

Terminale S

Chapitre 8

Etude d'un circuit R,L,C.

I. Que se passe-t-il si un condensateur se décharge dans une bobine ?

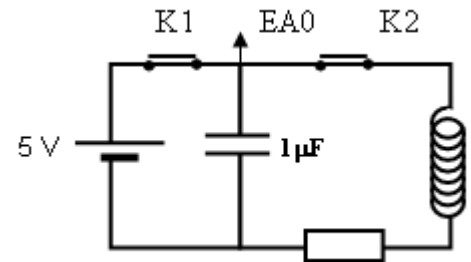
- Définir et reconnaître les régimes périodique, pseudo-périodique et apériodique
- Savoir tracer l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps pour les régimes périodique, pseudo-périodique et apériodique.
- Savoir interpréter en termes d'énergie les régimes périodique, pseudo-périodique, apériodique et entreteu.
- Savoir exploiter un document expérimental pour :
 - identifier les tensions observées,
 - reconnaître un régime,
 - montrer l'influence de R et de L ou C sur le phénomène d'oscillations,
 - déterminer une pseudo-période.

1. Manipulation TP8.

Visualiser la tension aux bornes du condensateur.

$$R = 0 \, \Omega \quad L = 0,5 \, \text{H}$$

Front descendant / 40 ms / appuyer K1 puis F10 puis enlever K1 et lancer par K2



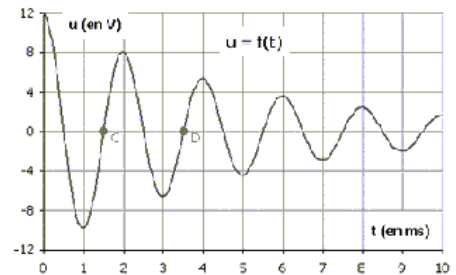
On obtient une courbe du type :

On a des oscillations dont l'amplitude diminue (amortissement)

Le circuit RLC est le siège d'oscillations électriques libres amorties.

Comme le phénomène n'est pas périodique, on parle de **pseudo-période**.

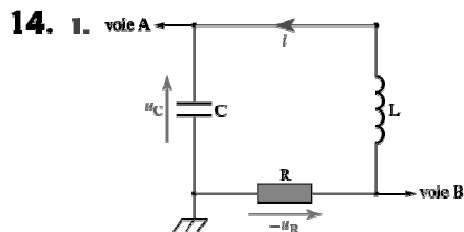
Pour déterminer T_0 , on mesure plusieurs pseudo-périodes.



4. 1. $T = 0,5 \, \text{ms.}$

2. $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} ;$

donc : $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C} = \frac{(5 \times 10^{-4})^2}{4\pi^2 \times 0,001} = 6,3 \times 10^{-5} \, \text{H.}$



2. Pour visualiser le courant $i(t)$, il faut acquérir la tension $-u_R$ aux bornes du conducteur ohmique, puis utiliser la loi d'Ohm dans un logiciel de traitement de données : $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$.

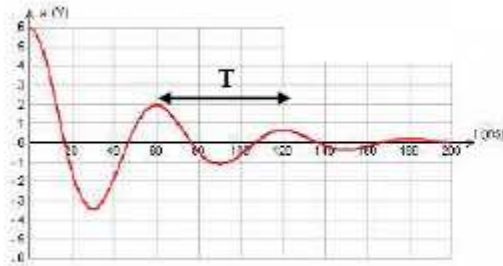
3. Initialement le condensateur est totalement chargé ; donc à $t = 0$, $i = 0$. Le graphique C est faux. Les oscillations sont amorties : le seul graphique possible est donc le graphique B.

2. Amortissement des oscillations.

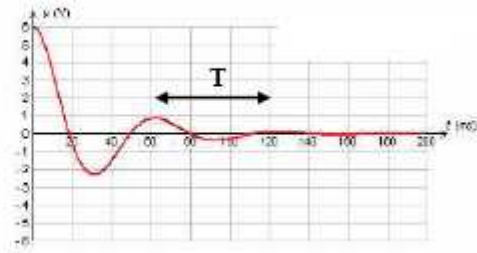
L'amortissement, dans un circuit RLC série en régime libre (sans apport extérieur d'énergie), dépend de la résistance totale du circuit : $R_t = R + r$.

- Pour des valeurs de R de $10 \, \Omega$ ou par exemple $30 \, \Omega$ on obtient des oscillations de plus en plus amorties (courbe 1 et 2).

On appelle cela le régime pseudo-périodique.



Doc n°2

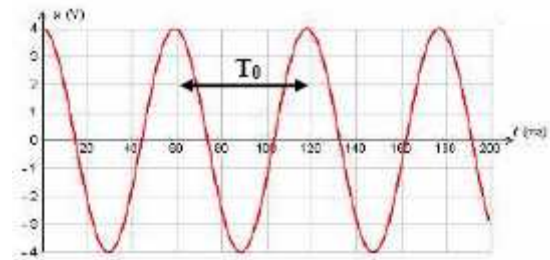


- Pour des valeurs de R plus grande les oscillations diminuent ; on arrive à un régime où la tension ne devient plus négative et tend vers zéro : c'est le **régime apériodique**.



Entre ces 2 régime, il y a le **régime critique** obtenu pour une résistance $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

- Régime périodique : Si l'**amortissement est négligeable** (ce qui ne peut exister en pratique pour un circuit libre), **le système est le siège d'oscillations non amorties**, le régime est alors périodique. Les oscillations sont de périodes T_0 .



2. 1. Régime pseudo-périodique; oscillations pseudo-périodiques amorties.

2. La pseudo-période est conservée, mais l'amortissement est moindre : la valeur de la résistance est plus faible.

3. La pseudo-période est plus grande : la valeur de l'inductance est plus grande.

II. Etude théorique du circuit R,L,C.

- Dans le cas d'un amortissement négligeable, effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur ou la charge de celui-ci.
- En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit.
- Connaître l'expression de la période propre, la signification de chacun des termes et leur unité.

1. Equation différentielle du circuit oscillant RLC.

La loi des tensions s'écrit : $u_R + u_L + u_C = 0$

Exprimons ces différentes tensions :

$$u_L = L \frac{di}{dt} + r.i \quad u_R = R.i \quad u_C = q_A / C$$

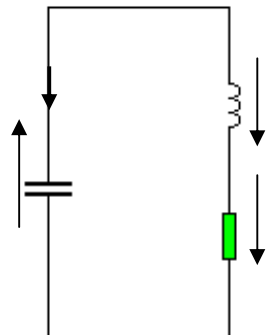
Equation différentielle en fonction de u_C :

Portons ces valeurs dans l'équation : $L \frac{di}{dt} + r.i + R.i + u_C = 0$

$$\text{Or } i = \frac{dq_A}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{on a donc : } C.L. \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (r+R).C. \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

Finalement :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$



Equation différentielle du second ordre, à coefficients constants avec seconde membre.

Equation différentielle en fonction de q :Avec $u_C = q_A / C$ on a : $L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + (r+R) \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

Finalement :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

2. Cas du circuit idéal sans amortissement.

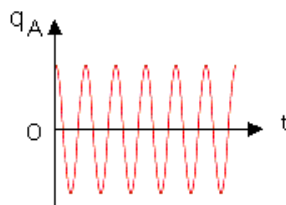
C'est le cas d'un circuit C,L ou il n'y a pas de résistance (cas idéal mais irréal)

Dans un circuit comportant des oscillations libres non amorties, la charge du condensateur obéit à

l'équation différentielle : $\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$ **!** On trouve l'écriture : $\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$

La solution de l'équation différentielle est :

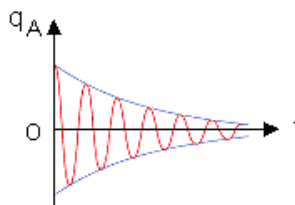
$$q(t) = q_m \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \phi \right)$$

 q_m est la charge maximale de l'armature B. ϕ est la phase (permet de décaler la courbe)Ces 2 constantes se déterminent à partir de deux données, en général les valeurs de q_B et i à l'instant initial.On vérifie que $q(t)$ est solution ; on trouve : $\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} q = 0$ avec $\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC}$ avec T_0 la pseudo-période soit : $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$ Rappel : la période est liée à la fréquence par : $f = 1/T$ et la longueur d'onde $\lambda = c \times T$ **Conclusion :**

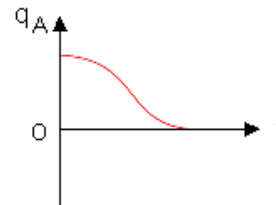
Résistance nulle

Régime **périodique**

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$



Résistance faible

Régime **pseudo-périodique** T_1 voisin de T_0 

Résistance importante

Régime **apériodique****7. 1.** L'amplitude des oscillations non amorties est égale à la tension initiale du condensateur, soit $u_m = 8,0 \text{ V}$.

$$2. \quad u_C = u_m \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \phi_0 \right)$$

$$\text{et } \dot{u}_C = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot u_m \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \phi_0 \right).$$

À $t = 0$, on a :

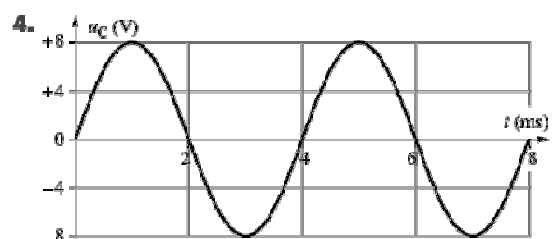
$$u_C(0) = u_m \cdot \cos \phi_0 = 0; \text{ d'où : } \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \phi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ (modulo } 2\pi)$$

$$\dot{u}_C(0) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot u_m \cdot \sin \phi_0 > 0 \text{ (car la fonction } u_C$$

est décroissante au début de la décharge), d'où $\sin \phi_0 < 0$ et $\pi < \phi_0 < 2\pi$.

$$\text{On retient donc : } \phi_0 = \frac{3\pi}{2}.$$

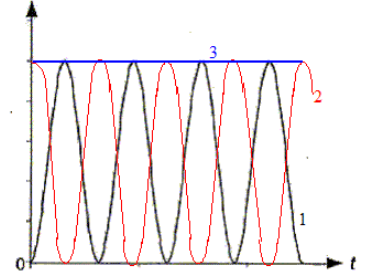
$$3. \quad T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = 4 \times 10^{-3} \text{ s} = 4 \text{ ms.}$$



III. Etude énergétique du circuit.

1. Comment varie l'énergie dans un circuit R,L,C ?

Dans le cas d'un régime période (pas de perte d'énergie), les 2 énergies sont en opposition de phase (lorsque E_{bobine} augmente, E_{condo} diminue et inversement).



Etude théorique du circuit sans amortissement.

Calcul de l'énergie du condensateur :

$$E_{\text{cond}} = \frac{1}{2} C u^2 \quad \text{et } u(t) = E \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \phi\right) \quad \text{prenons } \phi = 0 \quad \text{d'où } E_{\text{cond}} = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

Calcul de l'énergie dans la bobine :

$$i = \frac{C du(t)}{dt} = C E \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \phi\right)$$

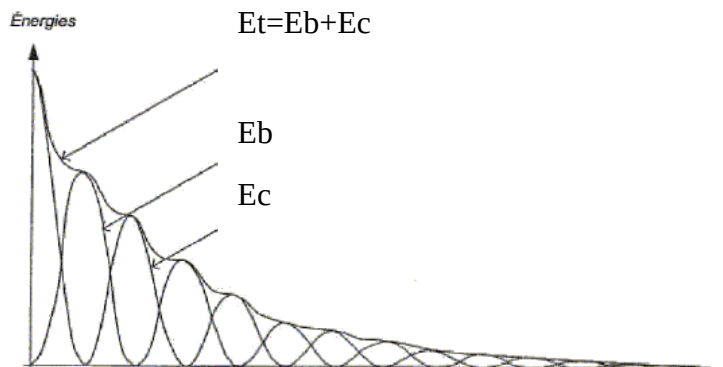
$$E_{\text{bobine}} = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L C^2 E^2 \frac{4\pi^2}{T_0^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = \frac{1}{2} C E^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \quad \text{car } T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

L'énergie totale dans le circuit est donc :

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{cond}} + E_{\text{bobine}} = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) + \frac{1}{2} C E^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \Leftrightarrow E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} C E^2$$

Etude expérimentale :

Dans le cas d'un régime pseudo-périodique, l'énergie totale diminue du fait du transfert thermique d'énergie par effet Joule.



10. 1. $E_c(0) = 0,5 C \cdot u_c^2 = 0,5 \times 330 \times 10^{-9} \times 6^2 = 5,9 \times 10^{-6} \text{ J} = 5,9 \mu\text{J}$.

b. $E_c(3T) = \frac{3}{4} E_c(0) = \frac{3}{4} \times 5,9 \times 10^{-6} = 4,4 \times 10^{-6} \text{ J}$.

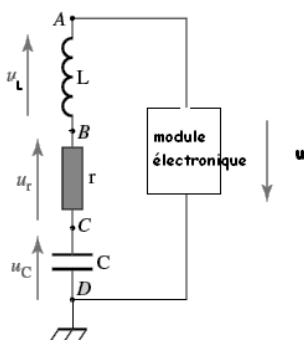
$E_c(3T) = 0,5 C \cdot u_c(3T)^2$; donc :

2. a. La perte d'énergie est due à l'effet Joule, c'est-à-dire un transfert d'énergie de la résistance au milieu extérieur sous forme de chaleur.

$u_c(3T) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c(3T)}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 4,4 \times 10^{-6}}{330 \times 10^{-9}}} \approx 5,2 \text{ V}$.

2. Comment obtenir des oscillations électriques non amorties ?

- Savoir que le dispositif qui entretient les oscillations fournit l'énergie évacuée par transfert thermique.



La résistance est responsable de l'amortissement des oscillations ; elle consomme de l'énergie sous forme d'effet joule. Pour que les oscillations persistent, il faut compenser cette perte d'énergie dans la résistance en apportant au même rythme qu'elle est consommée l'énergie.

On a : $u_C + u_r + u_L + u = 0$

Le circuit Lc sans amortissement est tel que $u_C + u_L = 0$

Donc $u_r + u = 0$ et $u = -u_r = -r \cdot I$

Le module électronique se comporte comme une résistance négative.