutions successives

20 Appliquer deux diminutions successives

Un magasin propose 20 % de réduction cumulable avec les 30 % de réduction de ma carte fidélité. Un client espère donc économiser 50 % sur le prix d'un blouson à 150 €.



1. Compléter le schéma ci-dessus et comparer le prix avec les deux remises à celui qu'on obtiendrait avec 50 % de remise. .....

2. Cherchons quel est le pourcentage de réduction global.

a. Par combien multiplie-t-on pour passer du prix de départ au prix final ? .....

b. En déduire le pourcentage de réduction global : .....

3. Si l'on choisit un blouson à un autre prix, le pourcentage de réduction sera-t-il le même ?

21 Appliquer une diminution puis une augmentation

Un smartphone coûtant 350 € a augmenté de 20 % puis son prix a baissé de 20 % quelques mois plus tard. Il n'est pas revenu au prix de départ… Déterminons son évolution.



a. Par combien multiplie-t-on pour passer du prix de départ au prix final ?

b. Exprimer cette évolution en pourcentage. .....

22 Appliquer trois évolutions successives

En 2018, les dépenses des Français liées à la culture et aux loisirs continuent de croître : + 1,6 % en volume en 2016, + 1,6 % en 2017 et + 1,5 % en 2018. Quel est le taux d'augmentation de 2016 à 2018 ?

23 Une « propagation exponentielle »

Lors d'une épidémie, le nombre de personnes contaminées augmente chaque jour de 2 %. Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre de personnes contaminées au bout de 30 jours ?

24 Pour chercher. Une augmentation

Le prix du timbre au tarif lettre prioritaire a augmenté de 113,3 % en 10 ans, du 1er janvier 2011 au 1er janvier 2021. Avec une calculatrice, un tableur ou un programme, estimer le taux d'augmentation moyen chaque année.

D Évolutions réciproques

25 Une baisse de 20 % compense-t-elle une hausse de 20 % ?

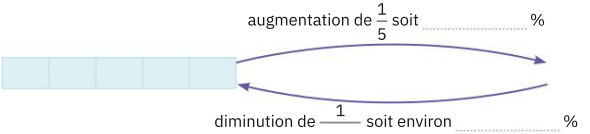
1. On augmente 100 € de 20 % puis on applique une baisse de 20 %. Compléter :

Augmenter 100 € de 20 % c'est l'augmenter de ..... pour obtenir .....

Diminuer le résultat de 20 %, c'est diminuer ..... de 20 % c'est-à-dire de .....

Au final, on a diminué de .....

2. Une représentation graphique à compléter :



26 Déterminer un taux d'évolution réciproque

Dans chacun des cas suivants, compléter le tableau pour déterminer le taux d'évolution réciproque t_R

	CM	CM_R	t_R en pourcentage
augmentation de 60 %	.....	.....	.....
augmentation de 25 %	.....	.....	.....
augmentation de 300 %	.....	.....	.....
diminution de 36 %	.....	.....	.....
diminution de 60 %	.....	.....	.....

27 Un peu de méfiance !

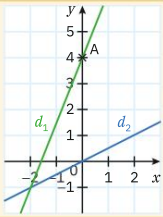
Lors d'un événement publicitaire, un concessionnaire automobile propose d'offrir la TVA (au taux normal de 20 %) pour l'achat d'un véhicule neuf en stock. Le client va-t-il bénéficier de 20 % de réduction ?

Fonctions affines

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-41

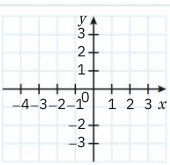
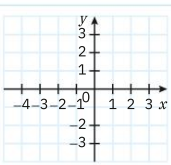
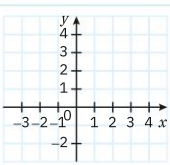
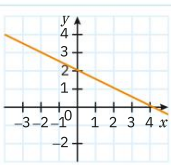
▸ Corrigés p. 125

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Soit $f(x) = 3x + 4$. Calculer $f(-3)$.	.....	▸ 7 B pp. 115-116
2. Le point M(2 ; −3) appartient à la courbe représentant une fonction f. Compléter : **a.** $f(\ldots) = \ldots$ **b.** ... est un antécédent de ..... par f.	.....	▸ 7 B pp. 115-116
3. Résoudre l'équation $\frac{5}{3}x + 1 = 3$.	.....	▸ 5 A pp. 102-104
4. La droite d_1 représente une fonction f et la droite d_2 une fonction g. Compléter : **a.** A(... ; ...) appartient à l'axe des .... **b.** f est une fonction ... **c.** g est une fonction ... **d.** $g(x) =$ .... pour tout x 	.....	▸ 7 pp. 114-118
5. Les fonctions f, g, k et ℓ sont affines. Préciser leur coefficient directeur m et leur ordonnée à l'origine p. $f(x) = -2x + 1$ $\quad g(x) = 0{,}5x$ $k(x) = x + 4$ $\quad l(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$	f ..... g ..... k ..... ℓ	▸ 7 D p. 118

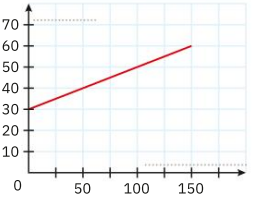
A Différentes représentations d'une fonction affine

1 Compléter, dans l'ordre de votre choix, le tableau suivant où f, g, h, k sont des fonctions affines

	Fonction f	Fonction g	Fonction h	Fonction k
Programme de calcul →	Multiplier par 2 Ajouter −1	Multiplier par ..... Ajouter	Multiplier par ..... Ajouter	Multiplier par ..... Ajouter .....
Expression algébrique →	$f(x) =$	$g(x) =$	$h(x) = \frac{1}{2}x + 3$	$k(x) =$ .....
Tableau de valeurs →	x | 0 | 2 $f(x)$ | ..... |	x | 0 | −4 $g(x)$ | 0 | 3	x | 0 | 2 $g(x)$ | ..... |	x | −2 | 0 $k(x)$ | ..... | .....
Représentation graphique →				

2 Modéliser par une fonction affine. Déterminer et interpréter images et antécédents

La fonction affine f modélise le prix de la location d'une voiture, en euros, pour une journée en fonction du nombre x de kilomètres parcourus pour un trajet d'au plus 150 km.



a. Compléter les légendes sur les axes.

b. Quel est l'ensemble de définition de f ?

.....

c. Compléter par lecture graphique le tableau ci-dessous et traduire sur chaque ligne la même information de différentes façons.

Pour la situation étudiée	Sur le graphique	Avec les termes « image » ou « antécédent »	Avec la notation f (...)
Pour 50 km, le prix est	Le point de coordonnées ..... appartient à d.	50 a pour ..... 40 par f.	$f($.....$)=$ .....
Pour 50 €, on peut faire un trajet de	Le point de coordonnées ..... appartient à d.	50 a pour ..... 100 par f.	$f($.....$)=$ .....
Le tarif se compose d'un forfait de ..... auquel on ajoute le prix selon les km parcourus.	Le point de coordonnées ..... appartient à d. 30 s'appelle ..... de d.	0 a pour ..... 30 par f.	$f(0)=$ .....

3 Calculer des images et antécédents par une fonction affine

La fonction f est définie par $f(x) = 30 + 0{,}2x$ sur $[0 ; 150]$.

a. Calculer $f(0)$ et $f(10)$: .....

b. Calculer l'antécédent de 50 et compléter le mémo ci-contre :

.....

.....

.....

.....

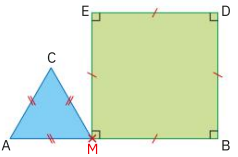
Changer de point de vue :

Soit f une fonction définie sur l'ensemble $\mathcal{D}_f$.
Chercher l'antécédent de 50 par f c'est : chercher x dans $\mathcal{D}_f$ tel que .....
c'est-à-dire résoudre .....
.....

4 Pour chercher : Fonction affine et situation géométrique

La situation

Le point M parcourt le segment [AB].

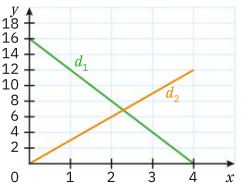


Les fonctions

On note x la distance AM.

On considère deux fonctions :
- t associe à x le périmètre du triangle équilatéral ACM
- c associe à x le périmètre du carré MBDE

Leurs courbes



Pourriez-vous retrouver : la distance AB, la droite représentant t et celle représentant c ?

.....

.....

.....

.....

B Proportionnalité des accroissements. Sens de variation

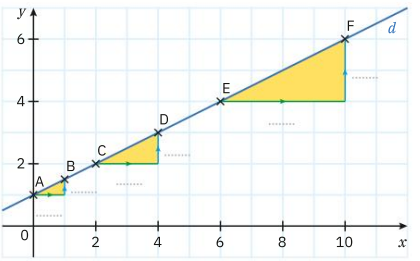
5 Interpréter la proportionnalité des accroissements pour une fonction affine

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}5x + 1$.
Elle est représentée graphiquement par la droite d.

		+1		+2			← accroissements des antécédents
x	0	1	2	4	6	10	
$f(x)$	.....	.....	.....	.....	.....	.....	
		+0,5					← accroissements des images

1. Compléter sur le tableau ci-contre :
a. les images $f(x)$.
b. les accroissements manquants dans les bulles en vert et en bleu.

2. Compléter le graphique en indiquant les accroissements trouvés sur le tableau sur les côtés de chaque triangle.



3. Calculer les quotients $\dfrac{\text{accroissement des images}}{\text{accroissement des antécédents}}$

a. de $x = 0$ à $x = 1$: .....

b. de $x = 2$ à $x = 4$: .....

c. de $x = 6$ à $x = 10$: .....

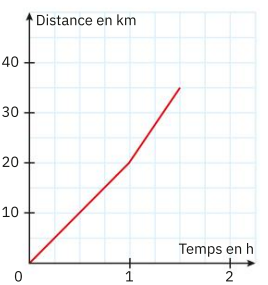
4. Compléter en précisant le coefficient de proportionnalité :
Les accroissements des images sont proportionnels ....

5. a. Compléter le mémo ci-contre.
b. Montrer que pour $f(x) = 0{,}5x + 1$, le taux d'accroissement de f entre deux réels a et b (avec $a \neq b$) est 0,5.

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Son **taux d'accroissement** entre les réels a et b (avec $a \neq b$) est le quotient
$\dfrac{\text{accroissement des .....}}{\text{accroissement des .....}} = \dfrac{f(\text{.....}) - f(\text{.....})}{\text{..... } - \text{.....}}$.

6 En situation, interpréter le taux d'accroissement

La courbe représente, schématiquement, la distance $d(t)$ parcourue par un sportif en fonction de la durée t d'entraînement.



1. Quel est l'intervalle de temps considéré ? .....
Que représente cet intervalle pour la fonction d ? .....

2. a. Déterminer les taux d'accroissement de d :

• entre $t_1 = 0$ et $t_2 = 1$: .....

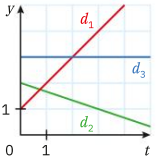
• entre $t_1 = 1$ et $t_2 = 1{,}5$: .....

• entre $t_1 = 0$ et $t_2 = 1{,}5$ à 0,1 près : .....

b. Préciser en quelle unité ces taux d'accroissement sont exprimés et les interpréter pour le sportif.

7 Du taux d'accroissement au sens de variation

Les fonctions affines f_1, f_2, f_3 définies sur [0 ; +∞[sont représentées par les demi-droites d_1, d_2, d_3.
Lire graphiquement.



a. les taux d'accroissement :

de f_1 : ..... ;

de f_2 : ..... ;

de f_3 : .....

b. le sens de variation de f_1, f_2, f_3 sur [0 ; +∞[:

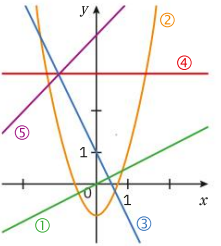
.....

.....

.....

8 Associer une fonction et une courbe

Associer à chaque fonction f le numéro de sa courbe représentative.



$f(x) = -2\,x + 1$ .....

$f(x) = 0{,}5x$ .....

$f(x) = x^2 - 1$ .....

$f(x) = x + 4$ .....

$f(x) = 3$ .....

9 En situation, interpréter la proportionnalité des accroissements et le sens de variation

On modélise l'évolution du nombre d'abonnés à une revue en fonction du prix de l'abonnement annuel à cette revue par la formule : nombre d'abonnés = 9 500 – 50 × prix de l'abonnement annuel en euros.

1. Compléter, dans l'ordre de votre choix, les différents cadres.

Tableau de valeurs

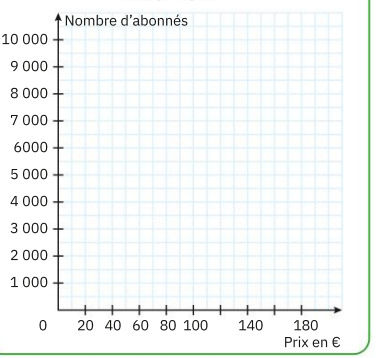
Prix p en €	10	20	30
Nombre d'abonnés	.....	.....	.....

Prix p en €	50	100	150
Nombre d'abonnés	.....	.....	.....

Fonction $\mathscr{A}$

Prix en € x ⟼ Nombre d'abonnés $\mathscr{A}(x)$ = ...

Graphique



2. Justifier l'allure de la courbe (on lira graphiquement l'ensemble de définition de $\mathscr{A}$).

.....

.....

3. a. Justifier que toute hausse de 10 € du prix de l'abonnement engendre une perte de 500 abonnés.

.....

.....

.....

b. Justifier, pour cette situation, la loi du marché : « plus le prix est cher, plus la demande diminue ».

.....

.....

C Équation de droite $y = mx + p$

10 Passer d'une fonction affine à une équation

On considère l'équation $y = 2x - 2$ à deux inconnues x et y.

1. Les valeurs suivantes sont-elles solutions de l'équation :

$x = 5$ et $y = 8$ ..... ; $x = 8$ et $y = 5$ .....

2. Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 2$ et d la droite qui la représente. Sans aucun calcul déterminer si :

a. le point A(5 ; 8) appartient à d : .....

b. le point B(8 ; 5) appartient à d : .....

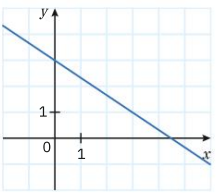
Les ensembles {5 ; 8} et {8 ; 5} sont les mêmes. Les couples (5 ; 8) et (8 ; 5) ne sont pas les mêmes.



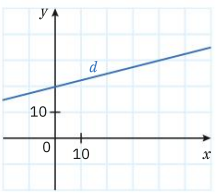
11 Déterminer graphiquement une équation de droite

Dans chaque cas, compléter par lecture graphique l'équation $y = mx + p$ de la droite.

a. $y =$ .....

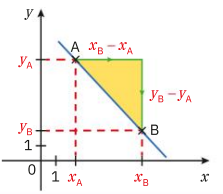


b. $y =$ .....



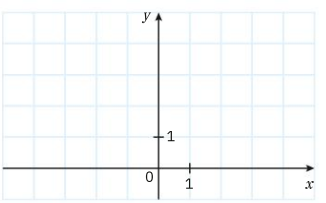
La droite d : $y = mx + p$
- passe par le point P(0 ; p)
- a pour coefficient directeur $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

pour tous points distincts A et B de d.



12 Déterminer une équation de droite connaissant deux points de la droite

Dans un repère du plan, on considère les points A(2 ; 3) et B(–4 ; 1).
La droite (AB) admet l'équation $y = mx + p$ que l'on veut déterminer.



1. Tracer la droite (AB)

2. a. Calculer la valeur de m. .....

b. Quel contrôle pouvez-vous faire ? .....

.....

.....

3. Écrire l'équation de la droite en remplaçant m par sa valeur : .....

4. a. Que cherche-t-on : la valeur de y, celle de x, celle de p ?

.....

b. Écrire la relation entre les coordonnées de B sachant que B appartient à la droite puis conclure.

.....

.....

.....

c. Quel(s) contrôle(s) pouvez-vous faire ? .....

.....

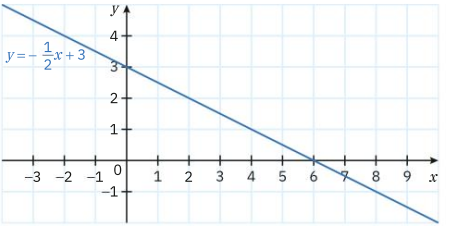


Je contrôle mes calculs graphiquement dès que c'est possible, ainsi, s'il y a une erreur, je peux la corriger.

D Inéquations de degré 1

13 Notion d'inéquation

Soit $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ pour tout x réel.



1. a. Résoudre l'équation $f(x) = 1$.

b. Contrôler graphiquement :

2. a. Lire graphiquement, parmi les nombres suivants, les valeurs de x telles que $f(x) < 1$ et les entourer : -3 $-1{,}8$ 0 $0{,}9$ 2 $3{,}7$ $4{,}2$ 5 $6{,}1$ 8

b. Par lecture graphique, déterminer tous les réels x tels que $-\frac{1}{2}x + 3 < 1$:

c. Écrire l'ensemble des solutions de l'inéquation $-\frac{1}{2}x + 3 < 1$:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-\frac{1}{2}x + 3 < 1$ c'est chercher tous les réels x tels que $-\frac{1}{2}x + 3 < 1$

3. Par lecture graphique, donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $-\frac{1}{2}x + 3 \geqslant -1$ (expliquer).

14 Visualiser l'effet d'une multiplication sur l'ordre

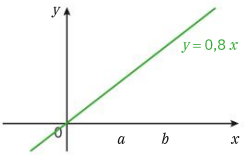
1. Choisir deux nombres a et b tels que $a < b$: .....

Compléter, pour les nombres choisis par $<$ ou $>$: $0{,}8a$ ..... $0{,}8b$ et $-0{,}8a$ ..... $-0{,}8b$

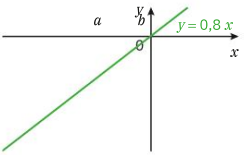
2. À l'aide des fonctions affines, placer sur chaque graphique les images des nombres a et b (laisser les traits de rappel nécessaires).

① **Par la fonction $f : x \mapsto 0{,}8x$**

a. cas 1



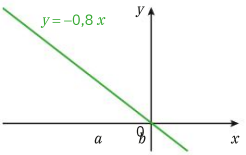
b. cas 2



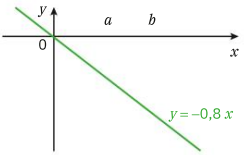
c. cas général :
Compléter : pour tous nombres a et b
si $a < b$, alors $0{,}8a$ ..... $0{,}8b$
car la fonction $f : x \mapsto 0{,}8x$

② **Par la fonction $g : x \mapsto -0{,}8x$.**

a. cas 1



b. cas 2



c. cas général :
Compléter : pour tous nombres a et b
si $a < b$, alors $-0{,}8a$ ..... $-0{,}8b$
car la fonction $g : x \mapsto -0{,}8x$

15 Résoudre une inéquation par le calcul

1. Compléter le mémo suivant :

> On passe d'une inéquation à une inéquation équivalente quand :
> ① on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chaque membre
> ② on multiplie (ou divise) chaque membre par un nombre non nul à condition de changer le **sens** de l'inégalité quand .....

2. Compléter en indiquant la propriété utilisée.

a. $3x - 5 \geqslant 1 \Leftrightarrow 3x$ ..... 6 par ① en ajoutant 5 à chaque membre

$\Leftrightarrow x$ ..... $\frac{6}{3}$ par ② .....

$\Leftrightarrow x$ 2

L'ensemble des solutions est .....

b. $-\frac{1}{2}x + 3 < 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x$ ..... -2 par .....

$\Leftrightarrow x$ ..... 4 par .....

L'ensemble des solutions est .....

16 Résoudre des inéquations du type $f(x) \geqslant k$

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ puis contrôler graphiquement la réponse à la calculatrice.

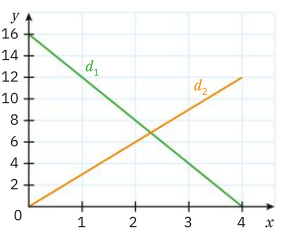
a. $2x + 5 \geqslant -1$ .....

b. $-3x + 1 \geqslant 2$ .....

17 Résoudre une inéquation $f(x) > g(x)$

La situation est celle de l'exercice 4 page 42

Les courbes représentent sur [0 ; 4] le périmètre $t(x) = 3x$ du triangle et celui du carré $c(x) = -4x + 16$, en fonction de x.



1. Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x, les deux périmètres sont égaux. La placer sur le graphique.

.....

2. Comparaison graphique des deux périmètres

a. Compléter : t est représentée par ..... et c par ..... sur [0 ; 4]

b. Par lecture graphique , compléter par $<$ ou $>$:

$c(1)$ ..... $t(1)$; $c(1{,}25)$ ..... $t(1{,}25)$; $c(2)$ ..... $t(2)$; $c(3)$ ..... $t(3)$; $c(3{,}5)$ ..... $t(3{,}5)$; $c(4)$ ..... $t(4)$

c. Par lecture graphique donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $c(x) > t(x)$:

.....

.....

3. Comparaison par le calcul : résoudre l'inéquation $c(x) > t(x)$.

.....

.....

18 Résoudre des inéquations $f(x) > g(x)$

a. $2x - 5 > 3x + 1$ .....

b. $8x - 5 \leqslant 5x - 3$ .....



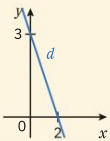
As-tu pensé à contrôler graphiquement tes résultats avec une calculatrice ?

Signe d'une fonction – (In)équations

TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-48

Corrigés p. 126

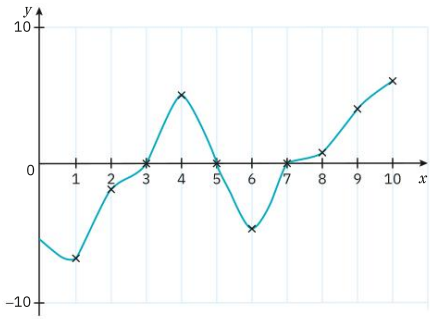
TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Résoudre l'équation $\frac{2}{3}x - 5 = x$	.....	5 A pp. 102-105
2. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que $3 \leqslant x < 7$	.....	SÉQ. 1 B pp. 7-9
3. Déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $x + 3 \leqslant 5x - 1$	.....	SÉQ. 5 D pp. 46-47
4. La fonction affine f est représentée ci-contre par la droite d. Lire graphiquement : **a.** $f(0)$ **b.** le signe du coefficient directeur de d **c.** la ou les solution(s) de l'équation $f(x) = 0$ 	**a.** ..... **b.** ..... **c.**	7 B pp. 115-116 7 D p. 118

A Notion de signe d'une fonction – Tableau de signes

1 Du signe d'un nombre au signe d'une fonction

La courbe représente une fonction f définie sur $[0\,;10]$.



1. Lire graphiquement le signe des nombres :

a. $f(1)$ .....

b. $f(4)$ .....

c. $f(1{,}7)$ .....

d. $f(7{,}2)$ .....

e. $f(5)$ .....

2. a. Lire graphiquement toutes les valeurs de x telles que $f(x) = 0$: .....

b. Donner huit valeurs de x pour lesquelles le nombre $f(x)$ est strictement négatif et placer les points correspondants sur la courbe.

c. Repasser en couleur la partie de la courbe formée de tous les points $M(x\,;f(x))$ tels que $f(x)$ est strictement négatif.

d. En déduire toutes les valeurs de x telles que $f(x)$ est strictement négatif.

3. Le tableau ci-dessous résume les conclusions précédentes. Le compléter.

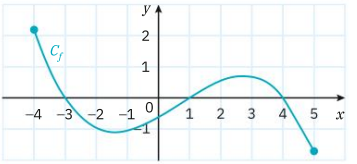
x	0		3		5		7		10
Signe de $f(x)$		−	0						

Sur quels intervalles f est-elle strictement positive ?

Pour tout $x \in [0\,;3[$, $f(x)$ est strictement négatif. On dit que f est strictement négative sur $[0\,;3[$

2 Lire graphiquement le signe de f puis les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$

La courbe C_f représente une fonction f.



1. Repasser en couleur la partie de la courbe formée des points M $(x\,;f(x))$ tels que $f(x)$ est strictement positif.

2. Compléter le tableau de signes de f :

x	
Signe de $f(x)$	

3 Interpréter un tableau de signes

La fonction f admet le tableau de signes ci-contre.

x	−2		1		3		+∞
Signe de $f(x)$		−	0	+	0	−	

1. À l'aide du tableau, que peut-on dire des nombres suivants :

a. $f(1)$ ..... **b.** $f(0)$ .....

c. $f(2{,}42)$ ..... **d.** $f(-5)$ .....



Au lycée, il faut s'habituer à lire :
- $f(x) > 0$ en « $f(x)$ est strictement positif »
- $f(x) < 0$ en « $f(x)$ est strictement négatif »

2. À l'aide du tableau, compléter :

a. L'ensemble de définition de f est .....

b. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est .....

c. L'ensemble des réels x tels que $f(x) > 0$ est .....

d. L'ensemble des réels tels que $f(x) < 0$ est .....

e. L'ensemble des réels x tels que $f(x) \geqslant 0$ est .....

f. L'ensemble des réels tels que $f(x) \leqslant 0$ est .....

3. a. Que peut-on en déduire sur la courbe C_f représentant f ?

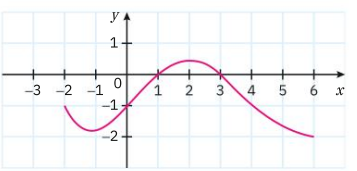
.....

.....

.....

.....

.....



b. Tracer ci-contre une courbe C pouvant représenter f.

4 Bilan : savoir changer de point de vue

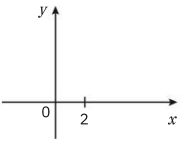
Soit C_f la courbe représentant une fonction f définie sur un intervalle I et a un réel de I.
Compléter pour exprimer de différentes façons la même information sur chaque ligne.

Fonction f	Équations ou inéquations avec $f(x)$	La courbe
f s'annule en a	....	C_f coupe l'axe des ..... au point de coordonnées .....
f est strictement positive sur I	Pour tout x de I, $f(x)$ est ..... *(signe)* c'est-à-dire $f(x)$ 0	C_f est ..... de l'axe des ..... sur l'intervalle I
f est strictement négative sur I	Pour tout x de I, $f(x)$ est ..... *(signe)* c'est-à-dire $f(x)$ 0	C_f est ..... de l'axe des ..... sur l'intervalle I

B Étudier le signe d'une fonction affine

5 Déterminer le signe en utilisant le sens de variation : cas d'une fonction affine croissante

1. Représenter une fonction affine f sachant que $f(2) = 0$ et que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.



2. Compléter par lecture graphique : f est strictement ..... sur ..... et strictement ..... sur ..... .

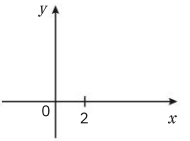
3. Justifier le signe de f en complétant :

Pour $x < 2$, $f(x)$ ..... $f(2)$ donc $f(x)$ ..... 0, car .....

Pour $x > 2$, $f(x)$ ..... $f(2)$ donc $f(x)$ ..... 0. .....

6 Déterminer le signe en utilisant le sens de variation : cas d'une fonction affine décroissante

1. Représenter une fonction affine f sachant que $f(2) = 0$ et que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.



2. a. Compléter par lecture graphique : f est strictement ..... sur $]2 ; +\infty[$ et strictement ..... sur $]-\infty ; 2[$

b. Justifier le signe de f en complétant :

Pour $x < 2$, $f(x)$ ..... $f(2)$ donc $f(x)$ ..... 0, car .....

Pour $x > 2$, $f(x)$ ..... $f(2)$ donc $f(x)$ ..... 0. .....

7 Passer du tableau de variations au signe d'une fonction affine

Dans chaque cas, on sait que la fonction affine f s'annule en 4.
Ajouter cette information sur le tableau de variations, en déduire le signe de f.

a.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		↗	

f est strictement négative sur .....

f est strictement positive sur .....

b.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		↘	

f est strictement positive sur .....

f est strictement négative sur .....

8 S'entraîner à déterminer le signe à l'aide du sens de variation

Dans chaque cas, la fonction f est une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$. Compléter le tableau suivant.
(*Utiliser un brouillon si besoin pour trouver a puis imaginer la courbe ou le tableau de variations*)

$f(x) =$	f s'annule en $a = \ldots$	Coefficient directeur m et sens de variation de f	Sur $]-\infty ; a[$, f est … (*signe*)	Sur $]a ; +\infty[$, f est … (*signe*)
$2x - 8$	.....	.....	.....	.....
$-x + 6$	.....	.....	.....	.....
$-\frac{1}{2}x - 5$	.....	.....	.....	.....

9 Déterminer le signe d'une fonction affine en résolvant une inéquation

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 6$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) < 0$:

.....

2. En imaginant les modifications à faire dans la solution de la question 1, résoudre :

a. l'équation $2x - 6 = 0$: .....

b. l'inéquation $2x - 6 > 0$: .....

3. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$ et contrôler le résultat à la calculatrice :

.....

Étudier le signe d'une expression algébrique revient à la comparer avec 0.



10 Déterminer le signe d'une fonction affine par la méthode de son choix

Déterminer le signe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x + 6$

.....

.....

.....



As-tu pensé à contrôler à la calculatrice ?

11 Pour chercher

Proposer une fonction affine f qui admet ce tableau de signes.

.....

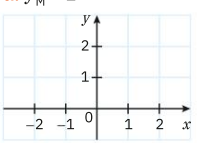
x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	−	

C Résolution graphique d'équations et d'inéquations

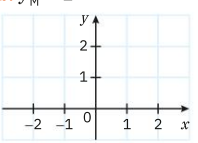
12 Repérer des parties du plan

Dans chaque cas, tracer ou colorier l'ensemble de tous les points $M(x_M ; y_M)$ vérifiant la condition donnée.

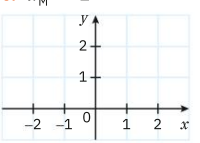
a. $y_M = 2$



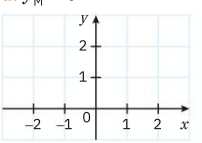
b. $y_M \geqslant 1$



c. $x_M = -1$



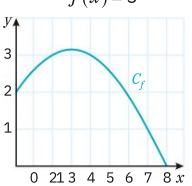
d. $y_M > 0$



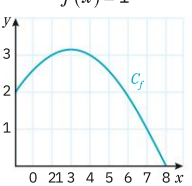
13 Repérer des parties de courbe et résoudre des équations et inéquations graphiquement

1. a. Placer le ou les point(s) $M(x ; y)$ de la courbe C_f vérifiant la condition donnée.

$f(x) = 3$

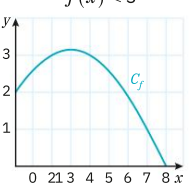


$f(x) = 1$

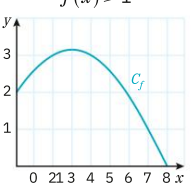


2. a. Tracer l'ensemble des points $M(x ; y)$ de la courbe C_f vérifiant la condition donnée.

$f(x) < 3$



$f(x) \geqslant 1$



b. Donner l'ensemble des solutions des équations :

$f(x) = 3$: .....

$f(x) = 1$: .....

b. Donner l'ensemble des solutions des inéquations :

$f(x) < 3$: .....

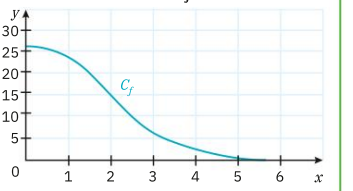
$f(x) \geqslant 1$: .....

14 Interpréter en situation des lectures graphiques

Situation
Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche.

Fonction
On considère la fonction f qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).

Courbe représentative $\mathcal{C}_f$

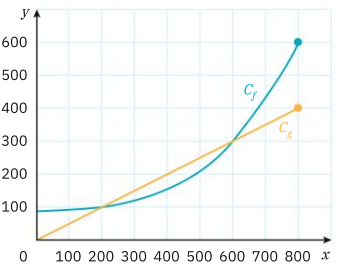


Compléter le tableau suivant et exprimer de différentes façons les informations y figurant.

Fonction f	Courbe $\mathcal{C}_f$	Situation
L'équation $f(x) = 10$ a pour solution(s) :	$\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées (..... ; 10)	.....
L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 15$ est	.....	.....
.....	.....	Le débit diminue quand on s'éloigne du central.

15 Résoudre graphiquement et interpréter équation $f(x) = g(x)$ et inéquation $f(x) < g(x)$

Les courbes ci-contre représentent deux fonctions f et g.



1. Par lecture graphique, compléter par $=$, $>$ ou $<$:

$f(100)$ ..... $g(100)$ $f(200)$ ..... $g(200)$ $f(400)$ ..... $g(400)$

$f(500)$ ..... $g(500)$ $f(700)$ ..... $g(700)$ $f(800)$ ..... $g(800)$

2. Interpréter graphiquement pour un réel a :

a. L'égalité $f(a) = g(a)$:

.....

.....

b. L'inégalité $f(a) < g(a)$:

.....

3. Lire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$: .....

4. Lire les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$: .....

5. Une entreprise produit chaque jour x objets pour un coût de fabrication $f(x)$ (en euros) et les vend chacun au prix de 0,50 €.

a. Justifier que $g(x)$ représente le prix de vente de x objets :

.....

.....

b. Interpréter pour l'entreprise les résultats des questions 3. et 4.

.....

.....

D Par le calcul, étude du signe d'une fonction et résolution d'inéquations

16 Vrai ou Faux ?

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses (justifier) :

a. $-x$ est négatif pour tout réel x :

b. x^2+1 est positif pour tout réel x :

c. x^2-10 est positif pour tout réel x :

d. $(x-2)(x+3)$ est positif pour tout réel x :

e. $3x^2+1 \geqslant 1$ pour tout x réel :

Inéquation « avec des x au dénominateur » : voir page 73



Avec la calculatrice, affiche la courbe et/ou un tableau de valeurs si besoin.

17 Démontrer qu'une fonction admet un maximum

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4-(x+1)^2$ sur $\mathbb{R}$.

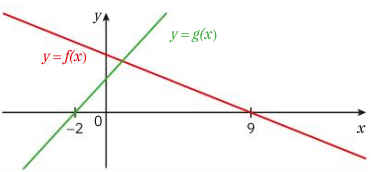
a. Compléter le mémo ci-contre.

b. Justifier que g atteint son maximum en -1.

Une fonction f atteint son maximum M en a sur $\mathbb{R}$

18 Du signe de chaque facteur à celui du produit

Les fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ sont représentées ci-contre mais les graduations sur l'axe des ordonnées ont été effacées.



1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

x	−5	−4	−2	−1	7	9	12	14
Signe de $f(x)$	+					0		
Signe de $g(x)$	−							
Signe du produit $f(x)g(x)$								

2. Compléter le tableau de signes de $f(x)$, $g(x)$ puis de $f(x)g(x)$.

x	$-\infty$		-2		9		$+\infty$
Signe de $f(x)$							
Signe de $g(x)$							
Signe du produit $f(x)g(x)$							

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)g(x) \geqslant 0$:

19 Étudier le signe d'un produit

1. Compléter le tableau de signes de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-2x+4)(x-6)$

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $-2x+4$		
Signe de $x-6$		
Signe du produit $(-2x+4)(x-6)$		

2. En déduire l'ensemble des solutions des inéquations suivantes :

a. $f(x) > 0$: .....

b. $f(x) \geqslant 0$: .....

c. $f(x) < 0$: .....

d. $f(x) \leqslant 0$: .....

Contrôler les résultats à la calculatrice

20 Étudier le signe d'un produit

1. Compléter le tableau de signes de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-3x-1)(2-3x)$

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $-3x-1$		
Signe de $2-3x$		
Signe du produit $(-3x-1)(2-3x)$		

2. En déduire l'ensemble des solutions des inéquations suivantes :

a. $f(x) > 0$: .....

b. $f(x) < 0$: .....

c. $f(x) \geqslant 0$: .....

d. $f(x) \leqslant 0$: .....



As-tu pensé à contrôler les résultats à la calculatrice ?

21 Résoudre une inéquation par le calcul

On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leqslant 2$ où f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1-x)(2-x)$.

1. Est-il intéressant d'étudier le signe de $f(x)$ pour résoudre $f(x) \leqslant 2$ (expliquer) ?

.....

.....

2. a. Compléter : $f(x) \leqslant 2 \Leftrightarrow$ .....

b. De quelle expression doit-on étudier le signe ? .....

3. a. Développer puis factoriser $f(x) - 2$ pour tout x :

.....

On factorise pour se ramener à l'étude du signe d'un produit

b. Compléter le tableau de signes ci-contre.

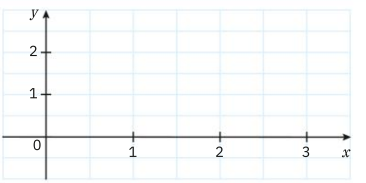
c. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 2$:

.....

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de		
Signe de		
Signe de		

4. Compléter le tableau de variations de f puis donner l'allure de la courbe représentant f.

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	3	$+\infty$
$f(x)$					



Fonction carré, racine carrée, cube

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-55

▸ Corrigés p. 126

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Calculer x^2 pour : **a.** $x = 0{,}1$ **b.** $x = -5$		▸ 4 A p. 100
2. a. Factoriser $x^2 - 81$. **b.** Résoudre $x^2 - 81 = 0$.		▸ 6 II. D p. 113 ▸ 5 C p. 105
3. Un carré a pour aire 17 cm^2. Quelle est la longueur de son côté ?		▸ SÉQ. 2 II. A p. 17
4. Quel est le cube de -10 ?		▸ 4 A p. 100

A Fonction carré $x \mapsto x^2$

$1{,}3^2$ c'est $1{,}3 \times 1{,}3$. C'est aussi l'image de 1,3 par la fonction carré.

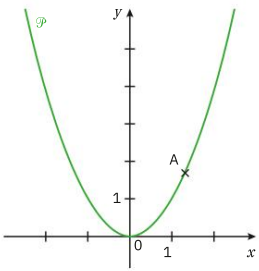
1 Utiliser les variations de la fonction carré

Soit $\mathcal{P}$ la parabole qui représente la fonction carré. On y a placé un point A d'abscisse 1,3.

1. a. À l'aide de la courbe, placer $1{,}3^2$ sur l'axe des ordonnées.

b. Comparer $1{,}3^2$ et $2{,}1^2$ à l'aide du graphique. .....

c. Faire de même avec $-1{,}83$ et $-0{,}7$. .....



2. On a représenté les variations de la fonction carré dans le tableau ci-après.

x	$-\infty$		$-1{,}83$		$-0{,}7$		0		$+\infty$
$f(x) = x^2$		↘		↘		↗		↗	
							0		

a. Placer les nombres 1,3 et 2,1 ainsi que leurs carrés sur le tableau de variations. Justifier la comparaison de leurs carrés par une propriété de la fonction carré.

.....

.....

b. Faire de même pour $-1{,}83$ et $-0{,}7$ .....

.....

2 Encadrer des carrés

Soit $\mathcal{P}$ la parabole qui représente la fonction carré. Déterminer dans chaque cas un encadrement de x^2. On complétera le graphique puis on justifiera le résultat.

a. Si $3 \leqslant x \leqslant 8$

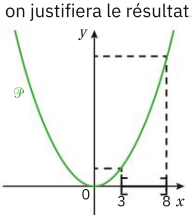
.....

.....

.....

.....

.....



b. Si $-5 < x \leqslant -2$

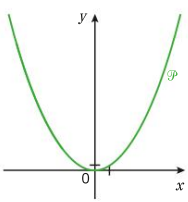
.....

.....

.....

.....

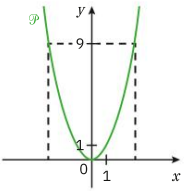
.....



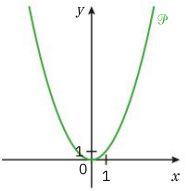
3 Résoudre graphiquement une équation avec la fonction carré

Soit $\mathcal{P}$ la parabole qui représente la fonction carré.
Compléter les résolutions graphiques ci-dessous et donner les solutions des différentes équations.

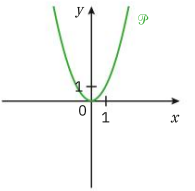
a. $x^2 = 9$.



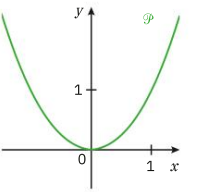
b. $x^2 = 16$



c. $x^2 = -4$



d. $x^2 = \frac{4}{9}$



4 Résoudre algébriquement une équation avec la fonction carré

Résoudre les équations suivantes.

a. $x^2 = 121$

b. $x^2 = \frac{9}{16}$

c. $x^2 = 17$

d. $x^2 = -64$

e. $3x^2 - 12 = 0$

5 Résoudre graphiquement une inéquation avec la fonction carré

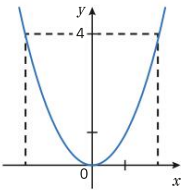
1. On veut résoudre l'inéquation $x^2 \leqslant 4$. Compléter les commentaires et graphiques ci-après.

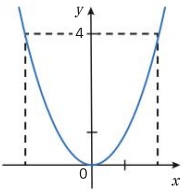
① Déterminer les solutions de l'équation $x^2 = 4$:

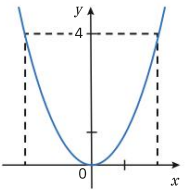
$x =$ ..... et $x =$ .....

② Repasser les points de la courbe dont les ordonnées sont .....

③ Repasser le segment de l'axe (Ox) correspondant aux abscisses de ces points : $x \in$ .....

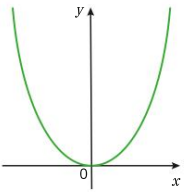




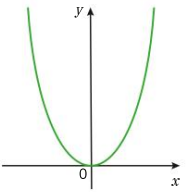


2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes.

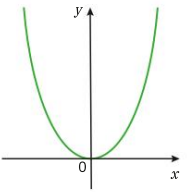
a. $x^2 < 81$



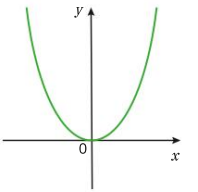
b. $x^2 \geqslant 49$



c. $x^2 > 5$



d. $x^2 \leqslant -3$



6 Encadrer l'aire d'un disque

On a mesuré le rayon d'un disque. Son rayon R est compris entre 63 mm et 64 mm : $63 \leqslant R \leqslant 64$.

a. Avec quelle précision connaît-on la mesure du rayon R ? .....

b. Encadrer l'aire du disque. .....

.....

c. Avec quelle précision connaît-on l'aire du disque ? .....

7 Résoudre une équation $X^2 = a$

a. Compléter pour $(x+3)^2 = 4$: En posant $X = x+3$, l'équation s'écrit $X^2 =$ .....

dont les solutions sont X = ... et X = ...

Revenons à x : X = 2 revient à $x+3 =$ ..... soit $x =$ .....

et X = –2 revient à $x+3 =$ ..... soit $x =$ ..... .

Les solutions de l'équation $(x+3)^2 = 4$ sont .....

On a effectué un changement d'inconnue en prenant d'abord comme nouvelle inconnue X.

b. Résoudre $(x-5)^2 = 49$: .....

c. Résoudre $(3x-2)^2 = 16$: .....

8 Déterminer un encadrement de $\sqrt{2}$ par balayage

a. Comparer les images de 1, 2 et $\sqrt{2}$ par la fonction carré et en déduire un encadrement de $\sqrt{2}$. (justifier)

.....

.....

.....

b. On a entré $f(x) = x^2$ sur une calculatrice.

Entourer dans le 1er tableau de valeurs un encadrement de $\sqrt{2}$ à 10^{-1} près, puis dans le 2e tableau un encadrement à 10^{-2} près.

.....

.....

.....

.....

x	f(x)
1	1
1.1	1.21
1.2	1.44
1.3	1.69
1.4	1.96
1.5	2.25
1.6	2.56

x	f(x)
1.4	1.96
1.41	1.9881
1.42	2.0164
1.43	2.0449
1.44	2.0736
1.45	2.1025
1.46	2.1316

9 Multiplier c'est agrandir ?

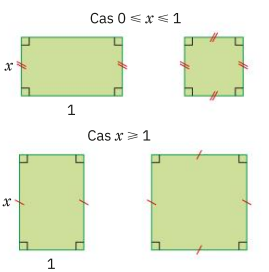
1. *Une preuve géométrique*

a. Compléter les mesures des côtés et des aires des rectangles.

b. Comparer les aires des rectangles dans les deux cas.

Quels résultats du cours retrouve-t-on ?

Si $0 \leqslant x \leqslant 1$, ... si $1 \leqslant x$, ...



2. *Une preuve en manipulant les inégalités*

a. Soit un réel $x \geqslant 1$. En multipliant l'inégalité par x, justifier que $x^2 \geqslant x$.

.....

.....

b. Prouver de même que si $0 \leqslant x \leqslant 1$, $x^2 \leqslant x$.

.....

.....

On peut aussi comparer x et x^2 en étudiant le signe de $x^2 - x$.

B Fonction racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$

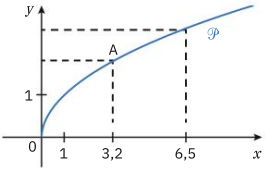
10 Utiliser la représentation graphique de la fonction racine carrée

Soit $\mathcal{P}$ la demi-parabole qui représente la fonction racine carrée.
On y a placé un point A d'abscisse 3,2.

1. Déterminer les coordonnées de A.

2. Comparer la racine carrée de 3,2 et 6,5 à l'aide du graphique.

$\sqrt{3,2}$, c'est le nombre positif dont le carré est 3,2. C'est aussi l'image de 3,2 par la fonction racine carré.



11 Utiliser le tableau de variations de la fonction racine carrée

1. Compléter le commentaire du tableau.

x	0	$+\infty$
$f(x)=\sqrt{x}$	0	

La fonction racine carrée ..... l'ordre sur $[0 ; +\infty[$, elle est ..... sur $[0 ; +\infty[$.

2. Placer 5 et $\frac{3}{5}$ ainsi que leur racine carrée sur le tableau de variations. Comparer $\sqrt{5}$ et $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (justifier).

3. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants puis leur racine carrée : 8 ; $\frac{17}{2}$; $\frac{19}{3}$ et 9.

12 Encadrer des racines carrées

1. Donner un encadrement de $\sqrt{x}$ pour $x \in]9 ; 100]$. Justifier.

2. Donner un encadrement de $\sqrt{x}$ pour $x \in [12 ; 13]$. Justifier.

3. Encadrer par deux entiers consécutifs $\sqrt{17}$. Justifier.

13 Comparer deux nombres sous la forme $a\sqrt{b}$

Aide : voir Séquence 2 partie II.B. p. 18

1. Comparer $3\sqrt{5}$ et $5\sqrt{3}$ en complétant le raisonnement suivant.

$3\sqrt{5} = \sqrt{\ldots\ldots} \times \sqrt{5} = \sqrt{\ldots\ldots} = \sqrt{\ldots\ldots}$ et $5\sqrt{3} = \sqrt{\ldots\ldots} \times \sqrt{3} = \sqrt{\ldots\ldots}$.

La fonction racine carrée est .....

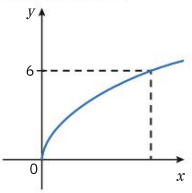
Comme 45 ..... 75, $\sqrt{45}$ ..... $\sqrt{75}$ et on en déduit que ..... < .....

2. Comparer $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$. .....

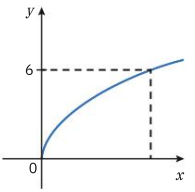
14 Résoudre graphiquement une inéquation avec la fonction racine carrée

1. On veut résoudre l'inéquation $\sqrt{x} < 6$. Compléter les commentaires et graphiques ci-après.

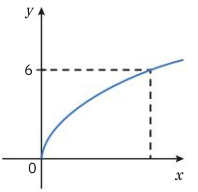
① Déterminer la solution de l'équation $\sqrt{x} = 6$



② Repasser les points de la courbe dont les ordonnées sont

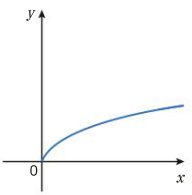


③ Repasser le segment de l'axe (Ox) correspondant aux abscisses des points : $x \in$



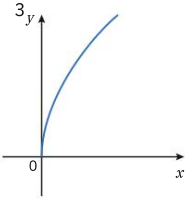
2. Résoudre graphiquement :

a. $\sqrt{x} \leqslant 10$

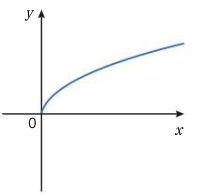


$x \in$

b. $\sqrt{x} \geqslant \frac{5}{3}$



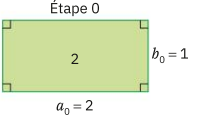
c. $\sqrt{x} > -2$



15 Déterminer un encadrement de $\sqrt{2}$ par la méthode de Héron

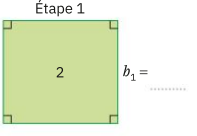
Dans ses *Métriques*, Héron d'Alexandrie (probablement 1er siècle) propose un algorithme géométrique qui permet d'obtenir une valeur approchée d'un nombre, par exemple $\sqrt{2}$.
Pour cela, il construit un rectangle de dimensions 2 et 1 (étape 0), puis un nouveau rectangle d'aire 2 dont un côté mesure la moyenne des deux dimensions du rectangle précédent.
Il procède ensuite de même pour construire des rectangles « de plus en plus carrés ».
On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

Étape 0



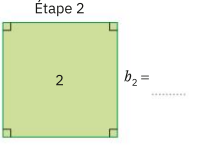
Étape 1 : Déterminer a_1, la moyenne des dimensions du rectangle à l'étape 0.
En déduire l'autre dimension b_1. Compléter la figure.

Étape 1



Étape 2 : Déterminer a_2, la moyenne des dimensions du rectangle à l'étape 1.
En déduire l'autre dimension b_2. Compléter la figure.

Étape 2



Étape 3 : **1.** Déterminer a_3 et b_3.

2. On admet que $b_3 < \sqrt{2} < a_3$. En déduire un encadrement de $\sqrt{2}$ par des décimaux et préciser son amplitude.

C Fonction cube $x \mapsto x^3$

16 Utiliser le tableau de variations de la fonction cube

1. Compléter le commentaire du tableau.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x) = x^3$		↗	

La fonction cube ..... l'ordre sur $\mathbb{R}$:
elle est ..... sur $\mathbb{R}$

2. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants puis leurs cubes : 4 ; −3 ; 2 ; −1. Les placer dans le tableau.

.....

3. Encadrer par deux entiers consécutifs la solution de chaque équation.

a. $x^3 = -2$ ..... **b.** $x^3 = -10$ ..... **c.** $x^3 = -0{,}7$ .....

17 Résoudre une équation avec la fonction cube

1. Résoudre les équations à l'inconnue réelle x :

a. $x^3 = 1$: ..... **b.** $x^3 = 64$: .....

c. $x^3 = 10^6$: ..... **d.** $x^3 = 10^{-3}$: .....

2. Encadrer par deux entiers consécutifs la solution de l'équation $x^3 = 85$ d'inconnue réelle .

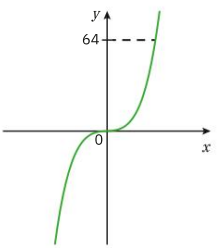
.....

.....

18 Résoudre graphiquement une (in)équation avec la fonction cube

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

a. $x^3 = 64$



$x =$ .....

b. $x^3 = -27$

.....

c. $x^3 \geqslant -1$

.....

d. $2x^3 + 3 < 19$

$2x^3 + 3 < 19 \Leftrightarrow x^3 <$ ..... soit $x <$ ..... .

On a donc .....

19 Encadrer le volume d'un cube

On a mesuré la longueur a de l'arête d'un cube en mm. Elle est comprise entre 23 mm et 24 mm : $23 \leqslant a \leqslant 24$.
Avec quelle précision connaît-on le volume V du cube ?

.....

.....

.....

Étudier une fonction

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-61

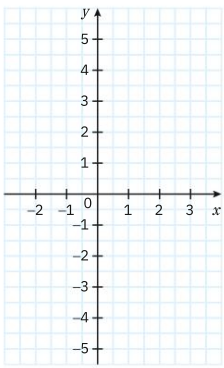
A Courbe représentative d'une fonction

1 Notion d'équation de courbe

On considère l'équation (E) : $y = 2x - 3$ aux deux inconnues réelles x et y.

1. a. Compléter le tableau suivant et indiquer par oui ou non si le couple (x, y) est solution de (E).

x	3	1	-2	$\frac{3}{4}$	0	.....	.....
y	3	3	-1	$-\frac{3}{2}$	.....	2	0
Solution ?	.....	.....	.....	.....	oui	oui	oui



b. Combien de solutions $(x\,;y)$ de (E) a-t-on dans le tableau ? En existe-t-il d'autres ? Si oui, combien ?

.....

.....

.....

.....

2. a. Tracer la droite d représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.

b. Compléter : un point $M(x_M\,;y_M)$ appartient à d si et seulement si

.....

3. Entourer ceux des points suivants qui appartiennent à la courbe d'équation $y = 3x^2 - 1$.

A(−1 ; −4) B(0 ; −1) C(2 ; 11) D(3 ; 17) E(−2 ; −13) F(−2 ; 11)

2 Quand on a le choix... bien anticiper les calculs

1. On souhaite tracer la droite d d'équation $y = \frac{2}{3}x - 1$ en choisissant deux points.

a. Compléter les coordonnées des points sachant qu'ils appartiennent à d. Entourer ceux qui seront faciles à placer sur un graphique (avec des graduations entières).

A(1 ; .....) B(−3 ; .....) C(−2 ; .....) D(0 ; .....) E(3 ; .....) F (5 ; .....)

b. Proposer un autre point G : .....

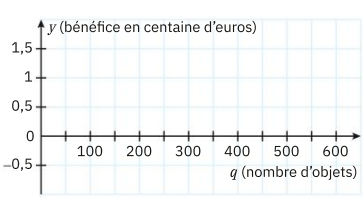
2. En économie, on modélise l'évolution du bénéfice d'une entreprise $R(q)$ en centaines d'euros en fonction du nombre d'articles q produits par l'entreprise par :
$R(q) = 0{,}0025q - 0{,}5$ pour $50 \leqslant q \leqslant 600$.
Trouver deux points de la représentation graphique de R faciles à placer sur le graphique ci-contre puis la tracer sur [50 ; 600].

.....

.....

.....

.....



3 Tracer point par point une courbe représentative de fonction

Le triangle ABC est rectangle en A avec AB = 7et AC = 5, l'unité de longueur étant donnée.
Pour tout point M de [AC], on place le point N de [AB] tel que BN = AM.

1. a. Ci-dessous, la figure 1 correspond au cas où AM = 1 et la figure 2 au cas où AM = 2.
Compléter la figure 3 dans le cas où AM = 3.

fig. 1.

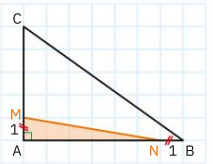


fig. 2.

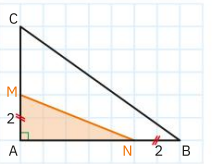
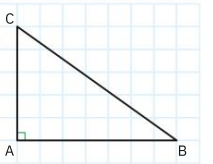


fig. 3.



b. Calculer l'aire du triangle AMN dans chaque cas, en unité d'aire :

fig. 1 : aire = ... fig. 2 : aire = ... fig. 3 : aire = ...

2. Compléter le tableau ci-dessous (on arrondira à 0,1 près)

AM	0	1	2	2,5	3	4	5
AN	7	.....	.....	.....	.....	.....	.....
Aire(AMN) ≈	0	.....	.....	.....	.....	.....	.....

3. La fonction f associe à la longueur AM l'aire du triangle AMN.

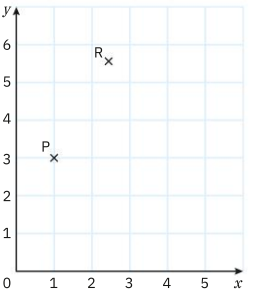
a. Identifier la variable et préciser l'ensemble des valeurs qu'elle peut prendre.

.....

b. La courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f. Les points P et R placés sur le graphique correspondent à des données du tableau.
Préciser leurs coordonnées et les interpréter.

.....

.....



c. Placer sur le graphique les autres points donnés par le tableau.

d. Peut-on dire que la plus grande aire possible pour le triangle AMN est 6 ?
(répondre par « oui » ou « non » puis expliquer votre réponse)

.....

.....

.....

.....

4. a. Compléter :
si AM = x, la longueur AN est égale à ..... et l'aire du triangle AMN est .....

Donc $f(x)$ = ... pour tout $x \in$ .....

b. Calculer $f(3)$. Quelle vérification peut-on faire ?

.....

c. On admet que f est croissante sur [0 ; 3,5] et décroissante sur [3,5 ; 5].
Tracer la courbe $\mathcal{C}$ sur le graphique et préciser l'aire maximale de AMN.

.....

.....

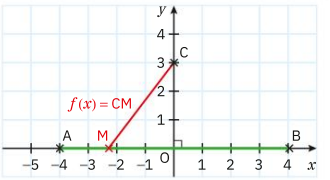
B Notion de sens de variation d'une fonction

Situation

Dans un repère orthonormé d'origine O,
on considère les points A(–4 ; 0), B(4 ; 0) et C(0 ; 3).
Pour tout point M de [AB], on considère la distance CM.

Fonction

Pour tout point M de [AB], on note x l'abscisse de M et $f(x) = \text{CM}$.



4 Compléter, dans l'ordre de votre choix les cadres suivants

Quelques cas pour s'approprier la situation

1. Interpréter $f(-4)$, $f(0)$ et $f(4)$. Donner leurs valeurs exactes.

.....

.....

2. Comparer à l'aide de la figure :

a. $f(-4)$, $f(-3)$, $f(-1)$ et $f(0)$

b. $f(0)$, $f(2)$, $f(2{,}7)$ et $f(4)$.

.....

.....

.....

Sens de variation

Déterminer géométriquement le sens de variation de f.

.....

.....

Minimum de f

Préciser le minimum de f et justifier géométriquement :

.....

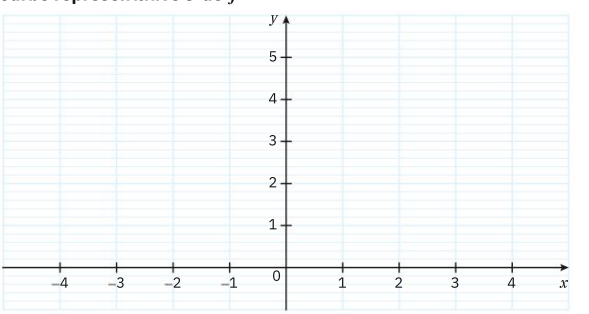
.....

.....

Tableau de valeurs

x	$f(x)$ à 0,1 près
–4	.....
–3	.....
–2	.....
–1	.....
0	.....
1	.....
2	.....
3	.....
4	.....

Courbe représentative C de f



Expression algébrique sur [–4 ; 4] : .....

étude algébrique page 64

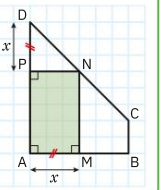
C Modéliser par une fonction pour étudier une aire

Dans la situation ci-contre, une unité de longueur est choisie. On souhaite étudier l'aire du rectangle en unités d'aire (u.a.), en fonction de la position du point M sur le segment [AB].

Situation

On considère la figure ci-contre où AB = 6, AD = 8 et BC = 2.

Pour tout point M de [AB], on construit les points N de [CD] et P de [AD] tels que AMNP soit un rectangle.



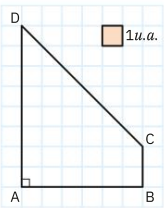
5 Modéliser par une fonction

Dans l'ordre de votre choix, compléter les différents cadres suivants.

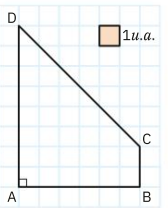
Des essais

1. Faire la figure et écrire l'aire de AMNP à l'intérieur du rectangle :

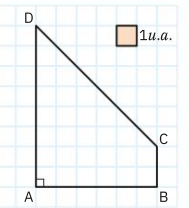
pour AM = 2



pour AM = 3



pour AM = 4,5



2. Que se passe-t-il pour AM = 0 ? pour AM = 6 ?

.....

.....

.....

Tableau de valeurs

AM	Aire(AMNP)
0	.....
0,2	.....
1	.....
1,5	.....
2	.....
2,6	.....
3	.....
4	.....
4,7	.....
6	.....

Programme de calcul de l'aire

Choisir la longueur AM entre ..... et .....

Exprimer AP en fonction de AM :

AP = ...

Exprimer l'aire de AMNP en fonction de AM :

aire(AMNP) = ...

.....

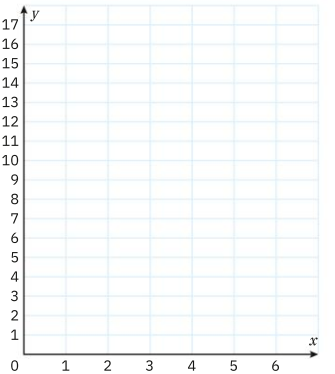
Fonction f – Expression algébrique

AM aire $f(x)$ de AMNP

$x \mapsto f(x) =$ ..... pour $x \in$ .....

Tracé de la courbe point par point

Aire de AMNP en fonction de AM



Les exercices 6, 7 et 8 exploitent la modélisation faite à l'exercice 5 mais peuvent être traités indépendamment les uns des autres.

6 Résoudre une équation

On cherche où placer le point M pour que l'aire de AMNP soit égale à 15 unités d'aire (voir exercice 5).

1. Quelle réponse apportez-vous à l'aide du tableau de valeurs ?

Et à l'aide de la courbe tracée point par point ?

2. Avec l'expression algébrique (on rappelle que $f(x) = x(8 - x)$ sur [0 ; 6])

a. Montrer que $f(x) - 15 = (5 - x)(x - 3)$ pour tout x de [0 ; 6].

Aide : voir Bilan p. 24

b. Exprimer le problème posé à l'aide d'une équation.

La résoudre en détaillant les calculs.

Aide : voir p. 105

7 Déterminer un maximum

On cherche la (ou les) position(s) du point M telle(s) que l'aire de AMNP soit maximale (voir exercice 5).

1. Proposer une réponse à l'aide du tableau ou de la courbe (expliquer).

2. Peut-on en déduire l'aire de AMNP maximale ?

3. On rappelle que $f(x) = x(8 - x)$ sur [0 ; 6]. Démontrer que, pour tout x de [0 ; 6], $f(x) = 16 - (x - 4)^2$.

Aide : voir Bilan p. 24

4. En déduire l'aire maximale.

8 Résoudre une inéquation

On cherche les positions de M pour lesquelles l'aire de AMNP est inférieure ou égale à 15 unités d'aire (voir exercice 5).

a. Compléter le tableau de variation de f donné ci-contre.

b. En déduire les positions de M solutions.

x	3	4	5	6
$f(x)$	15			12

D Plusieurs formes pour une fonction : question de stratégie

9 Choisir la meilleure forme pour calculer

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ (forme ①).

1. Montrer que, pour tout x, $f(x) = 16 - (x-3)^2$ (forme ②).

2. Montrer que, pour tout x, $f(x) = (x+1)(7-x)$ (forme ③).

3. Pour chaque question, indiquer la forme choisie puis donner la solution.

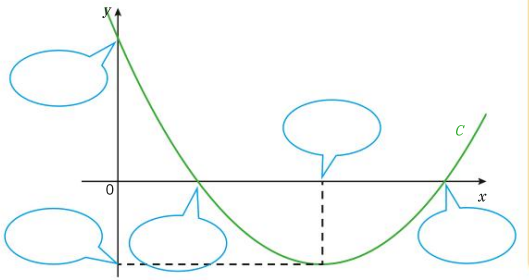
Question	Forme n°	Solution
a. Calculer $f(0)$		
b. Calculer $f(7)$		
c. Calculer $f(3)$		
d. Résoudre $f(x) = 0$		
e. Résoudre $f(x) = 16$		
f. Résoudre $f(x) = 7$		
g. Résoudre $f(x) = 6x$		
h. Déterminer le maximum de f		

10 En autonomie

La fonction g, définie sur $\mathbb{R}$, est représentée par la courbe C.
Pour tout x, on admet que :

$$g(x) = x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = \frac{1}{2}(2x-1)(x-2)$$

Compléter les différentes bulles.



Recherche

E Comparer deux fonctions pour décider

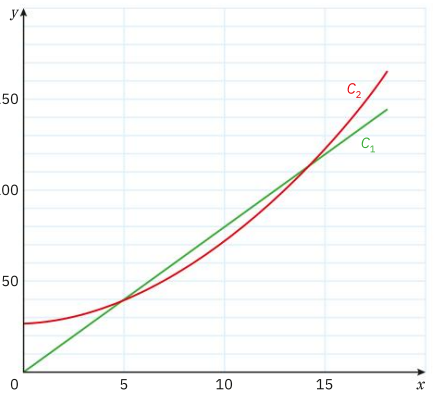
Situation

Une entreprise produit et vend des bandes de tissu de largeur 1 m et d'une longueur variable d'au plus 18 m.
Le coût de production est donné en euros et varie en fonction de la longueur de la bande de tissu.
Le prix de vente, en euros, est proportionnel à la longueur de la bande.
L'entreprise se demande quelles longueurs de bandes produire et vendre pour faire des bénéfices.

Deux fonctions

On note $P(x)$ le coût de production d'une bande de longueur x mètres et $R(x)$ le montant obtenu, en euros, en vendant cette bande au prix de 8 €/m.

Représentations graphiques



11 Par lecture graphique

1. Sur le graphique ci-contre identifier :
la courbe représentant P : .....
la courbe représentant R : .....
Justifier : .....

.....

.....

2. a. Comparer graphiquement :
$P(2)$ et $R(2)$: .....
$P(10)$ et $R(10)$: .....

b. L'entreprise fait-elle un bénéfice en vendant :
une bande de longueur 2 m ? .....
une bande de longueur 10 m ? .....

3. Par lecture graphique, déterminer quelles longueurs de bandes de tissus permettent à l'entreprise de faire des bénéfices lors de leurs ventes.

.....

.....

12 Par le calcul

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x : .....

2. On admet que $P(x) = 0{,}4x^2 + 0{,}5x + 26{,}6$ pour tout x de $[0\ ;\ 18]$. Exprimer $R(x) - P(x)$.

.....

3. On admet que, pour tout x de $[0\ ;\ 18]$, $R(x) - P(x) = (-0{,}4x + 1{,}9)(x - 14)$.

Aide : voir p. 112

a. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $R(x) > P(x)$.

.....

.....

.....

.....

b. Interpréter pour l'entreprise.

.....

F Étude de fonction : parité et variation

Les exercices 13, 14 et 15 prolongent l'étude de la page 59 mais peuvent être faits de façon indépendante.

13 Étudier la parité

1. Compléter le mémo ci-contre.

2. Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2+9}$ sur $[-4\,;\,4]$. Démontrer que f est paire.

.....

.....

3. Interpréter graphiquement.

.....

Une fonction f est paire sur un intervalle I si et seulement si

.....

.....

.....

14 Déterminer le sens de variation de f en utilisant les fonctions de référence

Soit f la fonction définie sur $[-4\,;\,4]$ par $f(x)=\sqrt{x^2+9}$.

1. Compléter les inégalités et les justifications ①, ②, ③ permettant de passer d'un cadre au suivant.

Si $-4 \leqslant a \leqslant b \leqslant 0$

①

Alors 16 ..... a^2 ..... b^2 0

②

Alors

..... a^2+9 ..... b^2+9 9

③

Donc

..... $\sqrt{a^2+9}$ ..... $\sqrt{b^2+9}$ .....

2. En déduire le sens de variation de f sur $[-4\,;\,0]$.

.....

.....

3. En déduire, le sens de variation de f sur $[0\,;\,4]$. (On a prouvé à l'exercice 13 que f est paire).

.....

15 Démontrer le sens de variation de f par une étude de signe

Soit f la fonction définie sur $[-4\,;\,4]$ par $f(x)=\sqrt{x^2+9}$.

1. Exprimer $f(b)-f(a)$: .....

2. On admet que $f(b)-f(a)=\dfrac{(b-a)(b+a)}{\sqrt{b^2+9}+\sqrt{a^2+9}}$ pour tous a et b de $[-4\,;\,4]$.

Défi ! Démontrer l'égalité admise en 2.

a. En déduire le signe de $f(b)-f(a)$ pour $0 \leqslant a \leqslant b \leqslant 4$. On étudie le signe d'un quotient :

.....

.....

.....

.....

b. En déduire le sens de variation de f (On a prouvé à l'exercice 2 que f est paire.)

.....

.....

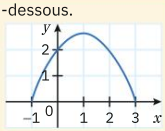
SÉQUENCE 9

Fonction inverse et autres quotients

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-69

▸ Corrigés p. 126

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. La loi d'Ohm s'exprime par $U = RI$. Exprimer I en fonction de U et R.	.....	▸ SÉQ. 3 G p. 32
2. Factoriser pour tout réel x : **a.** $10x - 5$ **b.** $5x^2 - 4x$ **c.** $4x^2 - 25$	.....	▸ 6 II. B p. 111
3. La fonction f est représentée ci-dessous. Par lecture graphique, donner l'ensemble des solutions de : **a.** l'équation $f(x) = 2$ **b.** l'inéquation $f(x) < 2$ 	.....	▸ SÉQ. 6 C pp. 51-52

A Fonction inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$



1 Bien distinguer inverse et opposé

Compléter :

1. L'opposé de

a. 6 est ..... **b.** $\frac{1}{3}$ est ..... **c.** 0 est ..... **d.** 10^2 est .....

2. L'inverse de

a. 6 est ..... **b.** $\frac{1}{3}$ est ..... **c.** -4 est ..... **d.** $\frac{2}{3}$ est .....

2 Calcul possible ou non ?

1. Calculer si possible, ou indiquer *impossible* :

a. $\frac{0}{5} =$ ..... **b.** $\frac{5}{0} =$ ..... **c.** $\frac{2-2}{3} =$ ..... **d.** $\frac{3}{2-2} =$ .....

a. En classe de 6e, on a défini $\frac{5}{3}$ comme le nombre ? tel que $? \times 3 = 5$.

Compléter de même : $\frac{5}{7}$ est le nombre ? tel que .....

b. Expliquer pourquoi on ne peut pas diviser 5 par 0.

.....

.....

3 Images et antécédents

La fonction inverse est notée f. Compléter :

a. $f\left(\frac{4}{5}\right) =$ ..... **b.** $f(10^2) =$ ..... **c.** $f($ ..... $) = -\frac{1}{4}$ **d.** $f\left($ ..... $\right) = \frac{5}{3}$

4 Des équations $\frac{1}{x} = k$

Résoudre les équations à l'inconnue x réelle non nulle.

a. $\frac{1}{x} = 4$ ..... **b.** $\frac{1}{x} = -\frac{3}{4}$ .....

c. $\frac{3}{x} = \frac{4}{5}$ ..... **d.** $\frac{3}{x} - 5 = 2$ .....



5 En Physique en classe de 2nde

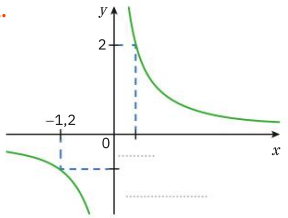
La distance focale d'une lentille convergente est OF = OF′. La lentille est souvent caractérisée par sa vergence $V = \frac{1}{OF'}$ exprimée en dioptries et OF′ est exprimée en mètres. Une lentille porte l'indication 5 dioptries.

Calculer sa distance focale. .....

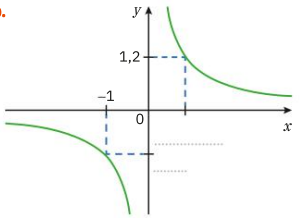
6 Images et antécédents, courbe représentative

La courbe représente la fonction inverse dans différents repères dont les graduations ont été effacées. Compléter les graphiques.

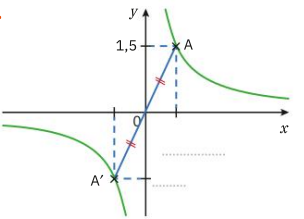
a.



b.

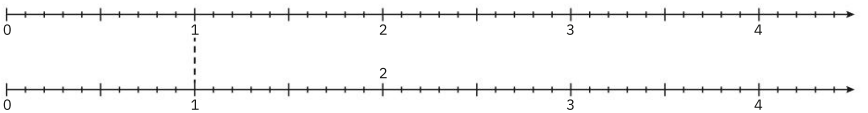


c.



7 Des nombres et leurs inverses sur la droite numérique

1. a. Sur la 1re droite numérique ci-dessous, repérer les nombres 0,3 ; 0,5 ; 0,8 ; 1 ; 1,2 ; 2 ; 2,5 et 4.



b. Calculer leurs images par la fonction inverse (à 0,01 près) et les placer sur la 2e droite numérique ci-dessus.

$\frac{1}{0,3}$ ..... ; $\frac{1}{0,5} =$ ..... ; $\frac{1}{0,8}$ ..... ; $\frac{1}{1}$ ..... ;

$\frac{1}{1,2}$ ..... ; $\frac{1}{2}$ ..... ; $\frac{1}{2,5}$ ..... ; $\frac{1}{4}$ .....

2. Compléter par $<$ ou $>$: 0,3 ..... 0,5 ..... 0,8 ..... 1 ..... 1,2 ..... 2 ..... 2,5 4

et $\frac{1}{0,3}$ ..... $\frac{1}{0,5}$ ..... $\frac{1}{0,8}$ ..... 1 ..... $\frac{1}{1,2}$ ..... $\frac{1}{2}$ ..... $\frac{1}{2,5}$ ..... $\frac{1}{4}$

3. a. Commenter ce résultat en complétant :
Les inverses de ces nombres strictement positifs sont dans l'ordre .....

b. Quelle propriété de la fonction inverse retrouve-t-on ?

.....

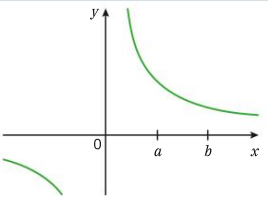
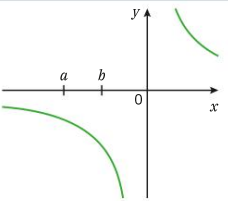
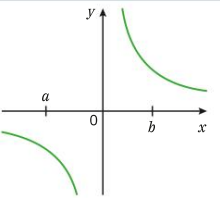
c. Avez-vous d'autres commentaires éventuels sur ces résultats ?

.....

.....

8 Sens de variation et courbe représentative

1. La courbe représente la fonction inverse dans différents repères dont les graduations ont été effacées.
Placer sur chaque graphique deux réels a et b selon la consigne puis leurs inverses et compléter le tableau.

$0 < a < b$	$a < b < 0$	$a < 0 < b$
		
Si $0 < a < b$, alors $\frac{1}{a}$ ..... $\frac{1}{b}$ La fonction f est	Si $a < b < 0$, alors $\frac{1}{a}$ ..... $\frac{1}{b}$ La fonction f est	Si $a < 0 < b$, alors .....

9 Comparer sans calcul

Compléter par $<$ ou $>$ en justifiant.

a. 5 ..... 3 donc $\frac{1}{5}$ ..... $\frac{1}{3}$ car .....

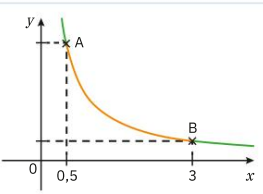
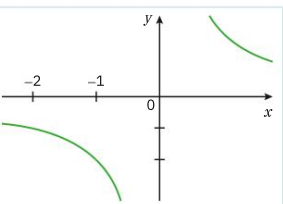
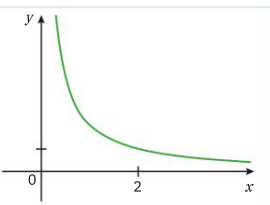
b. 8 ..... 15 donc $\frac{1}{8}$ ..... $\frac{1}{15}$ car .....

c. -8 ..... -7 donc $-\frac{1}{8}$ ..... $-\frac{1}{7}$ car .....

d. -4 ..... 2 et $-\frac{1}{4}$ ..... $\frac{1}{2}$ car .....

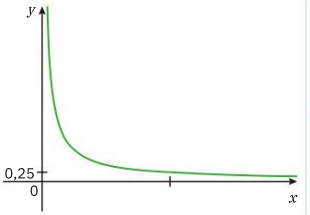
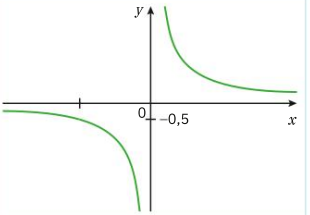
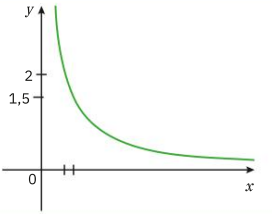
10 Comparer à l'aide de la courbe représentative

Dans chaque cas, la courbe représente la fonction inverse. Compléter par lecture graphique :

		
Pour $0{,}5 \leqslant x \leqslant 3$, ... $\geqslant \frac{1}{x} \geqslant$ ..... ce qui s'écrit aussi ..... $\leqslant \frac{1}{x} \leqslant$	Pour $-2 \leqslant x \leqslant -1$, ... $\leqslant \frac{1}{x} \leqslant$	Pour $0 < x \leqslant 2$, $\frac{1}{x}$ .....

11 Résoudre graphiquement des inéquations

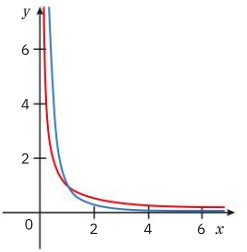
Pour chaque inéquation, indiquer l'ensemble S des solutions à l'aide du graphique.

$0 < \frac{1}{x} < 0{,}25$	$\frac{1}{x} \leqslant -0{,}5$	$1{,}5 \leqslant \frac{1}{x} \leqslant 2$
		
S = ...	S = ...	S = ...

12 Utiliser des variations pour déterminer la position relative de deux courbes

On considère les courbes $\mathscr{C}_1$ d'équation $y = \frac{1}{x}$ et $\mathscr{C}_2$ d'équation $y = \frac{1}{x^2}$ sur $]0 ; +\infty[$.

Les courbes sont représentées ci-contre (mais ne sont pas nommées).



1. Rappeler la comparaison de x et x^2 pour $x > 0$:

.....

.....

.....

2. Compléter les inégalités et justifier les affirmations suivantes :

Pour $0 < x < 1$, de $0 < x^2$ ..... x on déduit que $\frac{1}{x^2}$ ..... $\frac{1}{x}$ car .....

Pour $1 < x$, de $1 < x$ ..... x^2 on déduit que $\frac{1}{x}$ ..... $\frac{1}{x^2}$ .....

3. Identifier chaque courbe sur le graphique : .....

13 Maths et Physique. Le sens de variation

1. Un véhicule parcourt une distance de 200 km. Exprimer la durée t du trajet dans chacun des cas :

a. il roule à une vitesse moyenne de 100 km · h^{-1} : .....

b. il roule à une vitesse moyenne v en km · h^{-1} : .....

2. a. Comment varie la durée de trajet si on augmente la vitesse moyenne ?

.....

b. Exprimer ce résultat en complétant par $<$ ou $>$: si $v > 100$, alors $\frac{200}{v}$ ..... 2 donc t ..... 2.

3. Justifier le même résultat à l'aide du sens de variation, en complétant :

si $v > 100$, alors $\frac{1}{v}$ ..... $\frac{1}{100}$ car .....

d'où $\frac{200}{v}$ ..... 2 car .....

14 Un défi !

Léo a l'habitude d'aller chez son ami Théo à vélo. Il a le choix entre plusieurs chemins d'une longueur d comprise entre 6 km et 7 km et sa vitesse v est comprise entre 16 km · h^{-1} et 18 km · h^{-1}.
La durée de son trajet est t, exprimée en heures.
Entourer celui des encadrements suivants de t que l'on peut en déduire :

$\frac{6}{16} \leqslant t \leqslant \frac{7}{18}$ $\quad$ $\frac{6}{16} \leqslant t \leqslant \frac{7}{18}$ $\quad$ $\frac{6}{18} \leqslant t \leqslant \frac{7}{16}$ $\quad$ $\frac{7}{18} \leqslant t \leqslant \frac{6}{16}$



Justifier : .....

.....

.....

B Fonctions « avec des x au dénominateur »

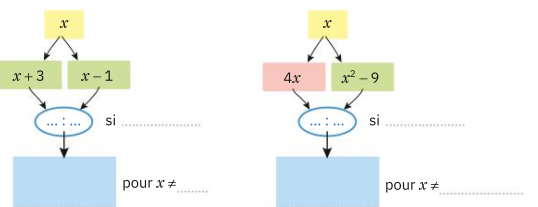
15 Calculs possibles ou non ?

Effectuer le calcul pour $x = 2$ s'il est possible ou indiquer *impossible* sinon.

a. $\frac{2x-4}{x+1} =$ ..... **b.** $\frac{x+2}{x^2-2} =$ ..... **c.** $\frac{3x}{x-2} =$ ..... **d.** $\frac{2x-4}{x^2} =$ ..... **e.** $\frac{x^2-4}{x-2} =$ .....

16 Avec un schéma de calcul

Compléter les arbres de calcul ci-contre.
On précisera à côté de la division la condition que doit vérifier x pour qu'elle soit possible.



17 Ensemble de définition d'une fonction

Compléter le tableau.

Expression $f(x) =$	$\frac{x-6}{x}$	$\frac{x+1}{x-1}$	$\frac{2x+3}{x+2}$	$\frac{4x-1}{2x+1}$
Valeur de x pour laquelle le calcul est impossible	.....	.....	.....	.....
Valeur de x pour laquelle $f(x)$ est égal à 0	.....	.....	.....	.....
Plus grand ensemble de définition de f possible	.....	.....	.....	.....

18 Ensemble de définition et interprétation graphique

Un logiciel donne la courbe ci-contre d'une fonction f définie par $f(x) = \frac{ax}{x-b}$ pour deux valeurs entières de a et b que l'on a oubliées.
Pouvez-vous les retrouver ? (expliquer)

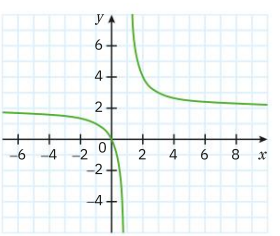
.....

.....

.....

.....

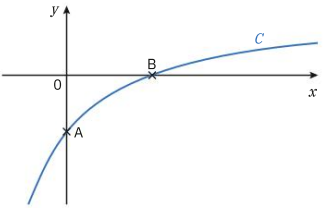
.....



19 Déterminer les points d'intersection d'une courbe avec les axes du repère

La fonction f est définie par $f(x)=\dfrac{2x-5}{x+3}$ sur $]-3\,;+\infty[$ et représentée par la courbe $\mathscr{C}$.

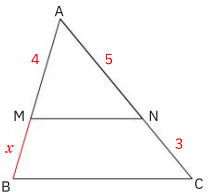
Déterminer les coordonnées des points A et B, points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec les axes du repère.



C Équations « avec des x au dénominateur »

20 Attention aux priorités opératoires

Les points M et N appartiennent aux segments [AB] et [AC] et la droite (MN) est parallèle à la droite (BC).
Les longueurs sont exprimées en centimètres et AM = 4, AN = 5 et NC = 3.



1. Mise en équation

On note x = BM avec $x > 0$. Montrer que x est solution de l'équation $\dfrac{4}{4+x}=\dfrac{5}{8}$.

2. a. Entourer la bonne réponse.

Pour x positif, $\dfrac{4}{4+x}=\dfrac{5}{8}$ équivaut à : (a) $32=5\times4+x$ (b) $32=5\times(4+x)$

b. Déterminer BM :

21 Résoudre une équation $f(x)=g(x)$

On veut résoudre l'équation $\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{4}{x}$.

« Produits en croix » :
Pour ▲ ≠ 0 et ▲ ≠ 0,
$\frac{▲}{▲}=\frac{▲}{▲}\Leftrightarrow ▲\times▲=▲\times▲$

1. Quelles sont les conditions d'existence de $\dfrac{3}{x+2}$ et $\dfrac{4}{x}$?

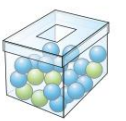
2. Compléter :

Pour $x \neq$ ..... et $x \neq$ ....., $\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{4}{x} \Leftrightarrow$ .....

3. Contrôler graphiquement à la calculatrice ce résultat (expliquer).

22 Équation et probabilité

Une urne contient 15 boules bleues et 5 boules vertes indiscernables au toucher.



a. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

b. On veut ajouter n boules vertes ($n \in \mathbb{N}$) pour que la probabilité de tirer une boule verte soit égale à $\dfrac{2}{5}$.

Combien de boules doit-on ajouter ?

D Étude de signe et inéquation « avec des x au dénominateur »

23 Résoudre une inéquation $\frac{\blacktriangle}{\blacktriangle} \geqslant 0$ par une étude de signe

1. Compléter le tableau de signes ci-contre.

2. Lire sur ce tableau l'ensemble des solutions de :

a. $\frac{-x+1}{2x-6} > 0$: ..... **b.** $\frac{-x+1}{2x-6} \geqslant 0$: .....

Valeurs de x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
Signe de $-x+1$				
Signe de $2x-6$				
Signe de $\frac{-x+1}{2x-6}$		‖		

Le calcul est impossible quand $x = 3$

24 Résoudre des inéquations

Compléter les tableaux de signes et donner l'ensemble des solutions des inéquations proposées.

a. L'inéquation $\frac{x-2}{3x+3} \leqslant 0$

Valeurs de x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
Signe de $x-2$				
Signe de $3x+3$				
Signe de $\frac{x-2}{3x+3}$		‖		

L'ensemble des solutions est .....

b. L'inéquation $\frac{4-x}{2x+6} \leqslant 0$

Valeurs de x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
Signe de $4-x$				
Signe de $2x+6$				
Signe de $\frac{4-x}{2x+6}$		‖		

L'ensemble des solutions est .....

25 Une erreur à ne pas commettre

Entourer l'équivalence qui est juste et barrer celle qui est fausse. Justifier.

a. $\frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow 1 = 2x$ pour $x \neq 0$ **b.** $\frac{1}{x} < 2 \Leftrightarrow 1 < 2x$ pour $x \neq 0$

Besoin d'aide ? Voir exercice 15 Séquence 5 p. 47

.....

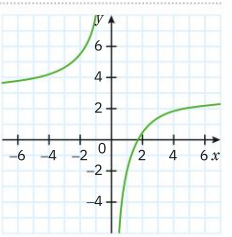
.....

.....

.....

26 Une inéquation $f(x) \geqslant 1$ par différentes méthodes

Soit f la fonction qui à tout x réel non nul associe $f(x) = 3 - \frac{5}{x}$ représentée ci-contre.
On souhaite résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 1$.



1. Lire graphiquement l'ensemble des solutions. .....

2. En se ramenant à la fonction inverse :

a. Montrer que $f(x) \geqslant 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leqslant \frac{2}{5}$: .....

b. En déduire les solutions : .....

3. En se ramenant à l'étude du signe de $\frac{2x-5}{x}$:

$3 - \frac{5}{x} \geqslant 1 \Leftrightarrow$ .....

.....

.....

.....

.....

27 Déterminer un minimum

On considère le programme de calcul ci-contre.

Choisir un nombre
strictement positif
Lui ajouter son inverse

1. Faire des essais pour conjecturer le plus petit résultat possible et compléter :

Je conjecture que le plus petit résultat possible est .....

Je l'ai obtenu en choisissant au départ le nombre .....

2. On appelle x le nombre choisi et $f(x)$ le résultat obtenu.

a. Exprimer $f(x)$ en fonction de x et compléter : $f(x) =$ ..... sur ..... (*intervalle*)

b. À l'aide de la calculatrice, conjecturer le minimum m de f (expliquer) : .....

.....

3. a. Exprimer $f(x) - m$ sous forme factorisée et en déduire son signe.

.....

b. En déduire le minimum de f : .....

.....

Comparer deux nombres revient à **étudier le signe de leur différence** :
$f(x) \geqslant m \Leftrightarrow f(x) - m \geqslant 0$.

28 Résoudre une inéquation en se ramenant à une étude de signe

On considère les fonctions f et g définies sur $]1 ; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$ et $g(x) = \dfrac{1}{x-1}$.

Il s'agit dans cet exercice d'étudier la position relative des courbes C_f et C_g représentant f et g.

1. Montrer que $f(x) - g(x) = \dfrac{x-3}{(x+1)(x-1)}$ pour tout $x > 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

Pour ajouter deux fractions, on cherche un dénominateur commun. Attention à bien faire apparaître les multiplications et à ne pas oublier les parenthèses nécessaires lors de la réduction au même dénominateur.



2. Compléter le tableau de signes suivant.

x	1	$+\infty$
Signe de $x-3$		
Signe de $x-1$		
Signe de $x+1$		
Signe de $f(x) - g(x)$		

3. En déduire la position relative de C_f et Cg sur $]1 ; +\infty[$.

.....

.....

.....

4. Prendre un peu de recul :

a. Quelle remarque peut-on faire sur les signes de $f(x) - g(x)$ et de $x - 3$ sur $]1 ; +\infty[$?

.....

b. Pouvait-on éviter de dresser le tableau de signes ? .....

.....

.....



En tenant compte de l'ensemble de définition, j'évite souvent de faire un tableau de signes !

Vecteurs du plan

TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-77

Corrigés p. 127

TEST

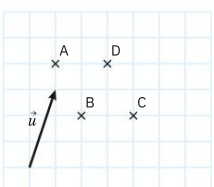
Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Calculer $\frac{-3+7}{2}$	.....	1 A pp. 90-91
2. Calculer $a-b$ pour $a=-5$ et $b=-2$.	.....	2 A p. 93
3. Calculer $\sqrt{3^2+5^2}$	.....	SÉQ. 2 II. C p. 20
4. Calculer $\frac{1}{2}\times\frac{7}{3}-2\times3$	.....	2 D p. 96
5. Choisir la ou les bonne(s) réponse(s) : $x^2+0{,}64=1$ pour $x=$... ① 0,36 ② $\sqrt{1{,}64}$ ③ 0,4 ④ −0,4	.....	5 C p. 105
6. Calculer le réel y tel que $y-(-3)=-8+4$	.....	5 A p. 102
7. Calculer $(5-3)^2+(-1-(-2))^2$	.....	1 A p. 90 4 A p. 100
8. Compléter : un point dont l'ordonnée est 0 appartient à l'axe des ...	.....	7 A p. 114

A Égalité et addition de vecteurs

1 Égalité de vecteurs

1. Entourer la ou les égalité(s) vraie(s) parmi les égalités suivantes :

a. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ **b.** $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$ **c.** $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}$



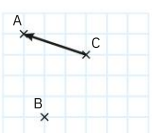
2. Placer sur la figure le point E tel que $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AC}$, le point F tel que $\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{BD}$ et le point G tel que $\overrightarrow{CG}=\vec{u}$.

3. Citer, à l'aide des points de la figure, un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{ED}$. Justifier.

2 Vrai/Faux ? L'addition de vecteurs

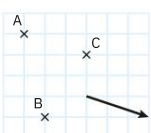
Le vecteur tracé est-il celui indiqué ? Entourer Vrai ou Faux dans chaque cas.

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$?



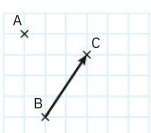
Vrai Faux

b. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$?



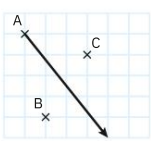
Vrai Faux

c. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$?



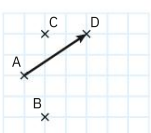
Vrai Faux

d. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$?



Vrai Faux

e. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$?



Vrai Faux

B Calculer et représenter dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$

3 Calculer et exprimer dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$.

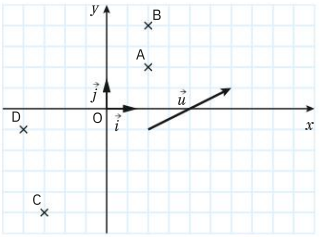
1. Calculer les coordonnées et compléter : $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$, $\vec{u}-\vec{v}\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$, $2\vec{u}\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$ $-4\vec{v}\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$.

2. Compléter : $\vec{u} = \ldots\vec{i} + \ldots\vec{j}$, $\vec{v} = \ldots\vec{i} + \ldots\vec{j}$, $\vec{u}+\vec{v} = \ldots\vec{i} + \ldots\vec{j}$, $2\vec{u} = \ldots\vec{i} + \ldots\vec{j}$

4 Lire graphiquement et tracer un vecteur $k\vec{u}$

1. Lire les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$ et compléter :

$\vec{u}\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$.



2. Placer les points M, N, P, Q tels que : $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CP} = 3\vec{u}$, $\overrightarrow{BN} = -\vec{u}$ et $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{2}\vec{u}$ et compléter le tableau suivant (cocher les cases vraies pour les trois premières questions).

	$\overrightarrow{AM}$	$\overrightarrow{CP}$	$\overrightarrow{BN}$	$\overrightarrow{DQ}$
a la même direction que $\vec{u}$				
a le même sens que $\vec{u}$				
a la même norme que $\vec{u}$				
a pour coordonnées	$\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$



Je contrôle toujours les résultats de mes calculs sur la figure, même si ce n'est pas demandé, cela me permet de trouver moi-même mes erreurs !

5 Vrai ou Faux ? L'opposé d'un vecteur

Entourer les propositions justes. L'opposé du vecteur $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\8\end{pmatrix}$ est le vecteur :

a. de coordonnées $\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}\\\frac{1}{8}\end{pmatrix}$ **b.** de coordonnées $\begin{pmatrix}3\\-8\end{pmatrix}$ **c.** $-\overrightarrow{FE}$ **d.** $-\overrightarrow{EF}$ **e.** $\overrightarrow{FE}$

6 Tracer et contrôler par le calcul

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Compléter $\vec{u} = \ldots\vec{i} + \ldots\vec{j}$ et $\vec{v} = \ldots\vec{i} + \ldots\vec{j}$.

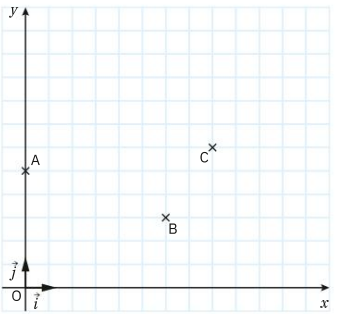
2. Construire le représentant de $\vec{u}$ d'origine A, et le représentant de $\vec{v}$ d'origine B.

3. a. Construire le représentant du vecteur $2\vec{u}+3\vec{v}$ d'origine C.

b. Compléter :

$2\vec{u}+3\vec{v} = 2\times(\ldots)+\ldots$

c. En déduire les coordonnées de $2\vec{u}+3\vec{v}$: $\begin{pmatrix}\ldots\end{pmatrix}$.



d. Comment peut-on les retrouver autrement ? ……

C Calculer et représenter dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

7 Calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant ses extrémités

1. Compléter le mémo ci-contre puis effectuer le calcul pour les points A(−6 ; 3), B(4 ; 1) : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$ ……

2. Compléter : le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est …… du vecteur $\overrightarrow{AB}$ donc ses coordonnées sont $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$.

Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$, les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$.

8 Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

On considère les points A(3 ; 2), B(−5 ; 1), $C\left(\frac{1}{2} ; 7\right)$ et D(1 ; 4).

Calculer les coordonnées du milieu H de [AD] et du milieu U de [BC].

Calculer les coordonnées du milieu, c'est calculer la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées.

……

……

……

9 Calculer les coordonnées d'un vecteur et d'un milieu

Soient les points A(−2 ; 4), B(5 ; 3), C(1 ; − 3) et D(4 ; − 1).

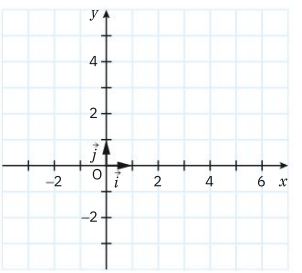
1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$

2. Calculer les coordonnées du milieu I du segment [BD].

……

3. Placer les cinq points et contrôler les résultats des questions 1 et 2.



10 Calculer les coordonnées d'un point connaissant un point et un vecteur

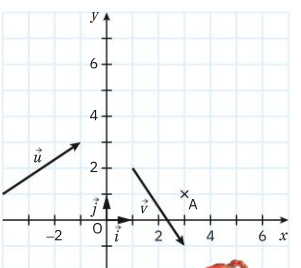
1. a. Lire et compléter les coordonnées de $\vec{u}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$.

b. Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AN} = -2\vec{v}$.

2. a. Par le calcul : on note $(x_M ; y_M)$ les coordonnées de M.
Sachant que A(3 ; 1), compléter pour trouver les coordonnées de M :

$\overrightarrow{AM} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \{$ ……

b. Calculer de même les coordonnées $(x_N ; y_N)$ de N.



……

……

……

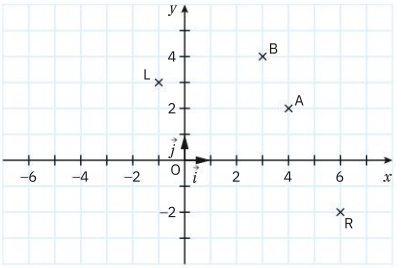
c. Avez-vous pensé à contrôler de vous-même les coordonnées de M et N sur la figure (oui ou non) ? ……



Une égalité de vecteurs avec un point inconnu revient à écrire deux équations : l'une avec son abscisse et l'autre avec son ordonnée.

11 Calculer les coordonnées d'un point connaissant un point et un vecteur

On donne les points B(3 ; 4), R(6 ; – 2) et L(–1 ; 3).



1. Construire le point K tel que $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BR} + 2\overrightarrow{BL}$.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BR}$ et $\overrightarrow{BL}$.

$\overrightarrow{BR}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BL}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$.

3. Calculer les coordonnées x_K et y_K du point K.

.....

.....

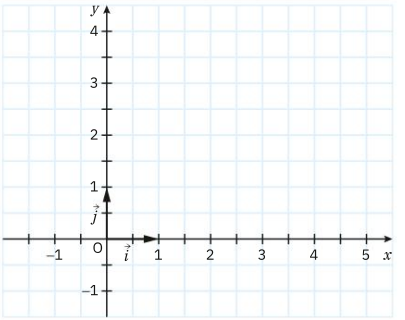
.....

.....

.....

4. Avez-vous pensé à contrôler de vous-même les coordonnées de K sur la figure (oui ou non) ? .....

12 Chercher le 4e sommet d'un parallélogramme



1. Placer les points A(2,5 ; 2), B(–1,5 ; 4) et C(5 ; – 1) puis construire le point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

2. On note $(x_D\,;\,y_D)$ les coordonnées de D.

a. Compléter ABDC est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} =$ .....

b. En déduire les coordonnées de D.

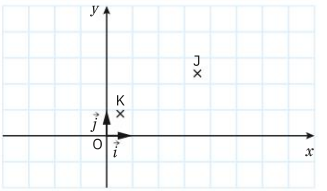
$\overrightarrow{AB} =$ ..... $\Leftrightarrow \begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\end{pmatrix}$ .....

.....

c. Avez-vous contrôlé sur la figure (oui ou non) ? .....

13 Chercher les coordonnées du symétrique d'un point dans une symétrie centrale

Soit les points J(3,5 ; 2,4) et K(1 ; 1) et T le symétrique de J par rapport à K.



1. Construire T sur la figure.

2. Entourer la (ou les) égalité(s) vectorielle(s) suivantes qui complètent : « T est symétrique de J par rapport à K si et seulement si ... »

a. KT = KJ **b.** $\overrightarrow{KT} = \overrightarrow{KJ}$ **c.** $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{KT}$

d. JT = 2 JK **e.** $\overrightarrow{JT} = 2\,\overrightarrow{JK}$ **f.** $\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KT} = \overrightarrow{JT}$ **g.** $\overrightarrow{KT} + \overrightarrow{KJ} = \vec{0}$

3. Déterminer les coordonnées de T.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Finalement, c'est comme aux exercices 10 et 11, mais c'est à moi de trouver l'égalité vectorielle.

D Calculer des distances ou des angles en repère orthonormé

14 Calculer des distances

Compléter le mémo ci-contre puis effectuer le calcul de AB dans chacun des cas suivants :

a. A(8 ; 1) et B(3 ; 5). .....

b. $A(\sqrt{6} ; -3)$ et B(0 ; 2). .....

Dans un repère orthonormé, soit $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ dans un repère orthonormé.

Alors AB = ...

C'est la norme de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

15 Calculer des distances pour étudier le parallélisme de deux droites

On considère les points A(2 ; 5), L(−1 ; 6), K(−2 ; 2), S(8 ; 3) et R(10 ; 11).

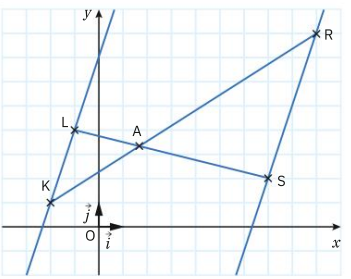
1. Calculer les longueurs AL, AK, AS et AR.

.....

.....

.....

2. On admet que les segments [KR] et [LS] sont sécants en A.
Montrer que les droites (LK) et (RS) sont parallèles.



.....

.....

.....

.....

16 Calculer des distances pour calculer un angle

1. Compléter le mémo ci-contre.

2. On considère les points C(2 ; −2), D(5 ; 3) et F(−8 ; 4).
On admet que le triangle CDF est rectangle en C. Calculer les longueurs nécessaires et en déduire une mesure de l'angle $\widehat{D}$ à 0,1 degré près.

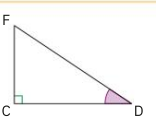
.....

.....

.....

.....

.....



$\cos \widehat{D} = \frac{\text{côté}}{\text{.....}} = $ .....

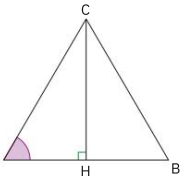
.....

$\sin \widehat{D} = \frac{\text{côté}}{\text{.....}} = $ .....

.....

17 Calculer un sinus connaissant un cosinus

Le triangle ABC est équilatéral de côté 1 et H est le projeté orthogonal de C sur (AB).



1. Déterminer AH et en déduire $\cos \widehat{A}$.

.....

.....

.....

2. a. Compléter le mémo ci-contre.

b. En déduire $\sin \widehat{A}$ et en donner une valeur arrondie à 10^{-2} près.

.....

.....

.....

Pour tout angle $\widehat{A}$, $(\cos \widehat{A})^2 + (\sin \widehat{A})^2 =$ .....

ce qui s'écrit aussi .....

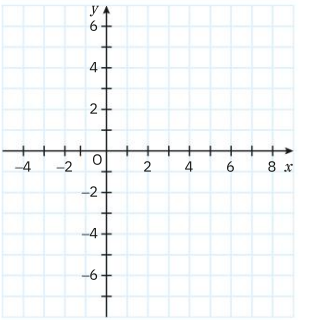
3. En déduire la hauteur CH du triangle ABC :

.....

18 Distinguer l'égalité entre vecteurs et l'égalité entre distances

On considère les points A(1 ; – 3), B(7 ; – 1) et C(–2 ; 6) et les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

1. Placer A, B et C puis construire les points M et N ci-contre.



2. a. Calculer $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

.....

.....

.....

.....

b. Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

.....

.....

.....

c. En déduire la distance MN.

.....

.....

.....

.....

3. Quelle égalité peut-on alors écrire entre $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$? La démontrer à l'aide de la relation de Chasles.

.....

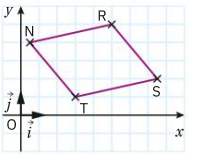
.....

.....

.....

E Étudier la nature d'un triangle ou d'un quadrilatère

On se place dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.



19 Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

On considère les points $N\left(\frac{1}{2} ; 4\right)$, $R(5 ; 5)$, $S\left(\frac{15}{2} ; 2\right)$ et $T(3 ; 1)$. On veut démontrer que NRST est un parallélogramme. Compléter les deux démonstrations ci-après.

1. Méthode 1 : avec les milieux des diagonales

Calculer les coordonnées des milieux I et J de [NS] et [RT] puis conclure.

2. Méthode 2 : avec une égalité de vecteurs

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{NR}$ et de $\overrightarrow{TS}$ puis conclure :

20 Calculer des distances pour déterminer la nature d'un triangle

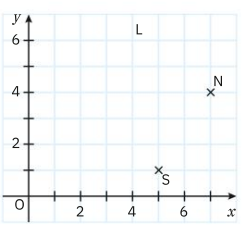
On considère les points $A(-3 ; -1)$, $B(4 ; 2)$ et $C(-6 ; 6)$.

Calculer les longueurs AB, AC et BC et en déduire la nature du triangle.

21 Déterminer la nature d'un quadrilatère

Soient les points $L(4 ; 6)$, $N(7 ; 4)$ et $S(5 ; 1)$, G milieu de [LS] et A symétrique de N par rapport à G.

1. Calculer les coordonnées du point G puis de A.



2. Déterminer la nature du triangle LNS.

3. Déterminer la nature du quadrilatère LASN *(on détaillera bien les étapes du raisonnement).*

F Étudier un alignement de points ou le parallélisme de droites

22 Vecteurs colinéaires et calcul mental

Compléter le tableau.

$\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$	$\vec{u}\begin{pmatrix}0{,}5\\-0{,}75\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$	$\vec{u}\begin{pmatrix}-12\\9\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}\dots\\-6\end{pmatrix}$	$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}\dots\\6\end{pmatrix}$	$\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{2}\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}\dots\\-2\sqrt{2}\end{pmatrix}$
$\vec{v} = -4\vec{u}$	$\vec{v} = \dots\vec{u}$	$\vec{v} = \dots\vec{u}$	$\vec{v} = \dots\vec{u}$	$\vec{v} = \dots\vec{u}$

23 Déterminant de deux vecteurs

Compléter le mémo ci-contre puis calculer le déterminant des vecteurs :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ .....

b. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ avec A(2 ; 6), B(0 ; 4) et C(−1 ; 7)

Le déterminant de $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ est $\det(\vec{u},\vec{v}) =$ .....

24 Étudier un alignement de trois points

Les points suivants sont-ils alignés ?

a. T(8 ; 2), R(3 ; 1) et S(−7 ; −1).

b. A(1 ; 0,5), B(3 ; 2) et C(−4 ; −4).

Pas besoin de déterminant quand le coefficient de linéarité est évident !



c. Déterminer le réel x tel que les points F(0 ; 4), H(6 ; −5) et C(x ; 3) soient alignés.

25 Parallélisme de deux droites

1. Soient les points $D\left(5;\frac{1}{3}\right)$, H(2 ; 4), N(−2 ; 3) et $U\left(\frac{3}{2};-1\right)$. Les droites (DH) et (NU) sont-elles parallèles ?

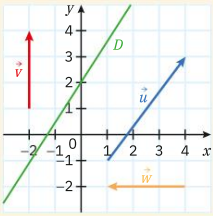
2. Soient les points F(−5 ; 2), $L\left(\frac{1}{3};1\right)$ et M(1 ; 4). Déterminer les coordonnées du point E appartenant à l'axe des ordonnées tel que les droites (EF) et (LM) soient parallèles.

Équations de droites et systèmes

▸ TESTS interactifs
flashbelin.fr/calcul2-85

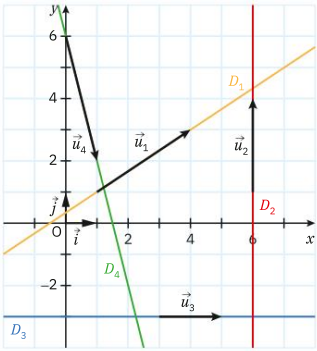
▸ Corrigés p. 127

TEST

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Compléter l'équation de la droite de coefficient directeur -4 et d'ordonnée à l'origine 8	$y =$	▸ SÉQ. 5 ex. 11 p. 45
2. La droite d a pour équation $y = -5x + 9$ Calculer l'abscisse du point d'intersection H de d et de l'axe des abscisses	.....	▸ SÉQ. 5 ex. 10 p. 45
3. Lire graphiquement : **a.** le coefficient directeur de la droite D **b.** les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ 	**a.** ..... **b.**	▸ SÉQ. 6 ex. 11 p. 51
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{TD}$ avec T(12 ; 4) et D(3 ; 5)	.....	▸ SÉQ. 10 ex. 7 p. 79
5. Calculer le déterminant de $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$	.....	▸ SÉQ. 10 ex. 23 p. 84
6. Exprimer y en fonction de x si $4x + 2y = 3$	.....	▸ SÉQ. 3 G p. 32

A Caractériser une droite par un point et un vecteur directeur

1 Vecteurs directeurs d'une droite



1. Compléter : D_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}_1\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$.

Pour D_2 : $\vec{u}_2\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$; pour D_3 : $\vec{u}_3\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ et pour D_4 : $\vec{u}_4\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$.

2. Le vecteur choisi était-il la seule réponse possible pour chaque droite (expliquer) ?

.....

.....

3. Donner, s'il existe, le coefficient directeur de chaque droite :

D_1 : ..... ; D_2 : ..... ; D_3 : ..... ; D_4 : .....

4. La droite D_5 passant par E(3 ; −2) a pour vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}1{,}5\\2\end{pmatrix}$.

Quel autre vecteur directeur peut-on choisir pour construire D_5 ? La construire.

.....

.....

B Utiliser ou déterminer une équation cartésienne de droite

2 Tester si un point appartient ou non à une droite

Un point appartient à une droite si et seulement si ses coordonnées vérifient son équation.

La droite D a pour équation cartésienne $2x + 5y - 1 = 0$.

1. Le point A$(6 ; -2)$ appartient-il à la droite D ? .....

2. Le point B$(-2 ; 1)$ appartient-il à la droite D ? .....

3 Calculer les coordonnées de points appartenant à une droite

1. Calculer l'ordonnée du point C d'abscisse 1 appartenant à Δ d'équation cartésienne $-3x + 4y + 7 = 0$.

.....

2. Calculer les coordonnées du point d'intersection G de cette droite Δ avec l'axe des abscisses.

.....

4 Déterminer un vecteur directeur d'une droite à partir d'une équation cartésienne

1. Compléter le mémo ci-contre.

2. Donner un vecteur directeur de chaque droite définie par une équation.

La droite d'équation $ax + by + c = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$.

Équation cartésienne	$6x - 3y - 1 = 0$	$-5x + y + 3 = 0$	$3y - 4 = 0$	$x - 8 = 0$
Un vecteur	$\vec{u}\begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$	$\vec{v}\begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$	$\vec{w}\begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$	$\vec{t}\begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$

3. Entourer ceux des vecteurs proposés qui sont des vecteurs directeurs de la droite D : $4x - 3y + 5 = 0$.

$\vec{u}\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\vec{s}\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{t}\begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\vec{z}\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 2 \end{pmatrix}$

5 Tracer une droite définie par une équation cartésienne

Méthode 1 : à partir des coordonnées de deux points

Calculer les coordonnées de deux points de la droite D_1 d'équation cartésienne $1{,}5x + 2y - 6 = 0$. Les placer et construire D_1.

Dans certains cas, il est intéressant de choisir $x = 0$ ou $y = 0$ afin de connaître l'intersection de la droite avec les axes du repère.

.....

.....

Méthode 2 : à partir d'un point et d'un vecteur directeur

1. Compléter : la droite D_2 d'équation cartésienne $3x - 4y - 1 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} \ldots \\ \ldots \end{pmatrix}$.

On souhaite calculer les coordonnées d'un point de la droite D_2.

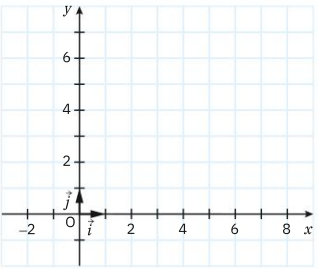
2. Choisir $x = 0$ ou $y = 0$ semble-t-il judicieux ici ?

.....

.....

3. Déterminer des coordonnées entières d'un point de D_2. *Faire des essais au brouillon si nécessaire.* La tracer.

.....



Méthode 3 : en se ramenant à son équation réduite

1. Écrire l'équation réduite de la droite D_3 : $3x + y - 6 = 0$:

.....

2. Compléter : D_3 a pour coefficient directeur $m =$ ..... et pour ordonnée à l'origine $p =$ ..... . La tracer.

6 Associer une droite et une équation

Compléter afin d'associer une droite à chaque équation cartésienne donnée. *Faire des calculs au brouillon si nécessaire.*

a. $3x - 5y + 1 = 0$: .....

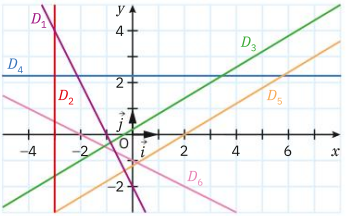
b. $3x - 5y - 6 = 0$: .....

c. $x = -3$: .....

d. $2x + y + 2 = 0$: .....

e. $x + 2y + 2 = 0$: .....

f. $y = 2{,}25$: .....



7 Écrire une équation de droite définie par un vecteur directeur et un point (1)

La droite D a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$ et passe par le point H(8 ; 1).

Étape 1 : en utilisant le vecteur $\vec{u}$, compléter : D a pour équation cartésienne ..... x ..... $y + c = 0$.
Étape 2 : en exprimant que le point H appartient à D, déterminer le réel c et conclure.

8 Écrire une équation de droite définie par un vecteur directeur et un point (2)

La droite Δ est dirigée par $\vec{v}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et passe par $S\left(5 ; \frac{1}{2}\right)$.

1. Soit $M(x ; y)$ un point de la droite Δ. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{SM}$. .....

2. Compléter : $M \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{SM}$ et $\vec{v}$ sont ..... $\det(\overrightarrow{SM}, \vec{v}) =$ .....

3. En déduire une équation cartésienne de Δ.

9 Déterminer une équation cartésienne de droite définie par deux points

On donne les points A(5 ; −3) et B(−1 ; 4). Déterminer une équation cartésienne de (AB).

Un vecteur directeur de (AB) est $\overrightarrow{AB}$.

10 Déterminer une équation cartésienne de droite parallèle à une droite donnée

On donne la droite D d'équation cartésienne $3x - 9y + 2 = 0$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite D' parallèle à D et passant par R(12 ; 7).

11 Étudier le parallélisme de deux droites

1. Les droites $D_1 : \frac{4}{3}x - 2y + 5 = 0$ et $D_2 : 2x - 3y - 3 = 0$ sont-elles parallèles ?

2. Les droites $D_3 : 2x + y + 1 = 0$ et $D_4 : y = -2x$ sont-elles parallèles ? .....

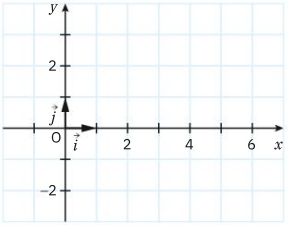
C Résoudre un système

12 Vérifier qu'un couple de nombres réels est solution d'un système

Montrer par calcul que le couple $(-3;4)$ est solution du système $\begin{cases} 7x+4y=-5 \\ -2x+\dfrac{3}{2}y=12 \end{cases}$.

13 Résoudre graphiquement un système

Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} y=-2x+7 \\ x-y-2=0 \end{cases}$.



14 Résoudre un système par combinaison linéaire

On donne le système S : $\begin{cases} 4x+3y=7 \\ 5x-2y=-20 \end{cases}$.

On a besoin d'avoir le même coefficient pour x ou pour y (ou des coefficients opposés).

1. Compléter : pour avoir le même coefficient de x dans chaque équation du système, on peut multiplier la 1ère ligne par ..... et la 2ème ligne par .....

2. Écrire le système équivalent obtenu :

Ne pas oublier de multiplier aussi à droite du signe =.

3. Soustraire les deux lignes, puis finir la résolution du système.

15 Résoudre un système par substitution

On donne le système S : $\begin{cases} 6x+y=6 \\ -3x+2y=7 \end{cases}$.



On privilégie cette méthode lorsque le coefficient de x ou y est égal à 1 dans une équation.

1. Isoler y dans la 1ère équation : .....

2. Compléter en remplaçant y dans la 2ème équation et finir la résolution du système :

16 Choisir la méthode la plus adaptée pour résoudre un système

Compléter le tableau *(résoudre le système au brouillon)*.

Système	$\begin{cases} -5x+6y=8 \\ 3x+2y=-2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-5y=1 \\ x-3y=-1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-8y=-17 \\ x-12y=-8 \end{cases}$	$\begin{cases} 9x+13y=44 \\ 6x+11y=13 \end{cases}$
Méthode	.....	.....	.....	.....
Couple solution	.....	.....	.....	.....

D Utiliser un système pour résoudre un problème

17 Mettre en équation une situation concrète

Dans une rame TGV Duplex, hors voiture-bar, il y a 3 voitures permettant d'accueillir des passagers en 1ère classe et 4 voitures permettant d'en accueillir en 2nde classe. Sachant qu'un TGV de ce type peut accueillir 508 passagers et qu'une voiture 2nde classe propose 22 places assises de plus qu'une voiture de 1ère, déterminer le nombre de sièges par type de voitures.

18 Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites

On donne les points A(1 ; – 1), B(5 ; 3) et C(–1 ; 5).

1. Calculer les coordonnées de I et J milieux respectifs de [AB] et [BC].

2. Déterminer au brouillon une équation de chacune des droites (CI) et (AJ).

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection K des droites (CI) et (AJ).

19 Résoudre un système dans une situation économique

Deux sites A et B d'une entreprise réalisent en mars 2021 un chiffre d'affaires (CA) respectif de x et y milliers d'euros. Il était prévu pour mars 2022 une augmentation de 8 % du CA du site A et de 15 % de celui du site B, pour un CA global de 70,22 milliers d'euros. En mars 2022, on constate finalement une augmentation de 16 % du CA pour le site A et de 5 % pour le site B, pour un CA global de 67,94 milliers d'euros. Quels étaient les chiffres d'affaires pour chacun des sites en mars 2021 ?

20 Pour chercher

Déterminer les dimensions d'un rectangle de côtés x et y (avec $x > y$) ayant pour périmètre 28 et pour aire 45.

Piste : chercher $x - y$

1 Le calcul avec des nombres relatifs

A Additionner et soustraire des nombres relatifs

JE FAIS LE POINT

Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé.
Exemples : $2 - (-7) = 2 + 7$ et $2 + (-7) = 2 - 7$

Pour ajouter ou soustraire deux nombres relatifs, il faut distinguer deux cas :

- **Quand les signes sont les mêmes** — **Exemple :** Pour calculer $-3{,}1 - 5{,}6$
  - je garde le signe commun
  - je calcule $3{,}1 + 5{,}6 = 8{,}7$

  $-3{,}1 - 5{,}6 = -8{,}7$
- **Quand les signes sont différents** — **Exemple :** Pour calculer $-6{,}5 + 1{,}2$
  - comme $6{,}5 > 1{,}2$, le résultat est négatif
  - je calcule $6{,}5 - 1{,}2 = 5{,}3$

  $-6{,}5 + 1{,}2 = -5{,}3$

1 En deux temps

a. Prévoir le signe du résultat et entourer le calcul si le résultat est positif, le souligner si le résultat est négatif :

A = $-4 + 7$ B = $8 - 13$ C = $3{,}1 - 2{,}4$ D = $-5{,}2 + 8{,}3$ E = $-4{,}1 - 3{,}5$

b. Calculer : A = ... B = ... C = ... D = ... E = ...

2 Calculer

a. $2{,}5 - 3{,}7$ = ... **b.** $4{,}3 - 8{,}5$ = ... **c.** $-3{,}6 - 2{,}5$ = ... **d.** $-2{,}7 + 5{,}9$ = ...

3 En 30 secondes chrono calculer

a. $3 - 7$ = ... **b.** $4 - 8$ = ... **c.** $-2 + 5$ = ... **d.** $-2 - 5$ = ...

4 Remplacer les lettres par les valeurs données et calculer

	Cas ①	Cas ②	Cas ③	Cas ④
a	2	4	-3	-10
b	-7	-2	4	7
$a + b$	$2 + (-7)$ = ...	.....	.....	.....
$a - b$	$2 - (-7)$ = ...	.....	.....	.....

5 Qui sait calculer $3 - 4 + 5$?

1. Corriger les réponses des élèves et barrer la ligne fausse.

Élève A	Élève B	Élève C	Élève D	Élève E
$3 - 4 + 5$	$3 - 4 + 5$	$3 - 4 + 5$	$3 - 4 + 5$	$3 - 4 + 5$
$= 3 - 9$	$= -1 + 5$	$= -1 + 5$	$= 3 + 1$	$= -1 + 5$
$= -6$	$= -6$	$= -4$	$= 4$	$= 4$

2. Entourer les calculs qui correspondent à $3 - 4 + 5$ après avoir modifié l'ordre des termes et calculer chaque somme pour vérifier.

a. $5 + 3 - 4$ ..... **b.** $-3 + 4 + 5$ ..... **c.** $-4 + 5 + 3$ .....

d. $3 + 5 - 4$ ..... **e.** $3 - 5 + 4$ ..... **f.** $5 - 4 + 3$ .....



On peut changer l'ordre des termes en tenant compte des signes.

6 Calculer en réorganisant le calcul



a. $-7 + 13 + 7 =$ .....

b. $12 - 6 + 8 =$ .....

7 Pour enlever 9, on peut enlever 10 et ajouter 1

1. Calculer mentalement : **a.** $57 - 9 =$ ..... **b.** $45 - 9 =$ ..... **c.** $33 - 9 =$ .....

2. Entourer les réponses justes : $57 - 9 =$ **a.** $57 - 10 - 1$ **b.** $57 - (10 - 1)$ **c.** $57 - 10 + 1$

8 Pour enlever 24, on peut enlever 20 puis enlever 4

1. Calculer mentalement : **a.** $52 - 24 =$ ..... **b.** $61 - 24 =$ ..... **c.** $93 - 24 =$ .....

2. Entourer les réponses justes : $52 - 24 =$ **a.** $52 - 20 - 4$ **b.** $52 - (20 + 4)$ **c.** $52 - (20 - 4)$

9 Regrouper pour obtenir un calcul plus simple

Exemples : $6 - 8 + 4$ peut se calculer comme $6 + 4 - 8 = 10 - 8 = 2$
$-12 + 5 - 3$ peut se calculer comme $5 - 12 - 3 = 5 - (12 + 3) = 5 - 15 = -10$

Calculer mentalement :

a. $-7 - 16 + 7 =$ ..... **b.** $-9 + 13 - 5 =$ ..... **c.** $-5 + 7 - 3 + 4 =$ .....

d. $17 - 3 + 6 - 14 =$ ..... **e.** $-13 - (-3) - 3 =$ .....

B Multiplier et diviser des nombres relatifs

JE FAIS LE POINT

Pour multiplier ou diviser deux nombres :

① Je détermine le signe en distinguant deux cas :
- Si je multiplie (ou divise) entre eux deux nombres de signes différents, je trouve un nombre négatif.
- Si je multiplie (ou divise) deux nombres de même signe, je trouve un nombre positif.

② Je multiplie les « distances à zéro » (ou « valeurs absolues » en seconde) des deux nombres.

Exemples : $2 \times (-4) = -8$; $(-3) : 4 = -3 : 4 = -0{,}75$

$(-3) \times (-6) = 18$ que l'on écrira aussi $\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$.



- « + » par « − » ça fait « − »
- « − » par « − » ça fait « + »

10 Calculer

a. $3 \times (-4) =$ ..... **b.** $-5 \times (-2) =$ .....

c. $-2 \times 7 =$ ..... **d.** $(-3) \times 5 =$ .....

e. $8 : (-2) =$ ..... **f.** $-15 : (-3) =$ .....

g. $-10 : 5 =$ ..... **h.** $16 : (-4) =$ .....

11 Compléter les égalités pour qu'elles soient vraies

a. $2 \times$ ..... $= -14$ **b.** ..... $\times (-9) = 27$

c. $-8 \times$ ..... $= -40$ **d.** ..... $\times (-4) = 20$

e. $18 :$ ..... $= -6$ **f.** ..... $: (-9) = 4$

g. $-30 :$ ..... $= -6$ **h.** ..... $: (-2) = 3$

C Calculer avec les 4 opérations

JE FAIS LE POINT

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.
- Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples

$A = 7 - \underline{4 \times 8}$
$= 7 - 32$
$= -25$

$B = 15 - (\underline{7 + 8 \times 2}) : 10$
$= 15 - (\underline{7 + 16}) : 10$
$= 15 - \underline{23 : 10}$
$= 15 - 2{,}3$
$= 12{,}7$

12 Prévoir le signe du résultat sans calculer

Souligner les calculs dont le résultat est positif et entourer ceux dont le résultat est négatif.

a. $-4 + 3$ **b.** $10 : (-25)$ **c.** -3×2

d. $5 - 8$ **e.** $-4 - 7$ **f.** $6 \times (-8)$

g. $-13 : (-7)$ **h.** $-8 \times (-3)$

Attention ! Ne pas confondre les méthodes pour déterminer le signe lors d'une addition et d'une multiplication.

13 Retrouver les résultats parmi les réponses suivantes : 9 ; –24 ; 60 ; –37

a. $A = 3 + 8 \times (-5) =$ ..... **b.** $B = (-12 - 3) \times (-4) =$ .....

c. $C = 6 \times (8 - 12) =$ ..... **d.** $D = -7 + (-2) \times (-8) =$ .....

14 Compléter des carrés magiques

Défi n° 1 Je complète le carré pour que la **somme** de chaque ligne et de chaque colonne soit 5.

6	.....	.....	3
–5	0	1	.....
–1	.....	–3	.....
.....	5	.....	–9

Défi n° 2 Je complète le carré pour que le **produit** de chaque ligne et de chaque colonne soit 120.

–2	.....	4	.....
.....	2	.....	4
.....	.....	–3	2
4	–3	.....	5

15 Placer les parenthèses qui manquent pour que l'égalité soit vraie

a. $-3 \times 4 - 5 \times 6 = 18$ **b.** $-3 \times 4 - 5 \times 6 = -42$

c. $-3 \times 4 - 5 \times 6 = 78$ **d.** $-3 \times 4 - 5 \times 6 = -102$

16 Effectuer le calcul et vérifier à la calculatrice

	Cas ①	Cas ②	Cas ③	Cas ④
a	8	–14	–9	–20
b	–4	–2	3	10
$a \times b$	.....	.....	.....	.....
$a - b$	.....	.....	.....	.....
$2a + b$	.....	.....	.....	.....
$\frac{a - 3b}{2}$	.....	.....	.....	.....

2 Le calcul avec des fractions



$\frac{2}{5}$ c'est 2 divisé par 5 donc 0,4



$\frac{2}{5}$ c'est 2 cinquièmes.





Vous avez tous les deux raison !

A Bien connaître les fractions « simples »

JE FAIS LE POINT

On peut voir le nombre $\frac{2}{3}$ de deux façons.

- Comme deux tiers, c'est-à-dire deux parts de l'unité que l'on a partagée en 3.

Dénominateur : « donne le nom »

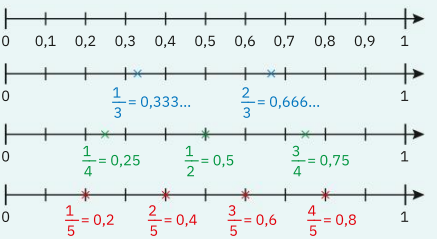
$\frac{2}{3}$ se lit « deux tiers »

Numérateur : « donne le nombre de »

- Comme le résultat de la division 2 : 3, c'est à dire le quotient de 2 par 3.

Certains quotients ont une écriture décimale finie comme $2 : 5 = \frac{2}{5} = 0,4$. Ce sont des nombres décimaux.

D'autres n'ont pas d'écriture décimale finie, comme $\frac{2}{3} = 0,666\ldots$ (avec une infinité de 6).



1 Utiliser une décomposition pour calculer mentalement

1. Calculer mentalement.

Exemple : $\frac{2}{3}+\frac{4}{3}$ se lit : « deux tiers plus quatre tiers, ce qui donne six tiers. Autrement dit 2. »

a. $\frac{5}{7}+\frac{4}{7}=$ ..... **b.** $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=$ ..... **c.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$ .....

d. $\frac{11}{2}-$ ..... $= 4$ **e.** $\frac{8}{3}-\frac{11}{3}=$ ..... **f.** ..... $-\frac{7}{5}=1$

En termes de partage :
Trois tiers c'est 1 unité c'est-à-dire $\frac{3}{3}=1$.
Six tiers c'est 2 unités c'est-à-dire $\frac{6}{3}=2$.

2. Encadrer mentalement entre deux entiers consécutifs.

a. ..... $< \frac{18}{5} <$ ..... **b.** ..... $< \frac{67}{9} <$ ..... **c.** ..... $< \frac{58}{25} <$ .....

Exemple :
$\frac{11}{3}$ c'est 9 tiers + 2 tiers
donc $3 < \frac{11}{3} < 4$
et $\frac{11}{3} = 3,66\ldots$

3. Décomposer la fraction et donner son écriture décimale.

a. $\frac{17}{3}=$ ..... **b.** $\frac{32}{5}=$ .....

c. $\frac{11}{4}=$ ..... **d.** $-\frac{13}{3}=$ .....

B Simplifier une fraction

L'idée : Deux écritures fractionnaires peuvent représenter le même nombre.

Exemple : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

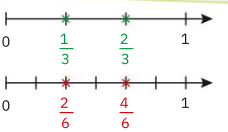
Forme irréductible : Une écriture fractionnaire est sous forme irréductible quand le numérateur et le dénominateur n'ont plus de diviseur commun autre que 1 (on dit qu'on ne peut plus la simplifier).

Propriété : pour trois nombres a, b, c avec b et c non nuls : $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$

En pratique, on peut présenter une simplification de deux façons :

$\frac{2}{6} = \frac{1 \times \cancel{2}}{3 \times \cancel{2}} = \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$

JE FAIS LE POINT



Quand on partage en 6, il faut prendre deux fois plus de parts que quand on partage en 3.

2 Écrire pour chaque fraction sa forme irréductible ou *Irr* si elle est déjà irréductible

a. $\frac{12}{9} =$ ..... b. $\frac{4}{6} =$ ..... c. $\frac{7}{6} =$ ..... d. $\frac{2}{4} =$ ..... e. $\frac{4}{5} =$ .....

f. $\frac{15}{12} =$ ..... g. $\frac{24}{9} =$ ..... h. $\frac{15}{10} =$ ..... i. $\frac{9}{18} =$ ..... j. $\frac{21}{25} =$ .....

k. $\frac{12}{16} =$ ..... l. $\frac{21}{7} =$ ..... m. $\frac{25}{35} =$ ..... n. $\frac{11}{50} =$ ..... o. $\frac{99}{77} =$ .....

Pour simplifier des fractions, il faut bien connaître les tables de multiplication et les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 10.



Pour simplifier $\frac{21}{14}$, je remarque que 21 et 14 sont des multiples de 7. En simplifiant par 7, $\frac{21}{14} = \frac{21:7}{14:7} = \frac{3}{2}$.

3 Entourer le ou les calculs justes, et barrer ceux qui sont faux

a. $\frac{11-\cancel{5}}{9-\cancel{5}} = \frac{11}{9}$ b. $\frac{11-5}{9-5} = \frac{6}{4}$ c. $\frac{7+\cancel{5}}{4+\cancel{5}} = \frac{7}{4}$ d. $\frac{7+5}{4+5} = \frac{12}{9}$

4 Compléter les égalités puis donner l'écriture décimale

a. $\frac{3}{25} = \frac{\quad}{100} =$ ..... b. $\frac{9}{12} =$ ..... *(irréductible)* = ... *(écriture décimale)*

c. $\frac{18}{4} =$ ..... d. $\frac{12}{75} =$ .....

5 Simplifier en utilisant la décomposition en facteur premiers

a. $\frac{30}{42} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 7} =$ ..... b. $\frac{350}{105} =$ .....

c. $\frac{198}{220} =$ ..... d. $\frac{63}{441} =$ .....

Les nombres premiers inférieurs à 20 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 et 19.

6 Dans la liste, entourer le seul des nombres qui apparaît une seule fois

$\frac{25}{100}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{36}{48}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{10}{15}$ $\frac{15}{24}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{14}{56}$ $\frac{28}{21}$ $\frac{12}{9}$ $\frac{16}{12}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{24}{18}$ $\frac{15}{60}$ $\frac{24}{36}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{6}{24}$

C Mettre deux fractions au même dénominateur

JE FAIS LE POINT

Pour mettre deux fractions au même dénominateur il y a deux cas.

- Si l'un des dénominateurs est multiple de l'autre, on transforme une seule des deux fractions.

Exemple : $\frac{7}{15}$ et $\frac{11}{30}$. Je remarque que $30 = 15 \times 2$. Je transforme $\frac{7}{15} = \frac{7\times2}{15\times2} = \frac{14}{30}$.

On peut parfois s'y ramener en simplifiant l'une ou les deux fractions.

Exemple : $\frac{4}{14}$ et $\frac{5}{21}$. Je remarque que $\frac{4}{14} = \frac{2}{7} = \frac{2\times3}{7\times3} = \frac{6}{21}$.

- Sinon, on cherche les facteurs « manquants » entre les deux dénominateurs, puis on transforme les deux fractions.

Exemple : $\frac{3}{14}$ et $\frac{13}{35}$. On remarque que $14 = 7 \times 2$ et que $35 = 7 \times 5$.

Le 5 n'apparait pas dans la décomposition de 14, on multiplie 14 par 5.
Le 2 n'apparait pas dans la décomposition de 35, on multiplie 35 par 2.

$\frac{3}{14} = \frac{3\times5}{14\times5} = \frac{15}{70}$ et $\frac{13}{35} = \frac{13\times2}{35\times2} = \frac{26}{70}$.



Je croise les dénominateurs, mais les calculs sont parfois trop compliqués de tête

$\frac{3}{14} = \frac{3\times35}{14\times35}$ et $\frac{13}{35} = \frac{13\times14}{35\times14}$

7 Quelle stratégie ?

Barrer les calculs faux. Parmi les autres, entourer ceux qui vous semblent les plus efficaces pour calculer mentalement.

a. Pour mettre au même dénominateur $\frac{7}{9}$ et $\frac{6}{18}$:

Élève 1

Je mets sur 18 :

$\frac{7+9}{9+9} = \frac{16}{18}$

Élève 2

Je mets sur 9 :

$\frac{6:2}{18:2} = \frac{3}{9}$

Élève 3

Je mets sur 36 :

$\frac{7\times4}{9\times4} = \frac{28}{36}$ et $\frac{6\times2}{18\times2} = \frac{12}{36}$

b. Pour mettre au même dénominateur $\frac{7}{9}$ et $\frac{5}{12}$:

Élève 1

Je mets sur 12 :

$\frac{7+3}{9+3} = \frac{10}{12}$

Élève 2

Je mets sur 36 :

$\frac{7\times4}{9\times4} = \frac{28}{36}$ et $\frac{5\times3}{12\times3} = \frac{15}{36}$

Élève 3

Je mets sur $9 \times 12 = 108$:

$\frac{7\times12}{9\times12} = \frac{84}{108}$ et $\frac{5\times9}{12\times9} = \frac{45}{108}$

8 Transformer les fractions pour les mettre les fractions au même dénominateur

	je décompose →	je mets au même dénominateur →	j'obtiens
Exemple : $\frac{4}{15}$ et $\frac{7}{18}$	$\frac{4}{3\times5}$ et $\frac{7}{3\times6}$ →	$\frac{4\times6}{3\times5\times6}$ et $\frac{7\times5}{3\times6\times5}$ →	$\frac{24}{90}$ et $\frac{35}{90}$
a. $\frac{3}{20}$ et $\frac{6}{35}$	$\frac{3}{\ldots}$ et $\frac{6}{\ldots}$	$\frac{3\times\ldots}{\ldots}$ et $\frac{6\times\ldots}{\ldots}$	$\frac{\ldots}{\ldots}$ et $\frac{\ldots}{\ldots}$
b. $\frac{8}{30}$ et $\frac{7}{20}$	$\frac{8}{\ldots}$ et $\frac{7}{\ldots}$	$\frac{\ldots}{\ldots}$ et $\frac{\ldots}{\ldots}$	$\frac{\ldots}{\ldots}$ et $\frac{\ldots}{\ldots}$
c. $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{18}$	$\frac{4}{\ldots}$ et $\frac{5}{\ldots}$	$\frac{\ldots}{\ldots}$ et $\frac{\ldots}{\ldots}$	$\frac{\ldots}{\ldots}$ et $\frac{\ldots}{\ldots}$

D Calculer avec des fractions

JE FAIS LE POINT

Addition et soustraction de fractions : elles doivent être au même dénominateur.

$\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}$ pour $d\neq 0$ **Exemple :** $\frac{3}{5}+\frac{8}{5}=\frac{3+8}{5}=\frac{11}{5}$

Multiplication de fractions : elles n'ont pas besoin d'être au même dénominateur.

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ pour $b\neq 0$, $d\neq 0$ **Exemple :** $\frac{5}{4}\times\frac{7}{3}=\frac{5\times 7}{4\times 3}=\frac{35}{12}$

$a\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{d}$ pour $d\neq 0$ **Exemple :** $5\times\frac{2}{7}=\frac{5\times 2}{7}=\frac{10}{7}$

Simplifie en décomposant avant de faire les multiplications

$\frac{5}{77}\times\frac{22}{3}=\frac{5\times 2\times 11}{7\times 11\times 3}=\frac{10}{21}$

Division de fractions : elles n'ont pas besoin du même dénominateur.
Pour diviser une fraction, on multiplie par son inverse.

Exemple : $\frac{3}{7}:\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{14}$ ce qu'on écrit aussi $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{14}$

9 Entourer les opérations où il est nécessaire de mettre au même dénominateur

a. $\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}$ **b.** $\frac{3}{5}+\frac{7}{2}$ **c.** $\frac{3}{4}-\frac{3}{20}$ **d.** $\frac{3}{11}:\frac{7}{4}$ **e.** $\frac{-3}{5}+\frac{7}{9}$ **f.** $\frac{-11}{5}\times\frac{3}{-9}$

10 Barrer les calculs faux

1. a. $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7+7}=\frac{5}{14}$ **b.** $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$ **c.** $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3\times 7}{7\times 7}+\frac{2\times 7}{7\times 7}=\frac{21+14}{49}=\frac{35}{49}$

2. a. $2\times\frac{4}{5}=\frac{2\times 4}{5}=\frac{8}{5}$ **b.** $2\times\frac{4}{5}=\frac{2\times 4}{2\times 5}=\frac{8}{10}$ **c.** $2\times\frac{4}{5}=2\times 0{,}8=1{,}6$

11 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible

a. $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=$ ..... **b.** $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}=$ ..... **c.** $1+\frac{-2}{3}=$ .....

d. $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}=$ ..... **e.** $\frac{6}{15}\times\frac{5}{7}=$ ..... **f.** $5\times\frac{-2}{7}=$ .....

g. $\frac{-3}{5}:\frac{4}{7}=$ ..... **h.** $\frac{7}{13}:\frac{14}{13}=$ ..... **i.** $\frac{5}{3}:2=$ .....

12 Calculer

1. a. $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=$ ..... **b.** $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=$ ..... **c.** $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=$ .....

2. a. À quel résultat vous attendez-vous pour $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$? .....

b. Vérifier en effectuant le calcul : .....

13 Calculer en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible

Calculer les nombres suivants pour $a=\frac{4}{5}$, $b=-\frac{2}{3}$ et $c=\frac{5}{6}$. On effectuera les calculs au brouillon :

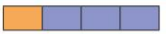
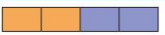
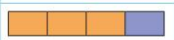
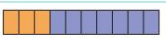
a. $a-b=$ ..... **b.** $b+ac=$ ..... **c.** $a+2b=$ ..... **d.** $\frac{c}{a+2b}=$ .....

3 Les pourcentages

A Appliquer un pourcentage

JE FAIS LE POINT

Avec des pourcentages bien connus

Une part en écriture fractionnaire et en pourcentage			Prendre un pourcentage d'une quantité
	Un quart $\frac{1}{4}$	25 %	Prendre 25 %, c'est diviser par 4 (ou par 2 puis par 2)
	Une moitié $\frac{1}{2}$	50 %	Prendre 50 %, c'est diviser par 2
	Trois quarts $\frac{3}{4}$	75 %	Prendre 75 %, c'est diviser par 4 puis multiplier par 3
	Un dixième $\frac{1}{10}$	10 %	Prendre 10 %, c'est diviser par 10
	Deux dixièmes $\frac{2}{10}$	20 %	Prendre 20 %, c'est diviser par 10 puis multiplier par 2
	Trois dixièmes $\frac{3}{10}$	30 %	Prendre 30 %, c'est diviser par 10 puis multiplier par 3

Avec des « paquets de 100 » : 100, 200, 300,... :

Exemple : calculer 17 % de 300 €. Je sais que 17 % de 100 € c'est 17 €.
Comme 300 € = 3 × 100 €, 17 % de 300 € c'est 3 × 17 € = 51 €.



Avec la calculatrice

Exemple : prendre 17 % de 243 €, c'est multiplier 243 € par $\frac{17}{100}$ donc 243 € × $\frac{17}{100}$ = 41,31 €

1 Calculer sans calculatrice

a. 25 % de 40 € ..... **b.** 18 % de 100 kg ..... **c.** 23 % de 200 € .....
d. 50 % de 300 $ ..... **e.** 8 % de 1000 L ..... **f.** 75 % de 36 h .....
g. 15 % de 300 élèves ..... **h.** 10 % de 70 € ..... **i.** 20 % de 80 € .....

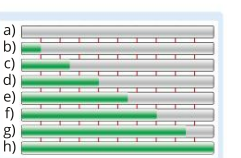
Reconnais des pourcentages bien connus ou fais des « paquets de 100 »

2 Exprimer chaque fraction en pourcentage en valeur exacte ou approchée

a. $\frac{2}{10}$ = ... **b.** $\frac{3}{5}$ = ... **c.** $\frac{2}{100}$ = ... **d.** $\frac{1}{3}$ = ... **e.** $\frac{23}{100}$ = ... **f.** $\frac{12}{25}$ = ...

3 Télécharger un fichier et observer la barre de téléchargement

Estimer le pourcentage de contenu déjà téléchargé dans chacune des barres de téléchargement ci-contre.



a. ..... **b.** ..... **c.** ..... **d.** .....
e. ..... **f.** ..... **g.** ..... **h.** .....

4 Anticiper un résultat puis le calculer

Exemple : 18 % de 349 € c'est proche de 20 % de 350 € donc de 350 € : 5 = 70 €.

La calculatrice donne 349 × $\frac{18}{100}$ = 62,82. Donc 18 % de 349 € est égal à 62,82 €.

a. Sans calculatrice, entourer l'ordre de grandeur du résultat.

A = 21 % de 453 kg : 45 kg 75 kg 90 kg 120 kg
B = 47 % de 213 L : 50 L 100 L 150 L 200 L

b. Calculer à la calculatrice les valeurs exactes.

A = ... B = ...

Même quand tu utilises ta calculatrice, anticipe mentalement l'ordre de grandeur avant pour contrôler le résultat de la calculatrice. Une faute de frappe est vite arrivée !



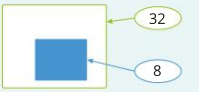
B Exprimer une proportion en pourcentage

JE FAIS LE POINT

J'exprime une proportion en pourcentage

On peut exprimer une proportion sous forme décimale, fractionnaire ou en pourcentage.
La proportion est comprise entre 0 et 1.

Exemple : 8 élèves d'une classe de 32 élèves étudient le chinois.
La proportion d'élèves étudiant le chinois dans la classe est $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = \frac{25}{100}$.
Donc 25 % des élèves de la classe étudient le chinois.



Proportion = $\frac{8}{32}$ = 0,25 ou 25 %

5 Une proportion sous différentes écritures

Indiquer pour chaque disque, en écriture fractionnaire et en pourcentage, la part du disque qui est colorée.

a.	b.	c.	d.	e.	f.
					
.....	.....	.....	.....	.....	.....

6 Exprimer une proportion

Dans une classe de 32 élèves, 25 étudient le latin. Trouver la part des élèves étudiant le latin (à 0,01 près) :

a. sous forme décimale : .....

b. sous forme de pourcentage : .....

7 D'après DNB

Au 1er janvier 2017, les effectifs d'un club omnisport étaient de 1 260 adhérents répartis comme indiqué dans le tableau ci-contre.
Compléter la colonne « Fréquence en % ».

	Effectif en 2017	Fréquence
Planche à voile	392	..... %
Beach volley	224	..... %
Surf	644	..... %
Total	1260	..... %

8 Calculer des proportions

Dans une ville, il y a deux collèges. Le premier regroupe 550 élèves dont 363 externes. Dans le second, il y a 600 élèves dont 336 externes. Calculer, en pourcentage, la proportion d'élèves externes :

a. dans le 1er collège : .....

b. dans le 2nd collège : .....

c. dans les deux collèges réunis : .....

9 Comparer la réussite au baccalauréat pour la session 2016 et 2018 en France

1. À quelle session y avait-il le plus de diplômés ? .....

2. Calculer puis comparer les pourcentages de réussite :

a. en 2016 : .....

b. en 2018 : .....

.....

.....

Baccalauréat	Candidats	Diplômés
Session 2016	715 210	633 497
Session 2018	765 507	675 623

C Exprimer une évolution en pourcentage

JE FAIS LE POINT

J'augmente ou je diminue d'un pourcentage donné

Pour calculer une valeur finale après une augmentation (ou une réduction) on dispose de deux méthodes.

Méthode 1 : Je calcule l'augmentation (ou la réduction) puis j'ajoute (ou soustrais) à la valeur initiale.

Exemple : Pour réduire 350 € de 20 %, le montant de la réduction est $350 € \times \frac{20}{100} = 70 €$, donc le nouveau prix est $350 € - 70 € = 280 €$.

Méthode 2 : J'utilise le coefficient multiplicateur noté CM.

Pour **augmenter** 350 € de 20 %	Pour **réduire** 350 € de 20 %
1. Je calcule CM = $1 + \frac{20}{100} = 1{,}20$.	1. Je calcule CM = $1 - \frac{20}{100} = 0{,}80$.
2. Je multiplie la valeur initiale par 1,20 $350 € \times 1{,}20 = 420 €$.	2. Je multiplie la valeur initiale par 0,80 $350 € \times 0{,}80 = 280 €$.



10 De quel pourcentage s'agit-il ?

Souligner les pourcentages qui expriment une proportion et entourer ceux qui expriment une évolution

a. Un sportif a perdu 4 % de son poids.

b. Le prix d'un smartphone a augmenté de 7 %.

c. En 2020, 22 % des français vivent en milieu rural.

d. 98 % des élèves aiment les mathématiques.

e. Il y a 30 % de matières grasses dans ce cookie.

f. Le nombre d'élèves a augmenté de 10 %.

g. Hier, la bourse a fini en baisse de 3 %.

h. 52 % des élèves sont externes.

11 Déterminer le prix d'un voyage après une augmentation et une réduction

1. Un voyage coûte 920 €. Son prix augmente de 5 %. On cherche son nouveau prix.

a. Méthode 1. Calculer l'augmentation : ..... puis le nouveau prix : .....

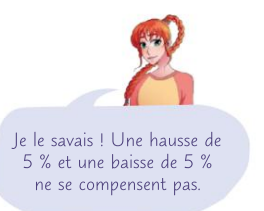
b. Méthode 2. Calculer CM = $1 + \frac{5}{100} =$ .....

puis le nouveau prix .....

2. Le voyage à 966 € subit une baisse de 5 %. Calculer :

le coefficient multiplicateur CM = $1 - \frac{5}{100} =$ .....

puis le nouveau prix : .....



12 Déterminer une très forte augmentation

Le 1er janvier 2000, un timbre prioritaire coutait 0,46 €. Son prix a augmenté de 178 % jusqu'à aujourd'hui.

a. Méthode 1 : calculer l'augmentation : .....

En déduire le nouveau prix : .....

b. Méthode 2 : calculer CM = $1 + \frac{178}{100} =$ .....

En déduire le nouveau prix : .....

Si le pourcentage d'augmentation est plus grand que 100, c'est que le prix a plus que doublé.

4 Les puissances

A Calculer des carrés et des cubes

JE FAIS LE POINT

- Le double d'un nombre a est le produit de a par 2 noté $2 \times a$ ou $2a$.
  C'est aussi $a + a$.
- Le carré d'un nombre a est $a \times a$ noté a^2
  Au collège, j'ai appris par cœur les carrés des entiers de 1 à 12.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

- Pour tout nombre a, le cube de a est $a^3 = a \times a \times a$.
  On ne le confond pas avec le triple de a qui est $3 \times a$.
  Ce n'est pas par hasard que a^2 s'appelle le carré de a et a^3 le cube de a.

Je ne les confonds plus !
Le carré de côté a a pour aire $a \times a = a^2$.



1 Calculer

a. le double de 6 : .....
b. le carré de 6 : .....
c. le double de −3 : .....
d. le carré de −3 : .....
e. le carré de $\frac{2}{3}$: .....
f. le double de $\frac{2}{3}$: .....
g. $10^2 =$ .....
h. $30^2 =$ .....
i. $(-50)^2 =$ .....
j. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$ .....
k. $(-2)^3 =$ .....
l. $-2^3 =$ .....
m. $(-4)^3 =$ .....
n. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$ .....

2 Calculer avec des décimaux

a. le carré de 0,5 : .....
b. le double de 0,5 : .....
c. le carré de 0,3 : .....
d. le carré de 1,2 : .....
e. le double de 0,1 : .....
f. le carré de 0,1 : .....
g. le carré de −0,2 : .....
h. le double de −0,2 : .....
i. le cube de −0,2 : .....
j. le triple de −0,2 : .....



Je me trompe souvent : $0{,}3^2$ ne donne pas 0,9, c'est piégeant !

B Écrire et calculer des puissances

JE FAIS LE POINT

Exposant positif ou nul

- Pour un entier $n \geqslant 1$, et pour tout nombre a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Pour $n = 0$: pour tout $a \neq 0$, on pose $a^0 = 1$.

Exposant strictement négatif

- Pour un entier $n \geqslant 1$ et pour tout nombre $a \neq 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

En particulier : $a^1 = a$, a^2 est le carré de a, a^3 est le cube de a, et pour $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a.

3 Écrire avec des puissances

a. $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 =$ .....
b. $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} =$ .....
c. $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) =$ .....

4 Calculer

a. $2^4 =$ .....
b. $(-2)^5 =$ .....
c. $2^{-5} =$ .....
d. $(-1)^4 =$ .....
e. $(-2)^4 =$ .....
f. $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 =$ .....

C Calculer avec les puissances de 10

JE FAIS LE POINT

Pour $n \geqslant 1$, $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{100\ldots0}_{\text{un 1 suivi de } n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}00\ldots01}_{n \text{ décimales}}$

Écriture scientifique : tout nombre strictement positif peut s'écrire de façon unique sous la forme $a \times 10^k$ où $1 \leqslant a < 10$ et k est un entier relatif.

Les préfixes étudiés au collège, du plus grand au plus petit :

giga (G)	méga (M)	kilo (k)	hecto (h)	déca (da)	unité
milliard	million	millier	centaine	dizaine	1
10^9	10^6	10^3	10^2	10	10^0

unité	déci (d)	centi (c)	milli (m)	micro (µ)	nano (n)
1	dixième	centième	millième	millionième	milliardième
10^0	$\frac{1}{\text{dix}} = 10^{-1}$	$\frac{1}{\text{cent}} = 10^{-2}$	$\frac{1}{1\text{ mille}} = 10^{-3}$	$\frac{1}{1\text{ million}} = 10^{-6}$	$\frac{1}{1\text{ milliard}} = 10^{-9}$

Remarque : 1 mm = 10^{-3} m revient à 1 m = 10^3 mm ; 1 hL = 10^2 L revient à 1 L = 10^{-2} hL.

Volume et capacité : 1 dm^3 représente 1 L ; 1 cm^3 représente 1 mL ou encore 0,1 cL.

5 Écrire sous forme d'une puissance de 10

a. 100 000 = ... **b.** 10 000 000 = ... **c.** 0 ,01 = ... **d.** 0,000 1 = ...

6 Donner l'écriture décimale

a. De la longueur d'une molécule d'eau, en mètres, soit 1 nm = 10^{-9} m = ... m

b. Du pic de consommation électrique 101,6 GW en France, le 8 février 2021 en W : ..... W

7 Écrire comme une puissance de 10

a. Le nombre total de neurones du cerveau humain estimé à 100 milliards : .....

b. La taille, en mètres, d'une bactérie de 1 millième de millimètre : .....

8 Comprendre l'affichage de la calculatrice

Écrire avec les notations mathématiques, les résultats donnés pour 2^{64} par les calculatrices suivantes.

CASIO	1.844674407E+19	2^{64} .....
TI	1.844674407E19	2^{64} .....
NUMWORKS	18446744073709551616 ≈ 1.844674E19	2^{64} .....

Regards croisés maths-physique

Une année lumière (a.l.) est la distance que la lumière parcourt en une année. Calculer 1 a.l. en mètres et l'exprimer en écriture scientifique.

Données numériques : vitesse de la lumière $v = 3{,}0 \times 10^8$ m · s^{-1} et durée de l'année $t = 365{,}25$ jours.

En mathématiques : on écrira 1 a.l. ≈ $9{,}5 \times 10^{15}$ m à $0{,}1 \times 10^{15}$ m près.

En physique : on écrira 1 a.l. = $9{,}5 \times 10^{15}$ m, le nombre de chiffres significatifs indiquant la précision.

Dans les calculs numériques sur des grandeurs, le signe égal en physique n'a pas la même signification qu'en mathématiques !

5 Les équations



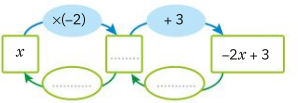
A Équation de la forme $ax + b = c$

1 Avec un programme de calcul …

a. Compléter les calculs pour les nombres donnés.

Choisir un nombre	2	−4,5	x	.....	.....
Multiplier par −2	.....	.....	.....	.....	.....
Ajouter 3	.....	.....	.....	1	9

b. Compléter le schéma correspondant :



JE FAIS LE POINT

Résoudre l'équation $-2x + 3 = 9$, c'est remonter le programme de calcul qui à x associe $-2x + 3$ pour trouver le nombre choisi x qui donne pour résultat 9. On a trouvé une seule solution −3.

De façon algébrique, on résout grâce aux propriétés suivantes.

Propriétés :

On ne change pas les solutions d'une équation :

① en ajoutant ou en soustrayant un même nombre à chaque membre.

② en multipliant ou en divisant chaque membre par un même nombre non nul.

Pour résoudre	$-2x + 3 = 9$
① je soustrais 3	$-3 = -3$
	$-2x = 6$
② je divise par −2	$: (-2)$ $: (-2)$
	$x = -3$

je conclus : la solution est −3

2 Choisir la bonne opération à effectuer

Résoudre les équations en écrivant l'opération effectuée sur chaque membre de l'équation.

a. $2x = 5$ ② je divise par 2 $x =$	**b.** $2 + x = 5$	**c.** $4x = -5$	**d.** $4 + x = -5$ .....
e. $-3x = 9$	**f.** $-3 + x = 9$	**g.** $0{,}1\,x = -1$	**h.** $x - 1 = -\frac{5}{2}$ .....

3 Enchaîner deux opérations

Résoudre l'équation $5x - 4 = 0$ en complétant les étapes de résolution ci-contre pour montrer que la solution est 0,8.

Pour résoudre	$5x$	$-$	4	$=$	0
①			.....	=	.....
	$5x$			=	.....
②	.....				.....
	x			=	.....

4 Résoudre une équation $ax + b = c$

1. Compléter en indiquant les opérations et le numéro ① ou ② de la propriété utilisée.

a. Résoudre $2x + 6 = 4$

①

②

b. Résoudre $3x - 1 = 7$

c. Résoudre $-2{,}2x - 4 = 2{,}6$

d. Résoudre $4 - 3x = 5$

2. Résoudre les équations mentalement ou en écrivant une seule étape intermédiaire.

a. $2x + 1 = 7$

b. $3x - 2 = 1$

c. $6 + 2x = -4$

d. $5x + 1 = 0$

5 Gérer $-x$

1. Entourer d'une même couleur les équations qui ont la même solution :

$-x = 5$ $\quad 5 = x$ $\quad x = -5$ $\quad 5 = -x$ $\quad -5 = -x$ $\quad -5 = x$

2. Résoudre l'équation $-x + 4 = 2$:

6 Où est l'erreur ?

1. Vérifier que -7 n'est pas solution de l'équation $2x + 4 = -6$.

2. Déterminer la ou les erreur(s) dans la copie ci-contre.

Je résous $2x + 4 = -6$

$: 2 \qquad : 2$

$x + 4 = -3$

$-4 \quad -4$

$x = -7$

La solution est -7 Faux

7 Que faire quand x est à droite du signe d'égalité ?

1. Résoudre l'équation $3 = 2x + 5$ en ramenant le x à gauche.

① on soustrait $2x$:

2. Résoudre l'équation $3 = 2x + 5$ en gardant x à droite du signe d'égalité.

$3 = 2x + 5$

$-2 = 2x$

La solution est



8 Avec un coefficient de x fractionnaire

On veut résoudre l'équation $\frac{2}{3}x = -5$. Pour chaque proposition, si elle est correcte, terminer la résolution ; si elle est fausse, expliquer pourquoi.

a. Je soustrais $\frac{2}{3}$ donc $x = -5 - \frac{2}{3}$

b. Je divise par $\frac{2}{3}$: .....

$x = -\frac{5}{\frac{2}{3}} =$ ..... = ...

c. Je multiplie par $\frac{3}{2}$:

d. Autre idée ?

9 Résoudre les équations suivantes en détaillant et en expliquant les calculs

a. $\frac{1}{2}x = 8$

b. $-\frac{2}{5}x = 1$

c. $\frac{3}{4}x = -2$

d. $\frac{5}{3}x + 1 = 3$

10 Résoudre les équations suivantes

a. $\frac{2}{3}x - 6 = 4$

b. $-\frac{2}{3}x + 6 = -4$

c. $\frac{x}{4} = -\frac{1}{8}$

d. $-\frac{3x}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$

11 Pour chercher

Donner quatre équations de la forme $ax + b = c$ qui ont toutes pour unique solution -3.

B Équation de la forme $ax + b = cx + d$

Pour résoudre l'équation $4x + 3 = 6x + 9$, on utilise les mêmes propriétés que page 102.
On a juste une étape supplémentaire au début pour se ramener à avoir tous les termes en x dans le même membre, comme dans la partie A.

JE FAIS LE POINT

Pour résoudre $4x + 3 = 6x + 9$
① je soustrais $6x$: $-6x \quad -6x$
$-2x + 3 = 9$
Et je continue comme page 102.

12 Résoudre en détaillant les calculs

a. $5x + 6 = 3x + 4$

$2x = -2$

$x = -1$

La solution est .....

b. $-x - 1 = -5x + 7$

$4x - 1 = 7$

La solution est .....

c. $x + 1 = 3x + \frac{1}{2}$

La solution est .....

d. $\frac{x}{2} - 4 = -x + 2$

La solution est .....

13 Résoudre les équations suivantes

a. $4x + 2 = 2x - 5$

b. $-3x + 5 = 2x + 4$

c. $\frac{3}{4}x + 5 = x - \frac{1}{2}$

C Équation de la forme $x^2 = a$

Pour $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
Pour $a = 0$, l'équation $\sqrt{x} = 0$ a pour unique solution 0.
Pour $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

JE FAIS LE POINT

On retravaille ces équations avec la fonction carrée en 2de : voir page 56.

14 Écrire la (ou les) solution(s) à côté de l'équation s'il y en a :

a. $x^2 = 16$ .....

b. $x^2 = 100$ .....

c. $x^2 = -7$ .....

d. $x^2 = 2$ .....

e. $x^2 = 0$ .....

f. $x^2 = 48$ .....

D Équation produit nul

JE FAIS LE POINT

- **0 et l'addition :** pour tout nombre a, on a $a + 0 = a$ et $a + (-a) = 0$.
- **0 et la multiplication :** pour tout nombre a, $0 \times a = 0$.
- Et on a même un résultat bien plus fort, la **propriété dite du « produit nul » :**

  Un produit est nul quand l'un de ses facteurs est nul et uniquement dans ce cas.

Exemple : $(2x + 3)(x - 1) = 0$ revient à $2x + 3 = 0$ ou $x - 1 = 0$ que l'on sait résoudre.

15 Résoudre les équations suivantes

a. $(x - 1)(x - 3) = 0$: .....

b. $(x + 1)(x - 5) = 0$: .....

c. $x(3 - x) = 0$: .....

d. $(x - 4)(x - 3) = 0$: .....

e. $(4x + 5)(3x + 6) = 0$: .....

16 Corriger une erreur

Pour savoir si un nombre est solution d'une équation, il suffit de tester l'égalité avec ce nombre.



a. Vérifier que 1 n'est pas solution de l'équation $(x + 1)(x + 2) = 2$.

.....

b. Le professeur de Liam lui a rendu sa copie :

$(x + 1)(x + 2) = 2$ revient à $x + 1 = 2$ ou $x + 2 = 2$ donc les solutions sont 1 et 0. Faux

Expliquer l'erreur faite par Liam :

.....

17 Reconnaître une équation « produit nul »

Compléter le tableau en indiquant par oui ou non si l'équation est de la forme « produit nul ».
Sinon, expliquer pourquoi dans la 2e colonne.
S'il s'agit d'une « équation produit nul », écrire les solutions dans la 3e colonne.

Équation	Forme « produit nul » ? (oui/non)	Si oui, solutions :
$(x - 5)(x + 6) = 0$	Oui	5 et –6
$(3x + 6)(x + 4) = 0$	.....	.....
$(x + 4) + (-3x + 9) = 0$	.....	.....
$2x(x - 5) = 0$	.....	.....
$(2 - x)(x + 4) = 1$	.....	.....
$(x - 5)^2 = 0$	.....	.....
$(x - 4)(2x + 1) - 1 = 0$	.....	.....

6 Le calcul littéral

I. Des expressions littérales

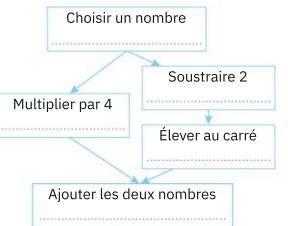
A Qui suis-je : somme, produit ou quotient ?

JE FAIS LE POINT

- La **somme** est le résultat d'une addition et la **différence** celui d'une soustraction :
  $x + 4$ est la somme des **deux termes** x et 4 ;
  $a - b$ est la différence de a et de b mais c'est aussi une somme car $a - b = a + (-b)$.
- Le **produit** est le résultat de la multiplication et le **quotient** celui d'une division (qui n'est possible que lorsque le dénominateur est différent de 0) :
  $-3(x + 5)$ est le produit des deux **facteurs** -3 et $(x + 5)$;
  $\frac{2}{x}$ est le quotient de 2 par x pour $x \neq 0$. Mais on peut aussi le voir comme le produit de 2 par $\frac{1}{x}$.

1 Un programme de calcul comme au brevet

On applique le programme de calcul représenté ci-contre.



a. Si l'on choisit le nombre 5, quel résultat obtient-on ? .....

b. Le nombre choisi est nommé x. Compléter :

Le résultat est .....

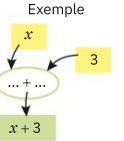
C'est ..... *(somme, produit)*

des deux ..... *(termes, facteurs).*

2 Produire une expression et en reconnaître la structure

On présente les calculs comme dans l'exemple ci-contre.

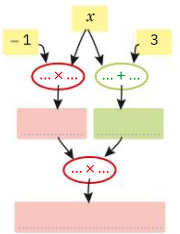
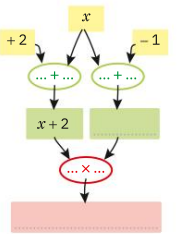
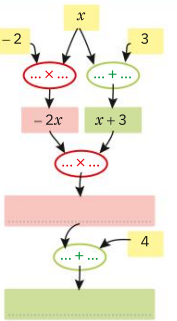
Exemple



a. Observer les programmes ci-dessous et je complète par *sommes*, *produits* ou *quotients* :

Les cases en vert contiennent des ....., celles en rouge des .....

b. Compléter les cases vides et j'écris la structure du résultat sous chaque programme.

Programme 1	Programme 2	Programme 3
		
..... est le produit des deux facteurs	.....	.....

B Réduire l'écriture d'une expression littérale



$x(x+2) = x^2 + 2x$ mais ça fait quoi ? $3x^2$? $4x$?



3 Associer une écriture en ligne à un programme de calcul

Dans ce qui suit, x est un nombre positif, les longueurs sont mesurées en cm et les aires en cm².

1. Compléter.

fig. a.

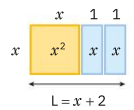


fig. b.

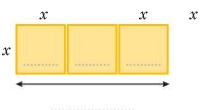


fig. c.

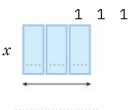
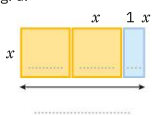


fig. d.



2. Associer à chaque figure celles des expressions suivantes qui permettent de calculer son aire.

$x^2 + 2x$	$3x^2$	$x \times 3x$	$x \times (x+2)$	$x \times (2x+1)$	$x^2 + x^2 + x^2$	$x + x + x$	$2x^2 + x$	$3x$

fig a. Aire = ... fig b. Aire = ...

fig c. Aire = ... fig d. Aire = ...

3. Entourer la (ou les) affirmation(s) vraie(s) (sans justifier).
Pour tout nombre positif x :

a. $x(x+2) = x^2 + 2x$ **b.** $x^2 + 2x = 3x^2$ **c.** $x \times 3x = 3x^2$ **d.** $x(2x+1) = 3x^2$

Pour tout nombre x : $x + x = 2x$ et $x + x + x = 3x$ mais $x \times x = x^2$ et $x \times x^2 = x^3$.
$x^2 + 2x$ représente un calcul à effectuer pour un nombre x :
Si $x = 3$, tu peux faire le calcul et tu trouves 15.
Mais pour un nombre x que l'on ne connait pas, $x^2 + 2x$ est aussi le nombre qui est le résultat du calcul et on ne peut pas réduire son expression (les multiplications sont prioritaires sur l'addition).



4 Rôle des parenthèses dans une somme algébrique

1. Pour enlever 9, on peut enlever 10 et ajouter 1.

Calculer mentalement : **a.** $57 - 9 =$ ..... **b.** $45 - 9 =$ ..... **c.** $33 - 9 =$ .....

Entourer les réponses justes : $57 - 9 =$ **a.** $57 - 10 - 1$ **b.** $57 - (10 - 1)$ **c.** $57 - 10 + 1$

2. Pour enlever 24, on peut enlever 20 puis enlever 4.

Calculer mentalement : **a.** $52 - 24 =$ ..... **b.** $61 - 24 =$ ..... **c.** $57 - 24 =$ .....

Entourer les réponses justes : $52 - 24 =$ **a.** $52 - 20 - 4$ **b.** $52 - (20 + 4)$ **c.** $57 - (20 - 4)$

5 Appliquer les deux programmes de calcul pour les différents nombres choisis

Nombres choisis	① Je choisis deux nombres. Je les additionne. Je prends l'opposé du résultat.	② Je choisis deux nombres. Je prends l'opposé du 1er et je soustrais le 2e.
5 et 7	.....	.....
–3 et 5	.....	.....
a et b	.....	.....

On reconnaît, de façon générale, pour deux nombres a et b :
$-(a+b) = -a-b$
On rappelle aussi que :
$-(a-b) = -a+b$

JE FAIS LE POINT

Je sais écrire plus simplement les produits de plusieurs facteurs comme, pour tout nombre x :
$2x(3x) = 2x \times 3x = 6x^2$
$-5x(2x^2) = -5 \times x \times 2 \times x^2 = -10 \times x \times x^2 = -10x^3$

Il n'y a pas d'ordre quand on multiplie plusieurs facteurs :
$2x \times 3x = 2 \times x \times 3 \times x$
$= 2 \times 3 \times x \times x$
$= 6x^2$.

Je peux réduire une somme algébrique, comme $-3x^2 - 5x + 2 + 4x^2 + 2x + 3$ en regroupant entre eux :
les termes en x^2 : $-3x^2 + 4x^2 = (-3+4)x^2 = 1x^2 = x^2$
les termes en x : $-5x + 2x = (-5+2)x = -3x$
les termes constants : $2 + 3 = 5$
donc $-3x^2 - 5x + 2 + 4x^2 + 2x + 3 = x^2 - 3x + 5$ pour tout x.



Je peux enlever des parenthèses à condition de changer les signes à l'intérieur des parenthèses s'il y a un signe « – » devant ces parenthèses.
Exemple : pour tout x, $3x - 5 - (2x - 4) = 3x - 5 - 2x + 4$

C'est comme pour enlever 24 (voir l'exercice 4 page 108) :
$52 - 24 = 52 - (20 + 4)$
$= 52 - 20 - 4$

6 Écrire plus simplement lorsque c'est possible, sinon, marquer *impossible*

a. $-3x + x =$ .....
b. $-2x + 8x =$ .....
c. $-2x \times (8x) =$ .....
d. $2x^2 - 3x =$ .....
e. $3x \times 5x =$ .....
f. $-4x^2 + 2x^2 =$ .....
g. $-4x + 5x^2 =$ .....
h. $3x \times (-5x) =$ .....

7 Réduire pour tout x

a. $3x + x - 2 =$ .....
b. $1 + 3x^2 - 5x - 4x^2 - 3x =$ .....
c. $-4x^2 - 8x + 2x - 5x^2 =$ .....
d. $2 \times (-3x) + 4x^2 - 3x + 4 =$ .....

Prends l'habitude d'ordonner selon les puissances de x en écrivant $2x^2 - 3x + 4$ plutôt que $-3x + 4 + 2x^2$ par exemple.

8 Attention aux signes ! Écrire sans parenthèses et réduire si possible

a. $-(3x-7) =$ .....
b. $(-x+5) =$ .....
c. $2x - (5x+4) =$ .....
d. $4x + (6-3x) =$ .....
e. $(2x-3) + 4x - 1 =$ .....
f. $-(6x+3) + 10x =$ .....
g. $-x + (4 + 2x) =$ .....
h. $(2x-3) - (x+1) =$ .....
i. $4x^2 - (-3 + 2x + 7x^2) =$ .....
j. $3x^2 - (2x^2 + 3x - 5) =$ .....

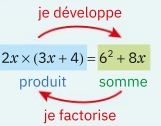
II. Développer et factoriser

JE FAIS LE POINT

Deux expressions littérales comme $2x(3x+4)$ et $6x^2+8x$ donnent toujours le même résultat quand on remplace x par n'importe quel nombre.
On dit qu'elles sont égales pour tout x.

Développer le produit $2x(3x+4)$ c'est l'écrire comme la somme $6x^2+8x$.

Factoriser la somme $6x^2+8x$ c'est l'écrire comme le produit $2x(3x+4)$.



A Développer avec la simple distributivité

JE FAIS LE POINT

Pour tous nombres k, a et b : $k\times(a+b)=k\times a+k\times b$

Exemple :
pour tout nombre x, $-4(3x+5)=-4\times 3x+(-4)\times 5=-12x-20$

Je distribue k

×	a	b
k	ka	kb

9 Développer, pour tout nombre x

a. $x(x+3)=$ .....

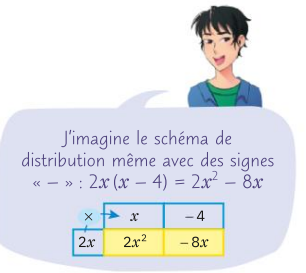
b. $2x(x+1)=$ .....

c. $2x(x-4)=$ .....

d. $-3x(4x-5)=$ .....

e. $2x(x-1)=$ .....

f. $3x(x-2)=$ .....



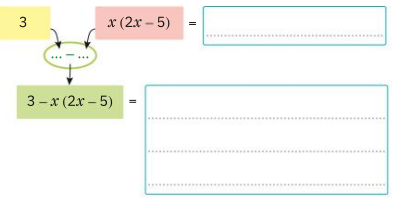
10 Un QCM du brevet

Entourer la réponse juste.
La forme développée et réduite de $6x(3x-5)+7x$ est :

a. $18x^2-23x$ **b.** $-18x^2-30x+7x$ **c.** $18x^2-37x$

11 Soustraire un produit ... Attention !

1. On veut développer et réduire $3-x(2x-5)$ pour tout nombre x.
Compléter le schéma de calcul ci-contre par les formes développées puis j'écris le calcul en ligne.



.....

.....

.....

.....

2. Développer et réduire, pour tout nombre x, $4x-2x(x+5)$.

.....

.....

3. Développer et réduire pour tout nombre x, $3x^2-2x(5x+4)$

.....

B Factoriser en reconnaissant un facteur commun

JE FAIS LE POINT

Je factorise en écrivant chaque terme comme un produit avec un facteur commun (en rouge) :

Pour tout nombre x :

a. $4x + 6 = \underbrace{2 \times 2x}_{4x} + \underbrace{2 \times 3}_{6} = 2 \times (2x + 3) = 2(2x + 3)$

b. $2x^2 - 3x = \underbrace{x \times 2x}_{2x^2} - \underbrace{3 \times x}_{3x} = x \times (2x - 3) = x(2x - 3)$

Reconnaître un facteur commun

① J'écris chaque terme comme un produit

×	?	?
?	$2x^2 = 2 \times x \times x$	$-3x = -3 \times x$

② Je repère un facteur commun

×	?	?
x	$2x^2 = 2 \times x \times x$	$-3x = -3 \times x$

③ Je factorise en $x(2 \times x - 3)$

×	$2 \times x$	-3
x	$2x^2 = 2 \times x \times x$	$-3x = -3 \times x$

12 Factoriser en détaillant les calculs

1. Pour tout nombre x :

a. $8x + 10 =$ .....

b. $15x - 10 =$ .....

2. Pour tout nombre x :

a. $3x^2 - 4x =$ .....

b. $4x^2 + 7x =$ .....

3. Pour tous nombres n et m :

a. $6n - 14m =$ .....

b. $n^2 + nm =$ .....

13 Trouver trois factorisations possibles de $3x^2 + 6x$, pour tout nombre x

a. Avec 3 en facteur commun : $3x^2 + 6x =$ .....

b. Avec x en facteur commun : $3x^2 + 6x =$ .....

c. Avec $3x$ en facteur commun : $3x^2 + 6x =$ .....

Le choix entre a. ou b. dépendra de ce que l'on veut en faire ensuite. La réponse c. couvre les deux cas d'un coup !

14 Le piège du 1 !

Factoriser en détaillant les calculs pour tout nombre x.

a. $3x^2 + x = x \times 3x + x \times 1 =$ .....

b. $5x^2 + x =$ .....

c. $3x^2 - x =$ .....

Il faut écrire x comme un produit : on l'écrit $x = 1 \times x$.

×	$3x$	1
x	$3x^2$	x

15 S'entraîner

Factoriser pour tout nombre x.

a. $4x^2 - 5x =$ .....

b. $-x^2 + 3x =$ .....

c. $4x^2 - 3x =$ .....

d. $5x^2 - x =$ .....

e. $-12x^2 + x =$ .....

f. $-5x^2 + 4x =$ .....

C Développer avec la double distributivité

JE FAIS LE POINT

Un exemple : pour tout x,

$(2x-4)(3x-5) = \underbrace{2x \times (3x-5)}\ \underbrace{-4 \times (3x-5)}$

$= 2x \times 3x + 2x \times (-5) - 4 \times 3x - 4 \times (-5)$

$= 6x^2 - 10x - 12x + 20$

$= 6x^2 - 22x + 20.$

De façon générale, on développera directement pour tous nombres a, b, c, d :

$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$

J'imagine la distributivité comme ça pour éviter d'oublier un terme !

×	3x	−5	
2x	$6x^2$	$-10x$	→ $6x^2 - 10x$
−4	$-12x$	+20	→ $-12x + 20$
			$6x^2 - 22x + 20$

16 Développer, réduire et ordonner pour tout nombre x

a. $(x+3)(2x+4) =$ .....

b. $(3x+5)(x+2) =$ .....

c. $(5x+1)(x+3) =$ .....

d. $(3x+4)(x+5) =$ .....



Je développe toujours dans le même ordre ça m'aide : j'ai distribué x sur $(2x+4)$ puis 3 sur $(2x+4)$. Et toi ?

×	2x	+4
x	.....	.....
+3	.....	.....

17 Développer, réduire et ordonner pour tout nombre x

a. $(x-3)(2x+1) =$ .....

b. $(2x-3)(x-2) =$ .....

c. $(-x+5)(x+3) =$ .....

d. $(3x+5)(3x-5) =$ .....

18 Développer avec des carrés

a. $(3x+1)^2 = (3x+1) \times (3x+1) =$ .....

b. $(3x+6)^2 =$ .....

c. $(2x-5)^2 =$ .....

Le carré d'un nombre est toujours le produit du nombre par lui-même, pour le nombre désigné par $(3x+1)$ comme pour tous les autres !

$(3x+1)^2 = (3x+1) \times (3x+1)$

19 Faire très attention au signe « − » devant les parenthèses

Développer et réduire et ordonner pour tout nombre x.

a. $(x+4)(2x+3) - (5x+1) =$ ..... $-(5x+1)$ ← *je développe le produit $(x+4)(2x+3)$*

$=$ ..... ← *je réduis*

$=$ .....

b. $3x - 4 - (2x+4)(x-1) = 3x - 4 - ($ ..... $)$ ← *je développe le produit $(2x+4)(x-1)$ en ajoutant des parenthèses car le signe « − » porte sur tout le produit donc sur toute sa forme développée.*

$3x - 4 - (2x+4)(x-1) =$ ..... ← *je réduis*

.....

D Avec l'identité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

JE FAIS LE POINT

L'égalité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ est vraie pour tous nombres a et b.
On dit qu'il s'agit d'une identité.
On peut l'utiliser en remplaçant a et b par n'importe quels nombres :

– pour développer : **Exemple** avec $a = 6x$ et $b = 5$:
$(6x-5)(6x+5) = (6x)^2 - 5^2 = 36x^2 - 25$

– pour factoriser : **Exemple** avec $a^2 = 4x^2 = (2x)^2$ et $b^2 = 16 = 4^2$:
$4x^2 - 16 = (2x)^2 - 4^2 = (2x-4)(2x+4)$ pour tout nombre x.

Pour tous nombres a et b

je développe

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

produit — somme

je factorise

20 Développer $(3x-5)(3x+5)$ pour tout nombre x

a. En utilisant la double distributivité :

b. En utilisant la formule $(a-b)\times(a+b) = a^2 - b^2$ pour $a = 3x$ et $b = 5$

c. Quels calculs sont ainsi évités ?

21 Développer pour tout x

a. $(5x-1)(5x+1) =$ ……

b. $(x-4)(x+4) =$ ……

c. $(7x-3)(7x+3) =$ ……

d. $(2x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3}) =$ ……

e. $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) =$ ……

f. $(-2x-5)(-2x+5) =$ ……

22 Factoriser pour tout nombre x

a. $x^2 - 16 =$ ……

b. $x^2 - 64 =$ ……

c. $x^2 - 1 =$ ……

d. $49 - x^2 =$ ……

23 Factoriser en reconnaissant une différence de deux carrés

a. Pour tout x, $x^2 - 49 =$ ……

b. Pour tout x, $4x^2 - 1 =$ ……

c. Pour tout a, $a^2 - 2 =$ ……

d. Pour tout t, $\frac{1}{4}t^2 - 100 =$ ……

Aide :
c. 2 est bien un carré, pense à la racine carrée.
d. $\frac{1}{4}t^2 = \frac{t^2}{4} = \left(\quad\right)^2$

24 Pour aller plus loin .... une question de choix

Pour factoriser $4x^2 - 25$, on peut reconnaître une forme $a^2 - b^2$ avec différentes expressions de a et b.
Dans chaque cas, finir la factorisation et comparer les résultats obtenus.

① $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 =$ ……

② $4x^2 - 25 = (2x)^2 - (-5)^2 =$ ……

7 Les fonctions

A Repérer un point dans le plan

JE FAIS LE POINT

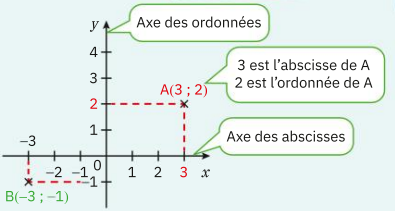
Abscisse, ordonnée

Un point du plan est repéré par deux coordonnées.

Exemple :

On lit que le point A a pour coordonnées (3 ; 2).

Pour placer le point B(−3 ; −1), on repère −3 sur l'axe des abscisses, et −1 sur l'axe des ordonnées.



1 Lire des coordonnées de points

1. Écrire les coordonnées de chaque point à côté du point sur le graphique.

2. Placer les points suivants puis compléter leurs coordonnées :

a. C′ symétrique de C par rapport à l'origine O du repère :

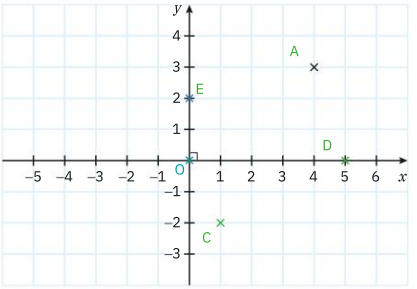
C′ .....

b. A_1 symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses :

A_1 .....

c. A_2 symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées :

A_2 .....



2 Placer des points dans un repère

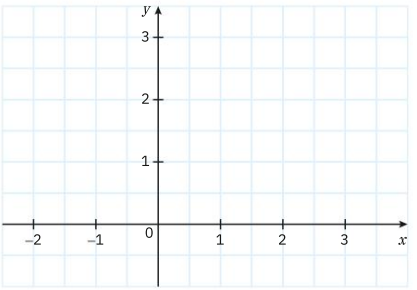
1. Placer les points suivants : M(−2 ; 3), N(0,5 ; 2), P(0 ; −0, 5) et R(2,75 ; 2,5).

2. À quel axe appartient le point d'abscisse 0 dont l'autre coordonnée est 10 ?

.....

3. À quel axe appartient un point d'ordonnée 0 ?

.....



3 Des quadrants

Le plan est partagé en 4 zones (appelées quadrants) délimitées par les axes du repère, en couleur ci-dessous.

Donner les conditions sur x et y pour que le point M(x ; y) appartienne :

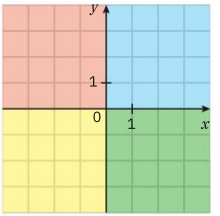
a. à la zone colorée en vert : .....

b. à la zone colorée en bleu : .....

c. à la zone colorée en jaune : .....

d. à la zone colorée en rouge : .....





B Notion de fonction

JE FAIS LE POINT

Notion de fonction

Une fonction f est un procédé qui s'applique à certains nombres et fait correspondre à chacun un unique nombre, son image.
On note $f : x \mapsto f(x)$ la fonction f de la **variable** x.

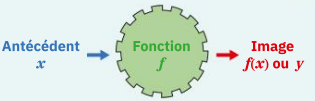


Tableau de valeurs

x	0	2	3	4	5	6
$f(x)$	1	3	5	6,3	6	3

← des antécédents
← leurs images

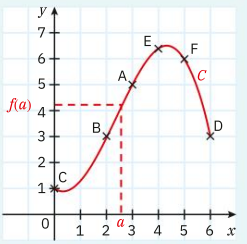
L'image de 2 est 3 : $f(2) = 3$
2 est un antécédent de 3

L'image de 6 est 3 : $f(6) = 3$
6 est un antécédent de 3

Un nombre a une seule image. Une image peut avoir plusieurs antécédents.

Courbe représentative

La courbe $\mathscr{C}$ ci-contre représente la fonction f.
Tout point de la courbe a des coordonnées de la forme $(a ; f(a))$.



x	0	2	3	4	5	6
$f(x)$	1	3	5	6,3	6	3
Point	C(0 ; 1)	B(2 ; 3)	A(3 ; 5)	E(4 ; 6,3)	F(5 ; 6)	D(6 ; 3)

4 Vocabulaire

1. Quelle signification commune peut-on trouver au terme « antécédent » en maths et au terme « antécédent » utilisé par le médecin ci-contre ?

.....

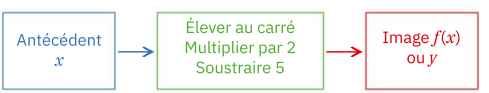
.....

2. Proposer d'autres termes ou expressions ayant la même origine.

.....



5 À partir d'un programme de calcul :



a. Calculer l'image de 4 : .....

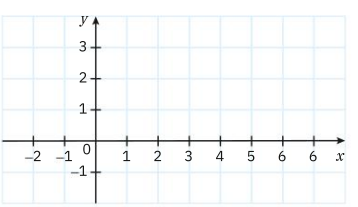
b. Compléter : $f(-3) =$ .....

c. Exprimer $f(x)$ en fonction de x : $f(x) =$ .....

6 D'un tableau de valeurs à une courbe

Une fonction f admet ce tableau de valeurs.

x	1	2	3	5
$f(x)$	2	–1	0	2



1. Tracer une courbe pouvant représenter f.
On notera G, H, I et J les points de la courbe connus grâce au tableau.

2. Compléter :

a. $f(2) =$ .....

b. 1 est ..... de 2 par f

c. –1 est ..... de 2 par f.

7 Calculer des images à partir d'une expression algébrique

1. La fonction f associe à tout nombre x le nombre $f(x) = 2x^2 - 6x + 3$.
Calculer en détaillant :

a. $f(1) =$ .....

b. $f(-3) =$ .....

2. Compléter le tableau de valeurs ci-contre.

3. Lire des antécédents de −1 : .....

Aide : pour calculer $f(1)$, on substitue 1 à x dans $f(x)$

x	−3	0	1	2	3
$f(x)$	.....	.....	.....	.....	.....

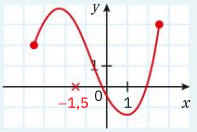
JE FAIS LE POINT

Lire des images et des antécédents sur une courbe

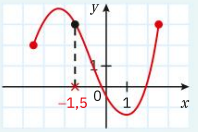
La courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f

1. Lire $f(-1{,}5)$, image de −1,5 par f

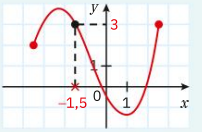
Je place −1,5 sur l'axe des abscisses



Je repère le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse −1,5

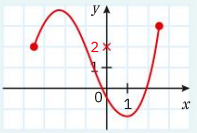


Son ordonnée est $f(-1{,}5) = 3$

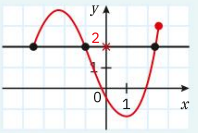


2. Lire les antécédents de 2 c'est-à-dire les valeurs de x telles que $f(x) = 2$

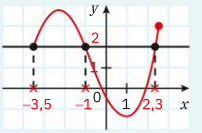
Je place 2 sur l'axe des ordonnées



Je repère les points de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 2



Leurs abscisses sont −3,5 ; −1 et 2,3. Ce sont les antécédents de 2



8 Lire des images et des antécédents

La fonction f est représentée par la courbe $\mathscr{C}$.

1. Tracer les traits de rappel nécessaires et compléter à la précision de lecture graphique près.

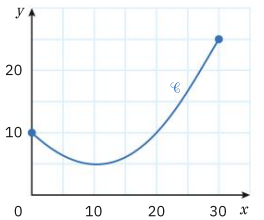
a. L'image de 20 par f est .....

b. L'antécédent de 25 par f est .....

c. Les antécédents de 10 par f sont .....

2. Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses (ne pas justifier) ?

a. $f(15) > f(0)$ ..... **b.** 3 n'a pas d'antécédent par f .....



9 Lire des images et des antécédents

La fonction h est représentée par la courbe $\mathscr{C}$.
Compléter par lecture graphique.

1. a. L'image de 4 est ..... **b.** $h(6)$ .....

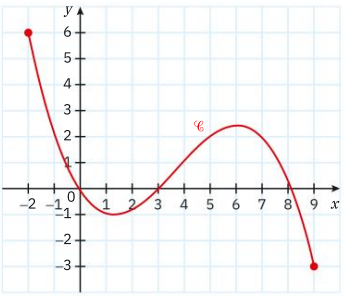
2. L'antécédent ou les antécédents

a. de 6 : ..... **b.** de 2 : .....

3. Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses :

a. « $h(1)$ est un nombre positif » .....

b. « $h(4{,}5) > 1$ » ..... **c.** « 1 a trois antécédents » .....



C Fonctions linéaires

JE FAIS LE POINT

▶ Une fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité.

Elle modélise un programme de calcul du type : « multiplier par un nombre m ».

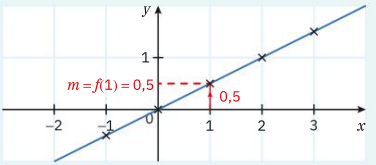
▶ Elle peut être représentée :
- par une expression algébrique du type $f(x) = mx$ (m nombre donné)
- par des tableaux de valeurs qui sont des tableaux de proportionnalité
- graphiquement par une droite passant par l'origine du repère.

Exemple :

Programme de calcul
Choisir un nombre
Multiplier par 0,5

Expression algébrique
$f : x \mapsto 0{,}5x$ ce qui s'écrit aussi $f(x) = 0{,}5x$

Représentation graphique



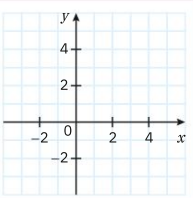
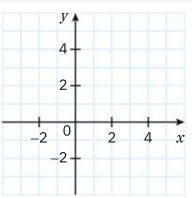
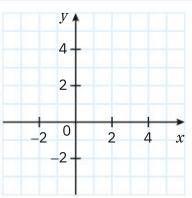
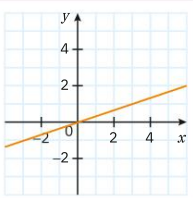
Un tableau de valeurs

x	−1	0	1	2	3	4
$f(x)$	−0,5	0	1,5	1	1,5	2

× 0,5

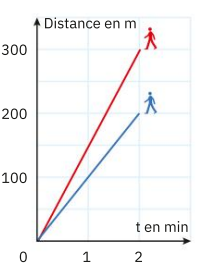
10 Passer d'une représentation à une autre

Compléter ce tableau, dans l'ordre de mon choix, sachant que f, g, h, k sont des fonctions linéaires.

	Fonction f	**Fonction g**	**Fonction h**	**Fonction k**
Programme de calcul	Je choisis un nombre que je multiplie par 2	Je choisis un nombre que je	Je choisis un nombre que je	Je choisis un nombre que .....
Expression algébrique	$f(x) =$	$g(x) = -0{,}5\,x$	$h(x) =$	$k(x) =$ .....
Tableau de valeurs	x −1 0 2 $f(x)$ −2 0 4	x −2 0 4 $g(x)$ 1 0 −2	x −1 0 0,5 $h(x)$ −3 0 1,5	x −3 0 6 $k(x)$ −1 0 2
Graphique				

11 Interpréter une vitesse

Les distances parcourues par deux piétons sur un tapis roulant sont représentées en fonction du temps : le piéton « rouge » marchant sur le tapis contrairement au piéton « bleu ».



1. Exprimer en fonction de t :

a. la distance $b(t)$ parcourue par le piéton « bleu » : .....

b. la distance $r(t)$ parcourue par le piéton « rouge » : .....

2. Déduire la vitesse :

a. du piéton « bleu » : .....

b. du piéton « rouge » : .....

D Fonctions affines

JE FAIS LE POINT

Une fonction f est affine si $f(x)$ peut s'écrire, pour tout nombre x, sous la forme $f(x) = mx + p$ où m et p sont deux nombres (qui ne dépendent pas de x).
Elle est représentée graphiquement par une droite.
Réciproquement, si une fonction est représentée par une droite, c'est une fonction affine.

Exemple :

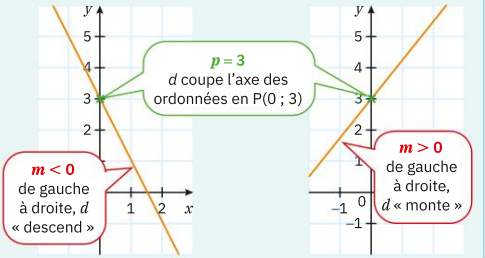
Programme de calcul
Choisir un nombre
Multiplier par -2
Ajouter 3

Expression algébrique
$f : x \mapsto -2x + 3$
ce qui s'écrit aussi $f(x) = -2x + 3$

Un tableau de valeurs

x	-2	-1	0	1	4
$f(x)$	7	5	3	1	-5

Représentation graphique par une droite d
p est l'ordonnée à l'origine de la droite d : d passe par le point P(0 ; p) ; m est le coefficient directeur de d et donne une indication sur la direction de la droite d :



12 Montrer qu'une fonction f est une fonction affine

a. $f(x) = 3x + 4$: $f(x) = mx + p$ avec $m =$ ..... et $p =$ .....

b. $f(x) = 5x - 2$: .....

c. $f(x) = 4x$: .....

d. $f(x) = x + 2$: .....

e. $f(x) = 4$: .....

f. $f(x) = \frac{x}{3} - 5$: .....

Sais-tu compléter les égalités suivantes ?
$x =$ ..... $\times x$;
$-x =$ ..... $\times x$
et $\frac{x}{3} =$ ..... $\times x$

13 Représenter une fonction affine

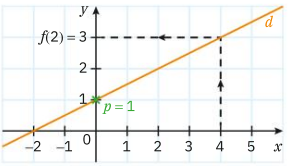
Soit la fonction f telle que $f(x) = 0{,}5x + 1$

1. En quel point P la droite d représentant f coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?

.....

2. Calculer $f(4)$: .....

3. Tracer la droite d à l'aide des deux renseignements précédents.



14 Associer fonction et représentation graphique

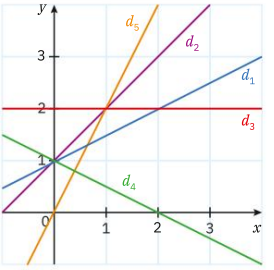
On dispose des trois fonctions f, g, h données par
$f(x) = x + 1$; $g(x) = -0{,}5x + 1$; $h(x) = 2x$

Associer à chaque fonction la droite qui la représente parmi les droites tracées ci-contre.

f représentée par .....

g représentée par .....

h représentée par .....



1 Le calcul avec des nombres relatifs

1 **a.** A = –4 + 7 B = 8 – 13 C = 3,1 – 2,4 D = –5,2 + 8,3 E = –4,1 – 3,5
b. A = 3 B = –5 C = 0,7 D = 3,1 E = –7,6

2 **a.** –1,2 **b.** –4,2 **c.** –6,1 **d.** 3,2

3 **a.** –4 **b.** –4 **c.** 3 **d.** –7

4

①	②	③	④
2	4	–3	–10
–7	–2	4	7
–5	2	1	–3
9	6	–7	–17

5 **1.** Les copies des élèves A, B et C sont fausses, les autres sont justes.

Élève A
$3 - 4 + 5$
$= 3 - 9$
$= -6$

Élève B
$3 - 4 + 5$
$= -1 + 5$
$= -6$

Élève C
$3 - 4 + 5$
$= -1 + 5$
$= 4$

2. **a.** 4 **b.** 6 **c.** 4 **d.** 4 **e.** 2 **f.** 4

6 **a.** $-7 + 13 + 7 = -7 + 7 + 13 = 13$
b. $12 - 6 + 8 = 12 + 8 - 6 = 14$

7 **1.** **a.** 48 **b.** 36 **c.** 24
2. **a.** 57 – 10 – 1 **b.** 57 – (10 – 1) **c.** 57 – 10 + 1

8 **1.** **a.** 28 **b.** 37 **c.** 69
2. **a.** 52 – 20 – 4 **b.** 52 – (20 + 4) **c.** 52 – (20 – 4)

9 **a.** –16 **b.** –1 **c.** 3 **d.** 6 **e.** –13

10 **a.** –12 **b.** 10 **c.** –14 **d.** –15 **e.** –4 **f.** 5 **g.** –2 **h.** –4

11 **a.** $2 \times (-7) = -14$ **b.** $-3 \times (-9) = 27$ **c.** $-8 \times 5 = -40$
d. $-5 \times (-4) = 20$ **e.** $18 : (-3) = -6$ **f.** $-36 : (-9) = 4$
g. $-30 : 5 = -6$ **h.** $-6 : (-2) = 3$

12 **a.** –4 + 3 **b.** 10 : (–25) **c.** –3 × 2 **d.** 5 – 8 **e.** –4 – 7 **f.** 6 × (–8) **g.** –13 : 7 **h.** –8 × (–3)

13 **a.** –37 **b.** 60 **c.** –24 **d.** 9

14

6	–7	3	3
–5	0	1	9
–1	7	–3	2
5	5	4	–9

–2	–5	4	3
3	2	5	4
–5	4	–3	2
4	–3	–2	5

15 **a.** $-3 \times (4 - 5) \times 6 = 18$ **b.** $(-3 \times 4) - (5 \times 6) = -42$
c. $-3 \times (4 - 5 \times 6) = 78$ **d.** $(-3 \times 4 - 5) \times 6 = -102$

16

①	②	③	④
8	–14	–9	–20
–4	–2	3	10
–32	28	–27	–200
12	–12	–12	–30
12	–30	–15	–30
10	–4	–9	–25

2 Le calcul avec des fractions

1 **1.** **a.** $\frac{9}{7}$ **b.** 2 **c.** 1 **d.** $\frac{3}{2}$ **e.** –1 **f.** $\frac{12}{5}$

2. **a.** $3 < \frac{18}{5} < 4$ **b.** $7 < \frac{67}{9} < 8$ **c.** $2 < \frac{58}{25} < 3$

3. **a.** $\frac{17}{3} = 15 \text{ tiers} + 2 \text{ tiers} = 3 + \frac{2}{3} = 3{,}66\ldots$

b. $\frac{32}{5} = \frac{30}{5} + \frac{2}{5} = 6{,}4$ **d.** $-\frac{13}{3} = -\frac{12}{3} - \frac{1}{3} = -4{,}33\ldots$

c. $\frac{11}{4} = 8 \text{ quarts} + 3 \text{ quarts} = 2 + \frac{3}{4} = 2{,}75$

2 **a.** $\frac{4}{3}$ **b.** $\frac{2}{3}$ **c.** Irr **d.** $\frac{1}{2}$ **e.** Irr **f.** $\frac{5}{4}$ **g.** $\frac{8}{3}$ **h.** $\frac{3}{2}$ **i.** $\frac{1}{2}$ **j.** Irr **k.** $\frac{3}{4}$ **l.** 3 **m.** $\frac{5}{7}$ **n.** Irr **o.** $\frac{9}{7}$

3 Les calculs a. et c. sont faux, les autres sont vrais.

a. $\frac{11 - 5}{9 - 5} = \frac{11}{9}$

b. $\frac{11 - 5}{9 - 5} = \frac{6}{4}$

c. $\frac{7 + 5}{4 + 5} = \frac{7}{4}$

d. $\frac{7 + 5}{4 + 5} = \frac{12}{9}$

4 **a.** $\frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0{,}12$ **b.** $\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ **c.** $\frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4{,}5$
d. $\frac{12}{75} = \frac{4}{25} = \frac{116}{100} = 0{,}16$

5 **a.** $\frac{5}{7}$ **b.** $\frac{10}{3}$ **c.** $\frac{9}{10}$ **d.** $\frac{1}{7}$

6 $\frac{15}{24}$

7 **a.** L'élève 1 a faux. L'élève 2 est le plus efficace.
b. L'élève 1 a faux. L'élève 2 est le plus efficace.

8 **a.** $\frac{3}{4 \times 5}$ et $\frac{6}{5 \times 7}$ $\frac{3 \times 7}{4 \times 5 \times 7}$ et $\frac{6 \times 4}{5 \times 7 \times 4}$ $\frac{21}{140}$ et $\frac{24}{140}$

b. $\frac{8}{3 \times 10}$ et $\frac{7}{2 \times 10}$ $\frac{8 \times 2}{3 \times 10 \times 2}$ et $\frac{7 \times 3}{2 \times 10 \times 3}$ $\frac{16}{60}$ et $\frac{21}{60}$

c. $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{6\times3}$ $\frac{4\times6}{3\times6}$ et $\frac{5}{6\times3}$ $\frac{24}{18}$ et $\frac{5}{18}$

9 **a.** $\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}$ **b.** $\frac{\frac{3}{5}+\frac{7}{2}}{}$ **c.** $\frac{\frac{3}{4}-\frac{3}{20}}{}$

d. $\frac{3}{11}:\frac{7}{4}$ **e.** $\frac{\frac{-3}{5}+\frac{7}{9}}{}$ **f.** $\frac{\frac{-11}{5}\times\frac{3}{-9}}{}$

10 **1.** Le calcul **a.** est faux.
2. Le calcul **a.** est faux.

11 **a.** $\frac{11}{8}$ **b.** $-\frac{1}{15}$ **c.** $\frac{1}{3}$ **d.** $\frac{6}{35}$ **e.** $\frac{2}{7}$ **f.** $\frac{-10}{7}$ **g.** $-\frac{21}{20}$ **h.** $\frac{1}{2}$ **i.** $\frac{5}{6}$

12 **1. a.** $\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{1}{12}$ **c.** $\frac{1}{20}$
2. a. $\frac{1}{30}$ **b.** $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{6}{30}-\frac{5}{30}=\frac{1}{30}$

13 **a.** $\frac{22}{15}$ **b.** 0 **c.** $\frac{-8}{15}$ **d.** $-\frac{25}{16}$

3 Les pourcentages

1 **a.** 10 € **b.** 18 kg **c.** 46 € **d.** 150 € **e.** 80 L **f.** 27 h **g.** 45 **h.** 7 € **i.** 16 €

2 **a.** 20 % **b.** 60 % **c.** 2 % **d.** 33 % **e.** 23 % **f.** 48 %

3 **a.** 0 % **b.** 10 % **c.** 25 % **d.** 40 % **e.** 55 % **f.** 70 % **g.** 85 % **h.** 100 %

4 **a.** A = 90 kg B = 100 L **b.** A = 95,13 kg B = 100,11 L

5 **a.** $\frac{1}{4}=25\ \%$ **b.** $\frac{1}{10}=10\ \%$ **c.** $\frac{1}{2}=50\ \%$ **d.** $\frac{3}{4}=75\ \%$ **e.** $\frac{1}{4}=25\ \%$ **f.** $\frac{1}{2}=50\ \%$

6 **a.** $\frac{25}{32}\approx0{,}78$ à 0,1 près **b.** environ 78 %

7

392	31 %
224	18 %
644	51 %
1260	100 %

8 **a.** 66 % **b.** 56 % **c.** environ 60,8 %

9 **1.** En 2018
2. a. En 2016 environ 88,57 %
b. En 2018 environ 88,26 %. Le pourcentage de réussite a un peu baissé entre 2016 et 2018.

10 Les propositions **a.**, **b.**, **f.** et **g.** expriment une évolution.
Les propositions **c.**, **d.**, **e.** et **h.** expriment une proportion.

11 **1. a.** augmentation : $920\ € \times \frac{5}{100} = 46\ €$ nouveau prix : $920\ € \times 1{,}05 = 966\ €$
b. $CM = 1+\frac{5}{100} = 1{,}05$ nouveau prix : $920\ € \times 966\ €$
2. $CM = 1-\frac{5}{100} = 0{,}95$ nouveau prix : $966\ € \times 0{,}95 = 917{,}70\ €$

12 **a.** augmentation : $0{,}46 \times \frac{178}{100} \approx 0{,}82\ €$ nouveau prix : $0{,}46\ € + 0{,}82\ € = 1{,}28\ €$
b. $CM = 1+\frac{178}{100} = 2{,}78$ nouveau prix $0{,}46 \times 2{,}78 \approx 1{,}28\ €$

4 Les puissances

1 **a.** 12 **b.** 36 **c.** −6 **d.** 9 **e.** $\frac{4}{9}$ **f.** $\frac{4}{3}$ **g.** 100 **h.** 900 **i.** 2 500 **j.** 8 **k.** −8 **l.** −8 **m.** −64 **n.** $-\frac{8}{27}$

2 **a.** 0,25 **b.** 1 **c.** 0,09 **d.** 1,44 **e.** 0,2 **f.** 0,04 **g.** 0,01 **h.** −0,4 **i.** −0,008 **j.** −0,6

3 **a.** 8^5 **b.** $\frac{1}{5^4}=5^{-4}$ **c.** $(-2)^4$

4 **a.** 16 **b.** −32 **c.** $\frac{1}{32}$ **d.** 1 **e.** 16 **f.** $-\frac{1}{32}$

5 **a.** 10^5 **b.** 10^7 **c.** 10^{-2} **d.** 10^{-4}

6 **a.** 0,000 000 001 m **b.** 101 600 000 000 W

7 **a.** $10^2\times10^9=10^{11}$ **b.** $10^{-3}\times10^{-3}$ m $=10^{-6}$ m

8

CASIO	$2^{64}\approx1{,}844674407\times10^{19}$
TI	$2^{64}\approx1{,}844674407\times10^{19}$
NUMWORKS	$2^{64}=18446744073709551616$ $\approx1{,}844674407\times10^{19}$

5 Les équations

1

2	−4,5	x	1	−3
−4	9	$-2x$	−2	6
−1	12	$-2x+3$	1	9

2 **a.** $2x=5$ ② je divise par 2 $x=\frac{5}{2}=2{,}5$
b. $2+x=5$ ① je soustrais 2 $x=5-2=3$
c. $4x=-5$ ② je divise par 4 $x=-\frac{5}{4}$
d. $4+x=-5$ ① je soustrais 4 $x=-5-4=-9$
e. $-3x=9$ ② je divise par −3 $x=\frac{9}{-3}=-3$
f. $-3+x=9$ ① j'ajoute 3 $x=9+3=12$
g. $0{,}1x=-1$ ② je divise par 0,1 $x=-\frac{1}{0{,}1}=-10$
h. $x-1=-\frac{5}{2}$ ① j'ajoute 1 $x=-\frac{5}{2}+1=-\frac{3}{2}$

3 Pour résoudre $5x-4=0$
① j'ajoute 4 : $5x=4$
② je divise par 5 : $x=\frac{4}{5}=0{,}8$

4 **1. a.** ① Je soustrais 6 ② Je divise par 2 $x = -1$

b. ① J'ajoute 1 ② Je divise par 3 $x = \frac{8}{3}$

c. ① J'ajoute 4 ② Je divise par $-2{,}2$ $x = \frac{6{,}6}{-2{,}2} = -3$

d. ① Je soustrais 4 ② Je divise par -3 $x = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$

2. a. $x = 3$ **b.** $x = 1$ **c.** $x = -5$ **d.** $x = -\frac{1}{5}$

5 **1.** $-x = 5$; $5 = x$; $x = -5$; $5 = -x$; $-5 = -x$; $-5 = x$

2. $-x = 2 - 4$ soit encore $-x = -2$. La solution est $x = 2$.

6 **1.** En substituant -7 à x, $2x + 4 = 2 \times (-7) + 4 = -10$ et pas -6.

2. Il faut diviser chaque membre de l'égalité. On obtient alors $x + 2 = -3$ ce qui donne $x = -5$.

7 **1.** ① $-2x + 3 = 5$ ① on soustrait 3 : $-2x = 2$ ② on divise par -2 : $x = -1$

2. $3 = 2x + 5$
$-2 = 2x$
$-1 = x$

8 **a.** Faux car pour remonter de $\frac{2}{3} \times x$ à x, on doit diviser par $\frac{2}{3}$

b. juste. $x = -\frac{5}{2} = -5 \times \frac{3}{2} = -\frac{15}{2} = -7{,}5$

c. juste. $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}x = \frac{3}{2} \times (-5)$ donc $x = -\frac{15}{2} = -7{,}5$

d. multiplier par 3 ce qui donne $2x = -15$. Diviser par 2 ce qui donne $x = -\frac{15}{2} = -7{,}5$

9 **a.** $x = 2 \times 8 = 16$ **b.** $x = 1 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}$ **c.** $x = -2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ **d.** $x = \frac{6}{5}$

10 **a.** $x = 15$ **b.** $x = 15$ **c.** $x = -\frac{1}{2} = -0{,}5$ **d.** $x = 1$

11 Par exemple : $x + 3 = 0$; $-2x + 6 = 0$; $9x = -27$; $\frac{x}{2} + 1 = -\frac{1}{2}$

12 **a.** La solution est -1 **b.** La solution est 2 **c.** La solution est $\frac{1}{4}$ **d.** La solution est 4.

13 **a.** La solution est $x = -\frac{7}{2}$ **b.** La solution est $x = \frac{1}{5} = 0{,}2$ **c.** La solution est $x = 22$

14 **a.** 4 et -4 **b.** 10 et -10 **c.** pas de solution **d.** $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$ **e.** 0 **f.** $\sqrt{48}$ et $-\sqrt{48}$

15 **a.** 1 et 3 **b.** -1 et 5 **c.** 0 et 3 **d.** 4 et 3 **e.** $\frac{-5}{4}$ et -2

16 **a.** Pour $x = 1$, le produit vaut 6. **b.** La propriété du « produit nul » s'applique uniquement à un produit égal à 0.

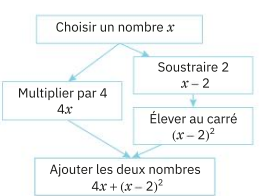
17

Oui	5 et -6
Oui	-2 et -4
Non	Non
Oui	0 et 5
Non	Non
Oui	5
Non	Non

6 Le calcul littéral

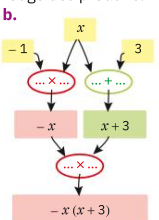
I. Des expressions littérales

1 **a.** 29 **b.** Le résultat est $4x + (x-2)^2$. C'est la somme des deux termes.

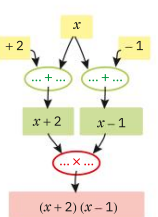


2 **a.** Les cases en vert contiennent des sommes, celles en rouge des produits.

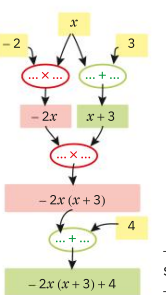
b.



$-x(x+3)$ est le produit des deux facteurs $-x$ et $x+3$.

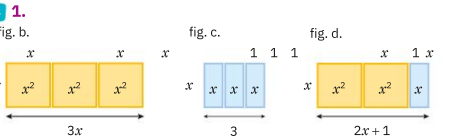


$(x+2)(x-1)$ est le produit des deux facteurs $x+2$ et $x-1$.



$-2x(x+3)+4$ est la somme des deux termes $-2x(x+3)$ et 4.

3 **1.**



2. a. Aire $= x^2 + 2x$ ou $x \times (x+2)$ **b.** Aire $= x^2 + x^2 + x^2$ ou $x \times 3x$ ou $3x^2$ **c.** Aire $= x + x + x$ ou $3x$ **d.** Aire $= 2x^2 + x$ ou $x(2x+1)$

3. a. $x(x+2) = x^2 + 2x$ **b.** $x^2 + 2x = 3x^2$ **c.** $x \times 3x = 3x^2$ **d.** $x(2x+1) = 3x^2$

4 **1. a.** 48 **b.** 36 **c.** 24
a. $57-10-1$ **b.** $57-(10-1)$ **c.** $57-10+1$
2. a. 28 **b.** 37 **c.** 33
a. $52-20-4$ **b.** $52-(20+4)$ **c.** $57-(20-4)$

5

-12	-12
-2	-2
$-(a+b)$	$-a-b$

6 **a.** $-2x$ **b.** $6x$ **c.** $-16x^2$ **d.** impossible **e.** $15x^2$ **f.** $-2x^2$
g. impossible **h.** $-15x^2$

7 **a.** $4x-2$ **b.** $-x^2-8x+1$ **c.** $-9x^2-6x$ **d.** $4x^2-9x+4$

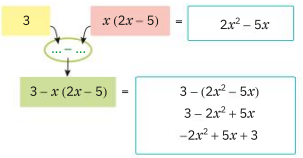
8 **a.** $-3x+7$ **b.** $-x+5$ **c.** $2x-5x-4=-3x-4$
d. $4x+6-3x=x+6$ **e.** $2x-3+4x-1=6x-4$
f. $-6x-3+10x=4x-3$ **g.** $-x+4+2x=x+4$
h. $2x-3-x-1=x-4$ **i.** $4x^2+3-2x-7x^2=-3x^2-2x+3$
j. $3x^2-2x^2-3x+5=x^2-3x+5$

II. Développer et factoriser

9 **a.** x^2+3x **b.** $2x^2+2x$ **c.** $2x^2-8x$ **d.** $-12x^2+15x$
e. $2x^2-2x$ **f.** $3x^2-6x$

10 **a.** $18x^2-23x$ **b.** $-18x^2-30x+7x$ **c.** $18x^2-37x$

11 **1.**



$3-x(2x-5)=3-[2x^2-5x]$
$=3-2x^2+5x$
$=-2x^2+5x+3$

2. $4x-2x(x+5)=4x-\{2x^2+10x\}$
$=4x-2x^2-10x=-2x^2-6x$

3. $3x^2-[10x^2+8x]=3x^2-10x^2-8x=-7x^2-8x$

12 **1. a.** $2\times4\times x+2\times5=2\times(4\times x+5)=2(4x+5)$
b. $5\times3x-5\times2=5\times(3x-2)=5(3x-2)$
2. a. $3\times x\times x-4\times x=x\times(3x-4)=x(3x-4)$
b. $4\times x\times x+7\times x=x\times(4\times x+7)=x(4x+7)$
3. a. $2\times3n-2\times7m=2(3n-7m)$
b. $n\times n+n\times m=n\times(n+m)=n(n+m)$

13 **a.** $3(x^2+2x)$ **b.** $x(3x+6)$ **c.** $3x(x+2)$

14 **a.** $x(3x+1)$ **b.** $x\times5x+x\times1=x(5x+1)$
c. $x\times3x-x\times1=x(3x-1)$

15 **a.** $x(4x-5)$ **b.** $x(-x+3)$ **c.** $x(4x-3)$ **d.** $x(5x-1)$
e. $x(-12x+1)$ **f.** $x(-5x+4)$

16 **a.** $2x^2+10x+12$ **b.** $3x^2+11x+10$ **c.** $5x^2+16x+3$
d. $3x^2+19x+20$

17 **a.** $2x^2-5x-3$ **b.** $2x^2-7x+6$ **c.** $-x^2+2x+15$ **d.** $9x^2-25$

18 **a.** $9x^2+6x+1$ **b.** $9x^2+36x+36$ **c.** $4x^2-20x+25$

19 **a.** $2x^2+3x+8x+12=2x^2+11x+12-5x-1$
$=2x^2+6x+11$
b. $3x-4-(2x^2-2x+4x-4)=-2x^2+x$

20 **a.** $(3x-5)(3x+5)=3x\times3x+3x\times5-5\times5=9x^2-25$
b. $(3x-5)(3x+5)=(3x)^2-5^2=9x^2-25$
c. On évite de calculer les deux produits $3x\times5$ et $-5\times3x$ qui s'éliminent.

21 **a.** $(5x)^2-1^2=25x^2-1$ **b.** $x^2-4^2=x^2-16$
c. $(7x)^2-3^2=49x^2-9$ **d.** $(2x)^2-(\sqrt{3})^2=4x^2-3$ **e.** $x^2-\frac{1}{4}$
f. $4x^2-25$

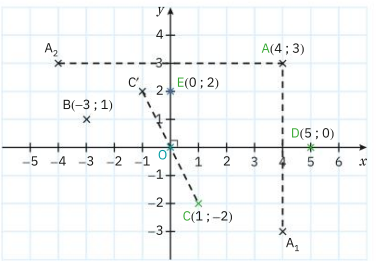
22 **a.** $x^2-4^2=(x-4)(x+4)$ **b.** $x^2-8^2=(x-8)(x+8)$
c. $x^2-1^2=(x-1)(x+1)$ **d.** $7^2-x^2=(7-x)(7+x)$

23 **a.** $(x-7)(x+7)$ **b.** $(2x-1)(2x+1)$ **c.** $(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})$
d. $\left(\frac{t}{2}-10\right)\left(\frac{t}{2}+10\right)$

24 ① $(2x-5)(2x+5)$
② $(2x-(-5))(2x+(-5))=(2x+5)(2x-5)$
C'est bien le même produit que celui obtenu en ① mais dans lequel l'ordre des facteurs a été modifié.

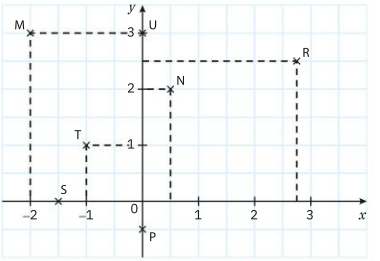
7 Les fonctions

1 **1.**



2. a. $C'(-1\,;2)$ **b.** $A_1(4\,;-3)$ **c.** $A_2(-4\,;3)$

2 **1.**



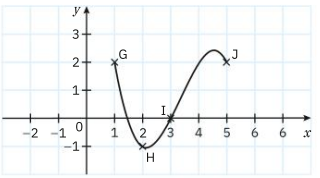
2. à l'axe des ordonnées.
3. à l'axe des abscisses.

3 **a.** $x > 0$ et $y < 0$ **b.** $x > 0$ et $y > 0$ **c.** $x < 0$ et $y < 0$
d. $x < 0$ et $y > 0$

4 **1.** Il indique ce qui précède. En maths, c'est le nombre choisi avant qu'on lui applique une fonction.
2. antérieur, antériorité, antécédents judiciaires, etc.

5 **a.** 27 **b.** 13 **c.** $2x^2 - 5$

6 **1.**



2. **a.** -1 **b.** un antécédent **c.** l'image

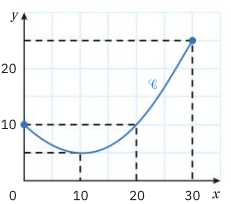
7 **1.** **a.** $f(1) = 2 \times 1^2 - 6 \times 1 + 3 = -1$
b. $f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 6 \times (-3) + 3 = 39$

2.

x	$f(x)$
-3	39
0	3
1	-1
2	-1
3	3

3. 1 et 2

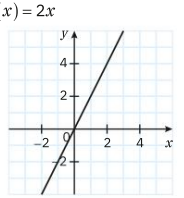
8 **1.**



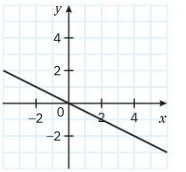
a. $f(20) = 10$ **b.** 30 **c.** 0 et 20
2. **a.** faux **b.** vrai

9 **1.** **a.** $h(4) \approx 1$ **b.** $h(6) \approx 2{,}5$
2. **a.** -2 **b.** -1;5 et 7
3. **a.** faux **b.** vrai **c.** vrai

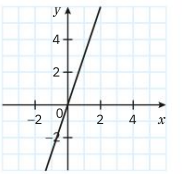
10 Fonction f : $f(x) = 2x$



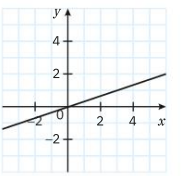
Fonction g : Je choisis un nombre que je multiplie par $-0{,}5$



Fonction h : Je choisis un nombre que je multiplie par 3.
$h(x) = 3x$



Fonction k : Je choisis un nombre que je multiplie par $\frac{1}{3}$.
$k(x) = \frac{1}{3}x$

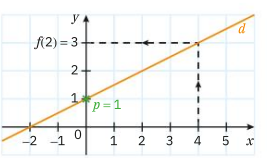


11 **1.** **a.** $b(t) = 100t$ **b.** $r(t) = 150t$
2. **a.** 100 mètres par minute (100 m/min = 6 km/h)
b. 150 mètres par minute (150 m/min = 9 km/h)

12 **a.** $m = 3$ et $p = 4$
b. $f(x) = mx + p$ avec $m = 5$ et $p = -2$
c. $f(x) = mx + p$ avec $m = 4$ et $p = 0$
d. $f(x) = mx + p$ avec $m = 1$ et $p = 2$
e. $f(x) = mx + p$ avec $m = 0$ et $p = 4$
f. $f(x) = mx + p$ avec $m = \frac{1}{3}$ et $p = -5$

$x = 1 \times x$;
$-x = (-1) \times x$
Et $\frac{1}{3} \times x$

13 **1.** Ici $p = 1$ donc P(0 ; 1)
2. $f(4) = 0{,}5 \times 4 + 1 = 3$
3.



14 f représentée par d_2
g représentée par d_4
h représentée par d_5

CORRIGÉS DES TESTS

SÉQUENCE 1 Nombres réels

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Encadrer $\frac{38}{7}$ entre deux entiers.	$5 < \frac{38}{7} < 6$	▶ 2 A p. 93
2. Donner l'écriture décimale de $\frac{3}{4}$.	0,75	▶ 2 A p. 93 Je fais le point
3. Donner l'écriture décimale de $\frac{1}{3}$.	0,333...	▶ 2 A p. 93 Je fais le point
4. Donner l'écriture décimale de 10^{-2}.	0,01	▶ 4 C p. 101
5. Les fractions $\frac{4}{10}$ et $\frac{14}{35}$ sont-elles égales ?	Oui car $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ et $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$	▶ 2 B p. 94
6. Compléter l'égalité suivante.	$\frac{6}{25} = \frac{24}{100}$	▶ 2 B p. 94
7. Écrire $\frac{22}{5}$ comme somme de sa partie entière et d'une fraction et en déduire son écriture décimale.	$\frac{22}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4{,}4$	▶ 2 A p. 93
8. Placer $\frac{11}{3}$ sur la droite graduée ci-contre.		▶ 2 A p. 93

SÉQUENCE 2 Puissances et racines carrées

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
9. Calculer le triple de 2.	6	▶ 4 A p. 100
10. Calculer $(-2)^4$.	16	▶ 4 B p. 100
11. Choisir la bonne réponse : 10^{-2} est égal à : **a.** 100 **b.** 20 **c.** 0,01 **d.** 0,02	c.	▶ 4 C p. 101
12. Compléter : 1 Mégawatt = ... Watts.	c.	▶ 4 C p. 101
13. Écrire sous forme irréductible $\frac{198}{220}$.	$\frac{9}{10}$	▶ 2 B p. 94
14. Donner l'écriture décimale de $5{,}3 \times 10^5$.	530 000	▶ 4 B p. 100
15. Donner l'écriture scientifique de 245×10^{-5}.	$2{,}45 \times 10^{-3}$	▶ 4 B p. 100

SÉQUENCE 3 Calcul littéral

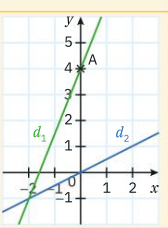
Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Résoudre les équations : **a.** $2x - 5 = 7$ **b.** $\frac{5}{3}x + 1 = 3$ **c.** $4x + 1 = 5x + 2$ **d.** $2x(x - 5) = 0$	**a.** $x = 6$ **b.** $x = \frac{6}{5}$ **c.** $x = -1$ **d.** $x = 0$ ou $x = 5$	▶ 5 pp. 102-107
2. Écrire algébriquement le carré de $3x$.	$(3x)^2$	▶ SÉQ. 2 I. C p. 16
3. Réduire si possible l'écriture des expressions suivantes ou marquer *déjà réduite* sinon. **a.** $5x^2 + 3x$ **b.** $5(2x)$ **c.** $2x - (3x - 5)$	**a.** déjà réduite **b.** $10x$ **c.** $-x + 5$	▶ 6 I. B pp. 108-109

4. Développer et réduire. **a.** $(2x+1)(-3x+1)-5x$ **b.** $(5x-3)^2$	**a.** $-6x^2-6x+1$ **b.** $25x^2-30x+9$	▸ 6 II. pp. 110-113
5. Factoriser. **a.** $5x^2+x$ **b.** $4x^2-49$	**a.** $x(5x+1)$ **b.** $(2x-7)(2x+7)$	▸ 6 I. A p. 107
6. Chaque expression est-elle une somme ou un produit ou ni l'un ni l'autre ? **a.** $x(2x-1)-3$ **b.** $3x(x+4)$ **c.** $x(2-5x(x+1))$	**a.** somme **b.** produit **c.** produit	▸ 6 I. A p. 107

SÉQUENCE 4 Information chiffrée et statistique

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Estimer en pourcentage : **a.** $\frac{15}{20}$ **b.** $\frac{71}{98}$.	**a.** $\frac{15}{20}=75\ \%$ **b.** $\frac{71}{98}\approx 70\ \%$	▸ 3 A p. 97
2. Calculer mentalement 20 % de 58 €.	11,60 €	▸ 3 A p. 97
3. Estimer mentalement 77 % de 321 €.	240 €	▸ 3 A p. 97
4. Lors des soldes, un article valant 48 € est affiché avec une remise de 25 %. Quel est son prix soldé ?	36 €	▸ 3 C p. 99
5. Choisir la bonne réponse : augmenter une quantité de 5 % revient à la multiplier par **a.** 5 % **b.** 5 **c.** 1,05 **d.** 1,5.	**c.** 1,05	▸ 3 C p. 99

SÉQUENCE 5 Fonctions affines

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Soit $f(x)=3x+4$. Calculer $f(-3)$.	$f(-3)=-5$	▸ 7 B pp. 115-116
2. Le point M(2 ; –3) appartient à la courbe représentant une fonction f. Compléter : **a.** $f(\ldots)=\ldots$ **b.** ... est un antécédent de ..... par f.	**a.** $f(2)=-3$ **b.** 2 est un antécédent de – 3 par f.	▸ 7 B pp. 115-116
3. Résoudre l'équation $\frac{5}{3}x+1=3$.	$x=\frac{6}{5}=1,2$	▸ 5 A pp. 102-104
4. La droite d_1 représente une fonction f et la droite d_2 une fonction g. Compléter : **a.** A(... ; ...) appartient à l'axe des .... **b.** f est une fonction ... **c.** g est une fonction ... **d.** $g(x)=$ .... pour tout x 	**a.** A(0 ; 4) appartient à l'axe des ordonnées **b.** affine **c.** affine et linéaire **d.** $g(x)=0,5x$	▸ 7 pp. 114-118
5. Les fonctions f, g, k et ℓ sont affines. Préciser leur coefficient directeur m et leur ordonnée à l'origine p. $f(x)=-2x+1$ $g(x)=0,5x$ $k(x)=x+4$ $l(x)=\frac{x}{3}+\frac{4}{3}$	f $m=-2$; $p=1$ g $m=0,5$; $p=0$ k $m=1$; $p=4$ ℓ $m=\frac{1}{3}$; $p=\frac{4}{3}$	▸ 7 D p. 118

SÉQUENCE 6 Signe d'une fonction – (In)équations

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Résoudre l'équation $\frac{2}{3}x - 5 = x$	$x = -15$	▸ 5 A pp. 102-105
2. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que $3 \leqslant x < 7$	$[3 ; 7[$	▸ SÉQ. 1 B pp. 7-9
3. Déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $x + 3 \leqslant 5x - 1$	$[1 ; +\infty[$	▸ SÉQ. 5 D pp. 46-47
4. La fonction affine f est représentée ci-contre par la droite d. Lire graphiquement : **a.** $f(0)$ **b.** le signe du coefficient directeur de d **c.** la ou les solution(s) de l'équation $f(x) = 0$	**a.** $f(0) = 3$ **b.** Négatif **c.** La solution est 2	▸ 7 B pp. 115-116 ▸ 7 D p. 118

SÉQUENCE 7 Fonction carré, racine carrée, cube

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Calculer x^2 pour : **a.** $x = 0{,}1$ **b.** $x = -5$	**a.** $x^2 = 0{,}01$ **b.** $x^2 = 25$	▸ 4 A p. 100
2. **a.** Factoriser $x^2 - 81$. **b.** Résoudre $x^2 - 81 = 0$.	**a.** $x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$ **b.** $x = -9$ ou $x = 9$	▸ 6 II. D p. 113 ▸ 5 C p. 105
3. Un carré a pour aire 17 cm^2. Quelle est la longueur de son côté ?	$\sqrt{17}$ cm	▸ SÉQ. 2 II. A p. 17
4. Quel est le cube de –10 ?	–1 000	▸ 4 A p. 100

SÉQUENCE 9 Fonction inverse et autres quotients

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
5. La loi d'Ohm s'exprime par U = RI. Exprimer I en fonction de U et R.	$I = \frac{U}{R}$	▸ SÉQ. 3 G p. 32
6. Factoriser pour tout réel x : **a.** $10x - 5$ **b.** $5x^2 - 4x$ **c.** $4x^2 - 25$	**a.** $5(2x - 1)$ **b.** $x(5x - 4)$ **c.** $(2x - 5)(2x + 5)$	▸ 6 II. B p. 111
7. La fonction f est représentée ci-dessous. Par lecture graphique, donner l'ensemble des solutions de : **a.** l'équation $f(x) = 2$ **b.** l'inéquation $f(x) < 2$	**a.** $\{0 ; 2\}$ **b.** $[-1 ; 0[\cup]2 ; 3]$	▸ SÉQ. 6 C pp. 51-52

SÉQUENCE 10 Vecteurs du plan

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Calculer $\frac{-3+7}{2}$	2	▸ 1 A pp. 90-91
2. Calculer $a-b$ pour $a=-5$ et $b=-2$.	-3	▸ 2 A p. 93
3. Calculer $\sqrt{3^2+5^2}$	$\sqrt{34}$	▸ SÉQ. 2 II. C p. 20
4. Calculer $\frac{1}{2}\times\frac{7}{3}-2\times3$	$-\frac{29}{6}$	▸ 2 D p. 96
5. Choisir la ou les bonne(s) réponse(s) : $x^2+0{,}64=1$ pour $x=$... ① 0,36 ② $\sqrt{1{,}64}$ ③ 0,4 ④ −0,4	③ et ④	▸ 5 C p. 105
6. Calculer le réel y tel que $y-(-3)=-8+4$	-7	▸ 5 A p. 102
7. Calculer $(5-3)^2+(-1-(-2))^2$	5	▸ 1 A p. 90 ▸ 4 A p. 100
8. Compléter : un point dont l'ordonnée est 0 appartient à l'axe des ...	abscisses	▸ 7 A p. 114

SÉQUENCE 11 Équations de droites et systèmes

Énoncé	Je réponds	Je fais le point
1. Compléter l'équation de la droite de coefficient directeur −4 et d'ordonnée à l'origine 8	$y=-4x+8$	▸ SÉQ. 5 ex. 11 p. 45
2. La droite d a pour équation $y=-5x+9$ Calculer l'abscisse du point d'intersection H de d et de l'axe des abscisses	$x_H=\frac{9}{5}=1{,}8$	▸ SÉQ. 5 ex. 10 p. 45
3. Lire graphiquement : **a.** le coefficient directeur de la droite D **b.** les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$	**a.** $m=\frac{3}{2}$ **b.** $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$	▸ SÉQ. 6 ex. 11 p. 51
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{TD}$ avec T(12 ; 4) et D(3 ; 5)	$\overrightarrow{TD}\begin{pmatrix}-9\\1\end{pmatrix}$	▸ SÉQ. 10 ex. 7 p. 79
5. Calculer le déterminant de $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$	$\det(\vec{u},\vec{v})=-26$	▸ SÉQ. 10 ex. 23 p. 84
6. Exprimer y en fonction de x si $4x+2y=3$	$y=-2x+\frac{3}{2}$	▸ SÉQ. 3 G p. 32

Édition : Hajer Sauvage-Graya
Chargée d'édition : Laurélenn Brière
Directrice artistique : Audrey Hette
Conception maquette : Studio Humensis (couverture), Frédéric Jély (intérieur)
Mise en page : Guylaine Gresser (STDI)
Illustrations : Soskuld (personnages)
Dessins : Shishu Vilmain (STDI)
Prépresse : Arthur Caillard
Fabrication : Zoé Farré-Vilalta, Marianne Sigogne

Crédits iconographiques : couverture : magurova/iStock ; **p. 115 :** Daria Zagrebova/iStock.

Malgré tous les efforts de l'éditeur, il nous a été impossible d'identifier certains auteurs. Quelques demandes n'ont pas à ce jour reçu de réponses. Les droits de reproduction sont réservés pour les éditions Belin. Toutes les références à des sites Internet présentées dans cet ouvrage ont été vérifiées attentivement à la date d'impression. Compte tenu de la volatilité des sites et du détournement possible de leur adresse, les éditions Belin ne peuvent en aucun cas être tenues pour responsables de leur évolution. Nous appelons donc chaque utilisateur à rester vigilant quant à leur utilisation.

Le code de la propriété intellectuelle n'autorise que « les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » [article L. 122-5] ; il autorise également les courtes citations effectuées dans un but d'exemple ou d'illustration. En revanche « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » [article L. 122-4]. La loi 95-4 du 3 janvier 1994 a confié au C.F.C. (Centre français de l'exploitation du droit de copie, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), l'exclusivité de la gestion du droit de reprographie. Toute photocopie d'œuvres protégées, exécutée sans son accord préalable, constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

DANGER
LE PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

La pâte à papier utilisée pour la fabrication du papier
de cet ouvrage provient de forêts certifiées et gérées durablement.

Imprimé par xxxxxxxx
N° d'édition : 03582376-XX – Dépôt légal : avril 2022

CAHIER

MATHS 2de

Un véritable outil de différenciation qui clarifie l'ensemble des aspects calculatoires du programme

- **Le programme de 2de** abordé par le prisme du calcul en 11 séquences
- Un outil qui permet de **travailler en autonomie**
- Des **tests de début de séquence** pour identifier les difficultés de chacun et proposer des parcours différenciés, des **tests de fin de séquence**
- 7 petits chapitres en fin de cahier qui explicitent **les prérequis**

LES RESSOURCES NUMÉRIQUES

- ✔ Des tests en début et fin de séquence
- ✔ Des jeux à télécharger en pdf

Accès immédiat par **mini-lien** ou par **QR-Code**
depuis un ordinateur, un smartphone ou une tablette.

Ce cahier existe aussi en version numérique sur edulib.fr

- ▶ Pour alléger son sac et profiter de toutes les ressources sans connexion
- ▶ Partout, sur ordinateur ou tablette :
  PC / Mac, tablettes Android / Windows / iPad

Pour progresser et réussir



Belin ÉDUCATION

En savoir plus sur **belin-education.com**

belin-education.com
ISBN 979-10-358-2376-4
9 791035 823764
Code 03582376