

FICHE N°1 : NOMBRES COMPLEXES

EXERCICE 1

1°) Soit z et z' deux nombres complexes tel que : $z = 2+5i$ et $z' = -1+2i$

Calculer : a°) $z+z'$ b°) $z \times z'$ c°) z^2 d°) z'^3

2°) Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants

$$\text{a°) } z = \frac{1-7i}{4+3i} \quad \text{b°) } z = \frac{11-9i}{-1-i} \quad \text{c°) } z = \frac{3-5i}{2+3i} + \frac{1-i}{2i-3} - \frac{5+12i}{4i}$$

3°) Ecrire sous forme trigonométrique

$$\begin{array}{lll} \text{a°) } z = 1+i\sqrt{3} & \text{b°) } z = 1-i\sqrt{3} & \text{c°) } z = -1+i \\ \text{d°) } z = -2 & \text{e°) } z = -2i & \end{array}$$

4°) Ecrire sous forme algébrique

$$\begin{array}{lll} \text{a°) } z = [2, \frac{-\pi}{6}] & \text{b°) } z = [3, \frac{3\pi}{4}] & \text{c°) } z = [5, 0] \\ \text{d°) } z = [7, \pi] & \text{e°) } z = [1, \frac{\pi}{2}] & \text{f°) } z = [2, -\frac{\pi}{2}] \end{array}$$

EXERCICE 2

On pose $a = \sqrt{3} - i$; $b = -\sqrt{3} - i$; $c = \frac{a^2}{b^3}$

1°) Donner le module et un argument de c

2°) donner la forme trigonométrique de $t = a \times b$

EXERCICE 3

1°) a°) Trouver les racines carrées du nombre complexe $U = -3+4i$

b°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + z - i + 1 = 0$

2°) On donne $z = i(1+3i) + (2-i)(3-i) - 1+2i$; $z' = \frac{a+i}{1-i}$ où $a \in \mathbb{R}$

a°) Ecrire z et z' sous forme algébrique

b°) Déterminer le réel a tel que $z' = \bar{z}$

3°) soient les points A, B, et C d'affixes respectives $z_1 = 2-2i$; $z_2 = 2+2i$; et

$$z_3 = -\sqrt{3} + i$$

a°) Ecrire z_1 , z_2 et z_3 sous forme trigonométrique et exponentielle

b°) Placer les points A et B dans le plan complexe

EXERCICE4

Soit dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(Z) = Z^3 - 8Z^2 + 24Z - 32$

1°) vérifier que $z_0 = 4$ est une solution de l'équation $P(Z) = 0$

2°) Factoriser $P(Z)$ et déterminer les deux autres solutions z_1 et z_2 de l'équation $P(Z) = 0$

3°) Ecrire z_0, z_1 et z_2 sous forme trigonométrique et exponentielle

EXERCICE5

1°)a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $Z^2 - 4Z + 16 = 0$

b) Vérifier que pour tout nombre complexe z : $(z+4)(z^2 - 4z + 16) = z^3 + 64$

c°) En déduire les solutions de l'équation : $z^3 + 64 = 0$

2°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$. On désigne par A, B, et C les points d'affixes respectives $z_1 = 2 + 2i\sqrt{3}$; $z_2 = -4$ et

$$z_3 = 2 - 2i\sqrt{3}$$

a) Ecrire z_1, z_2 , et z_3 sous forme trigonométrique et exponentielle

b) Placer les points A, B, C dans le plan.

c) Calculer les longueurs AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC

3°)a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $z = -5 + 12i$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + (2 - 3i)z - 6i = 0$

EXERCICE6

Soit le polynôme $P(Z) = Z^4 - 2Z^3 + 3Z^2 - 2Z + 2$ d'inconnue complexe Z

a°) Calculer $P(-i)$ et $P(i)$ puis résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$

b°) Ecrire chacune des solutions sous forme exponentielle.