

Exercice n°1 : Compléter le tableau ci-dessous dans lequel pour chaque fonction f on donnera un **intervalle I** sur lequel f admet des primitives et l'ensemble **des primitives de f** sur I.

Intervalle I	Fonction f	Primitives de f sur I
Primitives usuelles		
	$f(x) = 6x^2 + \frac{x}{2} + 1$	
	$f(x) = \frac{2x^4 - 7x}{5}$	
	$f(x) = 3\sin x + 2\cos x$	
	$f(x) = \frac{e^x + 4}{3}$	
	$f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}$	
	$f(x) = x^2 - \frac{x}{3} - 2 + \frac{1}{x}$	
	$f(x) = 9x^2 - \frac{3}{x^2} + \frac{5}{2\sqrt{x}}$	
Formule $u'u^n$		
	$f(x) = 5(2x + 3)^3$	$u(x) =$ donc $u'(x) =$ alors $f(x) =$ et donc $F(x) =$
	$f(x) = \frac{1}{(3x + 5)^5}$	
	$f(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^4}$	
	$f(x) = \frac{3}{x} (\ln x)^2$	
	$f(t) = 2\sin t (\cos t)^3$	

	$f(t) = \cos t \sin t$	
Formule $\frac{u'}{\sqrt{u}}$		
	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$	
	$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}}$	
	$f(x) = \frac{-1}{x^2 \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}$	
Formule $\frac{u'}{u}$		
	$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$	
	$f(x) = \frac{1}{2x+1}$	
	$f(x) = \frac{x+2}{x^2+4x+9}$	
Formule $u'e^u$		
	$f(x) = 2xe^{x^2}$	
	$f(x) = 2e^{3x+1}$	
	$f(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$	
Formules $u'\sin u$ ou $u'\cos u$		
	$f(t) = 3\sin(3t + \frac{\pi}{2})$	
	$f(t) = \cos(\pi t + 2)$	

	$f(t) = \frac{t}{4} \sin(3t^2 + 4)$	
mélanges		
	$f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 5}{x}$	
	$f(t) = \frac{\ln t}{2t}$	
	$f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$	
	$f(x) = \frac{1}{e^{2x}}$	
	$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x}$	

Exercice n°2 : On considère la fonction f définie sur $I =]-1 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x+8}{(x+1)^2}$.

1. Démontrer qu'il existe deux réels α et β tels que pour tout x de I , on ait : $f(x) = \frac{\alpha}{x+1} + \frac{\beta}{(x+1)^2}$.
2. En déduire la primitive de f qui s'annule en 0.

Exercice n°3 : On considère la fonction g définie sur $I =]1 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{2x+3}{(x-1)^3}$.

1. Démontrer qu'il existe deux réels a et b tels que pour tout x de I , on ait : $g(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)^3}$.
2. En déduire la primitive de g qui prend la valeur $\frac{1}{2}$ en 2.

Exercice n°4 : Soit u une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I .

1.
 - a. Calculer la dérivée de $u\sqrt{u}$ sur I .
 - b. En déduire une primitive de $u'\sqrt{u}$ sur I .
2. Applications : déterminer les primitives sur I de chacune des fonctions suivantes :
 - a. $f(x) = \sqrt{x}$ sur $I =]0 ; +\infty[$
 - b. $f(x) = \sqrt{1-x}$ sur $I =]-\infty ; 1[$
 - c. $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ sur $I = \mathbb{R}$.

Exercice n°5 : Soient les fonctions h et g définies sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$

1. Déterminer la primitive G de g sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.
2. Déterminer la primitive F de $h+g$ sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.
3. En déduire la primitive H de h sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.

Exercice n°6 : Soient les fonctions u et v définies sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \cos^2 x$ et $v(x) = \sin^2 x$

1. Déterminer la primitive S de $u+v$ sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.
2.
 - a. Soit x un réel, exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\cos^2 x$ et $\sin^2 x$
 - b. En déduire la primitive D de $u-v$ sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.
3. Déterminer alors les primitives U et V respectivement de u et v sur $\mathbb{R}$ qui s'annulent en 0.

Exercice n°7 : Déterminer la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle

$$y' = 3e^{-\frac{1}{2}x} \text{ et telle que } f(\ln 2) = -2\sqrt{2}.$$

Exercice n°8 : Déterminer la fonction g deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle

$$y'' = -\cos(\pi t) \text{ et telle que } g'(1) = g(1) = 0.$$