

Classe : 10^{ème} Commune

Chapitre : 7 Durée : 3H

LE BARYCENTRE :

Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologies

Compétences : Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.

Composantes : Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions et partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats.

Manifestations : Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues ; Inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer puis tirer des conclusions.

Ressources Educatives :

Ressources humaines : Professeur, élèves,

Ressources Matérielles : Tableau, Livres ; cahier ; règle ; compas ; Equerre ; rapporteur ; Chiffon ; craie ...

Stratégies d'animation : Travaux en groupe (pédagogie active).

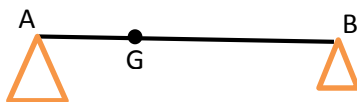
Contenu :

Séquence : Barycentre (3heures)

Activité1 :

Aux deux extrémités A et B d'une tige, on place des poids, par exemple ,2Kg en A et 1Kg en B.En quel point G faut-il placer la barre pour maintenir la tige en équilibre ?

Synthèse :



Le point G vérifie la relation : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

G Est appelé le barycentre de points pondérés $\{(A; 2) \text{ et } (B; 1)\}$.

Définition :

Soit A un point et α un réel.Le couple $(A; \alpha)$ est appelé point pondéré. On dit aussi que α est le coefficient de pondération (ou encore le poids) du point A.

Définition :

Soit $(A; \alpha)$ et $(B; \beta)$ deux points pondérés.

Si $\alpha + \beta \neq 0$, alors il existe un point G tel que : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.le point G est appelé le barycentre de $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$.

Activité :

Soient les points pondérés $(A; 1)$ et $(B; -3)$.

Construire le barycentre G du système : $\{(A; 1) \text{ et } (B; -3)\}$

Synthèse :

On retient que si $\alpha + \beta \neq 0$, alors le système : $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$ possède un barycentre G et on a : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$, soit $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \overrightarrow{AB}$

G Est, donc, le point de la droite (AB) d'abscisse $\frac{\beta}{\alpha+\beta}$ dans la graduation de repère (AB).

Activité :

Soient A,B et C trois points du plan.

Définir et construire le point G du plan tel que : $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Synthèse :

De façons générales

-Si $(A; \alpha), (B; \beta)$ et $(C; \gamma)$ sont trois points pondérés tels que : $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$, alors ,il existe un point unique G, telque $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

G est appelé le barycentre du système : $\{(A; \alpha), (B; \beta) \text{ et } (C; \gamma)\}$

Propriétés :

-Si G est le barycentre du système $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$
alors G aussi barycentre du système
 $\{(A; k\alpha), (B; k\beta)\}$, k étant un réel quelconque.

-Si G est barycentre du système
 $\{(A; \alpha), (B; \beta) \text{ et } (C; \gamma)\}$ et $\alpha + \beta \neq 0$ alors, il
existe un G_1 , tel que G_1 est le barycentre
 $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$ et G barycentre du
système $\{(G_1; \alpha + \beta), (C; \gamma)\}$.

-Si G est barycentre de $\{(A; \alpha), (B; \alpha)\}$ alors, G est
le milieu du segment $[AB]$, G est dit
l'isobarycentre de A et B .

-L'isobarycentre G des points A, B et C est appelé
centre de gravité du triangle ABC . Il vérifie la
relation $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$? On vérifie dans ce
cas que G est le point de rencontre des médianes
du triangle ABC .

-Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points du
plan muni du repère orthonormé $(O; I; J)$ alors, le
barycentre G du système $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$ a pour
coordonnées :

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \end{cases}$$