
SOMMAIRE

THEME 1 : MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS DE FORCES

1-) Forces et champs.....	5
2-) Les lois de Newton.....	20
3-) Applications des lois de Newton à l'étude de quelques mouvements dans un champ uniforme.....	32
4-) Application des lois de Newton aux mouvements circulaire uniformes.....	54

THEME 2 : SYSTEMES OSCILLANTS

5-) Généralités sur les systèmes oscillants.....	78
6-) Les oscillateurs mécaniques.....	85
7-) Les oscillateurs électriques.....	107

THEME 3 : PHENOMENES CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES

8-) Les ondes mécaniques.....	128
9-) La lumière.....	142
10-) La radioactivité.....	163
• Enoncé de 01 sujet d'examen blanc.....	176
• corrigé de 01 sujet d'examen blanc.....	180
• Enoncé des 07 derniers sujets.....	186
• Corrigé des 07 derniers sujets.....	214

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage est conforme aux programmes de physiques des classes de Terminales C, D et E.

Nous proposons aux élèves et à leurs professeurs un outil de travail utile et agréable par la clarté du cours, la rigueur du contenu, la variété des exercices et des principes facilitant la bonne compréhension des différentes notions abordées.

- La rubrique "**le principe**" placé à la fin de chaque chapitre est un résumé de l'essentiel à retenir.
- Les **exercices** sont classés par niveau de difficultés (* facile, ** moins facile, *** difficile, *** très difficile) et selon le critères d'évaluation. Certains de ces exercices sont à caractère expérimental conçus pour évaluer les compétences liées au savoir faire expérimental de l'apprenant. Lire le **principe** du chapitre 9 qui explique le fonctionnement de ceux-ci.

Ce large éventail devrait satisfaire les besoins des classes de terminales C, D et E.

Nous espérons que enseignants et enseignés auront autant de plaisir à utiliser cet ouvrage que nous en avons eu à le concevoir.

Nous remercions d'avance tous ceux qui nous feront parvenir leurs critiques, suggestions et remarques pour améliorer cet ouvrage dans les prochaines éditions.

Nous tenons à remercier **FOSTING C. Jodiace Kesnel** (Master en Mathématiques appliquées), **NOGANTSE K. Elvira Michelle** (Licence 3 en Marketing), **Joachim PAGUI Tchézaré** (Licence 1 en Physique), **ATAGON Salvador Desconscience** (Master en Informatique), **BAYOÏ Philippe Franck** (étudiant à l'école d'ingénierie de Wiesbaden en Allemagne option conception et fabrication mécanique).

Notre gratitude va aussi à l'endroit de ceux qui de près ou de loin ont collaboré à la réalisation de cet ouvrage.

Nous dédions ce document à **Mme DJIOLEFACK Marie Louise épouse PAGUI**.

Première partie

MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS DE FORCES

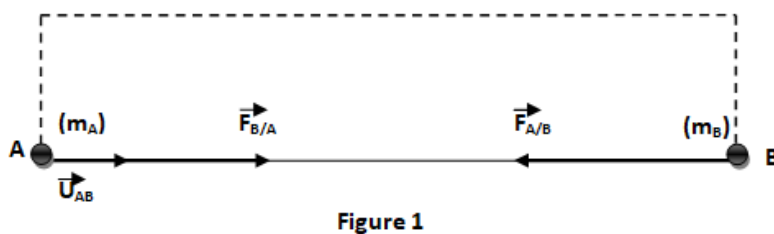
Chapitre 1

FORCES ET CHAMPS

A-) Les forces de gravitation, le champ gravitationnelle :

1-) Forces de gravitation :

La figure ci-contre présente deux objets ponctuelles, A de masse m_A et B de masse m_B distant de $r=AB$. Du fait de leurs masses, ils exercent l'un sur l'autre des forces de gravitation attractives $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$.



2-) Enoncé de la loi d'attraction universelle : Deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées de direction la droite (AB), d'intensité proportionnelle à leurs masses et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare : on note. On note :
$$-\vec{F}_{A/B} = +\vec{F}_{B/A} = G \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{AB}$$
avec $\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{r}$ le vecteur unitaire de A vers B et G la constante de gravitation universelle qui a pour valeur $6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

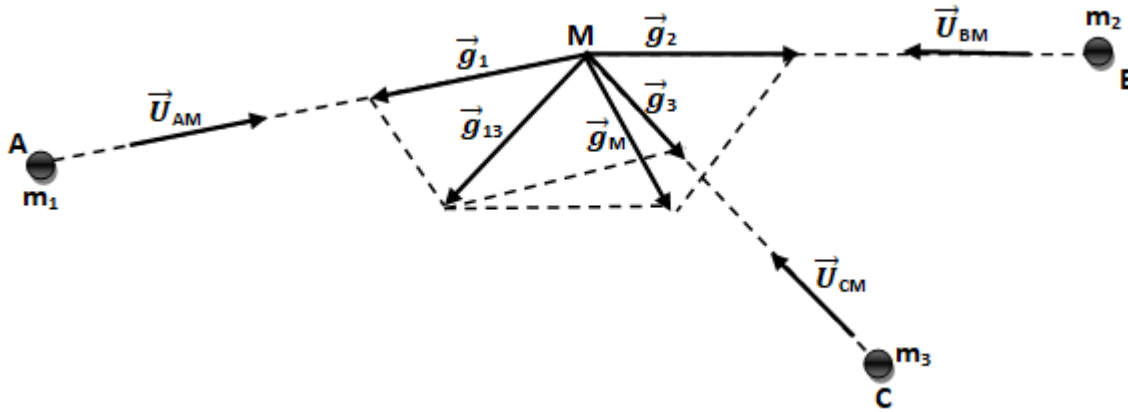
3-) Le champ gravitationnel : c'est toute région de l'espace où un objet ponctuel de masse m est soumis à une force gravitationnelle.

3.1-) champ de gravitation créé en un point par un objet ponctuel et représentation : Tout corps ponctuel de masse m, placé en un point O de l'espace crée dans son voisinage **un champ de gravitation**. Tout autre objet ponctuel de masse m' placé en un point M dans ce champ subit une force de gravitation proportionnelle au champ de gravitation en ce point. $\vec{F} = m' \cdot \vec{g}_M$ (1)

puis que $\vec{F}$ résulte de l'interaction entre les masses m et m' on peut écrire :
$$\vec{F} = G \frac{m \cdot m'}{OM^2} \vec{u}_{OM}$$
 (2).

En comparant les relations (1) et (2), il vient que le champ de gravitation créé au point M par la masse m est $\vec{g} = -\frac{Gm}{OM^2} \vec{u}_{OM}$.

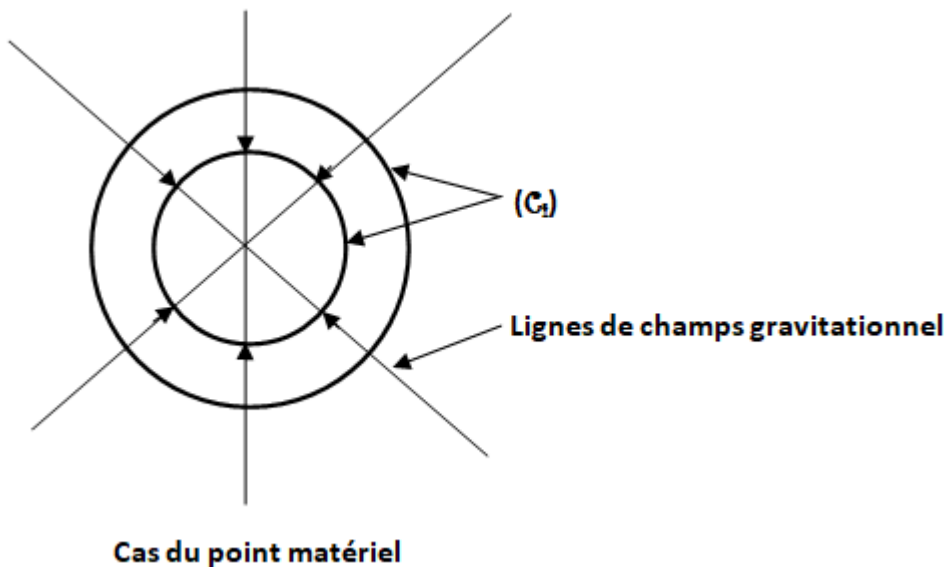
3.2-) Champ gravitationnel créé en un point M par plusieurs corps ponctuels : le champ de gravitation créé en un point M par plusieurs objets ponctuels est la résultante des champs de gravitation créé en ce point par chaque objet ponctuel.



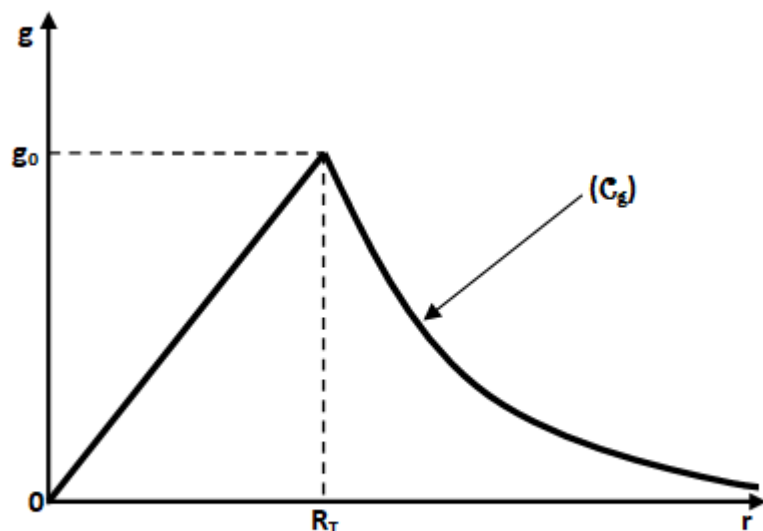
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 = -\frac{Gm_1}{AM^2} \vec{u}_{AM} - \frac{Gm_2}{BM^2} \vec{u}_{BM} - \frac{Gm_3}{CM^2} \vec{u}_{CM}.$$

3.3-) Lignes de champs d'un corps ponctuel et d'un corps à répartition sphérique : elles ont une structure **radiale** c'est-à-dire dirigée vers le centre du corps. L'ensemble des courbes pour lesquelles le champ gravitationnel garde la même valeur sont des **cercles** de même centre.

Sur une courbe (C_i) le champs de gravitation **garde la même valeur**



3.4-) courbe du champ de gravitation à une distance r :



Représentation de la courbe du champ de gravitation à une distance r

B-) Les forces électriques et le champ électrique :

1-) Les forces électriques : ce sont des forces qui résultent de l'interaction mutuelle entre deux corps électriquement chargés.

2-) La loi de coulomb : la force d'attraction ou de répulsion qui s'exerce entre deux corps A et B de charges électriques q_A et q_B placées à la distance AB l'un de l'autre, est proportionnelle aux charges q_A et q_B et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = K \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{r^2} \vec{u}_{AB}$$

ou $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ m/F}$, ϵ_0 est appelée permittivité diélectrique du vide $= 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m-1}$

3-) Le champ électrique : C'est toute région de l'espace où une charge électrique témoin qui est soumise à une force électrostatique. Elle est caractérisée en un point M par un vecteur $\vec{E}_M$ appelé **vecteur champ électrique**. La force subie par une charge placée au point M est proportionnelle au champ $\vec{E}_M$; on note : $\vec{F} = q\vec{E}_M$.

3.1-) Champ électrique créé par une charge ponctuelle : toute charge électrique placée en un point O crée dans son voisinage un champ électrique dont l'expression en un point M considérée est : $\vec{E} = k \frac{q_O}{OM^2} \vec{u}_{OM}$ NB : En un point M de l'espace, le champ électrique créé $\vec{E}(M)$ par N charges ponctuelles est égale à la somme vectorielle des champs créés par chaque charge en M.

3.2-) Lignes de champs électrique : une ligne de champ électrique est une courbe orientée où le vecteur champ électrique est tangent en chacun de ces points.

• Un champ électrique est dit **uniforme** dans une région si le vecteur champ électrique est constant en tout point de cette région. Le champ électrique à l'intérieur d'un condensateur plan est uniforme.

- **Relation entre champs et tension dans un condensateur plan.**

$$E = \frac{|U|}{d} \text{ E en } V.m^{-1}; U \text{ en volt (V)}; d \text{ en mètre (m)}$$

C-) Les forces magnétiques, le champ magnétique :

1-) Les forces magnétiques : C'est une force de champs s'exerçant même à travers le vide entre deux corps éloignés.

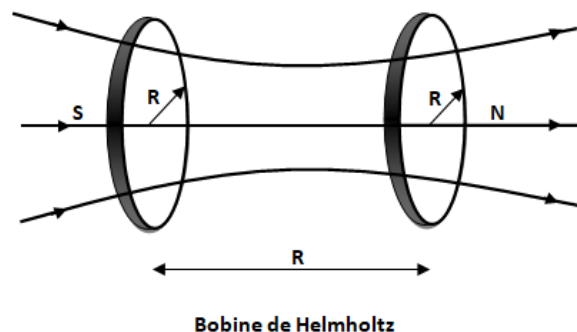
2-) Le champ magnétique :

c'est toute région de l'espace dans laquelle tout corps magnétique est soumis à des forces magnétiques
le champ magnétique est caractérisé en un point M par un vecteur $\vec{E}(M)$ dont les caractéristiques sont : l'ensemble des lig - **le point d'application** : M

- **la direction** : celle prise par une petite aiguille aimantée placée au point M.

- **le sens** : du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille aimantée.

- **l'intensité** : elle se mesure à l'aide d'un **Teslamètre** et se mesure en **Tesla**.



Bobine de Helmholtz

3-) Le spectre magnétique : l'ensemble des lignes de champ d'un aimant constitue son spectre magnétique.

4-) Les champs magnétiques uniformes : un champ magnétique est dit uniforme dans un domaine de l'espace si en tout point de ce domaine le vecteur champ magnétique conserve la même direction, le même sens et la même valeur.

Exemple : le champ magnétique à l'intérieur d'un aimant "U", à l'intérieur d'un solénoïde, à l'intérieur d'une bobine de Helmholtz.

5-) Les champs magnétiques particulier :

- Champ magnétique créé par un conducteur rectiligne et parcourue par un courant électrique.

$$B = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{d} \text{ (voir figure a).}$$

- Champ magnétique à l'axe d'une bobine plate.

$$B = 2\pi \times 10^{-7} \frac{NI}{R} \text{ (voir figure b).}$$

- Champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde.

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \frac{NI}{L} \text{ (voir figure c).}$$

- Champ magnétique à l'intérieur de la bobine de Helmholtz.

$$B = 0,72\mu_0 \frac{NI}{R} \text{ avec } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

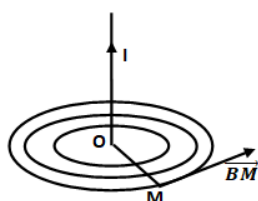


Figure (a)

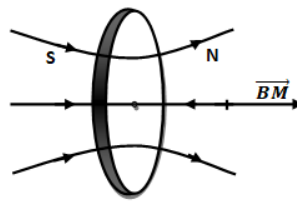


Figure (b)

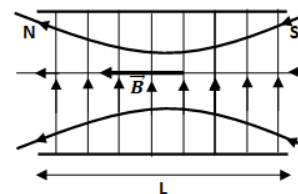


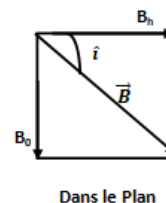
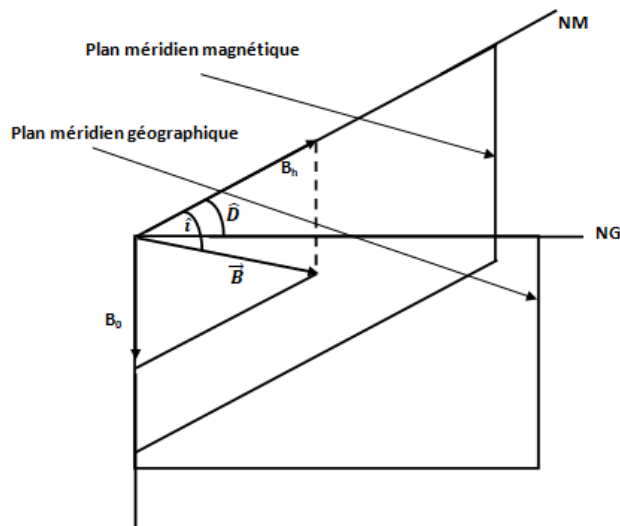
Figure (c)

6-) Champ magnétique terrestre :

en présence d'autre sources de champ magnétique, une aiguille aimantée suspendue à un fil s'oriente dans une direction piquant vers le sol. C'est la direction du champ magnétique terrestre en ce lieu.

L'inclinaison : est l'angle i formé par l'horizontal de ce lieu et le vecteur champ magnétique terrestre.

La déclinaison : est l'angle entre la direction du nord magnétique et du nord géographique.



En pratique on détermine la composante horizontale du

champ magnétique terrestre à l'aide des instruments appropriés avant de déduire la direction du champ magnétique terrestre en un point donné.

Une ligne de champs du champs magnétique est une corde tangente en chacun de ses points au vecteur champ magnétique.

7-) Action d'un champ magnétique sur une particule chargée : Une particule de charge q , se déplaçant à la vitesse $\vec{V}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ subit une force magnétique appelée force de Lorentz telle que

$$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$$

ou $\vec{V} \wedge \vec{B}$ est produit vectoriel des vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{B}$.

La valeur de F est : $F = |q|.V.B.|\sin(\widehat{\vec{V}, \vec{B}})|$
avec F en (N), q en (C), V en (m/s) et B en (T).

8-) Enoncé de la loi de Laplace : Une portion de conducteur de longueur L parcourue par un courant d'intensité I et placée dans un champs magnétique $\vec{B}$ uniforme, est soumise à une force électromagnétique appelée force de Laplace qui a pour expression : $\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}$

Les caractéristiques de la force de Laplace sont :

- Point d'application : le milieu de l'élément de circuit soumis au champs magnétique
- Direction : orthogonal à $\vec{B}$ et à l'élément de courant
- Sens : il est tel que le trièdre $(\vec{IL}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct.
- Son intensité : $F = I.L.B.|\sin(\widehat{\vec{IL}, \vec{B}})|$
avec F en (N), I en (A), L en (m) et B en (T).

Remarque : F étant le produit vectoriel de $\vec{IL}$ et $\vec{B}$, son sens est donné par l'une des règles suivantes :

- a) Règle de l'observateur d'ampère
- b) Règle du tire-bouchon : un tire bouchon tourne de $\vec{IL}$ vers $\vec{B}$ progresse dans le sens de F .

NB : En posant $L = \vec{V}t$, la force de Laplace devient $\vec{IL} = I.t.\vec{V} \wedge \vec{B}$, or $It = q$ d'où $F = q\vec{V} \wedge \vec{B}$, on retrouve la force de Lorentz.

Si la particule se trouve dans un espace où règnent un champ électrique et un champ magnétique, alors elle est soumise à la **force électrique** et à la **force LORENTZ**.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{V} \wedge \vec{B} = q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$$

PRINCIPE

1-) On sera souvent amené à faire des rapports entre deux équations dans le but de simplifier des variables dont on ignore les valeurs, ou pour exprimer une variable en fonction d'une autre, ceci apparaît dans les exercices (1, 2 et 5).

2-) Utiliser le théorème des moments lorsque le solide étudié (généralement une tige dans le cas de la force de Laplace) effectue un mouvement de rotation $\sum M_{(\Delta)} \vec{F}_{ext} = 0$, (où (Δ) est l'axe de rotation du solide)

3-) Vous serez amenés la plus-part du temps à construire la résultante de deux ou plusieurs vecteurs et à trouver sa norme ; le principe est le suivant :

Soit deux vecteurs $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ tel que l'angle entre eux c'est-à-dire $(\widehat{\vec{F}_1, \vec{F}_2})$ soit égale à θ

1^{er} cas : (cas générale)

- Expression vectorielle

Voir le schema ci-contre

- Expression de la norme

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

en élevant les deux membres de cette inégalité au carré, on obtient

$$\vec{F} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)^2 \Rightarrow F^2 = F_1^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 + F_2^2$$

or $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$ est un produit scalaire entre deux vecteurs $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

dont l'expression est :

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \cdot \cos(\widehat{\vec{F}_1, \vec{F}_2})$$

$$= 2F_1 F_2 \cdot \cos(\theta)$$

$$\text{D'où on a } F^2 = F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos(\theta) + F_2^2$$

$$\text{Donc } F = \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos(\theta) + F_2^2} \quad (1)$$

Les cas particuliers sont les suivants :

2^{ème} cas : (pour $\theta = 0$, on a la somme de deux vecteurs ayant le même sens)

- Schéma et expression vectorielle

- Expression de sa norme

Il suffit de remplacer θ par 0 dans l'expression (1)

$$\text{On a } F = \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos(0) + F_2^2}$$

$$= \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 \times (1) + F_2^2}$$

$$= \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 + F_2^2} \quad (1)$$

$$= (F_1 + F_2)^2 \text{ D'où } F = F_1 + F_2 \text{ (Voir exercice)}$$

3^{ème} cas : (Pour $\theta = 180^\circ$, on a la somme de deux vecteurs de sens opposés)

- Schéma et expression vectorielle

- Expression de sa norme

Il suffit de remplacer θ par 180° dans l'égalité (1) en raisonnant de la même manière et sachant que

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ et } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{On obtient } F = |F_1 - F_2|$$

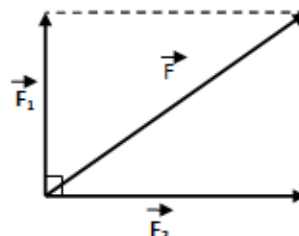
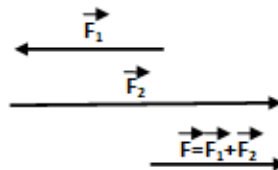
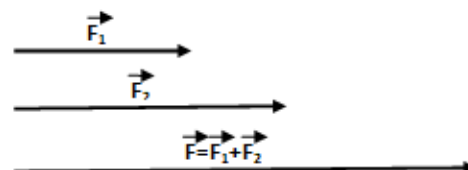
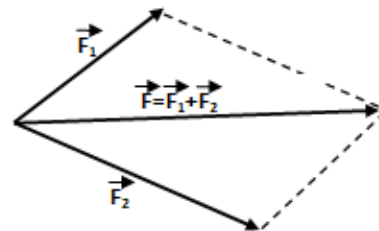
4^{ème} cas : (Pour $\theta = 90^\circ$, on trouve la propriété de pythagore)

- Schéma et expression vectorielle

- Expression de sa norme

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ (car } \cos(90) = 0)$$

Ce principe est utiliser dans les exercices (3 et 4).



EXERCICES

On utilisera les valeurs suivantes dans les exercices

- Constante de gravitation $G = 6,67 \times 10^{-11} N.m^2.Kg^{-2}$
- Masse de la Terre $m_T = 5,98 \times 10^{24} Kg$
- Masse de la Lune $m_L = 7,35 \times 10^{22} Kg$
- Masse du Soleil $m_S = 1,99 \times 10^{30} Kg$
- Distance moyenne Terre-Lune $d_1 = 3,84 \times 10^8 m$
- Distance moyenne Terre-Soleil $d_2 = 1,52 \times 10^{11} m$
- Rayon moyen terrestre $R_T = 6,40 \times 10^6 m$
- Rayon moyen lunaire $R_L = 1,74 \times 10^6 m$
- Champs de pesanteur au niveau de la mer $g_0 = 9,78 N/Kg$

Exercice 1 : 1-)** Définir les termes suivants : champ gravitationnel, force gravitationnelle, champ électrique, force électrique, champ magnétique, force magnétique.

2-) On définit un vecteur unitaire $\vec{u}_{OM}$ orienté de la Terre vers un point M de sa surface.

2.1-) Donner l'expression vectorielle du champ de gravitation de la Terre :

2.1.1-) à sa surface puis calculer sa norme

2.1.2-) à une distance r tel que $r < R_T$.

3-) Calculer la valeur du champ de gravitation de la Terre à sa surface

4-) Calculer le rapport $\frac{g_{T0}}{g_{L0}}$ puis conclure

5-) Donner l'expression du champ de pesanteur $g(h)$ à l'altitude h de la Terre en fonction de g_0 , R_T et h

5.1-) Pour $h < R_T$, donner une relation approchée de $g(h)$. En déduire la variation relative $\frac{g_0 - g(h)}{g_0}$

5.2-) Calculer cette variation relative pour $h = 4070$ m, altitude de mont cameroun.

6-) Gabriel entreprend un voyage de la Terre vers la Lune dans une fusée. Lorsque la fusée se trouve entre les deux astres, à une distance x de la Terre les forces de gravitation due à la Terre et à la Lune s'annulent.

6.1-) Déterminer x .

6.2-) Déterminer x ayant uniquement la distance terre-lune (d_1) et sachant que $\frac{M_T}{M_L} = 81,34$.

6.3-) En déduire la distance fusée-Lune.

Exercice 2 :**

trois charges égale et de même signe sont placés aux points A,B,C comme l'indique la figure ci-contre $AB = 3a$, $BC = 2a$

La force exercé par q_A sur q_B est $F = 7 \times 10^{-5} N$

2.1-) Quelle est la force exercé par q_C sur q_B ?

2.2-) Quelle est la force subit par q_B ?

2.3-) Calculer $q_A = q_B = q_C$ lorsque $a = 2cm$



Exercice 3 :** Trois boules (A),(B) et (C) portant des charges (q) négatives égales sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a . On dispose une quatrième boule (D) chargé positivement au centre de gravité de ce triangle. On admet que les boules se comportent comme des charges quasiponctuelles.

3.1-) Sur un schéma représenter les forces agissant sur la boule (D).

3.2-) Que dire des valeurs de ces forces ?

3.3-) Calculer la résultante des forces agissants sur la boule (D)

3.4-) Exprimer en fonction de q et a puis calculer la résultante des forces agissant sur la boule (A) sachant que le coté de ce triangle est $a = 4cm$ et que $q = 5nC$.

Exercice 4 :** Soit 4 boules (A),(B),(C) et (D) portant des charges négatives et (O) ne portant aucune charge.

4.1-) Celles-ci sont placées au sommet d'un carré de coté a et (O) au centre du carré

4.1.1-) Sur un schéma, représenter les champs agissants sur la boule (O) et les forces agissantes sur la boule (A) créées uniquement par q_A , q_C et q_D

4.2-) Calculer la résultante de champs agissant sur la boule (O) puis des forces sur la boule (A) en fonction de a , k et q .

4.3-) Calculer celles-ci pour $q_A = q_B = q_C = q_D = 5\text{nC}$ et $a = 3\text{cm}$

4.4-) Faire de même pour un rectangle de longueur $L = b$ et largeur $l = a$ et faire les calculs avec $a = 2\text{cm}$ et $b = 5\text{cm}$.

Exercice 5 :** Deux petites boules A et B de dimension négligeables et de même masse $m = 7,0\text{dg}$ sont attachés respectivement aux points O et O' par deux fils isolants masse négligeables et de même longueur.

La boule A porte une charge $q = +1\mu\text{C}$ et la boule B une charge q' telle que $|q'| = 5\eta\text{C}$. On rapproche les deux boules et on obtient un équilibre représenté sur le schéma suivant :

Les deux boules sont alors distantes de $d = 10\text{cm}$.

5.1-) Quel est le signe de la charge q' ?

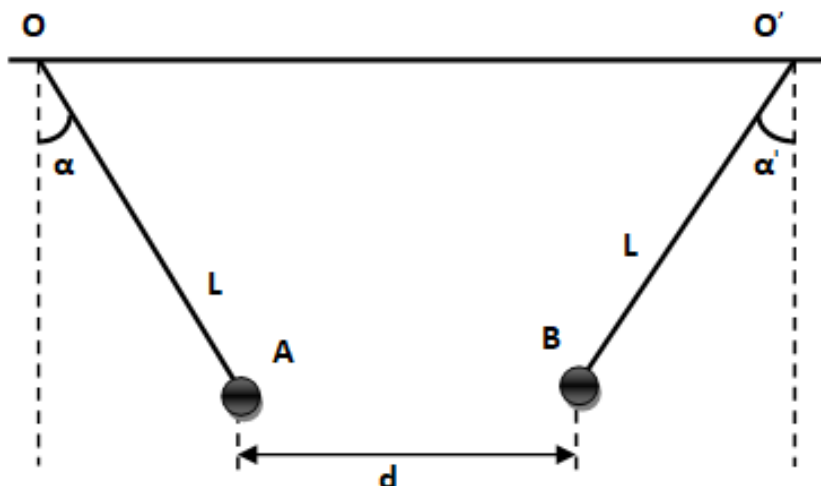
5.2-) La boule A présente-t-elle un excès ou un défaut d'électrons ? De combien d'électrons ?

5.3-) Comparer les angles α et α' .

5.4-) Faire le bilan des forces s'exerçant sur A et les représenter.

5.5-) Déterminer l'expression de l'angle α en fonction de K , q , q' , d , m et g puis calculer sa valeur.

On donne $k = 9 \times 10^9$, $g = 9,8\text{N/Kg}$, $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$



Exercice 6 :** Soit la figure ci-contre.

AM est un fil de cuivre homogène de longueur $L = 25\text{cm}$ et de masse $m = 10\text{g}$. Quand le circuit est fermé, l'ampèremètre indique $I = 5\text{A}$. Le champ magnétique uniforme est créé par un aimant de fer à cheval de longueur $l = 2\text{cm}$. Les lignes de champ sont horizontales et $B = 0,05\text{T}$. AM est soumis à une force électromagnétique dont le point d'application est à 5cm de M.

On donne $g = 10\text{N/Kg}$

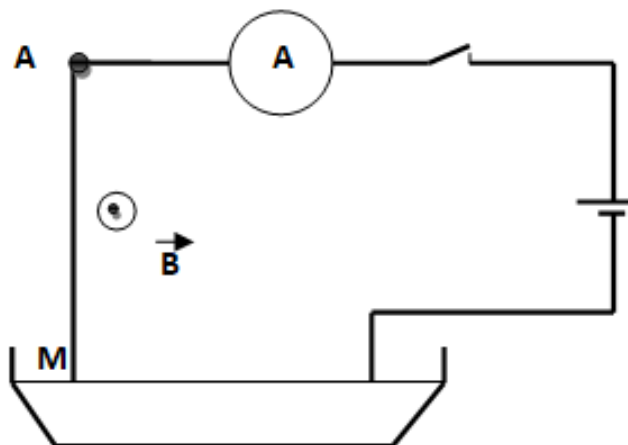
6.1-) Énoncer la loi de Laplace et donner la relation qui la traduit.

6.2-) Représenter le conducteur AM et les différentes forces appliquées à l'équilibre

6.3-) Calculer le module de $\vec{F}$

6.4-) Calculer l'angle α entre AM et la verticale passant par A.

6.5-) Calculer la valeur de la réaction de la tige en A.



Exercice 7 :** On veut étudier le champ magnétique en fonction du courant. Pour chaque valeur de I , on note la valeur B_0 du champ magnétique au centre du solénoïde. On obtient les résultats suivants.

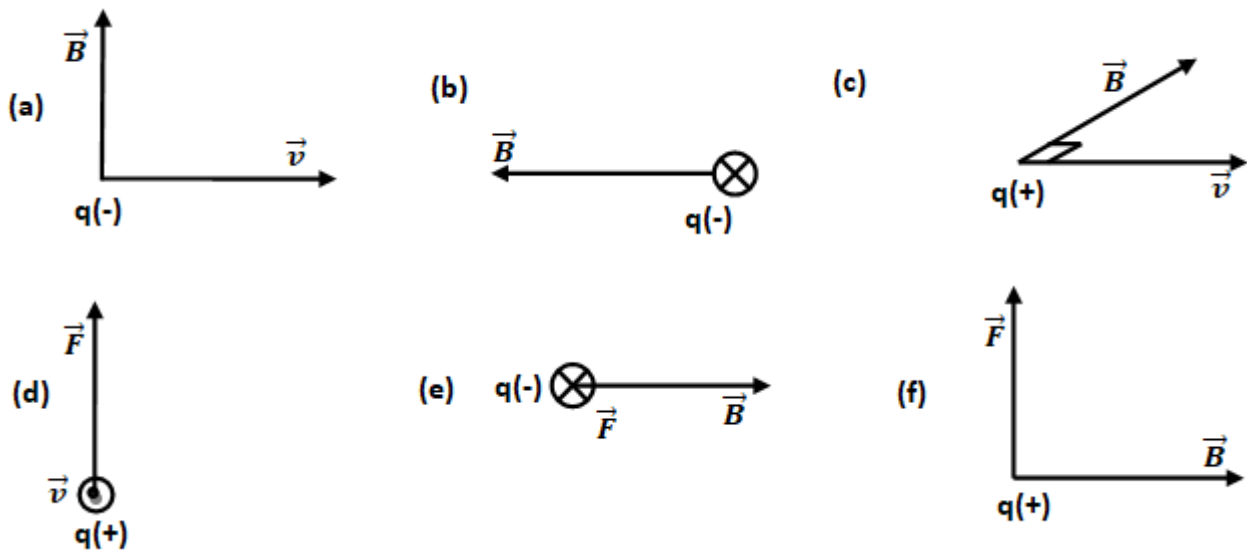
$I(\text{A})$	0	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
$B_0(\text{mT})$	0	3,2	6,7	9,8	13,3	16,5

7.1-) Tracer la représentation graphique de la fonction $B_0 = f(I)$

7.2-) On donne la longueur du solénoïde $l = 40\text{cm}$ et $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{N.A}^{-2}$. En utilisant le tracer

obtenu, déterminer le nombre de spires du solénoïde.

Exercice 8 : 8.1-)** Représenter le vecteur manquant dans chaque cas ci-dessous



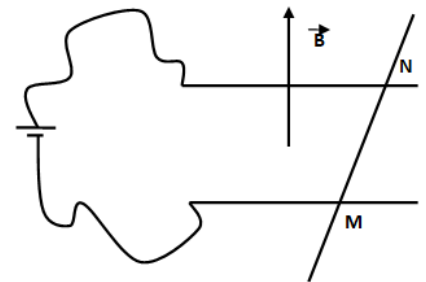
8.2-) Une tige MN de masse m glisse sans frottement sur deux rails horizontaux distants de $L = 10\text{cm}$ et soumise à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails. Lorsque le circuit est fermé, $I = 2\text{A}$ (Voir figure 1)

8.2.1-) Sur un schéma clair, représenté en vue de dessus la force qui s'applique à la barre MN et préciser son sens de déplacement.

8.2.2-) Donner toutes les caractéristiques de cette force. On prendra $B = 0,5\text{T}$.

8.2.3-) On incline la tige d'un angle $\alpha = 30^\circ$ vers la gauche par rapport à sa position initiale. Représenter et en déduire la nouvelle valeur de la force de Laplace $\vec{F}$.

8.2.4-) Pour rétablir l'équilibre de la barre, elle est reliée par son milieu à un solide de masse M par l'intermédiaire d'une poulie de masse négligeable (Voir figure 2). Calculer alors la masse M .



SOLUTIONS

Exercice 1 : 1-) Voir cours

2-) On donne $\vec{u}_{OM}$

2.1-) Donnons l'expression vectorielle du champ de gravitation de la terre

2.1.1-) à sa surface

• Expression vectorielle

$$g_0 = -\frac{GM_T}{R_T^2} \vec{u}_{OM}$$

• Valeur

$$g_0 = +\frac{GM_T}{R_T^2} = 9,73\text{N/Kg}$$

2.1.2-) à r telle que $r < R_T$

On a $g_r = \frac{GM_r}{r^2}$, or $M_r = \rho_T V_r$ et $V_r = \frac{4}{3}\pi r^3$

d'où $g_r = \frac{4G\rho_T\pi r}{3}$ ou ρ_T est la masse volumique de la terre en Kg/m^3

On a $\rho_T = \frac{\text{Masse de la terre}}{\text{Volume de la terre}}$

$$\rho_T = \frac{M_T}{\frac{4\pi R_T^3}{3}} = \frac{3 \times M_T}{4 \times \pi \times R_T^3} = \frac{3 \times 5,98 \times 10^{24}}{4\pi \times (6400 \times 10^3)^3}$$

On obtient $\rho_T = 5,445 \times 10^3 \text{Kg}/\text{m}^3$

Remarque : En calculant g_r pour $r = R_T$ on obtient bien la valeur $g_0 = 9,73 \text{N/Kg}$

3-) Calculons la valeur du champ de gravitation de la lune à sa surface

$$g_L = \frac{GM_L}{R_L^2}$$

$$\text{NB : } g_L = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 7,35 \times 10^{22}}{(1,74 \times 10^6)^2} = 1,61N$$

4-) Calculons le rapport $\frac{g_T}{g_L}$

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{9,73}{1,61} = 6,06$$

$$\frac{g_T}{g_L} = 6,06$$

• conclusion : On a $g_T = 6g_L$, d'où le champs de gravitation à la surface de la terre est 6 fois plus grand que le champs de gravitation à la surface de la lune.

5-) Donnons l'expression du champs de pesanteur $g(h)$ à l'altitude h de la terre en fonction de g , h et R_T

$$\text{on a } g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \text{ et } g_h = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}$$

$$\frac{g_0}{g_h} = \frac{GM_T}{R_T^2} \times \frac{(R_T + h)^2}{GM_T}$$

$$\Rightarrow \frac{g_0}{g_h} = \left(\frac{R_T + h}{R_T}\right)^2$$

$$\text{Donc } g_h = g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2$$

5.1-) Pour $h \ll R_T$, donnons une relation approchée de $g(h)$.

pour $\epsilon \ll 1$, on a la relation $(1 + \epsilon)^n = 1 + n\epsilon$

$$g_h = g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2 = g_0 \left(\frac{R_T}{R_T}\right)^{-2} = g_0 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$

$$\text{Or } h \ll R_T \Rightarrow \frac{h}{R_T} \ll 1 \text{ d'où } \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2} = 1 - 2\frac{h}{R_T}$$

$$\text{D'où } g_h = g_0 \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)$$

$$\bullet \text{ Déduisons de } \frac{g_0 - g_h}{g_0} = \frac{g_0 - g_0 \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)}{g_0}$$

$$\frac{g_0 \left(1 - \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)\right)}{g_0} = 1 - 1 + \frac{2h}{R_T} = \frac{2h}{R_T}$$

$$\text{Donc } \frac{g_0 - g_h}{g_0} = \frac{2h}{R_T}$$

5.2-) Calculons cette variation relative pour $h = 4070m$

$$\frac{2h}{R_T} = \frac{2 \times 4070}{6400 \times 10^3} = 1,27 \times 10^{-3} = \frac{1,27}{10^3}$$

$$\text{Donc } \frac{g_0 - g_h}{R_T} = \frac{2h}{R_T} = 1,27 \times 10^{-3}$$

6-) Determinons x

En ce point, le vecteur champs de gravitation terrestre.

Exercice 2 : On a $AB = 3a$ et $F = 7 \times 10^{-5}N$

2-1) Determinons la valeur de la force exercée par q_c sur q_B .

$$\text{on a } F = F_{A/B} = \frac{K|q_A||q_B|}{AB^2} \text{ et } F_{C/B} = \frac{K|q_C||q_B|}{BC^2}$$

Or la valeur de a est inconnue, d'où l'utilisation du principe 1.

$$\frac{F}{F_{C/B}} = \frac{Kq^2}{(3a)^2} \times \frac{(2a)^2}{Kq^2} = \frac{4a^2}{9a^2} \Rightarrow \frac{F}{F_{C/B}} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}F \text{ AN } \frac{9}{4} \times 7 \times 10^{-5} = 15,75 \times 10^{-5}N$$

$$\text{Donc } F_{C/B} = 15,75 \times 10^{-5}$$

2.2-) La force subie par q_B est la résultante de la force que q_A exerce sur q_B et la force que q_C exerce sur q_B . Or ces deux forces sont colinéaires et de sens opposé, d'où l'utilisation du principe (3.3)

$$F_B = |F_{A/B} - F_{C/B}|$$

$$\text{AN : } F_B = |7 \times 10^{-5} - 15,75 \times 10^{-5}| = |-8,75 \times 10^{-5}| = 8,75 \times 10^{-5}$$

$$\text{Donc } F = 8,75 \times 10^{-5}N$$

2.3) Calculons $q_A = q_B = q_C$ pour $a = 2cm$

$$\text{on a } F_{A/B} = \frac{K|q_A||q_B|}{AB^2} \text{ or } q_A = q_B,$$

$$\text{d'où } F_{A/B} = \frac{K|q_A|^2}{AB^2} \Rightarrow q_A = \sqrt{\frac{AB^2 \times F_{A/B}}{K}}$$

$$\Rightarrow q_A = \sqrt{\frac{9a^2 \times F_{A/B}}{K}} \Rightarrow q_A = 3a\sqrt{\frac{F_{A/B}}{K}}$$

$$\text{A.N } \Rightarrow q_A = 3 \times 2 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{7 \times 10^{-5}}{9 \times 10^9}} = 5,3 \times 10^{-9}C$$

$$\text{Donc } |q_A| = |q_B| = |q_C| = 5,3 \times 10^{-9}C$$

Exercice 3 :

3.1.-) Représentons les forces agissantes sur D

3.2.-) On peut dire que ces trois forces ont la même car les charges q_A , q_B et q_C sont situés à la même distance du point D et ont la même valeur d'où $F_{A/D} = F_{B/D} = F_{C/D}$.

3.3.-) Calculons la résultante des forces agissantes sur D

$$\text{On a : } \vec{F}_D = \vec{F}_{A/D} + \vec{F}_{B/D} + \vec{F}_{C/D}$$

$$= \vec{F}_1 + \vec{F}_{C/B} \text{ avec } \vec{F}_1 = \vec{F}_{A/D} + \vec{F}_{B/D}$$

$$\vec{F}_D = \vec{F}_1 + \vec{F}_{C/B} \text{ (appliquons le principe 3.1 à cet égalité)}$$

$$\text{On obtient } F_D = \sqrt{F_1^2 + 2F_1.F_{C/B}.\cos(\widehat{\vec{F}_1, \vec{F}_{C/D}}) + F_{C/B}^2}$$

Trouvons la norme de $\vec{F}_1$

$$\text{On a } \vec{F}_1 = \vec{F}_{A/D} + \vec{F}_{B/D} \text{ (appliquons le principe 3.1)}$$

$$\text{On obtient } F_1 = \sqrt{F_{A/D}^2 + 2\vec{F}_{A/D}.\vec{F}_{B/D}.\cos(\widehat{\vec{F}_{A/D}, \vec{F}_{B/D}}) + F_{B/D}^2}$$

D'après le schéma, on a $(\widehat{\vec{F}_{A/D}, \vec{F}_{B/D}}) = 120^\circ$

$$\text{d'où } F_1 = \sqrt{F_{A/D}^2 + 2\vec{F}_{A/D}.\vec{F}_{B/D}.\cos(120) + F_{B/D}^2}$$

$$= \sqrt{F_{A/D}^2 - \vec{F}_{A/D}.\vec{F}_{B/D} + F_{B/D}^2} \text{ car } \cos(120) = -\frac{1}{2}$$

or $F_{A/D} = F_{B/D}$, on obtient

$$F_1 = \sqrt{F_{A/D}^2 - 1\vec{F}_{A/D}.\vec{F}_{A/D} + F_{A/D}^2} = \sqrt{2F_{A/D}^2 - F_{A/D}^2} = F_{A/D}.$$

En remplaçant le résultat dans F_D , on obtient

$$F_D = \sqrt{F_{A/D}^2 + 2\vec{F}_{A/D}.\vec{F}_{A/D}.\cos(\widehat{\vec{F}_1, \vec{F}_{C/D}}) + F_{A/D}^2}$$

Remarque : la somme vectorielle de $\vec{F}_{A/D}$ et de $\vec{F}_{B/D}$ donne un vecteur colinéaire à $\vec{F}_{C/D}$ et de sens opposé d'où $(\widehat{\vec{F}_1, \vec{F}_{C/D}}) = 180^\circ$

$$F_D = \sqrt{F_{A/D}^2 + 2F_{A/D}^2.\cos(180) + F_{A/D}^2} = \sqrt{2F_{A/D}^2 - 2F_{A/D}^2} = 0N$$

Donc $F_D = 0N$

Conclusion : la résultante des forces agissantes sur D est le vecteur nul ($\vec{0}$).

3.4.-) Résultante des forces agissant sur A.

$$\text{On a : } \vec{F}_A = \vec{F}_{D/A} + \vec{F}_{C/A} + \vec{F}_{B/A}$$

A chaque fois qu'il nous sera demandé de trouver la résultante des forces en un point, réduire le problème en remarquant que la somme de certaines d'entre-elles donne un vecteur qui est colinéaire à d'autres. Dans le cas présent, on remarque que la somme vectorielle des vecteurs $\vec{F}_{C/A}$ et $\vec{F}_{B/A}$ donne un vecteur $\vec{F}$ qui est colinéaire à $\vec{F}_{D/A}$ et de sens opposé.

$$\text{d'où : } \vec{F}_A = \vec{F}_{D/A} + \vec{F}_{C/A} + \vec{F}_{B/A} = \vec{F}_{D/A} + \vec{F} \text{ avec } \vec{F} = \vec{F}_{C/A} + \vec{F}_{B/A}$$

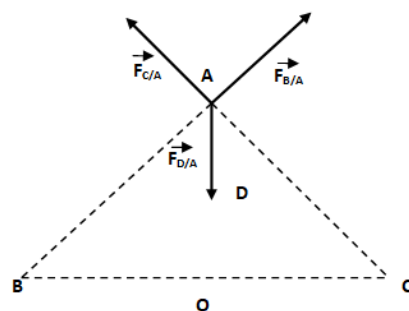
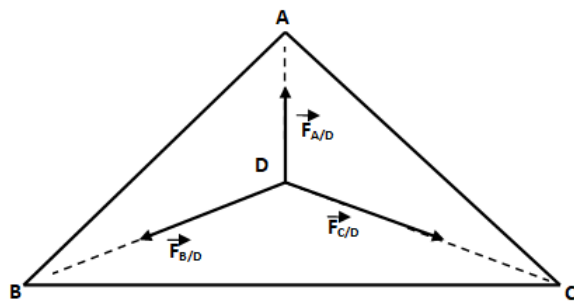
or $\vec{F}_{C/A}$ et $\vec{F}_{B/A}$ étant colinéaires et de sens opposés, on trouve facilement la norme de leurs résultantes en appliquant le principe 3.3 on trouve : $F_A = |F_{D/A} - F|$ (1)

Il ne nous reste plus qu'à trouver la norme de $\vec{F}$.

On a : $\vec{F} = \vec{F}_{C/A} + \vec{F}_{B/A}$, en appliquant le principe 3.1, on obtient :

$$F = \sqrt{F_{C/A}^2 + F_{B/A}^2 + 2F_{C/A}.F_{B/A}.\cos(\widehat{\vec{F}_{C/A}, \vec{F}_{B/A}})}$$

or $F_{B/A} = F_{C/A}$ (car les charges ont la même valeur et B et C sont situés à la même distance de A) et $(\widehat{\vec{F}_{B/A}, \vec{F}_{C/A}}) = 60^\circ$



$$\text{d'où : } F = \sqrt{2F_{B/A}^2 + 2F_{B/A}^2 \cdot \cos(60)} = \sqrt{2F_{B/A}^2 + 2F_{B/A}^2(\frac{1}{2})} = \sqrt{2F_{B/A}^2 + F_{B/A}^2} = \sqrt{3}F_{B/A}$$

En remplaçant cette valeur dans (1), on obtient :

$$F_A = |F_{D/A} - \sqrt{3}F_{B/A}| = |\sqrt{3}F_{B/A} - F_{D/A}| = |\sqrt{3}(\frac{kq_A \cdot q_B}{AB^2}) - (\frac{kq_A \cdot q_D}{AD^2})|$$

or $q_A = q_B = q_C = q$ et dans le triangle ABO, on a : $AD = \frac{2}{3}AO$, or d'après la relation de Pythagore, on a : $AB^2 = AO^2 + BO^2 \Leftrightarrow AO^2 = AB^2 - OB^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2$, d'où $AD = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ d'où :

$$F_A = kq^2 \left| \frac{\sqrt{3}}{a^2} - \frac{1}{(\frac{\sqrt{3}}{3}a)^2} \right| = (3 - \sqrt{3}) \frac{kq^2}{a^2}.$$

$$\text{A.N : } F_A = (3 - \sqrt{3}) \frac{9 \cdot 10^{-9} \times (5 \cdot 10^{-9})^2}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 1,783 \cdot 10^{-4} \text{ donc } \mathbf{F_A = 1,78 \cdot 10^{-4} N}.$$

* Point d'application : point A

* Direction : verticale

* Sens : Du bas vers le haut

* intensité : $F_A = 2,43 \times 10^2 N$

Exercice 4 :

4.1-) O est le centre de gravité du carré ABCD.

4.1.1-) Représentons les champs agissants sur le point O et d'autre part les forces s'exerçant sur A.

4.2-) * Donnons les caractéristiques du champs au centre O

-Point d'application : O

-Sens : aucun

-Direction : aucune

-Intensité : on a $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$

or $\vec{E}_A = -\vec{E}_C$ et $\vec{E}_B = -\vec{E}_D$, d'où $\vec{E} = \vec{O}$

Donc $E = 0$

* Donnons les caractéristiques de la force née au point

$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= \vec{F}_{B/A} + \vec{F}_{C/A} + \vec{F}_{D/A} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{C/A} \text{ avec} \\ \vec{F}_1 &= \vec{F}_{B/A} + \vec{F}_{D/A} \end{aligned}$$

$$\text{On a } F_1 = \sqrt{F_{B/A}^2 + 2\vec{F}_{B/A} \cdot \vec{F}_{D/A} \cdot \cos(\widehat{F_{B/A}, F_{D/A}}) + F_{D/A}^2}.$$

On remarque que B et D sont situés à la même distance de A et que $q_B = q_D$, d'où $F_{B/A} = F_{D/A}$

$$\text{On obtient } F_1 = \sqrt{2F_{B/A}^2 + 2F_{B/A}^2 \cdot \cos(90)} = \sqrt{2F_{B/A}^2} = \sqrt{2}F_{B/A}$$

On remarquera que $(\widehat{F_1, F_{C/A}}) = 0^\circ$.

Donc $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_{C/A}$ sont deux vecteurs colinéaires et de même sens, on applique donc le principe 3.2 et on obtient : $F_A = F_1 + F_{C/A}$

$$\text{D'où } F_A = F_1 + F_{C/A} = \sqrt{2}F_{B/A} + F_{C/A} \Rightarrow$$

$$F_A = \sqrt{2} \frac{Kq^2}{AB^2} + \frac{Kq^2}{AC^2}$$

En utilisant la propriété de Pythagore dans le triangle ABC, on a $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 2AB^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}AB$

$$\text{d'où } F_A = \sqrt{2} \frac{Kq^2}{AB^2} + \frac{Kq^2}{2AB^2} = \frac{\sqrt{2}Kq^2}{a^2} + \frac{Kq^2}{2a^2} \Rightarrow$$

$$F_A = \frac{Kq^2}{a^2} (\sqrt{2} + \frac{1}{2})$$

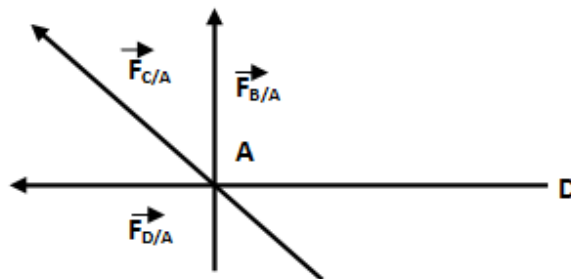
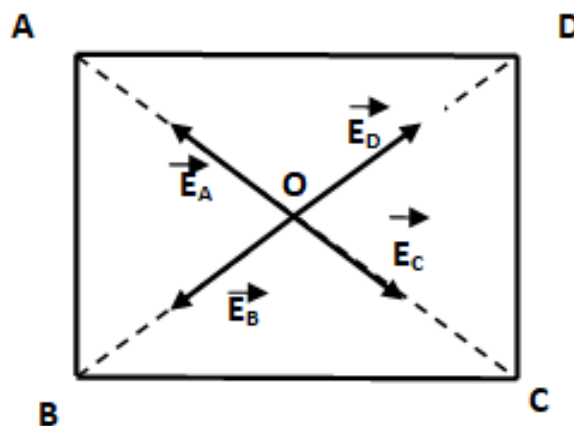
$$\text{Donc } F_A = (\sqrt{2} + \frac{1}{2}) \frac{Kq^2}{a^2}.$$

$$\text{4.3-) Calculons celle-ci pour les valeurs données. } F_A = (\sqrt{2} + \frac{1}{2}) \times \frac{9 \times 10^9 \times (5 \times 10^{-6})^2}{(3 \times 10^{-2})^2} =$$

$$4,78 \times 10^2 N$$

$$\text{Donc } F_A = 4,78 \times 10^2 N$$

4.4-) Je vous laisse vous amuser à le faire, utiliser le même principe qu'à la question 4.2).



Exercice 5 : $m = 7 \times 10^{-4} \text{Kg}$ $q = 1 \mu\text{C} = 1 \times 10^{-6}$ et $|q'| = 5 \eta\text{C} = 5 \times 10^{-9} \text{C}$.

5.1-) q' est de signe négatif car il y a attraction entre les deux boules

5.2-) La boule A' représente un excès d'électrons.

On sait que $|q'| = n.e \Rightarrow n = \frac{|q'|}{e}$.

AN : $n = \frac{5 \times 10^{-9}}{1,6 \times 10^{-19}} = \frac{5}{1,6} \times 10^3$ électrons

5.3-) Les angles α et α' ont la même valeur $\alpha = \alpha'$

5.4-) A l'aide d'un schéma faisons l'inventaire des forces s'exerçant sur la boule A.

$\vec{T}$: Tension du fil

$\vec{P}$: poids de la boule

$\vec{F}$: Force électrique exercée par q.

5.5-) Déterminons l'expression de α .

A l'équilibre on a $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$.

Projetons suivant les axes (xx') et (yy')

$$\begin{pmatrix} xx' \\ yy' \end{pmatrix} \mid \vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} + \vec{F} \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{T} \begin{pmatrix} -T \sin(\alpha) \\ T \cos(\alpha) \end{pmatrix} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = T \sin(\alpha) \\ P = T \cos(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \sin(\alpha) = F & (1) \\ T \cos(\alpha) = P & (2) \end{cases}$$

utilisons le principe 1).

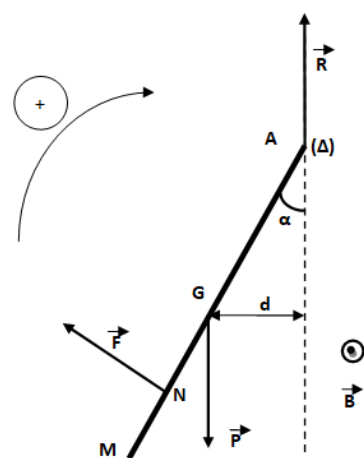
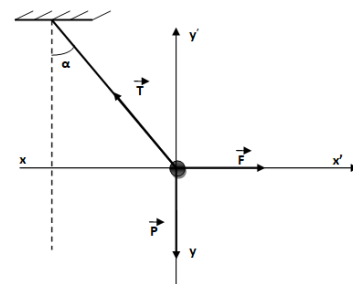
$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F}{P} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{P}$$

or $F = \frac{K|q||q'|}{d^2}$ et $p = mg$.

Donc $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{K|q||q'|}{mgd^2}\right)$

AN : $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-9}}{7 \times 10^{-4} \times 9,8 \times 10^{-2}}\right) = 33,26^\circ$

Donc $\alpha = 33,3^\circ$



Exercice 6 : On a $L = 25 \times 10^{-2} \text{m}$, $m = 10^{-2} \text{Kg}$, $I = 5 \text{A}$, $B = 0,05 \text{T}$

6.1-) Énoncé de la loi de Laplace : Une portion de conducteur de longueur l parcourue par un courant d'intensité I et placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme est soumise à une force électrique appelée force de Laplace qui a pour expression $\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$.

6.2-) Représentons la tige et les forces qui lui sont appliquées

N est le point d'application de la force sur la tige

G est le centre de masse de la tige au point d'application du poids.

6.3-) Calculons le module de $\vec{F}$

On a $\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$

d'où $F = IlB |\sin(\vec{l}, \vec{B})|$

AN : $F = 5 \times 2 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} |\sin(90)| = 5 \times 10^{-3} \text{N}$

6.4-) Calculons l'angle α .

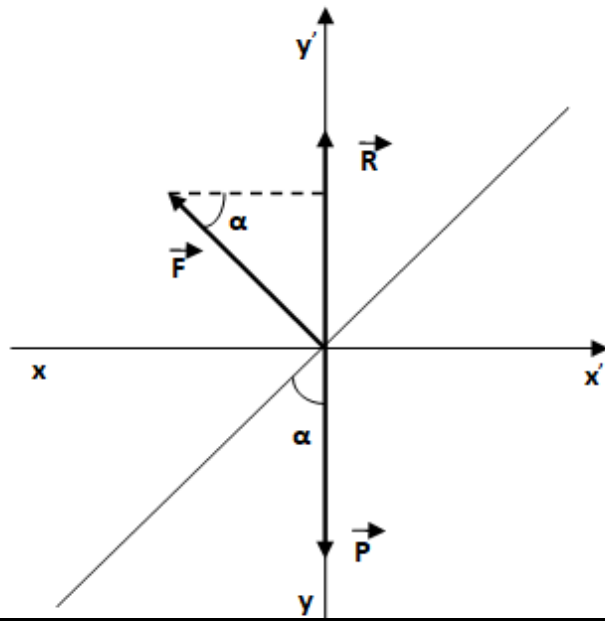
La tige effectue un mouvement de rotation autour de l'axe Δ passant par A, donc on appliquera le principe 2 :

$$\sum M_{\Delta} \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = 0$$

Or $M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ (car la droite d'action de $\vec{R}$ rencontre l'axe de rotation (Δ))

$$\text{D'où } M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = 0 \Rightarrow +F \cdot AN - P \cdot d = 0 \Rightarrow F \cdot AN = P \cdot d$$

$$\Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{F \cdot AN}{mg \cdot AG}\right)$$



$$\text{AN : } \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{5 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-2}}{10^{-2} \times 9,8 \times 12,5 \times 10^{-2}}\right) = 4,68^\circ$$

Donc $\alpha = 4,68^\circ$

6.5-) calculons la valeur de la réaction en A
 On a $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$

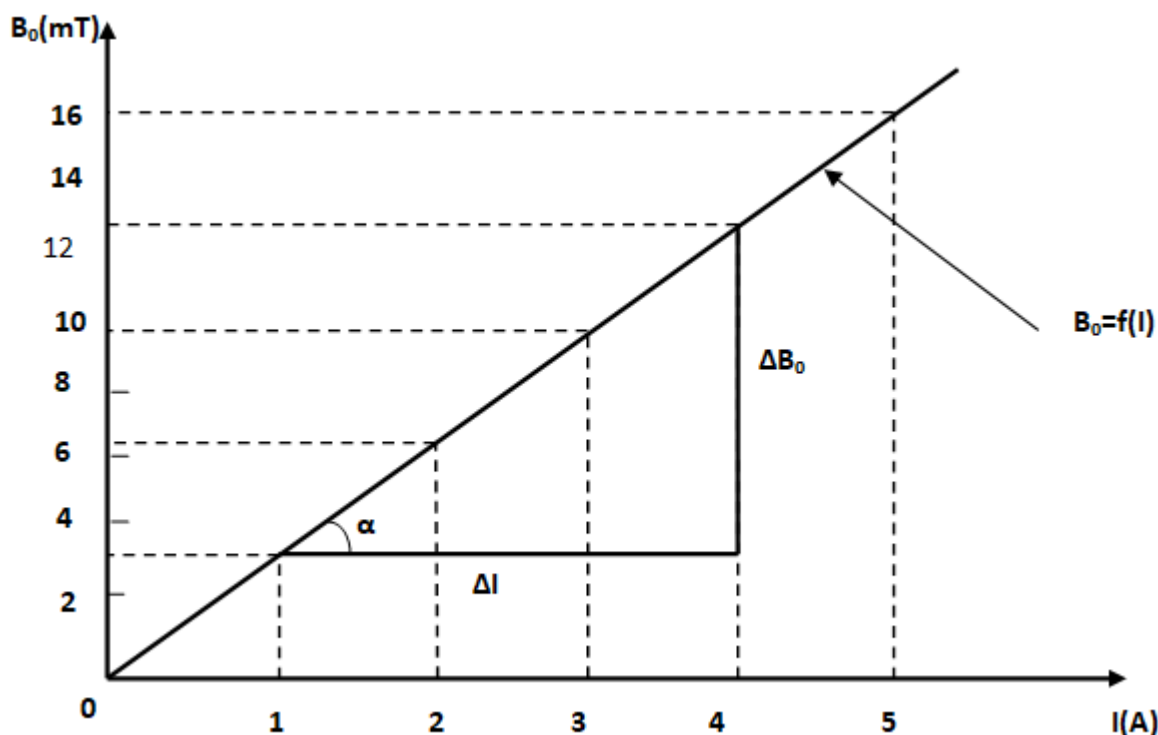
* projectons suivants les axes (xx') et (yy')

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} (xx') \\ (yy') \end{matrix} \mid \vec{R} \begin{pmatrix} O \\ R \end{pmatrix} + \vec{P} \begin{pmatrix} O \\ -P \end{pmatrix} + \vec{F} \begin{pmatrix} -F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \end{pmatrix} \\ \Rightarrow R &= P + F \sin \alpha \Rightarrow R = mg + F \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\text{AN : } R = 10^{-2} \times 9,8 + 5 \times 10^{-3} \times \sin(4,68) = 0,096 \text{ N.}$$

Donc $R = 0,1 \text{ N.}$

Exercice 7 : 7.1-) Traçons la représentation graphique de la fonction $B_0 = f(I)$



7.2-) On donne $l = 4 \times 10^{-1} \text{ m}$ et $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N.A}^{-1}$

On sait que $B = \mu_o \frac{N}{L} I \Rightarrow B = aI$

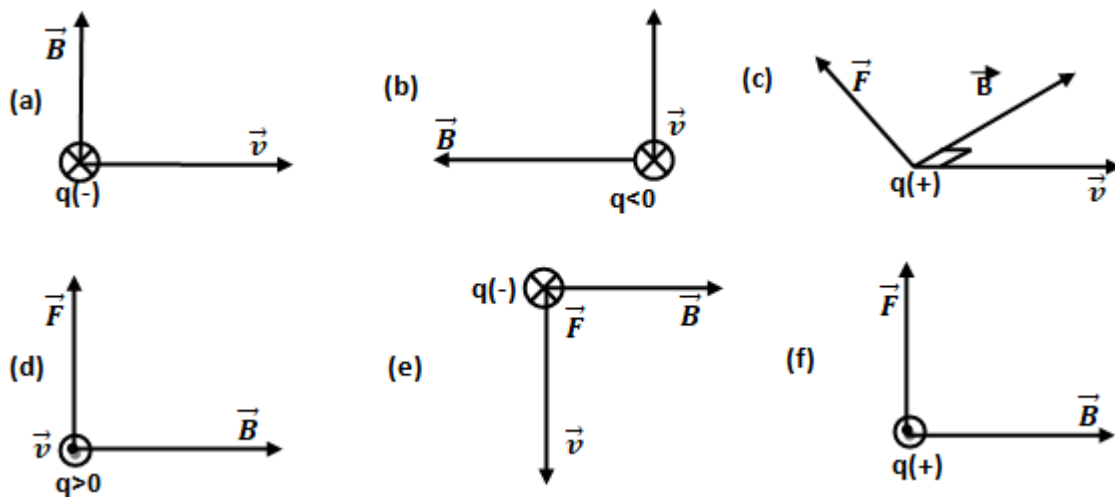
a est la pente de la courbe $B = f(I)$ et se calcul grace au graphe.

$$a = \tan(\alpha) = \frac{\Delta B_0}{\Delta I} = \frac{(13,3 - 3,2) \times 10^{-3}}{4 - 1} = 3,37 \times 10^{-3}$$

$$\text{Or par identification } a = \mu_o \frac{N}{l} \Rightarrow \mu_o \frac{N}{l} = 3,37 \times 10^{-3} \text{ N} = \frac{3,37 \times l}{\mu_o \times 10^3}$$

$$\text{AN : } N = \frac{3,37 \times 4 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}} = 10^3 \text{ spires.}$$

Exercice 8 : 8.1-) Représentation du vecteur manquant.



Règle de la main droite : La paume de la main indique le sens de $\vec{B}$, les doigts indiquent le sens de $\vec{I}$ ou $\vec{V}$,

le pouce indique le sens de $\vec{F}$. Le sens de l'un des vecteurs est inversé si $q < 0$.

8.2.1.1-) Représentation de $\vec{F}$ et sens de déplacement.

le sens de déplacement de la barre est celui de $\vec{F}$.

8.2.1.2-) caractéristiques de cette force :

- Point d'application : milieu O de MN
- Direction : perpendiculaire à MN
- Sens : tel que $\vec{F}$, $I\vec{MN}$ et $\vec{B}$ forme un trièdre directe (voir figure)

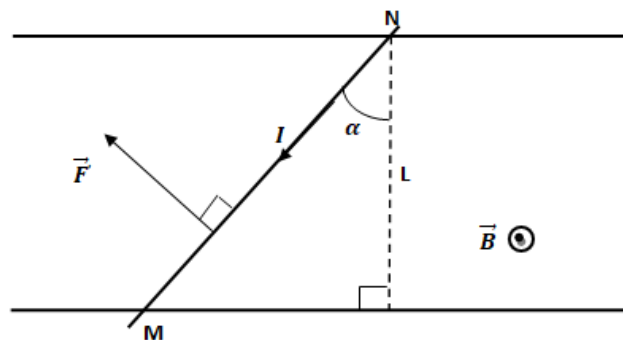
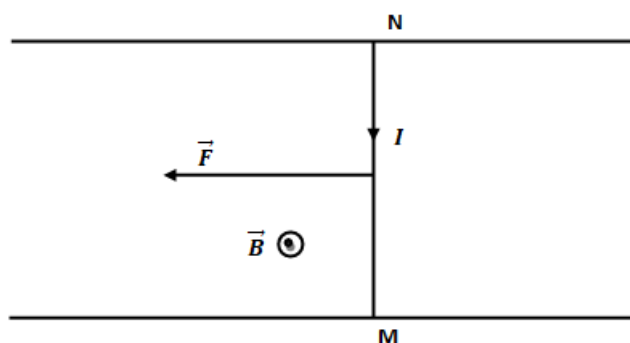
- Module : $F = ILB \sin(\vec{I\vec{L}}, \vec{B}) \Rightarrow F = ILB$ car $\sin(\vec{I\vec{L}}, \vec{B}) = \sin(90) = 1$

A.N : $F = 2 \times 0,1 \times 0,5 = 0,1N$.

8.2.1.3-) Représentations et déduisons la nouvelle valeur de F sachant que $\alpha = 30^\circ$

$$F' = ILB, \text{ or } \cos(\alpha) = \frac{L}{L'} \Rightarrow L' = \frac{L}{\cos \alpha} \Rightarrow F' = \frac{ILB}{\cos \alpha}$$

$$\text{A.N : } F' = \frac{0,1}{\cos 30^\circ} = 0,115N$$



Chapitre 2

LES LOIS DE NEWTON

A-) Le mouvement

1-) Le centre d'inertie : Le centre d'inertie noté G d'un ensemble de n solides élémentaires M_i est le barycentre de ces points M_i quasi-ponctuels affecté des coefficients égaux aux masses m_i de ces solides.
 $\sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$ qui s'écrit dans un repère d'origine O.
 $m\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{OM_i}$, avec $m = \sum_{i=1}^n m_i$

B-) Les paramètres cinématiques du mouvement :

1-) Trajectoire : La trajectoire d'un mobile est l'ensemble des positions successives qu'il occupe dans l'espace au cours de son mouvement. Elle peut être rectiligne ou curviligne.

2-) Vecteur position : Pour un mobile M dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le vecteur position est donné par $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
Sa norme est $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ (en mètre); x, y et z sont des fonctions de temps que l'on peut écrire $x(t), y(t), z(t)$.

3-) Vecteur vitesse : Le vecteur vitesse instantanée ou vecteur vitesse à la date t du mobile M est donné par la relation

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

Remarque : la vitesse se mesure à l'aide du **Tachymètre** ou du **cinémomètre**.

N.B : En coordonnée curviligne, puisque $S = R\theta$, on obtient la relation $V = R\frac{d\theta}{dt}$, on retrouve $S = R\theta$.

θ est appelé vitesse angulaire du mobile M et s'exprime en $rad.s^{-1}$

3-) Vecteur accélération : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2(\overrightarrow{OM})}{dt^2}$; a s'exprime en $m.s^{-2}$

- En coordonnées cartésiennes

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

- En coordonnées curviligne

Dans une base $(\vec{t}, \vec{n})$ appelée de FRENET, on a $\vec{a} = a_t\vec{t} + a_n\vec{n}$

$$\text{avec } \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} & (\text{accélération tangentielle}) \\ a_n = \frac{v^2}{R} & (\text{accélération normale}) \\ R = \text{Rayon de la trajectoire} \end{cases}$$

Remarques : • Si $\vec{a} \cdot \vec{v}$ est positif, on a un mouvement accéléré.

• Si $\vec{a} \cdot \vec{v}$ est négatif, on a un mouvement retardé ou freiné.

• Si $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$, le mouvement est uniforme.

N.B : • On a la relation $a = R\ddot{\theta}$ avec $\ddot{\theta}$ accélération angulaire.

• Un référentiel ou solide de référence est un système par rapport auquel on définit le mouvement d'un mobile.

• Enoncé du principe d'inertie ou 1^{er} théorème de Newton :

Dans un référentiel Galiléen, lorsqu'un solide est isolé ou pseudo-isolé, son centre d'inertie G est :

- Soit au repos, si G est initialement au repos, $\vec{v}_0 = \vec{0}$

- Soit animé d'un mouvement uniforme rectiligne uniforme ou mouvement ...; $\vec{v}_0 = \vec{cte}$ (cte = constante)

• **Enoncé du théorème du centre d'inertie**

Dans un référentiel Galiléen, la somme vectoriel des forces appliquées à un solide est égale au de la masse m du solide par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie G.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$$

C-) Dynamique d'un solide en :

1-) Translation : La relation $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ traduit le théorème du centre d'inertie.

• Moment d'inertie de quelques solides :

- circonférence cylindrique très mince $J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$

- tige de longueur l :

• $J_\Delta = \frac{1}{12}ml^2$ si l'axe de rotation passe par son centre

• $J_\Delta = \frac{1}{3}ml^2$ si l'axe de rotation passe par l'une de ses extrémité

- sphère pleine $J_\Delta = \frac{2}{5}mr^2$

Théorème de HUYGHENS : Le moment d'inertie d'un solide de masse m par rapport à un axe (Δ_0) est égale à son moment d'inertie par rapport à un axe (Δ) parallèle à (Δ_0) et passant par son centre de gravité augmenté du produit md^2 , d étant la distance séparant les deux axes.

on a donc $J_{\Delta_0} = J_\Delta + md^2$

2-) Rotation : la relation $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta}$ traduit le théorème du centre d'inertie pour un mobile en rotation.

- Si $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$, alors $\ddot{\theta} = 0$ ou $\dot{\theta} = cte$

- Si $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = cte$, alors $\ddot{\theta} = cte$ donc le mouvement du solide est un mouvement circulaire uniformément varié.

Remarque : Pour qu'un solide soit en équilibre dans un référentiel galiléen, il faut donc que $\sum \vec{F}_{ext} = 0$ et $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$

Moment cinétique :

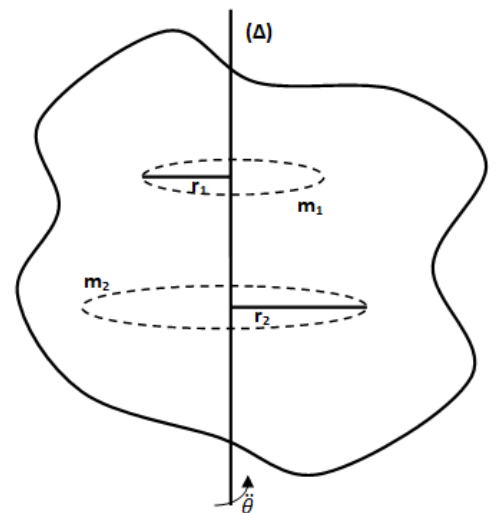
On appelle moment cinétique du point matériel A par rapport à l'axe (Δ) , le moment par rapport à cet axe de son vecteur quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}$. On a $\sigma = \vec{OA} \wedge \vec{p}$.

• Exprimons le moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe (Δ) .

$$\sigma = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2) \dot{\theta} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \dot{\theta}$$

La quantité $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_\Delta$ est appelée moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Δ) , d'où

$$\sigma = J_\Delta \dot{\theta} \text{ où } J_\Delta \text{ en } Kg.m^2 \text{ et } \dot{\theta} \text{ la vitesse angulaire en } rad.s^{-1}$$



PRINCIPE

Il nous sera demandé la plupart du temps de donner l'expression d'une variable (accélération linéaire ou angulaire) en fonction d'autres variables intervenant dans les exercices, le principe est le suivant :

1-) Diviser pour reigner

Diviser notre système en autre sous systèmes ceci en fonction du nombre de solides que nous devons étudier.

2-) Utiliser $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ si dans le i-ème sous-système notre solide effectue uniquement un mouvement de translation (Exercices 7,8 et 9).

3-) Utiliser $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta}$ si le i-ème sous-système de notre solide effectue uniquement un mouvement de rotation (exercices 7,8,9).

4-) Utiliser $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta}$ et $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ si notre solide effectue à la fois un mouvement de rotation et de translation (voir exercices 6).

5-) Dans le cas d'un système où il y a des solides en mouvement de rotation et d'autres en mouvement de translation, on utilisera la relation $a = R\ddot{\theta}$ pour une égalité comportant soit uniquement l'accélération linéaire et d'autres variables différentes de $\ddot{\theta}$, soit uniquement l'accélération angulaire et d'autres variables différentes de a pouvant ainsi donner les expressions de ceux-ci en fonction des variables de notre exercice (exercices 6,7,8 et 9).

6-) Et finalement faire une relation entre nos n sous-système en utilisant une égalité entre certaines forces (généralement deux tensions dans un fil reliant deux sous-systèmes, car celles-ci auront toujours la même valeur tant que le fil est inextensible et de masse négligeable).

EXERCICES

Exercice 1* : 1-) Définir : Trajectoire, dynamique, référentiel

2-) Énoncer

a) Le principe de l'inertie

b) Le théorème du centre d'inertie

c) Le principe des actions réciproques

4-) Dans quel référentiel le principe de l'inertie s'applique ?

Exercice 2* : Linda et Anne jouent au billard dans une cours horizontale que l'on supposera parfaitement lisse. La bille de Linda lancée avec une vitesse $v_1 = 5\text{ m/s}$ rencontre la bille de Anne immobile. On admettra que la bille de Linda est trois fois plus lourde que celle de Anne.

A-) Dans un premier cas on suppose que les deux billes s'accrochent et vont dans la même direction que la bille lancée par Linda.

1-) Calculer la vitesse v_G de l'ensemble après le choc.

B-) Dans un deuxième cas on suppose que la bille de Linda va dans une direction qui fait un angle de 30° avec $\vec{V}_1$. La bille de Anne quand à elle se met en mouvement avec une vitesse $\vec{v}_2$ qui fait avec la direction de $\vec{v}_1$ un angle de 60° .

1-) Quelle est la nature du choc dans ce cas ?

2-) Calculer les vitesses v'_1 et v'_2 des billes juste après le choc.

Exercice 3** : Trois tiges identiques de masse m et de longueur l sont soudées par les extrémités de manière à former un triangle équilatéral.

3.1-) Calculer le moment d'inertie du triangle par rapport à un axe passant par l'un de ses sommets et perpendiculaire au plan du triangle.

3.2-) Calculer le moment d'inertie du triangle par rapport à un axe passant par le milieu de l'un de ses cotés et perpendiculaire au plan du triangle.

3.3-) Calculer le moment d'inertie par rapport à un axe passant par le centre de gravité du triangle et perpendiculaire au plan du triangle.

Exercice 4** : Une tige de fer de masse m et de longueur l est accrochée au plafond par intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable passant par son centre. On soude à ces extrémités deux

boules pleines supposées préalablement ponctuels, l'une de masse $3m$ et l'autre de masse $2m$.

4.1-) Déterminer le centre de gravité du système (barre - boules).

On suppose maintenant que la boule de masse $3m$ a un rayon $r = \frac{1}{5}l$ et celle de masse $2m$ un rayon $r' = \frac{1}{6}l$.

4.2-) Donner en fonction de m et l l'expression du moment d'inertie J_Δ de l'ensemble par rapport à :

a) Un axe parallèle au fil et passant par le centre de masse de la barre.

b) Un axe parallèle au fil et passant par le centre de gravité de la boule de masse $3m$.

Exercice 5 :** L'équation horaire de l'abscisse x d'un mouvement rectiligne est $x(t) = 2t^4 + t^2$ (x en m)

5.1-) Comment peut-on repérer le mouvement de ce mobile ?

5.2-) Déterminer :

5.2.1-) le module du vecteur vitesse à l'instant $t = 3,5s$.

5.2.2-) Déterminer les intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est accéléré, retardé.

Exercice 6 :** Un disque de masse M et de rayon R est suspendu à l'aide d'une corde de masse négligeable enrouler autour de sa circonférence. Démontrer que l'accélération de ce disque est $\frac{2g}{3}$.

Exercice 7 :** Une poulie assimilable à un disque de rayon $R = 7,5cm$ a une masse $M = 750g$, elle est parfaitement mobile autour d'un axe perpendiculaire à sa surface et passant par son centre.

7.1-) Calculons le moment d'inertie

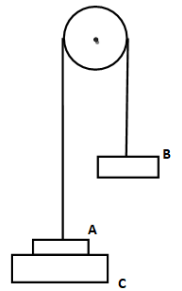
du cylindre par rapport à son axe de rotation.

7.2-) Un fil inextensible de masse négligeable, supportant à chacune de ses extrémités deux corps A et B de masse m , le fil est passer sur une poulie sans possibilité de glissement et le système reste à l'équilibre. On fisse alors un autre corps C de masse m_C comme l'indique la figure ci-contre.

7.2.1-) Déterminer alors le sens du mouvement du système constituer des corps A et C.

7.2.2-) Etablir l'expression des accélérations des corps A, B et C en fonction de m , m_C , J_Δ , R et g .

7.2.3-) Calculer sa valeur pour $m = 500g$, $m_C = 150g$ et $g = 9,73N/kg$.



Exercice 8* : Un chariot de masse $M = 0,5 Kg$ est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 70^\circ$, celui-ci est accroché à une poulie de centre d'inertie $J_\Delta = 9 \times 10^{-3} Kg.m^2$ et de rayon $R = 30cm$ par l'intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable comme l'indique le schéma ci-dessous.

Celui-ci descend alors le long de la ligne de plus grande pente sans vitesse initiale. On donne $g = 9,8N/Kg$.

8.1-) Reproduire le schéma et représenter les forces extérieures qui s'applique sur le système.

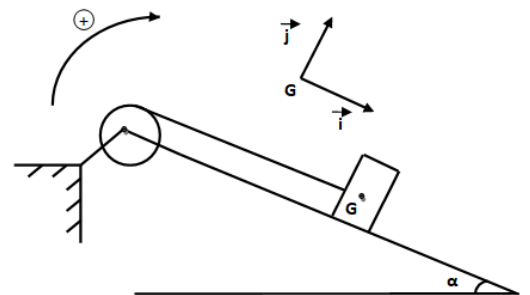
8.2-) Exprimer l'accélération linéaire du chariot en fonction de la tension T du fil, g , α et M .

8.3-) Exprimer l'accélération angulaire de la poulie en fonction de T , J_Δ , g , r

8.4-) Exprimer T puis $\ddot{\theta}$ en fonction de M , J_Δ , g , r et α .

8.5-) Déterminer le résultat de 8.2) puis de 8.3) en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

8.6-) Calculer la valeur de a et de $\ddot{\theta}$.



Exercice 9* :** Deux solides (S1) et (S2) sont accrochés à deux poulies de rayons respectifs $R_1 = 200mm$ et $R_2 = 100mm$ et de moment d'inertie identique J_Δ , (S2) a une masse $m_2 = 200g$.

9.1-) Déterminer la valeur de la masse m_1 qui permet de réaliser l'équilibre du dispositif.

9.2-) Pour $m_1 = 150Kg$ indiquer le sens du mouvement du système.

9.3-) Reproduire le schéma et représenter les forces extérieures appliquées au système.

9.4-) En appliquant les lois de Newton déterminer l'accélération théorique du mouvement de la masse m_1 en fonction de J_Δ .

9.5-) Ecrire la relation entre les dénivellations h_1 et h_2 et l'angle θ effectué par un point de chaque poulie.

9.6-) Ecrire une relation entre les dénivellations h_1 et h_2 des deux masses.

9.7-) Etude expérimentale : Un ordinateur a permis de relever les valeurs de la dénivellation h_1 avec le temps, on a obtenu le tableau suivant :

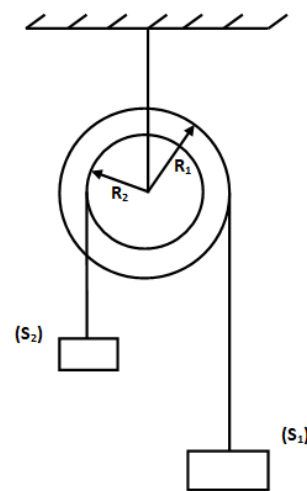
h_1 (m)	0.2	0.4	0.6	0.8	1
t(s)	0.71	1.02	1.24	1.42	1.60

9.7.1-) Construire la graphe $h_1 = f(t^2)$

9.7.2-) En déduire la nature du mouvement de (S_1)

9.7.3-) Déduire du graphe l'accélération de (S_1)

9.7.4-) Trouver alors la valeur du moment d'inertie J_Δ de la poulie.



SOLUTIONS

Exercice 1 : 1-) Définitions des termes trajectoire et référentielle (voir cours).

La dynamique : est l'étude des mouvements des corps en relation avec leurs causes.

2-) Les différents types de référentiels sont : le référentiel de Copernic ou héliocentrique, le référentiel Galiléen ou inertiel, le référentiel terrestre et le référentiel géocentrique.

3-) Enonçons :

a) Le principe d'inertie (voir cours)

b) Le théorème du centre d'inertie (voir cours)

c) Le principe des actions réciproques : Lorsqu'un solide (S) exerce sur un autre solide (S') une force $\vec{F}_{S/S'}$, au même instant le solide (S') exerce sur le solide (S) une force $\vec{F}_{S'/S}$, $\vec{F}_{S/S'}$ et $\vec{F}_{S'/S}$ sont directement opposées, ont même droite d'action et même valeur. Nous pouvons donc écrire :

$$\vec{F}_{S/S'} = -\vec{F}_{S'/S}$$

4-) Le principe d'inertie est applicable dans un référentiel Galiléen.

Exercice 2 : On a $v_1 = 5$ m/s, soit m la masse de la bille de Anne alors celle de la bille de Linda est $3m$.

A-1) Calculons la vitesse v_g de la bille après le choc.

- Avant le choc :

$$\vec{P} = 3m\vec{V}_1$$

- Après le choc :

$$\vec{P}' = (3m + m)\vec{V}_g$$

- Conservation de la quantité de mouvement $\vec{P} = \vec{P}'$

$$\Rightarrow 3m\vec{V}_1 = 4m\vec{V}_g \text{ en projetant}$$

cette égalité sur l'axe (xx'), on a :

$$3mV_1 = 4mV_G \Rightarrow V_G = \frac{3m}{4m}V_1$$

$$\text{Donc } V_G = \frac{3}{4}V_1$$

$$\text{AN : } V_G = 3.75 \text{ m/s.}$$

B-) 1-) L'angle $(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = \frac{\pi}{2}$ donc il s'agit d'un choc parfaitement élastique.

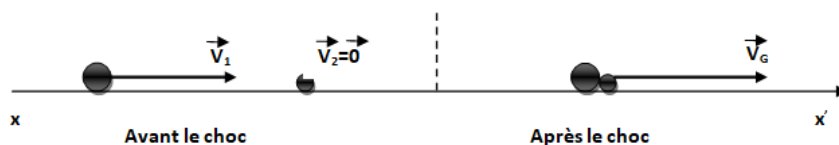
2-) Calcul de V'_1 et V'_2 .

- Avant le choc :

$$\vec{P} = 3m\vec{V}_1$$

- Après le choc :

$$\vec{P}' = 3m\vec{V}'_1 + m\vec{V}'_2$$



- Conservation de la quantité

de mouvement :

$$\vec{P} = \vec{P}'$$

$$\Rightarrow 3m\vec{V}_1 = 3m\vec{V}_1' + m\vec{V}_2'$$

En projetant cette égalité sur l'axe (xx') et en simplifiant l'égalité par la masse m, on obtient

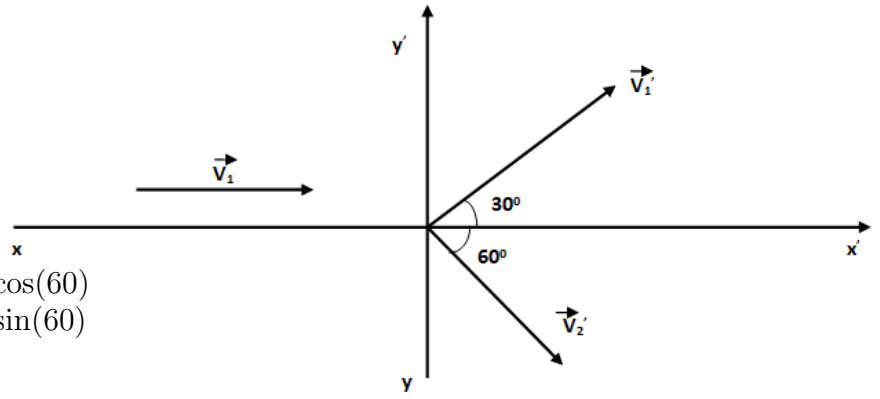
$$\begin{cases} (xx') \left\{ \begin{aligned} 3V_1 &= 3V_1' \cos(30^\circ) + V_2' \cos(60^\circ) \\ (yy') \left\{ \begin{aligned} 0 &= 3V_1' \sin(30^\circ) - V_2' \sin(60^\circ) \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}}{2}V_1' + \frac{1}{2}V_2' = 15 \\ \frac{3}{2}V_1' - \frac{\sqrt{3}}{2}V_2' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} V_1' = 3.49 \\ V_2' = 4.28 \end{cases}$$

Donc $V_1' = 3.49$ m/s et $V_2' = 4.28$

m/s .



Exercice 3 : 3.1- Moment d'inertie de l'ensemble sachant que (Δ) passe par l'un de ces sommets .

On a $J_\Delta = J_{AB/\Delta} + J_{BC/\Delta} + J_{AC/\Delta}$

Or d'après le théorème de Huyghens (Δ passe par A)

$$\bullet J_{AB/\Delta} = J_{AB} + m(AG_1)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{ml^2}{4} = \frac{1}{3}ml^2$$

$$\bullet J_{AC/\Delta} = J_{AC/\Delta} = \frac{1}{3}ml^2$$

$$\bullet J_{BC/\Delta} = J_{BC} + m(AG_2)^2$$

Or dans le triangle ABG_2 , on a : $AG_2^2 = AB^2 - BG_1^2 \Rightarrow AG_2^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}l^2$.

$$\text{D'où } J_{BC/\Delta} = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{3}{4}l^2\right) = \frac{5}{6}ml^2$$

$$\text{d'où } J_\Delta = J_{AB/\Delta} + J_{BC/\Delta} + J_{AC/\Delta} = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{5}{6}ml^2 + \frac{1}{3}ml^2 = \frac{3}{2}ml^2 \text{ Donc } \mathbf{J_\Delta = \frac{3}{2}ml^2}$$

3.2- Moment d'inertie de l'ensemble sachant que (Δ) passe par le milieu de l'un de ses côtés.

On a $J'_\Delta = J_{AB/\Delta} + J_{BC/\Delta} + J_{AC/\Delta}$

Or d'après le théorème de Huyghens (on supposera que (Δ) passe par le milieu de AB)

$$\bullet J_{AB/\Delta} = \frac{1}{12}ml^2$$

$$\bullet J_{BC/\Delta} = J_{AC/\Delta} = J_{AC} + m(G_1G_2)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

$$\text{d'où } J'_\Delta = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{3}ml^2$$

$$\text{Donc } J'_\Delta = \frac{3}{4}ml^2$$

3.3- Moment d'inertie de l'ensemble sachant que (Δ) passe par son centre de gravité G.

On a $J''_\Delta = J_{AB/\Delta} + J_{BC/\Delta} + J_{AC/\Delta}$

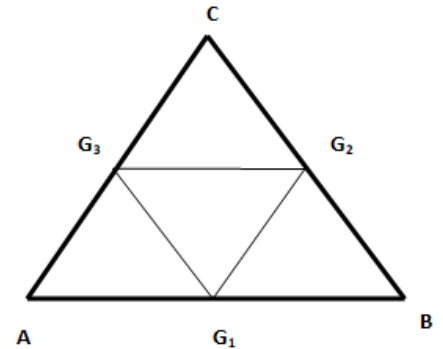
Or d'après le théorème de Huyghens.

$$J_{AB/\Delta} = J_{BC/\Delta} = J_{AC/\Delta} = \frac{1}{12}ml^2 + m(GG_1)^2$$

$$\text{Or } GG_1 = \frac{1}{3}CG_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}l\right) = \frac{\sqrt{3}}{6}l$$

$$\text{D'où } J''_\Delta = 3J_{AB/\Delta} = 3\left(\frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{\sqrt{3}}{6}l\right)^2\right)$$

$$\text{Donc } J''_\Delta = \frac{1}{2}ml^2$$



Exercice 4 : La figure suivante illustre la situation, les boules sont préalablement supposées ponctuels.

4.1- Déterminons le centre de gravité du système.

D'après le théorème du centre d'inertie, on a : $\sum_{i=1}^n m_i \vec{OG} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{OM}_i$

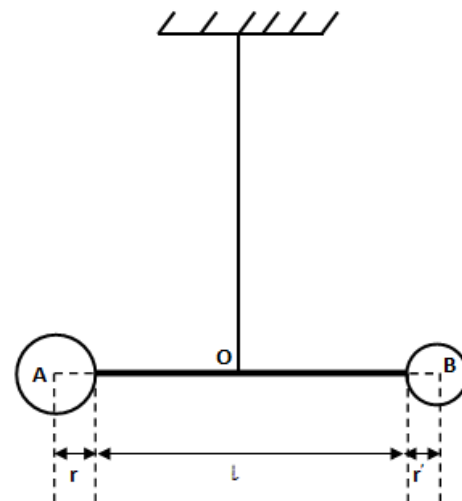
dans notre cas en prenant comme origine le point O indiquer sur le schéma, on a :

$$\sum_{i=1}^3 m_i \vec{OG} = \sum_{i=1}^3 m_i \vec{OM}_i$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (3m + 2m + m)\vec{OG} &= 3m\vec{OA} + 2m\vec{OB} + m\vec{OO} \\ \text{Or } \vec{OO} &= \vec{0} \text{ et } \vec{OB} = -\vec{OA} \\ \text{d'où } 6m\vec{OG} &= 3m\vec{OA} + 2m(-\vec{OA}) \\ \Rightarrow 6m\vec{OG} &= m\vec{OA} \\ \text{Donc } \vec{OG} &= \frac{1}{6}\vec{OA} \end{aligned}$$

Conclusion : $OA = \frac{l}{2}$ d'où $OG = \frac{1}{12}l$ donc le point G est situé à $\frac{1}{12}l$ du point O en allant vers le point A.

On a maintenant (A) de rayon $r = \frac{1}{5}l$ et (B) de rayon $r' = \frac{1}{6}l$



4.2-) Donnons en fonction de m et l l'expression de J_{Δ} par :

a) Δ parallèle au fil et passant par O.

$$J_{\Delta} = J_{A/\Delta} + J_{O/\Delta} + J_{B/\Delta}$$

Or d'après le théorème de Huyghens on a :

$$\bullet J_{A/\Delta} = \frac{2}{5}mr^2 + 3m(r + \frac{l}{2})^2 \text{ or } r = \frac{1}{5}l$$

$$= \frac{6}{5}(\frac{1}{5}l)^2 + 3m(\frac{l}{5} + \frac{l}{2})^2$$

$$= \frac{6}{125}ml^2 + 3 \times \frac{49}{100}ml^2 = \frac{759}{500}ml^2$$

$$\bullet J_{O/\Delta} = \frac{1}{12}ml^2$$

$$\bullet J_{B/\Delta} = 2 \times \frac{2}{5}mr'^2 + 2m(r' + \frac{l}{2})^2 \text{ or } r' = \frac{1}{6}l$$

$$= \frac{4}{5}m(\frac{1}{6}l)^2 + 2m(\frac{1}{6}l + \frac{l}{2})^2 = \frac{4}{180}ml^2 + \frac{8}{9}ml^2 = \frac{41}{45}ml^2$$

$$\text{d'où } J_{\Delta} = \frac{759}{500}ml^2 + \frac{1}{12}ml^2 + \frac{41}{45}ml^2 = \frac{5653}{2250}ml^2, \text{ Donc } J_{\Delta} = \frac{5653}{2250}ml^2$$

b-) (Δ) passe par le centre de la boule (A)

$$J'_{\Delta} = J_{A/\Delta} + J_{O/\Delta} + J_{B/\Delta}$$

Or d'après le théorème de Huyghens on a :

$$\bullet J_{A/\Delta} = \frac{2}{5}(3m)r^2 = \frac{6}{5}m(\frac{1}{5}l)^2 = \frac{6}{125}ml^2$$

$$\bullet J_{O/\Delta} = \frac{1}{12}l^2 + m(\frac{l}{2} + r)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m(\frac{l}{2} + \frac{l}{5})^2 = \frac{43}{75}ml^2$$

$$\bullet J_{B/\Delta} = \frac{2}{5}(2m)r'^2 + 2m(l + r + r')^2$$

$$= \frac{2}{5}(2m)(\frac{1}{6}l)^2 + 2m(l + r + r')^2$$

$$= \frac{2}{5}(2m)(\frac{1}{6}l)^2 + 2m(l + \frac{1}{5}l + \frac{1}{6}l)^2$$

$$= \frac{1}{45}ml^2 + \frac{1681}{450}ml^2 = \frac{1691}{450}ml^2$$

$$\text{d'où } J'_{\Delta} = \frac{6}{125}ml^2 + \frac{43}{75}ml^2 + \frac{1691}{450}ml^2 \text{ Donc } J'_{\Delta} = \frac{9853}{2250}ml^2.$$

NB : Dans la question 4.2), (A), (B) et (O) représentent respectivement la sphère de masse 3m, la sphère de masse 2m et la tige de masse m.

Exercice 5 : On a $x(t) = 2t^4 - t^2$ (x en m)

5.1-) On peut repérer le mouvement en prenant pour origine d'espace $x = 0$.

$x = 0 \Rightarrow 2t^4 - t^2 = 0 \Rightarrow t^2(2t^2 - 1) = 0 \Rightarrow t = 0$ ou $t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$; $t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ n'a aucune signification physique, nous avons pour origine de temps et d'espace : ($t = 0, x = 0$); ($t = +\frac{\sqrt{2}}{2}, x = 0$).

5.2-) Le module de $\vec{v}$ à l'instant $t = 3,5s$ $\vec{v} = \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} = (8t^3 - 2t) \vec{i}$. Pour $t = \frac{1}{2}$, $\vec{v} = (8(\frac{1}{2})^3 - 2(\frac{1}{2})) \vec{i} = 336 \vec{i}$

Donc $v = \sqrt{(336)^2}$ i.e $v = 336m/s$

5.2.2-) Le module de $\vec{a}$ à l'instant $t = 0s$.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (24t^2 - 2) \vec{i} \text{ pour } t = 0.$$

D'où $a = \sqrt{(-2)^2}$ Donc $a = 2m/s^2$

5.3-) Détermination des intervalles de temps le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v}$ nous donne

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = (24t^2 - 2)(8t^3 - 2t)(\|\vec{i}\| \cdot \|\vec{i}\| \cdot \cos(\widehat{\vec{i}, \vec{i}}))$$

$$\begin{aligned}
&= (24t^2 - 2)(8t^3 - 2t) = 4(12t^2 - 1)(4t^3 - t) \\
&= 4t(12t^2 - 1)(4t^2 - 1) \\
&= 192t(t - \frac{\sqrt{12}}{12})(t + \frac{\sqrt{12}}{12})(t - \frac{1}{2})(t + \frac{1}{2}) \\
&= 192t(t - \frac{\sqrt{3}}{6})(t + \frac{\sqrt{3}}{6})(t - \frac{1}{2})(t + \frac{1}{2})
\end{aligned}$$

le signe de $\vec{a} \cdot \vec{v}$ est donné par le tableau ci-dessous.

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{6}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4t$	-	-	-	+	+	+	+
$12t^2 - 1$	+	+	-	-	+	+	+
$4t^2 - 1$	+	-	-	-	-	+	+
$\vec{a} \cdot \vec{v}$	-	+	-	+	-	+	+

* Pour $t \in]-\infty, -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{\sqrt{3}}{6}, 0[\cup]\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2}[$ $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ donc le mouvement est retardé.

* Pour $t \in]-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{6}[\cup]0, \frac{\sqrt{3}}{6}[\cup]\frac{1}{2}, +\infty[$ $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ donc le mouvement est accéléré.

Exercice 6 : Déterminons $a = \frac{2g}{3}$.

On remarquera que le disque effectue à la fois un mouvement de rotation et de translation, d'où l'utilisation du principe (4).

- Système disque

- Référentiel terrestre supposé galiléen

- Inventaire des forces :

* $\vec{P}$: poids du disque

* $\vec{T}$: tension du fil

- Application du théorème du centre d'inertie :

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_G \\ \sum M_\Delta \vec{F}_{ext} = J_\Delta \ddot{\theta} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{P} + \vec{T} = M\vec{a}_G \\ M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) = J_\Delta \ddot{\theta} \end{cases} \quad (1)$$

Projectons (1) suivant $\vec{i}$, on a :

$$\begin{cases} P - T = ma_G \\ T.R = J_\Delta \ddot{\theta} \end{cases}$$

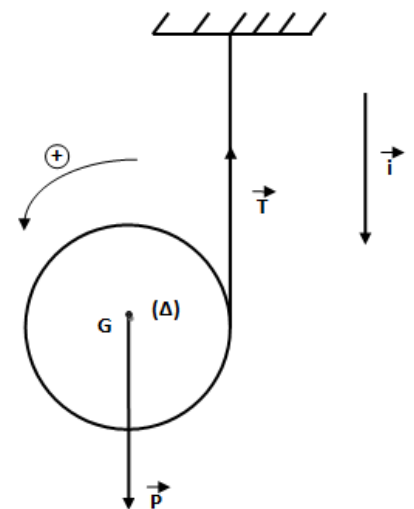
Or $P = mg$, $\ddot{\theta} = \frac{a}{R}$ et disque a pour moment d'inertie

$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$, on obtient :

$$\begin{cases} Mg - T = Ma_G \\ T.R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot (\frac{a_G}{R}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = Mg - Ma_G \\ T = \frac{1}{2}Ma_G \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow Mg - Ma_G = \frac{1}{2}Ma_G \Rightarrow \frac{3}{2}a_G = g \Rightarrow a_G = \frac{2}{3}g$$

Donc $a_G = \frac{2}{3}g$



Exercice 7 : On se donne $R = 75 \times 10^{-2}m$, $M = 0,75Kg$

7.1-) Calculons J_Δ

Cette poulie est assimilable à un disque, or le disque a un moment d'inertie $J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$

$$\text{AN : } J_\Delta = \frac{1}{2}(0,75)(75 \times 10^{-2})$$

$$\text{Donc } J_\Delta = 0,2Kg.m^2$$

7.2.1-) Les corps A et C ont un sens descendant.

7.2.2-) Donnons l'expression de l'accélération a en fonction de m, m_c , J_Δ , R et g.

Il est évident de voir que notre système sera divisé en trois sous systèmes comme l'indique le principe 1

• Système (1) le solide effectue un mouvement de translation d'où l'application du principe 2.

$$\sum (\vec{F}_{ext}) = m_B \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}_B + \vec{T}_B = m\vec{a}_G$$

en projetant cette égalité suivant le sens du mouvement, on obtient :

$$T_B - P_B = m_B a \Leftrightarrow T_B = P_B + m_B a \quad (*)$$

• Système (2) la poulie effectue un mouvement de rotation d'où l'utilisation du principe 3.

$$\sum M_\Delta (\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}') + M_\Delta(\vec{T}') + M_\Delta(\vec{T}_B') = J_\Delta \ddot{\theta}$$

Or $M_\Delta(\vec{R}) = M_\Delta(\vec{P}') = 0$ (car leurs droite d'action rencontre l'axe de la rotation).

$$\text{D'où } T.R - T'_B.R = J_\Delta \ddot{\theta} \Leftrightarrow T' - T'_B = \frac{J_\Delta}{R} \ddot{\theta} \quad (2^*)$$

• Système (3) les solides A et B effectuent des mouvements de translation, d'où l'utilisation du principe 2.

$$\sum \vec{F}_{ext} = M \vec{a} \Leftrightarrow P - T = Ma \text{ avec } M = m_A + m_c \Leftrightarrow T = P - Ma \quad (3^*)$$

Or $T_B = T'_B$ et $T = T'$ (car les fils sont inextensibles et de masses négligeables), d'où l'utilisation du principe 6.

(*) et (3*) dans (2*) nous donne :

$$T' - T'_B = \frac{J_\Delta}{R} \ddot{\theta} \Leftrightarrow T - T_B = \frac{J_\Delta}{R} \ddot{\theta} \Leftrightarrow (P - Ma) - (P_B + m_B a) = \frac{J_\Delta}{R} \ddot{\theta}$$

$$\text{Or } \ddot{\theta} = \frac{a}{R}, M = m_A + m_c, P = Mg = (m_A + m_c)g, P_B = m_B g \text{ et } m_A = m_B = m.$$

$$\text{D'où } a(-M - m_B - \frac{J_\Delta}{R^2}) = -P + P_B \Leftrightarrow a = \frac{-P + P_B}{-M - m_B - \frac{J_\Delta}{R^2}}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-(m_A + m_c)g + m_B g}{-(m_A + m_c) - m_B - \frac{J_\Delta}{R^2}} = \frac{m_c}{2m + m_c + \frac{J_\Delta}{R^2}} g$$

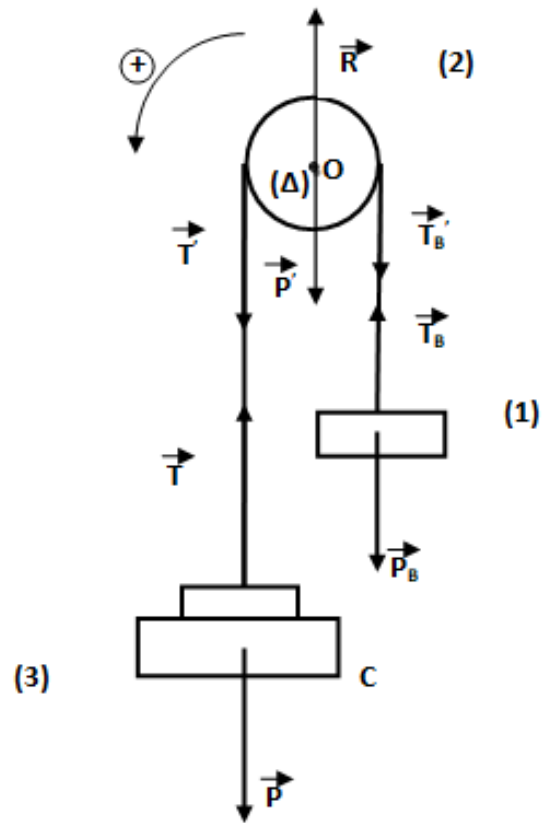
$$\text{Donc } a = \frac{m_c}{2m + m_c + \frac{J_\Delta}{R^2}} g$$

7.3.2-) Calculons sa valeur pour $m = 0,5\text{Kg}$, $m_c = 0,15\text{Kg}$ et $g = 9,73\text{N/Kg}$

$$a = \frac{0,15}{2 \times 0,5 + 0,15 + \frac{0,2}{(75 \times 10^{-2})^2}} \times 9,8 = 0,97$$

$$\text{Donc } a = 1\text{m/s}^2$$

N.B : Le principe de résolution étant maintenant un acquis, nous utiliserons maintenant le cheminement habituel (c'est-à-dire sans énoncer les principes à chaque étape) pour la résolution de ce genre de problème.



Exercice 8 : On a $M = 0.5\text{Kg}$, $\alpha = 70^\circ$, $J_\Delta = 9 \times 10^{-3}\text{Kg.m}^2$, $R = 0.3\text{m}$, $g = 9.8\text{N/Kg}$

8.1-) Voir schéma ci-dessous.

8.2-) Expression de $a = f(g, T, \alpha, M)$

- Système : (2)

- Référentiel d'étude : terrestre

- Repère : $(G, \vec{i}, \vec{j})$

- Inventaire des forces :

$\vec{P}$: Le poids du chariot ; $\vec{R}$: réaction du plan ; $\vec{T}$: tension du fil

- Application du théorème du centre d'inertie (T.C.I)

$$\sum \vec{F}_{ext} = M \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M \vec{a}_G \quad (*)$$

- Projection de (*) suivant $(G, \vec{i}, \vec{j})$

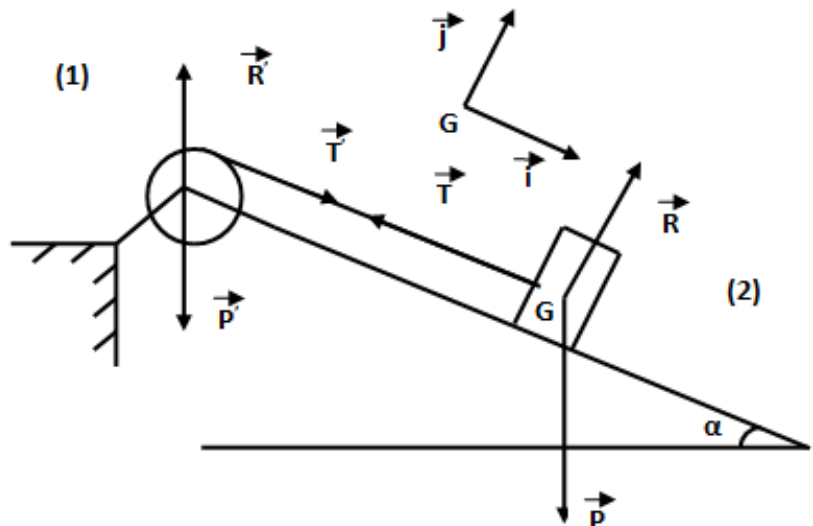
$$\vec{P} \begin{pmatrix} P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha \end{pmatrix} + \vec{R} \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} + \vec{T} \begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix} = M \vec{a}_G \begin{pmatrix} a_G \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P \sin \alpha - T = M a_G \\ -P \cos \alpha + R = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$a_G = a = g \sin \alpha - \frac{T}{M} \text{ Donc } a = g \sin \alpha - \frac{T}{M}$$

8.3-) Expression de $\ddot{\theta} = f(T, r, J_\Delta)$

- Système : (1)



- Référentiel : terrestre supposé galiléen

- Repère : $(G, \vec{i}, \vec{j})$

- Inventaires des forces :

$\vec{P}'$: poids de la poulie, $\vec{R}'$: réaction du plan sur la poulie, $\vec{T}'$: tension du fil.

- Application du théorème du centre d'inertie pour un solide en mouvement de rotation c'est-à-dire la relation fondamentale de la dynamique (R.F.D)

$$\sum M_{\Delta} \vec{F}_{ext} = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_{\Delta} \vec{P}' + M_{\Delta} \vec{R}' + M_{\Delta} \vec{T}' = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

Or $M_{\Delta} \vec{P}' = M_{\Delta} \vec{R}' = 0$ (car leurs droites d'action rencontrent l'axe de rotation (Δ)).

$$\text{D'où } M_{\Delta} \vec{T}' = J_{\Delta} \ddot{\theta} = T' \cdot r = J_{\Delta} \ddot{\theta} = \ddot{\theta} = \frac{T' \cdot r}{J_{\Delta}}$$

$$\text{Donc } \ddot{\theta} = \frac{T' \cdot r}{J_{\Delta}} \text{ avec } T' = T$$

8.4-) Exprimons :

$$\bullet T = f(M, J_{\Delta}, g, r, \alpha).$$

On sait que $x = r\theta \Rightarrow V = r\dot{\theta} \Rightarrow a = r\ddot{\theta} = \frac{T' r^2}{J_{\Delta}}$ or d'après 8.2), on a

$$a = g \sin \alpha - \frac{T}{M} \Rightarrow g \sin \alpha - \frac{T}{M} = \frac{T' r^2}{J_{\Delta}} \text{ Or } T = T'$$

$$\text{d'où } a = \frac{g \sin \alpha}{\frac{1}{M} + \frac{r^2}{J_{\Delta}}}$$

$$\bullet \ddot{\theta} = f(M, J_{\Delta}, g, r, \alpha).$$

$$\text{D'après 8.3 } \ddot{\theta} = \frac{T' \cdot r}{J_{\Delta}} = \frac{T \cdot r}{J_{\Delta}} = \frac{gr \sin \alpha}{r^2 + \frac{J_{\Delta}}{M}}$$

$$\text{Donc } \ddot{\theta} = \frac{gr \sin \alpha}{r^2 + \frac{J_{\Delta}}{M}}$$

8.5-) Trouvons le résultat 8.2) en utilisant le T.E.C

$$\Delta E_c = \sum W \vec{F}_{ext} \Rightarrow E_{cf} - E_{Ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} MV^2 = Mgd \sin \alpha - Td$$

En dérivant cette égalité par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{1}{2} M \frac{d(V^2)}{dt} = Mgd \sin \alpha \frac{d(d)}{dt} - T \frac{D(d)}{dt}$$

$$\Rightarrow M \cdot V \cdot a = Mgd \sin \alpha - T \cdot V \Rightarrow Ma = Mgd \sin \alpha - T$$

$$\text{Donc } a = g \sin \alpha - \frac{T}{M}$$

• Retrouvons le résultat de 8.3) en utilisant le T.E.C

$$\Delta E_c = \sum W \vec{F}_{ext} \Rightarrow \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 = Tr \theta$$

En dérivant cette égalité par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{d(\dot{\theta}^2)}{dt} = Tr \frac{d(\theta)}{dt} \Rightarrow J_{\Delta} \ddot{\theta} = Tr \dot{\theta}$$

$$\text{Donc } \ddot{\theta} = \frac{Tr}{J_{\Delta}}$$

8.6-) Application numérique

$$\ddot{\theta} = \frac{gr \sin \alpha}{r^2 + \frac{J_{\Delta}}{M}} = \frac{9.8 \times \sin(70) \times 0.5}{(0.5)^2 + \frac{9 \times 10^{-3}}{0.5}} = 25.58 \text{ rad/s}^2.$$

$$\text{Or } a = r\ddot{\theta} = 0.3 \times 25.58 = 7.67 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Donc } a = 7.67 \text{ m/s}^2 \text{ et } \ddot{\theta} = 25.58 \text{ rad/s}^2$$

Exercice 9 : On a $R_1 = 0.2\text{m}$, $R_2 = 0.1\text{m}$, $m_2 = 0.2\text{Kg}$

9.1-) Déterminons m_1 .

$$\text{A l'équilibre dans (3) on aura : } \sum \mathcal{M}_{\Delta} \vec{F}_{ext} = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{M}_{\Delta} \vec{R} + \mathcal{M}_{\Delta} \vec{P} + \mathcal{M}_{\Delta} \vec{T}'_1 + \mathcal{M}_{\Delta} \vec{T}'_2 = 0$$

$$\text{Or } \mathcal{M}_{\Delta} \vec{R} = \mathcal{M}_{\Delta} \vec{P} = 0$$

$$\text{d'où } \mathcal{M}_{\Delta} \vec{T}'_1 + \mathcal{M}_{\Delta} \vec{T}'_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow T'_1 \cdot R_1 - T'_2 \cdot R_2 = 0$$

$$\text{Or } T'_1 = T_1 = P_1, T'_2 = T_2 = P_2$$

$$\Leftrightarrow P_1 \cdot R_1 - P_2 \cdot R_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m_1 g R_1 - m_2 g R_2 = 0$$

$$\text{d'où } m_1 = \frac{m_2 R_2}{R_1}$$

$$\text{AN : } m_1 = \frac{0.2 \times 0.1}{0.2} = 0.1 \text{ Kg}$$

9.2-) Indiquons le sens du mouvement pour $m_1 = 150\text{Kg}$.

(Voir graphe)

9.3-) Voir schéma ci-dessous.

9.4-) Expression de a_1 en fonction de J_Δ .

* (1)

- Référentiel : terrestre supposé galiléen

- Inventaire des forces : $\vec{P}_1, \vec{T}_1$

- Application du T.C.I

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

En projetant suivant "le sens du mouvement", on obtient :

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow P_1 - m_1 a_1 = m_1 g - m_1 a_1$$

(*)

• System (2) :

- Référentiel : terrestre supposé galiléen

- Inventaire des forces : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$

En projetant l'égalité suivant "le sens du mouvement "

$$-P_2 + T_2 = m_2 a_2 \Leftrightarrow T_2 = P_2 + m_2 a_2 = \quad (3)$$

$m_2 g + m_2 a_2$ (**)

(*) System (3) :

- Référentiel terrestre supposé galiléen

- Inventaire des forces : $\vec{R}, \vec{P}, \vec{T}'_1, \vec{T}'_2$

- Application de la relation fondamentale de la dynamique (R.D.F)

$$\sum M_\Delta \vec{F}_{ext} = J_\Delta \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_\Delta \vec{R} + M_\Delta \vec{P} + M_\Delta \vec{T}'_1 +$$

$$M_\Delta \vec{T}'_2 = J_\Delta \ddot{\theta}$$

Or $M_\Delta \vec{R} = M_\Delta \vec{P} = 0$ (car leurs droites d'action rencontrent l'axe de rotation).

$$M_\Delta \vec{T}'_1 + M_\Delta \vec{T}'_2 = J_\Delta \ddot{\theta}$$

En considérant le sens positif indiquer sur le schéma

$$T'_1 \cdot R_1 - T'_2 \cdot R_2 = J_\Delta \ddot{\theta} \quad (3^*)$$

On a la relation $\ddot{\theta} = \frac{a_1}{R_1} = \frac{a_2}{R_2} \Leftrightarrow a_2 = \frac{R_2}{R_1} a_1$ et $\ddot{\theta} = \frac{a_1}{R_1}$

En remplaçant (*) et (**) dans (3*), et sachant que $T'_1 = T_1$ et $T'_2 = T_2$ (car les fils sont inextensibles et de masses négligeables).

$$(m_1 g - m_1 a_1) R_1 - (m_2 g + m_2 a_2) R_2 = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow m_1 g R_1 - m_1 R_1 a_1 - m_2 g R_2 - m_2 \frac{R_2^2}{R_1} a_1 = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow a_1 (m_1 R_1 + \frac{m_2 R_2^2}{R_1} + \frac{J_\Delta}{R_1}) = m_1 g R_1 - m_2 g R_2$$

$$\text{Donc } a_1 = \frac{g(m_1 R_1 - m_2 R_2)}{m_1 R_1 + \frac{1}{R_1}(m_2 R_2^2 + J_\Delta)}$$

$$\text{AN : } a_1 = \frac{9.8(150 \times 0.2 - 0.2 \times 0.1)}{150 \times 0.2 + \frac{1}{0.2}(0.2(0.1)^2 + J_\Delta)}$$

$$\text{Donc } a_1 = \frac{293.804}{30 + 0.1 + 5J_\Delta}$$

9.5-) Relation entre h_1 et θ

On a $h_1 = R_1 \cdot \theta$ (avec θ en rad)

$$\text{Donc } h_1 = 0.2\theta$$

9.6-) Ecrivons une relation entre h_1 et H_2

On a $h_1 = R_1 \theta$ et $h_2 = R_2 \theta$

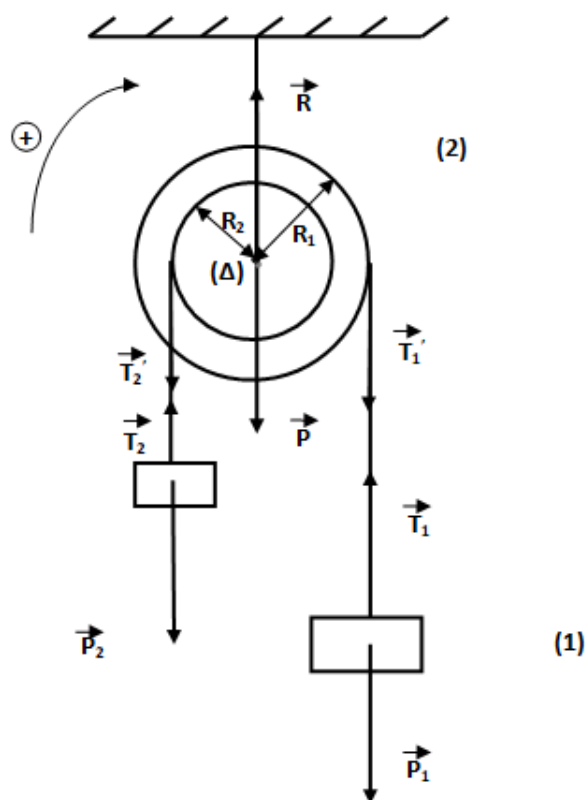
$$\text{D'où } \frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1 \theta}{R_2 \theta} \Leftrightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1}{R_2} \Leftrightarrow \frac{h_1}{0.1} = \frac{0.2}{0.1} = 2$$

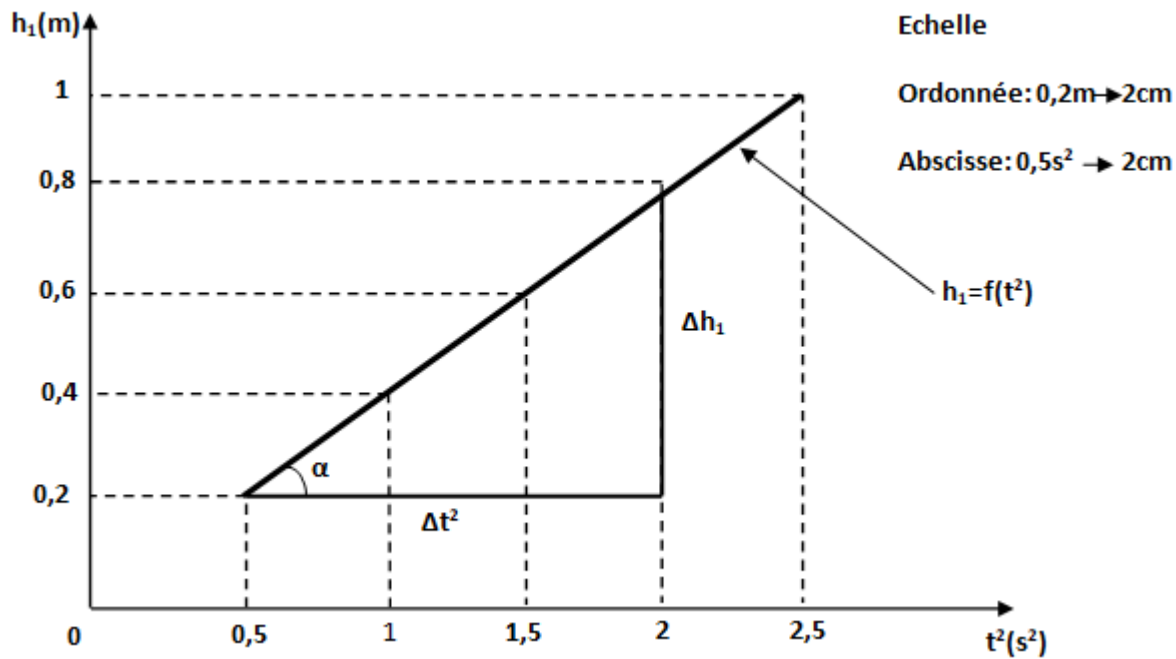
$$\text{Donc } h_1 = 2h_2$$

9.7-) Complétons le tableau pour les $t^2(s^2)$.

$h_1(m)$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$t^2(s^2)$	0.50	1.04	1.53	2.01	2.51

9.7.1-) Construction du graphe $h_1 = f(t^2)$.





9.7.2-) Déduisons la nature du mouvement

Il s'agit ici d'un mouvement uniformément accélérer.

9.7.3-) Déduisons du graphe la valeur de l'accélération de (S_1) . On sait que l'expression de h_1 en fonction de t^2 est $h_1 = (\frac{1}{2}a_1)t^2$ (chapitre 3).

$$\frac{1}{2}a_1 = \tan(\alpha) = \frac{\Delta h_1}{\Delta t^2} = \frac{0.6 - 0.2}{1.53 - 0.5} = 0.38 \Leftrightarrow \frac{1}{2}a_1 = 0.38 \Leftrightarrow a_1 = 2 \times 0.38 = 0.76 \text{ m/s}^2$$

Donc $a_1 = 0.76 \text{ m/s}^2$.

9.7.4-) Trouvons alors la valeur de J_Δ

D'après la question 9.4), on a

$$a_1 = \frac{293.804}{30.1 + 5J_\Delta} \Leftrightarrow 30.1a_1 + 5a_1J_\Delta = 293.804$$

$$\text{d'où } J_\Delta = \frac{293.804 - 30.1 \times 0.76}{5 \times 0.76} = 71.29 \text{ Kg.m}^2$$

Donc $J_\Delta = 71.3 \text{ Kg.m}^2$.

Chapitre 3

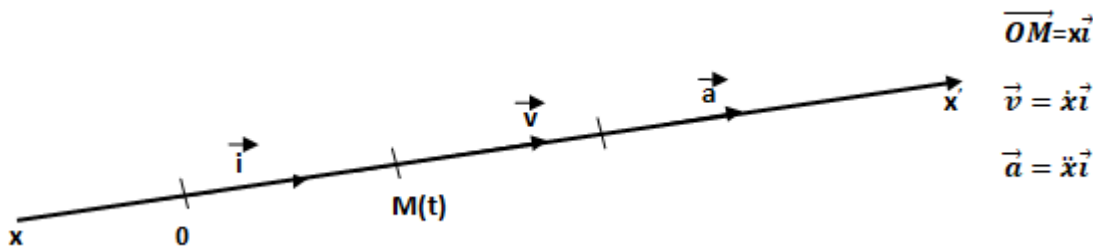
APPLICATION DES LOIS DE NEWTON A L'ETUDE DE QUELQUES MOUVEMENTS DANS UN CHAMPS UNIFORME

A-) Généralité sur les mouvements de translation rectiligne :

1-) Caractéristiques cinématique d'un mouvement : Le mouvement d'un mobile est caractérisé par : sa trajectoire, son vecteur position, son vecteur vitesse, son vecteur accélération.

2-) Les mouvements rectilignes :

2.1-) Définition : Un mobile effectue un mouvement rectiligne lorsque sa trajectoire est une droite. Les vecteurs position, vitesse et accélération d'un mobile en mouvement de translation rectiligne sont tous portés par la trajectoire.



Un mouvement rectiligne est dit uniforme lorsque son vecteur vitesse est constant en sens, en direction et en intensité à chaque instant. Nous avons $V = Cte = \frac{dx}{dt}$.

Les équations horaires caractéristiques de ce mouvement sont :

-L'accélération : $a = 0$.

-La vitesse à un instant t : $v = V_o$.

-La position à un instant t : $x(t) = v_o t + x_o$ ou x_o est la distance séparant notre mobile de l'origine à des temps d'origine $t = 0$ ie $x(t = 0) = x_o$

2.2-) Mouvement rectiligne uniformément varié :

Un mouvement rectiligne est dit uniformément varié lorsque son vecteur accélération est constant en sens, en direction et en intensité à chaque instant. Nous pouvons écrire $a = Cte = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 OM}{dt^2}$

Les équations horaires caractéristiques de ce mouvement sont :

-L'accélération : $a = Cte$.

-La vitesse à un instant t : $v = at + v_o$.

-La position à un instant t : $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o$

Remarques : • Propriétés du mouvement rectiligne uniformément varié : en éliminant la variable t entre les deux équations $v = at + v_o$ et $x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o$, on obtient $2a(x - x_o) = v^2 - v_o^2$. Cette relation permet de déterminer la vitesse (V) ou l'accélération (a).

• Pour un mouvement rectiligne uniformément varié, les espaces parcourus pendant des intervalles de

temps successifs et égaux θ forment une progression arithmétique de raison $r = a\theta^2$.

NB : La chute libre est le mouvement d'un corps soumis à la seule action de son poids, donc c'est le mouvement de chute dans le vide.

B-) Application aux mouvements plans :

1-) Définition d'un mouvement plan : Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen, le mouvement d'un mobile est dit plan lorsque l'une des coordonnées de son vecteur position est constamment nulle.

C-) Cas général : G est le centre d'inertie d'un projectile de masse m, soumis uniquement à son poids.

D'après la deuxième loi de Newton $\vec{P} = m\vec{a}_G$, soit $\vec{a}_G = \vec{g}$.

D-) Résolution dans un cas particulier :

1-) Description :

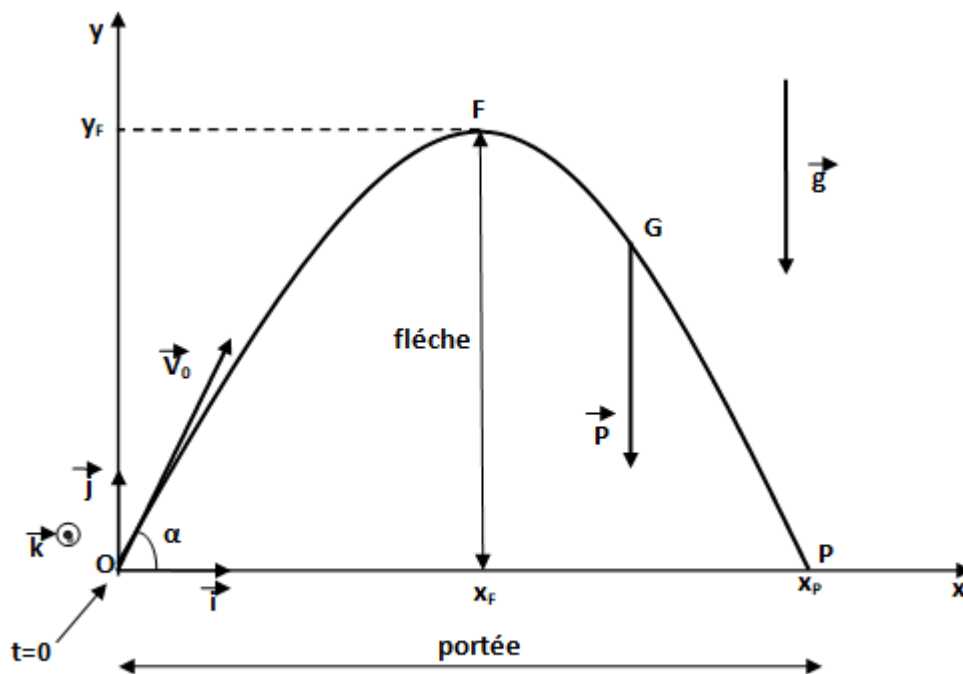


Figure 1

- $\vec{v}_0$ est dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- G est en O à $t = 0$ s

2-) Accélération, Vitesse, position :

$$\vec{a}_G \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}, \vec{V}_G \begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \alpha = Cte \\ \dot{y} = -gt + v_0 \sin \alpha \\ \dot{z} = 0 \end{cases}, \vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \sin \alpha t \\ z = 0 \end{cases}$$

3-) Equation de la trajectoire :

$$y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

Cette équation est de la forme $y = ax^2 + bx$ est celle d'une "parabole" d'axe vertical situé dans le plan de tir.

-La flèche qui est l'altitude maximale atteinte par G au dessus du point de lancement.

À cette altitude $V_G = 0$; soit $t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$; $Y_F = \frac{V_0^2 \sin^2 2\alpha}{2g}$

L'abscisse correspondante est $x_F = \frac{V_0 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$ car $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2(\alpha)$

-La portée : qui est la distance entre le point de lancement O et le point d'impact sur le plan horizontal. elle est donnée par la relation $x_P = 2x_F = \frac{V_o^2 \sin(2\alpha)}{g}$

Remarque : • Pour une vitesse initiale donnée, x_p est maximale pour $\sin(2\alpha) = 1$; soit $\alpha = \frac{\pi}{4} rad$
 Ainsi $x_{pmax} = \frac{v_o^2}{g}$
 • Pour $x_p < x_{pmax}$, pour un angle de tir α inconnu, x_p est maximal pour $\sin(2\alpha) = \frac{gx_p}{v_o^2}$. Cette équation admet deux solutions α_1 et α_2 telles que $2\alpha_2 = \pi - 2\alpha_1$; soit $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$
 par conséquent, deux angles de tir sont possibles pour obtenir une même portée horizontale.

E-) Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme :

1-) Description : Une particule de masse m et de charge q pénètre avec une vitesse $\vec{V}_0$ dans un champ électrique $\vec{E}$ qui existe entre les armatures d'un condensateur plan :

2-) Nature du mouvement :

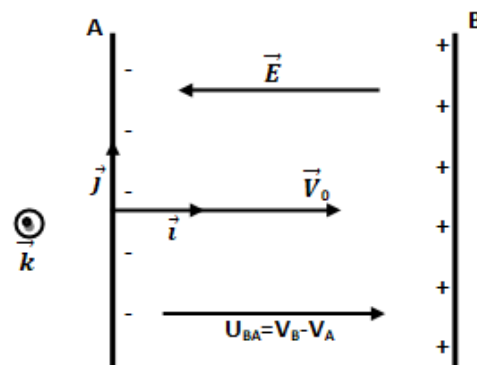
- système étudier : particule de masse m.
- référentiel : celui de laboratoire.
- forces : • $\vec{F} = q\vec{E}$ = force électrostatique
- $\vec{P} = m\vec{g} \ll \vec{F}$ c'est-à-dire très négligeable devant $\vec{F}$. - relation fondamentale de la dynamique (R.F.D) $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}_G$ $q\vec{E} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{E}$

L'accélération étant non nulle, le mouvement de la particule est uniformément varié d'accélération : $\vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{E}$.

3-) Cas particulier :

a) Description :

- $\vec{V}_0 // \vec{E}$.
 - $\vec{V}_0$ suit l'axe $\vec{i}$
 - G est en O à $t=0s$
- On sait que $\vec{F} = q\vec{E}$, d'où pour $q>0$ $\vec{F}$ est de même sens que $\vec{E}$ et pour $q<0$, ils sont de sens opposés (celui-ci n'est pas représenté sur la figure)



b) Accélération, Vitesse, Position :

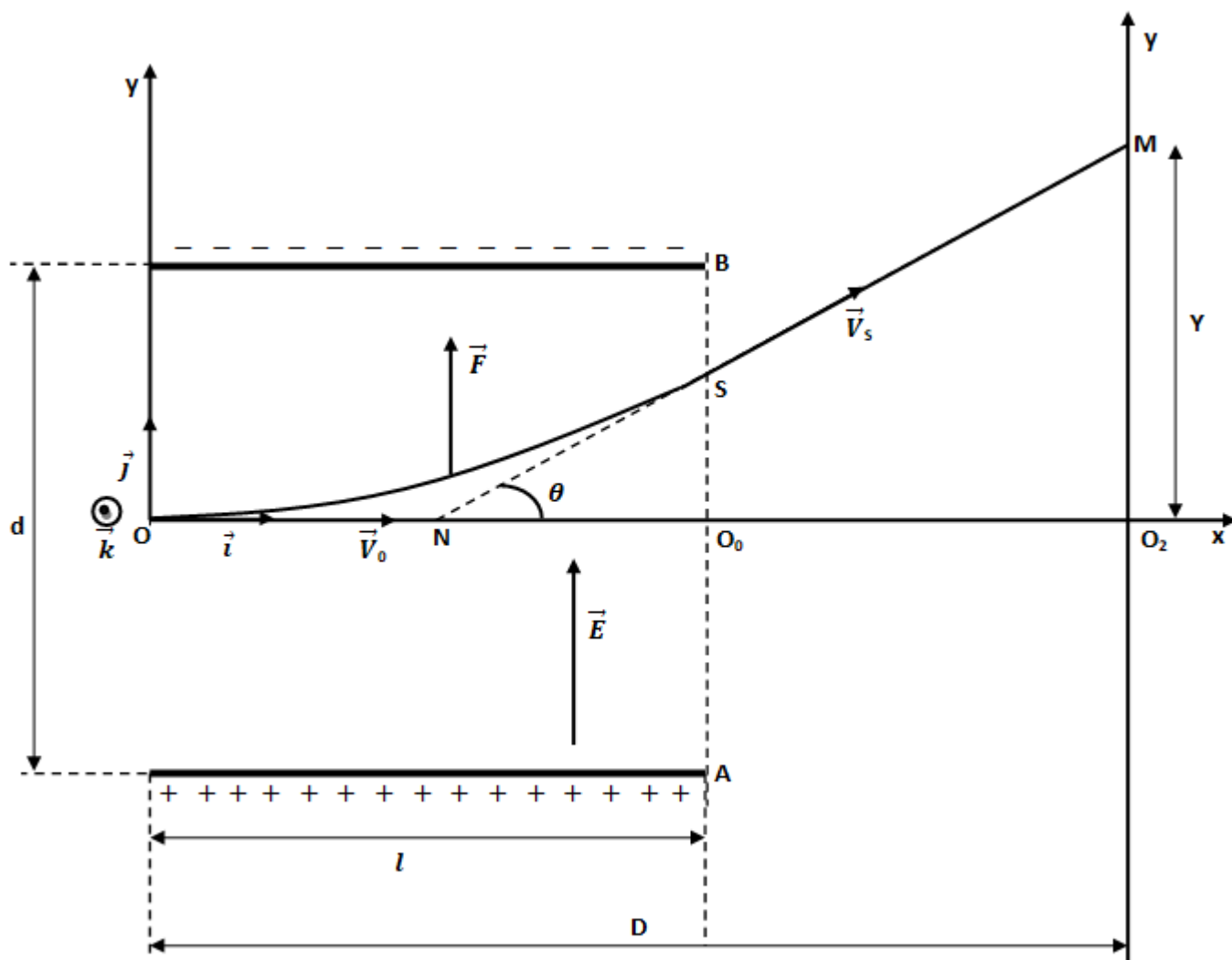
$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} \ddot{x} = -\frac{q}{m}E \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{array} \right. \vec{v}_G \left| \begin{array}{l} \dot{x} = -(\frac{q}{m}E)t + V_0 \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = 0 \end{array} \right. \vec{OG} \left| \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2}(\frac{q}{m}E)t^2 + V_0t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

c) Equation horaire : $x = -\frac{qE}{2m}t^2 + V_0t$
 $y=0, z=0$ et $x \neq 0$ donc le mouvement s'effectue sur un seul axe (l'axe (ox)) et accélération $a_G = a_x = Cte \neq 0$ donc le mouvement de la particule est rectiligne uniformément varié.

4-) Cas particulier

a) Description :

- $\vec{V}_0 \perp \vec{E}$ • $\vec{V}_0$ suit l'axe (ox) • G est en O à $t=0s$.
- Nous travaillerons avec une charge $q>0$.



b) Accélération, Vitesse, Position :

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \frac{qE}{m} \\ \ddot{z} = 0 \end{array} \right. ; \vec{v}_G \left| \begin{array}{l} \dot{x} = V_0 \\ \dot{y} = \frac{qE}{m}t \\ \dot{z} = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x = V_0t \\ y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} . x^2 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

c) Equation de la trajectoire : $y = \frac{qE}{2mV_0^2} . x^2$

Cette équation est de la forme $y = ax^2$ c'est celle d'une "**parabole**" d'axe vertical situé dans le plan (oxy) de sommet O et est tangente au vecteur initial $\vec{V}_0$.

- Vitesse à sa sortie en S : Au point S, nous avons $x_S = l$, $t_S = \frac{l}{V_0}$ d'où $\vec{V}_S(V_0, 0, \frac{qEl}{mV_0})$

Sa valeur est $V_S = \sqrt{V_0^2 + (\frac{qEl}{mV_0})^2}$ (en m.s⁻¹)

- Déviation angulaire : est l'angle θ entre les directions des vecteurs vitesses à l'entrée $\vec{V}_0$ et à la sortie $\vec{V}_S$ du champ. Elle peut être calculée de deux façons différentes.

$\tan(\theta) = (\frac{dz}{dx})_{x_S=l} = -\frac{qE}{mV_0^2}$ or $E = \frac{|U|}{d}$ Donc $\tan(\theta) = \frac{qEl}{mV_0^2} = \frac{q|U|l}{mV_0^2d}$

- Déflexion électrique : c'est la distance $O_1M = Y$, pour la calculer, il faut connaître la propriété de la particule : la tangente en S à la parabole coupe l'axe (o, $\vec{i}$) en N milieu de OO_0 par conséquent l'angle $\widehat{SNO_0} = \theta$ et $\tan(\theta) = \frac{O_1M}{O_1N} = \frac{Y}{O_1N}$.

Soit $O_1M = Y = O_2N \times \tan \theta$ avec $\tan \theta = \frac{qEl}{mV_0^2}$ et $O_1N = D - l/2$, d'où $Y = \frac{qEl(D-l/2)}{mV_0^2}$

En posant $E = \frac{U}{d}$, on obtient : $Y = \frac{ql(D-l/2)}{dmV_0^2}U$

qui est de la forme $Y = kU$. La déflexion électrique est proportionnelle à la tension U ; c'est une propriété fondamentale qui explique le fonctionnement de l'oscilloscope électrique.

PRINCIPE

Il nous sera demandé le plus souvent d'établir l'équation de la trajectoire d'un mobile, le principe est le suivant :

1-) Mentionner notre système étudié, choisir le référentiel approprié pour le système (généralement terrestre supposé galiléen pour l'étude des mobiles sur la planète terre) et un repère d'étude (celui-ci sera généralement donné dans les exercices).

2-) Déterminer les valeurs des composantes de l'accélération par l'utilisation du T.C.I et en projetant notre égalité vectorielle suivant les axes.

3-) Déterminer les valeurs des composantes du vecteur vitesse initiale par projection de celui-ci suivant les axes. Dans le cas où le point d'application de notre vecteur vitesse initial ne coïncide pas avec l'origine du repère donné dans l'exercice, déplacer celui-ci et le placer à l'origine et exprimer ses composantes simplement par projection sur les axes.

NB : Le déplacement du vecteur vitesse initial dans le cas ci se fera au "brouillon", car cette méthode permet juste de vous simplifier le travail.

4-) L'accélération et la vitesse initiale trouvées pour chaque axe, utiliser la formule $V = at + V_o$ pour déterminer la vitesse du mobil à un instant t quelconque.

5-) Utiliser en suite la formule $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_ot + x_o$ pour déterminer les composantes du vecteur position sur les axes à un instant t . x_o représente ici la position du point d'application du vecteur vitesse $\vec{V}_o$ à l'instant $t = 0$ par rapport à l'origine de notre repère.

6-) Déterminons finalement son équation de la trajectoire en créant une relation entre les positions des deux axes ; en tirant la variable de temps (t) dans l'une des équation et en remplaçant sa valeur dans la seconde équation.

Nous établirons l'équation de la trajectoire d'un mobile dans plusieurs cas de repère différent dans l'exercice 1.

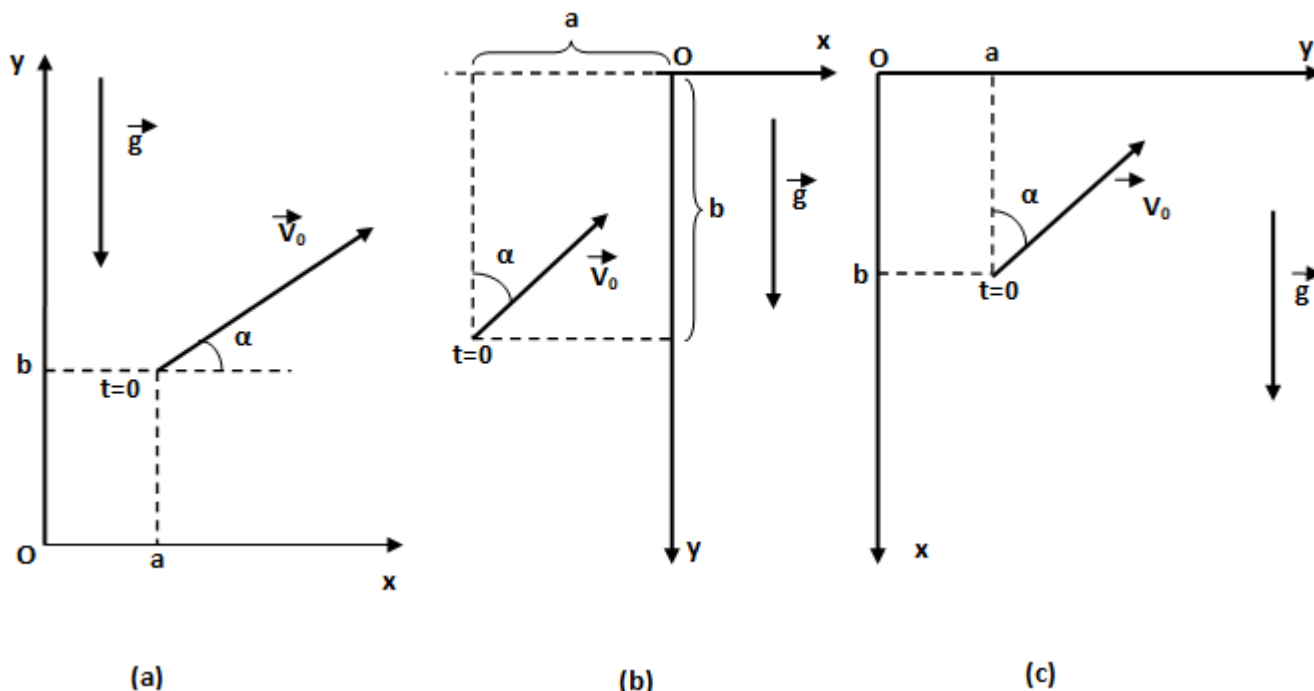
7-) Au point F de la figure 1, on a les caractéristiques suivantes :

a) La vitesse v_F est horizontale, on a donc $\vec{V}_F(V_o \cos(\alpha), 0)$ d'où $\|\vec{V}_F\| = V_F = V_o \cos(\alpha)$

b) x_F annule la dérivée de l'équation de la trajectoire, ceci nous permet de calculer certaines variables (angle α , la vitesse initiale V_o , etc...), nous pouvons aussi écrire les coordonnées de ce point F en fonction de V_o , α et g (voire cours) et faire un lien entre celles-ci (en faisant un rapport) puis tirer la valeur inconnue de l'angle α . Cette méthode s'applique lorsqu'on a les coordonnées du point F (voire exercice 7) ; mais la méthode (1) étant plus générale, il vaut mieux utiliser l'équation $Y'(x_p) = 0$ et tire la variable cherchée dans celle-ci.

EXERCICES

Exercice 1 :** Ecrire dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les vecteurs positions $\vec{OM}(t)$ puis les équations des trajectoires des chutes paraboliques d'un objet supposé ponctuel dans les cas (1), (2) et (3) (poussés d'archimède et frottement négligé; les angles ne sont pas orientés $a>0, b>0$).

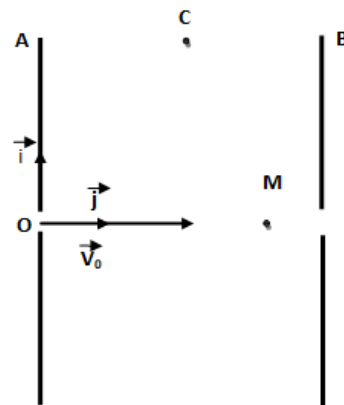


Exercice 2 :** Un électron pénètre en O entre les plaques verticales d'un condensateur plan comme l'indique la figure ci-contre.

On donne $U_{AB} = 10^3 V$, $V_o = 10^6 m/s$, $d = 20cm$ (distance des plaques).

- 2.1-) Calculer et représenter le poids de l'électron en M.
- 2.2-) Représenter le vecteur champs électrique entre les plaques du condensateur. Calculer et représenter la force électrique qui agit sur l'électron au point M. Comparer cette force au poids de l'électron et conclure.
- 2.3-) Déterminer la nature du mouvement de l'électron et la valeur de son accélération.
- 2.4-) Calculer la valeur V_s de la vitesse de l'électron à sa sortie du condensateur.
- 2.5-) Un autre électron entre en C avec une vitesse égale à V_o et de sens descendant. Etablir $\vec{OM}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sachant que son poids est négligeable.

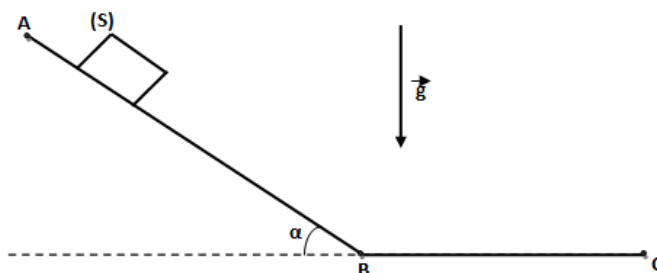
Données $e = -1.6 \times 10^{-19} C$, $m_e = 9.1 \times 10^{-31} Kg$, $g = 9.8 m/s^2$



Exercice 3** :

Un mobile de masse m parcourt un trajet ABC sans vitesse initiale m_A comme indique le schéma ci-contre, les forces de frottement seront négligées sur le tronçons AB. $\alpha = 30^\circ$, $m = 500g$, $AB = 10m$.

- 3.1-) Faire sur un schéma le bilan des forces extérieures appliquées au mobile sur le tronçon AB.
- 3.2-) Enoncer la deuxième loi de Newton.
- 3.3-) Déterminer l'accélération du mobile sur le tronçon AB et en déduire la nature du mouvement.
- 3.4-) Ecrire l'équation horaire de son mouvement



dans un repère d'origine A diriger de A vers B et en déduire le temps mis pour arrivé en B puis la vitesse au point B.

3.5.-) Le mobile est à présent soumis sur le tronçons BC à une force de frottement d'intensité constante $f = 0.49\text{N}$

3.5.1.-) Faire à nouveau le bilan des forces sur le mobile à partir d'un schéma.

3.5.2.-) Déterminer la distance d que parcourt ce mobile sur BC avant de s'arrêter.

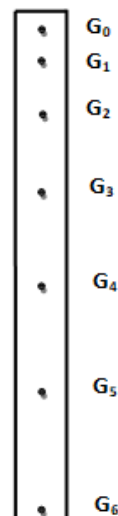
3.5.4.-) Que faut-il pour le mobile obéir au principe d'inertie sur BC.

Exercice 4 :** Le document ci-contre donne les positions à des intervalles de temps égaux de durée $\theta = 20\text{ms}$ du centre d'inertie G d'un mobile tombant en chute libre sans vitesse initiale (d'un point G représenté)

4.1.-) Démontrer que la vitesse moyenne de G entre les dates $t + \theta$ et $t - \theta$ est égale à la vitesse à l'instant t .

4.2.-) Utiliser la propriété précédente pour déterminer les valeurs de la vitesse V aux points enregistrés. Tracer le graphe de V en fonction de t et en déduire la valeur g de la pente. On donne $V_{G1} = 200 \times 10^{-3}\text{m/s}$.

4.3.-) Démontrer que les espaces parcourus pendant les intervalles de temps successifs de même durée θ croissent en progression arithmétique de raison $g \times \theta^2$.



Exercice 5 :** Un projectile de masse m est représenté par les coordonnées de son centre d'inertie $G(x(t), y(t), z(t))$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen (l'expérience ne durant que quelques secondes). Le vecteur $\vec{j}$ est vertical ascendant. Les forces de frottements et la poussée d'Archimède sont négligés.

A $t=0\text{s}$, G se trouve en O animé d'une vitesse $\vec{v}_0 (\vec{v}_0 \in (O, \vec{i}, \vec{j}))$ et $(\vec{i}, \vec{v}_0) = \alpha$ avec $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. L'objet décrit une trajectoire que l'on souhaite étudier.

1.-) Appliquer la deuxième lois de Newton au système formé par le projectile (pour $t \geq 0\text{s}$)

2.-) En déduire $\vec{O}, \vec{V}$ et $\vec{OG}$ (détailler leurs coordonnées).

3.-) Démontrer que le moment est plan et donner l'équation de sa trajectoire dans ce plan. Quel type de trajectoire es-ce?

4.-) Soit P le point défini par le schéma ci-dessus

a) Quel relation caractérise P (valeurs particulière d'un de ses paramètres)?

b) Exprimer t_p (date du passage en P), $\vec{OP}$, $\vec{V}_p$ et $(\vec{i}, \vec{V}_p)$.

c) Comparer $\vec{v}_0$ et $\vec{v}_p$

d) $\vec{v}_0$ étant fixé comment choisir α pour avoir x_p maximal.

e) calculer x_p pour α et $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$. Représenter l'allure des deux trajectoires.

5.-) Soit F définie par le schéma ci-dessus

a) Quel relation caractérise F (valeur particulière d'un de ses paramètre)?

b) Exprimer t_F (date du passage en F), $\vec{OF}$ et $\vec{v}_p$.

c) v_o étant fixé, comment choisir α pour avoir Y_F maximal?

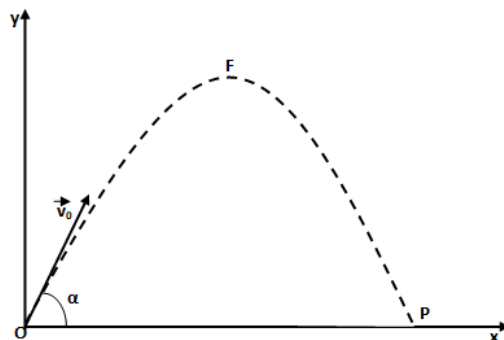
d) Comparer t_F et t_p , x_F et x_p .

6.-) Caractérisé le mouvement avant puis après F.

7.-) Application numérique, calculer la flèche et la portée et préciser si le point A(0.5, 0.67, 0.00) appartient ou non à la trajectoire.

Données : $m=2\text{Kg}$, $v_o = 5\text{m/s}$, $\alpha = 60^\circ$, $g = 9.81\text{m/s}^2$

8.-) Que deviendrait les réponses à toutes ces questions pour un projectile de masse différente?



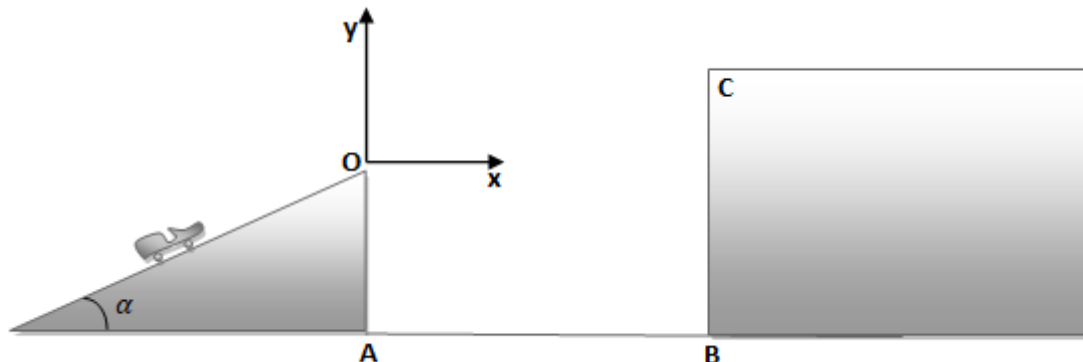
Exercice 6* : Dans une immense plaine, une armée décide de bombarder les premières tranchées ennemis. Les obus ont une vitesse de 200m/s à la sortie du canon.

En négligeant les frottement de l'air, durée à quelle distance de l'ennemi l'artillerie doit-elle se placer en théorie.

Exercice 7 :** Calculer l'angle α du tremplin et la valeur de la vitesse v_o du centre d'inertie de la voiture du cascadeur qui souhaite atteindre le point C avec une vitesse parallèle au plateau (horizontale) en ce point.

Données : $g = 9.8m/s^2$, $OA=3m$, $AB=20m$, $BC=6m$, $m=850Kg$.

On utilisera les formules sans démontrer les résultats du cours. En déduire sa vitesse en C.



Exercice 8 :** Deux plaques métalliques carrées (notées A et B), de côté l sont placées horizontalement et parallèlement l'une à l'autre.

Dans une enceinte où règne un vide poussé. La distance entre les deux plaques est notée d .

Un faisceau de protons homocinétiques pénètre, entre les plaques A et B, au point O avec un vecteur vitesse initiale V_o horizontal. Le poids des particules a un effet négligeable sur leurs mouvement. Leur charge est notée q , leur masse est m .

8.1-) Donner la direction et le sens du vecteur champs électrique créé entre les deux plaques pour que le faisceau de protons homocinétiques soit dévié vers le haut (point S de la figure).

8.2-) Déterminer alors le signe de la tension U_{AB} établie entre les plaques A et B.

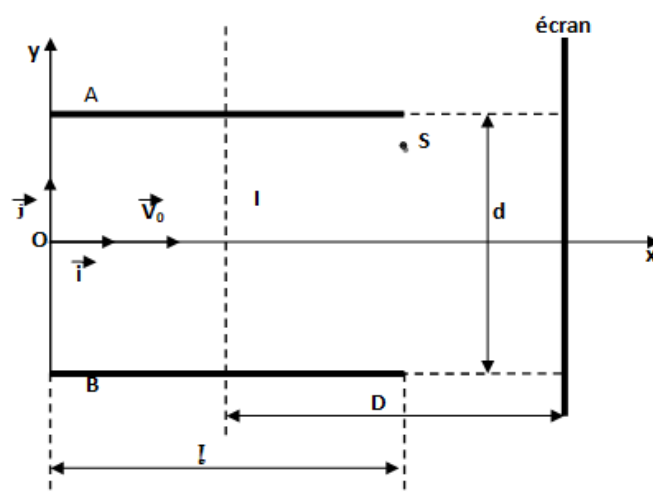
8.3-) Donner l'expression du champs électrique E en fonction de U_{AB} et de d .

8.4-) La trajectoire d'un proton entre O et S se trouve dans le plan contenant le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Etablir dans ce repère l'équation de la trajectoire. Quelle est la nature de la trajectoire?

8.5-) Montrer que la déviation Y_s à la sortie des plaques (A,B) est de la forme $Y_s = K|U_{AB}|$, K étant une constante. La longueur des plaques est notée l .

8.6-) Montrer que le déplacement OP du spot sur l'écran est proportionnel à la tension U_{AB} . La distance de l'écran au milieu des plaques est notée D .

NB : On rappelle que la tangente à la trajectoire à la sortie des plaques (A,B) coupe l'axe en un point I situé à une distance $\frac{l}{2}$ de O.



Exercice 9* :** Un athlète lance le poids (de centre d'inertie G) avec une vitesse initiale dans le plan (oxz) . (schéma ci-contre). on néglige les frottement et la poussée d'Archimède.

A $t=0s$ G est en A

9.1-) Appliquer la deuxième lois de Newton au système constitué du poids et en déduire $\vec{a} = \vec{a}_G$, le vecteur accélération du centre d'inertie du poids.

9.2-) Montrer que le mouvement est plan.

9.3-) En déduire $\vec{v}_o = \vec{v}$, le vecteur vitesse de G et $\vec{OG}$, le vecteur position de G; puis donner l'équation de sa trajectoire.

9.4-) Exprimer la distance d à laquelle retombe le poids en fonction de v_o , α , g , a et b (on supposera le poids ponctuel c'est-à-dire que G touche le sol).

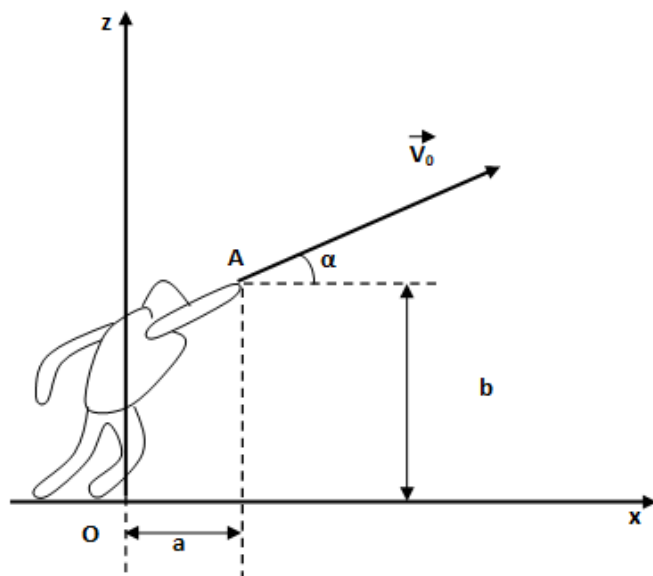
9.5-) a) Expliquer succinctement pourquoi v_o doit être le plus grand possible.

b) Exprimer numériquement $d(\alpha)$ en prenant $g = 9.8m/s^2$, $a=0.60m$, $b=2.1m$ et $v_o = 13m/s$.

c) Rappeler la valeur de α qui permet d'avoir x_p maximal, si p est à la même altitude que le point de lancement.

d) Calculer d pour $\alpha = 45^\circ$ et 41° . Conclure.

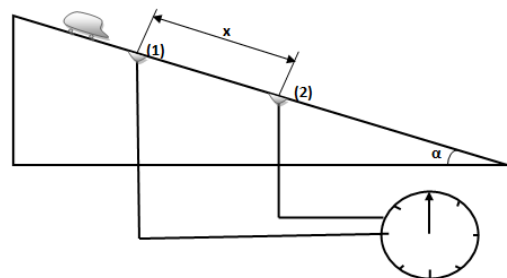
e) Montrer que pour $a = b = 0$ on obtient bien $d = x_p = \frac{v_o^2 \sin(2\alpha)}{g}$.



Exercice 10*** :

Un petit chariot est animé d'un mouvement de translation suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α sur le plan horizontal. On choisit $\alpha = 10^\circ$. Lâché sans vitesse initiale, le chariot parcourt la distance x pendant un temps t . Deux contacts (1) et (2), reliés à un chronomètre électrique permettant de mesurer le temps (voir figure ci-contre). On donne à x différentes valeurs et on note les valeurs correspondantes de t , on a le tableau ci-dessous :

$x(m)$	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40
$t(s)$	0.73	0.89	1.03	1.15	1.26	1.37



10.1-) Compléter le tableau ci-dessus en calculant pour chaque point de mesure t^2 puis tracer la courbe $x = f(t^2)$.

On prendra pour échelles en abscisses 1cm pour 0.1s et en ordonnées 1cm pour 0.1m. En déduire la nature du mouvement du chariot.

10.2-) Calculer la valeur expérimentale de l'accélération de ce mouvement.

10.3-) a-) En supposant les frottements négligeables, calculer la valeur théorique a_t de l'accélération.

b-) Expliquer l'écart entre les deux valeurs de l'accélération.

c-) En que les forces de frottements du plan sur le chariot sont équivalent à une force unique $\vec{f}$. Calculer son intensité f .

10.4-) Le Système chariot-Terre est-il conservatif? Pourquoi? Montrer sur cet exemple que la variation de l'énergie mécanique totale d'un système matériel entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme des travaux des forces non conservatives qui s'exercent sur ce système entre ces deux instants.

On donne $g = 9.8m/s^2$, masse du chariot $m=200g$.

SOLUTIONS

Exercice 1 : • Equation de la trajectoire dans le cas (1) :

- Système étudier : objet de masse m
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- Inventaire des forces : $\vec{P}$: poids de l'objet
- Application du T.C.I $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$
- $\Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}_G$.

Par projection suivant les axes, on obtient :

$$\vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \vec{g} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

-Vecteur vitesse initial. en déplaçant v_o (au brouillon) à

l'origine O et par projection suivant les axes, on obtient :

$$\vec{v}_o \begin{cases} V_{ox} = V_o \cos \alpha \\ V_{oy} = V_o \sin \alpha \end{cases} \quad \text{- Vecteur vitesse à l'instant t. On applique juste la formule } V = at + V_o \text{ sur chaque axes}$$

$$\begin{cases} V_x = a_x t + V_{ox} \\ V_y = a_y t + V_{oy} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_x = V_o \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_o \sin \alpha \end{cases} \quad \text{- Vecteur position } \vec{OM} \text{ à un instant t :}$$

Appliquer juste la formule $x = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + x_o$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{ox} t + x_{ox} \\ y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{oy} t + x_{oy} \end{cases} \text{ or } \vec{OM}_o \begin{cases} x_{ox} = a \\ x_{oy} = b \end{cases}$$

$$\vec{OM}_o \begin{cases} x(t) = V_o \cos \alpha + a \quad (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o t \sin \alpha + b \quad (2) \end{cases}$$

Or a et b représente les coordonnées du point d'application du vecteur vitesse initial ($\vec{V}_o$). .

- Equation de la trajectoire : On tire le temps (t) dans l'équation la plus simple qui es ici (1) et on remplace sa valeur dans (2).

$$(1) \Leftrightarrow x = V_o t \cos \alpha + a \Leftrightarrow t = \frac{x-a}{V_o \cos \alpha} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \text{ nous donne } y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x-a}{V_o \cos \alpha}\right)^2 + V_o \sin \alpha \left(\frac{x-a}{V_o \cos \alpha}\right) + b$$

$$\text{Donc } y = -\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha}(x-a)^2 + (x-a)\tan \alpha + b$$

• Equation de la trajectoire dans le cas (b)

-Système étudier : Objet de masse m.

-Référentiel : terrestre supposé galiléen

-Repère : (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$)

-Inventaire des forces : $\vec{P}$: poids de l'objet

-Application du T.C.I

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \vec{P}$$

en projectant sur les axes on obtient :

$$a_G \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \quad \text{- Vecteur vitesse initial : En déplaçant } \vec{V}_o \text{ (au brouillon) à l'origine O et par projection suivant les axes on obtient :}$$

l'origine O et par projection suivant les axes on obtient :

$$\vec{V}_o \begin{cases} V_{ox} = V_o \sin \alpha \\ V_{oy} = -V_o \cos \alpha \end{cases} \quad \text{- Vecteur vitesse à un instant quelconque t : on utilise la formule } V = at + V_o$$

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = a_x t + V_{ox} \\ V_y = a_y t + V_{oy} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_o \sin \alpha \\ V_y = gt - V_o \cos \alpha \end{cases} \quad \text{- Vecteur position } \vec{OM} \text{ à un instant t : on utilise la formule } x(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + x_o \text{ sur chaque axe et on obtient :}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{ox} t + x_{ox} \\ y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{oy} t + x_{oy} \end{cases} \text{ or } \vec{OM}_o \begin{cases} x_{ox} = a \\ y_{oy} = b \end{cases} \text{ On a donc } \vec{OM} \begin{cases} x(t) = V_o \sin \alpha t - a \quad (1) \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 - V_o \cos \alpha t + b \quad (2) \end{cases}$$

Remarque : $x_{ox} = -a$ car est situer dans le sens négatif de l'axe des abscisses.

- Equation de la trajectoire

$$(1) \Leftrightarrow t = \frac{x+a}{V_o \sin \alpha} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \text{ nous donne } Y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x+a}{V_o \sin \alpha}\right)^2 - V_o \cos \alpha \left(\frac{x+a}{V_o \sin \alpha}\right) + b$$

$$\text{Donc } Y = \frac{g}{2V_o^2 \sin^2 \alpha}(x+a)^2 - \frac{1}{\tan \alpha}(x+a) + b$$

★ Equation de la trajectoire dans le cas (3)

Toutes les premières lignes sont pareilles

$$\text{- Accélération } \vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \vec{g} \begin{pmatrix} g \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = g \\ a_y = 0 \end{cases} \quad \text{- Vecteur vitesse initial :}$$

$$\vec{V}_G \begin{cases} V_{ox} = -V_o \cos \alpha \\ V_{oy} = V_o \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \vec{V}_o \begin{cases} V_{ox} = -V_o \cos \alpha \\ V_{oy} = V_o \sin \alpha \end{cases} \quad \text{- Vecteur vitesse à un instant quelconque t :}$$

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = gt - V_o \cos \alpha \\ V_y = V_o \sin \alpha \end{cases} \quad \text{-vecteur position : } \vec{OM} \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}gt^2 - V_o \cos \alpha t + b \quad (1) \\ y(t) = V_o \sin \alpha t + a \quad (2) \end{cases} \text{ car } \vec{OM}_o \begin{cases} x_{ox} = \\ x_{oy} = \end{cases}$$

Remarque : $V_{ox} = -V_o \cos \alpha$ (il est de signe négatif car la projection de $\vec{V}_o$ sur l'axe des abscisses après son déplacement à l'origine touche le coté négatif de l'axe)

$$\text{Dans } (2), \text{ on a } t = \frac{y-a}{V_o \sin \alpha} \quad (3)$$

(3) dans (2) nous donne $x = \frac{1}{2}g\left(\frac{y-a}{V_o \sin \alpha}\right)^2 - V_o \cos \alpha \left(\frac{y-a}{V_o \sin \alpha}\right) + b$
 Donc $x = \frac{g}{2V_o^2 \sin^2 \alpha}(y-a)^2 - \frac{1}{\tan \alpha}(y-a) + b$

Exercice 2 : On donne $U_{BA} = 10^3 V$, $V_o = 10^6 m/s$, $d = 2 \times 10^{-1} m$.

2.1-) Calcul de $\vec{P}$

$P = mg$ AN : $P = 9.1 \times 10^{-31} \times 9.8$; Donc $P = 8.9 \times 10^{-30} N$

2.2-) On a $U_{BA} = V_B - V_A > 0 \Leftrightarrow V_B > V_A$ d'où la plaque B est chargée positivement et la plaque A négativement et puisque le vecteur champs magnétique est toujours de la plaque positive vers la plaque négative, on a le schéma ci-dessus d'autre part, on sait que $\vec{F} = q\vec{E}$, or dans le cas de l'électrons, on a $q = -e$, d'où $\vec{F} = -e\vec{E}$ donc $\vec{F} = K\vec{E}$ avec $K < 0$, donc $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaire et de sens opposé; on déduit ainsi la représentation de $\vec{F}$ ci-dessus.

★ Calcul de la force électrique $\vec{F}$

$F = eE$ Or entre les plaques d'un condensateur séparées d'une distance d et de tension U , on a la relation $E = \frac{|U|}{d}$

d'où $F = \frac{e|U|}{d}$ AN : $\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^3}{2 \times 10^{-1}}$

Donc $F = 8.35 \times 10^{-16} N$

★ Comparons F et P , on a

$$\frac{F}{P} = \frac{8.35 \times 10^{-16}}{8.9 \times 10^{-30}} = 9.38 \times 10^{13}$$

d'où $F = 9.38 \times 10^{13} P$ donc la force électrique est très grande devant le poids de l'électron ($F_e \gg P$).

2.3-) ★ nature du mouvement : la force électrique $\vec{F}$ a le même sens que la vitesse initiale $\vec{V}_o$, donc le mouvement de l'électron est rectiligne uniformément accéléré.

• Valeur de son accélération

- Système étudié : électron de charge $q = -1.6 \times 10^{-19} C$

- Référentiel : terrestre supposé galiléen

- Repère d'étude : $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- Inventaire des forces : $\vec{F}$: force électrique

- Application du T.C.I

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_e \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{F} = m_e \vec{a}_G \Leftrightarrow q\vec{E} = m_e \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \frac{q}{m_e} \vec{E}$$

- Projection sur les axes

$$\vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \frac{q}{m_e} \vec{E} \begin{pmatrix} 0 \\ -E \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m_e} \end{cases} \text{ or } q = -e, \text{ d'où } a_y = \frac{eE}{m_e} \text{ avec } E = \frac{|U_{BA}|}{d}$$

$$a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(\frac{eE}{m_e}\right)^2} = \frac{eE}{m_e} \text{ AN : } a_G = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^3}{2 \times 10^{-1} \times 9.1 \times 10^{-31}} = 8.8 \times 10^{14} m/s^2$$

Donc $a_G = 8.8 \times 10^{14} m/s^2$

2.4-) Calcul de la vitesse V_s à la sortie en B.

$$\Delta E_c = \sum W \vec{F}_{ext} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_e V_s^2 - \frac{1}{2} m_e V_o^2 = W(\vec{F}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_e V_s^2 - \frac{1}{2} m_e V_o^2 = F.d$$

$$\text{d'où } V_s = \sqrt{V_o^2 + \frac{2Fd}{m_e}} \text{ AN : } V_s = \sqrt{(10^6)^2 + \frac{4 \times 8.35 \times 10^{-14}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 1.9 \times 10^7 m/s$$

Donc $V_s = 1.9 \times 10^7 m/s$.

2.5-) Equation de la trajectoire de l'électron.

- Système étudié : électron

- Référentiel : terrestre supposé galiléen

- Repère : $(O, \vec{i}, \vec{j})$

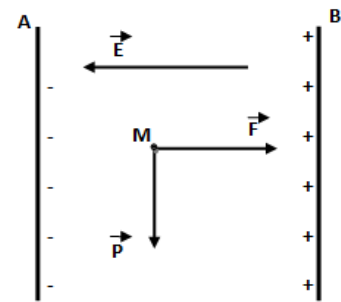
- Inventaire des forces : $\vec{F}$: force électrique

- Application du T.C.I

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_e \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = -\frac{e}{m_e} \vec{E}$$

- Projection suivant les axes

$$\vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \begin{pmatrix} 0 \\ -E \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m_e} \end{cases} \text{ - Vecteur vitesse initial}$$



$$\begin{aligned} \vec{V}_o & \left| \begin{array}{l} V_{ox} = V_o \\ V_{oy} = 0 \end{array} \right. - \text{Vecteur vitesse à un instant } t \text{ quelconque} \\ \vec{V} & \left| \begin{array}{l} V_x = -V_o \\ V_y = (\frac{eE}{m_e})t \end{array} \right. - \text{Vecteur position à un instant } t \text{ quelconque} \\ \overrightarrow{OM} & \left| \begin{array}{l} x(t) = \frac{l}{2} - V_o t \\ y(t) = \frac{1}{2}(\frac{eE}{m_e})t^2 + \frac{d}{2} \end{array} \right. \text{ avec } l = \text{longueur commune des plaque A et B.} \end{aligned}$$

Exercice 3 : 3.1-) Voir schéma

3.2-) Deuxième lois de Newton voir cours ($\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$).

3.3-) Déterminons l'accélération a de (S) sur AB.

- Système étudier : mobile de masse $m = 0.5Kg$

- Inventaire des forces :

$\vec{P}$: poids du mobile, $\vec{R}$: réaction du plan

- Application du T.C.I

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$$

- Projection sur les axes

$$\vec{R} \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} + \vec{P} \begin{pmatrix} P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha \end{pmatrix} = m\vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} ma_x = mg \sin \alpha \\ ma_y = R - P \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad a_y = 0, \text{ car le mobile ne se déplace que sur l'axe } (xx'); \text{ d'où } a_x = a = g \sin \alpha \text{ AN : } a = 9.8 \times \sin 30 = 4.9m/s^2$$

Donc $a = 4.9m/s^2$

- On a $a_G > 0$, donc le mobile effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

3.4-) Equation horaire du mouvement de (S).

$$\vec{V}_o \left| \begin{array}{l} V_{ox} = a \\ V_{oy} = 0 \end{array} \right. \quad \vec{V} \left| \begin{array}{l} V_x = 4.9t \\ V_y = 0 \end{array} \right. \quad \overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x(t) = 2.45t^2 \\ y(t) = 0 \end{array} \right.$$

n'ayant aucun mouvement sur l'axe (yy'), l'équation horaire du mouvement est $x = 2.45t^2$

★ Déduisons-en le temps mis pour arriver en B.

Au point B le mobile a parcouru une distance $x = AB = 10m$.

$$AB = 2.45t_B^2 \Leftrightarrow t_B = \sqrt{\frac{AB}{2.45}} \text{ AN : } t_B = \frac{10}{2.45} = 2.02$$

Donc $t_B = 2s$

★ Déduisons la vitesse du mobile en B.

$$\text{On a } V_x = 4.9t \Leftrightarrow V_B = 4.9t_B \text{ AN : } V_B = 4.9 \times 2 = 9.8m/s$$

Donc $V_B = 9.8m/s$

3.5) Pour BC on a $f = 0.49N$

3.5.1-) Voir schéma ci-dessous

3.5.2-) Trouvons la valeur de l'accélération a_G

- Application du T.C.I

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_G$$

- Projectons sur les axes

$$\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} + \vec{R} \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} + \vec{f} \begin{pmatrix} -f \\ 0 \end{pmatrix} = m\vec{a}_G \begin{pmatrix} a_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} ma_2 = -f & (1) \\ R = P & (2) \end{cases}$$

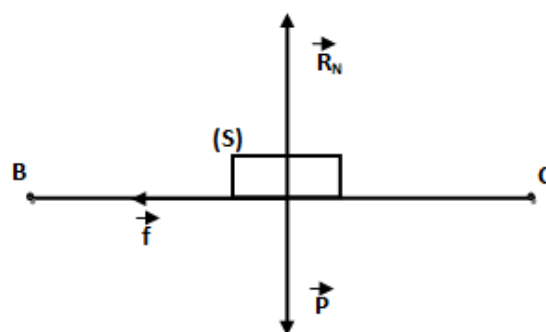
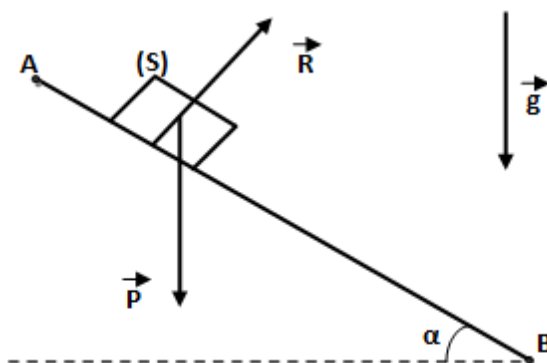
$$(2) \Leftrightarrow a_2 = -\frac{f}{m} \text{ AN : } a_2 = -\frac{0.49}{0.5} = -0.98$$

Donc $a_2 = -0.98m/s^2$

Conclusion : Le mobile (S) a un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

3.5.3-) Déterminons la distance d que parcourt (S) sur le tronçons BC avant de s'arrêter.

$$\Delta E_c = \sum W\vec{F}_{ext} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$$



Or $W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$ (car les droites d'action de $\vec{P}$ et de $\vec{R}$ sont orthogonales au déplacement).

on a donc $-\frac{1}{2}mV_B^2 = -f.d$ (car $V=0$)

d'où $d = \frac{mV_B^2}{2f}$ AN : $d = \frac{0.5 \times (9.8)^2}{2 \times 0.49} = 49$

Donc $d = 49m$

3.5.4-) Il faut annuler la valeur des forces de frottements.

Exercice 4 : 4.1-) On sait que la vitesse d'un mobile à un instant θ' quelconque est donner par $V = a\theta' + V_o$, d'où pour les instant $\theta'_1 = t + \theta$ et $\theta'_2 = t - \theta$, on a :

$V_{\theta'_1} = a(t + \theta) + V_o$ et $V_{\theta'_2} = a(t - \theta) + V_o$, d'où $V_{moy} = \frac{V_{\theta'_1} + V_{\theta'_2}}{2} = \frac{at+a\theta+V_o+at-a\theta+V_o}{2} = \frac{2(at+V_o)}{2} \Leftrightarrow V_{moy} = at + V_o$

qui est bien la vitesse à un instant t .

4.2-) Determinons V au point considéré sur le schéma.

D'après ce qui précède, on a $\frac{V_{(t-\theta)} + V_{(t+\theta)}}{2} = V_t$

On en déduit que la différence $V_{(t+\theta)} - V_{(t-\theta)}$ est égale à une constante K , d'où

$\begin{cases} V_{(t-\theta)} + V_{(t+\theta)} = 2V_t \\ V_{(t+\theta)} - V_{(t-\theta)} = K \end{cases} \Leftrightarrow \text{fbox} V_{(t+\theta)} = V_t + \frac{K}{2}$ (1) Pour $t=0s$, on a : $V_{0+\theta} = V_0 + \frac{k}{2} \Leftrightarrow V_{G_1} = V_{G_0} + \frac{k}{2}$

$\Leftrightarrow k = 2(V_{G_1} - V_{G_0})$ Or le solide est lâché au point G_0 sans vitesse initiale $\Rightarrow V_{G_0} = 0m.s^{-1}$ d'où $k = 2V_{G_1}$.

On en déduit d'après la relation (1) que :

• $V_{G_2} = V_{G_1} + k/2 = V_{G_1} + 2V_{G_1}/2 = 2V_{G_1} = 400 \times 10^{-3}m/s$

• $V_{G_3} = 3V_{G_1} = 600 \times 10^{-3}m/s$ • $V_{G_4} = 4V_{G_1} = 800 \times 10^{-3}m/s$

• $V_{G_5} = 5V_{G_1} = 1000 \times 10^{-3}m/s$

• $V_{G_6} = 6V_{G_1} = 1200 \times 10^{-3}m/s$

- Traçons le graphe $V=f(t)$. (Voir courbe ci-contre)

t(ms)	0	20	40	60	80	100	120
V(m/s)	0	0,2	0,4	0,6	0,80	1	1,2

• Déduisons en la valeur de g .

On a : $V=gt$ d'où $g=\tan(\theta) = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

A.N : $g = \frac{180,2}{(100-20) \times 10^{-3}}$ Donc $g=10m/s^2$

4-3) • Démontrons tout d'abord la propriété pour un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération a .

En considérant des intervalles de temps successif égaux θ à partir de l'instant t_1 , exprimons les abscisses $x_1, x_2, \dots, x_n$ respectivement aux instants $t_1, t_1 + \theta, t_1 + \theta, t_1 + 2\theta \dots t_1 + (n-1)\theta$.

$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + V_o t_1 + x_o$ $x_2 = \frac{1}{2}a(t_1 + \theta)^2 + V_o(t_1 + \theta) + x_o = \frac{1}{2}at_1^2 + at_1\theta + \frac{1}{2}a\theta^2 + V_o t_1 + V_o\theta + x_o$

$x_3 = \frac{1}{2}a(t_1 + 2\theta)^2 + V_o(t_1 + 2\theta) + x_o = \frac{1}{2}at_1^2 + 2at_1\theta + 2a\theta^2 + V_o t_1 + 2V_o\theta + x_o$

$x_4 = \frac{1}{2}a(t_1 + 3\theta)^2 + V_o(t_1 + 3\theta) + x_o = \frac{1}{2}at_1^2 + 3at_1\theta + \frac{9}{2}a\theta^2 + V_o t_1 + 3V_o\theta + x_o$

•

•

•

$x_n = \frac{1}{2}a(t_1 + (n-1)\theta)^2 + V_o(t_1 + (n-1)\theta) + x_o$

l'espace parcourut pendant le premier intervalle de temps

$e_1 = x_1 - x_2 = \frac{1}{2}a\theta^2 + at_1\theta + V_o\theta$

L'espace parcourut pendant le deuxième intervalle de temps :

$e_2 = x_3 - x_2 = \frac{3}{2}a\theta^2 + at_1\theta + V_o\theta$

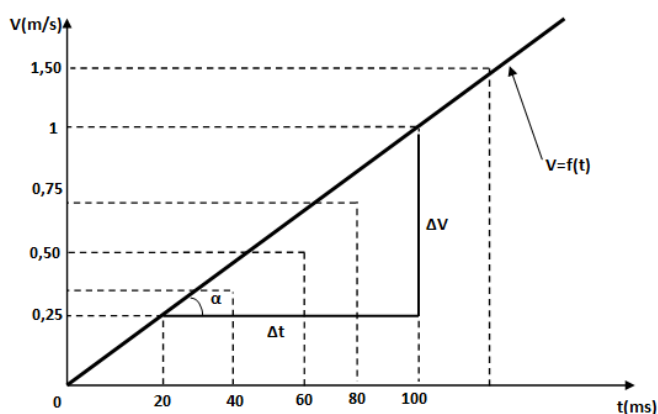
$\Rightarrow e_3 = x_4 - x_3 = \frac{5}{2}a\theta^2 + at_1\theta + V_o\theta$

•

•

•

$e_n = x_{n+1} - x_n = \frac{2n-1}{2}a\theta^2 + at_1\theta + V_o\theta$



On constate que : $e_2 = e_1 + a\theta^2$; $e_3 = e_2 + a\theta^2$; ... ; $e_n = e_{n-1} + a\theta^2$.

Donc pour un mouvement rectiligne uniformément varié, les espaces parcourus pendant des intervalles de temps successifs égaux θ forment une progression arithmétique de raison $r = a\theta^2$.

• Démontrons la propriété pour un mouvement en chute libre sans vitesse initial ; c'est-à-dire dans le cas de notre exercice.

En considérant les intervalles de temps successifs égaux θ à partir de l'instant t_1 exprimons les hauteurs $h_1, h_2, h_3, h_4, \dots, h_n$ respectivement aux instant $t_1, t_1 + \theta, t_1 + 2\theta, t_1 + 3\theta, \dots, t_1 + (n-1)\theta$

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h_2 = \frac{1}{2}g(t_1 + \theta)^2 = \frac{1}{2}gt_1^2 + gt_1\theta + \frac{1}{2}g\theta^2$$

$$h_3 = \frac{1}{2}g(t_1 + 2\theta)^2 = \frac{1}{2}gt_1^2 + 2gt_1\theta + 2g\theta^2$$

$$h_4 = \frac{1}{2}g(t_1 + 3\theta)^2 = \frac{1}{2}gt_1^2 + 3gt_1\theta + \frac{9}{2}g\theta^2$$

.

.

.

$$h_n = \frac{1}{2}g(t_1 + (n-1)\theta)^2 + V_o(t_1 + (n-1)\theta)$$

L'espace parcouru pendant le premier intervalle de temps :

$$e_1 = h_2 - h_1 = gt_1\theta + \frac{1}{2}g\theta^2$$

L'espace parcourue pendant le deuxième intervalle de temps :

$$e_2 = h_3 - h_2 = gt_1\theta + \frac{3}{2}g\theta^2$$

$$e_3 = h_4 - h_3 = gt_1\theta + \frac{5}{2}g\theta^2$$

.

.

.

$$e_n = h_{n+1} - h_n = gt_1\theta + \frac{2n-1}{2}g\theta^2$$

On constate que : $e_2 = e_1 + g\theta^2$; $e_3 = e_2 + g\theta^2$; $e_4 = e_3 + g\theta^2$; ... ; $e_n = e_{n-1} + g\theta^2$

Donc pour un mobile en chute libre (mouvement rectiligne uniformément accéléré, d'accélération g) les espaces parcourus pendant des intervalles de temps successifs égaux θ forment une progression arithmétique de raison $g\theta^2$.

Exercice 5 : 5.1-) $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

5.2-) On en déduit $m\vec{g} = m\vec{a}_G$ c'est à dire $\vec{a}_G = \vec{g}$, en notant $\vec{a}$ au lieu de $\vec{a}_G$ pour alléger l'écriture :

$$\rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \text{ puis en intégrant } \vec{V} \begin{cases} \dot{x} = cte \\ \dot{y} = -gt + cte \\ \dot{z} = cte \end{cases}$$

$$\text{Or } \vec{V}(t=0) = \vec{V}_o \begin{cases} V_o \cos \alpha \\ V_o \sin \alpha \\ 0 \end{cases} \text{ d'où } \vec{V} \begin{cases} \dot{x} = V_o \cos \alpha \\ \dot{y} = V_o \sin \alpha \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$$

$$\text{On intègre à nouveau : } \vec{OG} \begin{cases} x = V_o \cos \alpha t + cte \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o \sin \alpha t + cte \\ z = cte \end{cases}$$

$$\text{Or } \vec{OG}(t=0) = \vec{0} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ soit } \vec{OG} \begin{cases} x = V_o \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o \sin \alpha t \\ z = 0 \end{cases}$$

En résumé :

$$\vec{a} \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \quad \vec{0} \begin{cases} \dot{x} = V_o \cos \alpha(1) \\ \dot{y} = -gt + V_o \sin \alpha(2) \\ \dot{z} = 0(3) \end{cases} \quad \vec{0} \begin{cases} x = V_o \cos \alpha t(4) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o \sin \alpha t(5) \\ z = 0(6) \end{cases} \quad \text{5.3-)} \text{ L'égalité (6)}$$

indique que le mouvement se déroule dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, donc il est plan.

(4) donne $t = \frac{x}{V_o \cos \alpha}$ et en remplaçant dans (5), on obtient l'équation de la trajectoire dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$y = \frac{-g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$$

* Cette équation est de la forme $y = ax^2 + bx$ qui est l'équation d'une parabole.

Donc la trajectoire est parabolique.

5.4-) a-) $Y_p = 0$ (P est l'altitude de l'origine O)

b-) Avec (5), on obtient $a = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o \sin \alpha t = t(-\frac{1}{2}gt + V_o \sin \alpha)$

Soit $t = 0 = t_o$ ou $t = \frac{2V_o \sin \alpha}{g} = t_p$

On remplace alors t_p par sa valeur dans $\vec{V} = \vec{V}_p$ puis dans $\vec{OG} = \vec{OP}$.

$$\rightarrow \begin{vmatrix} \dot{X}_p &= & V_o \cos \alpha \\ \dot{Y}_p &= & -V_o \sin \alpha \\ \dot{Z}_p &= & 0 \end{vmatrix} \quad \vec{OP} \begin{vmatrix} X_p &= & \frac{V_o^2}{g} \sin 2\alpha \\ Y_p &= & 0 \\ Z_p &= & 0 \end{vmatrix}$$

Rappel : $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

c-) Par simple projection, on obtient :

$$\vec{V}_p \begin{vmatrix} V_o \cos \alpha \\ -V_o \sin \alpha \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{ou} \quad \vec{V}_p \begin{vmatrix} V_o \cos(-\alpha) \\ V_o \sin(-\alpha) \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{V}_o \begin{vmatrix} V_o \cos \alpha \\ V_o \sin \alpha \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{On voit donc que } \vec{V}_o = \vec{V}_p \text{ (c'est à dire}$$

$\|\vec{V}_o\| = \|\vec{V}_p\|$) mais $(\vec{i}, \vec{V}_o) = \alpha$ alors que $(\vec{i}, \vec{V}_p) = -\alpha$

$$V_o = V_p \quad (\vec{i}, \vec{V}_o) = -(\vec{i}, \vec{V}_p)$$



d-) $x_p = \frac{V_o^2}{g} \sin(2\alpha)$ sera maximale (V_o et g étant fixer) si $\sin(2\alpha)$ est maximale, soit $\sin(2\alpha) = 1$. Comme $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, alors $0 \leq 2\alpha \leq \pi$, d'où $2\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$\text{Donc } \boxed{\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ}$$

e-) x_p (pour $\frac{\pi}{2} - \alpha$) $= \frac{V_o^2}{g} \sin(2(\frac{\pi}{2} - \alpha)) = \frac{V_o^2}{g} \sin(\pi - 2\alpha) = \frac{V_o^2}{g} \sin(2\alpha) = x_p(\text{pour } \alpha)$

Conclusion : Si l'on envoie le projectile avec un angle α ou $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$, il retombe au même point P (V_o ayant la même valeur).

5.5-) **a-)** $\dot{Y}_F = 0$ (en F le projectile arrête de monter et commence à descendre).

b-) Avec (a), on obtient

$$0 = -gt_F + V_o \sin \alpha \text{ soit } t_p = \frac{V_o \sin \alpha}{g}$$

$$\text{pn remplace alors } \vec{OG} = \vec{OF} \begin{vmatrix} X_F &= & \frac{V_o^2}{2g} \sin(2\alpha) \\ Y_F &= & \frac{V_o^2}{2g} \sin^2(\alpha) \\ Z_F &= & 0 \end{vmatrix} \quad \text{et on a, d'après la question a) : } \vec{V}_F \begin{vmatrix} \dot{X}_p &= & V_o \cos \alpha \\ \dot{Y}_p &= & 0 \\ \dot{Z}_p &= & 0 \end{vmatrix}$$

c-) $Y_F = \frac{V_o^2}{g} \sin^2 \alpha$ est maximale (V_o et g étant fixées)

donc $\sin^2 \alpha$ est maximal; soit $\sin^2 \alpha = 1$ et $\sin \alpha = 1$ or $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

Pour envoyer un objet le plus haut possible, il faut le lancer à la verticale.

d-) $X_p = 2X_F$ (symétrie de la parabole)

$t_p = 2t_F$ (la parabole est parcourue de façon symétrique).

5.6-) Pour démontrer que le mouvement est "retardé en montant", puis "accélééré en descendant".

Etudier le signe de $\vec{a} \cdot \vec{V}$ (voir chapitre 2 partie 3)

$$\vec{a} \cdot \vec{V} = g^2 t - g V_o \sin \alpha = g^2 (t - \frac{V_o \sin \alpha}{g}) = g^2 (t - t_F)$$

Le mouvement est accéléré si $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$, soit $t > t_F$

-Si $t < t_F$, le mouvement est retardé

-Si $t > t_F$, le mouvement est accéléré

$$\mathbf{5.7-)} X_p = \frac{5^2}{9.8} \times \sin^2(120) = 2.21m$$

$$Y_p = \frac{5^2}{2 \times 9.81} \times \sin^2(60) = 0.96m$$

$$Y(X_A) = -\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha} V_A^2 + \tan \alpha \cdot X_A = -\frac{9.81}{2 \times 5^2 \times \cos^2(60)} \times 0.5^2 + \tan 60 \times 5 \approx 0.67m = Y_A \text{ et } Z_A = 0, \text{ donc}$$

A appartient à la trajectoire.

5.8-) Tout ces résultats sont indépendant de la masse (Si l'on néglige les frottements). Mais communi-

quer une vitesse V_o à une masse de 1g ne demande évidemment pas le même effort que de communiquer la même vitesse à une masse d'une tonne.

Ensuite, une fois V_o atteinte pour α fixé, les mouvements sont identiques.

Exercice 6 : En (terrain plat), on utilise la formule classique de la portée. L'artillerie doit être la plus éloigné possible des ennemis (c'est la guerre!), donc l'angle de tir est celui qui donne la portée maximale l'angle est donc 45° .

L'artillerie se déplace (en théorie) face aux premières lignes ennemis, la distance :

$$X_p = \frac{V_o^2 \sin(2\alpha)}{g} = \frac{200^2 \times 1}{9.8} = 4081m$$

$$\text{Donc } X_p \approx 4.1Km$$

Exercice 7 : Si la vitesse est horizontale en C alors, C est le sommet de la parabole (ou point F)

$$\text{Donc } X_c = \frac{V_o^2 \sin(2\alpha)}{2g} \text{ et } Y_c = \frac{V_o^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$$

$$\text{or } X_c = AB \text{ et } Y_c = BC = OA, \text{ d'où}$$

$$\begin{cases} \frac{V_o^2}{2g} \sin(2\alpha) = AB & (1) \\ \frac{V_o^2}{2g} \sin^2(\alpha) = BC - OA & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} V_o = \sqrt{\frac{2gAB}{\sin(2\alpha)}} & (1) \\ \frac{\sin^2(\alpha)}{\sin(2\alpha)} = \frac{BC-OA}{AB} & (2) \end{cases} \quad \text{avec } \tan(\alpha) = \frac{2(BC-OA)}{AB} \Leftrightarrow \alpha =$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2(BC-OA)}{AB}\right) \text{ puis } V_o = \frac{2gAB}{\sin(2\alpha)}$$

$$\text{AN : } \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2(6-3)}{20}\right) = 16.7 \text{ et } V_o = \sqrt{\frac{2 \times 9.8 \times 20}{\sin(2 \times 16.7)}} = 26.7m/s \text{ (} V_o \approx 96Km/h \text{)}.$$

On en déduit $V_c = \sqrt{V_{x_c}^2 + V_{y_c}^2} = \sqrt{V_{x_c}^2 + 0^2} = |V_{x_c}| = V_o \cos \alpha$ car $V_x = cte$ d'après les équations du mouvement et $V_{y_c} = 0$ car la vitesse est horizontale en C, on trouve

$$\boxed{V_c = V_o \cos \alpha} \quad \text{AN : } V_c = 26.7 \times \cos(16.7) \approx 25.6m/s$$

Exercice 8 :

8.1-) On sait que le proton à une charge positive, celui-ci monte vers la plaque A si celle-ci est de signe négatif (car deux corps de signe de charge opposés s'attire d'où le schéma)

- Direction : verticale ; - sens : ascendant ou de la plaque B vers la plaque A.

8.2-) On sait que $U_{AB} = V_A - V_B < 0$, car $V_A < 0$ et $V_B > 0$, donc U_{AB} est de signe négatif.

8.3-) Exprimons E en fonction de U_{AB} et de d

$$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

8.4-) Équation de la trajectoire d'un proton.

- Système étudié : faisceau de proton

- Référentiel : de laboratoire supposé galiléen

- Repère d'étude $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- Inventaire des forces : $\vec{F}$: force électrique

- Application du T.C.I

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{E}.$$

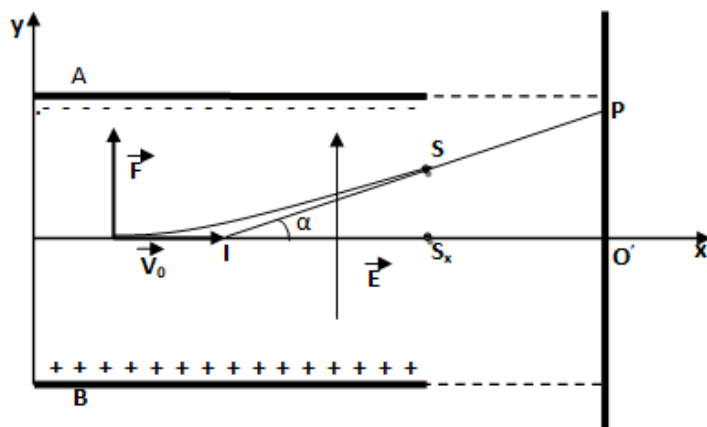
$$\vec{a}_G \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{vmatrix} \quad \vec{V}_o \begin{vmatrix} V_{ox} = V_o \\ V_{oy} = 0 \end{vmatrix} \quad \vec{V} \begin{vmatrix} V_x = V_o \\ V_y = (\frac{q}{m}E)t \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} X(t) = V_o t & (1) \\ Y(t) = \frac{qE}{2m} t^2 & (2) \end{cases} \quad \text{Dans (1), on a : } t = \frac{x}{V_o} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans (2) nous donne : } Y = \frac{qE}{2m} \left(\frac{x}{V_o}\right)^2$$

$$\text{Donc } \boxed{Y = \frac{qE}{2mV_o^2} x^2}$$

• Cette équation est de la forme $y = ax^2 + b$ (équation d'une parabole) ; Donc la trajectoire est une



parabole.

8.5-) Montrons que $Y_s = K|U_{AB}|$ avec $k = cte$.

Le point S a pour coordonnées $S(l, Y_s)$ en remplaçant dans l'équation de la trajectoire $Y_s = \frac{qE}{2mV_o^2}l^2$ or $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$, on obtient la déviation

$$Y_s = \frac{ql^2}{2mdV_o^2}|U_{AB}| = K|U_{AB}|$$

8.6-) En utilisant la propriété de Thales dans le triangle IPD ; on obtient :

$$\frac{IS_x}{IO'} = \frac{SS_x}{PO'} \text{ or } \rightarrow \begin{cases} IS_x = \frac{l}{2}, IO' = D \\ SS_x = Y_s, PO' = OP \end{cases}$$

$$\text{D'ou } OP = \frac{IO' \times SS_x}{IS_x} = \frac{D \times Y_s}{\frac{l}{2}}$$

$$\text{Donc } OP = \frac{2D}{l}Y_s \text{ avec } Y_s = K|U_{AB}|$$

Exercice 9

$$\text{9.1-)} \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} \begin{vmatrix} O \\ -g \end{vmatrix}$$

9.2-) Voir exercice 5 (question 3), pour plus de détails

$$\text{9.3-)} \vec{a} = \vec{g} \text{ donc } \vec{a} \begin{vmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{vmatrix} \text{ d'ou } \vec{V} \begin{vmatrix} \dot{x} = cte \\ \dot{y} = cte \\ \dot{z} = -gt + cte \end{vmatrix}$$

$$\text{Or } \vec{V}(t=0) \begin{vmatrix} V_o \cos \alpha \\ 0 \\ V_o \sin \alpha \end{vmatrix} \text{ donc } \vec{V} \begin{vmatrix} x = V_o \cos \alpha \\ y = 0 \\ z = -gt + V_o \sin \alpha \end{vmatrix}$$

$$\text{D'ou } \vec{OG} \begin{vmatrix} x = V_o \cos \alpha t + cte \\ y = cte \\ z = -\frac{g}{2}t^2 + V_o \sin \alpha t + cte \end{vmatrix}$$

$$\text{Or } \vec{OG}(t=0) = \vec{OA} \begin{vmatrix} a \\ 0 \\ b \end{vmatrix} \text{ donc } \vec{OG} \begin{vmatrix} x = V_o \cos \alpha t + a \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o \sin \alpha t + b \end{vmatrix} \quad (1)$$

$y = 0$, donc la trajectoire est

dans le plan (Oxz)

$$\text{Dans (1), on a : } t = \frac{x-a}{V_o \cos \alpha} \quad (3)$$

(3) dans (2) nous donne

$$z = -\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha}(x-a)^2 + \tan \alpha(x-a) + b \quad (4)$$

9.4-) 1^e Méthode Au niveau du sol (en P) : $z_p = 0$

$$\text{Soit } -\frac{1}{2}gt^2 + V_o \sin \alpha t + b = 0$$

le discriminant de cette équation du second degré est : $\Delta = V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb > 0$

$$\text{d'où } t = \frac{V_o \sin \alpha \pm \sqrt{\Delta}}{-g} = \frac{V_o \sin \alpha \pm \sqrt{\Delta}}{g}$$

On garde la solution positive car ($z > 0$) soit $z_p = \frac{V_o \sin \alpha + \sqrt{\Delta}}{g}$

(1) donne $d = x_p = V_o \cos \alpha t_p + a$ soit en factorisant par $\frac{V_o^2}{g}$

$$d = \frac{V_o \cos \alpha}{g}(V_o \sin \alpha + \sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb}) + a$$

$$\text{2^e Méthode (4) avec } z=0 \Leftrightarrow -\frac{g}{2}\left(\frac{x-a}{V_o \cos \alpha}\right)^2 + V_o \sin \alpha\left(\frac{x-a}{V_o \cos \alpha}\right) + b = 0$$

Posons $X = x - a$, on obtient

$$-\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha}X^2 + \tan \alpha X + b = 0$$

$$\Delta = \tan^2 \alpha + \frac{4gb}{2V_o^2 \cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{\tan^2 \alpha + \frac{4gb}{2V_o^2 \cos^2 \alpha}} \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{V_o^2 \cos^2 \alpha}(V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb)} = \frac{1}{V_o \cos \alpha} \sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb}$$

$$\text{d'où } X = -\frac{\tan \alpha \pm \sqrt{\Delta}}{-\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha \pm \sqrt{\Delta}}{\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha}}$$

$$X = \frac{V_o^2 \cos^2 \alpha}{g} \tan \alpha + \frac{V_o^2 \cos^2 \alpha}{g} \sqrt{\Delta}$$

On a rejeter la solution négative ,car $z > 0$

$$X = \frac{V_o^2 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{g} + \frac{V_o^2 \cos^2 \alpha}{g} \cdot \frac{1}{V_o \cos \alpha} \sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb}$$

$$x = \frac{V_o^2 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{g} + \frac{V_o \cos \alpha}{g} \sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb}$$

$$X = \frac{V_o \cos \alpha}{g} [V_o \sin \alpha + \sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb}]$$

Or $X=x-a$ donc

$$d = \frac{V_o \cos \alpha}{g} [\sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 2gb} + V_o \sin \alpha] + a$$

9.5) a-) d ne dépend de V_o que par des fonctions croissantes (V_o , V_o^2 , ...), d devant être le plus grand possible, il en est de même pour V_o (logique!).

b) On peut factoriser par $V_o \cdot \sin \alpha$ pour simplifier $d = \frac{V_o^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} (1 + \sqrt{1 + \frac{2gb}{V_o^2 \sin^2 \alpha}}) + a$

$$d = \frac{13^2}{9.81} \times \cos \alpha \sin \alpha (1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 9.81 \times 2.1}{13^2 \times \sin^2 \alpha}}) + 0.60$$

$$\Leftrightarrow d = 17.2 \cos \alpha \sin \alpha (1 + \sqrt{1 + \frac{0.244}{\sin^2 \alpha}}) + 0.60$$

c) $\alpha = 45$ (voir exercice 5)

d) $d(\alpha = 45) \approx 19.9m$ et $d(\alpha = 41) \approx 19.8m$ l'optimisation de d se fait en fonction de α (calculs fastidieux), mais le gain est minime. Il conviendrait plutôt d'optimiser a , b , V_o ou bien de tenir compte des frottements.

e) pour $a=b=0$, on a :

$$d = \frac{V_o \cos \alpha}{g} (V_o \sin \alpha + \sqrt{V_o^2 \sin^2 \alpha + 0})$$

$$= \frac{V_o \cos \alpha}{g} (V_o \sin \alpha + V_o \sin \alpha)$$

$$= \frac{V_o \cos \alpha}{g} (2V_o \sin \alpha) = \frac{V_o^2}{g} (2 \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{V_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

on a bien $d = x_p = \frac{V_o^2 \sin 2\alpha}{g}$

Exercice 10 :

10.1-)	$x(cm)$	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,400
	$t^2(s^2)$	0,53	0,79	1,06	1,32	1,58	1,87

On remarque que la distance x parcourue augmente avec le temps au carré, donc le mouvement est **rectiligne uniformément accélérer**.

10.2-) En appliquant le T.C.I au chariot on trouve $x = (\frac{1}{2}g \sin \alpha)t^2 \Leftrightarrow x = kt^2$, où k est la pente de la courbe $x = f(t^2)$ (lire principe chapitre 9).

$$\tan \theta = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{1,2-0,40}{1,58-0,53} = 0,76 = k = \frac{1}{2}a.$$

Donc $a = 2k = 2 \times 0,76 = 1,52$. Donc **$a=1,52m.s^{-2}$** .

10.3-a) En appliquant le T.C.I au chariot, on a : $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} \\ -P \cos \alpha \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ R \end{array} \right. = m \vec{a}_G \left\{ \begin{array}{l} a_x \\ a_y \end{array} \right.$$

$\Leftrightarrow$

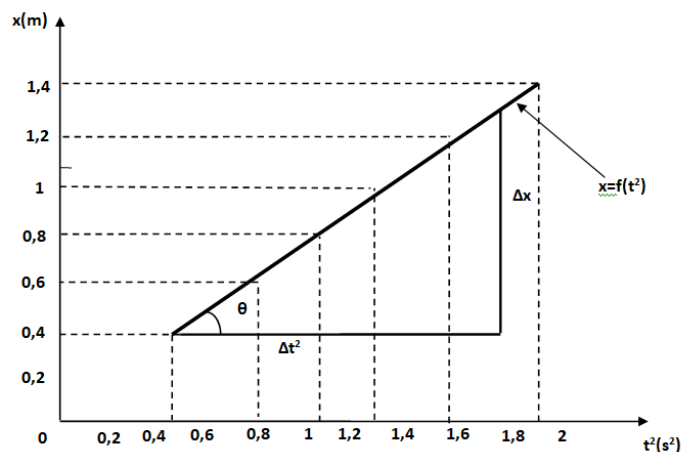
$$\left\{ \begin{array}{l} -P \sin \alpha = ma_x \quad (1) \\ R - P \cos \alpha = ma_y = 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

D'après (1) $a_x = g \sin \alpha = a_t$, d'où $a_t = g \sin \alpha$.

A.N : $a_t = 9,8 \times \sin(10) = 1,70$. Donc **$a_t=1,70m.s^{-2}$** .

b-) Ecart entre ces deux accélérations.

$e = a_t - a = 1,7 - 1,52 = 0,18$. Donc **$e=0,18m.s^{-2}$** .



On remarque que $a_t > 0$ en supposant les forces de frottements nulle. Donc il y a existence des forces de frottements ce qui a causé la diminution de l'accélération.

c-) Par application du T.C.I, on obtient $\mathbf{f} = \mathbf{m}(\mathbf{g} \sin \alpha - \mathbf{a})$.

A.N : $f = 0,2(9,8 \sin(10) - 1,52) = 0,036$. Donc $\mathbf{f} = \mathbf{0,036N}$.

10.4-) NON le système chariot-Terre n'est pas conservatif, à cause de l'existence de $\vec{f}$.

APPROFONDISSEMENT

Exercice 11*** :

un projectile de masse m est lancé avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ formant un angle α avec l'horizontal, une tige de longueur L formant un angle β avec l'horizontal à pour extrémité un point M où le projectile vient finir sa course comme l'indique le schéma ci-contre.

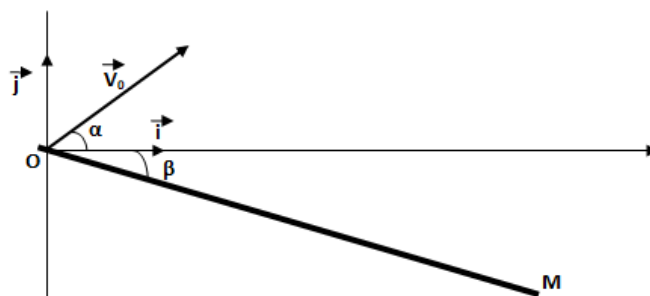
11.1-) Ecrire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les différentes caractéristiques du mouvement du projectile.

11.2-) Etablir alors l'équation de la trajectoire du mobile.

11.3-) Déterminer la longueur L de la tige.

11.4-) Déterminer l'altitude h atteinte par le projectile par rapport au point M.

On donne $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 40^\circ$, $V_0 = 5 \text{ m/s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$



Exercice 12* :** dans tout le problème, on prendra $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Une bille de masse $m_1 = 200g$

et de rayon $r = 5 \text{ cm}$ tombe en chute libre guidée par une ficelle tendue verticalement entre deux points M et N passant par un trou fin pratiqué suivant un diamètre de bille. Après sa chute, la bille rebondit plusieurs fois avant de s'immobiliser sans s'écarter de la trajectoire verticale (voir schéma ci-contre).

12.1-) Calculer la vitesse de la bille lors de sa première arrivée au sol sachant qu'au cours de sa chute le centre de gravité de la bille s'est déplacé de la hauteur $z_0 = 2 \text{ m}$.

12.2-) Le choc de la bille avec le sol n'est pas parfaitement élastique. Après chaque rebond, la bille perd le dixième de son énergie cinétique disponible immédiatement avant le choc. Nous admettons que la bille s'immobilise après la chute au cours de laquelle son centre de gravité s'est déplacé d'au plus deux centimètres.

12.2.1-) exprimer en fonction de z_0 et de n ($n \in \mathbb{N}^*$, n = numéro d'ordre d'un rebond) la hauteur z_n atteinte par la bille après le rebond d'ordre n .

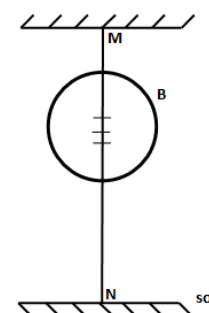
12.2.2-) En déduire le nombre de rebond de la bille avant qu'elle ne s'immobilise.

On donne $\log(0.9) = -0.046$.

12.2.3-) On appelle θ_0 la durée de la première chute de la bille, avant son premier rebond ; Soit θ_n le temps qui s'écoule entre le rebond d'ordre $n - 1$ et le rebond d'ordre n de la bille. Donner l'expression de θ_n en fonction de θ_0 et de n .

12.2.4-) En déduire le temps totale écoulé depuis le lâcher de la bille jusqu'à son immobilité.

On rappelle que si on a une suite géométrique de raison q telle que $|q| < 1$, on peut écrire $1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$.



Exercice 13* :** On veut connaître la hauteur H d'un immeuble. Un observateur placé à son sommet lâche un objet dont il entend après un temps T le bruit du choc sur le sol. On donne la vitesse V_s du son dans l'air et la pesanteur terrestre g .

13.0-) Déterminer la hauteur H de l'immeuble.

13.1-) En considérant un repère d'origine le point où l'observateur lâche l'objet et de sens descendant, exprimer H en fonction de g et du temps t_1 (temps de descente de l'objet jusqu'à son contact avec le sol).

13.2-) Donner l'expression de H en fonction de H et de t_2 (temps avec lequel l'objet rejoint l'observateur après son contact avec le sol).

13.3-) En déduire l'expression de H en fonction de g, T et t_2 .

13.4-) Remplacer la valeur de H dans celle-ci en utilisant la relation trouver en 2.2) et écrire l'expression obtenu comme une équation de second degré de variable t_2 .

13.5-) Calculer le discriminant de cette équation et démontrer que celui-ci est toujours positif quelque soit la valeur de T.

13.6-) Exprimer alors deux valeurs possible de t_2 puis en déduire la valeur qui doit être retenue.

13.7-) Remplacer la valeur de t_2 dans l'expression 2.2) et en déduire la formule à une variable (T) permettant de calculer la valeur précise d'une hauteur connaissant uniquement la valeur de T.

13.8-) Vérifier si pour T=0s on obtient H=0m.

13.9-) Calculer la hauteur de l'immeuble pour T=4s.

On donne $V_s = 340m/s$, $g = 10m/s^2$

SOLUTIONS

Exercice 11 : 11.1-) Caractéristique du mouvement

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{cc} 0 & \vec{V}_O \\ -9.8 & \end{array} \right| \begin{array}{l} V_{ox} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \\ V_{oy} = \frac{5}{2} \end{array} \quad \vec{V} \left| \begin{array}{l} V_x = \frac{5\sqrt{3}}{2} \\ V_y = -9.8t + 2.5 \end{array} \right. \quad \vec{OM} \left| \begin{array}{l} x = \frac{5\sqrt{3}}{2}t \\ y = -4.9t^2 + 2.5t \end{array} \right.$$

11.2-) Equation de la trajectoire du projectile

$$Y = -\frac{g}{2V_O^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

AN : Donc $Y = -0.26x^2 + 0.57x$.

11.3-) Si le mobile passe par le point M alors ses coordonnées vérifies l'équation de la trajectoire.

$$M \left(\begin{array}{l} x_M \\ y_M \end{array} \right) \text{ or } \left| \begin{array}{l} x_M = L \cos \beta \\ y_M = -L \sin \beta \end{array} \right. \quad (\text{car } y_M < 0)$$

En remplaçant x_M et y_M dans l'équation de la trajectoire, on obtient :

$$-L \sin \beta = -0.26(L \cos \beta)^2 + 0.57(L \cos \beta) \Leftrightarrow$$

$$-L \sin \beta = -0.26 \cos^2 \beta \cdot L^2 + 0.57L \cos \beta$$

$$\Leftrightarrow L(-0.26 \cos^2 \beta L + 0.57 \cos \beta + \sin \beta) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} L = 0 \\ -0.26 \cos^2 \beta L + 0.57 \cos \beta + \sin \beta \end{array} \right. \quad (1) \quad \text{ou}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -0.26 \cos^2 \beta L + 0.57 \cos \beta + \sin \beta \end{array} \right. \quad (2)$$

Or $L > 0 \Leftrightarrow -0.26 \cos^2 \beta L + 0.57 \cos \beta + \sin \beta = 0$

$$\text{d'où } L = \frac{0.57 \cos(\beta) + \sin(\beta)}{0.26 \cos^2(\beta)}$$

$$\text{AN : } L = \frac{0.57 \times \cos(40) + \sin(40)}{0.26 \cos^2 \beta} = 7.07$$

Donc $OM = L = 7.07m$

11.4-) Déterminons l'altitude h du projectile par rapport au point M.

On a $h = y_F + |y_M|$, ou y_F est la flèche du projectile et y_M l'ordonnée du point M.

- Calcul de la flèche y_F .

En utilisant la formule $V_f^2 - V_i^2 = 2a(x_f - x_i)$ suivant l'axe des ordonnées, on a :

$$V_f^2 - V_i^2 = -2g(Y_f - Y_0) \text{ or } V_F^2 = 0 \text{ et } Y_0 = 0 \text{ d'où } V_{oy}^2 = -2gY_F \text{ et } V_{oy}^2 = V_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$\text{d'où } Y_F = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

- Calcul de $|Y_M|$

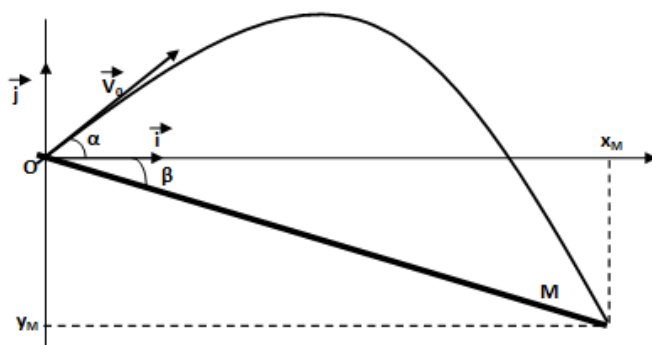
Dans le triangle OMM' (ou M' est le projecter arthogonal de M sur (oy)).

$$\sin \beta = \frac{|Y_M|}{OM} \Leftrightarrow |Y_M| = OM \sin \beta = L \sin \beta.$$

$$\text{d'où } h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + L \sin \beta$$

$$\text{AN : } h = \frac{(5)^2 \sin^2(30)}{2 \times 9.8} + 7,486m$$

$$h = 4.9m$$



Exercice 12 : 12.1-) Calculons la vitesse de la bille lors de sa première arriver au sol.

$Z_0 = 2m$ et la vitesse initiale $V_0 = 0m/s$

$$V^2 - V_0^2 = 2g(Z - Z_0) \Leftrightarrow V^2 = 2g(Z_0)$$

D'où $V = \sqrt{2gZ_0}$ (Il est à noter qu'on obtient le même résultat en utilisant le T.E.C)

$$V = \sqrt{2gZ_0} \text{ AN : } V = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2} = 6.26$$

Donc $V = 6.26 \text{ m/s}$

12.2.1-) Expression de Z_n en fonction de Z_0 et de n sachant que la bille perd $\frac{1}{10}$ de son E_c après chaque rebond, nous avons :

- utilisons tout d'abord la conservation de l'énergie mécanique pour exprimer la vitesse d'un mobile lors d'un rebond en fonction de la hauteur.

* au premier rebond $E_{m_M} = E_{m_N}$

$$\Leftrightarrow E_{c_N} = E_{p_M} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = mgZ_0 \Leftrightarrow V_0^2 = 2gZ_0$$

* Au deuxième rebond $V_0^2 = 2gZ_1$ * Nous pouvons déduire qu'au n -ième rebond, on aura $V_n^2 = 2gZ_n$ d'où au premier rebond $E_{c_1} = \frac{9}{10}E_{c_0} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{9}{10} \times \frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow V_1^2 = \frac{9}{10}V_0^2$

En utilisant les relations obtenus ci-dessus, on obtient :

$$V_1^2 = 2gZ_1 = \frac{9}{10} \times 2gZ_0 = V_0^2 \Leftrightarrow 2gh_1 = \frac{9}{10} \times 2gh_0 \Leftrightarrow h_1 = \frac{9}{10}h_0$$

* Au dixième rebond :

$$E_{c_1} = \frac{9}{10}E_{c_1} = \frac{9}{10}(\frac{9}{10}E_{c_0}) = (\frac{9}{10})^2E_{c_0} \Rightarrow V_0^2 = (\frac{9}{10})^2V_0^2$$

$$\Rightarrow 2gZ_2 = (\frac{9}{10})^2(2gZ_0) \Rightarrow Z_2 = (\frac{9}{10})^2Z_0.$$

Nous pouvons déduire qu'au n -ième rebond on aura :

$$Z_n = (\frac{9}{10})^n Z_0 \text{ (cette relation est facilement démontrable par récurrence).}$$

12.2.2-) Nombre de rebonds avant l'immobilité de la boule. Il y'a immobilité si et seulement si

$$Z_n = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$Z_n \leq 2 \times 10^{-2} \Leftrightarrow (\frac{9}{10})^n Z_0 \leq 2 \times 10^{-2} \Leftrightarrow (0.9)^n \times 2 \leq 2 \times 10^{-2} \Rightarrow (0.9)^n \leq 10^{-2}.$$

La fonction $\log$ étant croissante, on a : $(0.9)^n \leq 10^{-2} \Rightarrow n \log(0.9) \leq -2 \log(10)$ (car $\log(a^n) = n \log(a)$).

Or $\log(10)=1$.

$$\Leftrightarrow n = \frac{-2}{\log(0.9)} = \frac{-1}{0.046} = 43.47$$

or $n \in \mathbb{N}^*$ donc $n=44$.

12.2.3-) Expression de θ_n en fonction de θ_0 et de n

En appliquant le T.C.I et en exprimant sa position en fonction du temps, on obtient :

$$z = \frac{1}{2}at^2 \text{ d'où}$$

$$\bullet Z_0 = \frac{1}{2}g\theta_0^2 \Rightarrow \theta_0 = \sqrt{\frac{2z}{g}} = 0.64 \text{ (}\theta_0 = \text{durée avant le premier rebond).}$$

$$\bullet Z_1 = \frac{1}{2}g(\frac{\theta_1}{2})^2 \Rightarrow \theta_1 = 2\sqrt{\frac{2Z_1}{g}} \text{ (}\theta_1 \text{ est le temps mis pour la montée de la bille après le premier rebond)}$$

$$\bullet Z_n = \frac{1}{2}g(\frac{\theta_n}{2})^2 \text{ (car } \theta_n \text{ est le temps mis pour la montée et la descente de la bille après le (n-1)-ième rebond) donc}$$

$$\theta = 2\sqrt{\frac{2Z_n}{g}} \text{ avec } Z_n = (0.9)^n Z_0, \text{ d'où } \theta_n = 2\sqrt{\frac{2(0.9)^n Z_0}{g}} = 2\sqrt{\frac{2Z_0}{g}} \times \sqrt{0.9^n} \text{ or } \sqrt{\frac{2Z_0}{g}} = \theta_0 \Leftrightarrow \theta_n =$$

$$2\theta_0 \times \sqrt[3]{0.9} = 2\theta_0(0.9)^{n/2}$$

$$\text{Donc } \theta_n = 2\theta_0(0.9)^{n/2}.$$

12.2.4-) Calculons le temps écoulé depuis le lâcher de la bille

$$t = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n$$

$$= \theta_0 + 2\theta_0(0.9)^{1/2} + 2\theta_0(0.9)^1 + \dots + 2\theta_n(0.9)^{n/2}$$

$$= \theta_0 + 2\theta_0 q + 2\theta_0 q^2 + \dots + 2\theta_n q^n \text{ (avec } q = (0.9)^{1/2})$$

$$= \theta_0 + 2\theta_0 q \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$\text{d'où } t = \theta_0 + 2\theta_0 q \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$\text{AN : } t = 0.64 + 2 \times 0.64 \times (0.9)^{1/2} \times (\frac{1-(0.9)^{n/2+1}}{1-(0.9)^{1/2}})$$

Donc pour $n=44$, $t = 21.97 \text{ s}$.

Exercice 13 : 13.0) utilisons la méthode de résolution habituelle. posons t_1 = temps mis par l'objet pour atteindre le sol et t_2 = temps mis par le son pour atteindre l'oreille de l'observateur, après son contact avec le sol. On a donc $t_1 + t_2 = 4 \text{ s}$.

En appliquant le T.C.I dans un repère d'origine le point où l'observateur lâche l'objet est de sens descendant, on trouve que l'équation horaire de la trajectoire de l'objet est : $x = \frac{1}{2}gt^2$

Pour t_1 , on a : $H = \frac{1}{2}gt_1^2$ en prenant $g=10 \text{ N/kg}$ on a : $H = 5t_1^2$ or $t_1 = 4 - t_2 \Rightarrow H = 5(4 - t_2)^2$ d'autre

part $V_s = \frac{h}{t_2} \Rightarrow h = V_s \times t_2 = 340t_2$

En remplaçant cette valeur dans $H = 5(4 - t_2)^2$, on obtient : $340t_2 = 5(4 - t_2)^2$ d'où l'équation : $t_2^2 - 76t_2 + 16 = 0$ Celle-ci a pour solution : $t_1 = 0,21s$ ou $t_2 = 75,78s$.

Or $t_1 + t_2 = 4 \Rightarrow t_2 < 4$ d'où $t_2 = 0,21s$

d'où on a : $H = 340t_2 = 340 \times 0,21 = 71,4m$ ou encore $H = \frac{1}{2}gt_1^2$ avec $t_1 = 4 - t_2 = 4 - 0,21 = 3,79s$ on trouve toujours $H = 5(3,79)^2 = 71,4m$ Donc **H=71,4m**

13.1.-) Déterminons la hauteur H en fonction de t_1 .

- Système étudier : objet de masse m
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Repère (O, $\vec{i}$) ou $\vec{i}$ est orienté du haut vers le bas
- Inventaire des forces : $\vec{P}$: poids de l'objet
- Application du T.C.I $\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}_G$.

En projetant cette égalité suivant $\vec{i}$, on obtient $a_G = g$

- Vecteur vitesse initial : $\vec{V}_0 = \vec{0} \Rightarrow V_0 = 0$
- Vecteur vitesse à un instant t : $V = gt$
- Vecteur position : $x = \frac{1}{2}gt^2$

Or après le temps t_1 , on a parcourue la hauteur H d'où $H = \frac{1}{2}gt_1^2$

13.2.-) Donnons l'expression de H en fonction de V_0 et t_2

On sait que $V = \frac{d}{dt}$, d'où pour le temps t_2 , le son parcourt la distance H.

Donc $V_0 \times t_2$

13.3.-) Déduisons-en l'expression de H en fonction de g, T et de t_2 .

D'après **13.1** on a : $H = \frac{1}{2}gt_1^2$ or $T = t_1 + t_2 \Leftrightarrow t_1 = T - t_2$

Donc $\frac{1}{2}g(T - t_2)^2$

13.4.-) D'après 13.2) on a $H = V_s \times t_2$ en remplaçant H par l'expression obtenue en 13.3, on obtient : $V_s \times t_2 = \frac{1}{2}g(T - t_2)^2 \Leftrightarrow V_s \times t_2 = \frac{1}{2}g(T^2 - 2Tt_2 + t_2^2) \Leftrightarrow V_s \times t_2 = \frac{1}{2}gT^2 - gTt_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}gt_2^2 - V_s t_2 - gTt_2 + \frac{1}{2}gT^2 = 0$

Donc $(\frac{1}{2})t_2^2 - (V_s + gT)t_2 + (\frac{1}{2}gT^2) = 0$ (E)

est l'équation recherché.

13.5.-) Calculons le discriminant Δ de l'équation (E)

(E) est de la forme (E) $at^2 + bt_1 + c = 0$ avec $a = \frac{1}{2}g$, $b = -(V_s + gT)$ et $c = \frac{1}{2}gT^2$

D'où $\Delta = b^2 - 4ac = (V_s + gT)^2 - 4(\frac{1}{2}g)(\frac{1}{2}gT^2) \Leftrightarrow \Delta = V_s^2 + 2gTV_s + g^2T^2 - g^2T^2 = V_s^2 + 2gTV_s$

Donc $\Delta = V_s(V_s + 2gT)$

• On remarque bien que $\Delta > 0$, car ($V_s > 0$, $g > 0$ et $T \geq 0$)

13.6.-) Exprimons les deux valeurs t'_1 et t'_2

$$t_1 = \frac{V_s + gT - \sqrt{V_s(V_s + 2gT)}}{g} \text{ et } t'_2 = \frac{V_s + gT - \sqrt{V_s(V_s + 2gT)}}{g}$$

• Il est évident que $t'_2 \geq 0$

• Etudions le signe de t'_2

$$t'_2 = \frac{V_s + gT - \sqrt{V_s(V_s + 2gT)}}{g} = 0 \Leftrightarrow V_s + gT = \sqrt{V_s(V_s + 2gT)} \Leftrightarrow (V_s + gT)^2 = V_s(V_s + 2gT)$$

$$\Leftrightarrow V_s^2 + 2gTV_s + g^2T^2 = V_s^2 + 2gTV_s \Leftrightarrow g^2T^2 = 0 \text{ Or } g^2T^2 \geq 0$$

d'où $V_s + gT \geq \sqrt{V_s(V_s + gT)}$ d'où $t'_2 \geq 0$

On a deux valeurs de temps t'_1 et t'_2 tout deux positif. Or sachant qu'on doit avoir t_2 très petit par rapport à t_1 la valeur retenu est forcément t'_1 . Donc $t_1 = t'_2$.

13.7.-) Déduisons en la formule à une variable.

Dans **13.2** on a $H = V_s \times t_2$ en remplaçant t_2 , on Donc : $H = V_s \frac{V_s + gT - \sqrt{V_s(V_s + 2gT)}}{g}$

(formule permettant de calculer une hauteur ayant le temps T)

13.8.-) Vérifions si pour T=0s, on a bien **H=0m**

$$H = V_s \frac{V_s + g \times 0 - \sqrt{V_s^2}}{g} = \frac{V_s - V_s}{g} = 0m \text{ d'où le résultat.}$$

13.9.-) Pour T=4s, on a **H=71.78m**.

Chapitre 4

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS CIRCULAIRES UNIFORMES

1-) Généralité sur le mouvement circulaire : On dit que le mouvement d'un point est circulaire si sa trajectoire est un cercle ou un arc de cercle.

Considérons un point M en rotation sur un cercle de rayon r. Ce point peut être repéré à une date t sur le cercle par son **abscisse angulaire** $\theta = (\widehat{OM_0, OM})$ ou par son **abscisse curviligne** $S = M_0M = r\theta$.

• **La vitesse angulaire :** elle traduit la variation dans le temps de l'abscisse angulaire, on a : $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ avec $\dot{\theta}$ en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

• **La vitesse linéaire :** dans la base de frenet, le vecteur vitesse linéaire s'écrit : $\vec{v} = \dot{S} \vec{t}$ elle est **tangente** à la trajectoire :

$\vec{v} = \dot{S} \vec{t} = \frac{dS}{dt} \cdot \vec{t} = \frac{d(r\theta)}{dt} \cdot \vec{t} = r \frac{d\theta}{dt} \cdot \vec{t}$ d'où $\vec{v} = r\dot{\theta} \vec{t}$ en module $v = r\dot{\theta}$ (v en m/s).

• **L'accélération angulaire :** elle traduit la variation dans le temps de la vitesse angulaire, on note : $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$.

• **vecteur accélération dans la base de frenet :** dans la base de frenet, l'accélération à deux composante, la **composante tangentielle** $\vec{a}_t$ et la **composante normale** $\vec{a}_n$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_t = r\ddot{\theta} \\ a_n = \frac{v^2}{r} \end{array} \right.$$

1.1-) Le mouvement circulaire uniformément accéléré : c'est un mouvement de trajectoire circulaire et d'accélération constante dans ce cas, $\ddot{\theta} = Cte$.

• **Vitesse angulaire instantanée :** $\ddot{\theta} = Cte \Leftrightarrow \dot{\theta} = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0$

$\ddot{\theta}$ est accélération angulaire ; $\dot{\theta}_0$ est la vitesse angulaire initiale.

• **L'abscisse angulaire instantanée :** on sait que $\ddot{\theta} = Cte \Leftrightarrow \theta = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} = Cte \Leftrightarrow \theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \dot{\theta}_0t + \theta_0$.

On montre aussi que $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x_2 - x_1) \Leftrightarrow \dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2 = 2(\theta_2 - \theta_1)$.

1.2-) Le mouvement circulaire uniforme :

a) **Définition :** c'est un mouvement dont la trajectoire est un **cercle** ou un **arc de cercle** et sa **vitesse linéaire constante**.

b) **Les caractéristique cinématique du mouvement circulaire uniforme :**

- la **vitesse angulaire** : $\dot{\theta} = \omega = Cte$

- la **vitesse linéaire** : $v = r\dot{\theta} = r\omega = Cte$

- l'**abscisse angulaire** : $\theta = \dot{\theta}t + \theta_0$ θ_0 est appelé abscisse angulaire initiale.

- **abscisse curviligne instantanée** : $S = vt + S_0$ ou S_0 représente l'abscisse curviligne initiale.

- **Vecteur accélération :**

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_t = r\ddot{\theta} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{r} \end{array} \right. \Leftrightarrow \vec{a} \left| \begin{array}{l} a_t = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \end{array} \right.$$

dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération tangentielle est nulle, le module de l'accélération normale est **constante**, $\vec{a}_n$ est perpendiculaire à la trajectoire. $\vec{a} = \vec{a}_n$, ($\vec{a} \perp \vec{T}$). On dit que le mouvement est en **accélération centripète**.

c) Période, fréquence du mouvement circulaire uniforme :

- **La période** : c'est le temps au cours duquel le mobile effectue un tour de sa trajectoire. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$.

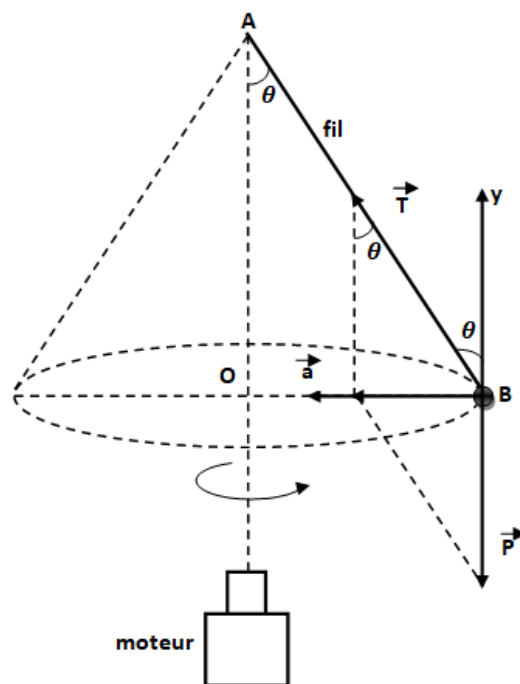
- **La fréquence** : c'est le nombre de tour qu'effectue le mobile pendant 1 seconde.

$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r}$. f en hertz (Hz); T en secondes (s).

2-) Le pendule conique :

2.1-) Description :

Il est constitué d'une petite boule de masse m attachée à un fil dont l'autre extrémité est fixée au sommet d'une tige solidaire à l'arbre d'un moteur. Lorsque le moteur est mis en marche le pendule s'écarte de la tige jusqu'à un certain angle θ quand la vitesse angulaire du vecteur a atteint une valeur θ_0 .



2.2-) Etude dynamique du pendule conique :

- **Système étudié** : boule du pendule

- **repère d'étude** : $(G, \vec{i}, \vec{j})$

- **inventaire des forces** : $\vec{P}$: poids de la boule; $\vec{T}$: tension du fil.

- **application du T.C.I**

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$ dans $(G, \vec{i}, \vec{j})$ on a :

$$\vec{P} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -P \end{array} \right. + \vec{T} \left| \begin{array}{l} T \sin \theta \\ T \cos \theta \end{array} \right. = m\vec{a} \left| \begin{array}{l} V^2/R \\ 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} T \sin \theta = \frac{mv^2}{R} \\ T \cos \theta = mg \end{array} \right. \quad (1) \quad (2)$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{V^2}{rg} = \frac{\omega^2 R^2}{Rg} = \frac{\omega^2}{g} \cdot R$$

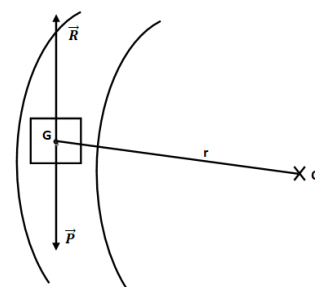
$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\omega^2}{g} \cdot R \text{ or } \sin \theta = \frac{R}{l} \Leftrightarrow R = l \sin \theta \text{ alors } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\omega^2}{g} \cdot l \sin \theta \Leftrightarrow \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l} \text{ Donc } \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}.$$

- **Valeur de ω_0 à partir de laquelle le pendule s'écarte de la tige.**

On sait que : $\cos \theta \leq 1$ car $(\theta \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{g}{\omega_0^2 l} \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_0^2 l}{g} \geq 1 \Leftrightarrow \omega_0^2 \geq \frac{g}{l} \Leftrightarrow \omega_0 \geq \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ Donc } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

- **La tension du fil** : de l'équation (2), on a : $T \cos \theta = mg \Leftrightarrow T = \frac{mg}{\cos \theta} = mg \times \frac{\omega^2 l}{g}$ Donc $T = ml\omega^2$.



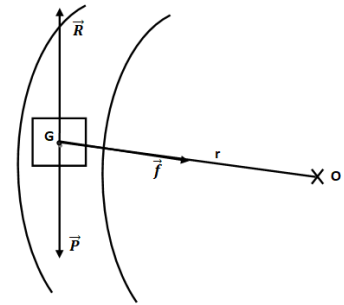
3-) Mouvement d'un véhicule sur un virage :

Un véhicule qui roule à vitesse constante sur un virage à un mouvement circulaire uniforme. son accélération est donc **centripète** c'est-à-dire **dirigé vers le centre du virage**.

D'après le T.C.I, la somme des actions appliquées peut être aussi **centripète**. Condition sans laquelle il y a risque de **dérapiage**.

3.1-) virage horizontal sans frottement :

Dans ce cas, la résultante des forces extérieures n'est pas centripète pour réussir le virage, le véhicule devra s'incliner d'un angle α par rapport à la verticale pour pouvoir réussir son virage sans risque de **déraper**.



3.2-) Virage sur un plan horizontal avec frottement : Dans ce cas où la piste présente des frottements, la force de frottement dûe au contact des roues avec la piste sera **centripète** et le véhicule peut réussir le virage **sans s'incliner** à condition que sa vitesse soit **raisonnable**. Ici, on aura $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}_n$, en projetant suivant les axes, on a :

$$\vec{P} \left| \begin{array}{c} 0 \\ -P \end{array} \right. + \vec{R}_N \left| \begin{array}{c} 0 \\ R_N \end{array} \right. + \vec{f} \left| \begin{array}{c} f \\ 0 \end{array} \right. = m\vec{a} \left| \begin{array}{c} \frac{mv^2}{R} \\ 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow f = m \frac{V^2}{R}$$

3.3-) Virage sans frottement et incliné d'un angle α par rapport à horizontal :

Ce type de virage est peut pratique, bien que les forces extérieures appliquées au véhicule soit **centripète**, le véhicule doit avoir une **vitesse précise V** pour le réussir. Les véhicules lents auront tendance à dériver vers le bas tandis que les plus rapides auront tendance à dériver vers le sommet.

Calcul de l'angle α dont doit être relevé un virage pour être réussi par un véhicule roulant à la vitesse V.

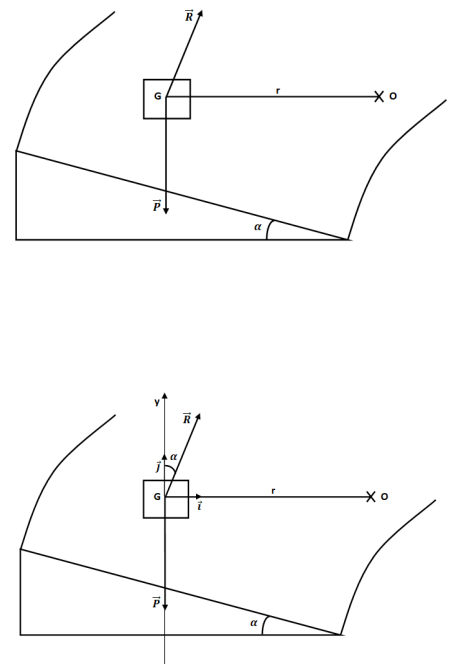
Appliquons le T.C.I au centre d'inertie G du véhicule dans un repère $(G, \vec{i}, \vec{j})$.

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ dans $(G, \vec{i}, \vec{j})$ on a :

$$\vec{P} \left| \begin{array}{c} 0 \\ -P \end{array} \right. + \vec{R} \left| \begin{array}{c} R \sin \alpha \\ R \cos \alpha \end{array} \right. = m\vec{a} \left| \begin{array}{c} V^2/R \\ 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} R \sin \alpha = mV^2/r & (1) \\ R \cos \alpha = mg & (2) \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \tan \alpha = \frac{V^2}{rg}. \quad V \text{ en m/s ; } r \text{ en m } g \text{ en m/s}^2 = 9,8.$$

Si ce type de virage présente les frottements, et les dérapages limités, la **marge de vitesse de réussite est plus grande** en raison des forces de frottements qui empêchent les glissements vers le bas ou le haut de la piste.

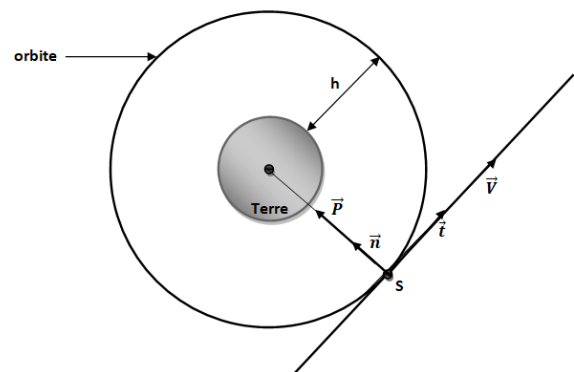
**4-) Mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre :**

les **satellites** sont des objets spatiaux placés en orbite autour de la terre, leurs trajectoires peuvent être **circulaire, elliptique, hyperbolique,...** ils sont utilisés en astronomie, en télécommunication en météorologie. Le référentiel **géocentrique** est approprié pour l'étude du mouvement des satellites.

4.1-) Etude du mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre : Soit S un satellite en orbite autour de la terre à une altitude h, il est soumis à l'action d'une seule force extérieure qui est son poids, appliquons le T.C.I au satellite.

$$\vec{P} = m\vec{a}_G \Rightarrow m_S \vec{g}_h = m_S \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a} = g_h \cdot \vec{n}.$$

L'accélération du satellite est centripète, sa composante tangentielle est nulle. On a donc $a_t = 0$.



$$a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{Cte.}$$

Conclusion : la vitesse d'un satellite en orbite circulaire est constante.

Le mouvement du satellite ne dépend que du champ de pesanteur, de sa vitesse et non de sa masse.

4.2-) Vitesse linéaire du satellite : $\vec{a}_G = g_h \vec{n} \Leftrightarrow \vec{a}_G \vec{n} = g_h \vec{n} \Leftrightarrow a_n = g_h$

$$\Leftrightarrow \frac{V^2}{(R_T+h)} = g_0 \cdot \frac{2}{(R_T+h)^2} \Leftrightarrow V = R_T \cdot \sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}.$$

V est appelé vitesse de satellisation et est communiqué au satellite par la fusée porteuse au moment de sa libération.

4.3-) Période de révolution du satellite :

$$v = \omega(R_T + h) = \frac{2\pi}{T}(R_T + h) \Leftrightarrow t = \frac{2\pi(R_T+h)}{V} = \frac{2\pi(R_T+h)}{R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}} = \frac{2\pi(R_T+h)\sqrt{R_T+h}}{R_T g_0} \text{ donc } T = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}.$$

La vitesse et la période du satellite dépendent de l'altitude h.

4.4-) Satellite géostationnaire : un satellite est dit géostationnaire lorsqu'il possède une **position fixe** par rapport à un point de la surface de la terre, la période d'un satellite géostationnaire est égale à celle de la révolution de la Terre **24 heures** c'est-à-dire la période de rotation de la Terre autour d'elle-même (jour sidéral) **T₀=86164s**.

- Mouvement uniquement possible dans le plan équatorial.
- altitude : $z=35800 \text{ km}$; rayon de l'orbite $r=R_T + z \simeq 42200 \text{ km}$.
- vitesse $v=3080 \text{ cm/s}$.

Définitions :

- **état d'impesanteur** (cas d'un objet dans un satellite) : l'objet est soumis à la même accélération que le satellite, donc il reste immobile par rapport au satellite si l'objet l'était initialement.
- **état d'apesanteur** : l'objet n'est soumis à aucune force de pesanteur.
- **période de révolution de la Terre** : durée d'une rotation autour du soleil.
- **période propre de la Terre** : durée d'une rotation autour de l'axe des pôles.

4.5-) L'altitude h₀ d'un satellite géostationnaire :

$$\text{nous avons : } T_0 = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}} \Leftrightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{R_T^2} \frac{(R_T+h_0)^3}{g_0} \Leftrightarrow (R_T + h_0) = \frac{T_0^2 R_T^2 + g_0}{4\pi^2} \Leftrightarrow R_T + h_0 = \sqrt[3]{\frac{T_0^2 R_T^2 g_0}{4\pi^2}}$$

$$\text{donc } h_0 = -R_T + \sqrt[3]{\frac{T_0^2 R_T^2 g_0}{4\pi^2}}. h_0 = 35801,23 \text{ km on prend d'habitude } h_0 \simeq 36000 \text{ km}$$

4.6-) LOIS DE KE-

PLER : Dans le référentiel héliocentrique.

1^{ère} loi : Le centre P d'une planète décrit autour du centre S du soleil une trajectoire elliptique ou circulaire dont S occupe un des deux foyers de l'ellipse ou le centre du cercle.

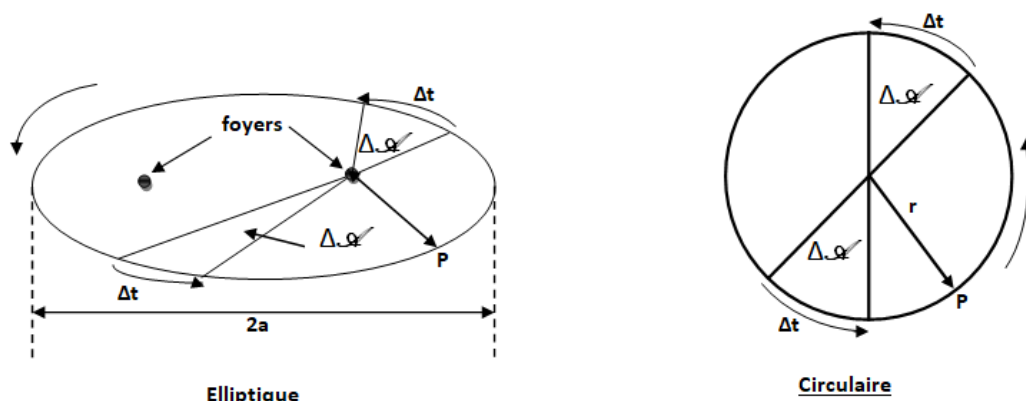
2^{ème} loi : l'aire ΔA balayée par le segment

[SP] pendant une durée Δt fixée est une constante d'où l'on peut écrire $(\frac{\Delta A}{\Delta t}) = \text{Cte.}$

3^{ème} loi : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} = \text{Cte}$

avec T : période du mouvement ; a : longueur du demi grand axe (ellipse) ou rayon (cercle).

Mouvements : (voir figure ci-dessus)



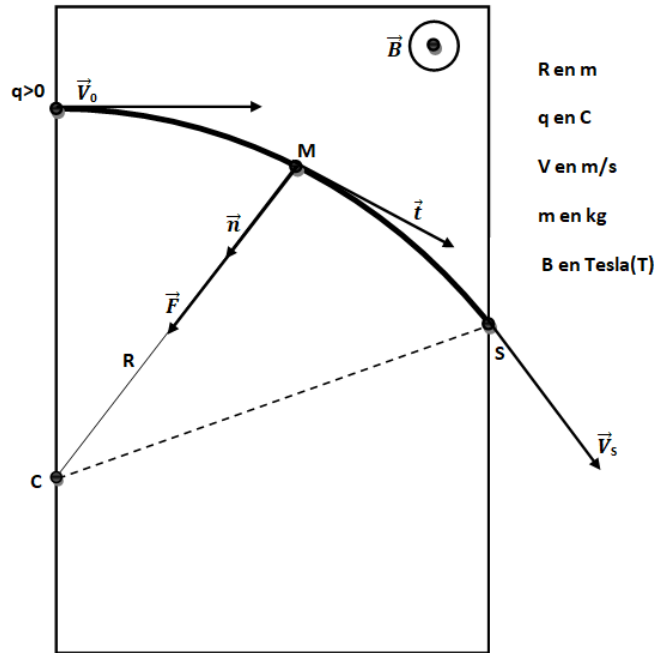
4.7-) Énergie mécanique du satellite : lorsque la référence de l'énergie potentiel du système

satellite-terre est choisie à l'infinie, son énergie potentiel de gravitation (E_P) est donné par la relation : $E_P = -\frac{mg_0 R_T^2}{(R_T+h)}$. m : est la masse du satellite.

• **l'énergie mécanique** du système satellite-terre est :

$$E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{mg_0 R_T^2}{R_T+h} = \frac{1}{2}m(R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}})^2 - \frac{mg_0 R_T^2}{R_T+h} = \frac{1}{2} \frac{mR_T^2 g_0}{R_T+h} - \frac{mg_0 R_T^2}{R_T+h} \text{ donc } E_M = -\frac{1}{2} \frac{mR_T^2 g_0}{(R_T+h)}.$$

5-) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique : Rappelons que dans un champ magnétique une particule chargée, en mouvement de vitesse $\vec{V}$, est soumise à une force de **LORENTZ** d'expression $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$, cette force est **très grande** par rapport au poids de la particule, au point que dans la majorité des exercices, l'on néglige le poids de la particule.



5.1-) Nature du mouvement de la particule lorsque $\vec{V} \perp \vec{B}$:
- **Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la particule.**

$$\Delta_{EC} = W(\vec{F}), \text{ or } W(\vec{F}) = p.t = \vec{F} \cdot \vec{V}.t.$$

$$\text{Alors } \Delta_{EC} = \vec{F} \cdot \vec{V}.t = q.\vec{V} \wedge \vec{B} \cdot \vec{V}.t \quad \Delta_{EC} = 0 \text{ car } \vec{V} \wedge \vec{B} \cdot \vec{V} = \vec{0}.$$

Conclusion : L'effet d'un champ magnétique uniforme sur une particule chargée ne modifie pas son énergie cinétique et par conséquent ne modifie pas sa vitesse.

- **Application du T.C.I à la particule.**

$\vec{F} = m\vec{a}$ dans la base de frenet, on a :

$$\vec{F} = m(a_t \vec{t} + a_n \vec{n}) = m\left(\frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{r} \vec{n}\right) \text{ comme } V = \text{Cte alors } \frac{dv}{dt} = 0 \text{ alors } \vec{F} = m \frac{V^2}{r} \vec{n}$$

Conclusion : La force de **LORENTZ** est **centripète** donc l'accélération est aussi **centripète**.

Le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme est **circulaire uniforme**.

Calcul du rayon de la trajectoire.

$$\vec{F} = \frac{mV^2}{R} \vec{n} \Leftrightarrow q\vec{V} \wedge \vec{B} = \frac{mV^2}{R} \vec{n}.$$

$$\text{en module } |q|V.B = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV}{|q|B}.$$

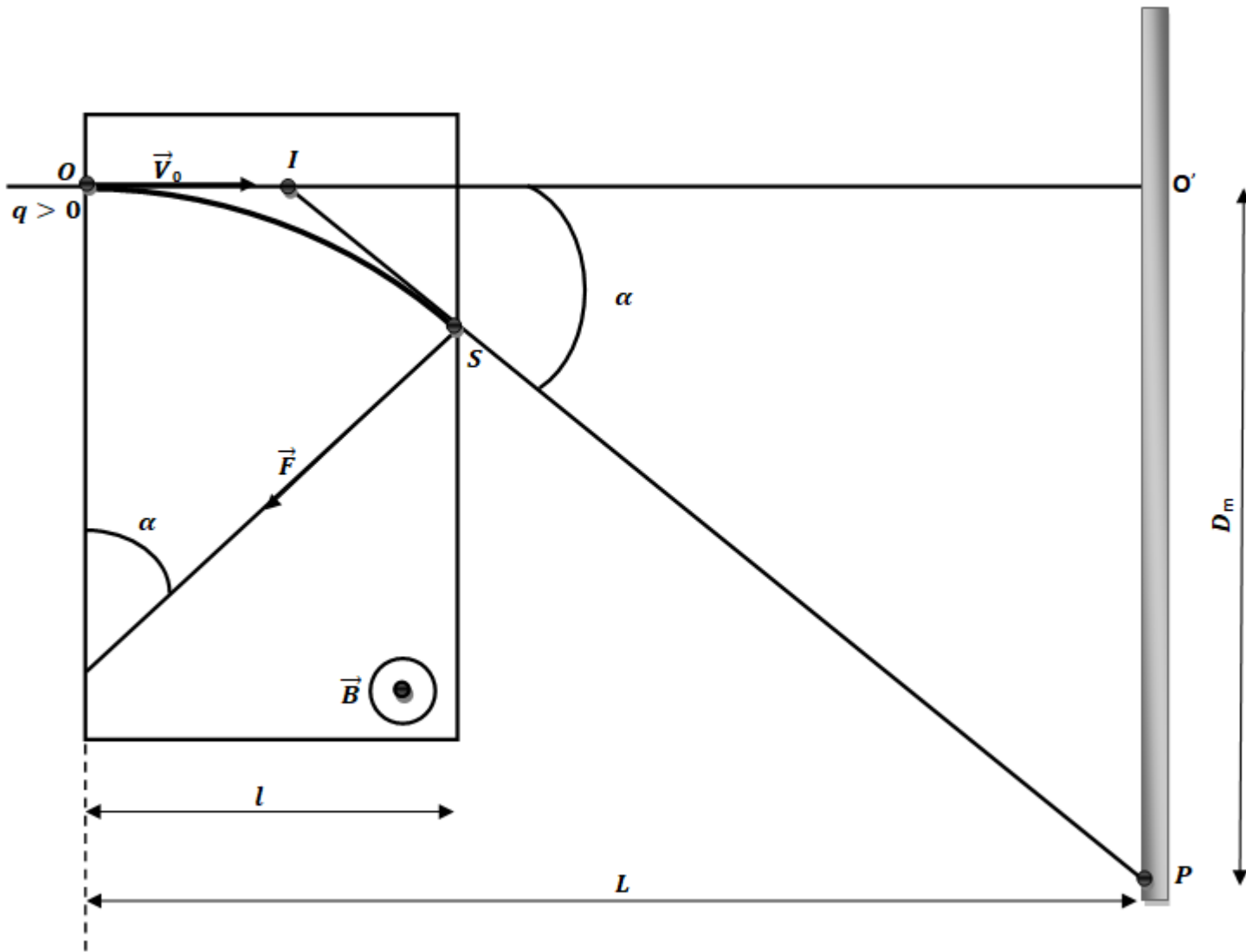
- **Vitesse angulaire de la particule :**

$$V = \omega R \text{ d'où } \omega = \frac{v}{R} = \frac{V}{\frac{mV}{|q|B}} \Leftrightarrow \omega = \frac{|q|B}{m} \text{ donc } \omega = \frac{|q|B}{m}.$$

- **La période de la particule.**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ donc } T = 2\pi \cdot \frac{m}{|q|B}$$

Remarque : si $\vec{V} // \vec{B}$, alors $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ la particule traverse le champ magnétique en **ligne droite sans déviation**.



5.2-) la déflexion magnétique :

- la déviation angulaire : c'est l'angle $\hat{\alpha} = (\widehat{CO}, \widehat{CS}) \sin \alpha = \frac{l}{R}$
- **La déflexion mag,étique** : c'est l'ordonnée du point P ($o'P$ ou D_m).

nous avons $\tan \alpha = \frac{D_m}{IO'} = \frac{D_m}{L - OI}$.

Dans les dispositifs à déflexion magnétique $\hat{\alpha}$ est **petit**.

$$IO \ll L, \sin \alpha \simeq \tan \alpha, \text{ d'où } \frac{l}{R} = \frac{D_m}{L} \Rightarrow D_m = \frac{L \cdot l}{R} = \frac{L \cdot l}{\frac{mV}{|q|B}} = \frac{L \cdot l \cdot |q| B}{mV}.$$

Si $R \leq l$ la particule fait demi-tour dans le champ magnétique $\vec{B}$ et ressort **parallèlement** à la direction incidente.

5.3-) Application de la déviation magnétique :

- **Les tubes cathodiques** : (oscilloscope, téléviseur, moniteur d'ordinateur).

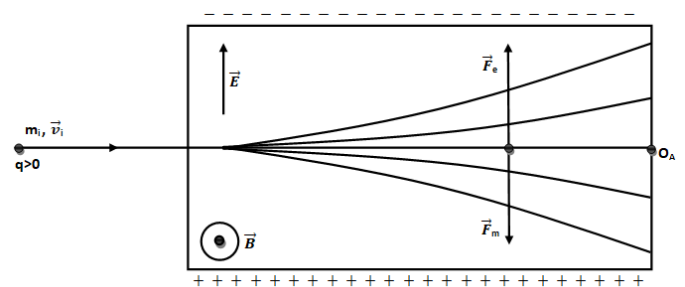
Les faisceaux d'électrons sont déviés par un champ magnétique créé par la bobine de déflexion.

- **Les sélecteurs de vitesses** : un sélecteur comporte une région où règne simultanément un **champ magnétique** et un **champ électrique**, les deux perpendiculaires, un mélange de particules de vitesses différentes est envoyé dans cette région.

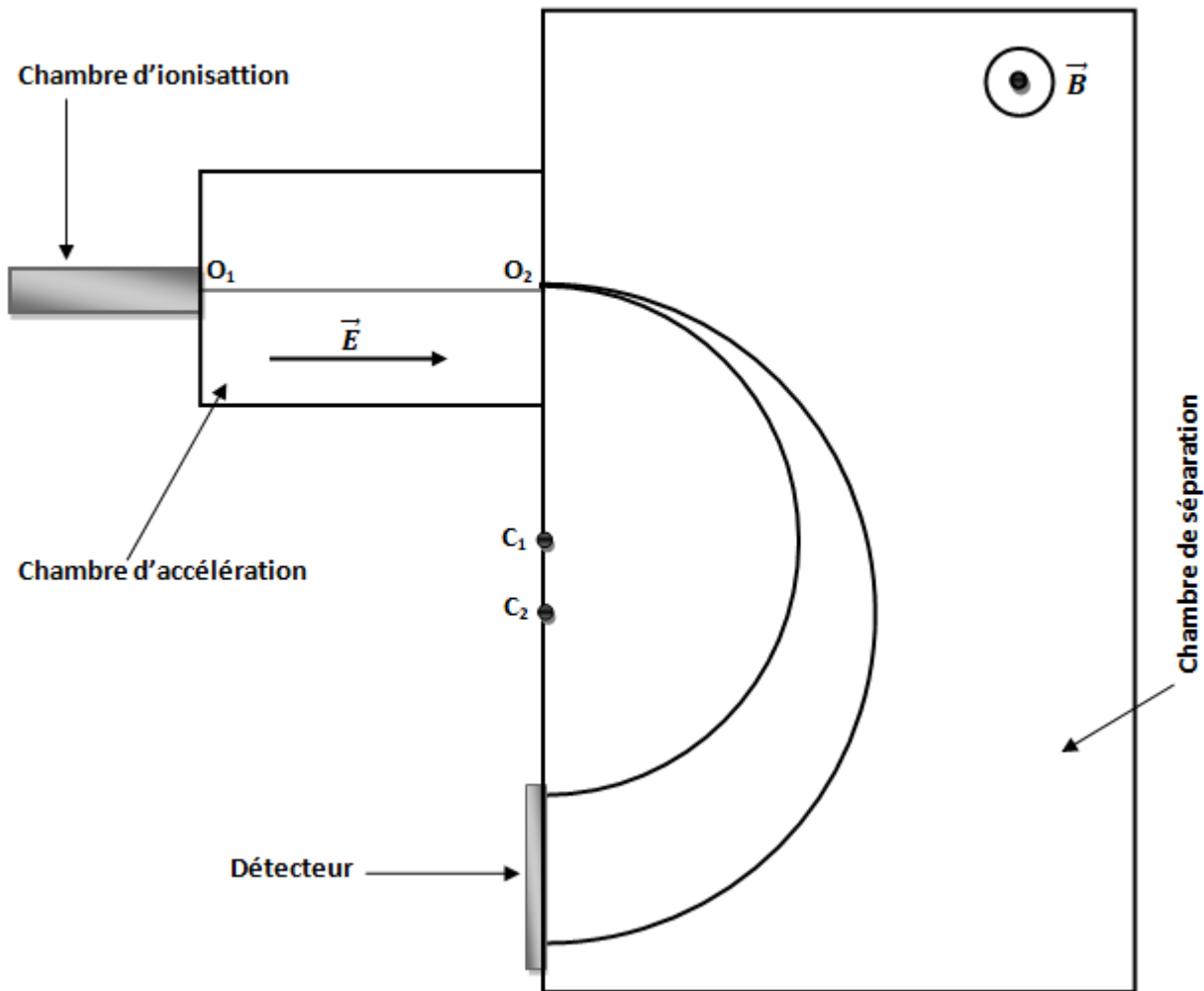
Les particules qui sortent en O_2 sont celles pour lesquelles la force électrique et la force magnétique se compensent, c'est-à-dire :

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Leftrightarrow F_e - F_m = 0 \Leftrightarrow F_e = F_m \quad qE = qVB \text{ donc } v = \frac{E}{B}.$$

- **Le spectographe de masse** : c'est un dispositif qui permet de séparer les particules de même charge, mais de masses différentes **les isotopes** par exemple. Son schéma de principe est le suivant :



Principe de fonctionnement : dans la chambre d'ionisation, on ionise les isotopes (avec des radiations UV (ultra violet)) ils entrent dans la chambre d'accélération en O_1 avec une vitesse presque nul. Ils sont accélérés avec le champ électrique $\vec{E}$, ils entrent enfin dans la chambre de séparation en O_2 , ici, chaque ions décrit **une trajectoire circulaire**



des rayons bien précis et tombe sur le **décteur** en un point bien précis.

Pour deux isotopes donnés on montre que : $D_2 - D_1 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2U}{q}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$.

D_1 et D_2 sont les diamètres des deux trajectoires ; U : tension aux bornes de la chambre d'accélération en volt (V) ; m_1 et m_2 sont les masses des particules en kg.

Rappel : pour ${}^A_ZX$ on a la charge totale qui vaut $q = +Ze$.

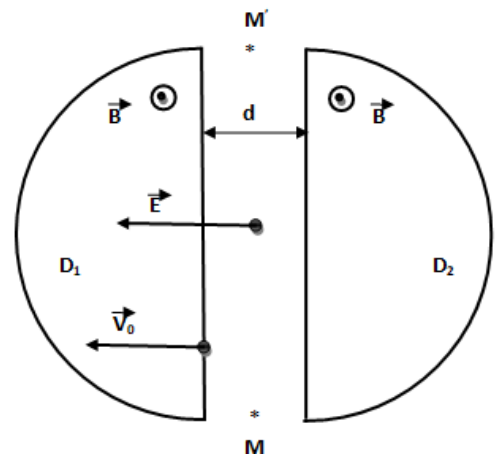
Le cyclotron :

C'est un dispositif dont la fonction est d'accélérer les particules à trajectoire circulaire, le schéma de principe est le suivant :

La particule est placée en C, et est accélérée par la tension U avant d'entrer dans le Dé (D_1) et est à nouveau accélérée par la tension U dont le sens a changé avant d'entrer dans le Dé (D_2), la tension U est une tension variable ou alternative.

À chaque passage dans un Dé, le rayon de la trajectoire **augmente**. Pour un tour effectué par la particule, la variation de l'énergie cinétique (Δ_{EC}) est : $\Delta_{EC} = 2qU$.

soit alors pour n tours, $\Delta_{EC_n} = 2nqU$



EXERCICES

Exercice 1* : Titan est un satellite de saturne qui décrit une trajectoire circulaire de rayon $r = 1,22 \times 10^6 km$ et de période $T = 15,9$ jours. En déduire la masse de Saturne.

Exercice 2 : (SATELLITES GEOSTATIONNAIRES)**

Soit un satellite géostationnaire évoluant autour de la Terre de centre C, de masse M_T de rayon R_T , le satellite est supposé de masse m, et sa trajectoire est circulaire.

- 1-) Rappeler la définition d'un satellite géostationnaire.
- 2-) Montrer que C appartient nécessairement au plan de la trajectoire. En déduire que la trajectoire est dans le plan équatorial.
- 3-) Quelle est la période T d'un tel satellite ?
- 4-) Calculer alors le rayon r de son orbite et son altitude z.
- 5-) En déduire sa vitesse v (en fonction de G, M_T et T) et la calculer.

Exercice 3* : Un satellite terrestre de masse 87,3kg a une trajectoire circulaire à une altitude de 205km. En déduire.

- a) Sa période de révolution et sa fréquence.
- b) Sa vitesse.
- c) Ses accélérations normale, tangentielle et totale.
- d) La valeur de la force de gravité qu'il subit et celle de la force centripète.

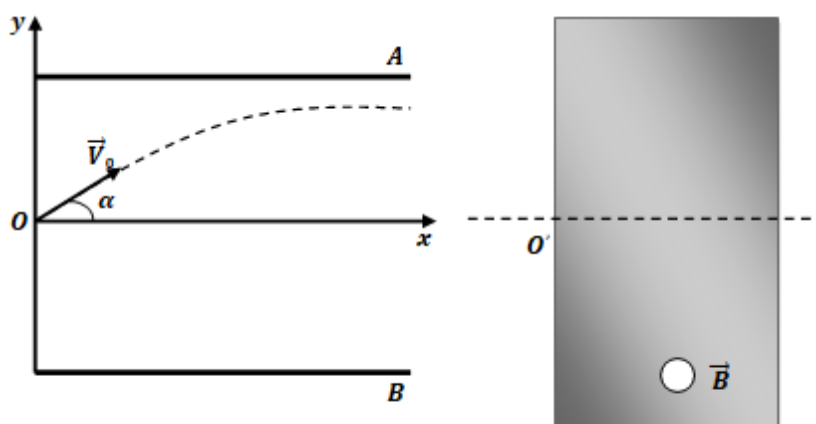
Exercice 4 : Mouvement d'un électron dans un champ électrique et magnétique.**

Un électron émis sans vitesse initiale est accéléré par une tension $U_0 = 500V$.

4.1-) Quelle vitesse atteint-il ?

On donne : $|e| = 1,6 \times 10^{-19} C$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} kg$.

Cet électron pénètre dans un condensateur avec la même vitesse V_0 par le point O, à mi-distance des armatures du condensateur. $\vec{V}_0$ forme avec l'axe $(O, \vec{i})$ un angle α voir figure ci-contre. La tension $U_{BA} = U$ est fixée à 50V. On donne, $L = 4cm$, $d = 2cm$.



4.2-) Indiquer sur la figure le signe des plaques, le vecteur champ électrique $\vec{E}$, le vecteur $\vec{F}$ (la force électrostatique subie par l'électron).

4.3-) Déterminer l'équation de la trajectoire de l'électron en négligeant son poids.

4.4-) Déterminer l'angle α pour que l'électron émerge du condensateur parallèlement à l'axe $(O, \vec{i})$. Quelle est la vitesse V_1 à cette sortie ?

4.5-) L'électron entre avec V_1 dans le champ magnétique situé à la sortie du condensateur.

4.5.1-) En négligeant la masse de l'électron, donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ de la particule.

4.5.2-) Montrer que dans ce champ magnétique, le mouvement de l'électron est uniforme.

4.5.3-) Indiquer le sens de $\vec{B}$ et calculer sa valeur pour que la particule retourne dans le condensateur après un demi-tour centré sur O' dans le champ magnétique.

Exercice 5* : (ETUDE D'UN SATELLITE DE MARS)**

Phobos est un satellite de Mars. On supposera dans cet exercice que les deux objets sont sphériques et homogènes. On donne : $G = 6,67 \times 10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$ distance Mars-phobos $d = r = 9,38 \times 10^3 km$, masse de Mars $M_m = 6,42 \times 10^{23} kg$, masse de Phobos M_P ; période de révolution de Mars, $T_M = 24h37min$. On suppose que phobos a un mouvement circulaire uniforme autour de Mars de vitesse V. On travaillera dans un référentiel galiléen centré sur Mars.

5.1-) Définir mouvement circulaire uniforme.

5.2-) Sur un schéma, représenter le vecteur accélération de Phobos.

5.3-) Appliquer la 2^{ème} loi de Newton à ce satellite et en déduire que l'expression de sa vitesse de révolution autour de Mars est $V = \sqrt{\frac{GM_M}{r}}$.

5.5-) Déterminer l'expression reliant V , r , T_P ou T_P est la période de révolution de Phobos autour de Mars et en déduire que la 3^{ème} loi de Kepler pour le satellite est $\frac{T_P^2}{r^3} = 9,22 \times 10^{-3} s^2.m^{-3}$.

5.6-) En déduire T_P . Phobos est-il stationnaire par rapport à Mars? pourquoi?

5.7-) Déterminer la durée T' de deux passages consécutifs de ce satellite par la verticale d'un point de Mars.

On donne le rayon de Mars $R_M = 3900 \text{ km}$, mais cette valeur vous permettra juste d'établir des hypothèses solides. Elle ne vous aidera pas dans les calculs propre à l'exercice.

Exercice 6** :

On considère un point matériel A, de masse $m = 100 \text{ g}$ suspendu à un point fixe O à un fil fin, inextensible et de masse négligeable de longueur $l = 1 \text{ m}$.

6.1-) cet ensemble est mis en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical (Δ) passant par O. A décrit alors un cercle dans un plan horizontal et la direction du fil fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'axe (Δ) (voir fig 1).

6.1.1-) Faire l'inventaire des forces agissant sur le point matériel A. Donner les caractéristiques direction, sens, intensité de chacune des forces et les représenter. On prendra dans tout le problème : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

6.1.2-) Quelle est la vitesse angulaire ω de rotation de l'ensemble?

6.2-) Le fil de suspension est remplacé par un ressort à spires non jointives, de longueur à vide à vide l_0 , de coefficient de raideur $k = 49 \text{ N/m}$. La vitesse de rotation est alors 8 rad/s . Le point A décrit toujours un cercle dans le plan horizontal, l'axe du ressort étant incliné sur la verticale d'un angle β (voir fig 2). Calculer la longueur du ressort lors de ce mouvement, ainsi que l'angle β .

On donne $l_0 = 20 \text{ cm}$.

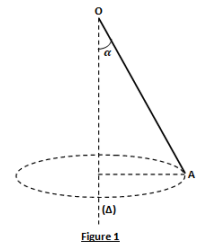


Figure 1

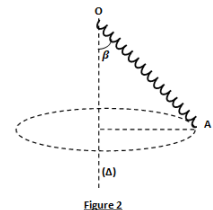


Figure 2

Exercice 7 :** Une petite bille de masse m décrit une gouttière de forme circulaire ABCD, d'épaisseur négligeable, de rayon r et de masse M , située dans un plan verticale. Soit Ou la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle θ avec l'horizontale passant par O et A. On note Ox et Oy les deux axes orthonormés passant par A et B (voir schéma). On néglige tous les frottements.

Soit $\vec{R}$ la réaction fournie par la gouttière sur la bille. On pose $\alpha = (\vec{R}, \vec{P})$, l'angle que font entre eux la réaction $\vec{R}$ et le poids $\vec{P}$ de la bille ($0 \leq \alpha \leq \pi$).

7.1-) Si $\vec{V}$ est la vitesse de la bille en un point quelconque de la gouttière, montrer que le module de $\vec{R}$ peut se mettre sous la forme : $R = m(\frac{V^2}{r} - g \cos \alpha)$.

7.2-) La bille partant du point A à l'instant initial, exprimer le travail des forces extérieures appliquées à la bille entre l'instant initial (lorsqu'il est en A) et un instant quelconque t en fonction du rayon r et de l'angle α .

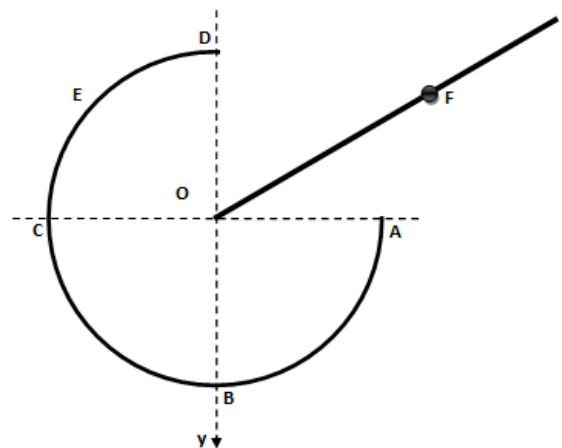
7.3-) En déduire l'expression générale de la vitesse V en fonction de la vitesse de la bille au point A notée V_A , de r et de l'angle α .

7.4-) En utilisant l'expression de R trouvée à la question 1, donner la relation générale permettant d'écrire R en fonction de V_A , r et α .

7.5-) Soit E le point milieu de l'arc CD.

7.5.1-) Quelle doit être la valeur minimale de V_A pour que la bille ne décolle pas de la gouttière au point E?

7.5.2-) Même question concernant le point D.



7.5.3-) Calculer alors les coordonnées de F, point d'arrivée de la bille sur Ou.

On donne : $r=50\text{cm}$, $g=9,81\text{m.s}^{-2}$, $\theta = 30^\circ$, $V_A = 6,4\text{m.s}^{-1}$.

Exercice 8* :** Un petit solide S, de masse $m=0,5\text{kg}$, part pratiquement sans vitesse du sommet A d'un demi-cylindre de rayon $R=20\text{cm}$ et de centre O, les frottements sont négligeables vis-à-vis des autres forces. On donne $g=10\text{m.s}^{-2}$

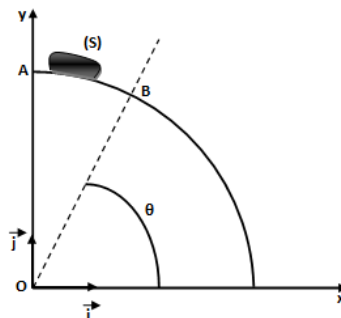
8.1-) Recenser les forces appliquées à S.

8.2-) Déterminer les travaux de ces forces quand le solide part de A jusqu'en B où $\theta = 60^\circ$.

8.3-) Déterminer l'intensité V_B de la vitesse acquise en B. Indiquer sa direction dans un repère que l'on précisera.

8.4-) Pensez-vous que l'accélération $\vec{a}$ soit centripète, au point B par exemple ?

8.5-) Déterminer en fonction de θ la réaction R_N du support en un point M tel que l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ soit égal à θ . Pour quelle valeur de θ n'y a-t-il plus contact avec le demi-cylindre ?



Exercice 9 : (TEMPS DE PASSAGE)**

On néglige la rotation propre de la Terre.

Un satellite décrivant une orbite circulaire à une altitude de 750km passe à la verticale de la ville A à $t=0\text{s}$, puis de B à $t=\tau\text{s}$.

On donne $\widehat{AB} = 500\text{km}$ (dans le plan et dans le sens de la trajectoire).

Calculer τ .

Exercice 10* :** On considère un axe (Δ) vertical tournant à une vitesse constante ω , sur lequel est fixé une tige (t) horizontale.

10.1-) On enfile sur la tige un ressort (R_1) , de masse négligeable, et de raideur k , fixé en O (voir figure 1) et partout à son extrémité un anneau (A_1) , de masse m . Le ressort et l'anneau couissent sans frottement sur la tige (t) . Déterminer l'allongement du ressort en fonction de ω , m , k et l_0 (longueur du ressort à vide).

A.N : $m=50\text{g}$, $\omega = 4\pi\text{rad.s}^{-1}$, $k=200\text{N.m}^{-1}$, $l_0 = 48\text{cm}$.

10.2-) On enfile un second ressort (R_2) sur la tige (t) , (R_2) a la même raideur que (R_1) , mais sa longueur à vide est l'_0 .

Une de ses extrémités est fixée à l'anneau (A_1) . A l'autre extrémité est fixé un autre anneau (A_2) identique à (A_1) (voir figure 2).

Les anneaux dont l'épaisseur est négligeable couissent sans frottement sur la tige.

Déterminer les allongements et les tensions des ressorts en fonction de ω , m , k , l_0 et l'_0 .

A.N : $m=50\text{g}$, $\omega = 4\pi\text{rad.s}^{-1}$, $k=200\text{N.m}^{-1}$, $l_0 = 48\text{cm}$ et $l'_0 = 60,2\text{cm}$.

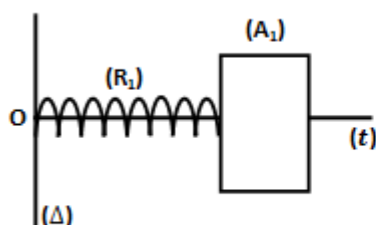


Figure 1

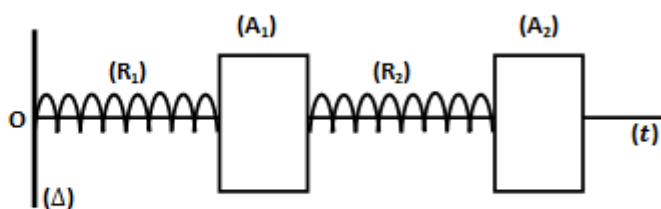


Figure 2

Exercice 11* :** On considère un satellite en rotation sur une orbite circulaire autour de la Terre. L'altitude du satellite est $h=3200\text{km}$. On donne : rayon de la Terre $R_T = 6400\text{km}$.

11.1-) Calculer la vitesse de ce satellite.

11.2-) Calculer le temps nécessaire pour faire un tour de la Terre. On donne g à la surface de la Terre $=9,81\text{m.s}^{-2}$.

11.3-) Quelle devrait être l'altitude h' du satellite pour qu'il paraîsse immobile à un observateur terrestre ? Le plan de l'orbite est celui de l'équateur terrestre.

11.4-) L'énergie potentielle de pesanteur du système (satellite-Terre) s'écrit :

$E_P = -\frac{m g_0 R_T^2}{R_T + h}$ si m est la masse du satellite ; $E_P = 0$ quand $h = \infty$.

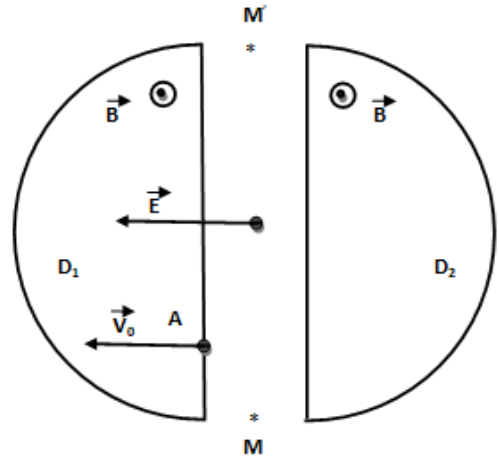
Donner, en fonction de m , g_0 , R et h l'expression de l'énergie mécanique du système.

11.5-) Quelle énergie faut-il fournir au satellite, de masse 1 tonne, pour le faire passer de l'orbite d'altitude h à l'orbite d'altitude h' ?

Exercice 12*** : (LE CYCLOTRON)

Soit un cyclotron à fréquence fixe. Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est créé dans deux "dés", D_1 et D_2 parallèlement à leurs axes ; Un champ électrostatique $\vec{E}$ est créé dans l'intervalle étroit entre les "dés", perpendiculairement aux surfaces qui délimitent l'intervalle entre D_1 et D_2 . La tension électrique établie entre les deux "dés", et qui crée le champ électrostatique est alternative de fréquence N de valeur maximale U_M (le champ électrostatique est nul à l'intérieur des "dés"). Les particules accélérées sont des protons, ils pénètrent en A avec une vitesse $\vec{V}_0$ ($\vec{V}_0$ est orthogonal à $\vec{B}$ et à MM' (voir figure)).

12.1-) Montrer que, dans un "dé", le mouvement d'un proton est circulaire uniforme. (On admet que le poids du proton est négligeable devant la force magnétique qu'il subit). Exprimer littéralement la durée d'un demi-tour. Vérifier qu'elle est indépendante de la vitesse ; donner sa valeur numérique. En déduire la fréquence N de la tension alternative.



12.2-) Quelle est l'énergie cinétique transmise au proton à chaque tour ?

12.3-) On veut que la vitesse finale des protons soit $20000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Quel est le nombre de tours effectués par les protons pour acquérir cette vitesse ? On admet que la vitesse initiale V_0 des protons quand ils pénètrent dans le cyclotron a une valeur très faible par rapport à $20000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

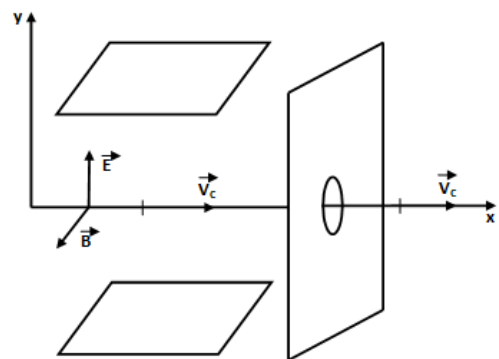
A.N : $B = 1 \text{ T}$; $U_M = 4000 \text{ V}$; masse du proton $m_P = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; charge du proton $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 13** :

Pour obtenir un faisceau homocinétique à l'entrée d'un spectromètre de masse, on place avant la chambre de déviation un sélecteur de vitesses (filtre de Wiem). Ce filtre ne laissera passer par une ouverture O que les particules ayant une certaine vitesse V_0 et déviara les particules ayant une vitesse différente.

Le principe du filtre considéré est le suivant :

- des particules chargées positivement sont projetées dans l'appareil suivant l'axe des abscisses.
- Deux plaques parallèles distantes de d entre les quelles existe une tension U produisent un champ électrique $\vec{E}$.
- Dans toute la région où règne $\vec{E}$ existe un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonale à $\vec{E}$ et à l'axe des abscisses.



13.1-) On observe que pour une certaine vitesse V , les particules ne sont pas déviées. Montrer que $V_0 = \frac{E}{B}$.

13.2-) Décrire comment seront déviées les particules de vitesse $V > V_0$ et celles de vitesse $V < V_0$.

13.3-) Calculer V_0 dans le cas où $B = 0,1 \text{ T}$, $d = 0,5 \text{ cm}$ et $U = 50 \text{ V}$.

Exercice 14* :** Un ion de masse m et de charge $q(-)$ entre en E avec une vitesse initial nul entre deux plaques chargées, la plaque en S est chargée positivement et celle en D chargée négativement, la tension entre ces deux plaques est notée U_0 il règne un champ magnétique $\vec{B}$ dans l'enceinte (D).

14.1-) Exprimer la vitesse V_S d'un ion à son arrivée en S.

14.2-) À leur sortie en S, les ions pénètrent dans une deuxième enceinte sous vide (D) dans laquelle règne un champ magnétique uniforme verticale.

14.2.1-) Quel doit être le sens du vecteur champ magnétique pour que les ions puissent atteindre les points O_1 ou O_2 ? justifier la réponse.

14.2.2-) En S le vecteur vitesse des ions est perpendiculaire à la vitesse passant par les points O_1 O_2 et S. Montrer que la trajectoire d'un ion dans l'enceinte (D) est plane. Montrer que la vitesse de l'ion est constante et que la trajectoire est un cercle. Déterminer l'expression du rayon de la trajectoire.

14.2.3-) Le jet d'ions sortant de la chambre d'ionisation est un mélange d'ions $^{9}\text{Br}^-$, de masse $m_1 = 1,3104 \times 10^{-25} \text{ kg}$ et d'ions $^{81}\text{Br}^-$, de masse $m_1 = 1,3436 \times 10^{-25} \text{ kg}$.

14.2.3.1-) Dans quel collecteur sont reçues les ions de masse m_1 ? Justifier la réponse.

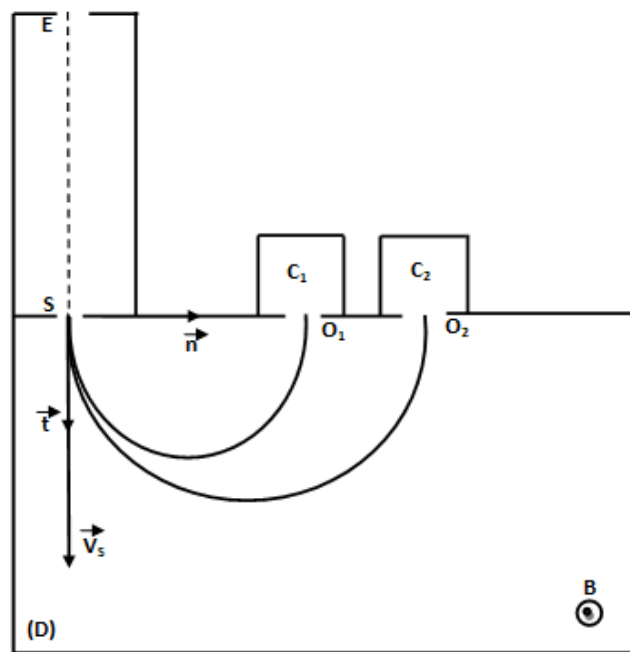
14.2.3.2-) Calculer la distance entre les entrées

O_1 et O_2 des deux collecteurs C_1 et C_2 chargées de récupérer les deux types d'ions.

14.2.3.3-) En une minute, les quantités d'électricités reçues respectivement par les collecteurs C_1 et C_2 sont $Q_1 = 6,60 \times 10^{-8} \text{ C}$ et $Q_2 = 1,95 \times 10^{-8} \text{ C}$.

Déterminer la composition du mélange d'ions. Justifier votre réponse.

On donne : $U_0 = -4,00 \times 10^3 \text{ V}$, $B = 1,00 \times 10^{-1} \text{ T}$, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$



EXERCICE 15 :** Un train de masse $m = 40 \times 10^3 \text{ kg}$ effectue un virage sur des rails inclinés de β .

15.1) a- faire l'inventaire des forces appliquées sur le train.

b) Exprimer $\tan \beta$ en fonction de V , r , g où r est le rayon de courbure.

c-) Exprimer la réaction R en fonction de m , V , r et g .

15.2-) Calculer β et R si $V = 320 \text{ km/h}$; $r = 9 \text{ km}$; $g = 9,8 \text{ N/kg}$.

15.3 Sur une route classique, le rayon de courbure ne dépassant pas 1 km et l'inclinaison β ne dépassant pas $\beta_{\max} = 8^\circ$ la vitesse du train est $V_1 = 134 \text{ km/h}$.

Si on impose à la réaction $\vec{R}$ une inclinaison supplémentaire $\theta = 4^\circ$, déterminer :

a) La nouvelle valeur V_2 de la vitesse maximal.

b) Le gain relatif en vitesse, donné par $\frac{100(V_2 - V_1)}{V_1}$ en %

SOLUTIONS

Exercice 1 : En utilisant la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} \text{ soit } M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

sachant que T s'exprime en seconde, on a :

$$\text{A.N : } M_S = \frac{4\pi^2 (1,22 \times 10^9)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (15,9 \times 24 \times 3600)^2} = 5,70 \times 10^{26}. \text{ Donc } M_S = 5,70 \times 10^{26} \text{ kg.}$$

Exercice 2 : 2.1-) Un satellite géostationnaire est un satellite fixe (stationnaire) par rapport à un point de la surface de la Terre (géo).

2.2-) Si C n'appartient pas au plan (P) de la trajectoire, alors.

- D'une part $\vec{F}_g$ est dirigée du satellite vers C , donc $\vec{F}_g$ n'est pas parallèle à (P).

- D'autre part $\vec{a}$ est dirigé vers l'intérieur de la courbure (propriété de $\vec{a}$), donc $\vec{a}$ est parallèle à (P).

- Enfin, la deuxième loi de Newton implique $\vec{F}_g = m\vec{a}$, $\vec{F}_g$ et $\vec{a}$ doivent être colinéaires, ce qui n'est pas le cas (puisque l'un est parallèle au plan de trajectoire, et l'autre pas) C appartient donc au plan de la trajectoire.

De plus, puisque le satellite est à la verticale d'un point de la surface de la Terre, il ne peut en être aussi qu'à l'équateur (sinon le satellite serait au dessus d'un point de l'hémisphère nord, puis sud ce ne

peut être le même point !) la trajectoire appartient au plan équatorial.

2.3-) T est la durée de rotation propre de la terre, soit la durée du jour sidéral : $T = T_S \simeq 86164s$.

2.4-) De la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$ avec $r = R_T + z$, on tire $r = \left(\frac{T^2 \cdot G.M_T}{4\pi^2}\right)^{1/3}$ et $z = r - R_T$.

A.N : $r = \left(\frac{86164^2 \times (6,67 \times 10^{-11}) \times (5,98 \times 10^{24})}{4\pi^2}\right)^{1/3} \approx 42.200km$ et $z = 42200 - 6380 \approx 35800km$

Donc $\mathbf{r} = 42200km$ et $\mathbf{z} = 35800km$.

2.5-) Déduisons en la vitesse v .

$v = \frac{2\pi r}{T_S} = \frac{2\pi}{T_S} \left(\frac{T_S^2 \cdot G.M_T}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{(2\pi)^3 T_S^2 \cdot G.M_T}{T_S^3 \cdot 4\pi^2}\right)^{1/3}$ d'où $v = \left(\frac{2\pi \cdot G.M_T}{T_S}\right)^{1/3} \approx 3080m.s^{-1}$ Donc $\mathbf{v} = 3080m.s^{-1}$.

Exercice 3 : 3.a) Troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$

($R_T + z$ est le rayon de la trajectoire circulaire du satellite), d'où $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + z)^3}{G.M_T}}$.

A.N : $T = 2\pi \sqrt{\frac{((6380+205) \times 10^3)^3}{(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,98 \times 10^{24})}} = 5,32 \times 10^3s \approx 1h29min$

• Calculons sa fréquence : $f = \frac{1}{T}$

A.N : $f = \frac{1}{5,32 \times 10^3} = 1,88 \times 10^{-4}Hz$ Donc $\mathbf{T} = 1h29min$ et $f = 1,88 \times 10^{-4}Hz$ **3.b-)** Calculons sa vitesse v

$v = \frac{\text{Périmètre}}{\text{Période}} = \frac{2\pi(R_T + z)}{T}$ ou $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + z}}$

A.N : $v = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,98 \times 10^{24})}{(6380+205) \times 10^3}} = 7,78 \times 10^3m.s^{-1}$ Donc $\mathbf{v} = 7,78 \times 10^3m.s^{-1}$.

3.c) La vitesse v est constante ($v = Cte$) donc

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0m.s^{-1}$ et $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_n = \frac{v^2}{R_T + z} = \frac{G.M_T}{(R_T + z)^2}$

Autre méthode : d'après la deuxième loi de Newton, on a $\vec{F}_g = m\vec{a}$, d'où, par projection sur la normale $F_g = ma_n$, soit $G \cdot \frac{m.M_T}{(R_T + z)^2} = ma_n$ d'où $a = a_n = \frac{G.M_T}{(R_T + z)^2}$.

A.N : $a = a_n = \frac{(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,98 \times 10^{24})}{((6380+205) \times 10^3)^2} = 9,20m.s^{-1}$ Donc $\mathbf{a} = 9,20m.s^{-1}$.

3.d) $\vec{F}_g$ est la force centripète (c'est-à-dire suivant $\vec{n}$) donc $F_g = G \frac{m.M_T}{(R_T + z)^2}$

A.N : $F_g = 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{87,3 \times (5,98 \times 10^{24})}{((6380+205) \times 10^3)^2} \approx 803N$. Donc $\mathbf{F_g} = 803N$.

Exercice 4 : 4.1-) Vitesse atteinte par électron.

- Système étudier : électron de masse m_e .

- Référentiel : celui de laboratoire supposé galiléen.

- Inventaire des forces : $\vec{F}_e$: force électrique.

- Application du T.E.C : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow \frac{1}{2}m_e V_0^2 - \frac{1}{2}m_e V_i^2 = W(\vec{F}_e)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m_e V_0^2 = W(\vec{F}_e)$, car $V_i = 0$, d'où $\frac{1}{2}m_e V_0^2 = qU_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}}$

A.N : $V_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 500}{9,1 \times 10^{-31}}} =$. Donc $\mathbf{V_0} = 1,326 \times 10^7m/s$

4.2-) • Signe des plaques : on a,

$U_{BA} = V_B - V_A = 50 > 0 \Leftrightarrow V_B - V_A > 0$

$0 \Leftrightarrow V_B > V_A$, d'où la plaque (BB') est

chargée positivement et la plaque (AA') négativement.

• **Sens de $\vec{E}$:** on déduit le sens de $\vec{E}$ de ce qui précède sachant qu'il est toujours diriger de la plaque positive vers la plaque négative.

• **Sens de $\vec{F}$:** on sait que $\vec{F} = q\vec{E}$, or $q < 0$ (car il s'agit de l'électron) d'où les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens opposés.

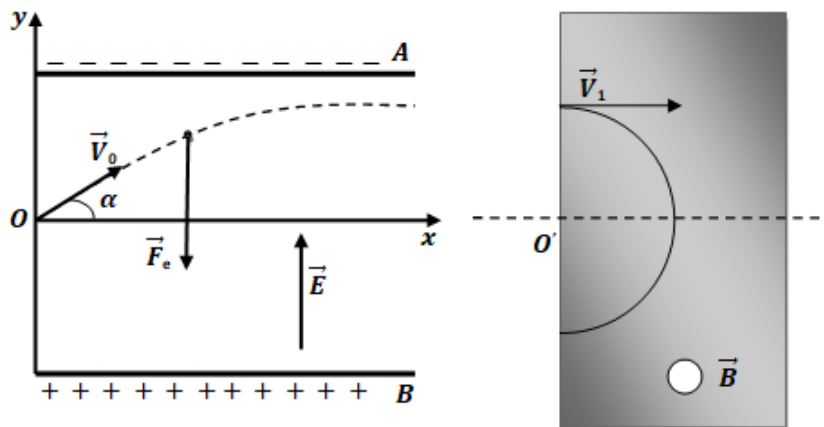
4.3-) Équation de la trajectoire.

- Système étudier : électron de masse

m_e .

- Référentiel : celui de laboratoire supposé galiléen.

- Inventaire des forces : $\vec{F}_e$: force électrique.



- Application du T.C.I : $\vec{F}_e = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{1}{m} \vec{F}_e$.
- Projection suivant les axes :

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eU}{m_e d} \end{array} \right. ; A \ t = 0, \ \vec{V}_0 \left| \begin{array}{l} V_0 \cos \alpha \\ V_0 \sin \alpha \end{array} \right. ; \vec{OG}_0 \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right. ; A \ l'instant \ t > 0, \ \vec{V} \left| \begin{array}{l} V_0 \cos \alpha \\ -\frac{eU}{m_e d} t + V_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x(t) = (V_0 \cos \alpha)t \\ y(t) = -\frac{eU}{2m_e d} t^2 + (V_0 \sin \alpha)t \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \text{ nous donne donc } \mathbf{y} = -\frac{eU}{2m_e V_0 \cos^2 \alpha d} \cdot \mathbf{x}^2 + \tan(\alpha) \cdot \mathbf{x}$$

4.4-) Déterminons l'angle α .

D'après le principe 7.b du chapitre 3, il suffit d'utiliser la relation $y'(x_S) = 0$.

Dans notre cas, on a : $y'(BB') = 0$, or $y = -\frac{eU}{2m_e V_0^2 \cos^2 \alpha d} \cdot x^2 + x \tan \alpha \Rightarrow y' = -\frac{eU}{m_e V_0^2 \cos^2 \alpha d} \cdot x + \tan \alpha$ et

$BB' = L$ d'où :

$$y'(L) = 0 \Leftrightarrow -\frac{eU}{m_e V_0^2 \cos^2 \alpha d} \cdot L + \tan \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(-\frac{2eUL}{m_e V_0^2 d} \right).$$

$$\mathbf{A.N} : \alpha = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(-\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 50 \times 4 \times 10^{-2}}{9,1 \times 10^{-31} \times (1,326 \times 10^7)^2 \times 2 \times 10^{-2}} \right) = 5,77^\circ. \text{ Donc } \alpha = \mathbf{5,77^\circ}.$$

• Vitesse V_1 à cette sortie.

au point $S(x_S, y_S)$ de sortie, $V_{Sy} = 0$, d'où $V_1 = (V_{Sx}, V_{Sy}) = (V_0 \cos \alpha, 0)$ d'où :

$$V_1 = \sqrt{(V_0 \cos \alpha)^2 + (0)^2} = V_0 \cos \alpha. \mathbf{A.N} : V_1 = 1,326 \times 10^7 \cos(5,77). \text{ Donc } \mathbf{V_1 = 1,319 \times 10^7 m/s}$$

4.5.1-) Expression de $\vec{a}$.

- Système étudier : électron de masse m_e .
- Référentiel : celui de laboratoire supposé galiléen.
- Inventaire des forces : $\vec{F}_m$: force magnétique.
- Projection dans la base de Frenet :

$$\vec{F}_m \left| \begin{array}{l} 0 \\ F_m \end{array} \right. = m_e \vec{a} \left| \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v_1^2}{R} \end{array} \right. \quad (1) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_t = 0 \\ a_n = m_s \frac{V_1^2}{R} \end{array} \right. \quad (2)$$

4.5.2-) Montrons que dans ce champ magnétique, le mouvement de l'électrons est uniforme.

D'après ce qui précède $\Leftrightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Leftrightarrow V = Cte$ donc le mouvement de l'électron est uniforme.

4.5.3-) • Sens de $\vec{B}$: $\vec{B}$ est dirigé vers l'intérieur de la figure (utiliser la règle de la main droite sachant que $q < 0$ inverser le sens obtenue).

• Valeur de $\vec{B}$: D'après ce qui précède, la trajectoire de l'électron dans le champ magnétique est circulaire de rayon $R = \frac{eB}{m_e V_1}$, or $R = y_S$ (ordonnée du point de sorti de l'électron du condensateur).

$$\text{or } y_S = y_S(L) = -\frac{eU}{2m_e V_0^2 \cos^2(\alpha) d} \cdot L^2 + \tan(\alpha) \cdot L$$

$$\text{d'où } B = \frac{m_e V_1}{e} R = \frac{m_e V_1}{e} y_S = \frac{m_e V_1}{e} L \left(-\frac{eU}{2m_e V_0^2 \cos^2(\alpha) d} \cdot L + \tan(\alpha) \right)$$

$$\mathbf{A.N} : B = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \times 1,319 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19}} 4 \cdot 10^{-2} \left(-\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 50}{2 \times 9,1 \cdot 10^{-31} \times (1,326 \cdot 10^7)^2 \cos^2(5,77) \times 2 \cdot 10^{-2}} 4 \cdot 10^{-2} + \tan 5,77 \right).$$

$$\text{Donc } \mathbf{B = 2,88 \times 10^{-7} T}.$$

Cette expression de B étant très longue, on peut tout d'abord calculer la valeur de $R = y_S = 3,84 \times 10^{-3} m$ et on remplace ensuite dans l'expression $B = \frac{m_e V_1}{e} R$ pour obtenir finalement le résultat ci-dessus.

Exercice 5 : 5.1-) Un mouvement circulaire uniforme est un mouvement dont la trajectoire est un cercle ou un arc de cercle et la vitesse constante.

5.2-) Voir figure.

5.3-) En appliquant le T.C.I au satellite, on a : $\vec{F}_g = m \vec{a}$ ($\vec{F}_g$ étant la force centripète exercé par Mars sur phobos). En projetant cette relation suivant la normale, on obtient :

$$F_g = m a_n \Leftrightarrow G \frac{M_m M_P}{r^2} = M_P a_n \Leftrightarrow \frac{G M_m}{r^2} = a_n \quad (1)$$

$$\text{or } a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = a_n \text{ car } a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \ (V = Cte) \text{ d'où } a = \frac{G M_m}{r^2}$$

5.4-) En utilisant la relation (1), on a :

$$\frac{GM_m}{r^2} = a_n, \text{ or } a_n = \frac{V^2}{r} \text{ d'où } \frac{GM_m}{r^2} = \frac{V^2}{r} \text{ Donc } V = \sqrt{\frac{GM_m}{r}}.$$

5.5-) Expression reliant V , r , T_P .

On sait que : $V = \frac{\text{périmètre du cercle de rayon } r}{\text{période de phobos}}$ d'où $V = \frac{2\pi r}{T_P}$ (2)

• Déduisons en la loi de Kepler.

Dans (2), on a : $T_P = \frac{2\pi r}{V}$ d'où : $\frac{T_P^2}{r^3} = \left(\frac{2\pi r}{V}\right)^2 \times \frac{1}{r^3} = \frac{4\pi^2}{V^2 r}$ alors : $\frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{V^2 r}$.

A.N : $\frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{(2136,62)^2 \times (9,38 \times 10^6)}$ car $(V=2136,62)$ Donc $\frac{T_P^2}{r^3} = 9,22 \times 10^{-13} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

5.5-) Déduisons T_P .

$T_P = \sqrt{r^3 \times 9,22 \times 10^{-13}} = 27583 \text{ s}$ Donc $T_P = 7\text{h}39\text{min}43\text{s}$.

• Non, phobos n'est pas stationnaire par rapport à Mars, parce que $T_M \neq T_P$.

5.7-) Déterminons la durée T de deux passages consécutifs de ce satellite par la verticale d'un point de Mars.

Etude du problème :

La période de Mars est d'environ 3,2 fois plus grande que celle du satellite phobos, on aurait pu conclure que le satellite est donc 3 fois plus lente, or ceux-ci n'ont pas la même trajectoire. En effet, le point M à la surface de Mars est situé à la distance R_M du centre de rotation de l'ensemble (centre de la planète Mars), alors que le satellite phobos est situé à une distance $r = R_M + h$.

Evaluons la distance balayée par chacun en un tour ($360^\circ = 2\pi \text{ rad}$). On sait que : $d = \theta \cdot \text{rayon}$ (avec θ en radian) d'où :

• Pour le point M : $d_M = 2\pi R_M = 2,13 \times 10^7 \text{ m}$

• Pour le satellite : $d_P = 2\pi r = 5,9 \times 10^7 \text{ m}$

Evaluons ensuite la distance parcourue par chacun pendant la même durée T_M (période de révolution de Mars).

- Pour le point M : $d_M(T_M) = d_M = 2,13 \times 10^7 \text{ m}$

- Pour le satellite phobos : $d_P(T_M) = V_P \times T_M$ or $V_P = \frac{2\pi r}{T_P}$

d'où $d_P(T_M) = 2\pi r \frac{T_M}{T_P} = 1,89 \times 10^8 \text{ m}$

Remarque : $\frac{d_P(T_M)}{d_P} = 3,2 \Leftrightarrow d_P(T_M) = 3,2 d_P$

Donc lorsque le point M fait un tour entier de sa trajectoire en un temps T_M , le satellite parcourt 3,2 fois la même distance.

Conclusion : Le satellite lors de son deuxième tour, passera par la même vertical que le point M avant que celui-ci ne puisse faire un tour entier.

Observation :

- Lorsque le satellite fait un tour entier, le point M effectue un parcours défini par un écart angulaire θ' (voir figure 1).

- Lorsque le satellite phobos engage son deuxième tour, il rencontre la vertical contenant le point M en un point défini par un écart angulaire θ comme l'indique la figure 2.

Il est évident que du départ jusqu'à leur passage consécutif par la même vertical ceux-ci parcourent des distances différentes en un même temps T à déterminer.

RESOLUTION :

- pour le point M : $d_M = d_M(\theta) = R_M \cdot \theta$

- Pour le satellite phobos : $d_P = d_P(\theta) + 1 \text{ tour} = d_P(\theta) + d_P(2\pi) = \theta \cdot r + 2\pi \cdot r = r(2\pi + \theta)$

N.B : θ s'exprime en radian or $V_M = \frac{d_M}{T} \Leftrightarrow T = \frac{d_M}{V_M}$ et $V_P = \frac{d_P}{T} \Leftrightarrow T = \frac{d_P}{V_P}$

d'où $\frac{d_M}{V_M} = \frac{d_P}{V_P} \Leftrightarrow \frac{R_M \cdot \theta}{V_M} = \frac{r(2\pi + \theta)}{V_P} \Leftrightarrow V_P \cdot R_M \cdot \theta = V_M \cdot r(2\pi + \theta) \Leftrightarrow V_P \cdot R_M \cdot \theta - V_M \cdot r \cdot \theta = V_M \cdot r \cdot 2\pi \Leftrightarrow$

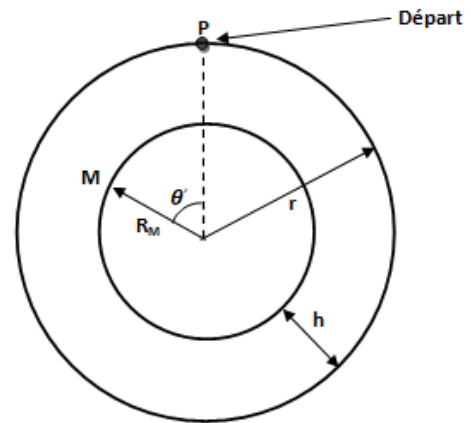


figure 1

$$\theta = \frac{2\pi \cdot r \cdot V_M}{V_P \cdot R_M - V_M \cdot r} \quad \text{or} \quad V_P = \frac{2\pi r}{T_P} \quad \text{et} \quad V_M = \frac{2\pi R_M}{T_M}$$

d'où

$$\theta = \frac{2\pi r \cdot (\frac{2\pi R_M}{T_M})}{(\frac{2\pi r}{T_P R_M}) - (\frac{2\pi R_M}{T_M}) \cdot r} = \frac{2\pi r}{T_M (\frac{r}{T_P} - \frac{r}{T_M})} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi r}{\frac{T_M}{T_P} r - r}$$

d'où

$$\theta = \frac{2\pi r}{r(\frac{T_M}{T_P} - 1)} = \frac{2\pi}{\frac{T_M}{T_P} - 1} \quad \text{or} \quad T = \frac{(2\pi + \theta)r}{V_P} = \frac{(2\pi + \theta)r}{1} \times \frac{T_P}{2\pi r} = \frac{2\pi + \theta}{2\pi} T_P$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{2\pi} T_P + \frac{\theta}{2\pi} T_P = T_P + \frac{\theta}{2\pi} T_P = T_P \left(1 + \frac{\theta}{2\pi}\right)$$

En remplaçant θ par sa valeur, on obtient :

$$T = T_P \left(1 + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi}{\frac{T_M}{T_P} - 1}\right)\right) = T_P \left(1 + \frac{1}{\frac{T_M}{T_P} - 1}\right) \quad \text{Donc } \mathbf{T = T_P \left(1 + \frac{1}{\frac{T_M}{T_P} - 1}\right)}$$

On remarque que cette expression ne dépend ni de R_M ,
ni de r .

Logique : D'après notre raisonnement, le résultat obtenu doit vérifier $T \in]T_P; 2T_P[$.

$$\mathbf{A.N : } T = 27583 \left(1 + \frac{1}{\frac{88620}{27583} - 1}\right) = 40047,92s$$

$$\text{Donc } \mathbf{T = 11h7min28s} \quad \text{On obtient bien } \mathbf{T \in]T_P; 2T_P[}.$$

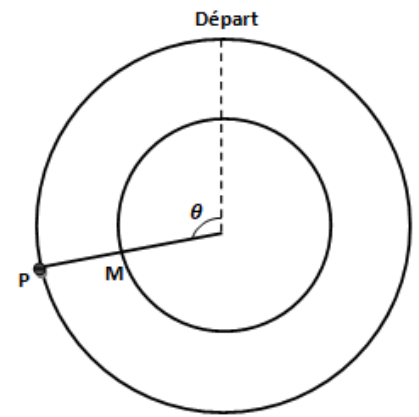


figure 2

Exercice 6 : 6.1.1-) Inventaire des forces sur le point A.

- $\vec{P}$: poids ; $\vec{T}$: tension du fil ;

$\vec{F}$: force centripète dû à la résultante des deux premières.

voir leurs sens et direction sur le schéma.

$$\bullet R = mg = 0,98N$$

$$\bullet \tan \alpha = \frac{F}{P} \Leftrightarrow f = mg \tan \alpha = 0,57N$$

$$\bullet \cos \alpha = \frac{P}{T} \Leftrightarrow T = \frac{P}{\cos \alpha} = 1,13N.$$

6.1.2-) Détermination de la vitesse angulaire ω .

$$\text{On a : } \cos \alpha = \frac{g}{l\omega^2} = \frac{mg}{T} \Rightarrow T = ml\omega^2.$$

$$\text{d'où } T = m\omega^2 l \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{T}{ml}} = \sqrt{\frac{1,13}{0,1 \times 1}} = 3,36. \quad \text{Donc } \omega = \mathbf{3,36 \text{ rad.s}^{-1}}.$$

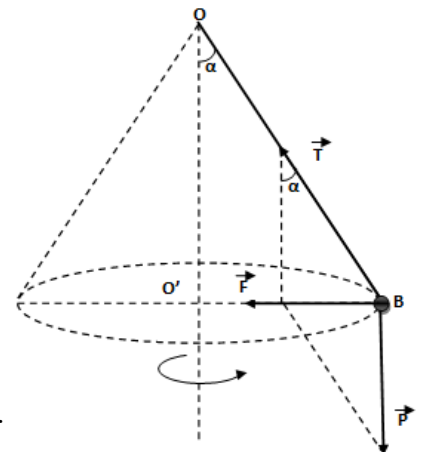
6.2-) Calcul de la longueur l du ressort.

$$T = m\omega^2 l = kx \quad \text{avec } l = l_0 + x, \quad \text{on a : } m\omega^2(l_0 + x) = kx \Leftrightarrow x = \frac{m\omega^2 l_0}{k - m\omega^2}. \quad \text{Donc } l = l_0 + \frac{m\omega^2 l_0}{k - m\omega^2}.$$

$$\mathbf{A.N : } l = 0,2 + \frac{0,1 \times 8^2 \times 0,2}{49 - 0,1 \times 36} = 0,23. \quad \text{Donc } \mathbf{l = 0,23m}.$$

• Calcul de l'angle β .

$$\cos \beta = \frac{P}{T} = \frac{mg}{m\omega^2 l} = \frac{g}{\omega^2 l} = \frac{9,8}{8^2 \times 0,23} = 0,66 \quad \text{d'où } \beta = \cos^{-1}(0,66) = 48,27 \quad \text{Donc } \beta = \mathbf{48,27^\circ}.$$



Exercice 7 : 7.1-) Montrons que R peut se mettre sous la forme $R = m(\frac{V^2}{r} - g \cos \alpha)$.

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique (R.F.D) à la bille, on obtient :

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G. \quad \text{En projetant cette égalité suivant } \vec{R}, \quad \text{on obtient } R - P \cos \beta = ma_n, \quad \text{or } a_n = \frac{V^2}{r}$$

(car le mouvement est circulaire) et $\beta = \pi - \alpha \Leftrightarrow R - P \cos(\pi - \alpha) = \frac{mV^2}{r}$ or $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \Leftrightarrow R + mg \cos \alpha = m\frac{V^2}{r}$. Donc $\mathbf{R = m(\frac{V^2}{r} - g \cos \alpha)}$.

7.2-) Exprimons le travail des forces extérieures

- $W(\vec{R}) = 0$, car la droite d'action de $\vec{R}$ est perpendiculaire à la trajectoire.

$$- W(\vec{P}) = mgh = mgr \cos(\beta) = mgr \cos(\pi - \alpha) = -mgr \cos \alpha \quad \text{d'où } W = W(\vec{R}) + W(\vec{P}) = -mgr \cos \alpha. \quad \text{Donc } \mathbf{W = -mgr \cos \alpha}.$$

7.3-) Déduisons en l'expression de V en fonction de V_A , r et α .

$$\text{En appliquant la variation de l'énergie cinétique : } \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mg \cos \alpha \Rightarrow V = \sqrt{V_A^2 - 2gr \cos \alpha}.$$

7.4-) Donnons l'expression de R en fonction de V_A , r et α .

$$\frac{\widehat{A'B'}}{v} = \frac{(R_T+z)\theta}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T+z}}} \Leftrightarrow \tau = \frac{(R_T+z)^{3/2}}{\sqrt{G \cdot M_T}} \cdot \theta =$$

$$\frac{(R_T+z)^{3/2}}{\sqrt{G \cdot M_T}} \cdot \frac{AB}{R_T} \text{ d'où } \tau = \frac{(R_T+z)^{3/2}}{(G \cdot M_T)^{1/2}} \cdot \frac{AB}{R_T}.$$

$$\text{A.N : } \tau = \frac{[(6380+750) \times 10^3]^{3/2} \times (500 \times 10^3)}{[(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,98 \times 10^{24})]^{1/2} \times (6380 \times 10^3)}. \text{ Donc } \tau = 74,7 \text{ s } (\approx 1 \text{ min } 15 \text{ s}).$$

Exercice 10 :**10.1-) Calcul de l'allongement x.**

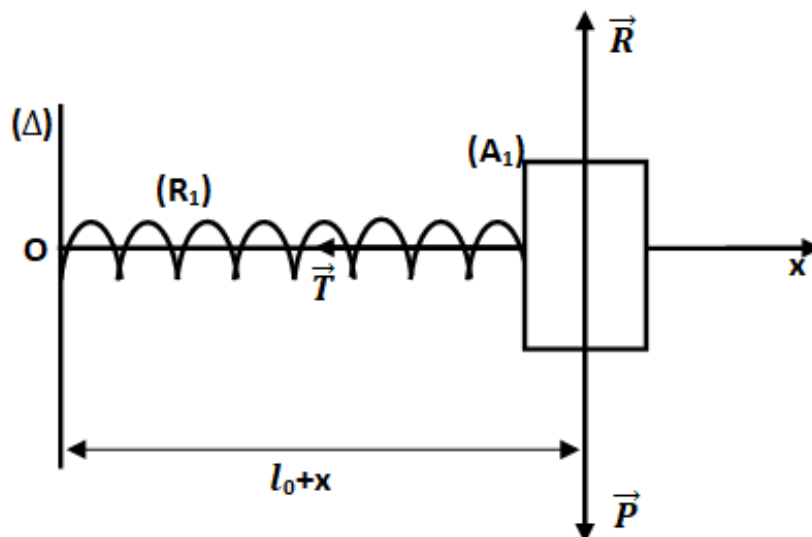
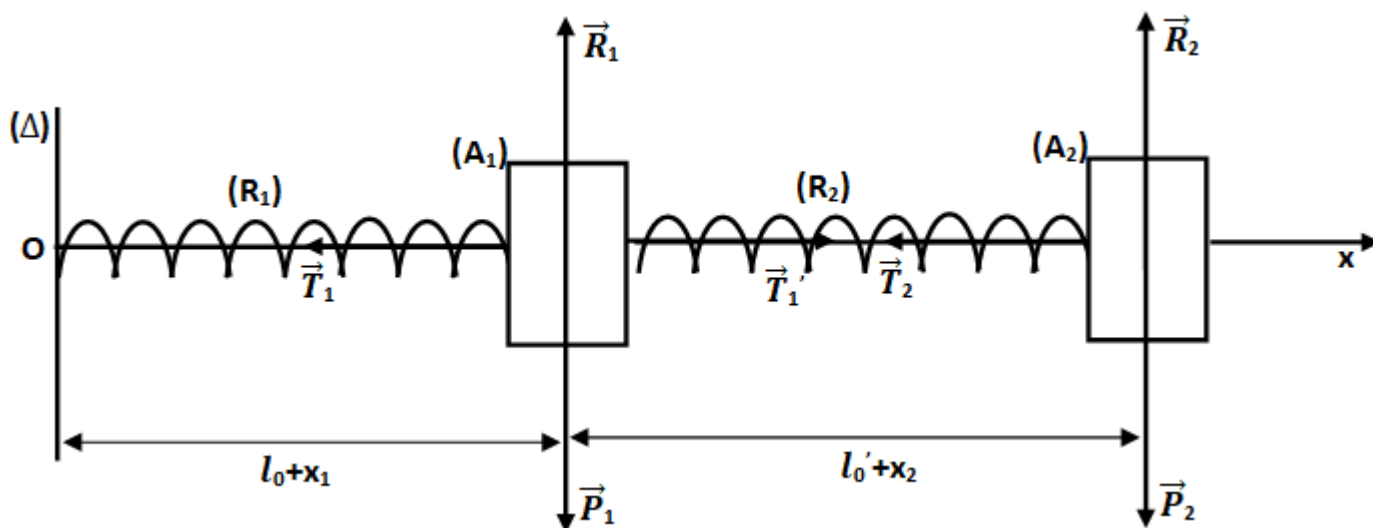
- Référentiel : terrestre supposé galiléen. - système (A_1) . - inventaire des forces : $\vec{R}$; $\vec{P}$; $\vec{T}$.

- Application du T.C.I : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}_G$

- Projection suivant $\vec{T}$: $T = ma_n$
 or $a_n = \frac{V^2}{R}$ et $T = kx$ d'où
 $T = ma_n \Leftrightarrow kx = \frac{mV^2}{R}$
 or $R = l_0 + x$ et $\omega = \frac{V}{R}$
 d'où $kx = \frac{mV^2}{R} = \frac{m(R\omega^2)}{R} = mR\omega^2 \Leftrightarrow kx = m\omega^2(l_0 + x) \Leftrightarrow kx - m\omega^2x = m\omega^2l_0$ d'où $x = \frac{m\omega^2l_0}{k - m\omega^2}$.

$$\text{A.N : } x = \frac{50 \times 10^{-3} \times (4\pi)^2 \times (48 \times 10^{-2})}{200 - 50 \times 10^{-3} \times (4\pi)^2} = 0,0197$$

Donc $x \simeq 2 \text{ cm}$.

**10.2-) Calcul de x_1 et x_2** 

- Système étudié (A_1) .

- Référentiel terrestre supposé galiléen.

- Inventaire des forces :

$\vec{R}_1$; $\vec{P}_1$; $\vec{T}_1$; et $\vec{T}_1'$.

- Application du T.C.I

$$\vec{R}_1 + \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}_1' = m \vec{a}_G.$$

- Projection suivant le sens du mouvement (suivant le sens de $\vec{T}_1$).

$$T_1 - T_1' = ma_G \text{ or } a_G = \frac{V^2}{R} \text{ et } R = l_0 + x_1 \text{ d'où } T_1 - T_1' = \frac{mV^2}{l_0 + x_1} \text{ or } T = kx \text{ et } V = R\omega \text{ d'où}$$

$$kx_1 - kx_2 = \frac{m(l_0 + x_1)^2 \omega^2}{(l_0 + x_1)^2} = m\omega^2(l_0 + x_1) \Leftrightarrow k(x_1 - x_2) = m\omega^2(l_0 + x_1) \Leftrightarrow x_1 - x_2 = \frac{m\omega^2}{k}(l_0 + x_1) \Leftrightarrow$$

$\frac{k}{m\omega^2}(x_1 - x_2) = l_0 + x_1$ posons $a = \frac{k}{m\omega^2}$ on obtient $a(x_1 - x_2) = l_0 + x_1$ d'où :

$$(\mathbf{a}-1)\mathbf{x}_1 - \mathbf{a}\mathbf{x}_2 = \mathbf{l}_0 \quad (1)$$

- Système étudier (A_2).

- Référentiel terrestre supposé galiléen.

- Inventaire des forces :

$$\vec{R}_2; \vec{P}_2; \vec{T}_2.$$

- Application du T.C.I :

$$\vec{R}_2 + \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_G.$$

- Projection suivant le sens du mouvement (suivant le sens de $\vec{T}_2$), on a :

$$T_2 = ma_G, \text{ or } a_G = \frac{V^2}{R'} \text{ et } T_2 = kx_2 \text{ et } V = R\omega, \text{ d'où}$$

$$kx_2 = m\frac{V^2}{R} = \frac{mR^2\omega^2}{R} = m\omega^2 R \text{ or } R = l_0 + x_1 + l'_0 + x_1 \Leftrightarrow kx_2 = m\omega^2(l_0 + x_1 + l'_0 + x_2) \Leftrightarrow \frac{k}{m\omega^2}x_2 = l_0 + x_1 + l'_0 + x_2 \text{ posons } a = \frac{k}{m\omega^2} \text{ on obtient } ax_2 = l_0 + x_1 + l'_0 + x_2 \Leftrightarrow x_1 + (a-1)x_2 = -l_0 - l'_0 \text{ d'où}$$

$$-\mathbf{x}_1 + (\mathbf{a}-1)\mathbf{x}_2 = \mathbf{l}_0 + \mathbf{l}'_0 \quad (2)$$

$$\text{On a le système } (S) : \begin{cases} (a-1)x_1 - ax_2 = l_0 & (1) \\ -x_1 + (a-1)x_2 = l_0 + l'_0 & (2) \end{cases}$$

$$\det(S) = \begin{vmatrix} a-1 & -a \\ -1 & a-1 \end{vmatrix} = (a-1)^2 - a$$

$$\det(x_1) = \begin{vmatrix} l_0 & -a \\ l_0 + l'_0 & a-1 \end{vmatrix} = l_0(a-1) + a(l_0 + l'_0); \det(x_2) = \begin{vmatrix} a-1 & l_0 \\ -1 & l_0 + l'_0 \end{vmatrix} = (a-1)(l_0 + l'_0) + l_0 \text{ d'où}$$

$$x_1 = \frac{\det(x_1)}{\det(S)} = \frac{l_0(a-1) + a(l_0 + l'_0)}{(a-1)^2 - a}; x_2 = \frac{\det(x_2)}{\det(S)} = \frac{(l_0 + l'_0)(a-1) + l_0}{(a-1)^2 - a}.$$

$$\text{A.N : } a = \frac{k}{m\omega^2} = \frac{200}{0,05 \times (4\pi)^2} = 25,33. \text{ d'où}$$

$$x_1 = \frac{0,48(25,33-1) + 25,33(0,48+0,602)}{(25,33-1)^2 - 25,33} = 0,0689m$$

$$x_2 = \frac{(25,33-1)(0,48+0,602) + 0,48}{(25,33-1)^2 - 25,33} = 0,0473m.$$

$$\text{Donc } \mathbf{x}_1 = \mathbf{6,89cm}; \mathbf{x}_2 = \mathbf{4,73cm}$$

• Calcul des tensions :

$$T_1 = kx_1 = 200 \times 0,0689 = 13,78N; T_2 = kx_2 = 200 \times 0,0473 = 9,46N. \text{ Donc } \mathbf{T}_1 = \mathbf{13,78N}, \mathbf{T}_2 = \mathbf{9,46N}.$$

Exercice 11 : 11.1-) Calculons la vitesse du satellite.

En appliquant le T.C.I au satellite, on a : $\vec{P}_h = m\vec{a}_G \Leftrightarrow m\vec{g}_h = m\vec{a}_G$ suivant la normale $\vec{n}$, on obtient :

$$g_h = \frac{V^2}{r} \Leftrightarrow V = \sqrt{rg_h}, \text{ or } g_h = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2 \Rightarrow V = \sqrt{rg_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2}, \text{ or } r = (R_T + h) \text{ d'où } V = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}.$$

$$\text{A.N : } V = 6400 \times 10^3 \sqrt{\frac{9,8}{(6400+3200) \times 10^3}} = 6466,32m/s \text{ Donc } \mathbf{V} = \mathbf{6466,3m/s}.$$

11.2-) Calcul du temps T mis pour faire un tour de la Terre.

Pour faire 1 tour de la Terre, le satellite parcourt une distance linéaire égale à $2\pi(R_T + h)$.

$$\text{or Vitesse} = \frac{\text{périmètre}}{\text{période}} \Leftrightarrow \text{période} = \frac{\text{périmètre}}{\text{Vitesse}}, \text{ d'où : } \mathbf{T} = \frac{2\pi(\mathbf{R}_T + \mathbf{h})}{\mathbf{V}}.$$

$$\text{A.N : } T = \frac{2\pi(64 \times 10^5 + 32 \times 10^5)}{6466,32} = 9328,1 \text{ Donc } \mathbf{T} = \mathbf{9328,1s}.$$

11.3-) Calcul de l'altitude h'.

Pour que le satellite paraisse immobile, il faut que sa période soit égale à celle de la Terre. Or pour faire un tour complet sur elle-même, la Terre met un temps $T' = 23h56min = 86164s$ (vous pouvez utiliser 24h) d'où $V = \frac{2\pi(R_T + h')}{T'} \Leftrightarrow h' = \frac{T'V}{2\pi} - R_T$.

$$\text{A.N : } h' = \frac{86164 \times 6466,32}{22T} - 6400 \times 10^3 = 82275404m \text{ Donc } \mathbf{h'} = \mathbf{82275404m} \approx 83 \times 10^6m.$$

11.4-) Expression de l'énergie mécanique du système.

$$E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2}mV^2 + (-mg_0\frac{R_T^2}{R_T+h}), \text{ or } V^2 = R_T^2\frac{g_0}{R_T+h}, \text{ d'où :}$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\left(\frac{g_0R_T^2}{R_T+h}\right) - mg_0\frac{R_T^2}{R_T+h} = \frac{mg_0R_T^2}{R_T+h}\left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{mg_0R_T^2}{2(R_T+h)} \text{ donc } \mathbf{E_m} = \mathbf{-\frac{1}{2} \cdot \frac{mg_0R_T^2}{(R_T+h)}}.$$

11.5-) Déterminons l'énergie à fournir pour que le satellite passe de h à h'.

$$E_{mh} = \frac{1}{2}mV^2 - mg_0 \cdot \frac{R_T^2}{R_T+h}; E_{mh'} = \frac{1}{2}mV^2 - mg_0 \cdot \frac{R_T^2}{R_T+h'}$$

$$\Delta E_m = E_{mh} - E_{mh'} = mg_0 R_T^2 \left(\frac{1}{R_T+h} - \frac{1}{R_T+h'} \right).$$

$$\text{A.N : } \Delta m = 10^3 \times 9,81 \times (64 \times 10^5)^2 \left(\frac{1}{64 \times 10^5 + 32 \times 10^5} - \frac{1}{64 \times 10^5 + 83 \times 10^6} \right) \text{ donc } \Delta E_m = 3,7 \times 10^{10} J.$$

Exercice 12 : 12.1-) Montrons que dans un "dé", le mouvement d'un proton est circulaire et uniforme.

Appliquons le T.C.I au proton :

$\vec{F}_m = m \vec{a}_G$, suivant la tangentielle ($\vec{t}$) et la normale ($\vec{n}$), on a :

$$\left. \begin{array}{c} \vec{t} \\ \vec{n} \end{array} \right| \left. \begin{array}{c} \vec{F}_m \\ F_m \end{array} \right| \begin{array}{c} 0 \\ F_m \end{array} = m \vec{a}_G \left| \begin{array}{c} \frac{dV}{dt} \\ \frac{V^2}{\rho} \end{array} \right| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \frac{dV}{dt} = 0 \\ F_m = m \frac{V^2}{\rho} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = 0 \\ |q|VB = m \frac{V^2}{\rho} \end{array} \right. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

- Dans (1), on a : $\frac{dV}{dt} = 0$, d'où la vitesse V est constante, donc **"le mouvement est uniforme"**.
- Dans (2), on a : $|q|VB = m \frac{V^2}{\rho} \Leftrightarrow \rho = \frac{mV}{|q|.B} = Cte$. d'où **la trajectoire est un cercle de rayon $R=\rho$** .

Conclusion : Le mouvement d'un proton est **circulaire** et **uniforme** de rayon de courbure (ou simplement rayon dans notre cas) $R = \frac{m.V}{|q|.B}$.

• **Expression littérale de la durée d'un demi-tour.**

D'après ce qui précède, la trajectoire d'un proton est circulaire et a pour rayon $R_i = \frac{mV_i}{e.B}$.

V_i étant la vitesse du proton au cours d'un passage dans un "dé". Le parcours du proton dans un "dé" est un demi-cercle dont la longueur d_i a pour expression $d_i = \pi R_i$. Ce parcours est effectué en une durée t_i telle que : $t_i = \frac{\pi.R_i}{V_i}$, avec $V_i = \frac{e.B.R_i}{m}$. Donc $t_i = \frac{\pi m}{e.B}$.

Cette durée est constante et ne dépend pas de la vitesse de la particule.

$$\text{A.N : } t_i = \frac{\pi \times 1,67 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 1} = 3,27 \times 10^{-8} \text{ donc } t_i = 3,27 \times 10^{-8} s.$$

• **Fréquence N de la tension alternative.**

Si on néglige la durée de transfert dans l'intervalle étroit entre les dés, la période de rotation du proton est : $T = 2t_i$ et sa fréquence : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2t_i} = \frac{e.B}{2\pi m}$.

• La fréquence N' de la tension alternative alimentant les lèvres des "dés" doit être telle que : $N' = N = \frac{e.B}{2\pi m}$.

$$\text{A.N : } N' = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 1}{2\pi \times 1,67 \times 10^{-27}} = 15,25 \times 10^6 Hz = 15,25 MHz.$$

12.2-) Energie cinétique transmise au proton à chaque tour.

À l'intérieur des "dés", le proton garde sa vitesse d'entrée, la variation d'énergie cinétique au cours de ce parcours est donc nulle. La variation d'énergie cinétique a lieu lorsque le proton passe d'un "dé" à l'autre.

- Système étudier : proton de masse m_P .

- Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen.

- Inventaire des forces : $\vec{F}$: force électrique. L'action du poids du proton étant négligeable.

Au cours d'un tour, le proton franchit deux fois l'espace champ électrique. Le théorème de l'énergie cinétique donne donc :

$$\Delta E_C = W_{D_1 \rightarrow D_2}(\vec{F}) + W_{D_2 \rightarrow D_1}(\vec{F}).$$

or $W_{D_1 \rightarrow D_2}(\vec{F}) = W_{D_2 \rightarrow D_1}(\vec{F}) = F.d$ et $d = \frac{U}{E}$, et $F = e.E$, d'où :

$$W_{D_1 \rightarrow D_2}(\vec{F}) = W_{D_2 \rightarrow D_1}(\vec{F}) = e.E \cdot \frac{U}{E} = e.U \text{ d'où } \Delta E_C = 2.e.U.$$

$$\text{A.N : } \Delta E_C = 2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^3 = 1,28 \times 10^{-15} \text{ donc } \Delta E_C = 1,28 \times 10^{-15} J.$$

12.3-) Nombre n de tours effectués par les protons dans le cyclotron.

L'énergie cinétique initiale étant considérée comme nulle, l'énergie cinétique finale E_{C_f} est égale à n fois la variation d'énergie cinétique ΔE_C .

$$E_{C_f} = n \Delta E_C \text{ soit } \frac{1}{2} m V_f^2 = n \cdot 2 \cdot e \cdot U \text{ d'où } n = \frac{m_P \cdot V_f^2}{4 \cdot e \cdot U}$$

$$\text{A.N : } n = \frac{1,67 \times 10^{-27} \times (2 \times 10^7)^2}{4 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^3} = 260,93. \text{ Donc } n = 261 \text{ tours.}$$

Exercice 13 : 13.1-) Montrons que $V_0 = \frac{E}{B}$.

- Système étudier : Particule de charge $q(+)$ et de masse m .

- Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen.
- Bilan des forces agissant sur le système.

• la force électrique : $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$.

bullet La force magnétique $\vec{F}_m = q \vec{V}_0 \wedge \vec{B}$
(on néglige le poids de la particule).

Pour que la particule ne soient pas déviée, il faut que les forces agissant sur la particule se compensent, c'est-à-dire $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$.

En intensité $F_e = F_m$ avec $F_e = qE$ et $F_m = qV_0B$, on obtient $q \cdot E = qV_0B \Leftrightarrow V_0 = \frac{E}{B}$

13.2) • Sens de déviation des particules de vitesse $V > V_0$.

Si $V > V_0$ avec $V_0 = \frac{E}{B}$, nous pouvons écrire $V > \frac{E}{B} \Rightarrow V \cdot B > E \Rightarrow qVB > qE$
car ($q > 0$)

Donc les particules seront déviées vers le bas car $F_m > F_e$.

• Sens de déviation des particules de vitesse $V < V_0$

Si $V < V_0$ avec $V_0 = \frac{E}{B} \Rightarrow V \cdot B < E$

$\Rightarrow q \cdot V \cdot B < qE$ (car $q > 0$)

$\Rightarrow F_m < qF_e$

Donc les particules seront déviées vers le haut.

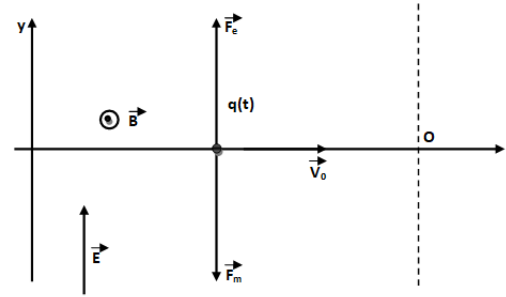
13.3-) Calcul de V_0

$V_0 = \frac{E}{B}$, or $E = \frac{|U|}{d}$

d'où $V_0 = \frac{|U|}{B \cdot d}$

A.N $V_0 = \frac{50}{0,1 \times 0,5 \times 10^{-2}} = 10^5 \text{ m/s}$

Donc $V_0 = 10^5 \text{ m/s}$



Exercice 14 : 14.1-) Expression littérale de la vitesse V_s d'un ion en S.

- Système étudié : ion de masse m et de charge q (-).
- Référentiel d'étude : référentiel de laboratoire supposé galiléen.
- Bilan des forces extérieures appliquées au système dans l'enceinte délimitée par E et S. En négligeant le poids $\vec{P}$, il ne reste plus que la force électrique $\vec{F}_e$.
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'ion entre E et S.

$$\Delta E_c = \sum W \vec{F}_{ext} \Rightarrow E_c(S) - E_c(E) = W(\vec{F}_e)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_S^2 - \frac{1}{2}mv_E^2 = q(V_E - V_S)$$

pour $V_E = 0$ et $V_E - V_0 = U_0$, nous avons $\frac{1}{2}v_S^2 = qU_0 \Rightarrow v_S = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$, q étant négatif, U_0 est aussi négative.

14.2-) Etude du mouvement de l'ion dans (D).

14.2.1-) Sens du champ $\vec{B}$ pour que l'ion atteigne O_1 et O_2 .

Dans l'enceinte (D) le système (ion) est soumis à la seule force de Lorentz : $\vec{F}_m = q \vec{V}_S \wedge \vec{B}$ (le poids $\vec{P}$ étant négligeable).

Pour atteindre O_1 et O_2 , $\vec{F}_m$ doit avoir en S le sens du vecteur $\vec{SO}_1$. Le trièdre $(q \vec{V}_S, \vec{B}, \vec{F}_m)$ doit être un trièdre direct. q étant chargée (-), $\vec{B}$ est orienté vers l'avant de la figure. (Utiliser la règle de la main droite pour le vérifier).

14.2.2-) Montrons que le mouvement de l'ion dans (D) est uniforme.

$$\vec{F}_m = q \vec{V} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m \perp \vec{v} \Rightarrow P(\vec{F}_m) = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0.$$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un ion entre deux instants t_1 et t_2 .

$$\frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 = W(\vec{F}_m) = 0 \Rightarrow V_1 = V_2.$$

La vitesse de l'ion est constante, donc son mouvement est uniforme.

• Montrons que la trajectoire de l'ion dans (D) est un cercle.

On établit l'expression du rayon de courbure de la trajectoire dans l'enceinte (D) (voir exercice 11 question 1).

On constate que $\rho = \frac{mv_S}{|q|B} = \text{constante}$.

On en déduit que la trajectoire est un cercle de rayon $R = \rho = \frac{mv_S}{|q|B}$ (expression du rayon de la trajectoire).

toire).

14.3.1-) Répartition des ions dans les collecteurs C_1 et C_2 .

Soient $m_1 = 1,3104 \times 10^{-25} \text{ kg}$ et $m_2 = 1,3436 \times 10^{-25} \text{ kg}$ le rayon de la trajectoire d'un ion est donné par :

$$R = \frac{mv_S}{|q|.B} \text{ avec } v_S = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}} \Rightarrow R = \frac{1}{|q|.B} \sqrt{2qU_0} \cdot \sqrt{m}.$$

En posant $k = \frac{\sqrt{2qU_0}}{|q|.B}$, on a : $R = k\sqrt{m}$.

- Pour m_1 , $R_1 = k\sqrt{m_1}$.
- Pour m_2 , $R_2 = k\sqrt{m_2}$.

d'où $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$.

Pour $m_1 < m_2 \Rightarrow R_1 < R_2$. Donc le collecteur situé sur la trajectoire ayant le plus petit rayon recueillera les ions de plus faible masse. Ainsi, C_1 recueillera les ions $^{79}\text{Br}^-$ et C_2 recueillera les ions $^{81}\text{Br}^-$.

14.3.2-) Calculons la distance O_1O_2 .

$$O_1O_2 = 2R_2 - 2R_1 = 2k(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) \text{ avec } k = \frac{\sqrt{2qU_0}}{|q|.B} \text{ A.N : } k = 2,23 \times 10^{12}.$$

Donc $O_1O_2 = 0,0203 \text{ m} \approx 20,3 \text{ mm}$.

14.3.3-) Composition du mélange d'ions.

Soient n_1 le nombre d'ions $^{79}\text{Br}^-$ collectés en 1 minute par C_1 et n_2 le nombre d'ion $^{81}\text{Br}^-$ collectés en 1 minute par C_2 . La quantité d'électricité transportée par chacun de ces ions étant e , $Q_1 = n_1e$; $Q_2 = n_2e$.

La composition centésimale du mélange est :

- Pour $^{79}\text{Br}^-$
 $\frac{n_1}{n_1+n_2} \times 100 = \frac{Q_1}{Q_1+Q_2} \times 100 = 77,2\%$
- Pour $^{81}\text{Br}^-$
 $\frac{n_2}{n_1+n_2} \times 100 = \frac{Q_2}{Q_1+Q_2} \times 100 = 22,8\%$.

EXERCICE 15 : 15.1-) a) Inventaire des forces appliquées sur le train $\vec{P}$ et $\vec{R}$.

b) Expression de $\tan \beta$ en fonction de V, r et g .

On a : $\tan \beta = \frac{F}{P}$, comme $\vec{F} = \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Leftrightarrow \tan \beta = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$ or $a = \frac{V^2}{r}$, d'où $\tan \beta = \frac{V^2}{rg}$

c) Réaction R en fonction de m, V, r et g .

On a : $\cos \beta = \frac{P}{R} = \frac{mg}{R} \Leftrightarrow R = \frac{mg}{\cos \beta}$ or $\cos^2 \beta = \frac{1}{1+\tan^2 \beta}$, d'où $\cos^2 \beta = \frac{1}{1+\frac{V^4}{r^2g^2}}$ Donc $R = mg\sqrt{1+\frac{V^4}{r^2g^2}}$

15.2-) A.N : $V=320 \text{ km/s}=88,9 \text{ m/s}$; $r=9000 \text{ m}$ et $g=9,8 \text{ N/kg}$.

- $\tan \beta = 0,0896 \Leftrightarrow \beta = 5,12^\circ = 5^\circ 07' = 0,09 \text{ rad}$
- $R = 4.10^4 \times 9,8 \times \sqrt{1+\frac{88,9^4}{(9000 \times 9,8)^2}}$ Donc **$R=395147,4 \text{ N}$**

Conclusion : Pour qu'un véhicule puisse effectuer un bon virage, il faut bien évidemment que α soit petit c'est-à-dire que sa vitesse V soit petite et le rayon de courbure r soit grand.

- La force de frottement du au contact des roues avec le sol empêchant aussi le dérapages de la voiture a pour valeur $f = \frac{mV^2}{r}$ 15.3-) a) L'angle de la réaction est $\gamma = \beta + \theta = 12^\circ$, $r' = 1000 \text{ m}$.

$$\tan \gamma = \frac{V_2^2}{r_1 g} \Leftrightarrow V_2 = \sqrt{r_1 g \tan \gamma} = \sqrt{1000 \times 9,8 \times \tan 12} \Leftrightarrow V_2 = 45,64 \text{ km/s}, \text{ soit } V_2 = 164,3 \text{ km/h}$$

b) Le gain est $G = 100 \frac{V_2 - V_1}{V_1} \Leftrightarrow G = 100 \cdot \frac{164,3 - 134}{134} = 22,6\%$

THEME 2 : SYSTEMES OSCILLANTS

Chapitre 5

GENERALITES SUR LES SYSTEMES OSCILLANTS

Définition : Un phénomène variable est qualifié de périodique lorsqu'il se reproduit identique à lui-même à intervalles de temps successifs et égaux.

La Stroboscopie : La stroboscopie est une technique d'étude des phénomènes par les mouvements apparents lents.

Soit un stroboscope qui émet périodiquement des éclairs très brefs à la fréquence N_e donc de période $T_e = \frac{1}{N_e}$.

Soit un disque blanc avec un rayon en noir qui tourne à la fréquence N donc de période $T = \frac{1}{N}$. Quel mouvement effectue le disque entre deux éclairs consécutifs ?

- Une lame ou un rayon noir immobile (à plusieurs reprises).

ceci s'explique par le fait qu'entre deux éclairs consécutifs, le disque fait exactement $1, 2, 3, \dots, k$ tours, le rayon est éclairé dans la même position de même que le rayon noir effectue $1, 2, 3, \dots, k$ oscillations et reste toujours éclairée dans la même position. On dit qu'il y a "**immobilité apparente**". Et on a : $T_e = kT$ ou $N_e = \frac{N}{k}$ avec k entier naturel non nul.

- $2, 3, \dots, k$ rayons noirs (lames) immobiles.

Ceci s'explique par le fait qu'entre deux éclairs consécutifs, le disque (lame) semble avoir effectué $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{k}$ tour (oscillation). Le rayon (lame) est éclairé(e) k fois par tour (oscillation), on peut écrire. $T_e = \frac{T}{k}$ ou $N_e = kN$, ($k \in \mathbb{N}$).

- Un mouvement ralenti dans le sens du mouvement réel ou en sens inverse.

Ceci s'explique par le fait qu'entre deux éclairs consécutifs, le disque (lame) effectue un peu plus de k tours (oscillations), soit $k + \frac{1}{n}$ tours (oscillations). L'observateur a l'impression qu'il n'a effectué que $\frac{1}{n}$ tours (oscillations).

Ainsi : $T_e \simeq kT$ avec $T_e > kT$. Dans l'intervalle de temps T_e , on a : $T_e = (k + \frac{1}{n})T$ (1) et $T_e = \frac{T_a}{n}$ (T_a étant la période de la rotation apparente du disque (lame)).

Soit $\frac{1}{n} = \frac{T_e}{T_a}$ (2). En remplaçant $\frac{1}{n}$ par son expression dans (1), il vient :

$$T_e = (k + \frac{T_e}{T_a})T \implies \frac{1}{T} = \frac{k}{T_e} + \frac{1}{T_a} \text{ soit } N_a = N - kN_e$$

$N_a = \frac{1}{T_a}$ est la fréquence du mouvement apparent.

Il est facile de voir que si T est légèrement supérieur à T_e , le rayon (lame) semble tourner (vibrer) dans le sens contraire du mouvement réel avec une fréquence apparente $N_a = kN_e - N$.

3-) Détermination de la somme de deux fonctions sinusoïdales de même fréquence :

$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ avec

$$\begin{cases} y_1(t) = a_1 \sin(\omega t + \phi_1) \\ y_2(t) = a_2 \sin(\omega t + \phi_2) \end{cases}$$

En utilisant la représentation de Fresnel, on trouve que $y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ avec

$$\begin{cases} A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)} \\ \tan(\phi) = \frac{a_1 \sin(\phi_1) + a_2 \sin(\phi_2)}{a_1 \cos(\phi_1) + a_2 \cos(\phi_2)} \end{cases}$$

- La quantité $\phi_2 - \phi_1$ représente la différence de phase entre y_2 et y_1 .
- Si $\phi_2 - \phi_1 > 0$, alors y_2 est en avance de phase sur y_1 .
- Si $\phi_2 - \phi_1 < 0$, alors y_2 est en retard de phase sur y_1 .
- Si $\phi_2 - \phi_1 = 2k\pi$, alors y_2 et y_1 sont en phase.
- Si $|\phi_2 - \phi_1| = \pi + 2k\pi$, alors y_2 et y_1 sont en opposition de phase.
- Si $|\phi_2 - \phi_1| = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, alors y_2 et y_1 sont en quadrature de phase.

PRINCIPE

1-) COMMENT FAIRE UNE BONNE REPRESENTATION DE FRESNEL :

Soit la fonction sinusoïdale suivante $y(t) = y_{max} \sin(\omega t + \varphi)$

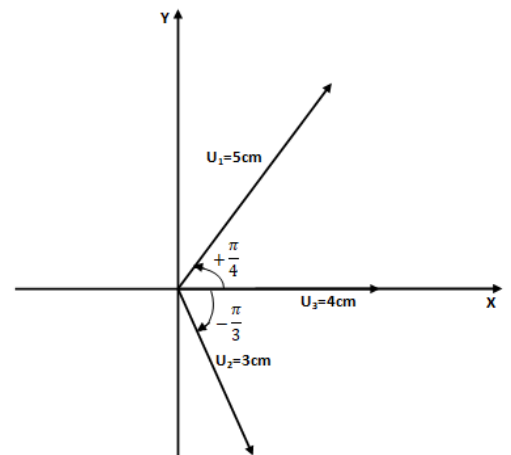
faire la représentation de Fresnel de $y(t)$ revient juste à construire dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un vecteur de norme (distance) $\|\vec{u}\| = y_{max}$ de point d'application O, (on pourra parfois déplacer celui-ci pour les besoins de l'exercice) celui-ci formant un angle $\theta = |\varphi|$ avec l'axe des abscisses, suivant le sens trigonométrique si $\varphi > 0$, et le sens rétrograde si $\varphi < 0$.

Exemple 1 : Donner les représentations de Fresnel des fonctions sinusoïdales suivantes : $y_1(t) = 5 \sin(4\pi t + \frac{\pi}{4})$; $y_2(t) = 3 \sin(4\pi t - \frac{\pi}{3})$ et $y_3(t) = 4 \sin(4\pi t)$ (tous en cm).

- Pour $y_1(t)$, nous allons construire un vecteur $\vec{u}_1$ de norme $\|\vec{u}_1\| = 5\text{cm}$, formant un angle $\theta = |\frac{\pi}{4}| \text{rad} = 45^\circ$ avec l'axe des abscisses, allant dans le sens trigonométrique, car $\varphi_1 = \frac{\pi}{4} > 0$.

- Pour $y_2(t)$, nous allons construire un vecteur $\vec{u}_2$ de norme $\|\vec{u}_2\| = 3\text{cm}$, formant un angle $\theta = |-\frac{\pi}{3}| \text{rad} = \frac{\pi}{3} \text{rad} = 60^\circ$ avec l'axe des abscisses, allant dans le sens rétrograde, car $\varphi_2 = -\frac{\pi}{3} < 0$.

- Pour $y_3(t)$, nous allons construire un vecteur $\vec{u}_3$ de norme $\|\vec{u}_3\| = 4\text{cm}$, formant un angle $\theta = |0| \text{rad} = 0^\circ$ avec l'axe des abscisses.



2-) Détermination de la résultante de la somme de deux fonctions sinusoïdales.

Soit $y_1(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2(t) = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ Leur somme est $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$, celle-ci peut se mettre sous la forme $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

On trouve les valeurs des variables A et φ comme indiquées dans le cours.

Exemple 2 : Soient les fonctions $y_1(t)$ et $y_2(t)$ utiliser à l'exemple 1.

Leurs somme $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ peut se mettre sous la forme $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ avec :

- $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

A.N : $A = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2 \times 5 \times 3 \cos(-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4})} = \sqrt{9 + 25 + 30 \cos(150^\circ)} = \sqrt{26,23} = 5,12\text{cm}$

- $\tan(\varphi) = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$

A.N : $\tan \varphi = \frac{5 \sin(\frac{\pi}{4}) + 3 \sin(-\frac{\pi}{3})}{5 \cos(\frac{\pi}{4}) + 3 \cos(-\frac{\pi}{3})} \Leftrightarrow \tan \varphi = \frac{5 \sin(45^\circ) + 3 \sin(-60^\circ)}{5 \cos(45^\circ) + 3 \cos(-60^\circ)} = 0,186 \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(0,186) = 10,545^\circ$

Une règle de trois nous permet de trouver la valeur de φ en radian :

$$\begin{cases} \pi \text{ rad} \longrightarrow 180^\circ \\ x \text{ rad} \longrightarrow 10,545^\circ \end{cases} \quad x = \frac{10,545\pi}{180} \simeq 0,0585\pi \Rightarrow \varphi \simeq \frac{\pi}{20} \text{rad}$$

Donc $y(t) = 5,12(4\pi t + \frac{\pi}{20})$ (en cm)

★ (Voir les exercices 3,5 et 6 pour les applications de ce principe)

EXERCICES

EXERCICE 1** : Sur le périmètre d'une platine tourne-disque, **120** miroirs sont réparties et éclairés par un stroboscope de fréquence $N_e = 22\text{Hz}$.

1.1-) La platine est en position **33tr/min**.

Calculer sa vitesse de rotation N_0 en **tr/s**.

1.2-) En déduire la fréquence N de passage de deux mirirs successifs devant le stroboscope.

1.3-) Quels est le mouvement apparent des mirirs ? Que se passe-t-il si la platine va un peut plus vite ?

EXERCICE 2** : Le film enregistré par un caméscope est en réalité une succession d'images prises à la fréquence de **25** images par secondes. On examine image par image le film de la rotation d'un disque tournant dans le sens des aiguilles d'une montre devant l'objectif du caméscope ; quatre images successives figurent ci-dessous.

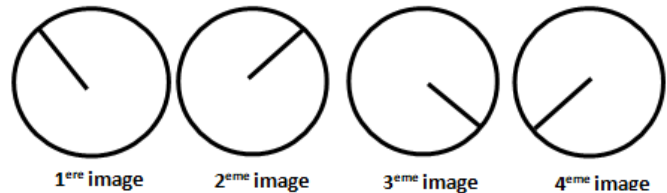
1-) Quelles sont tous les mouvement possibles du disque entre images consécutifs ?

2-) Ecrire la relation générale existant entre T_i (intervalle de temps entre deux images) et la durée T d'un tour.

3-) Calculer quatre valeurs possibles de la fréquence de rotation du disque.

4-) La rétine garde une image en mémoire environ

0,15s. Expliquez ce qu'observe un télescope qui visionne le film.



EXERCICE 3** :

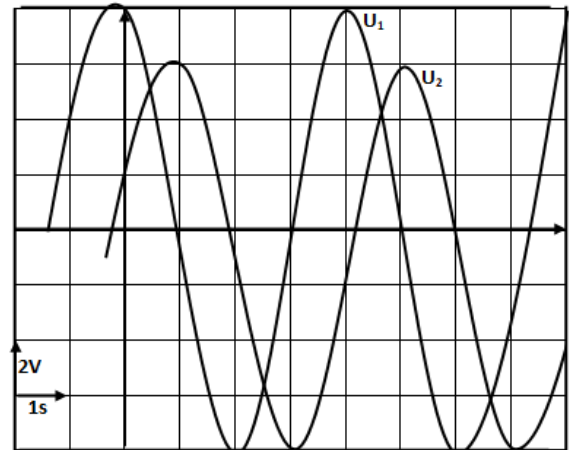
Un oscillographe électronique permet de visualiser deux tensions alternatives U_1 et U_2 (voir figure).

3.1-) La quelle des deux tensions est en avance de sur l'autre ?

3.2-) Trouver le décalage horaire θ entre ces deux fonctions et en déduire la différence de phase correspondante.

3.3-) Donner l'expression de $U_1(t)$ sachant que $U_2(t) = 6\cos(100\pi t)$.

3.4-) Donner l'expression de la tension U telle que $U(t) = U_1(t) + U_2(t)$. (Utiliser la construction de fresnel).



EXERCICE 4** : Sur l'arbre moteur, fixons un disque noir sur lequel est peint un secteur blanc.

4.1-) Si la fréquence de rotation du disque est $N = 48\text{Hz}$ et la fréquence des éclairs $N_e = 48\text{Hz}$. Comment apparaît le secteur blanc ?

4.2-) Si la fréquence des éclairs $N_e = 47,5\text{Hz}$, quel est le sens du mouvement apparent ?

4.3-) Si la fréquence des éclairs $N_e = 48,5\text{Hz}$, quel est le sens du mouvement apparent ?

EXERCICE 5** : Un circuit alimenté en courant alternatif se partage en deux dérivations. Les intensités des courants dans chacune des dérivations sont données par les relations : $i_1 = 9\cos(100\pi t)$, $i_2 = 12\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$.

Donner l'expression de l'intensité du courant principal. On précise que les lois des courants dérivés étudiées en classe de première s'appliquent aux valeurs instantanées des intensités $i = i_1 + i_2$

EXERCICE 6** : En un point M se superposent deux mouvements d'équation horaires :

1-) $y_1(t) = 5 \sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})$; $y_2(t) = 5 \sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})$

1-) $y_1(t) = 10 \sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})$; $y_2(t) = 10 \sin(120\pi t - \frac{\pi}{6})$

Etablir l'équation $y(t)$ du mouvement du point M sachant que $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ dans chacun des cas 1) et 2). y_1 et y_2 sont en cm.

EXERCICE 7*** : Un robinet laisse échapper les gouttes d'eau au rythme régulier. On éclaire ces gouttes avec un stroboscope dont on fait varier progressivement la fréquence N des éclairs de 4 à 25Hz. On observe :

Pour $N_1=5\text{Hz}$, 5 gouttes immobiles, pour $N_2=10\text{Hz}$, 5 gouttes immobiles; pour $N_3=20\text{Hz}$, 10 gouttes immobiles.

7.1-) En déduire la fréquence d'émission des gouttes par le robinet.

7.2-) Pour $N_2 = 10\text{Hz}$, expliquer pourquoi on voit des gouttes immobiles.

7.3-) Que voit-on lorsque la fréquence des éclairs est légèrement supérieur à 10Hz.

7.4-) On relève le stroboscope et on prend une photo à l'aide d'un flash, sur la photographie obtenue. à l'échelle 1/8, on mesure la distance séparant les cinq premières gouttes du bord du robinet. On trouve respectivement $x_1=1,5\text{mm}$; $x_2=13,8\text{mm}$; $x_3=38,3\text{mm}$; $x_4 = 75,0\text{mm}$; $x_5 = 124,0\text{mm}$.

7.4.1-) Montrer qu'il s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

7.4.2-) En déduire l'accélération de la pesanteur.

Exercice 8** : Une roue de bicyclette possède 28 rayons supposés tous dans un plan perpendiculaire à l'axe et régulièrement espacés. La roue tourne à la vitesse de 6tr/s. On l'éclaire à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence réglable entre 50 et 300Hz.

1-) Pour certaines valeurs de la fréquence des éclairs, la roue paraît immobile.

Expliquer le phénomène et calculer la valeur de ces fréquences.

2-) Qu'observe-t-on lorsque la fréquence des éclairs est :

a) légèrement supérieure à 168 Hz ?

b) légèrement inférieure à 168 Hz ?

SOLUTIONS

EXERCICE 1 :

1.1-) Calcul de la vitesse de rotation N_0 en tr/s.

$$N_0 = \frac{33\text{tr}}{1\text{min}} = \frac{33\text{tr}}{60\text{s}} \text{ soit } N_0 = 0,55\text{tr/s.}$$

1.2-) Lorsque la platine fait un tour (soit pendant la durée $T_0=1/N_0$), 120 miriors défilent. On a donc : $N = \frac{120}{T_0} = 120N_0$ soit $N_0 = 66\text{Hz}$.

1.3-) le rapport de la fréquence de passage des miriors à celle du stroboscope vaut : $\frac{N}{N_e} = 3$, il y'a donc immobilité apparente des miriors puisque le rapport des fréquences est un nombre entier.

Si la platine va un peu plus vite, elle fera un peu plus de 3 tours pendant une période T_e : on observe un mouvement ralenti dans le sens réel.

EXERCICE 2 : 2.1-) Entre deux images, il est possible que le disque fasse.

- 1/4 de tour (rotation de 90°).

- 1/4 de tour + 1 tour entier soit 5/4 de tour.

- 1/4 de tour + 2 tour entiers soit 9/4 de tour.

- 1/4 de tour + n tour entiers soit $(4n+1)/4$ de tour.

2.2-) L'intervalle de temps T_i qui s'écoule entre deux images consécutives correspond à la durée des mouvements décrits ci-dessus : $T_i = [(4n+1)/4]T$

2.3-) $f = \frac{1}{T}$ et $T = \frac{4T_i}{(4n+1)}$ d'où $f = \frac{(4n+1)}{4T_i} = \frac{(4n+1)}{4} f_i$

On connaît $f_i = 25\text{Hz}$ puisque le caméscope enregistre 25 images par secondes (1Hz équivaut à 1 image/seconde).

- Si $n=0$, $f=25/4\text{Hz}$; - Si $n=1$, $f=125/4\text{Hz}$

- Si $n=2$, $f=225/4\text{Hz}$; - Si $n=3$, $f=325/4\text{Hz}$

2.4) Entre images consécutives, $T_i = 1/25 = 0,04\text{s}$

Lorsque l'oeil perçoit l'image $n^\circ 4$, il garde en mémoire les trois images précédentes qui lui sont parve-

nues respectivement **0,04s** ; **0,08s** et **0,12s** auparavant. Les quatre images se superposent donc mentalement et l'observateur a l'impression que le disque comportait quatre rayons qui se trouvent toujours à la même place.

L'observateur voit donc un disque immobile muni de quatre rayons blancs.

EXERCICE 3 :

3.1-) U_1 est en **avance** sur U_2 car elle **atteint son maximum** avant U_2 .

3.2-) Le décalage horaire est $\theta = \frac{T}{4}$ (détermination graphique). Le déphasage est $|\phi_2 - \phi_1| = \pi/2$

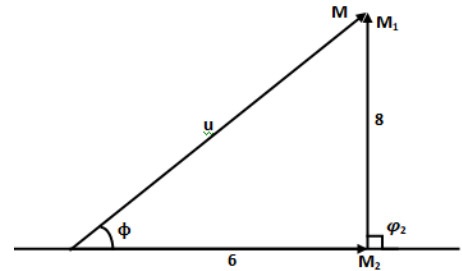
3.3-) D'après le graphe, l'amplitude de U_1 vaut **8**. Puisque $\phi_2=0$, soit $\phi_1 = +\pi/2$ alors :

$$U_1(t) = 8\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

3.4-) Pour donner l'expression de $U(t)$, nous allons procéder par la construction de Fresnel sachant que $U(t) = U_1(t) + U_2(t)$ $U = \sqrt{6^2 + 8^2}$ soit **$U=10$**

$$\tan \phi = \frac{8}{6} \text{ soit } \phi = 53^\circ$$

$$\tan \phi = \frac{4}{3} \quad \phi \simeq 0,93\text{rad}$$



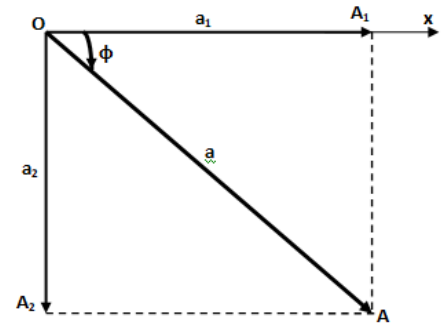
EXERCICE 4 : 4.1-) On a : $N = N_e = 48\text{Hz}$, donc le secteur blanc apparaît immobile.

4.2-) Fréquence du ralenti apparent

$N_a = N - N_e = 48 - 47,5 = +0,5\text{Hz}$, $N_a > 0$, l'arbre semble **tourner lentement dans le sens réel** (ralenti apparent direct).

4.3-) Fréquence du ralenti apparent

$N_a = N - N_e = 47,5 - 48 = -0,5\text{Hz}$, $N_a < 0$, l'arbre **semble tourner lentement dans le sens inverse du mouvement réel** (ralenti apparent retrograde).



EXERCICE 5 : $i = i_1 + i_2 = a\cos(100\pi t + \phi)$

$$OA_1 = a_1 = 9; OA_2 = a_2 = 12; OA = a$$

$$OA^2 = OA_1^2 + OA_2^2 \iff a^2 = a_1^2 + a_2^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = 15 \text{ soit } \mathbf{a=15}$$

$$\text{La phase } \phi \text{ est donnée par la relation } \tan \phi = \frac{a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2}{a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2}$$

$$\mathbf{A.N} \quad \tan \phi = \frac{9 \sin(0) + 12 \sin(-\pi/2)}{9 \cos(0) + 12 \cos(-\pi/2)} = \frac{-12}{9} = \frac{-4}{3}$$

$$\Rightarrow \phi = -53^\circ \simeq -\frac{3\pi}{10}$$

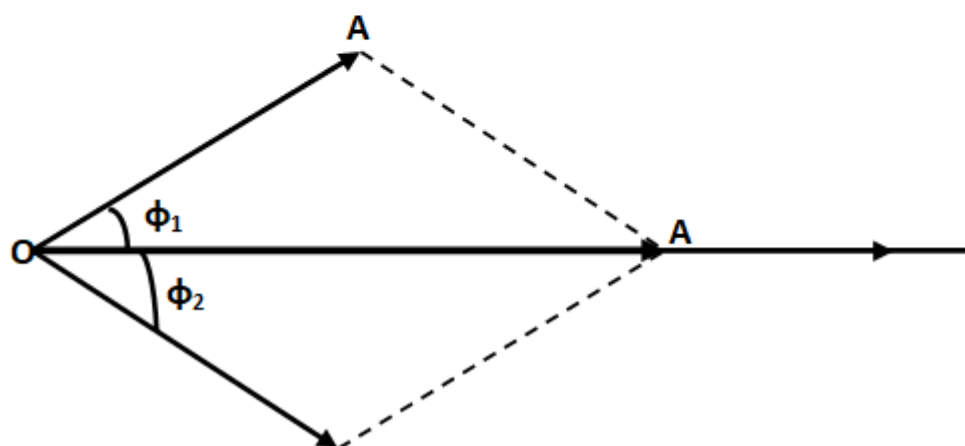
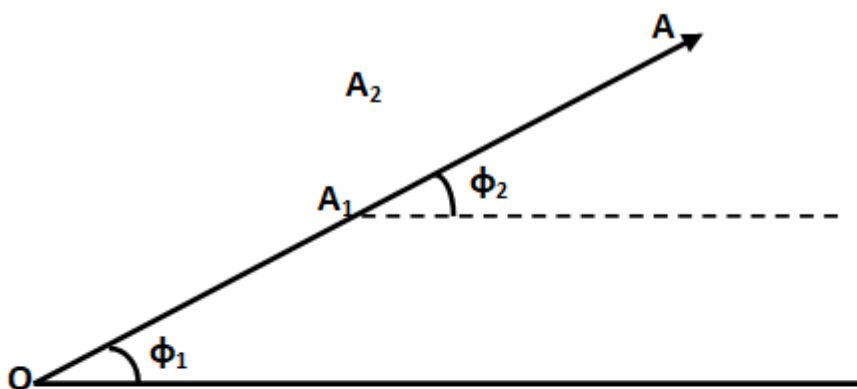
$$\text{Donc } \mathbf{i = 15\cos(100\pi t - \frac{3\pi}{10})}$$

EXERCICE 6 : Etablisons l'équation $y(t)$ dans les cas :

a-) $a_1 = a_2 = 5\text{cm}$, $\phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{6}$

$$OA = OA_1 + OA_2 = 2OA_1 = 2a_1 \text{ Donc } \mathbf{a=10cm}$$

$$\phi = \phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \mathbf{y(t) = 10\sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})}$$



b-) $OA_1 = a_1 = 10\text{cm}$; $OA_2 = a_2 = 10\text{cm}$

$$OA = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)} = a_1 \sqrt{2 + \cos(\frac{\pi}{3})}$$

$$\Rightarrow a = 10\sqrt{3}$$

$$A.N \tan \phi = \frac{10 \sin(\frac{\pi}{6}) + 10 \sin(-\pi/6)}{10 \cos(\frac{\pi}{6}) + 10 \cos(-\pi/6)} = 0 \Rightarrow \phi = 2k\pi \text{ Donc } y(t) = 10\sqrt{3} \cos(120\pi t)$$

EXERCICE 7 : 7.1-) Fréquence d'émission des gouttes.

D'après les résultats enregistrés, on constate que pour $N_1 = 5\text{Hz}$, on éclaire une fois sur deux et pour $N_3 = 20\text{Hz}$, on éclaire deux fois pour un chargement de goutte, donc la fréquence d'émission des gouttes est $N_2 = 10\text{Hz}$.

7.2-) Les gouttes sont dans une certaine position au premier éclair, et au second éclair, une goutte d'ordre k est remplacée par la goutte $k+1$. Donc l'ensemble paraît immobile.

7.3-) Aspect pour N légèrement supérieur à 10Hz .

Quand N est légèrement supérieur à 10Hz , on voit un mouvement ralenti apparent dans le sens opposé à celui du mouvement réel des gouttes.

7.4.1-) Montrons que le mouvement est rectiligne uniforme varié.

L'échelle étant $1/8$, déterminons les distances réelles.

$x_1 = 1,5 \times 8 = 12\text{mm}$; $x_2 = 110,4\text{mm}$; $x_3 = 306,4\text{mm}$; $x_4 = 600\text{mm}$; $x_5 = 992\text{mm}$ Calculons les espaces parcourus pendant les intervalles de temps successifs et égaux $e_1 = x_2 - x_1 = 98,4\text{mm}$; $e_2 = x_3 - x_2 = 196\text{mm}$; $e_3 = x_4 - x_3 = 293,8\text{mm}$; $e_4 = x_5 - x_4 = 392\text{mm}$.

Remarquons que : $e_2 = e_1 + 97,6$; $e_3 = e_2 + 97,6$; $e_4 = e_3 + 97,6$; $e_5 = e_4 + 97,6$

Donc e_1, e_2, e_3, e_4 constituent une progression arithmétique de raison $r = 97,6$ alors le mouvement est rectiligne uniformément varié (voir exercice 4 chapitre 3 pour plus de détails). Soit θ l'intervalle de temps représentant la période de libération de gouttes : $\theta = \frac{1}{10} = 0,1\text{s}$.

7.4.2-) Déterminations de l'accélération g .

D'après (7.4.1) on a : $r = g\theta^2 \Rightarrow g = \frac{r}{\theta^2}$ (r étant la raison de la suite arithmétique).

$$A.N : g = \frac{97,66 \times 10^{-3}}{(0,1)^2} = 9,76 \quad \text{Donc } g = 9,76\text{m/s}^2.$$

Exercice 8 : 1-) Explication du phénomène et valeurs des fréquences

Entre deux éclairs consécutifs, la roue effectue $\frac{1}{28}$ ou $\frac{2}{28}$ ou $\frac{3}{28}$... et à chaque fois, un rayon est remplacé

dans la même position par un autre et donne alors à la roue une apparence immobile.

Ainsi, le mouvement périodique de la roue est la réalisation de $\frac{1}{28}$ tour ; donc de période $\mathbf{T}' = \frac{\mathbf{T}}{28}$ soit de fréquence $\mathbf{f}' = 28\mathbf{f} = 28 \times 6 = 168\text{Hz}$. Or l'immobilité apparente est observée pour $f_e = \frac{f'}{k}$
D'où $50\text{Hz} \leq f_e \leq 300\text{Hz} \Leftrightarrow 50\text{Hz} \leq \frac{168\text{Hz}}{k} \leq 300\text{Hz} \Leftrightarrow \frac{168}{300} \leq k \leq \frac{168}{50}$
 $\Leftrightarrow 0,56 \leq k \leq 3,36 \Leftrightarrow k \in \{1, 2, 3\}$ il vient :

k	1	2	3
$f_e(\text{Hz})$	168	84	56

2.a) Pour $f_e \approx 168\text{Hz}$ avec $f_e > 168\text{Hz}$, on observe un **ralenti apparent** dans le **sens rétrograde**.

b) Pour $f_e \approx 168\text{Hz}$ avec $f_e < 168\text{Hz}$, on observe un **ralenti apparent** dans le **sens direct**.

Chapitre 6

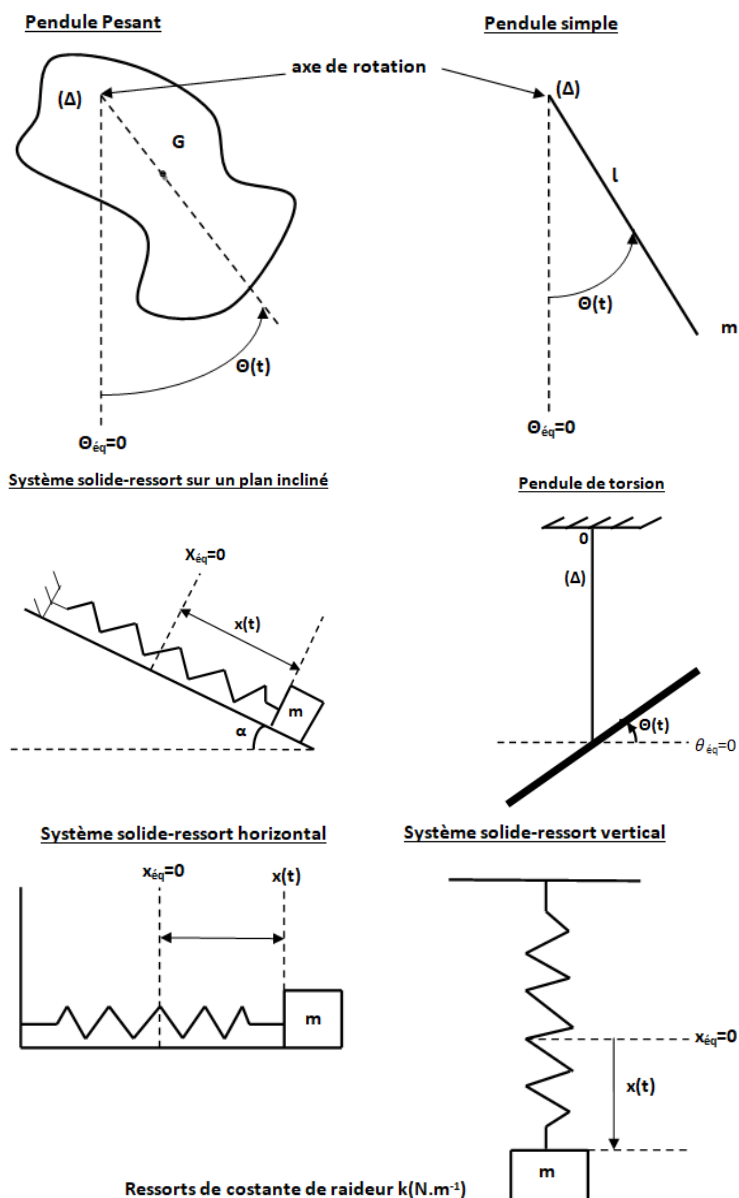
LES OSCILLATEURS MECANIQUES

Les séries D peuvent s'arrêter à l'étude du pendule simple fait en fin de chapitre et ne faire que les exercices qui comporte la lettre D en indice.

Définition : Un oscillateur mécanique est un système matériel animé d'un mouvement périodique, autour d'une position d'équilibre, c'est-à-dire qui se reproduit identique à lui-même à intervalles de temps égaux T , appelé périodes. Un oscillateur est dit harmonique lorsque sa position est une fonction sinusoïdale du temps :

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \text{ ou } x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

6.1-) Les différents oscillations :



6.2-) PERIODE PROPRE ET ISOCHRONISME :

6.2.1-) Pendules :

- Pour les oscillations de faibles amplitudes ($\theta \leq 15^\circ$), la période propre d'un pendule ne dépend pas de l'amplitude θ_m du mouvement (**loi d'isochronisme des petites oscillations**).
- La période du pendule simple est indépendante de m ; c'est la **loi des masses**.
- La période du pendule simple est proportionnelle à $\sqrt{l}$: c'est la **loi des longueurs**.
- La période du pendule simple est inversement proportionnelle à $\sqrt{g}$: c'est la **loi du champ de pesanteur**.

- Période propre d'un pendule :

- Simple : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

- Pesant : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgOG}}$

- de torsion : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

où C : est la constante de torsion du fil .

J_Δ : moment d'inertie du système.

OG : la position du centre de gravité G du système par rapport à l'axe de rotation (Δ)

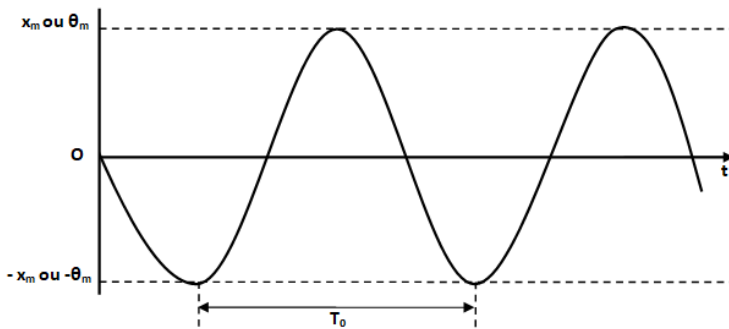
6.2.2-) Système solide-ressort : période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Remarque : On a : $\omega_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ et $f_0 = \frac{1}{T_0}$

ω_0 : *pulsation propre en rad.s^{-1}*

f_0 : fréquence en Hertz (Hz)

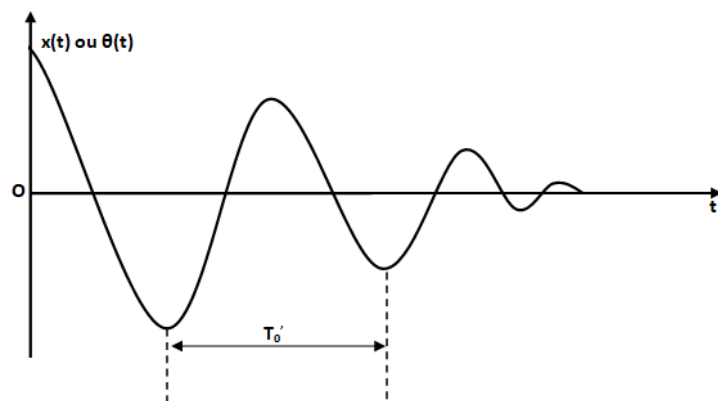
T_0 : période en seconde (s)

6.3-) Régime de fonctionnement :**1-) Amortissement nul :**

- Régime **périodique**

de période T_0

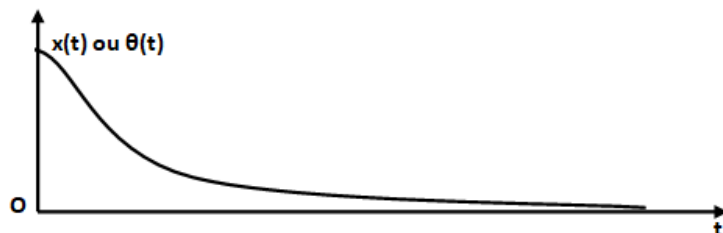
- Oscillation **harmonique** (solution sinusoïdales)

2-) Amortissement faible :

- Régime **pseudo-périodique** de pseudo-période $T'_0 > T_0$

- $T \approx T_0$ si l'amortissement est très faible

3-) Amortissement élevé :



• Régime apériodique

4-) Remarques : • Si la référence $\theta=0$ ne coïncide pas avec la position d'équilibre stable θ_q , alors il faut $\theta(t) - \theta_q$ (écart à l'équilibre) ; de même avec $x(t)$.

• On peut aussi définir un régime critique dans certains cas seulement (frottements $\ll$ fluides $\gg$ par exemple). Voir le chapitre 7 sur les circuits RLC .

5-) Équation horaire du mouvement du centre d'inertie de l'oscillateur : Elle peut se mettre sous la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ ou $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ (dans le cas des oscillations harmonique). Elle admet pour solution. $x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ ou $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_m \text{ et } \theta_m \geq 0 : \text{amplitude (en m)} \\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ pulsation propre en rad.s}^{-1} \\ \varphi_0 : \text{phase l'origine des dates (en rad) (en général } \varphi_0 \in]-\pi, +\pi]) \end{array} \right.$$

Remarque : Si on a l'existence d'une force de frottement pour un système solide-ressort horizontal (oscillations libres amorties). Équation différentielle du mouvement est : $\ddot{x} - \frac{f_x}{m} + \frac{k}{m}x = 0$
 f_x est la valeur algébrique de la force de frottement.

6.4-) ETUDE ENERGETIQUE :

1-) Pendule simple : Son énergie mécanique totale :

- E_{M_Q} à une position quelconque θ est la somme de son énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2$ et de son énergie potentiel de pesanteur $E_{P_p} = mgOG(1 - \cos \theta)$.
- E_M à la position d'amplitude maximal θ_m est $E_M = mgOG(1 - \cos(\theta_m))$.

2-) Pendule élastique horizontal : Son énergie mécanique totale :

- E_{M_Q} à une position quelconque x est la somme de son énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ et de son énergie potentiel élastique $E_{P_e} = \frac{1}{2}kx^2$.
- E_M à la position d'amplitude maximal X_m est $E_M = \frac{1}{2}kX_m^2$

3-) Pendule de torsion : Son énergie mécanique :

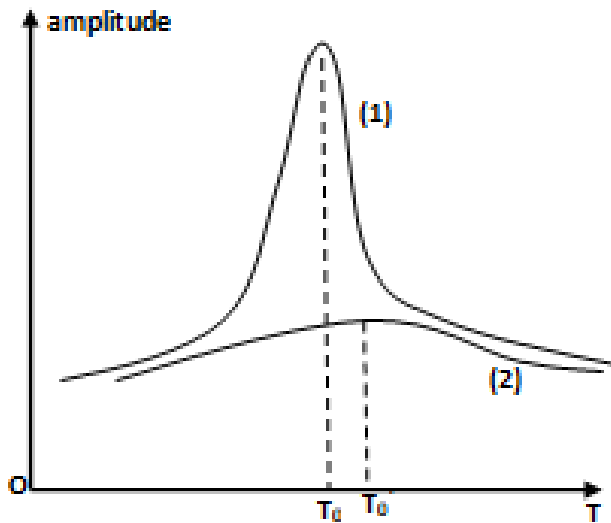
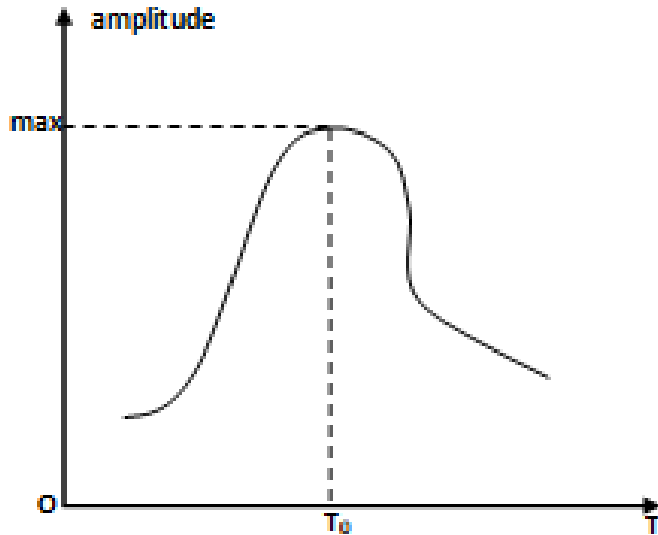
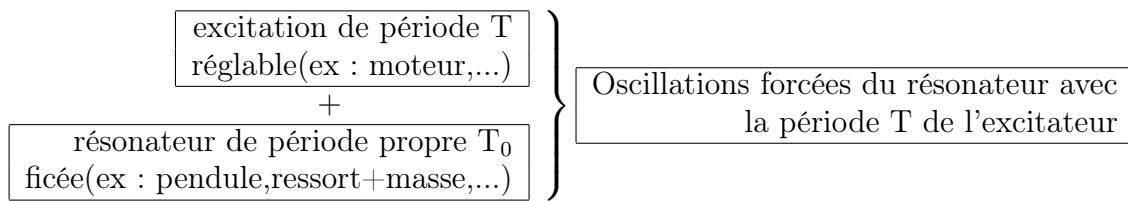
- E_{M_Q} à une position quelconque θ est la somme de son énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2$ et de son énergie potentiel élastique $E_{P_e} = \frac{1}{2}C\theta^2$.
- E_M à la position d'amplitude maximal $E_M = \frac{1}{2}C\theta_m^2$.

N.B : Pour tout ces différents systèmes, l'énergie mécanique totale reste constante au cours des oscillations d'où on peut écrire $E_{M_Q} = E_M$.

Remarque : Pour des oscillations de faibles amplitudes $\cos(\theta_m) \approx 1 - \frac{\theta_m^2}{2}$.

PHENOMENE DE RESONNANCE :

1-) Oscillations forcées :



2-) Phénomène de Résonance :

- L'amplitude des oscillations dépend de la période T de l'excitateur (voir la courbe de résonance en amplitude ci-contre).
- L'amplitude est maximale lorsque $T \approx T_0$

3-) Influence de l'amortissement :

- Amortissement faible :
résonance aiguë 1)
- Amortissement élevé :
résonance floue 2)
- T'_0 est légèrement supérieur à T_0

Partie série "D" : Etude Particulière du pendule simple

Définition : Un **Pendule simple** est un solide de masse **m** assimilable à un point matériel mobile autour d'un axe vertical fixe par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur **l**.

1-) Etude dynamique du pendule simple : (Voir schéma debut chapitre)

- **Système étudié :** solide de masse **m**.
- **Référentiel :** Celui de laboratoire supposé galiléen.
- **Inventaire des forces :** $\vec{P}$: poids du solide ; $\vec{T}$: tension du fil.
- **Application de la RFD :** $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$ (1)
- Projection de (1) dans la base de Frenet c'est-à-dire suivant les axes $\vec{t}$ et $\vec{n}$

$$\begin{pmatrix} \vec{t} \\ \vec{n} \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} \\ -P \cos \theta \end{array} \right. + \begin{pmatrix} \vec{R} \\ R \end{pmatrix} = m\vec{a} \left| \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} \\ \frac{d^2V}{dt^2} \end{array} \right.$$

$\Leftrightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} -P \sin \theta = m \frac{dV}{dt} \quad (2) \\ R - P \cos \theta = m \frac{d^2V}{dt^2} \quad (3) \end{array} \right.$$

$$(2) \Leftrightarrow -mg \sin \theta = m \frac{dV}{dt}, \text{ or } V = l\dot{\theta}$$

$$\text{d'où } -mg \sin \theta = m \frac{d(l\dot{\theta})}{dt} \Leftrightarrow -g \sin \theta = L \frac{d\dot{\theta}}{dt} \Leftrightarrow -g \sin \theta = L \ddot{\theta}$$

$$\text{Donc } \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (*)$$

C'est l'équation différentielle du pendule simple **non amorti** qui, pour être **harmonique** doit effectuer de petites oscillations de déviation angulaire $\theta < 8^\circ$ telle que $\sin \theta \approx \theta$.

(*) devient alors $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$, de la forme $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$. C'est l'équation différentiel du pendule simple harmonique dont une solution est de la forme $\theta(t) = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

Alors $\dot{\theta}(t) = \theta_m \omega_0 \cos(\omega t + \varphi) =$ **vitesse angulaire instantanée**

Avec : $\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{g}{l} =$ **pulsation propre**

On sait que : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Leftrightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} =$ **période propre**.

$\dot{\theta}_m = \theta_m \omega_0 =$ **vitesse angulaire maximale** atteinte à la position d'équilibre (c'est-à-dire en O).

2^e mthode : Utilisation de la relation fondamentale de la dynamique (**RFD**) .

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta} \Leftrightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow -mgd + 0 = l^2 \ddot{\theta}, \text{ or } d = l \sin \theta \Leftrightarrow -mgl \sin \theta = ml^2 \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \text{ qui est égale à la relation } (*).$$

2-) ETUDE ENERGETIQUE DU PENDULE SIMPLE

• A l'amplitude maximale θ_m : $E_M = E_C + E_{pp} = 0 + mgh_0 = mgl(1 - \cos \theta_m) = cte$

• A l'amplitude nulle $\theta = 0$: $E_M = E_C + E_{pp} = \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta}_m)^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}_m^2 = cte$

• A une position quelconque θ : $E_M = E_C + E_{pp} = \frac{1}{2}mV^2 + mgh = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1 - \cos \theta)$

$$\frac{dE}{dt} = ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta} \sin \theta = ml\dot{\theta}(l\ddot{\theta} + g \sin \theta). \text{ Or } ml\dot{\theta} \neq 0.$$

D'où $\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow l\ddot{\theta} + g \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$ qui correspond à la relation (*).

$\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow E = cte$ quelque soit **t** : on dit que le **pendule simple non mortie est un système conservatif**.

3-) Les applications du pendule simple :

- La mesure du temps grâce à la **loi d'isochronisme**.
- La détermination de l'intensité du champ de pesanteur en un lieu grâce à la loi du **champ de pesanteur**.

PRINCIPE

Comment établir l'équation différentielle d'un mouvement : En utilisant

- a-) Le théorème du centre d'inertie(T.C.I) si dans notre systeme le solide(s) effectue uniquement un mouvement de translation rectiligne.
- b-) La relation fondamentale de la dynamique(R.F.D) si dans notre systeme le solide(s) effectue uniquement un mouvement de rotation.
- c-) Le (T.C.I) et la (R.F.D) si dans notre système il y-a des corps qui effectuent à la fois un mouvement de rotation et de translation.
- d-) Faire en suite comme dans le principe du chapitre 2 et mettre finalement notre relation sous la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x$ (s'il s'agit d'un mouvement rectiligne) $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta$ (s'il s'agit d'un mouvement circulaire).
- e-) Utiliser les formules du cours si l'on souhaite trouver d'autres variable à partir de la valeur de ω_0^2
- f-) Savoir que pour les petits écarts angulaires on a :

- $\sin(\theta) \approx \theta$

- On sait que $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \iff \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \iff \cos^2 \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$.

En utilisant le developpement limité, on trouve $\cos \theta = 1 - \frac{\sin^2 \theta}{2}$, donc pour θ petit ($\sin(\theta) \approx \theta$), on a : $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

EXERCICES

Exercice 01* :_D Un pendule simple de longueur l et de masse m oscille dans un plan vertical.

1-) A partir des considérations énergétiques, déterminer l'équation différentielle du mouvement du pendule pour des oscillations de faible amplitude.

2-) On veut fabriquer un pendule qui bat la seconde.

Quelle longueur du fil doit-on choisir ?

3-) Quelle serait la période du même pendule sur la lune ?

Donnée : $g_{Lune} = 1,63 m.s^{-2}$.

Exercice 02** :_D Pour déterminer la valeur de l'intensité de la pesanteur en un lieu donné, on a mesuré, pour plusieurs longueurs, la durée de 20 oscillations d'un pendule simple et on a obtenu le tableau de valeurs ci-dessous.

$l(m)$	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	1,400	1,600
Γ	25,36	31,04	35,84	40,04	43,92	47,44	50,72
$T_0(s)$							

1-) Déterminer la période propre des oscillations correspondant à chaque longueur et compléter le tableau de valeurs.

2-) tracer le graphe $T_0 = f(l)$ et vérifier la validité de l'expression théorique de la période d'un pendule simple.

3-) En déduire la valeur du champ de pesanteur du lieu de l'expérience.

Exercice 03** :_D Un pendule simple est composé d'une petite boule de plomb, de masse $m=100g$, suspendu à un fil de longueur $l=1,0m$ accroché en un point fixe O.

Le pendule, écarté de sa position d'équilibre d'une amplitude $\theta_m=10^\circ$, est abandonné sans vitesse initiale. On désigne par t l'élongation angulaire à une date t .

1-) Faire l'inventaire des forces appliquées au solide et les représenter.

2-) Ecrire, dans un référentiel approprié que l'on précisera, la deuxième loi de Newton, sous forme vectorielle.

3-) Ecrire les projections de cette relation dans la base de Frenet, $\vec{t}$ orienté dans le sens trigonométrique et $\vec{n}$ vers le point O.

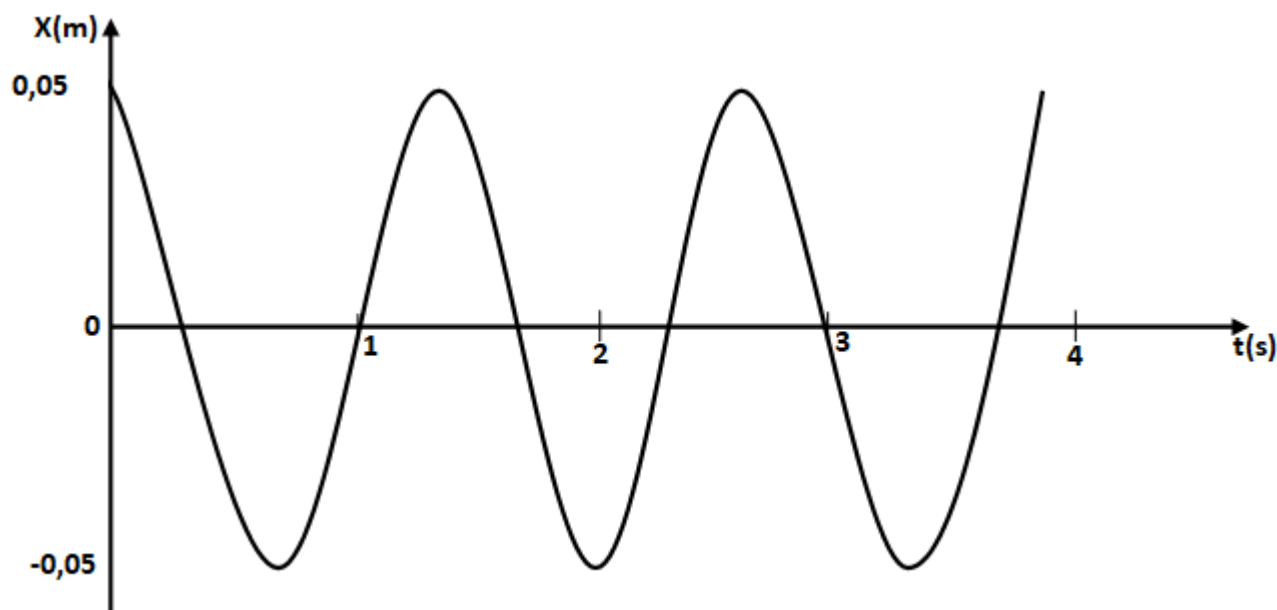
4-) Déduire de l'une des projection l'équation différentielle du mouvement du pendule.

5-) Déterminer les expressions de la pulsation propre et de la période propre dans le cas des oscillations de faible amplitude.

6-) Ecrire l'équation horaire du mouvement du pendule.

EXERCICE 1* :_D (Courbe d'oscillation)

Un système solide-ressort oscille horizontalement. On a enregistré l'abscisse de la position $x(t)$ du centre d'inertie G de la masse ($m=2,5\text{kg}$), repérée par rapport à la position au repos.



1.1-) A priori, y-a t-il des frottement ? Comment nomme-t-on de telles oscillations ?

1.2-) Quelle est la valeur de la période propre T_0 de cet oscillateur ?

1.3-) En déduire la valeur de la constante de raideur k du ressort.

1.4-) Quelles est l'abscisse de la position initial de G et sa vitesse initial ?

1.5-) Donner une équation de $x(t)$, le plus simplement possible (les longs calculs sont inutiles ici), sous forme numérique.

EXERCICE 2* : (Limite de l'isochronisme)

Pour un pendule simple, de façon plus précise que la formule classique, la période est donnée en fonction de l'amplitude θ_m (en radian), par : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}(1 + \frac{\theta_m^2}{16})$

Montrer que la formule du cours peut s'appliquer à moins de 1,0% d'erreur relative si θ_m est inférieur à 23° (limite d'application de l'isochronisme à 1% près).

EXERCICE 3** : (Période et Altitude)

Au niveau de la mer, un pendule simple a comme période T_0 . À quelle altitude sa période sera-t-elle supérieure de 1,0 % près) à T_0 ?

Données : R_T =rayon de la terre $\approx 6400\text{km}$.

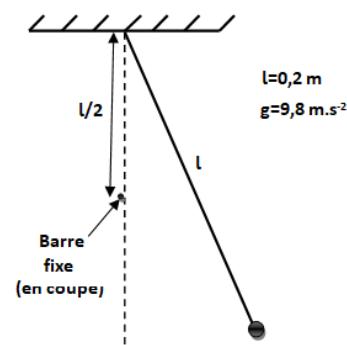
EXERCICE 4** : (Pendule Asymétrique)

4.1-) On utilise un pendule simple et on place au niveau de la verticale du fil, à mi-hauteur, une barre fixe : ainsi, d'un côté de la verticale (à gauche sur la figure), seule la moitié inférieure du fil sert d'oscillateur.

En se plaçant dans les conditions de l'isochronisme des petites oscillations, calculer la période T des oscillations.

4.2-) On reprend la question 1 en remplaçant $l/2$ par l' . Calculer la valeur de l' permettant d'avoir une période égale à 80% de celle de obtenue sans la barre.

4.3-) Dans la question 2 peut-on remplacer 80% par 40% et obtenir un résultat censé ?



EXERCICE 5 :**

5.1-) Quelle est dans chacun des cas de la figure 1, la raideur k du ressort équivalent aux ressort de raideur k_1 et k_2 (initialement non étirés)
En déduire la période des oscillations de la masse m glissant sans frottement sur un plan horizontal. Le groupement des ressorts obéit-ils à la loi analogue au groupement des résistances ou des condensateurs ?

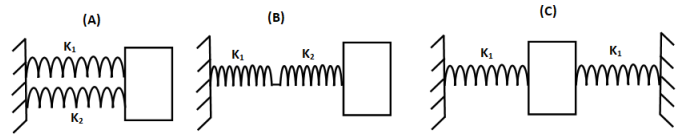
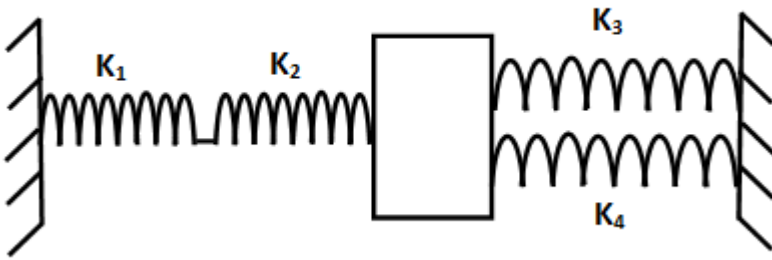


Figure 1

5.2-) Calculer en appliquant cette règle la raideur du ressort équivalent du système représenté en figure 2.



EXERCICE 6 :** Un pendule de torsion se compose d'une barre de longueur l , de masse m , fixée en son milieu M à un fil d'acier vertical OM suspendu au point fixe O .

6.1.-) Calculer le moment d'inertie J de la barre par rapport à l'axe OM si $m=200g$ et $l=20cm$.

6.2.-) On écarte la barre d'un angle θ_m de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale, le fil OM restant vertical.

6.2.1.-) Montrer que le système effectue des oscillations sinusoïdales dont on donnera la période en fonction de J et de la constante de torsion C du fil OM .

6.2.2.-) Déterminer l'équation horaire du mouvement du système $\theta = f(t)$ si $T=2s$ et $\theta_m = 1rad$.

6.2.3.-) Calculer C .

6.2.4.-) Montrer que l'énergie mécanique du système reste constant au cours du mouvement.

EXERCICE 7 :** Un pendule de torsion de moment d'inertie J est suspendu à un fil dont la constante de torsion est C .

7.1.-) La période des oscillations est $T=5s$. Si on ajoute 2 masses ponctuelles $m=50g$ de part et d'autre de l'axe à la distance $d=10cm$ de celui-ci, la période devient $T' = 5,25s$.

7.1.1.-) Calculer le moment d'inertie J du pendule.

7.1.2.-) Calculer la constante de torsion C du fil.

7.2.-) L'élongation angulaire du pendule sans masses additionnelles étant $\theta = \theta_0 \sin(\omega t)$, calculer la valeur à chaque instant de la vitesse angulaire et de l'énergie cinétique. Calculer numériquement l'énergie cinétique. Calculer numériquement l'énergie maximal si $\theta_0 = 90^\circ$.

7.3.-) En écrivant que l'énergie mécanique du pendule reste constant, en déduire la valeur à chaque instant de l'énergie potentielle et montrer que l'expression obtenue peut se mettre sous la forme $E_p = \frac{1}{2}C\theta^2$.

EXERCICE 8 :**

8.1.-) Un fil métallique f_1 vertical, de constante de torsion C , fixé à un support O soutient une barre B horizontale qui peut prendre seulement un mouvement de rotation autour de l'axe (Δ) matérialisé par le fil f_1 (figure 1).

Le moment d'inertie de la barre par rapport à cet axe est J . En utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système (fil de torsion + barre B), déterminer la nature du mou-

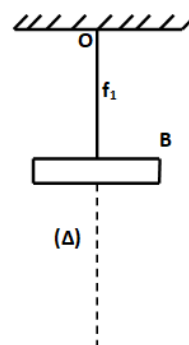


Figure 1

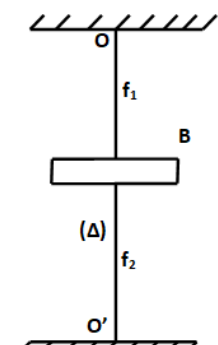


Figure 2

vement de la barre lorsqu'on l'a écarté de sa position d'équilibre. Calculer la période de ses oscillations avec les données.

$$J = 10^{-3} \text{ kg.m}^2, C = 64.10^3 \text{ N.rad}^{-1}$$

8.2-) On fixe à la barre B un deuxième fil métallique f_2 identique à f_1 , fixé en O' de façon que les deux fils soient verticaux (figure 2). On écarte B de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale. Quelle est alors la nature de son mouvement ? Calculer la nouvelle période T' des oscillations.

EXERCICE 9* :** Un pendule pesant comporte plusieurs axes de suspension autour des quels on peut le faire osciller. Ces axes sont parallèles entre eux et situés dans un même plan qui contient le centre de gravité G du pendule.

9.1.1-) Etablir la formule donnant la période T des oscillations de faible amplitude autour d'un axe O situé à la distance $OG=a$ du centre de gravité. On désigne par J le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe O.

9.1.2-) Exprime T en fonction de a, de l'accélération g de la pesanteur, de la masse M du pendule et du moment d'inertie J_G du pendule par rapport à un axe parallèle aux axes de suspension et passant par G.

9.2-) Les mesures des périodes ont montré que celles-ci étaient les mêmes pour deux axes O_1 et O_2 situés de part et d'autre de G, à des distances $O_1G = a_1 = 125\text{cm}$, $O_2G = a_2 = 25\text{cm}$ de ce point.

9.2.1-) En déduire une expression simple, en fonction de a_1 , a_2 et de la masse M du pendule. Calculer numériquement ces trois moments d'inertie sachant que $M=10\text{kg}$.

9.2.3-) Démontrer que la longueur du pendule simple synchrone du pendule composé oscillant autour des axes O_1 et O_2 est $l = a_1 + a_2$.

EXERCICE 10** :

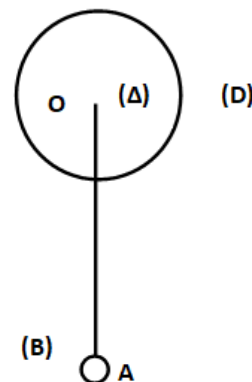
Un pendule pesant est constitué d'un disque (D) homogène solidaire d'une tige OA, de masse négligeable de longueur l dont l'extrémité O coïncide avec le centre du disque et l'extrémité A porte une bille (B) de masse M assimilable à un point. Le disque a une masse $M'=2M$ et de rayon $r=l/3$. Le pendule peut osciller sans frottement autour d'un axe (Δ) perpendiculaire au plan du disque et passant par son centre O.

10.1-) Exprimer en fonction de M et de l, le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ)

A.N : $M=100\text{g}$, $l=60\text{cm}$

10.2-) Le pendule est écarté de sa position d'équilibre stable d'un très petit angle θ_0 et lâché sans vitesse initiale. Montrer que ces oscillations sont sinusoïdales. Quelle est la valeur de la vitesse angulaire au passage à la position d'équilibre sachant que $\theta_0 = 0,1\text{rad}$?

10.3-) On écarte maintenant le pendule de sa position d'équilibre stable d'un angle $\pi/2$ et on lâche sans vitesse initiale. Calculer sa vitesse angulaire au passage à la position d'équilibre. En déduire la vitesse de la bille (B). $g = 10\text{m/s}^2$



EXERCICE 11**

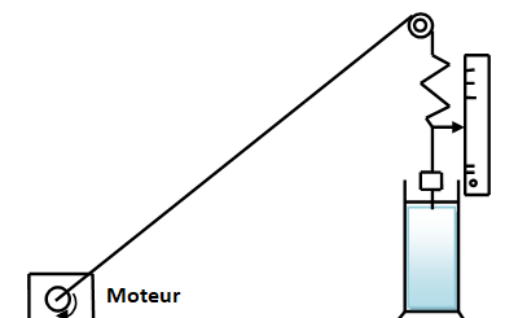
Un pendule élastique est mis en oscillations forcées par un moteur (excitateur) de fréquence variable selon un dispositif analogue à celui représenté ci-contre, les oscillations sont faiblement amorties (Une pointe solidaire de la masse m trempe dans un liquide)

On relève l'amplitude a des oscillations pour différentes fréquences f d'excitation. On obtient le tableau ci-dessous.

f(Hz)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
a(cm)	1,5	2,5	4,5	16,0	5,0	3,5	1,0

11.1-) Quel nom donne t-on au moteur muni de l'excentrique ?

11.2-) Quel nom donne t-on au système ressort+masse ?



11.3-) Tracer la courbe donnant a en fonction de f .

11.4-) Á quelle fréquence approximative observe-t-on le phénomène de résonance d'amplitude ?

11.5-) Déterminer la valeur probable de la période T_0 des oscillations libres de ce pendule élastique.

EXERCICE 12*** : Une voiture roule sur une piste d'essai pour suspension dont le profil est $z = 0,05 \sin(0,63x)$ (z est vertical, x est horizontal. dans le sens de la route, x et z sont exprimés en mètre). la masse de la voiture et du pilote est de 1200kg, chaque roue ayant une masse de 5kg.

12.1-) Si l'amortissement de la voiture est faible, calculer la valeur de la vitesse «à éviter». On assimilera chaque amortissement à un ressort de constante de raideur $k = 6000 \text{ N.m}^{-1}$.

12.2-) Que devient la situation avec 80 Litre de carburant en plus, trois passagers de 80kg à bord et 40kg de bagages ?

Donnée : $\rho(\text{masse volumique de l'essence}) \approx 700 \text{ kg.m}^{-3}$.

EXERCICE 13*** : On arrête le moteur d'un véhicule, lancé à $v_0 = 72 \text{ km/h}$, à $t=0 \text{ s}$ et en $x=0 \text{ m}$.

Il parcourt $d=200 \text{ m}$ avant de s'immobiliser, la décélération étant supposée uniforme et la trajectoire rectiligne. Une de ses roues, de diamètre $D=500 \text{ cm}$, est mal équilibrée et produit des vibrations.

Autour de quelle abscisse X , le rétroviseur de période propre $T_0 = 0,20 \text{ s}$ vibrera-t-il ? (on exprimera X en fonction des données de l'énoncé).

EXERCICE 14*** : Dans un référentiel R galiléen de base cartésienne $(O, \vec{U}_x, \vec{U}_y, \vec{U}_z)$, un pendule simple est constitué d'une masse ponctuelle m liée à une tige rigide de longueur L de masse négligeable, mobile autour d'un axe horizontal $\vec{U}_z$. On écarte le pendule d'un angle θ (dans le sens trigonométrique) par rapport à l'axe vertical $\vec{U}_x$ (quand le pendule est à l'équilibre à la verticale, $\theta=0$). On lâche le pendule et on néglige les frottements avec l'air et les frottements de la tige sur son axe de rotation.

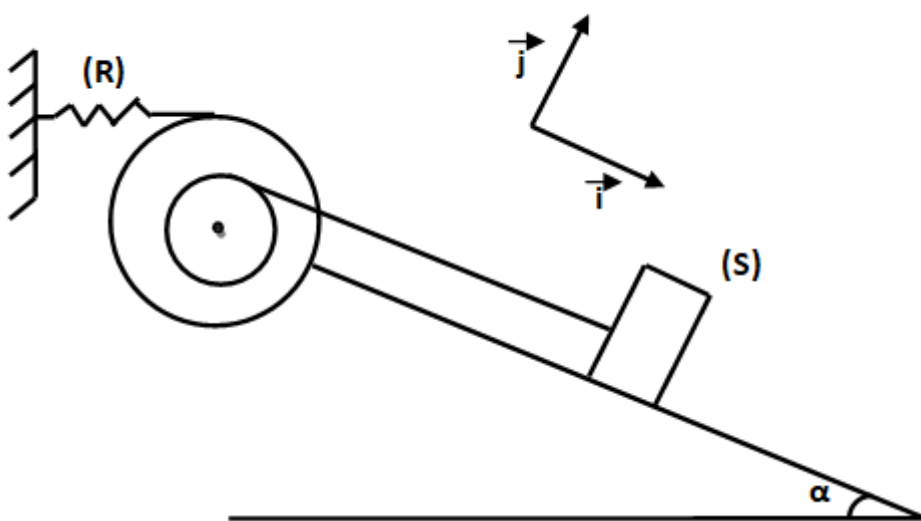
14.1-) En utilisant le principe fondamental de la dynamique, trouver l'équation différentielle du mouvement. On remplace la tige rigide par un fil inextensible de masse négligeable et de même longueur L .

14.2-) En utilisant le théorème du centre d'inertie, trouver l'équation différentielle du mouvement.

14.3-) En supposant une amplitude de mouvement faible (c'est-à-dire θ petit, donc $\sin \theta \approx \theta$), trouver la solution de cette équation différentielle, sous la forme $\theta(t)$. Donner l'expression de la pulsation ainsi que celle de la période du mouvement.

14.4-) Retrouver ces mêmes résultats en considérant la conservation de l'énergie mécanique.

EXERCICE 15*** : Un solide (S) de masse m , descend le long d'un plan incliné d'un angle α , celui-ci est relié à un cylindre de rayon R_1 par l'intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable. Le cylindre de rayon R_2 est relié à un ressort (R) de constante de raideur k comme indique la figure ci-contre, les deux cylindres ont un moment d'inertie commun J_Δ .



15.1-) Faire sur un schéma l'inventaire des forces qui s'appliquent sur tout le système.

15.2-) Donner la relation liant k , x_0 , R_1 , R_2 , m , g et α à l'équilibre du système et en déduire la

valeur de l'allongement x_0 du ressort.

15.3-) Etablir l'équation différentielle du mouvement du ressort (R).

15.4-) En déduire le moment d'inertie J_Δ de la poulie sachant que la période du Mouvement de (R) est égale à celle d'un pendule simple qui bat la seconde. On donne $R_1 = 40\text{cm}$, $R_2 = 57\text{cm}$, $k=1375,4\text{N.m}^{-1}$; $m=200\text{kg}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$; $\alpha = 30^\circ$

EXERCICE 16** :

On ajoute à un pendule simple deux ressorts (R_1) et (R_2) de même raideur k accrochée au solide (S) comme l'indique la figure ci contre.

On écarte alors le pendule d'un petit angle θ allant vers le ressort (R_2).

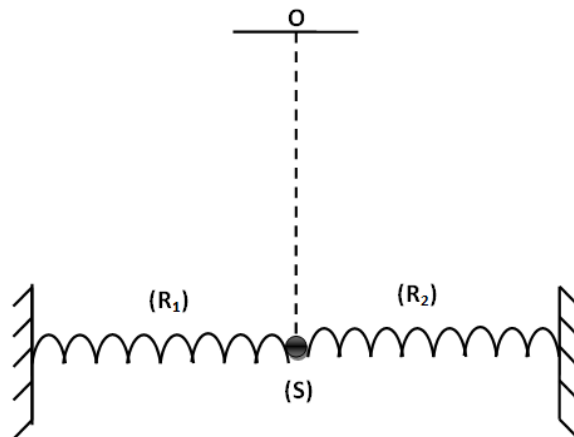
16.1-) Faire sur un schéma l'inventaire des forces s'appliquant sur le solide (S) sachant que le fil du pendule a été remplacé par une barre de masse négligeable et que lorsqu'on écarte d'un petit angle θ , le ressort (R_1) se comprime d'une longueur x .

16.2-) Etablir l'équation différentielle du mouvement d'une longueur x .

16.3-) En déduire l'expression de sa période propre T_0 .

16.4-) En déduire sa masse sachant que le pendule bat la seconde.

On donne : $g=9,8\text{m.s}^{-2}$, $l=1\text{m}$ et $k = 1,74\text{N.m}^{-1}$



SOLUTIONS

Exercice 1* :D 1-) Equation différentielle.

- A l'amplitude maximale θ_m : $E_M = E_C + E_{pp} = 0 + mgh_0 = mgl(1 - \cos \theta_m) = cte$
- A l'amplitude nulle $\theta = 0$: $E_M = E_C + E_{pp} = \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta}_m)^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}_m^2 = cte$
- A une position quelconque θ : $E_M = E_C + E_{pp} = \frac{1}{2}mV^2 + mgh = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1 - \cos \theta)$

$\frac{dE}{dt} = ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta}\sin \theta = ml\dot{\theta}(l\ddot{\theta} + g\sin \theta)$. Or $ml\dot{\theta} \neq 0$.

D'où $\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow l\ddot{\theta} + g\sin \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin \theta = 0$. Celle-ci est de la forme $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{g}{l} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \Leftrightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

2-) Longueur du fil.

Un pendule qui bat la seconde $\Rightarrow T_0 = 2s$

On a $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow l = \frac{gT_0^2}{4\pi^2}$.

A.N : $l = \frac{9,78 \times 2^2}{4\pi^2} = 0,99$. Donc $l \approx 1\text{m}$.

3-) Période sur la lune.

Par analogie : $T_{0L} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_L}}$.

A.N : $T_{0L} = \pi\sqrt{\frac{1}{1,63}}$, soit $T_{0L} = 4,9\text{s}$.

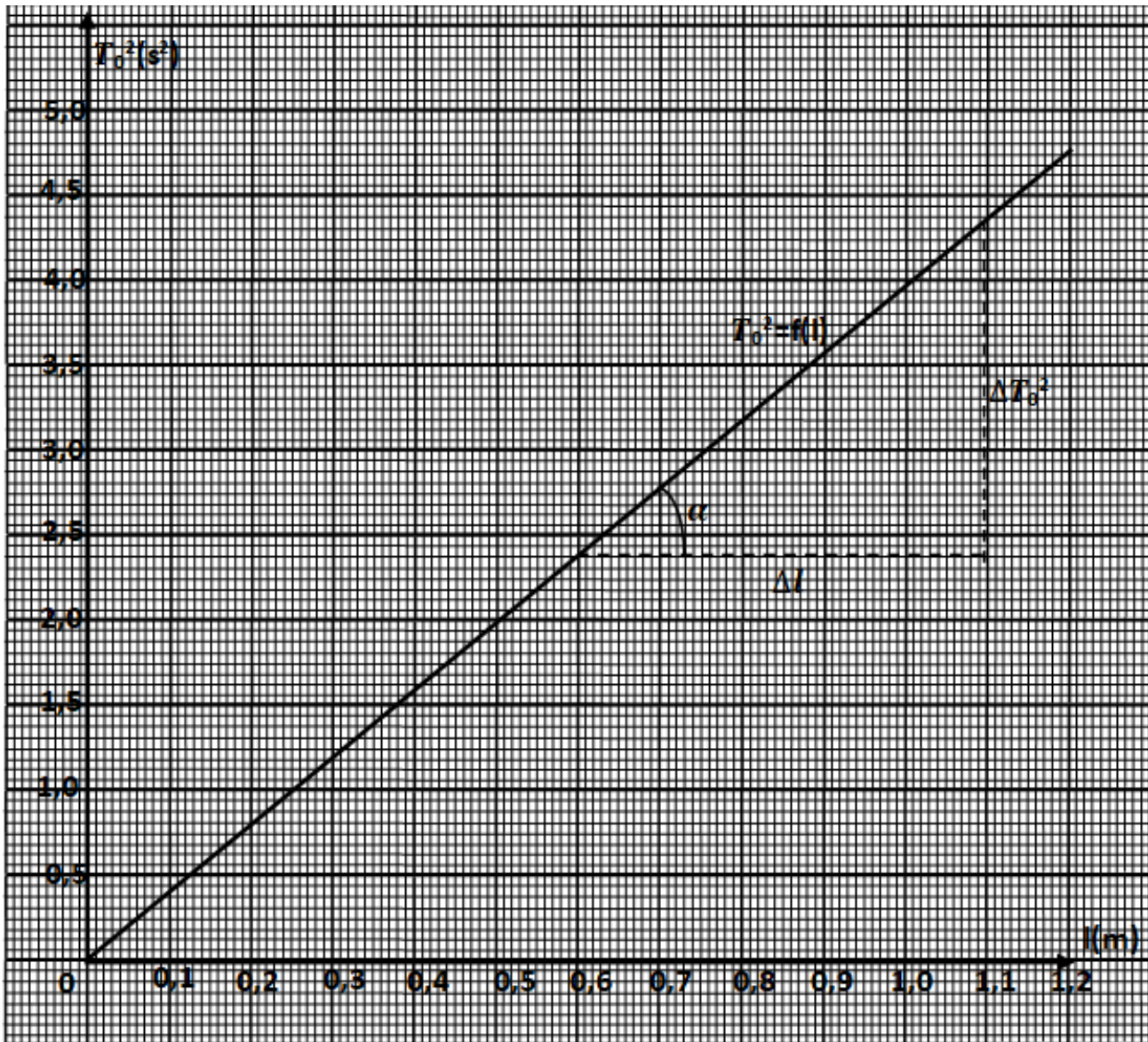
Exercice 2** :D 1-) Tableau de valeurs : $T_0 = \frac{T}{n} = \frac{T}{20}$ = période propre.

$l(\text{m})$	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	1,400	1,600
Γ	25,36	31,04	35,84	40,04	43,92	47,44	50,72
$T_0(\text{s})$	1,268	1,552	1,792	2,002	2,196	2,372	2,536
$T_0^2(\text{s}^2)$	1,608	2,409	3,211	4,008	4,822	5,626	6,431

2-) • Tracé du graphe $T_0^2 = f(l)$: voir figure ci dessous.

Echelle : Axe des abscisse : $1\text{cm} \longleftrightarrow 0,1\text{m}$; Axe des ordonnées : $1\text{cm} \longleftrightarrow 0,5\text{s}^2$.

• Théoriquement, $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g}l \Leftrightarrow T_0^2$ est proportionnelle à $l \Leftrightarrow T_0^2 = f(l)$ est une **droite** passant par l'origine du repère comme le montre le graphe ci-dessous.



3-) valeur du champ de pesanteur.

$T_0^2 = f(l)$ est une droite de pente positive $\frac{4\pi^2}{g}$, d'où $\frac{4\pi^2}{g} = \tan \alpha = \frac{\Delta T_0^2}{\Delta l} \Leftrightarrow g = 4\pi^2 \frac{\Delta}{\Delta T_0^2}$.
 $g = 4\pi^2 \frac{1,200 - 0,600}{4,822 - 2,409} = 9,816$. Donc $g \approx 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Exercice 3** : 1-) Inventaire des forces et représentation

• La boule est soumise à l'action de deux forces : $\vec{P} = m\vec{g}$: poids de la boule ; T : tension du fil.

2-) 2^e loi de Newton.

• Dans un référentiel de laboratoire supposé galiléen dont on associe le repère $(G, n, \vec{t})$ lié à la boule, on a :

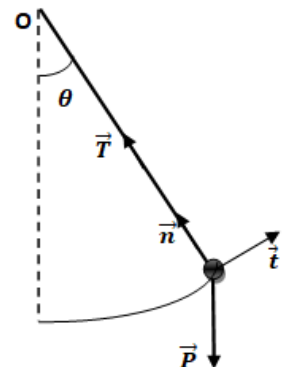
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G.$$

3-) projection sur $\vec{t}$ et $\vec{n}$.

$$\sum (\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a} \quad (1)$$

• Projection de (1) suivant les axes $\vec{t}$ et $\vec{n}$

$$\begin{pmatrix} \vec{t} \\ \vec{n} \end{pmatrix} \left\{ \vec{P} \right| \begin{matrix} -P \sin \theta \\ -P \cos \theta \end{matrix} + \vec{R} \right| \begin{matrix} 0 \\ R \end{matrix} = m\vec{a} \left| \begin{matrix} \frac{dV}{dt} \\ \frac{d^2V}{dt^2} \end{matrix} \right|$$



$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} -P \sin \theta = m \frac{dV}{dt} & (2) \\ R - P \cos \theta = m \frac{V^2}{l} & (3) \end{cases}$$

4-) Equation différentielle

$$(2) \Leftrightarrow -mg \sin \theta = m \frac{dV}{dt}, \text{ or } V = l\dot{\theta}$$

$$d'où -mg \sin \theta = m \frac{d(l\dot{\theta})}{dt} \Leftrightarrow -g \sin \theta = l \frac{d\ddot{\theta}}{dt} \Leftrightarrow -g \sin \theta = l \ddot{\theta}$$

$$\text{Donc } \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

5-) Pulsation et période propres

On suppose θ petit c'est-à-dire $\sin \theta \simeq \theta$, d'où $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ qui est l'équation différentiel d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ et de période

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

$$\text{A.N : } \omega_0 = \sqrt{\frac{9,78}{1,0}} = 3,127. \text{ Donc } \omega_0 = 3,13 \text{ rad/s}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1,0}{9,78}} = 2,009. \text{ Donc } T_0 = 2\text{s}.$$

6-) Equation horaire

Une solution de l'équation $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ est de la forme $\theta(t) = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\Leftrightarrow \dot{\theta}(t) = \theta_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$. Or à $t=0$, $\theta = \theta_m \sin \varphi = 1$ et $\dot{\theta} = 0 \Leftrightarrow \cos \varphi = 0$ d'où on trouve $\varphi = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$, or $\omega_0 = 0,995\pi \text{ rad/s}$.

Donc $\theta(t) = 10 \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$ (en degré).

EXERCICE 1 : 1.1-) L'amplitude est constante, la courbe n'est pas amortie; il n'y a pas frottement. Ce sont des "**Oscillations libres non amorties**".

1.2-) T_0 (entre deux maxima consécutif, par exemple) = 1,5s.

1.3-) On sait que $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ donc $k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$

$$\text{A.N : } k = \frac{4\pi^2 \times 2,5}{(1,5)^2} = 43,86 \text{ N.m}^{-1} \quad \text{Donc } k = 43,9 \text{ N.m}^{-1}$$

1.4-) $x(t=0) = 0,050 \text{ m} = 5,0 \text{ cm}$ (lue sur le schéma)

$v_x(t=0) = \dot{x}(t=0)$ est le coefficient directeur de la tangente à $t=0$ s. Or, celle-ci est horizontal, donc $v_x(t=0) = 0 \text{ m.s}^{-1}$, d'où : $\mathbf{v} = |\mathbf{v}_x| = 0 \text{ m.s}^{-1}$.

1.5-) On sait que $x(t)$ est une sinusoïde, partant d'un maxima. On peut dire que $x(t) = A \cos(\alpha t)$ (car $\cos(\alpha t)$ est maximum à l'origine).

La période est $T_0 = \frac{2\pi}{\alpha}$ soit $\alpha = \frac{2\pi}{T_0} \approx 4,2 \text{ s}$ et $(t=0) = A = 0,05 \text{ m}$.

D'où : $\mathbf{x(t)} = 0,05 \cos(4,2t)$.

(Il est inutile de partir de $x(t) = x_m \cos(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0)$ et des conditions initiales...trop long ici).

EXERCICE 2 : $T = T_0(1 + \frac{\theta_m^2}{16}) > T_0$, d'où à 1% près $\frac{T-T_0}{T_0} < 0,01 \Rightarrow \frac{\theta_m^2}{16} < 0,01$
 $\Rightarrow \theta_m < 4 \times \sqrt{0,01} = 0,4 \text{ rad}$ d'où $\theta_m < 0,40 \text{ rad} \approx 23^\circ$ d'où le résultat.

EXERCICE 3 : A l'altitude z :

$$g(z) = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + z)^2} \text{ d'où } T_0(z) = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(z)}} = 2\pi(R_T + z) \sqrt{\frac{l}{GM_T}}$$

Donc l'augmentation de 1% et T_0 s'écrit : $T_0(z) = 1,01 \times T_0(z=0)$ ou

$$2\pi(R_T + z) \sqrt{\frac{l}{GM_T}} = 1,01 \times 2\pi(R_T + 0) \sqrt{\frac{l}{GM_T}}, \text{ soit } R_T + z = 1,01 R_T$$

Donc : $\mathbf{z} = 0,01 \times R_T \approx 64 \text{ km}$.

EXERCICE 4 : 4.1-) $T_0 = \Delta t(B \rightarrow A \rightarrow B) + \Delta t(B \rightarrow C \rightarrow B) = \frac{1}{2} T_{0,l} + \frac{1}{2} T_{0,l/2}$
 où $T_{0,l}$ est la période d'un pendule de longueur l et $T_{0,l/2}$ celle d'un pendule de longueur $l/2$).

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

$$T_0 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$\text{A.N : } T_0 = \pi \sqrt{\frac{0,20}{9,8}} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \approx 0,77s$$

4.2-) De même $T'_0 = \frac{1}{2}T_{0,l} + \frac{1}{2}T_{0,l'}$

$$T'_0 = \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{l-l'}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}(1 + \sqrt{1 - \frac{l'}{l}})$$

On veut : $0,8 \times T_0$ (pendule classique) = T'_0 (période propre du pendule asymétrique).

$$\text{Soit : } 0,8 \times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}(1 + \sqrt{1 - \frac{l'}{l}})$$

$$\Leftrightarrow 1,6 = 1 + \sqrt{1 - \frac{l'}{l}}$$

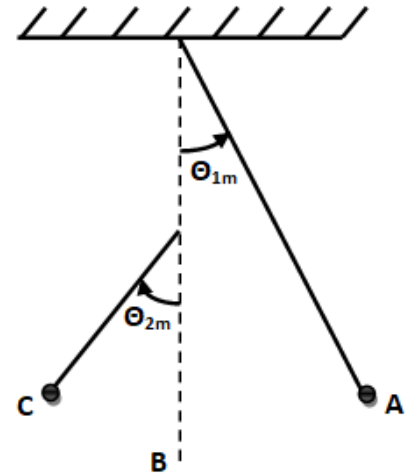
$$\Leftrightarrow 0,36 = 1 - \frac{l'}{l}$$

$$\Leftrightarrow l' = 0,64l$$

$$\text{A.N : } l' = 0,64 \times 0,2 = 0,13m \quad \text{Donc } l' = 0,13m$$

4.3-) T'_0 (période du pendule asymétrique) > $\Delta t(B \rightarrow C \rightarrow B) = \frac{T_0}{2}$.

Donc : la période du pendule asymétrique est nécessairement supérieure à 50% de T_0 ; il n'existe donc pas de valeur de l' permettant d'avoir une période égale à 40% de celle obtenue sans la barre.



EXERCICE 5 : 5.1-) - Association (A)

D'après le théorème du centre d'inertie, sur le solide, on a :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$$

avec le principe d'action réaction on a : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

D'où $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a} = m\vec{x}$ suivant le sens positif choisi, on a :

$$-(T_1 + T_2) = m\ddot{x} \Leftrightarrow -(k_1 + k_2)x = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1) \text{ avec } k = k_1 + k_2.$$

• Alors pour ce système, la raideur du ressort équivalent est $k = k_1 + k_2$

• (1) $\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ qui est de la forme $\ddot{x} + \omega^2x = 0$ donc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\text{et } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Donc } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

- Association (B)

D'après le théorème du centre d'inertie $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$

En tirant sur m, on exerce sur les deux ressorts la même force.

Alors $T_1 = T_2 = T$.

Quand on tire m de x, cette longueur est égale à la somme des allongements des deux ressorts $x = x_1 + x_2$ (1). Alors $+k_1x_1 = +k_2x_2 = T = kx$ donc $x_1 = -\frac{T}{k_1}$; $x_2 = -\frac{T}{k_2}$; $x = -\frac{T}{k}$

• Donc la raideur équivalente pour ce système est $k = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$

• La période du système est : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ avec $k = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$

- Association (C)

En appliquant le théorème du centre d'inertie, on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$ or $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

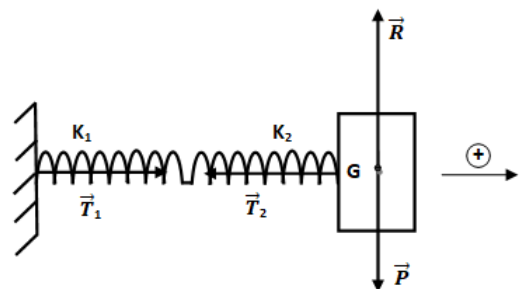
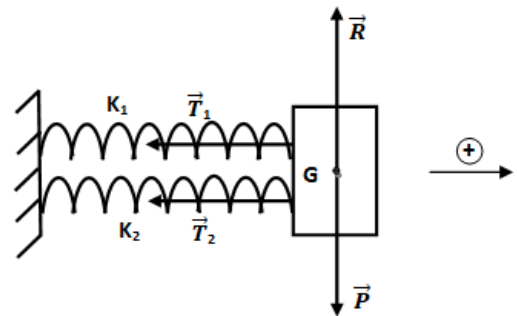
par projection on obtient $-k_1x_1 + k_2x_2 = m\ddot{x}$ (1) on a : $-x_1 = +x_2$ car à un allongement x_1 de R_1 correspond un même raccourcissement x_2 de R_2 et vice-versa.

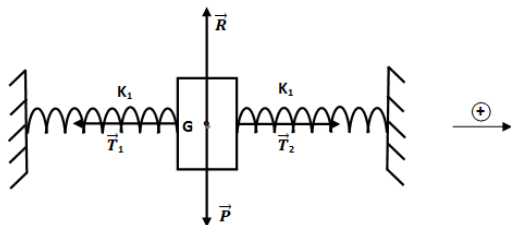
$$(1) \Rightarrow (k_1 + k_2)x = m\ddot{x} \Leftrightarrow kx = m\ddot{x}$$

• La raideur équivalente est $k = k_1 + k_2$.

• La période est $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

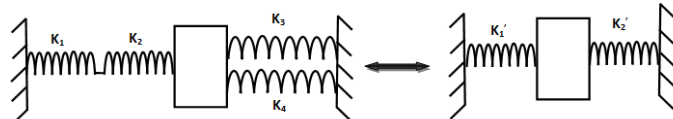
Remarque :





• Pour tout ressorts montés en parallèle, on a $k = k_1 + k_2$.

• Pour des ressorts montés en série, on a $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$. On peut conclure que le groupement des ressorts à une loi analogue au groupement des condensateurs.



5.2.-) Application de la règle d'association des ressorts.

En considérant le montage équivalent indiqué ci-dessus et par application de la règle d'association des ressort on a : $k'_1 = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$; $k'_2 = k_3 + k_4$ et $k = k'_1 + k'_2$

Donc la raideur équivalente est $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} + k_3 + k_4$

EXERCICE 6 :

6.1.-) Moment d'inertie de la barre l'axe OM passe par le centre d'inertie de la barre donc $J = \frac{1}{12} m l^2$ A.N : $J = \frac{1}{12} \times 0,2 \times (0,2)^2 = 6,67 \times 10^{-4}$ Donc : **$J = 6,67 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$**

6.2.-) On écarte la barre d'un angle θ_m de sa position d'équilibre.

6.2.1.-) Nature du mouvement du système. Inventaire des forces dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

- Le poids $\vec{P}$ appliqué en G.
- La tension $\vec{T}$ du fil de torsion passant par G.
- Le couple de torsion de moment M.

D'après la R.F.D (Relation Fondamentale de la Dynamique) $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta}$.

$$\Leftrightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + M = J\ddot{\theta}.$$

$$\vec{P} \text{ et } \vec{T} \text{ rencontre l'axe OM} \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$\text{d'autre part } M = -C\theta \text{ on a donc : } -c\theta = J\ddot{\theta} \text{ soit } \ddot{\theta} + \frac{C}{J}\theta = 0$$

c'est l'équation différentielle du mouvement dont une solution est : $\theta(t) = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$, c'est l'équation d'un mouvement sinusoïdal de rotation. Donc le système effectue des oscillations sinusoïdales.

$$\text{- Sa période est } T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}}$$

6.2.2.-) Équation horaire du mouvement avec $T = 2\text{s}$ et $\theta_m = 1\text{rad}$.

• Utilisons les conditions initiales pour déterminer φ dans $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$

$$\text{On sait que } \theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{\theta} = \theta_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

à $t=0$, on a :

$$\begin{cases} \theta = \theta_m (\text{Il est la position } \theta_m) \\ \dot{\theta} = 0 (\text{Sa vitesse est nul}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_m \sin(\omega t + \varphi) = \theta_m \\ \theta_m \cos(\omega t + \varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\omega t + \varphi) = 1 \\ \cos(\omega t + \varphi) = 0 \end{cases}$$

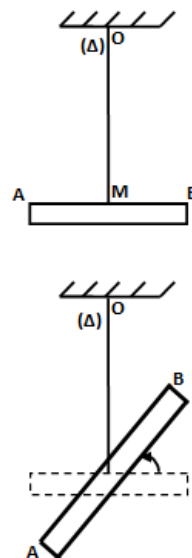
or $t=0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} \sin(\varphi) = 1 \\ \cos(\varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

• déterminons $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$ Donc $\theta = \mathbf{1 \cdot \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})}$

6.2.3.-) Calcul de C, on sait que $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}} \Rightarrow C = \frac{4\pi^2 J}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 6,7 \times 10^{-4}}{2^2} = 6,61 \times 10^3 \text{ N.m.rad}^{-1}$

6.2.4.-) Montrons que énergie mécanique est constante



• à $t=0$, $E_C = 0 (V_0 = 0)$ et $E_M = E_{P_T} + E_C = \frac{1}{2}C\theta_m^2$

• à t quelconque $E_M = E_{P_T} + E_C = \frac{1}{2}C\theta^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$.

Or $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{\theta} = \theta_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$

$$\begin{aligned} E_M &= \frac{1}{2}C(\theta_m \sin(\omega t + \varphi))^2 + \frac{1}{2}J(\theta_m \omega \cos(\omega t + \varphi))^2 \\ &= \frac{1}{2}C\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}J\theta_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad \text{or } \omega^2 = \frac{C}{J} \\ &= \frac{1}{2}C\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}J \cdot \frac{C}{J} \cdot \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2}C\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}C\theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2}C\theta_m^2 (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) \\ &= \frac{1}{2}C\theta_m^2 \\ &= E_M(t=0) \end{aligned}$$

On constate qu'à tout instant $E_M = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = \text{constante}$. Donc l'énergie du système reste constante pendant son mouvement.

Cette méthode est un cas général, on aurait bien pu travailler en remplaçant les valeurs de ω , φ et θ_m , on aurait obtenue le même résultat.

EXERCICE 7 : 7.1.1-) Calcul du moment d'inertie J.

En appliquant la R.F.D à la barre, on obtient facilement :

• La période $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$ ceci sans les masses bien sure.

• La période avec les deux masses redevient $T' = 2\pi\sqrt{\frac{J'}{C}}$ J' ce calcul facilement en utilisant le théorème de HUYGHENS $J' = J + 2md^2$ car les masses sont ponctuelles.

d'où

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}} & (1) \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{J+2md^2}{C}} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(2)} &\Leftrightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{J}{J+2md^2}} \Leftrightarrow \frac{T^2}{T'^2} = \frac{J}{J+2md^2} \Leftrightarrow T^2(J+2md^2) = T'^2.J \\ &\Leftrightarrow J = \frac{2md^2T^2}{T'^2 - T^2} \end{aligned}$$

$$\text{A.N : } J = \frac{2 \times 0,05 \times (0,1)^2 \times 5^2}{(5,25)^2 - 5^2} = 9,75 \times 10^{-3} \quad \text{Donc } \mathbf{J = 9,75.10^{-3} kg.m^2}$$

7.2-) Valeur de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et de E_C à chaque instant à une date t quelconque, la vitesse angulaire est $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega\theta_0 \cos(\omega t)$.

L'énergie cinétique est maximal lorsque le pendule passe à sa position d'équilibre. À la date $t=0$, $\theta = 0$, le pendule passe par sa position d'équilibre ($\cos(\omega t) = 1$) donc :

$$E_C(\max) = \frac{1}{2}C\theta_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,0154\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 1,9 \times 10^{-2} \quad \text{Donc } E_C(\max) = 1,9.10^{-2} J$$

7.3-) Expression de l'énergie potentielle.

$$\text{À la date } t \text{ l'énergie mécanique totale du pendule est } E = E_C + E_P = \frac{1}{2}C\theta_0^2 \cos^2(\omega t) + E_P \quad (3)$$

$$\text{À la position d'équilibre } E = E_C + E_P = E_c = \frac{1}{2}C\theta_0^2 \quad (4)$$

En vertu du principe de la conservation de l'énergie mécanique

$$(3)=(4) \Leftrightarrow \frac{1}{2}C\theta_0^2 = E_P + \frac{1}{2}C\theta_0^2 \cos^2(\omega t)$$

$$\Rightarrow E_P = \frac{1}{2}C\theta_0^2 - \frac{1}{2}C\theta_0^2 \cos^2(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2}C\theta_0^2(1 - \cos^2 \omega t)$$

$$= \frac{1}{2}C\theta_0^2 \sin^2(\omega t) \quad \text{or} \quad \theta = \theta_0 \sin(\omega t)$$

$$\text{d'où } \mathbf{E_P} = \frac{1}{2}\mathbf{C}(\theta_0 \sin(\omega t))^2 = \frac{1}{2}\mathbf{C}\theta^2.$$

EXERCICE 8 : 8.1-) Nature du mouvement de la barre

- L'énergie potentielle du fil de torsion $E_P = \frac{1}{2}C\theta^2$

- L'énergie cinétique de rotation de la barre est $E_C = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$

- L'énergie mécanique du système est $E = E_P + E_C$

- Conservation de l'énergie mécanique $E = \frac{1}{2}C\theta^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = Cte$

$$\text{d'où } \frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}[\frac{1}{2}C\theta^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}C\frac{d\theta^2}{dt} + \frac{1}{2}J\frac{d\dot{\theta}^2}{dt} = \frac{1}{2}C(2)(\dot{\theta})(\dot{\theta}) + \frac{1}{2}J(2)(\ddot{\theta})(\dot{\theta}) \quad (2)$$

$= C\dot{\theta}\dot{\theta} + J\dot{\theta}\ddot{\theta} = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J}\theta = 0$ en posant $\omega_0^2 = \frac{C}{J}$ on obtient $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ c'est l'équation d'un mouvement sinusoïdal de rotation de période $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$.

Calcul de la période

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-3}}{64 \times 10^{-3}}} = 0,785 \quad \text{Donc } \mathbf{T=0,785s}$$

8.2-) Nature du mouvement de la barre de la figure 2.

Dans ce cas, l'énergie à considérer est la somme de l'énergie cinétique de la barre et de l'énergie potentielle des deux fils de torsion qui sont tous deux tordus d'angle θ .

$$E = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + 2(\frac{1}{2}C\theta^2) = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + C\theta^2 = Cte$$

$$\text{d'où } \frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow d(\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + C\theta^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}J\frac{d\dot{\theta}^2}{dt} + C\frac{d\theta^2}{dt} = \frac{1}{2}J(\ddot{\theta})(2)(\dot{\theta}) + C(2)(\dot{\theta})(\dot{\theta}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}J\ddot{\theta}(2) + 2C\dot{\theta} = 0 \Leftrightarrow J\ddot{\theta} + 2C\dot{\theta} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{2C}{J}\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \omega'^2\theta = 0 \quad \text{avec } \omega'^2 = \frac{2C}{J} \quad \text{c'est un mouvement de rotation sinusoïdal de pulsation}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{2C}{J}} \quad \text{et de période } T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{2C}} = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

$$\text{A.N : } T' = \frac{T}{\sqrt{2}} = \frac{0,785}{\sqrt{2}} = 0,555 \quad \text{Donc } \mathbf{T'=0,555s}$$

EXERCICE 9 : 9.1.1-) Etablisons la formule de la période

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au pendule, on a :

$$\sum \mathcal{M}_A(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta}.$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{M}_A(\vec{P}) = J\ddot{\theta}.$$

$$\Leftrightarrow -P.OA = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow -P.a \sin \theta = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow J\ddot{\theta} + Mga \sin \theta = 0$$

Pour des oscillations de faibles amplitudes on a : $\sin \theta \approx \theta \text{ rad}$.

L'équation du mouvement devient alors $\ddot{\theta} + \frac{Mga}{J}\theta = 0$

Donc $\ddot{\theta} + \frac{Mga}{J}\theta = 0$ qui est une équation sinusoïdale de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{Mga}{J}}$

et de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et de période $T = \frac{2\pi}{\omega} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{Mga}} \quad (1)$

9.1.2-) Expression de T en fonction de a, g, M et J_G

d'après le théorème de HUYGENS $J = J_G + Ma^2$ en portant cette valeur dans la relation (1)

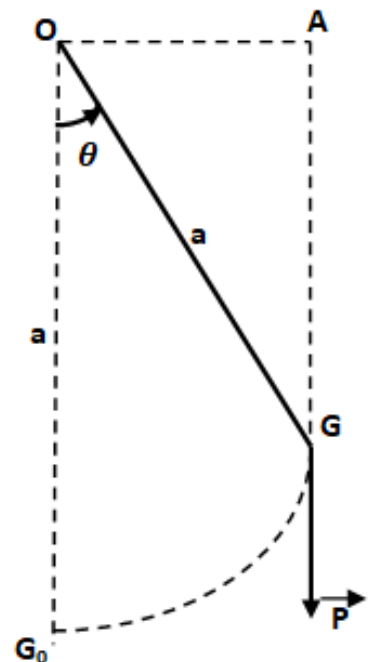
$$\text{on a : } T = 2\pi\sqrt{\frac{J_G + Ma^2}{Mga}}$$

9.2.1-) Expression de J₁/J₂ en fonction de a₁ et a₂

La période étant la même pour les deux axes O₁ et O₂, on doit avoir

$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{Mga_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{Mga_2}} \Leftrightarrow \frac{J_1}{Ma_1} = \frac{J_2}{Ma_2} \quad \text{Donc } \frac{J_1}{J_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad (1)$$

9.2.2-) Expression de J₁, J₂, J_G en fonction de a₁, a₂ et M.



D'après le théorème de HUYGENS, on a : $J_1 = J_G + Ma_1^2$ et $J_2 = J_G + Ma_2^2$

D'après la relation (2), on a :

$$\begin{aligned}\frac{J_G + Ma_1^2}{J_G + Ma_2^2} &= \frac{a_1}{a_2} \Leftrightarrow a_2 J_G + Ma_1^2 a_2 = a_1 J_G + Ma_1 a_2^2 \\ \Leftrightarrow J_G(a_1 - a_2) &= Ma_1 a_2(a_1 - a_2) \\ \Leftrightarrow J_G &= Ma_1 a_2\end{aligned}$$

- $J_1 = J_G + Ma_1^2 = Ma_1 a_2 + Ma_1^2 = Ma_1(a_1 + a_2)$
- $J_2 = J_G + Ma_2^2 = Ma_1 a_2 + Ma_2^2 = Ma_2(a_1 + a_2)$

Donc $\mathbf{J}_1 = M\mathbf{a}_1(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)$, $\mathbf{J}_2 = M\mathbf{a}_2(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)$

A.N : $J_G = 10 \times 1,25 \times 0,25 = 3,125$ Donc $J_G = 3,125 \text{ kg.m}^2$

$J_1 = 10 \times 1,25 \times (1,25 + 0,25) = 18,75$

$J_2 = 10 \times 0,25 \times (1,25 + 0,25) = 3,75$

Donc $\mathbf{J}_1 = 18,75 \text{ kg.m}^2$, $\mathbf{J}_2 = 3,75 \text{ kg.m}^2$

9.2.3-) Montrons que $l = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$

La période d'un pendule simple de longueur l est $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{gMa}}$, on obtient la longueur du pendule simple synchrone du pendule $l = \frac{J}{Ma}$.

Si on donne successivement à les valeurs a_1 et a_2 on trouve :

$$l = \frac{J_1}{Ma_1} = \frac{Ma_1(a_1 + a_2)}{Ma_1} = a_1 + a_2$$

$$l = \frac{J_2}{Ma_2} = \frac{Ma_2(a_1 + a_2)}{Ma_2} = a_1 + a_2$$

La longueur du pendule simple synchrone composé est donc : $l = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$.

EXERCICE 10 : 10.1-) Moment d'inertie J en fonction de M et l

$$J = J_B + J_D + J_G \text{ or } J_B = \frac{1}{2}mR^2 + ml^2$$

Or la boule est assimilable à un point d'où $R=0$, d'autre part $J_G = 0$ (car la tige est de masse négligeable c'est-à-dire $m=0$).

$$\text{d'où } J = J_D + Ml^2$$

$$\Leftrightarrow J = \frac{1}{2}M'r^2 + Ml^2 = \frac{1}{2}(2M)r^2 + Ml^2 = \frac{Ml^2}{9} + Ml^2 \quad \text{Donc } \mathbf{J} = \frac{10}{9}Ml^2$$

$$\text{A.N : } J = \frac{10}{9} \times 0,1 \times (0,6)^2 = 0,04 \quad \text{Donc } \mathbf{J} = 0,04 \text{ kg.m}^2$$

10.2-) Montrons que les oscillations du pendule sont simple.

D'après la relation fondamentale de la dynamique, on a :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta}.$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_D) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_B) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = J\ddot{\theta}.$$

Or $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_D) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = 0$ (car leurs droites d'actions rencontrent l'axe de rotation (Δ)).

$$\text{d'où } \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_B) = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow -P_B \cdot HB = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow -Mgl \sin \theta = J\ddot{\theta}$$

$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{Mgl}{J} \sin \theta = 0$ avec θ petit, on a : $\sin \theta \approx \theta(\text{rad})$ Donc $\ddot{\theta} + \frac{Mgl}{J} \theta = 0$ c'est l'équation différentielle du second degré caractéristique d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal. Donc les oscillations du pendule sont sinusoïdales.

- Vitesse angulaire au passage à la position d'équilibre.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on a :

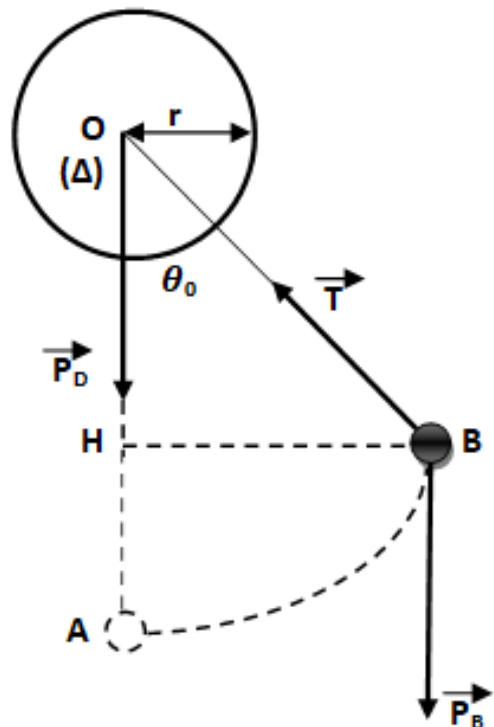
$$\Delta E_C = \sum W(\vec{T}_{ext}).$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}J\dot{\theta}_A^2 - \frac{1}{2}J\dot{\theta}_B^2 = W(\vec{P}_B) \quad \text{or } \dot{\theta}_B = 0, \text{ d'où on a :}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}J\dot{\theta}_A^2 = Mgh \quad \text{avec } h = AH = l - OH = l - l \cos \theta_0 = l(1 - \cos \theta_0)$$

$$\text{d'où } \frac{1}{2}J\dot{\theta}_A^2 = Mgl(1 - \cos \theta_0)$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_A = \sqrt{\frac{2Mgl(1 - \cos \theta_0)}{J}} \quad (1) \quad \text{on a : } \theta_0 = 0,1 \text{ rad} \Rightarrow \theta = \frac{18}{\pi}$$



degré.

$$\dot{\theta}_A = \sqrt{\frac{2 \times 0,1 \times 10 \times 0,6(1 - \cos(18/\pi))}{0,04}} = 0,38 \text{ rad/s}$$

12.3-) Vitesse au passage à la position d'équilibre pour $\theta_m = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{D'après (1), } \dot{\theta}_A = \sqrt{\frac{2Mgl(1 - \cos \theta_m)}{J}} = \sqrt{\frac{2Mgl}{J}}$$

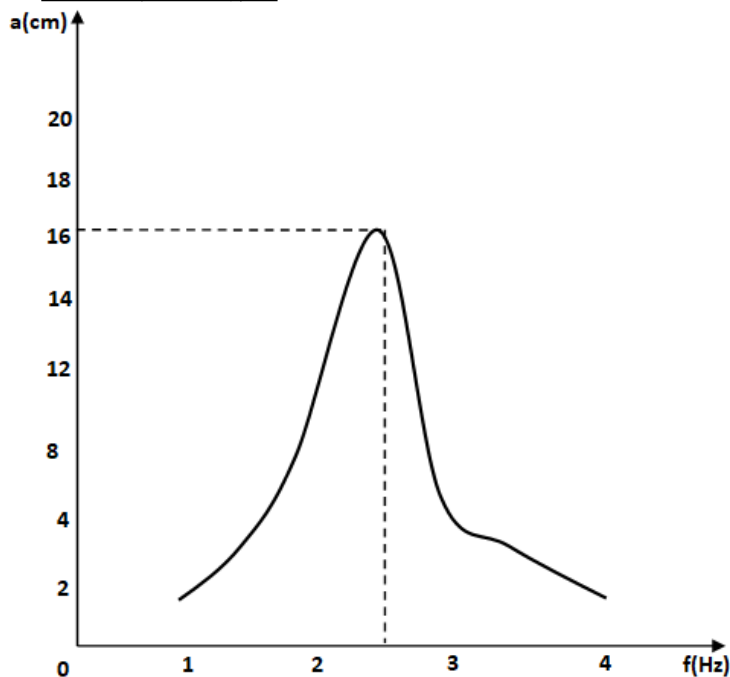
$$\text{A.N : } \dot{\theta}_A = \sqrt{\frac{2 \times 0,1 \times 10 \times 0,6}{0,04}} = 5,47 \text{ Donc } \dot{\theta}_A = 5,47 \text{ rad}$$

• **Déduction de la vitesse de la bille (B) à la position d'équilibre.**

On sait que pour un mouvement circulaire, on a : $\omega = \dot{\theta} = \frac{V}{r}$ d'où $\dot{\theta}_A = \frac{V}{r} \Rightarrow V = l \times \dot{\theta}_A$

$$\text{A.N : } V = 0,6 \times 5,47 = 3,286 \text{ Donc } \mathbf{V = 3,30 \text{ m/s.}}$$

EXERCICE 11 :



11.1-) Le moteur muni de l'excentrique est appelé **Excitateur.**

11.2-) Le système {ressort+masse} est appelé **Résonateur.**

11.3-) Traçons la courbe $a=f(f)$.

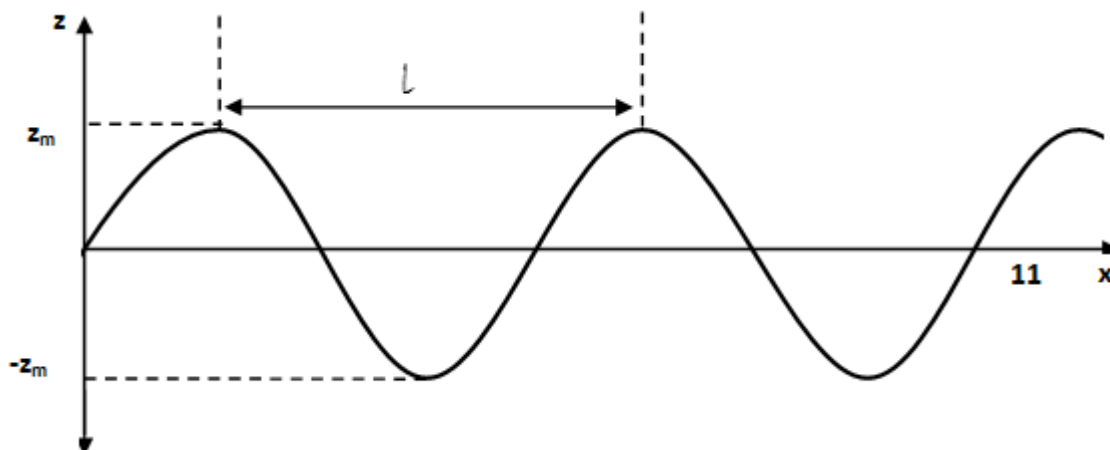
11.4-) On observe le phénomène de résonance vers la fréquence $f=2,5\text{Hz}$.

11.5-) Valeur de T_0

On sait que à la résonance on a : $f \simeq f_0 \Rightarrow f \approx \frac{T_0}{2\pi} \Rightarrow T_0 = 2\pi f$

$$\text{A.N : } T_0 = 2\pi \times 2,5 = 15,7 \text{ Donc } \mathbf{T_0 = 15,7s.}$$

EXERCICE 12 : 12.1-) La route a le profil suivant :



avec $z = z_m \sin(\omega x)$ or $\omega = \frac{2\pi}{T'}$ et dans ce cas $T' = l$ d'où $z = z_m \sin(2\pi \frac{x}{l})$ or $z = 0,05 \sin(0,63x)$ par définition, on a : $\frac{2\pi}{l} = 0,63$, soit $l = \frac{2\pi}{0,63}$ La période T qui sépare le passage de la voiture entre deux

maxima est sensiblement égale à $\frac{l}{v}$ (on assimile l à la longueur de la route entre deux maxima consécutifs car $z_m = 5\text{cm}$ est faible).

La période propre de la voiture est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_{\text{totale}}}{k_{\text{total}}}}$

avec $m_{\text{totale}} = m_{\text{voiture}} - 4m_{\text{roues}}$ (les 4 roues n'oscillent pas !) et $k_{\text{total}} = 4k$ (4 ressort en parallèle).

Enfin à la résonance : $T = T_0$, soit $\frac{l}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{m_v - 4m_r}{4k}}$ or $l = \frac{2\pi}{0,63}$

$$\text{d'où } v = \frac{2}{0,63} \times \sqrt{\frac{k}{m_v - 4m_r}}$$

$$\text{A.N : } v = \frac{2}{0,63} \times \sqrt{\frac{6000}{1200 - 4 \times 5}} \simeq 7,2 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{Donc } v \simeq 26 \text{ Km.h}^{-1}$$

12.2-) De même, avec

$$m_{\text{totale}} = m_v - 4m_r + \rho \times v + m_{\text{bagages}} + 3m_{\text{passagers}}$$

$$= 1200 - 4 \times 5 + 700 \times 80 \times 10^{-3} + 40 + 30 \times 80$$

$$= 1516 \text{ kg}$$

on obtient : $v \simeq 23 \text{ Km.h}^{-1}$.

EXERCICE 13 : Soit T la période de la roue et $v_{x,v}$ la vitesse de la voiture à la résonance (elle est égale à celle du retroviseur) qui est aussi la vitesse d'un point de la circonférence de la roue (s'il ne glisse pas!).

$$v_{x,v} = \frac{\text{périphérie}}{\text{période}} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{\pi D}{T} \quad \text{soit } T = \frac{\pi D}{v_{x,v}}$$

Lorsque le retroviseur vibre, il y'a résonance $T(\text{excitateur}) = T(\text{résonateur})$.

$$\text{d'où } T(\text{roue}) = T(\text{voiture ou retroviseur}), \text{ soit } \frac{\pi D}{v_{x,v}} = T_0 \text{ et Donc } T_0 = \frac{\pi D}{v_{x,v}} \quad (1)$$

D'autre part, la voiture a un mouvement rectiligne uniformément décéléré, avec $v_x(t=0) = v_0$ et $x(t=0) = 0\text{m}$ $a_m = \ddot{x} = Cte < 0$, donc $v_x = \dot{x} = a_x t + v_0$, d'où

$$x = a_x \frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0 = a_x \frac{t^2}{2} + v_0 t$$

Eliminons t entre v_x et x : $t = \frac{v_x - v_0}{a_x}$, d'où

$$x = \frac{a_x}{2} \left(\frac{v_x - v_0}{a_x} \right)^2 + v_0 \left(\frac{v_x - v_0}{a_x} \right) = \frac{v_x - v_0}{2a_x} (v_x + v_0) \quad (2)$$

lorsque le véhicule s'arrête, donc pour $x=d$ et $v_x = 0$

$$\text{On a : } (2) \Rightarrow d = \frac{0 - v_0}{2a_x} (0 + v_0) \text{ soit } a_x = -\frac{v_0^2}{2d}$$

$$\text{d'où } (2) \text{ devient : } x = \frac{v_x - v_0}{-\frac{v_0^2}{2d}} (v_x + v_0) = \frac{d(v_0 - v_x)(v_x + v_0)}{v_0^2} = \frac{d(v_0^2 - v_x^2)}{v_0^2}$$

$$\Leftrightarrow x = d \left(1 - \frac{v_x^2}{v_0^2} \right) \text{ et avec } (1), \text{ on obtient :}$$

$$X = x(v_x = v_{x,v}) = d \left[1 - \left(\frac{\pi D}{T_0 v_0} \right)^2 \right]$$

$$\text{A.N : } X = 200 \left[1 - \left(\frac{\pi \times 0,50}{0,2 \times \left(\frac{72}{3,6} \right)^2} \right)^2 \right] \approx 170 \quad \text{Donc } X \approx 170 \text{ m.}$$

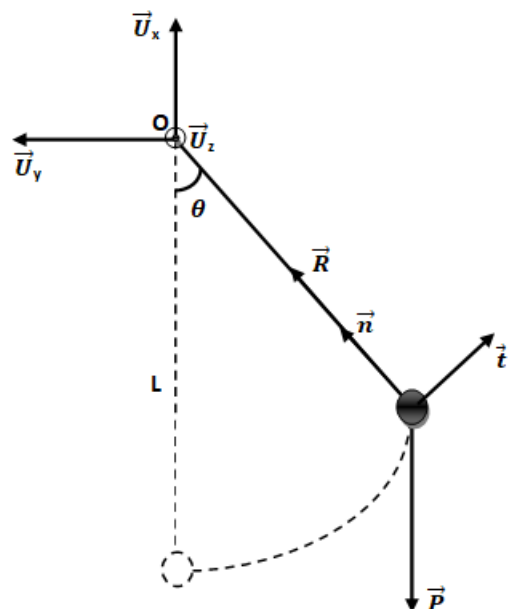
EXERCICE 14 :

14.1-) Equation différentielle du mouvement.

- Système étudié : barre de masse m
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Repère d'étude $(O, \vec{U}_x, \vec{U}_y, \vec{U}_z)$
- Inventaire des forces :
 - $\vec{P}$: poids de la masse
 - $\vec{R}$: réaction de la tige sur la masse
- Application de la R.F.D : D'après la relation fondamentale de la dynamique, on a : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{\text{ext}}) = J\ddot{\theta}$.
- $\Leftrightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = J\ddot{\theta}$.
- $\Leftrightarrow -mgL \sin \theta = J\ddot{\theta}$.
- $\Leftrightarrow -mgL \sin \theta = mL^2 \ddot{\theta} \quad \text{Donc } \ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$

14.2-) Équation différentiel du mouvement en utilisant le T.C.I

$$\sum (\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a} \quad (1)$$



- Projection de (1) suivant les axes $\vec{t}$ et $\vec{n}$

$$\begin{pmatrix} \vec{t} \\ \vec{n} \end{pmatrix} \left\{ \vec{P} \begin{vmatrix} -P \sin \theta \\ -P \cos \theta \end{vmatrix} + \vec{R} \begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} \right\} = m \vec{a} \begin{vmatrix} \frac{dV}{dt} \\ \frac{V^2}{L} \end{vmatrix}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} -P \sin \theta = m \frac{dV}{dt} & (2) \\ R - P \cos \theta = m \frac{V^2}{L} & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow -mg \sin \theta = m \frac{dV}{dt}, \text{ or } V = L\dot{\theta}$$

$$\text{d'où } -mg \sin \theta = m \frac{d(L\dot{\theta})}{dt} \Leftrightarrow -g \sin \theta = L \frac{d\dot{\theta}}{dt} \Leftrightarrow -g \sin \theta = L d\ddot{\theta}$$

$$\text{Donc } \ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$$

14.3-) On suppose θ petit c'est-à-dire $\sin \theta \simeq \theta$, d'où $\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{g}{L}$ qui est l'équation différentiel d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ et de période $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

Ayant pour solution $\theta(t) = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$

à $t=0$, on a : $\theta(t=0) = \theta_m$ et $\dot{\theta} = 0$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \theta_m \sin(\omega t + \varphi) = \theta_m \\ \theta_m \cos(\omega t + \varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\omega t + \varphi) = 1 \\ \cos(\omega t + \varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\varphi) = 1 \\ \cos(\varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

14.4-) Retrouvons ces résultats en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.

énergie mécanique à un instant t quelconque est la somme de son énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$ et de son énergie potentiel $E_P = mgL(1 - \cos \theta)$, or l'énergie mécanique étant constante ($E = \text{Cte}$), on a :

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}(E_C + E_P) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + mgL(1 - \cos \theta)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}) + \frac{d}{dt}(mgL) - \frac{d}{dt}(mgL \cos \theta) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}) - mgL \frac{d}{dt}(\cos \theta) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J_{\Delta} (2)(\dot{\theta})(\ddot{\theta}) + mgL(\dot{\theta}) \sin \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow J_{\Delta}(\dot{\theta})(\ddot{\theta}) + mgL \sin \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgL}{J_{\Delta}} \sin \theta = 0 \text{ or } J_{\Delta} = mL^2$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

en posant $\sin \theta \simeq \theta$, on obtient bien $\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0$ en posant $\omega_0^2 = \frac{g}{L}$, on a : $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$, qui est bien équation différentiel d'un mouvement oscillatoire de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ et de période $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ d'où les résultats.

EXERCICE 15 : (15.1-) Voir schéma page suivante.

(15.2-) Relation liant $\mathbf{k}, \mathbf{x}_0, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{m}, \mathbf{g}$ et α • Référentiel terrestre supposé galiléen

- Repère d'étude ($O, \vec{i}, \vec{j}$)
- Système d'étude : (A) • Inventaire des forces :

- $\vec{P}$: poids de la masse
 - $\vec{T}_1$: tension du fil
 - $\vec{R}$: réaction du plan sur la masse
- à l'équilibre, on a : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{R} = \vec{0} \quad (1)$
- Projection de (1) suivant les axes $\vec{i}$ et $\vec{j}$

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{pmatrix} \cdot \vec{P} \begin{vmatrix} +P \sin \theta \\ -P \cos \theta \end{vmatrix} + \vec{T}_1 \begin{vmatrix} -T_1 \\ 0 \end{vmatrix} + \vec{R} \begin{vmatrix} 0 \\ R \end{vmatrix} = \vec{0} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} P \sin \theta - T_1 = 0 \\ R = P \cos \theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = mg \sin \theta \quad (1) \\ R = mg \cos \theta \quad (2) \end{cases}$$

- Système d'étude : (A)

- Inventaire des forces :

- $\vec{P}$: poids de la poulie
- $\vec{R}$: réaction du plan sur la poulie
- $\vec{T}'_1$: tension du fil sur la poulie
- $\vec{T}_2$: tension du ressort sur la poulie

à l'équilibre, on a : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$.

$$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}'_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) = 0$$

Or $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_1) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}_1) = 0$ car leurs droites d'actions rencontrent l'axe de rotation (Δ).

d'où : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}'_1) = 0$ suivant le sens du mouvement on a :

$$-T_2 \cdot R_2 + T'_1 \cdot R_1 = 0 \text{ or } T'_1 = T_1$$

$$\Rightarrow -T_2 \cdot R_2 + T_1 \cdot R_1 = 0 \quad (3)$$

(1) dans (3) nous donne : $-T_1 \cdot R_2 + mg R_1 \sin \alpha = 0$ or $T_2 = kx_0$ Donc $mg R_1 \sin \alpha - kx_0 R_2 = 0$

- Déduisons en la valeur de l'allongement x_0

$$x_0 = \frac{mg R_1 \sin \alpha}{k R_2}$$

$$\text{A.N : } x_0 = \frac{200 \times 9,8 \times 0,4 \times \sin(30)}{1375,4 \times 0,57} = 0,5 \text{ Donc } \mathbf{x_0 = 0,5m = 50cm}$$

(15.3-) Equation différentiel du mouvement du ressort (R).

- Système (A) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 = m \vec{a}_G, \text{ suivant le sens du mouvement, on a :}$$

$$P \sin \alpha - T_1 = m \vec{a}_G \Leftrightarrow T_1 = mg \sin \alpha - ma_G \quad (4)$$

- Système (B) :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}'_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$T'_1 \cdot R_1 - T_2 \cdot R_2 = J_\Delta \ddot{\theta} \text{ or } T'_1 = T_1 \text{ et } T_2 = kX$$

$$\text{d'où : } T_1 \cdot R_1 - k \cdot X \cdot R_2 = J_\Delta \ddot{\theta} \quad (5) \text{ ou } X = x + x_0.$$

$$(4) \text{ dans } (5) \text{ nous donne : } (mg \sin \alpha - ma_G) \cdot R_1 - k(x + x_0) R_2 = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow mg R_1 \sin \alpha - kx_0 R_2 - ma_G R_1 - kx R_2 = J_\Delta \ddot{\theta}$$

or d'après la question 15.2 à l'équilibre on a : $mg R_1 \sin \alpha - kx_0 R_2 = 0$, d'où on obtient :

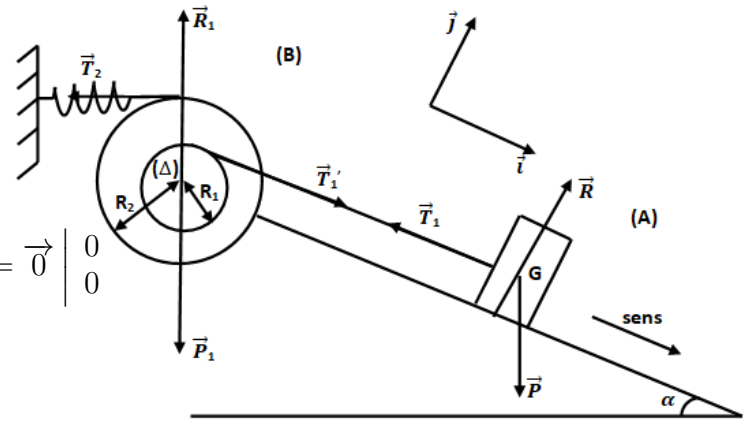
$$-ma_G R_1 - k R_2 x = J_\Delta \ddot{\theta} \text{ posons } a_G = a. \ddot{\theta} = \frac{a}{R_1} = \frac{\ddot{x}}{R_2} \Rightarrow a = \frac{R_1}{R_2} \ddot{x} \text{ et } \ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{R_2}$$

$$\text{d'où } -m R_1 \cdot \frac{R_1}{R_2} \ddot{\theta} - k R_2 x = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} \left(\frac{m R_1^2}{R_2} + \frac{J_\Delta}{R_2} \right) + (k R_2) x = 0 \text{ Donc } \ddot{x} + \frac{k R_2^2}{J_\Delta + m R_1^2} x = 0 \quad (b)$$

15.4-) Calcule de moment d'inertie J_Δ

Un pendule bat la seconde si sa période T vérifie la relations : $\frac{T}{2} = 1s \Leftrightarrow T = 2s$.



en posant $\omega_0^2 = \frac{kR_2^2}{J_\Delta + mR_1^2}$ (6) devient $\ddot{x} + \omega_0^2 = 0$ qui est l'équation différentiel du second degré caractéristique d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal de pulsation propre $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Leftrightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$

Or $T = T_0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\omega_0} = T \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \frac{kR_2^2}{J_\Delta + mR_1^2}$ d'où $J_\Delta = \frac{T^2 k R_2^2}{4\pi^2} - mR_1^2$

A.N : $J_\Delta = \frac{(2)^2 \times (1375,4)(0,57)^2}{4\pi^2} - 200 \times (0,4)^2 = 13,28$ Donc $J_\Delta = 13,28 \text{ kg.m}^2$

EXERCICE 16 :

16.1-) Voir figure page suivante

- $\vec{P}$: poids du solide
- $\vec{R}$: réaction de la tige
- $\vec{T}_1$: tension du ressort R_1
- $\vec{T}_2$: tension du ressort R_2

16.2-) Equation différentiel du mouvement du solide.

application de la R.F.D $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta}$.

$$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) = J_\Delta \ddot{\theta}$ car $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ (la droite d'action de $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})$ rencontre l'axe de rotation)

$$\Rightarrow -xmg - lT_1 - lT_2 = J_\Delta \ddot{\theta} \text{ or } x = l \sin \theta$$

$$\Rightarrow -l \sin \theta mg - lkx_1 - lkx_2 = J_\Delta \ddot{\theta} \text{ or } x_1 = x_2 = x$$

$$\Rightarrow -lmg \sin \theta - lk(x_1 + x_2) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow -lmg \sin \theta - lk(2x) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow -lmg \sin \theta - lk(2l \sin \theta) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

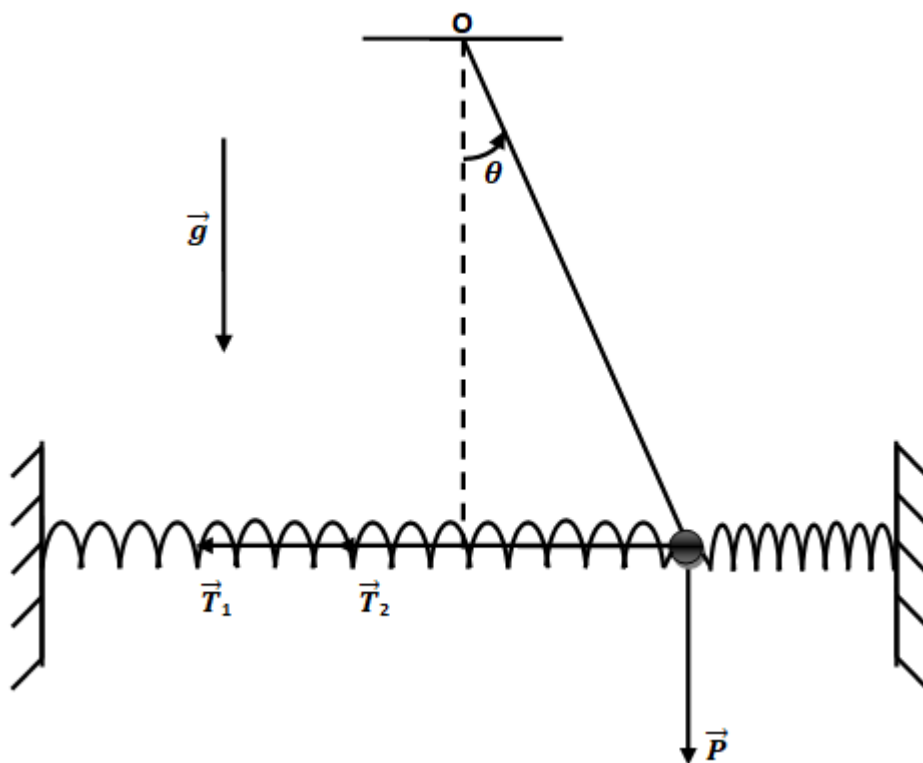
$$\Rightarrow -lmg \sin \theta - 2l^2 k (\sin \theta) = J_\Delta \ddot{\theta} \quad \theta \text{ petit} \Leftrightarrow \sin \theta \simeq \theta$$

$$\Rightarrow -lmg\theta - 2l^2 k\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \left(\frac{2kl^2 + lmg}{J_\Delta} \right) \theta = 0$$

$$\text{or } J_\Delta = \frac{1}{3} Ml^2 + ml^2 \Rightarrow J_\Delta = ml^2 \text{ car } M \simeq 0$$

$$\text{d'où } \ddot{\theta} + \left(\frac{2kl^2 + lmg}{ml^2} \right) \theta = 0 \text{ Donc } \ddot{\theta} + \left(\frac{2k}{m} + \frac{g}{l} \right) \theta = 0 \text{ ceci en posant } \omega_0^2 = \frac{2k}{m} + \frac{g}{l}, \text{ on a : } \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$



16.3-) Déduisons en expression de sa période propre T_0

On sait que $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ or $\omega_0^2 = \frac{2k}{m} + \frac{g}{l}$

Donc $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2k}{m}}}$

16.4-) Dédudions sa masse m sachant qu'il bat la seconde c'est-à-dire $T_0 = 2s$.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2k}{m}}} \Leftrightarrow T_0^2 \left(\frac{g}{l} + \frac{2k}{m} \right) = 4\pi^2$$

d'où $m = \frac{2k}{\frac{4\pi^2}{T_0^2} - \frac{g}{l}}$

A.N : $m = \frac{2 \times 1,74}{\frac{4\pi^2}{2^2} - \frac{9,8}{1}} = 49,99$ Donc **m=50kg**.

Chapitre 7

LES OSCILLATEURS ELECTRIQUES

A-) Régime transitoire :

1-) Définition : On appelle régime transitoire le comportement d'un système lors du passage entre deux régimes permanent.

Exemple : La charge d'un condensateur, la décharge d'un condensateur, l'établissement du courant dans une bobine, la disparition du courant dans une bobine.

2-) Intensité et tension efficaces : • Intensité efficace est donné par la relation : $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ où I_m est intensité maximal.

• Tension efficace est donné par la relation : $U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ où U_m est la tension maximal.

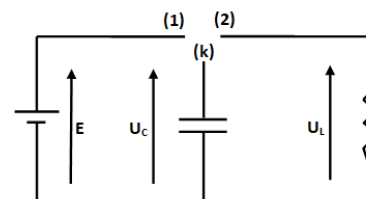
B-) OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES :

Oscillations électriques non amorties :

1-) Dipôle LC :

a-) Etude :

- Le condensateur est initialement déchargé $q(t=0)=0C$.
- On ferme l'interrupteur (K) en (1); le condensateur se charge. Pendant la durée dt de passage d'un courant i , le condensateur accumule la charge $dq=idt$.
- On ferme ensuite l'interrupteur (K) en (2), et le condensateur se décharge dans la bobine.
- On observe des oscillations non amorties.



b-) Equation différentielle : Le circuit de décharge étant fermé et sans dérivation, la loi d'additivité des tensions nous donne :

$$U_C + U_L = 0 \Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (1)$$

Car la charge au borne d'un condensateur est égale au produit de sa capacité C par la tension U en ces bornes ($q=CU$).

Rappel :

$$C = \frac{\varepsilon S}{e} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon : \text{constante diélectrique } \varepsilon = 8,85 \times 10^{-12} \\ e : \text{est la distance séparant les armatures (en m)} \\ S : \text{est la surface commune des armatures en regard (en m}^2\text{)} \end{array} \right.$$

d'où (1) $\Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$, or $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \Leftrightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ c'est l'équation d'évolution de la charge q du condensateur, celle-ci est de la forme $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ or $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$ celle-ci a pour solution $q(t) = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ or $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \Leftrightarrow i(t) = \dot{q}(t) = \omega q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

b-) Energie électrique :

Energie électromagnétique dans un circuit LC est égale à la somme de l'énergie électrique $\frac{1}{2}CU^2$ au borne du condensateur et de l'énergie magnétique $E_m = \frac{1}{2}Li^2$ au borne de la bobine.

- En début de décharge : $E_{em} = E_e + E_m = \frac{1}{2}CU_{m+0}^2 = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C} + 0 = Cte$
- En fin de décharge : $E_{em} = E_e + E_m = 0 + \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 = Cte$
- Pendant la charge : $E_{em} = E_e + E_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

Retrouvons l'équation différentielle en utilisant la conservation de l'énergie électromagnétique. E_{em} est constante à tout instant d'où : $\frac{dE_{em}}{dt} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}(E_e + E_m) = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2C}\frac{dq^2}{dt} + \frac{1}{2}L\left(\frac{di^2}{dt}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C}.q.\dot{q} + Li\frac{di}{dt} = 0 \text{ or } i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \text{ d'où } \frac{1}{C}.q.\dot{q} + L\left(\frac{dq}{dt}\right).\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C}.q.\dot{q} + L.\dot{q}.\ddot{q} = 0 \Leftrightarrow \dot{q}\left(\frac{q}{C} + L\ddot{q}\right) = 0 \text{ or } \dot{q} \neq 0 \text{ Donc } \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

c-) Oscillations électriques libres amorties :

1-) Dipôle RC :

a-) Charge d'un condensateur

- Le condensateur est initialement déchargé : $q(t=0)=0C$
- À $t=0s$, on ferme l'interrupteur
- $\tau = RC$: Constante de temps du dipôle RC (en s).

• Equation différentielle : La loi d'additivité des tensions nous donne $U_R + U_C = E \Leftrightarrow Ri + U_C = E$
 or $i\frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C\frac{dU_C}{dt} = C\dot{U}_C$ d'où $RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E \Rightarrow U_C + \frac{1}{RC}U_C = \frac{E}{RC}$

Nous avons donc l'équation différentielle donnant la tension aux bornes d'un condensateur à la charge. $\dot{U}_C + \frac{1}{\tau}U_C = \frac{E}{\tau}$ avec $\tau = RC$ Cette équation a pour solution $U_C = E(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$

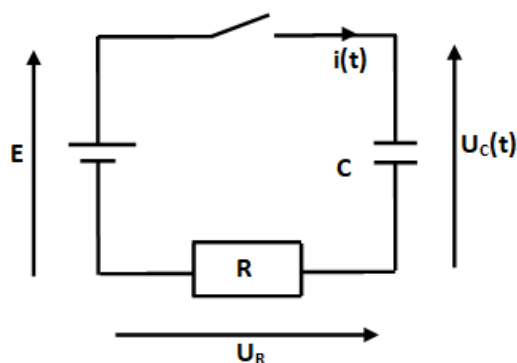
b-) Décharge d'un condensateur

- Le condensateur est initialement chargé : $U_C(t=0) = U_0 > 0$
- À $t=0s$, on ferme l'interrupteur.
- À la décharge, $E=0 \Leftrightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = 0$

La solution de cette équation est de la forme $U_C = ke^{-\frac{1}{\tau}t}$ or à $t=0$, $U_C = E \Rightarrow k=E$ alors $U_C = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$
 on sait que $i = \frac{dq}{dt}$, or $U_C = \frac{q}{C} = Ee^{-\frac{1}{\tau}t} \Leftrightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{C}\right) = -\frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}t} = -\frac{E}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}t}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = -\frac{E}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}t} \text{ or } \frac{dq}{dt} = i \text{ et } \tau = RC$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C}.i = -\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{\tau}t} \Leftrightarrow i = -\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{\tau}t} \text{ Donc } i = -\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{\tau}t} \text{ est une solution de cette équation.}$$



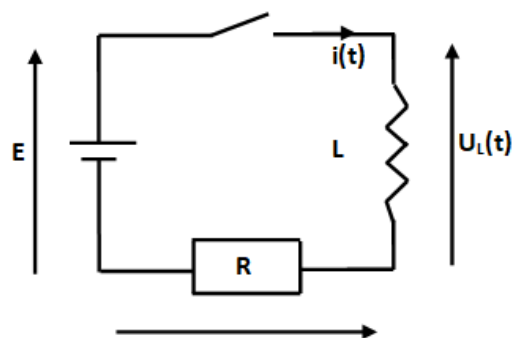
2-) Dipôle RL :

a-) Etablissement du courant

- Le courant est initialement nul : $i(t=0)=0 \text{ A}$.
- À $t=0s$, on ferme l'interrupteur
- $\tau = \frac{L}{R}$: Constante de temps du dipôle RL (en s).
- Equation différentielle : la loi d'additivité des tensions nous donne $U_R + U_L = E \Leftrightarrow Ri + L\frac{di}{dt} = E \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$ en posant $\tau = \frac{L}{R}$ on a donc $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$ celle-ci a pour solution $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$ ou $U_L(t) = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$

b-) Annulation du courant

- Le courant est initialement : $i(t=0) = I_0 > 0$
- À $t=0s$, on ouvre l'interrupteur.
- À la décharge $E=0 \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0$ celle-ci a pour solution $i(t)=I_0.e^{-\frac{1}{\tau}t}$, $U_L(t) = -R.I_0e^{-\frac{1}{\tau}t}$



Remarque : ★ pour un circuit RC ou RL :

★ Après une durée de l'ordre de 3τ , le régime permanent est atteint à 95%.

★ Après une durée de l'ordre de 5τ , le régime permanent est atteint.

★ Pour un circuit RL : $I_0 = \frac{E}{R}$ si le circuit où circule I_0 ne comporte qu'un générateur de tension (de valeur E).

★ **La constante de temps** (τ) : est une grandeur qui caractérise la rapidité avec laquelle le régime permanent est atteint.

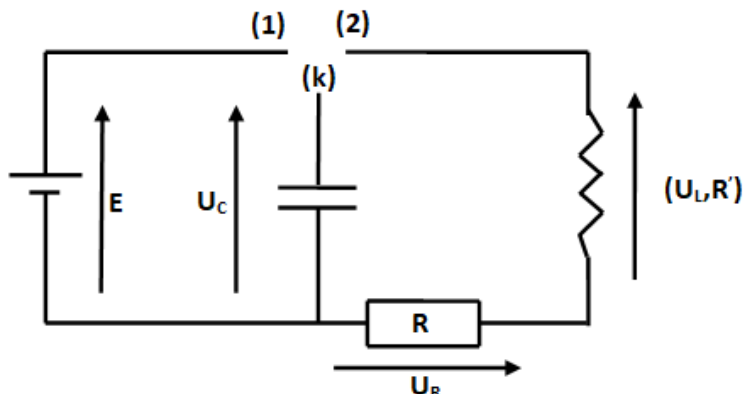
3-) dipôle RLC :

a-) Etude • Le condensateur est initialement déchargé $q(t=0)=0C$

• On ferme l'interrupteur (K) en (1), le condensateur se charge d'une valeur $U_C = E > 0$

• On ferme ensuite l'interrupteur (K) en (2), le condensateur se décharge à travers une bobine résistive de résistance R.

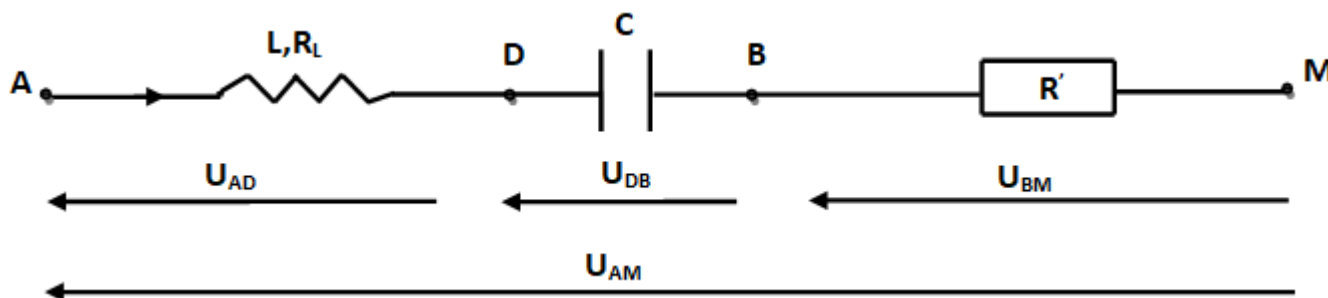
• On observe des oscillations électriques libres sinusoïdales amorties.



b-) Equation différentielle : À la décharge,

la loi d'additivité des tensions donne : $U_L + U_C + U_R = 0$ (car à la décharge $E=0$) $\Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + R' i + \frac{q}{C} + Ri = 0$ or $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \Leftrightarrow L \ddot{q} + (R' + R) \dot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Leftrightarrow \ddot{q} + \frac{R' + R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$ c'est l'équation différentielle d'évolution de la charge q dont le terme $\frac{R' + R}{L} \dot{q}$ caractérise l'amortissement de l'oscillateur.

C-) OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCÉES :



a-) Equation de la tension aux bornes du dipôle RLC d'après la loi d'additivité des tensions.

$U_{AM} = U_{AD} + U_{DB} + U_{BM} = R_L i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + R' i$ or $i = \frac{dq}{dt}$, ce qui implique $q = \int i dt$ posons $R = R_L + R'$ (qui est la résistance équivalente du circuit) on obtient $U_{AM} = L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt$ pour $i(t) = I_m \cos(\omega t)$

$U_{AM} = RI_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$
 $= Z I_m \cos(\omega t + \varphi)$ avec Z étant l'impédance du circuit RLC.

Suivant les valeurs respectives de $L\omega$ et $\frac{1}{C\omega}$ la représentation de Fresnel permet de déduire Z et φ , trois cas de figure sont possibles :

1^{er} cas : $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ U est en avance sur i le circuit est dit inductif $\varphi > 0$	2^{em} cas : $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ U est en retard sur i le circuit est dit capacitif $\varphi < 0$	3^{em} cas : $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ U est en phase avec i c'est la résonance d'intensité $\varphi = 0$
$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$	$\tan\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$	$\tan\varphi = 0$

- Dans le triangle rectangle OAC cas 1 et 2, nous pouvons écrire :

- $U_m^2 = (RI_m)^2 + (L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega})^2$ avec $U_m = ZI_m$
d'où l'expression de l'impédance du circuit RLC :

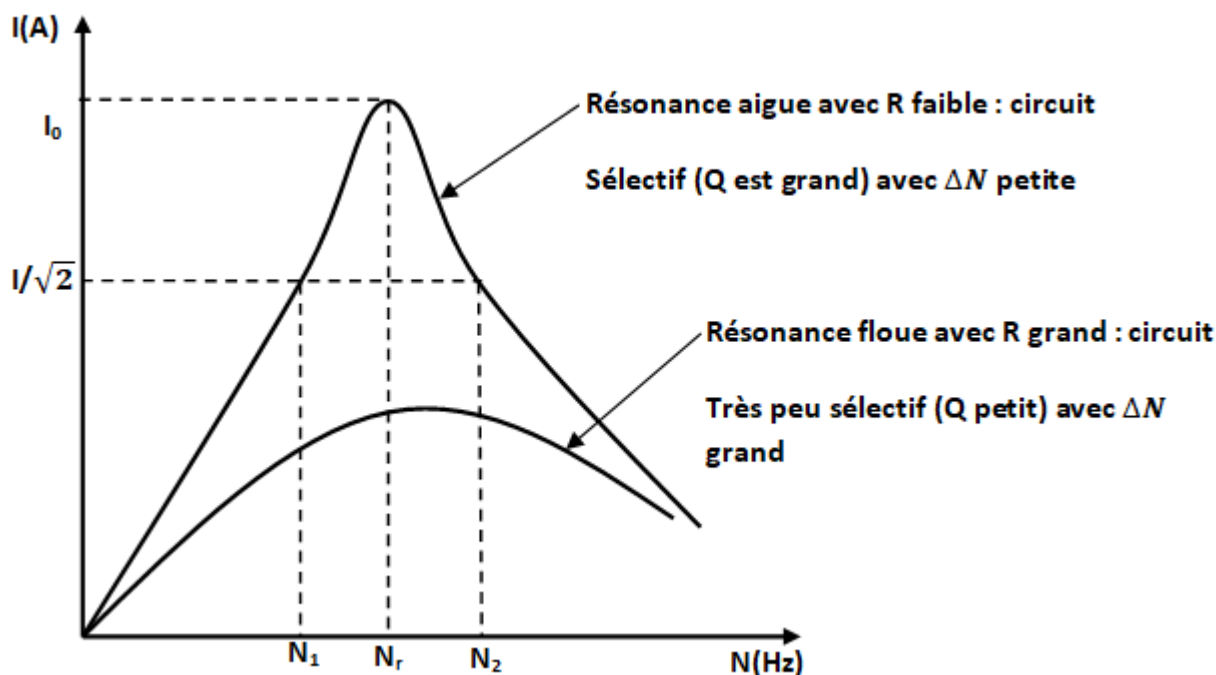
$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \begin{cases} Z \text{ et } R \text{ en ohm } (\Omega) \\ L \text{ en Henry } (H) \\ \omega \text{ en rad.s}^{-1}, C \text{ en farad } (F) \end{cases}$$

- $\cos\varphi = \frac{RI_m}{ZI_m}$ soit $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

- Dans le cas 3, nous avons $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ d'où $Z = \sqrt{R^2} = R$ et $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$ d'où $Z=R$ et $\cos\varphi = 1$.

Etude de la Résonance : La résonance est un phénomène remarquable, se traduisant par des oscillations de grande amplitude d'un système oscillant soumis à une excitation appropriée. La fréquence de résonance N_r est égale à la fréquence N_0 de la tension excitatrice. $N_r = N_0 \Leftrightarrow \omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow LC\omega_0^2 = 1$

- l'intensité à la résonance d'intensité vaut $I_0 = \frac{U}{Z_r} = \frac{U}{R}$
- À la résonance d'intensité, la tension $U(t)$ est en phase avec intensité $i(t)$.
- Courbe de résonance :



- Bande passante : La bande passante d'un circuit RLC série ou bande passante à trois décibels (3db), est l'intervalle de fréquence sur lequel l'intensité efficace I du courant est supérieure ou égale à $I_0/\sqrt{2}$. La longueur de la bande passante est : $\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{R}{2\pi L}$, on note habituellement $\beta = N_2 - N_1$
- Facteur de qualité ou facteur de surtension $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{N_0}{\beta}$ Q est sans unité ; N_0 et β sont en Hertz (Hz) on peut aussi écrire $Q = \frac{2\pi N_0 L}{R} = \frac{1}{2\pi N_0 RC} = \frac{L\omega_0}{R}$ et on a $4\pi^2 N_0^2 LC = 1$.

D-) PUISSANCE ELECTRIQUE EN REGIME SINUSOIDAL :

1-) **Puissance instantanée** : $p = UI = 2UI(\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi)$

- ★ Si $p > 0$ le dipôle est receptrice.
- ★ Si $p < 0$ le dipôle est générateur.

2-) **Puissance moyenne en courant alternatif** : On appelle puissance moyenne, l'énergie échangée par unité de temps par un dipôle.

$$p = \frac{W}{T} = \frac{UI \cos \varphi T}{T} = UI \cos \varphi. IU \text{ est la puissance apparente et } \cos \varphi \text{ est appelé facteur de puissance.}$$

EXERCICES

EXERCICE 1** : Tracer chacun des graphes suivant et préciser à quel valeur de l'ordonnée la constante de temps est atteinte. **1.1-** à la charge d'un condensateur (RC) :

a- $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$; **b-** $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{\tau}t}$

1.2- à la décharge d'un condensateur dipôle(RC) :

c- $U_C(t) = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$; **d-** $i(t) = \frac{-E}{R}e^{-\frac{1}{\tau}t}$

1.3- à l'établissement du courant dans un dipôle(RC) :

e- $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$; **f-** $U_L(t) = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$

1.4- à annulation du courant dans un dipôle(RL)

g- $i(t) = I_0e^{-\frac{1}{\tau}t}$; **h-** $U_L(t) = -R.I_0e^{-\frac{1}{\tau}t}$

EXERCICE 2** : Le courant est établi dans le circuit suivant. L'intensité du courant est initialement nulle et, à $t=0s$, on ferme l'interrupteur (K) (figure 1) $L=20mF$, r et r' sont négligeables. On reproduit à la figure (2) l'oscillogramme obtenu sur l'une des deux

voies A ou B.

2.1-) Quelle particularité présente l'oscilloscope utilisé ?

2.2-) S'agit-il de la voie A ou de la voie B ? Justifier la réponse.

2.3-) Lire la valeur de E en expliquant la méthode utilisée.

2.4-) Lire par deux méthodes, la valeur de la constante de temps.

2.5-) Après avoir comparé les résultats avec plusieurs de vos camarades. Indiquer la méthode qui semble la plus rigoureuse. Expliquer pourquoi.

2.6-) En déduire la valeur de R.

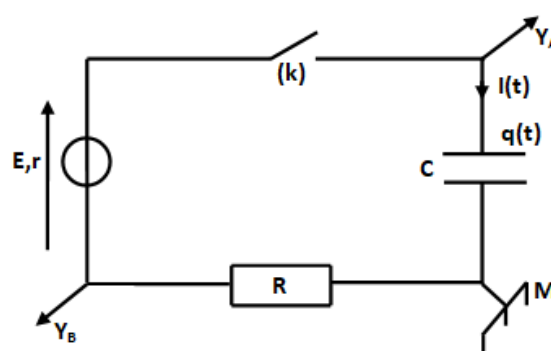
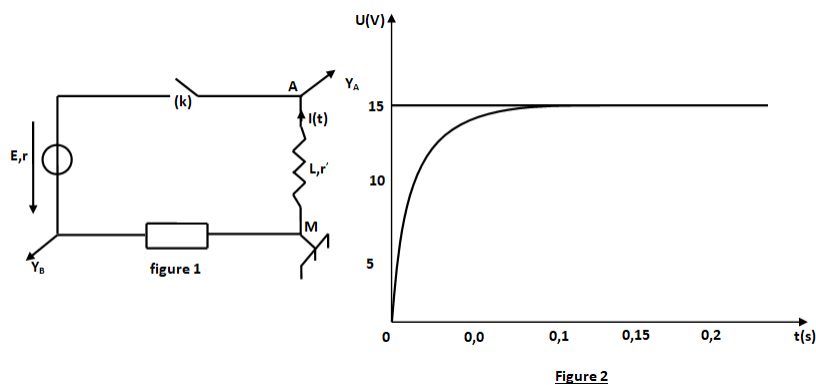
2.7-) Tracer l'allure des courbes obtenues si l'on doublait :

a-) L'impédance de la bobine. b-) La résistance totale.

c-) La f.e.m E du générateur.

EXERCICE 3** : (Courbe de charge)

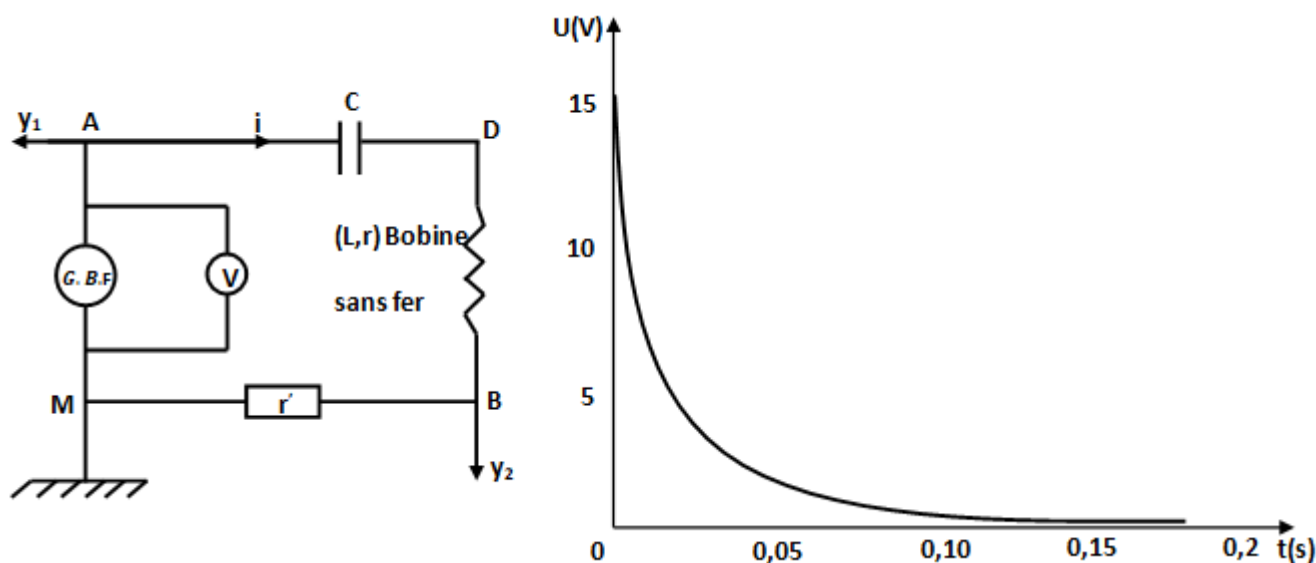
On charge un condensateur initialement déchargé à l'aide du circuit suivant, en fermant l'interrupteur (K) à $t=0$ s. On obtient un schéma identique à la figure (2) de l'exercice 2 obtenu sur l'une des voies A ou B. Reprendre alors les questions de l'exercice précédent en remplaçant «L,r'» par «C» et en changeant la question «7.a-)» par «7.a-) la capacité du condensateur».



EXERCICE 4** : (Courbe de décharge d'un condensateur)

Un condensateur, initialement sous U_0 , est déchargé dans le circuit suivant en fermant l'interrupteur (K) à $t=0$ s.

Reprendre alors les questions de l'exercice 3 en remplaçant «E» par « U_0 » avec l'oscillogramme ci-dessous.



EXERCICE 5** : On a réalisé le montage sur l'oscilloscope bicourbe, on a observé aux bornes de r' , la tension $U_{BM} = U_2$ et la tension $U_{AM} = U_1$ pour le réglage suivant : • base de temps : $50\mu s.div^{-1}$.

• sensibilité vertical ; voie 1 = $2V.div^{-1}$; voie 2 = $500m.V.div^{-1}$

5.1-) Déterminer les amplitudes des tensions U_1 et U_2 et les valeurs efficaces de ces tensions.

5.2-) La valeur de la résistance r' du condensateur ohmique est 100Ω , celle de la bobine $r = 8\Omega$.

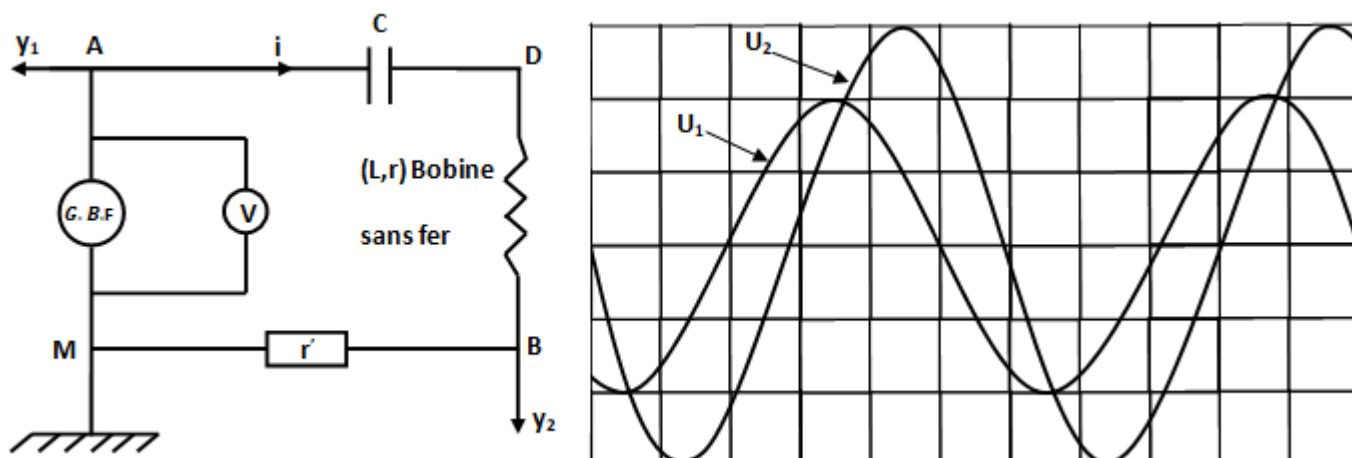
Calculer l'amplitude et la valeur efficace de ces tensions.

5.3-) Déterminer la période et la fréquence des deux tensions.

5.4-) Pourquoi peut-on dire que le dipôle (R,L,C) est en régime forcé ?

5.5-) La tension U_1 est-elle en avance sur la tension U_2 ?

Déterminer le décalage temporel θ entre les deux courbes.



EXERCICE 6*** : Un circuit comprend en série les éléments suivants : Un générateur de courant alternatif sinusoïdal de fréquence N et de pulsation $\omega = 2\pi N$; un condensateur de capacité $C = 0,5\mu F$; une résistance ohmique $R = 100\Omega$; une inductance pure $L = 0,5H$; un ampèremètre A de résistance négligeable.

La tension aux bornes du générateur est de la forme $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$. Le courant qui traverse le circuit est $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$.

6.1.1-) Pour quelle valeurs ω_0 de ω a-t-on $\varphi = 0$? Pour quelles valeurs de ω a-t-on $\varphi < 0$? ; $\varphi > 0$?

6.1.2-) À toute pulsation $\omega_1 < \omega_0$, correspond à un déphasage $\varphi = \varphi_1$, on peut associer une autre pulsation $\omega_2 > \omega_0$ correspond à un déphasage $\varphi_2 = -\varphi_1$. Montrer qu'on a $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$.

6.1.3-) Calculer ω_1 et ω_2 pour $|\phi_1| = |\phi_2| = \frac{\pi}{4}$

6.2-) On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, on appelle Z l'impédance du circuit. 6.2.1-) Exprimer le facteur de qualité Q de ce circuit en fonction de L , R et ω_0 et calculer sa valeur numérique.

6.2.2-) Montrer que l'on a $\frac{Z}{R} = \sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}$.

EXERCICE 7** : Un circuit oscillant est constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,2 \times 10^{-6}F$ et d'une bobine dont l'auto-inductance est $L = 3,7mH$ le tout est maintenu à une température voisine de $0^\circ K$ (dans ces conditions, le circuit est supra-conducteur c'est-à-dire possède une résistance nulle).

7.1-) Le circuit étant ouvert, on charge le condensateur sous une tension $U_C = E = 12,4V$, puis on ferme l'interrupteur (K) à la date $t = 0s$. Calculer la charge initiale Q_m prise par le plateau (A) du condensateur.

7.2-) L'intensité i du courant électrique est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma, on appelle $q(t)$ la charge de l'armature (A) en fonction du temps.

7.2.1-) Établir l'équation différentielle de ce circuit oscillant en utilisant.

a-) La loi d'additivité des tensions.

b-) La conservation de l'énergie électro-magnétique.

7.2.2-) Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 du courant.

7.3-) Donner les expressions des fonctions :

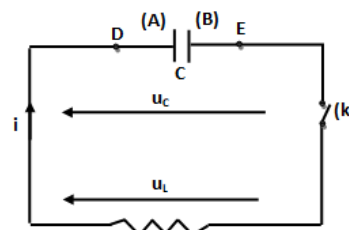
a-) $E_c(t)$, énergie stockée dans le condensateur.

b-) $E_b(t)$, énergie stockée dans la bobine.

Représenter ces deux fonctions pendant la durée de 2 périodes.

7.4-) Calculer $E_c(t) + E_b(t)$; Conclure.

Vérifier cette conclusion à l'aide de la représentation graphique tracée au 7.3



EXERCICE 8*** : On prendra $\pi^2 = 10$.

8.1.-) On considère entre deux bornes M et N une position de circuit R_1, L_1, C_1 où sont montés en série : une résistance pure $R_1 = 300\Omega$ une inductance non résistive $L_1 = 0,318H$ et un condensateur de capacité $C_1 = 6,28 \times 10^{-6}F$. On maintient entre M et N une ddp sinusoïdale de valeur efficace $U=220V$ et de fréquence $N=50Hz$.

8.1.2.-) Construire le diagramme de Fresnel représentant les valeurs instantanées des tensions aux bornes de chaque appareil. En déduire le déphasage φ_1 existant entre l'intensité i , et la tension u aux bornes du circuit. Lequel des deux effets, inductif ou capacité est prépondérant ?

8.2.-) On remplace entre M et N, le circuit précédant par un circuit analogue R_2, L_2, C_2 dans lequel $R_2 = 50\Omega$, $L_2 = 0,314H$, $C_2 = 63,7 \times 10^{-6}F$ la différence de potentiel est inchangée.

8.2.1.-) Calculer la réactance X_2 et l'impédance Z_2 du circuit à 50Hz.

8.2.2.-) Pour quelle valeur de la fréquence l'intensité efficace est-elle maximale ? Calculer alors l'intensité correspondante.

8.2.3.-) On appelle coefficient de surtension Q_2 du circuit le rapport entre la tension efficace U_C aux bornes du condensateur et la tension efficace U à la résonance. Exprimer Q_2 en fonction de R_2, C_2, ω_2 d'une part, et en fonction de R_2, L_2, ω_2 d'autre part. ω_2 désignant la pulsation à la résonance. Calculer Q_2 .

8.3.-) On associe maintenant en série les deux circuits précédents, R_1, L_1, C_1 et R_2, L_2, C_2 entre M et N, dont la ddp est inchangée.

8.3.1.-) Montrer que ce circuit est équivalent à un circuit série RLC dont on calculera les valeurs. En déduire les valeurs de la réactance X de l'impédance Z et de l'intensité efficace I à 50Hz. Calculer le déphasage φ existant entre l'intensité et la tension. Laquelle de ces deux grandeurs est en avance de phase sur l'autre ?

8.3.2.-) En faisant varier la fréquence, montrer que l'on peut trouver une autre fréquence N' pour laquelle le déphasage φ aura la même valeur absolue. Montrer que $NN' = N_0^2$, N_0 étant la fréquence de résonance $N=50Hz$. Calculer N' .

EXERCICE 9* :** Un circuit comportant une résistance R , une inductance L , une capacité C montés en série est alimenté sous une ddp alternative sinusoïdale, de valeur efficace U et de fréquence réglable.

9.1.-) Donner un schéma du montage.

9.2.-) Pour une pulsation ω correspondant à une fréquence f , exprimer l'impédance Z du circuit, l'intensité efficace I du courant et le déphasage φ du courant par rapport à la tension d'alimentation.

A.N : $U=AV$, $f=100Hz$, $R=36\Omega$, $L=0,10H$, $C=6,0\mu F$.

Construire le diagramme de Fresnel pour les valeurs numériques données.

9.3.-) La valeur efficace U de la tension d'alimentation est maintenue constante et égale à 1V et le condensateur a toujours une capacité $C = 6,0\mu F$, on suppose ignoré la valeur des autres variables.

Pour les fréquences variant de 130 à 300Hz, on relève les valeurs correspondantes de l'intensité efficace

du courant :	f(Hz)	130	140	150	160	170	180	190	200	210
	I(mA)	7,60	9,00	10,4	12,7	15,7	19,0	22,7	25,8	27,2
	f(Hz)	220	230	240	250	260	270	280	290	300
	a(cm)	26,0	22,6	19,8	16,8	15,0	13,0	11,8	10,5	9,60

9.3.1.-) Tracer la courbe représentative de I en fonction de f . Echelle : 1cm $\leftrightarrow$ 4mA ; 1cm $\leftrightarrow$ 25Hz.

9.3.2.-) Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ?

9.3.3.-) Déterminer graphiquement la fréquence f_0 et l'intensité efficace I_0 du courant, correspondant à la résonance.

9.3.4.-) Calculer l'inductance L de la bobine.

9.3.5.-) Déterminer la bande passante β du dipôle et son facteur de qualité. Ce dipôle est-il sélectif ?

9.3.6.-) Calculer la résistance R du circuit.

9.3.7.-) La résistance des conducteurs ohmiques placés dans le circuit étant de 26Ω , calculer la résistance r de la bobine.

9.3.8.-) Comparer les valeurs de f_0 et I_0 trouvés à la question 9.3.3 à celles calculés à partir des données numériques.

9.3.9.-) Pour la fréquence de résonance f_0 , Exprimer la ddp efficace U_C aux bornes du condensateur. Montrer que cette ddp peut se mettre sous la forme $U_C = Q.U$, où Q est indépendant de U . Q est

appelé "coefficient de surtension".

Expliquer le danger que présente le phénomène de résonance pour certains éléments d'un circuit R.L.C

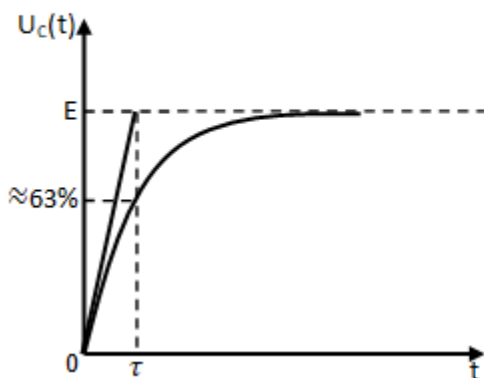
9.3.10-) On appelle "gain" la grandeur G donnée par l'expression $G = 20 \log(\frac{I}{I_0})$ dans lequel $\log$ est le logarithme décimal, G est exprimé en décibels (dB) ; I_0 est l'intensité efficace du courant à la fréquence f_0 , I celle du courant à la fréquence f , pour une même valeur efficace de la tension d'alimentation. Quel est le signe de G dans le circuit RLC considéré ? On donne $\log(\frac{1}{1,41}) = -0,15$ et $\beta = \frac{f_0}{Q}$.

SOLUTIONS

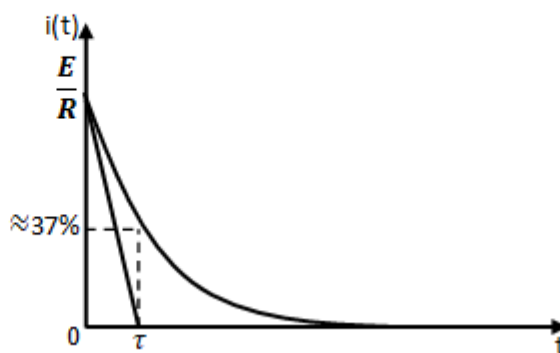
EXERCICE 1 :

1.1-) À la charge d'un condensateur circuit (RC)

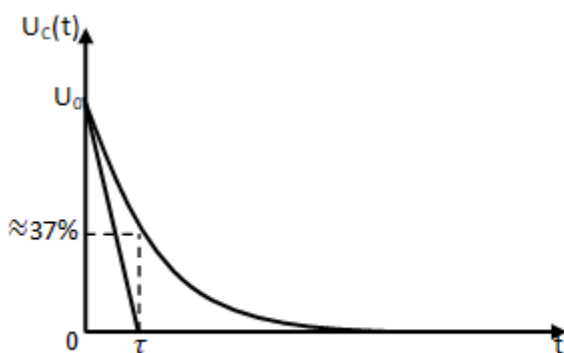
a) $U_c(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$



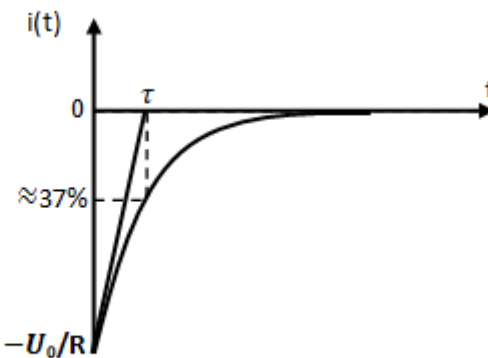
b) $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{\tau}t}$



1.2-) à la décharge d'un condensateur (dipôle RC).



c) $U_c(t) = U_0 e^{-\frac{1}{\tau}t}$

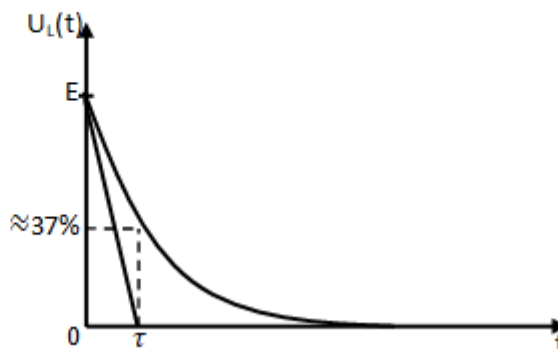
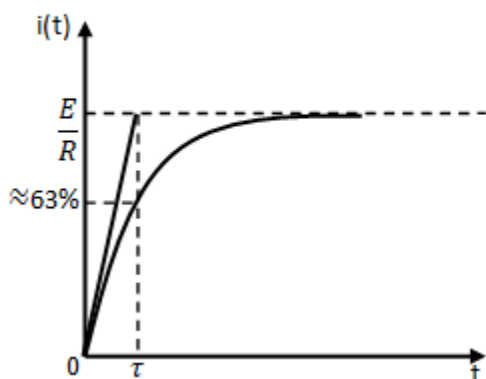


d) $i(t) = (-U_0/R) e^{-\frac{1}{\tau}t}$

1.3-) à l'établissement du courant dans un dipôle RC

e) $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$

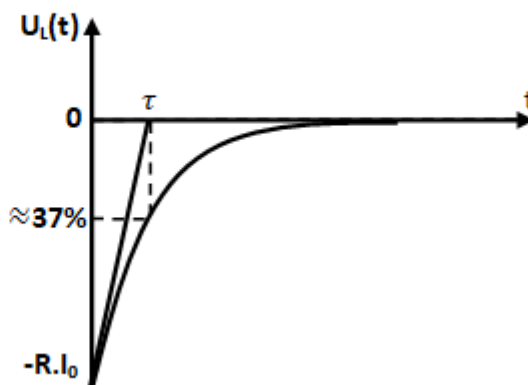
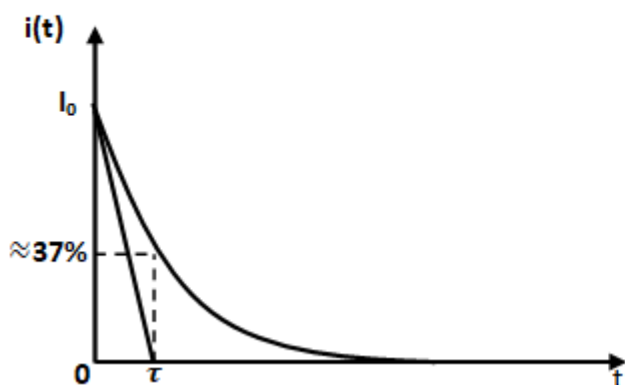
f) $U_L(t) = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$



1.4-) à annulation du courant dans un dipôle RL

g) $i(t) = I_0 e^{-\frac{1}{\tau}t}$

h) $U_L(t) = -RI_0 e^{-\frac{1}{\tau}t}$



EXERCICE 2 : 2.1-) Il faut utiliser un oscillateur à mémoire (ou un autre système d'acquisition, comme un ordinateur, avec l'électronique adéquat).

2.2-) Il s'agit de la voie B, avec $U_{BM}(t) = R.i(t)$. S'il s'agissait de Y_A , en régime permanent ($t \rightarrow \infty$), on aurait $i(t) = Cte$, donc $L \frac{di}{dt} = 0$, donc $U_{AM}(t \rightarrow \infty)$ serait nul.

2.3-) Si t tend vers l'infini, alors $i = Cte$, donc $U_{AM} = L \frac{di}{dt} = 0$, d'où la loi d'additivité des tensions $U_{BM} + U_{MA} + U_{AB} = 0$ devient : $U_{BM}(t \rightarrow \infty) + 0 - E = 0$ donc $E = U_{BM}(t \rightarrow \infty)$. On lit $E \approx 15V$.

2.4-) (1) Méthode de la tangente à l'origine qui coupe l'asymptote en $t = \tau$.

(2) $U_R(t = \tau) = 0,63 \times U_R(t \rightarrow \infty) = 0,63E = 9,5V$.
On lit $\tau \approx 0,02s$

2.5-) Le tracé de la tangente est toujours approximatif. La méthode des «63%» est préférable.

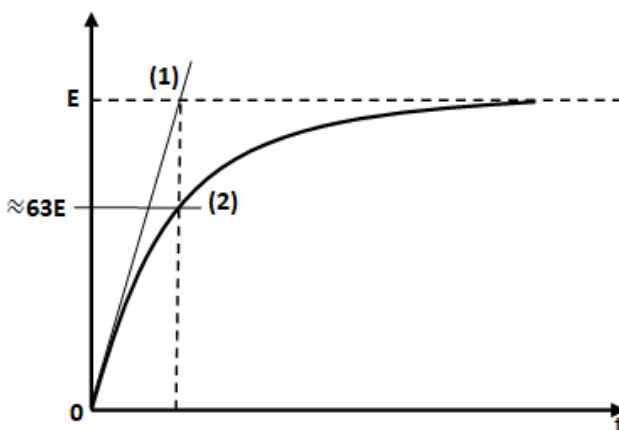
2.6-) $\tau = \frac{L}{R}$ Soit $R = \frac{L}{\tau}$

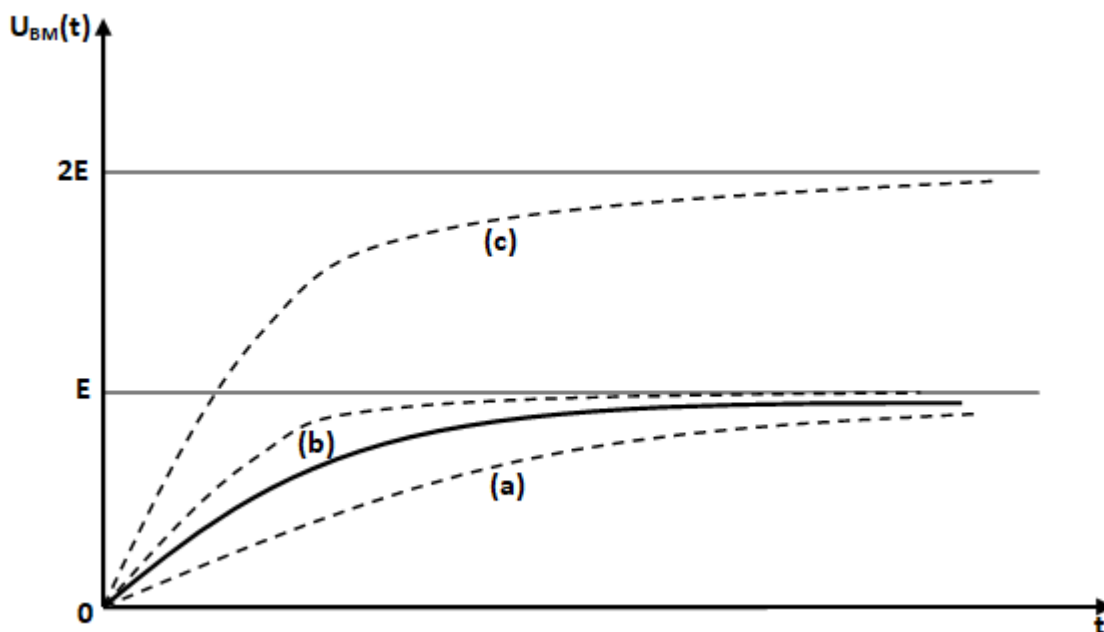
A.N : $R = \frac{20 \times 10^{-3}}{0,02} = 1,0\Omega$

2.7-) a) Si L double, τ double.

b) Si R double, τ est divisée par 2.

c) Si E double, l'asymptote est la droite d'équation $U_R(t) = 2E$.





EXERCICE 3 : 3.1-) Voir question 1 exercice 2.

3.2-) Il s'agit de la voie A (confère cours), avec $U_{AM}(t) = \frac{q(t)}{C}$. S'il s'agissait de Y_B , en régime permanent ($t \rightarrow \infty$), $q(t) = Cte$, donc $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = 0$, d'où $U_{BM}(t \rightarrow \infty) = -R.i(t)$ serait nulle.

3.3-) Si $t \rightarrow \infty$, alors $q(t) = Cte$, donc $U_{BM} = -R.i(t) = 0$ d'où la loi d'additivité des tensions :

$$U_{BM} + U_{MA} + U_{AB} = 0 \text{ devient : } 0 - U_{AM}(t \rightarrow \infty) + E = 0$$

Donc $E = U_{AM}(t \rightarrow \infty)$. On lit $E \approx 15V$.

3.4-) (1) Méthode de la tangente à l'origine qui coupe l'asymptote en $t = \tau$.

(2) $U_C(t = \tau) = 63\% \times U_C(t \rightarrow \infty) = 0,63 \times E \approx 9,5V$.

On lit : $\tau = 0,01s$

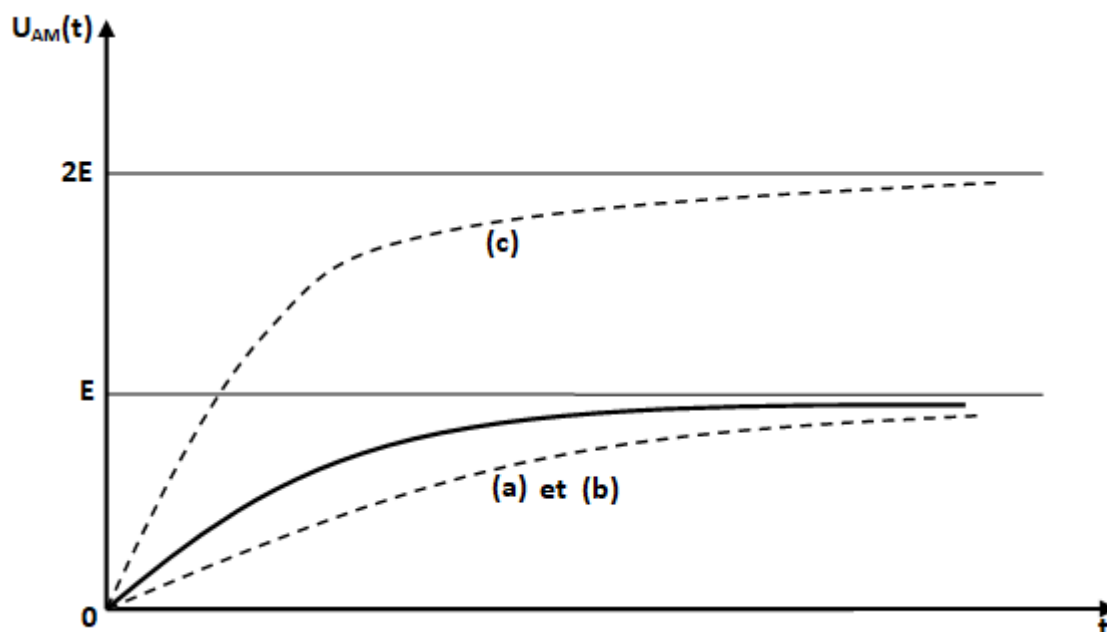
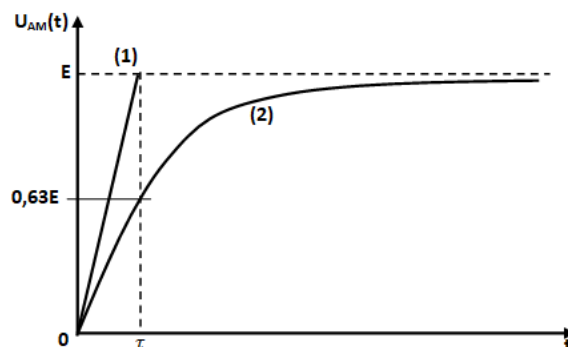
3.5-) le tracé de la tangente est toujours approximatif. La méthode des $\ll 63\% \gg$ est préférable.

3.6-) $\tau = RC$ Soit $R = \frac{\tau}{C}$

A.N : $R = \frac{0,01}{20 \times 10^{-6}} = 5,00 \times 10^2 \Omega$

3.7-) a) et b). Si R ou C double, τ double.

c) Si E double, l'asymptote est $U_C(t) = 2E$.



EXERCICE 4 : 4.1-) Cf.exercice 3.

4.2-) Sans générateur, $U_{Am}(t) = U_{BM}(t)$, donc l'oscillogramme représente les deux voies (qui n'en font qu'une : $A \equiv B$).

4.3-) $U_0 = U_C(t=0) = U_{AM}(t=0) = 15V$ (par lecture graphique).

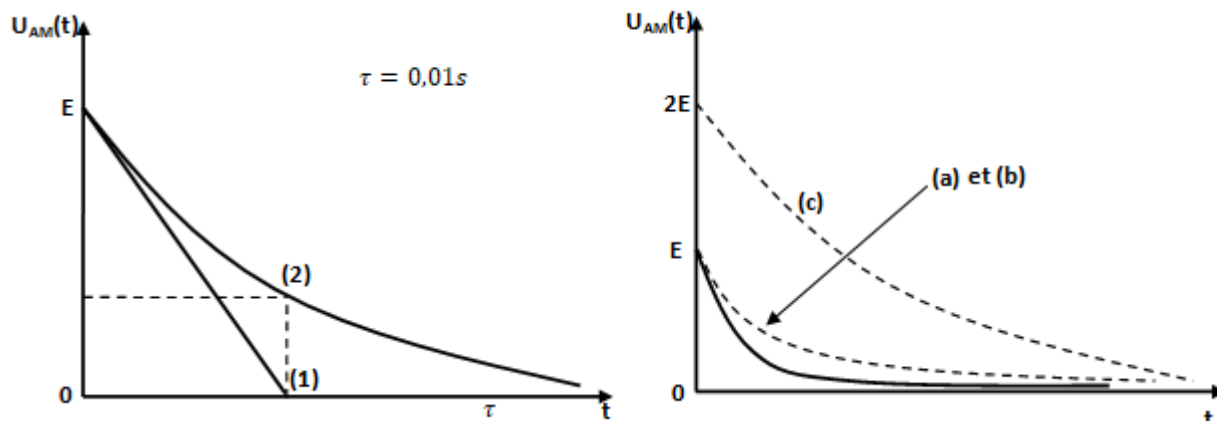
4.4-) Comme à l'exercice 3.

(1) tangente à l'origine.

(2) méthode des «37%» ($100\%-63\%=37\%$). Voir figure 1.

4.5-) et **4.6-)** cf.exercice 3. La méthode des «37%» est préférable.

4.7-) a) et b) exercice 6. c) La courbe par de la valeur $2E$ (figure 2).

**EXERCICE 5 : 5.1-)** Amplitudes et valeurs efficaces des tensions.

★ Tension U_1 : • Amplitude $U_{1max} = 2div \times 2V.div^{-1} = 4V$ • Valeur efficace : $U_1 = \frac{U_{1max}}{\sqrt{2}} = \frac{4V}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} = 2,83V$

★ Tension U_2 : • Amplitude $U_{2max} = 3div \times 500mV.div^{-1} = 1,5V$ • Valeur efficace : $U_2 = \frac{U_{2max}}{\sqrt{2}} = \frac{1,5V}{\sqrt{2}} = 1,06V$

5.2-) Amplitude et valeur efficace de l'intensité.

$$U_2 = r'i \Leftrightarrow I_{max} = \frac{U_{2max}}{r} = \frac{1,5}{100} = 15mA \Leftrightarrow I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = 10,6mA$$

5.3-) Période et fréquence des deux tensions.

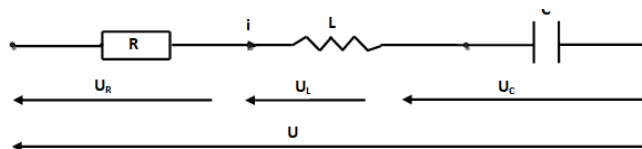
• Période : $T = 6div \times 50\mu s.div^{-1} = 300\mu s = 3 \times 10^{-4}s$

• Fréquence : $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}} = 3,3 \times 10^3 Hz$

5.4-) Le dipôle RLC est en régime forcé parce qu'il est soumis à une tension sinusoïdale $U_1(t) = 4\sin(\omega t + \varphi)$ imposée par le GBF (générateur de basse fréquence) jouant le rôle d'excitateur.

5.5-) • U_1 s'annule avant U_2 (ou atteint son maximum avant). Donc U_1 est en avance de phase sur U_2 .

• Le décalage temporel est : $\theta = \frac{T}{6} = 50\mu s$.

**EXERCICE 6 : 6.1.1-)**

on a $U = U_R + U_L + U_C$

or $U_R = Ri$, $U_L = L \frac{di}{dt}$ et $U_C = \frac{1}{C} \int i dt$

Donc $U = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$ (1)

ona : $U = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$ et $i = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$, L'équation (1) devient : $U \cos(\omega t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) + (L\omega - \frac{1}{C\omega}) \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})$

Construction de Fresnel dans le cas où $L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$ $\varphi = 0 \Leftrightarrow$

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

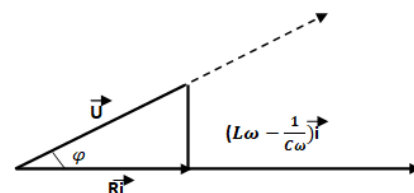
$$\varphi > 0 \Leftrightarrow L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} > 0 \Rightarrow \omega_0 > \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\varphi < 0 \Leftrightarrow L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} < 0 \Rightarrow \omega_0 < \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$A.N : \omega = \frac{1}{\sqrt{0,5 \times 0,5 \times 10^{-6}}} = 2000 rad/s$$

6.1.2-) Montrons que $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$

Pour $\varphi = \varphi_1$ on a $\tan \varphi = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R}$ pour Pour $\varphi = \varphi$ on a



$$\tan \varphi = \frac{L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}}{R} \text{ pour}$$

Si $\varphi_2 = -\varphi_1$, on a $\tan \varphi_2 = -\tan \varphi_1$ d'où

$$\frac{L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}}{R} = -\frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R} \text{ soit } \frac{LC\omega_2^2 - 1}{C\omega_2} = \frac{1 - LC\omega_1^2}{C\omega_1} \Leftrightarrow LC\omega_1\omega_2^2 - \omega_1 = \omega_2 - LC\omega_1^2\omega_2 \text{ donc}$$

$\omega_2(LC\omega_1\omega_2 - 1) + \omega_1(LC\omega_1\omega_2 - 1) = 0$ soit $(LC\omega_1\omega_2 - 1)(\omega_1 + \omega_2) = 0$ comme $\omega_1 + \omega_2 \neq 0$, on a : $LC\omega_1\omega_2 - 1 = 0$ soit $\omega_1 - \omega_2 = \frac{1}{LC}$ or $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ Donc $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$.

6.1.3-) Calcul de ω_1 et ω_2 pour avoir $|\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{\pi}{4}$ on a $\omega_1 < \omega_0$, $\omega < 0$, or $\varphi_2 = -\varphi_1$ $\varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$ et $\omega_2 = \frac{\pi}{4}$ et $\tan \varphi_1 = -1$, $\tan \varphi_2 = 1$ d'où

$$-1 = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R} \text{ et } 1 = \frac{L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}}{R} \text{ soit}$$

$LC\omega_1^2 + RC\omega_1 - 1 = 0$ et $LC\omega_2^2 - RC\omega_2 - 1 = 0$ la résolution de ces équations suivant la variable ω_1 donne :

$$\omega_1 = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \text{ et } \omega_2 = \frac{RC \pm \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$$

seules les racines positives conviennent d'où : $\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$ et $\omega_2 = \frac{RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$

6.2.1-) Facteur de qualité en fonction de L, R et ω_0 .

Le facteur de qualité est égale au facteur de surtension : c'est-à-dire à la résonance, le rapport entre la tension efficace aux bornes du circuit, soit $Q = \frac{U_C}{U} = \frac{U_L}{U}$.

À la résonance, on a : $U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$; $U_L = L\omega_0 I_0$ et $U = RI_0$, $Q = \frac{U_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$ (2) A.N : $Q=10$

6.2.2-) Montrons que $\frac{Z}{R} = \sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}$

L'impédance du circuit RLC est $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

d'où $\frac{Z}{R} = \frac{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}{R} = \frac{R\sqrt{1 + (\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega})^2}}{R} = \sqrt{1 + (\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega})^2}$ de la relation (2), on tire $\frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0}$ et $\frac{1}{RC} = Q\omega_0$

on a donc : $\frac{Z}{R} = \sqrt{1 + (\frac{Q\omega}{\omega_0 - \frac{Q\omega_0}{\omega}})^2} = \sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}$ comme $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ On obtient $\frac{Z}{R} = \sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}$

EXERCICE 7 :

7.1-) Calcul de la charge Q_m .

La tension $U_m = 12,4V$ fait circuler un courant de charge de A vers B dans le condensateur, la plaque A prend une charge positive $Q_m = C.U_m = 0,2 \times 10^{-6} \times 12,4$ Donc $Q_m = 2,48 \times 10^{-6}C$.

7.2.1-) a) Le choix de la référence + se fait donc tout naturellement sur la plaque A et nous orientons donc i vers la gauche avec ce choix comme $i = dq/dt$ est négatif puisque $dq/dt < 0$ (diminution de la charge) En effet, lors de la décharge, des électrons quittent la

face B du condensateur, ce qui correspond à la circulation d'un courant électrique en sens inverse de A vers B. À l'instant t , la charge restant sur la plaque A est q et le courant i .

$U_C = \frac{q}{C}$ et $U_L = Ri + L\frac{di}{dt}$ (mais la bobine est non résistive c'est-à-dire $R=0$) donc $U_L = L\frac{di}{dt}$.

La loi d'additivité des tensions nous donne : $U_C + U_L = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$, d'où $\frac{d^2q}{dt^2} = 0$ qui est de la forme $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ par identification $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = 3,67 \times 10^4$

Conclusion : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ et $\omega_0 = 3,67.10^4 rad/s$ (celle-ci est équation différentielle du second ordre vérifier par la charge q).

b) Voir cours.

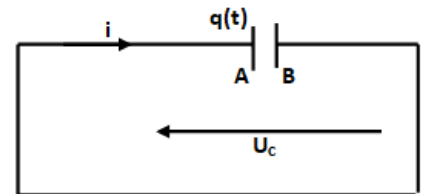
7.2.2-) D'après ce qui précède, on a : $\omega_0 = 3,67.10^4 rad/s$ or $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 1,71 \times 10^{-4}s$

7.3-) Donnons l'expression de

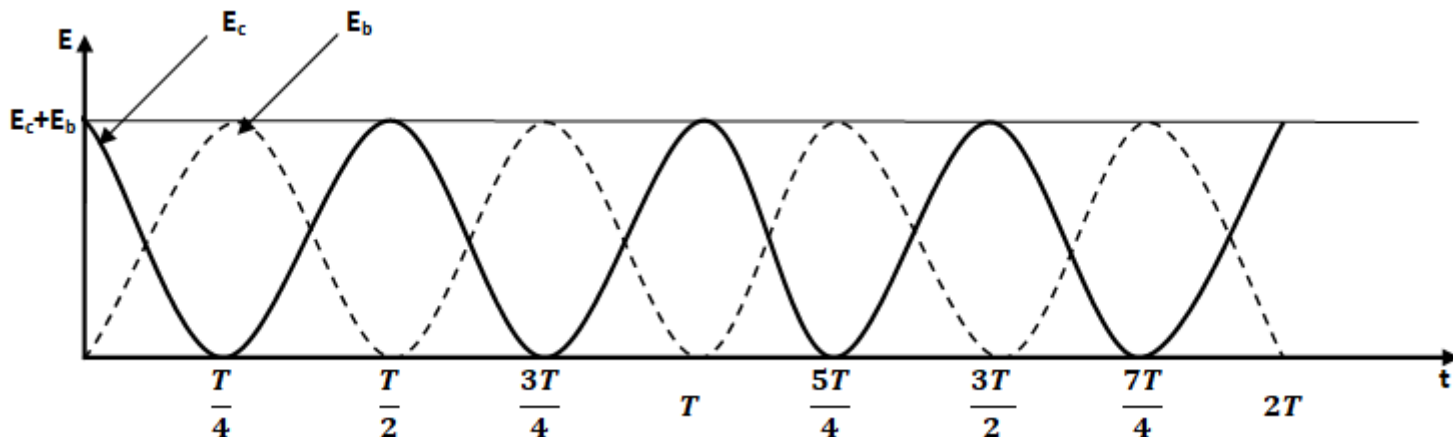
a) Energie stockée dans le condensateur est $E_C(t) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$, L'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ a pour solution $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ à $t=0$, $q=Q_m$ cette solution s'écrit $q = Q_m \sin \varphi$ soit $Q_m = Q_m \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ donc la solution est $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ ou $q = Q_m \cos(\omega_0 t)$ et $E_C(t) = \frac{1}{2C} Q_m^2 \cos^2(\omega_0 t)$ car $\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos(\theta)$

or $\frac{1}{2C} Q_m^2 = \frac{1}{2 \times 0,2 \times 10^{-6}} \cdot (2,48 \cdot 10^{-6})^2 = 1,54 \times 10^{-5}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3,67.10^4$

Donc $E_C(t) = 1,54.10^{-5} \cos^2(3,67.10^4 t)$.



b) L'énergie stockée par la bobine est $E_b(t) = \frac{1}{2}Li^2$ avec $i = +\frac{dq}{dt} = -Q_m\omega_0 \sin(\omega_0 t)$ or $\frac{1}{2}LQ_m^2\omega_0^2 = \frac{1}{2}(3,7 \times 10^{-3})(2,48 \times 10^{-6})^2(3,67.10^4)^2 = 1,54.10^{-5}$ Donc $E_b(t) = 1,54.10^{-5} \sin^2(3,67.10^4 t)$



7.4-) Calcul de $E_C(t) + E_b(t)$

$$E_C(t) + E_b(t) = 1,54.10^{-5}(\sin^2(3,67.10^4 t) + \cos^2(3,67.10^4 t)) = 1,54.10^{-5}$$

Donc $E_C(t) + E_b(t) = 1,54.10^{-5} J = cte$ Donc il y'a conservation de l'énergie totale.

EXERCICE 8 : 8.1-)

8.1.1-) Calcul de X_1 , Z_1 et I .

- $X_1 = L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega} = 2\pi N L_1 - \frac{1}{2\pi N C_1}$ d'où

$$X_1 = 2\pi L_1 N - \frac{1}{2\pi C_1 N}$$

$$A.N : X_1 = 2\pi \times 0,318 \times 50 - \frac{1}{2\pi \times 6,28.10^{-6} \times 50} = -406,96$$

Donc $X_1 = -407\Omega$ donc U est en retard sur i et le circuit est capacitif.

- $Z_1 = \sqrt{R^2 + (L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega})^2} = \sqrt{R^2 + X_1^2}$ d'où $Z_1 = \sqrt{R^2 + X_1^2}$

$$A.N : Z_1 = \sqrt{(300)^2 + (-406,96)^2} = 506,4 \text{ Donc } Z_1 = 506,4\Omega$$

- $Z_1 = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z_1}$

$$A.N : I = \frac{220}{506,4} = 0,43 \text{ Donc } I = 0,43A$$

8.1.2-) Construction de Fresnel

$U = U_R + U_L + U_C$ OB représente U_m OA représente $R_1 I_m$ CB représente $I_m / C_1 \omega$ AC représente

$$L_1 I_m \omega. \text{ Dédution de } \varphi_1 : \tan \varphi_1 = \frac{L_1 I_m \omega - \frac{I_m}{C_1 \omega}}{R I_m} = \frac{L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega}}{R} = \frac{X_1}{R} \tan \varphi_1 = \frac{X_1}{R}$$

$$A.N : \tan \varphi_1 = -\frac{406,96}{300} = -1,36 \Rightarrow \varphi_1 = -53,6^\circ$$

• D'après 8.1.1 $L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega} < 0 \Rightarrow L_1\omega < \frac{1}{C_1\omega}$ donc l'effet capacitif est prépondérant sur l'effet inductif d'autre part $L_1\omega < \frac{1}{C_1\omega}$, $\tan \varphi_1 < 0$ et $\varphi < 0$ donc l'intensité i est en avance sur la tension U.

8.2-)

8.2.1-) Calcul de la réactance X_2 et l'impédance Z_2

- $X_2 = L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega} = 2\pi N L_2 - \frac{1}{2\pi N C_2}$, $X_2 = 2\pi L_2 N - \frac{1}{2\pi C_2 N}$

$$A.N : X_2 = 2\pi \times 0,314 \times 50 - \frac{1}{2\pi \times 63,7.10^{-6} \times 50} = 48,68 \text{ Donc } X_2 = 48,68\Omega$$

- $Z_2 = \sqrt{R^2 + X_2^2}$

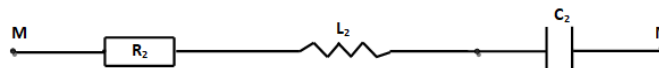
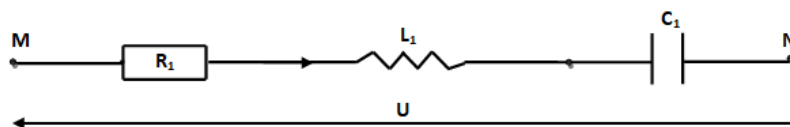
$$A.N : Z_2 = \sqrt{(50)^2 + (48,68)^2} = 69,78 \text{ Donc } Z_2 = 69,78\Omega$$

8.2.2-) Valeur de N pour la quelle I_{eff} est maximale.

L'intensité efficace est maximale à la résonance c'est-à-dire lorsque $X_2 = L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega} = 0 \Leftrightarrow L_2\omega = \frac{1}{C_2\omega}$
 $\Leftrightarrow L_2 C_2 \omega^2 = 1 \Leftrightarrow L_2 C_2 (2\pi N)^2 = 1 \Leftrightarrow L_2 C_2 4\pi^2 N^2 = 1 \Leftrightarrow N = N_0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 L_2 C_2}}$

$$A.N : N_0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10(0,314) \times 63,7.10^{-6}}} = 35,35 \text{ Donc } N_0 = 35,35 Hz$$

- $U = R_2 I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R_2}$ A.N : $I_0 = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ Donc } I_0 = 4,4A$



8.2.3-) Expression du coefficient de surtension Q_2 .

• $Q_2 = \frac{U_{C2}}{U}$ à la résonance $U_{C2} = \frac{I_0}{C_2\omega_2}$; $U_{C2} = L_2\omega_2 I_0$ et $U = R_2 I_0$ donc $Q_2 = \frac{I_0}{C_2\omega_2} \times \frac{1}{R_2 I_0} \Rightarrow Q_2 = \frac{1}{R_2 C_2 \omega_2}$

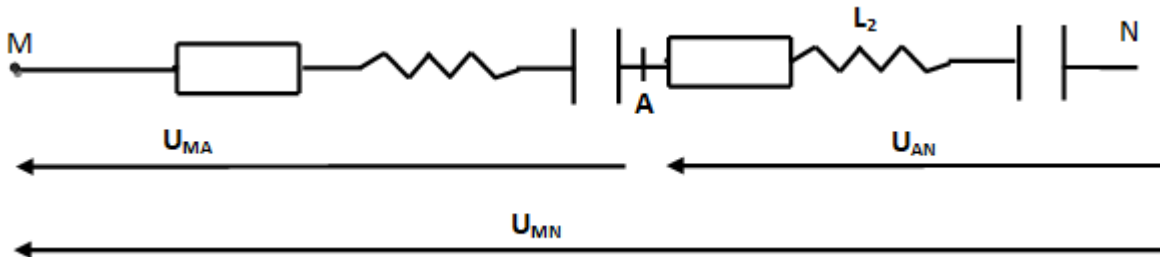
• D'autre part, $Q_2 = \frac{U_{L2}}{U} = \frac{L_2\omega_2 I_0}{R_2 I_0} \Rightarrow Q_2 = \frac{L_2\omega_2}{R_2}$

• Calcul de Q_2

$$Q_2 = \frac{L_2\omega_2}{R_2} = \frac{L_2}{R_2\sqrt{L_2C_2}} \text{ car } \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}} \Rightarrow Q_2 = \frac{1}{R_2\sqrt{C_2}} \cdot \sqrt{\frac{L_2^2}{L_2}} = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} \text{ d'où } Q_2 = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}$$

A.N : $Q_2 = \frac{1}{50} \sqrt{\frac{0,314}{63,7 \cdot 10^{-6}}} = 1,40$ Donc $Q_2 = 1,40$

8.3-)



8.3.1-) Montrons que le circuit est équivalent à un circuit série RLC.

D'après la loi des tensions, nous avons : $U_{MN} = U_{AN} + U_{MA}$

avec $U_{AM} = R_1 I_m \cos(\omega t) + L_1 I_m \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C_1 \omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$$U_{AN} = R_2 I_m \cos(\omega t) + L_2 I_m \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C_2 \omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

donc $U_{MN} = (R_1 + R_2) I_m \cos(\omega t) + (L_1 + L_2) I_m \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + (\frac{I_m}{C_1} + \frac{I_m}{C_2}) \frac{1}{\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

En posant $R = R_1 + R_2$; $L = L_1 + L_2$; $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ car le montage est en série, nous avons :

$U_{MN} = R I_m \cos(\omega t) + L I_m \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C \omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ Donc ce circuit est équivalent à un circuit RLC dont les caractéristiques sont :

• Résistance : $R = 300 + 50 = 350 \Omega$ • Inductance : $L = 0,318 + 0,314 = 0,632 H$ • Capacité : $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 5,716 \mu F$

Donc $R = 350 \Omega$, $L = 0,632 H$, $C = 5,716 \mu F$

★ Dédution de X, Z et I .

• $X = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 2\pi L N - \frac{1}{2\pi C N} = -358,67$ Donc $X = -358,67 \Omega$

• $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ A.N : $Z = \sqrt{(350)^2 + (-358,67)^2} = 501,14$ Donc $Z = 501,14 \Omega$.

• $I = \frac{U}{Z}$ A.N : $I = \frac{220}{501,14} = 0,4389$ Donc $I = 0,44 A$

• Calcul du déphasage φ

D'après 8.1.2 $\tan \varphi = \frac{X}{R} = \frac{-358,67}{350} = -1,025 \Rightarrow \varphi = -45,7^\circ$

• $X = L\omega - \frac{1}{C\omega} < 0 \Rightarrow L\omega < \frac{1}{C\omega}$; $\tan \varphi < 0$ et $\varphi < 0$ l'intensité i est en avance sur la tension U_1 et l'effet capacitif est prépondérant sur l'effet inductif.

8.3.2-) La courbe de résonance est une parabole, donc pour une valeur de I cette courbe correspondra deux fréquences N et N' telle que $I = f(N) = f(N')$. Alors à toute fréquence $N < N_0$ correspondant à un déphasage $\varphi = \varphi_1$, on peut associer une autre fréquence $N' > N_0$ correspondant à un déphasage $\varphi = \varphi_1$.

• Montrons que $NN' = N_0^2$

$$\varphi = \varphi_1 \text{ et } \varphi' = -\varphi_1 \Rightarrow \varphi = -\varphi' \Rightarrow \tan \varphi = -\tan \varphi' \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = -L\omega' + \frac{1}{C\omega'} \Rightarrow L(\omega + \omega') = \frac{1}{C}(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega'})$$

$$\Leftrightarrow L(\omega + \omega') = \frac{\omega + \omega'}{C(\omega\omega')} \Leftrightarrow L = \frac{1}{C\omega\omega'} \Rightarrow \omega\omega' = \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \Leftrightarrow 2\pi N \cdot 2\pi N' = (2\pi N_0)^2 \Leftrightarrow 4\pi^2 NN' = 4\pi^2 N_0^2$$

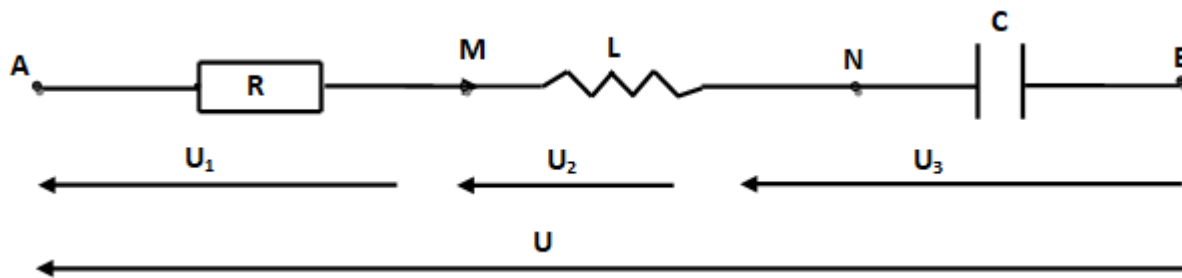
$$\Rightarrow NN' = N_0^2 \text{ Pour le circuit RLC, à la résonance, } X = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \text{ D'après 8.2.2 Nous avons}$$

$$N_0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 LC}}$$

A.N : $N_0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 \times 0,632 \times 5,72 \cdot 10^{-6}}} = 8,3,16 Hz$

• $N' = \frac{N_0^2}{N} = \frac{(83,16)^2}{50} = 138,31$ Donc $N' = 138,31 Hz$

EXERCICE 9 : 9.1-) Schéma :



9.2-) Expression de Z, I et φ .

- Dans la position AM, la tension instantanée U_1 et l'intensité i sont en phase. Si $i = I_m \sin(\omega t)$, on a $U_1 = Ri = RI_m \sin(\omega t)$.
- Dans la portion MN, la tension U_2 est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur l'intensité. En effet $U_2 = L \frac{di}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
- Dans la portion NB, la tension U_3 est en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur l'intensité. On a à chaque instant $U_3 = \frac{q}{C}$ avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int i dt = \frac{I}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ et $U_3 = \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

La tension aux bornes de l'ensemble est : $U = U_1 + U_2 + U_3$ soit
 $U = RI_m \sin(\omega t) + L\omega I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ qui est de la forme $U = U_m \sin(\omega t + \varphi)$

La résolution de l'équation peut se faire grâce à la construction de Fresnel.

D'après le diagramme $U_m = I_m \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = ZI_m \tan \varphi =$
 $\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ ou encore $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

A.N : $Z = \sqrt{36^2 + (0,10 \times 200\pi - \frac{1}{6.10^{-6} \times 200\pi})^2} = 205,6\Omega$ Donc $Z=205,6\Omega$

• $I = \frac{U}{Z} = \frac{1}{205,6} = 4,86.10^{-3}$ Donc $I = 4,86.10^{-3} A$

9.3.1-) Tracé de la courbe $I=g(f)$. (Voir fin exercice)

9.3.2-) Cette courbe met en évidence le phénomène de résonance.

9.3.3-) Détermination graphique de f_0 et I_0

La courbe montre un maximum d'intensité pour une fréquence $f_0 = 210Hz$. Le maximum vaut $I_0 = 27,2mA$.

9.3.4-) Calcul de L : à la résonance $LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C}$

A.N : $L = \frac{1}{(2\pi \times 210)^2 \times 6 \times 10^{-6}} = 0,095$ Donc $L=0,1H$

9.3.5-) déterminons la bande passante β et le facteur de qualité Q .

• Le gain de -3dB correspond à une intensité I donné par : $-3 = 20 \log(\frac{I}{I_0})$ (d'après l'énoncé)

$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{1}{1,41}$ d'où $I = \frac{I_0}{1,41}$ cette intensité est obtenue pour deux fréquences f_1 et f_2 qui définissent la largeur de la bande passante autour de f_0

A.N : $I = \frac{27,8}{1,41} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 19,7mA$ Donc $I=19,7mA$

D'après la courbe $I=g(f)$ nous avons $f_1 = 181Hz$ et $f_2=240Hz$ soit une largeur de $\beta = f_2 - f_1 = 240 - 181 = 59Hz$

• $Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{L2\pi f_0}{R}$ (compte tenu de la condition de résonance, $LC\omega_0^2 = 1$) on vérifie donc que Q est indépendant de U .

A.N : avec $\omega_0 = 2\pi f_0$, $Q = \frac{0,10 \times 2\pi \times 210}{36} = 3,67$

9.3.6-) Calcul de R .

$U = RI_0 \Leftrightarrow R = \frac{U}{I_0}$

A.N : $R = \frac{1}{27,2 \times 10^{-3}} = 36,75$ Donc $R=36,76\Omega$

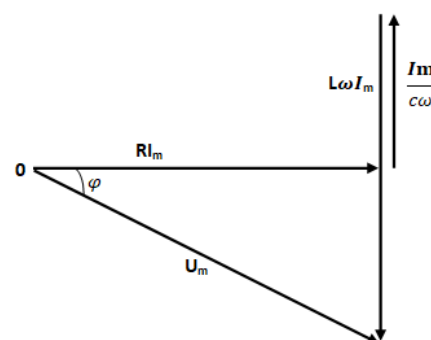
9.3.7-) Calcul de r : on a : $R = R' + r \Leftrightarrow r = R - R'$

A.N : $r=36,76-26=10,76$ Donc $r=10,76\Omega$

9.3.8-) Comparaison de ces valeurs à celles calculés.

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ à la résonance, $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, on a :

alors $Z=R$, la pulsation de résonance vaut $LC\omega_0^2 = 1$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et la fréquence $f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
l'intensité I_0 vaut $I_0 = \frac{U}{R}$



A.N : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,1 \times 6,10^{-6}}} = 205\text{Hz}$, $I_0 = \frac{1}{36,76} = 27,2 \times 10^{-3}\text{A}$ Donc $f_0 = 205\text{Hz}$ et $I_0 = 27,2 \times 10^{-3}\text{A}$

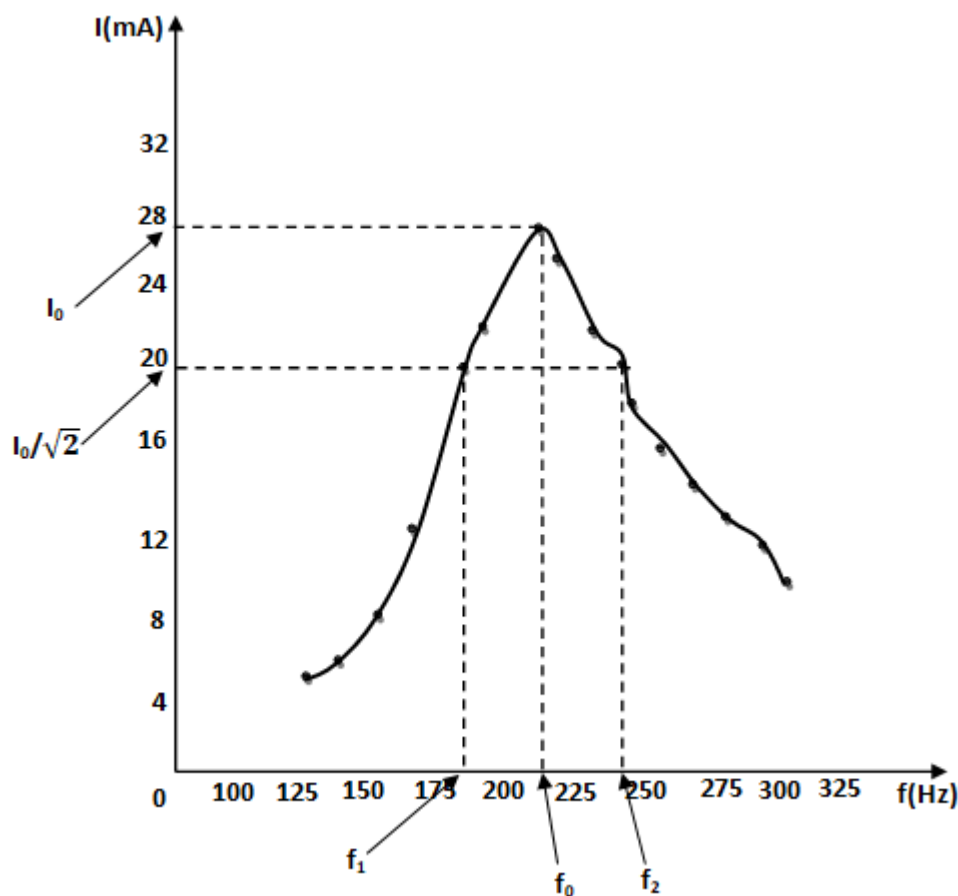
La concordance avec les valeurs données par la détermination graphique peut être considéré comme satisfaisante, compte tenu de l'imprécision de cette dernière.

9.3.9-) L'impédance du condensateur étant $\frac{1}{C\omega}$, la tension U_C à ses bornes est $U_C = \frac{I}{C\omega}$ soit, pour la pulsation ω_0 de résonance, $U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$, or I_0 vaut $\frac{U}{R}$ et $U_C = \frac{U}{RC\omega_0} = QU_0 \Leftrightarrow U_C = QU_0$ avec $Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{L2\pi f_0}{R}$

La tension aux bornes du condensateur est 3,67 fois plus élevée que la tension aux bornes du circuit. Le danger de ces surtensions est évident : à la résonance, les tensions aux bornes de l'inductance et du condensateur peuvent être très supérieures à la tension aux bornes du circuit, et provoquer le claquage du condensateur.

9.3.10-) Signe de $G=20\log(\frac{I}{I_0})$

Si I prend la valeur maximale I_0 pour la fréquence $f_0 = 205\text{Hz}$ on a : $G=0$ pour toute autre fréquence $I < I_0$ alors $\log(\frac{I}{I_0}) < 0$. Le gain est donc négatif dans le circuit étudié.



THEME 3 : PHENOMENES CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES

Chapitre 8

LES ONDES MECANIQUES

A-) Généralités : • Onde mécanique : phénomène de propagation d'une perturbation mécanique dans un milieu, sans transport de matière.

• célérité : Vitesse v de propagation de l'onde (elle est notée c pour la propagation de la lumière dans le vide) : v s'exprime en $m.s^{-1}$.

• Milieu non dispersif : milieu pour lequel v ne dépend pas de la perturbation ni du lieu où elle est mesurée.

• Un signal : est une information ou une perturbation qui se propage de l'émetteur vers le récepteur.

• Un ébranlement (onde) : est une déformation mécanique qui se propose dans un milieu élastique.

• Onde (Ebranlement) longitudinale : la perturbation est parallèle au sens de propagation de l'onde.

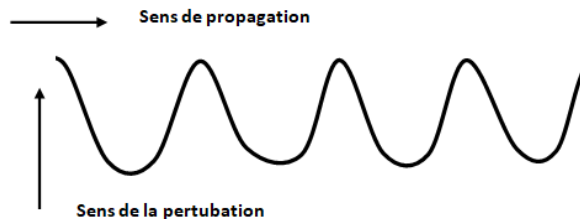
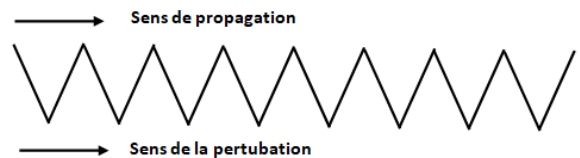
Exemple : onde sonore de compression/dilatation (ou onde de pression).

• Onde (Ebranlement) transversale : la perturbation est perpendiculaire au sens de propagation de l'onde.

Exemple : onde transmise par une corde.

• Onde à n dimension(s) : onde qui se propage dans n dimension(s) à partir de sa source.

Exemples : • : $n=1$: corde, laser,..., • : $n=2$: surface d'un liquide, tissu agité,..., • : $n=3$: haut parleur, ampoule,...,



Remarque : deux ondes peuvent se croiser sans se perturber.

• Vitesses ou célérité d'un ébranlement : une perturbation est reçue en M à t_M et en M' à $t_{M'}$.

• La vitesse de la perturbation est alors : $v = \frac{x_{M'} - x_M}{t_{M'} - t_M}$

• Si $t_{M'} > t_M$, alors $\Delta t = t_{M'} - t_M$ est le retard du passage de la perturbation en M' par rapport à M .

• Le long d'une corde de masse linéique $\mu = \frac{m}{l}$ en $kg.m^{-1}$ tendu par une force F , on a :

$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, avec V en m/s et F : tension de la corde en N (newton).

B-) ONDES PROGRESSIVES MECANIQUES PERIODIQUES :

1-) Cas général : • période temporelle ou période : la plus petite durée non nulle qui sépare deux dates pour lesquelles la perturbation a la même valeur en un point donné.

• Période spatiale : la plus petite distance non nulle qui sépare deux points pour lesquels la perturbation a la même valeur (les deux points étant dans la même direction de propagation).

2-) Cas des ondes sinusoïdales : • Période temporelle ou période : T en seconde (s).

• Période spatiale ou longueur d'onde : λ en mètre (m).

• Fréquence : N ou f , en Hertz (Hz).

• Célérité ou vitesse : v en $m.s^{-1}$ (ou c pour la lumière) $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda.N$

Remarque : T est la durée nécessaire à l'onde pour parcourir la distance λ .

3-) Célérité du son : • La célérité est proportionnelle à la racine carré de la température absolue : $C_1\sqrt{T_2} = C_2\sqrt{T_1}$.

• Pour des gaz de même atomicité pris à la même température, la célérité du son est inversement proportionnelle à la racine carré de leur densité. $C_1\sqrt{d_1} = C_2\sqrt{d_2}$.

4-) Propagation d'un mouvement vibratoire sinusoïdal à la surface d'un liquide : On produit un ébranlement en un point O de la surface d'un liquide, on observe des rides circulaire centrés en O et équidistantes de λ les unes des autres, à la vitesse v .

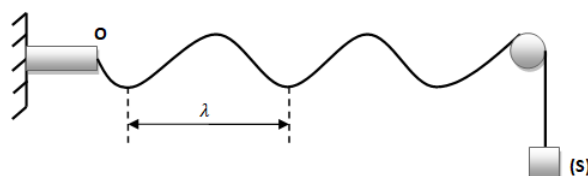
• La distance séparant le milieu de deux rides consécutives est $\lambda = vT$.

• Si n est le nombre de crêtes la distance part rapport au centre O à la quelle un point A est situer est donner par $d = (n - 1)\lambda$ en (m) ou A est un point appartenant à la ride.

5-) Propagation d'un mouvement sinusoïdal dans une corde :

5.1-) Aspect de la corde :

On produit un ébranlement au point O qui se propage le long de la corde initialement tendu grace à un solide (S) de masse m .



5.2-) Double périodicité du phénomène de propagation d'un mouvement vibratoire : L'origine O de la corde a le même mouvement que celui du vibreur, d'où l'équation du mouvement de O s'écrit $y_0 = a \sin(\omega t)$.

Le point P d'abscisse x reproduit le mouvement de la source avec un retard $\theta = \frac{OP}{v} = \frac{x}{v}$ et son équation est :

$y_P = a \sin(\omega(t - \theta)) = a \sin(\omega t - \omega\theta) \Rightarrow y_P = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{v})$ or $T \cdot v = \lambda$, d'où $y_P = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$
 y_P est une fonction de deux variables (t et x), on peut donc écrire : $y_P(x, t) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x) = a \sin(\omega t - kx)$ où • $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est la norme du vecteur d'onde. • $\omega = \frac{2\pi}{T}$ est la pulsation en rad.s^{-1} • a est amplitude maximal du mouvement.

5.3-) Etude particuliere de deux points de la corde : Soient deux points M et N de la corde d'abscisse x_M et x_N , on a :

$y_M = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_M) = a \sin(\omega t + \varphi_M)$, $y_N = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_N) = a \sin(\omega t + \varphi_N)$ ceci en posant $\varphi_M = -\frac{2\pi}{\lambda}x_M$, $\varphi_N = -\frac{2\pi}{\lambda}x_N$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$

• La différence de phase est : $\Delta\varphi = \varphi_N - \varphi_M = -\frac{2\pi}{\lambda}x_M + \frac{2\pi}{\lambda}x_N$ soit $\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_M - x_N)$

• La différence de marche est $\Delta x = |x_M - x_N|$

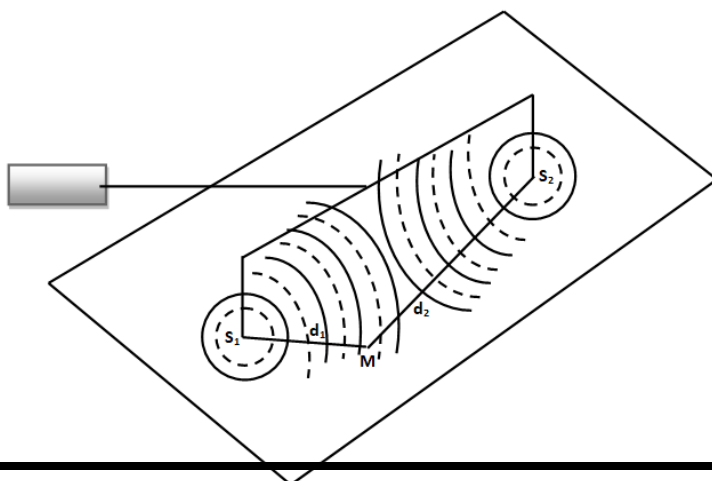
★ Les deux points vibrent en phase si : $\Delta\varphi = 0 + 2k\pi \Rightarrow x_M - x_N = k\lambda$, $k \in \mathbb{Z}$

★ Les deux points vibrent en opposition de phase si : $\Delta = (2k + 1)\pi \Rightarrow x_M - x_N = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

★ Les deux points vibrent en quadrature de phase si : $\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x_M - x_N = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$

C-) INTERFERENCES : On dit qu'il y'a interférence lorsque se superpose dans un milieu des vibrations synchrones (même période) et cohérentes (différence de phase constante).

Soit une fouche munie de deux pointes et fixée sur un diapason dont la vibration est entretenue électriquement, les 2 points de la fouche trempent dans l'eau d'une large cuve.



Les sources S_1 et S_2 sont animés de vibrations sinusoïdales de même période et de même amplitude a . Les équations horaires de leur mouvement sont les suivantes :

$$y_{S_1} = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad y_{S_2} = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

-Les élongations y_{M_1} et y_{M_2} des vibratoins issues de S_1 et S_2 au point M :

$$y_{M_1} = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1\right), \quad y_{M_2} = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2\right) \text{ on veut trouver l'équation résultante } y_M = y_{M_1} + y_{M_2}$$

On sait que : $\sin(p) + \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$ d'où

$$y_M = y_{M_1} + y_{M_2} = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1\right) + a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2\right) = a \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2\right) \right]$$

$$\Rightarrow y_M = 2a \cos\left(\frac{\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1 - \frac{2\pi}{\lambda}d_2 + \frac{2\pi}{\lambda}d_1 + \frac{2\pi}{\lambda}d_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1 - \frac{2\pi}{\lambda}d_2}{2}\right) = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right)$$

d'où $y_M = y_{M_1} + y_{M_2} = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ avec :

- l'Amplitude : $A = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right)$

- la phase : $\varphi = -\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)$

- le rapport $p = \frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ est l'ordre d'interférence des ondes au point M.

Remarque : On peut aussi obtenir ces résultat en utilisant la construction de Fresnel pour la détermination des paramètres A et φ .

• Lieu d'amplitude maximale : A est maximale si et seulement si $A = \pm 2a$, soit $\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) = \pm 1$
 $\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) = \cos(k\pi) \Leftrightarrow d_2 - d_1 = k\lambda, k \in \mathbb{Z}$.

• lieu des points d'amplitude nulle : A est nulle si et seulement si $A=0$, soit $\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) = \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Remarque : • Pour trouver le nombre de frange d'amplitude maximale, on passe par la relation : $|d_2 - d_1| \leq O_1O_2$, soit $|k\lambda| \leq O_1O_2 \Leftrightarrow |k| \leq \frac{O_1O_2}{\lambda} \Leftrightarrow -\frac{O_1O_2}{\lambda} \leq k \leq \frac{O_1O_2}{\lambda}$.

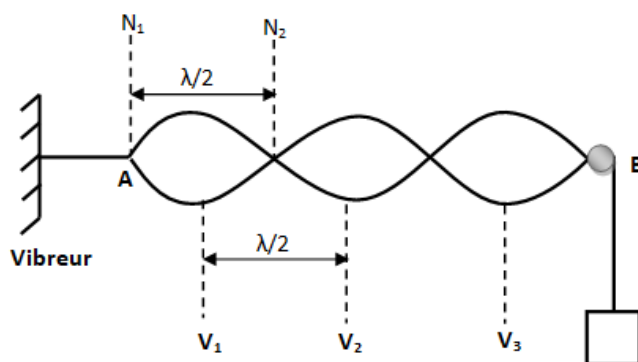
• Pour les franges d'amplitude nulle : $|d_2 - d_1| \leq O_1O_2 \Leftrightarrow |2k+1|\frac{\lambda}{2} \leq O_1O_2 \Leftrightarrow -\frac{O_1O_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{O_1O_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$.

D-) LES ONDES STATIONNAIRES :

1-) Définition : Une onde stationnaire est un cas particulier d'interférence résultant de la superposition de deux ondes progressives de même amplitude et de même fréquence se propageant en sens inverse dans un même milieu.

2-) Expérience de MELDE :

Un vibreur anime l'extrémité A d'un fil souple passant par la gorge d'une poulie en B et soutenant un plateau contenant des masses marquées. Une onde incidente est émise par A et se propage vers le point B où elle se réfléchit et rebrousse chemin : il y'a naissance d'une onde réfléchi. Sous éclairage stroboscopique, nous observons la corde qui vibre très rapidement en présentant l'aspect des fuseaux.



3-) Interprétation : Soit y_{iB} , l'élongation de l'onde réfléchi en B, B étant immobile on a :

$y_{iB} + y_{rB} = 0$; $y_{iB} = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ L'obstacle étant fixe, il y'a changement des signes des élongations incidentes et réfléchis. Ainsi $(y_i = -y_r) \Leftrightarrow y_{rB} = -y_{iB} = -a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Leftrightarrow y_{rB} = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \pi\right)$ Cette onde incidente arrive au point M avant le point B.

$$y_{iM} = y_{iB}\left(t + \frac{x}{v}\right) \Leftrightarrow y_{iM} = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right), \quad y_{rM} = y_{rB}\left(t - \frac{x}{v}\right) \Leftrightarrow y_{rM} = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi\right)$$

L'élongation résultante au point M s'obtient d'après la construction de Fresnel.

$$y_M = y_{iM} + y_{rM} = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi\right) \Leftrightarrow y_M = 2a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

• Position des noeuds (N_i)

$$A=0 \Rightarrow 2a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 0, \text{ soit } \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \sin k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\lambda}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

pour $x_0 = 0, x_1 = \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow N_1N_2 = \frac{\lambda}{2}$, donc la distance entre les noeuds est $\frac{\lambda}{2}$ (voir schéma).

• Position des ventres (V_i)

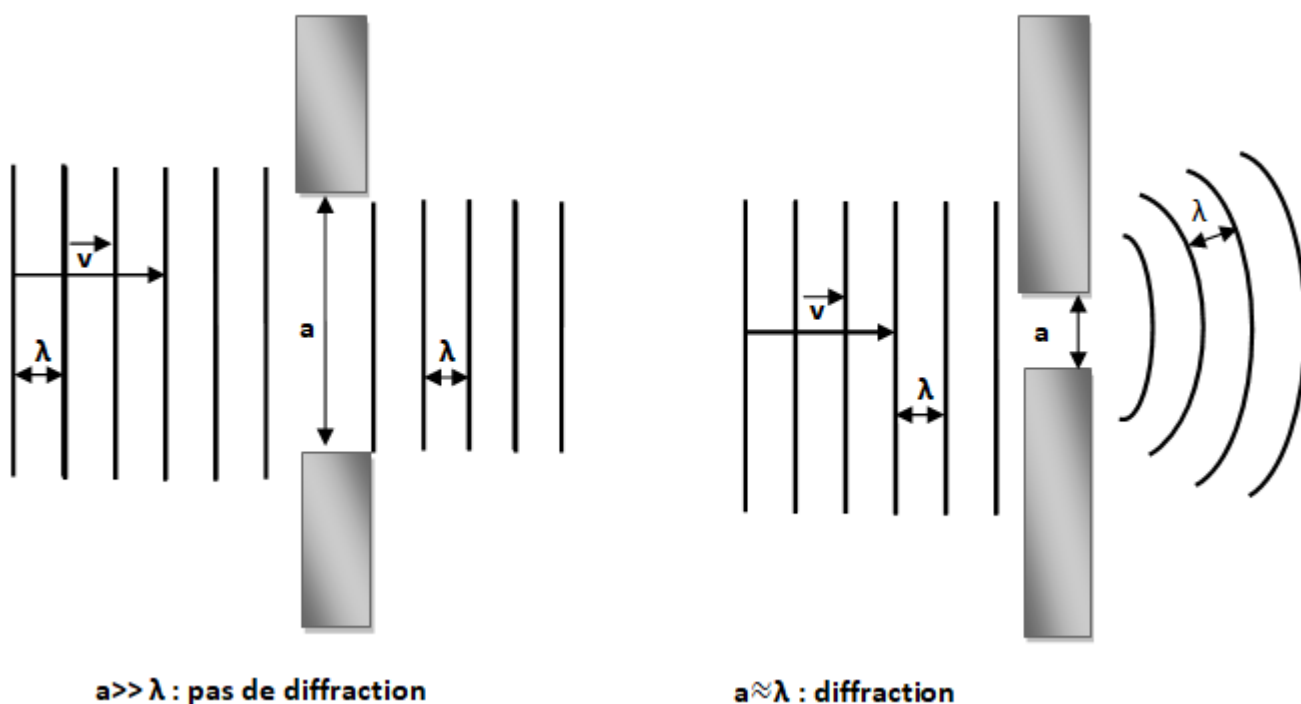
On a : A_{max} si et seulement si $2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 2a$, soit $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \sin(2k+1)\frac{\pi}{\lambda} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$

pour $x_0 = \frac{\lambda}{4}$, $x_1 = \frac{3\lambda}{4}$ et $V_1 V_2 = \frac{\lambda}{2}$, la distance entre deux ventres est de $\frac{\lambda}{2}$ (voir schéma).

Remarque : • La longueur utile de la corde est $l = n\frac{\lambda}{2}$ (n =nombre de fuseaux) or $\lambda = \frac{v}{N} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ on obtient $l = \frac{n}{2N} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

E-) PHENOMENE DE DIFFRACTION : Une onde mécanique de longueur d'onde λ est diffractée (schéma page suivante) lors de son passage par une ouverture ou un obstacle de dimension caractéristique a , si a est du même ordre de grandeur que λ (soit un facteur 10 au maximum pour une onde mécanique, approximativement).

F-) PHENOMENE DE DISPERSION : Un milieu dispersif est un milieu dans lequel la vitesse v dépend de la fréquence N (ou de λ ou de T) on a alors : $v(N)$.



COMPLÉMENTS : • Si le milieu de propagation du son est l'air, la vitesse de l'onde (de la vague) est d'environ 340m/s. Mais cette vitesse dépend de la température : ★ à -10°C , le son voyage à 325m/s. ★ à 30°C , il file à 349m/s. ★ 0°C , il voyage à 331m/s.

- Rien ne peut aller plus vite que la lumière dans le vide, à savoir $c = 299792\text{Km/s} \simeq 3.10^8\text{m/s}$
- Dans la plupart des fluides, et notamment dans l'air, la vitesse du son dépend très peu de l'amplitude et de la fréquence. Dans l'eau, le son se propage plus de quatre fois plus vite, à environ 1500m/s.

EXERCICES

EXERCICE 1* :

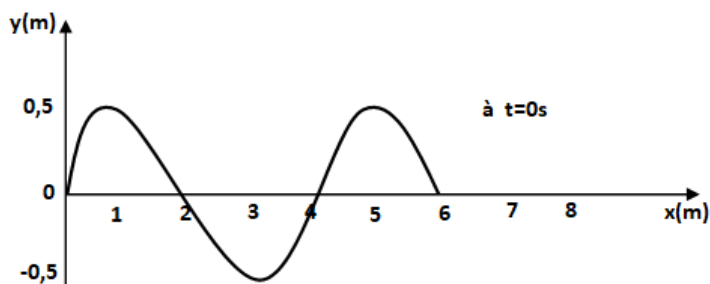
1-) Une onde sinusoïdale se propage suivant un axe (ox) à la vitesse $v = 2\text{m.s}^{-1}$.

a) Quelles sont les valeurs de : • λ (longueur d'onde) ? ; • y_m (amplitude) ? ; • T (période) ? ; • N (fréquence) ?

b) Représenter $y(x)$ à la date $t=2,5\text{s}$

c) A quel moment l'onde atteint elle le point A ?

d) Représenter $y(t)$ au point A.

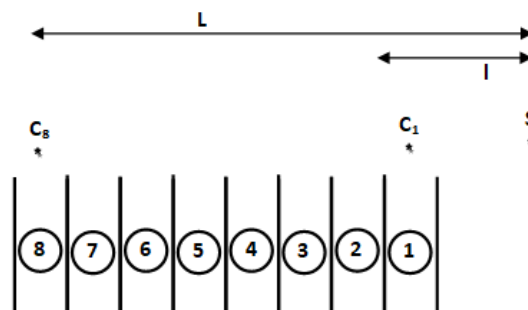


2-) Repondre à la question a) pour une onde ayant pour équation $y = 0,25 \sin(0,8x - 60t)$ x et y sont exprimés en mètre(m) et t en seconde(s). Quel est le sens du mouvement ?

EXERCICE 2** :

1-) **Départ d'un Sprint** Le stater, qui donne le départ d'un 100m, est placée en S, aligné avec huit coureurs. Le coureur C_1 , qui est au couloir (1), est le plus proche de S; le coureur C_8 est le plus éloigné de S. Sachant que le chronomètre utilisé est précis au centième de seconde, calculer la durée que met le signal pour se propager de C_1 en C_8 et conclure.

Données : $l=7,00\text{m}$; $L=15,40\text{m}$; v (son dans l'air) $=340\text{m.s}^{-1}$



2-) **L'ECHO** : Sachant qu'une oreille distingue deux sons s'ils sont séparés par une durée d'au moins 0,10s, à quelle distance d'un mur faut-il se placer pour distinguer l'écho ? S'agit-il d'un maximum ou d'un minimum ?

Donnée : $v_{son} = 340\text{m/s}$ (dans l'air)

3-) **CONDUITE EN CUIVRE** : On frappe une conduite en cuivre remplie d'eau. Un enregistreur situé à $d=200\text{m}$ analyse deux sons espacés de $\Delta t = 9,34 \times 10^{-2}\text{s}$.

a) Expliquer pourquoi il y'a deux sons.

b) Calculer la célérité du son dans le cuivre sachant qu'elle est de 1500m.s^{-1} dans l'eau.

4-) **ECLAIR ET TONNERRE** : Expliquer la règle suivante : «pour mesurer la distance, en kilomètre, à laquelle se situe un orage, il suffit de compter le nombre de seconde qui s'écoulent entre l'éclair et le tonnerre, et de le diviser par 3».

Pour cela, on exprimera d'abord la durée précédente en fonction des célérités du son et de la lumière, et de la distance d à la quelle a été émis l'éclair.

Données : $v_L = v_{Lumière} \simeq 3,0 \times 10^8\text{m/s}$; $v_s = v_{son} \simeq 3,4 \times 10^2\text{m/s}$.

EXERCICE 3** : 1-) VITESSE DECOULEMENT DE L'AIR :

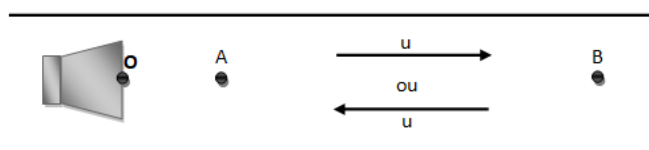
De l'air s'écoule dans une canalisation, à la vitesse u. Deux microphones sont placés en A et B, et un haut-parleur en O. Ces trois appareils sont de très faible dimension.

Un son est émis en O, et on mesure la durée Δt qui sépare le début de la détection en A de celle en B.

• Si l'air s'écoule de A vers B : $\Delta t_1 = 5,46 \times 10^{-2}\text{s}$ (cas 1) ;

• Si l'air s'écoule de B vers A : $\Delta t_2 = 6,58 \times 10^{-2}\text{s}$ (cas 2) ;

En déduire les vitesses u de l'air et v du son. Donnée : $AB=20,00\text{m}$.

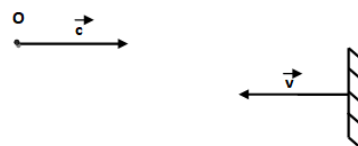


2-) EFFET DOPPLER ET RADAR :

Un signal, qui est une onde se déplaçant à la vitesse c, est émis à $t=0\text{s}$ en O pendant une durée τ . Un objet se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ (cf.schéma ci-contre) reçoit le signal pendant une durée τ' .

a) Exprimer τ' en fonction de τ , v et c. Généraliser cette expression au cas où $\vec{v}$ est de sens opposé.

b) Application : Un radar envoie un signal de durée $\tau = 1,0\text{ms}$ vers une voiture se déplaçant à la vitesse v, et récupérant un signal de durée $\tau' = 0,870\text{ms}$. En déduire v. Donnée : $c=340\text{m/s}$.



3-) TONNERRE ET CONCERT : a) Lorsque l'on entend le tonnerre, on perçoit un son aigu au début, grave en suite (ce phénomène est appelé le roulement du tonnerre). Expliquer pourquoi.
b) Le même phénomène doit s'appliquer dans une salle de concert : la mélodie jouée par l'orchestre devrait être totalement déformée. Qu'en est-il ?

4-) LE CLASSIQUE : Pour réaliser une échographie, on utilise un cristal qui, soumis à des impulsions électriques, vibre à la fréquence $N=50\text{MHz}$. Ces vibrations sont transmises au patient qui est examiné où elles se propagent à la vitesse $v=1,5 \times 10^3 \text{m.s}^{-1}$ (ultrasons).

a) De quel type d'onde s'agit-il (lumière,...) ?

b) Calculer la période et la longueur d'onde de cette onde sinusoïdale.

c) Le cristal utilisé est de forme cylindrique de diamètre $d=2,0\text{cm}$ et de hauteur $h=8,0\text{cm}$. L'émission est-elle directive ou non ?

d) On mesure la durée que met l'onde pour aller du côté du cerveau, se réfléchir sur la séparation des hémisphères et revenir au point de départ. On fait de même du côté gauche. Si les deux durées ne sont pas égales, que peut-on en déduire, malheureusement ?

4.1-) La célérité du son dans l'air à 0°C valant 331m/s à 0° .

4.1.1-) Calculer la célérité c_1 du son dans un gaz comprenant en volume $3/4$ d'hydrogène et $1/4$ d'oxygène ceci à la température de $T_1 = 0^\circ$.

4.2-) Calculer la célérité c_2 du son dans ce même gaz à la température $T_2 = 25^\circ\text{C}$.

4.3-) Calculer la célérité C_3 du son dans l'air à 25°C .

4.4-) Calculer la célérité C_4 du son dans le dihydrogène à la température $T_2 = 25^\circ\text{C}$. Données : $O : 16\text{g/mol}$, $H=1\text{g/mol}$.

EXERCICE 5 :** Un vibreur entretenu électriquement est animé d'un mouvement sinusoïdal de fréquence $f=50\text{Hz}$. Dans tout le problème, on supposera l'amortissement des ondes négligeables lors de la propagation. À la lame du vibreur est fixée l'extrémité O d'une corde élastique tendue horizontalement. L'autre extrémité de cette corde comporte un dispositif qui empêche la réflexion des ondes. Le vibreur impose au point O un mouvement sinusoïdal vertical d'amplitude $a=5 \cdot 10^{-3}\text{m}$.

5.1-) Définir la longueur d'onde de la vibration et calculer sa valeur, sachant que la célérité des ondes le long de la corde est $c=10\text{m/s}$.

5.2-) En prenant comme origine des temps l'instant où la lame du vibreur passe par sa position d'équilibre dans le sens des elongations positives.

5.2.1-) Écrire l'équation du mouvement du point O.

5.2.2-) Écrire l'équation du mouvement d'un point A de la corde située à 5cm de O et celle du mouvement de B située à 15cm de O. Quelle est la différence de phase entre les mouvements des points A et B ? Que peut-on dire de ces mouvements ?

5.3-) a) représenter l'aspect de la corde à l'instant $t=0,04\text{s}$.

b) Quelles sont les abscisses des points de la corde qui vibrent en phase avec le point O ?

c) Quelles sont les abscisses des points de la corde qui vibrent en opposition de phase avec le point O ?

5.4) A l'instant $t=0,004\text{s}$, où se situent les points qui ont :

5.4.1) Une vitesse positive ?

5.4.2) Une vitesse négative ?

EXERCICE 6* :** Un vibreur est muni d'une pointe fine dont l'extrémité, animé d'un mouvement vertical sinusoïdal de fréquence $N=25\text{Hz}$ et d'amplitude $2,5\text{mm}$, frappe en un point O, la surface d'un liquide au repos. On négligera l'amortissement du mouvement au cours de la propagation et on supposera qu'il n'y a pas de réflexion des ondes sur les parois du récipient. On provoque l'immobilité apparente du phénomène par éclairage stroboscopique.

6.1) Quelle relation doit exister entre N_e , fréquence des éclairs et N , fréquence du vibreur. Quelle est la valeur maximale de N_e ?

6.2.1.1-) Décrire l'aspect de la surface du liquide.

6.2.1.2-) La distance séparant 6 crêtes consécutives est $d=10\text{cm}$.

- Définir la longueur d'onde d'un mouvement vibratoire.

- Calculer la longueur d'onde et la célérité des ondes à la surface du liquide.

6.2.2-) Écrire l'équation du mouvement du point O, $y_O = f(t)$, en supposant qu'à l'instant $t=0$, $y_O = 0$ le mouvement allant dans le sens positif des elongations.

6.2.3-) Écrire l'équation du mouvement d'un point M situé à 3cm de O et celle du mouvement d'un point N situé à 5,5cm de O. Que peut-on dire du mouvement de M par rapport à celui de N ?

6.2.4-) Le vibreur est maintenant muni d'une fourche. Les extrémités des points de la fourche, animés d'un mouvement vertical sinusoïdal de fréquence $N=25\text{Hz}$, frappent en deux points O_1 et O_2 la surface d'un liquide au repos. La distance O_1O_2 vaut $d' = 72\text{mm}$. Les ondes se propagent à la surface du liquide avec la célérité $c=50\text{m/s}$.

6.2.4.1-) Décrire l'aspect de la surface du liquide.

6.2.4.2-) Retrouver la condition pour qu'un point de la surface du liquide soit :

- Sur une ligne de vibration maximale.

- Sur une ligne de vibration nulle.

En déduire l'état vibratoire d'un point P situé à 17cm de O_1 et à 10cm de O_2 et d'un point Q situé à 9cm de O_1 et 5cm de O_2 .

6.2.4.3-) Déterminer le nombre et la position des points de vibration maximale sur le segment O_1O_2 . Leur position sera compté à partir de O_1 . En déduire le nombre de points de vibration nulle sur le segment O_1O_2 .

EXERCICE 7** :

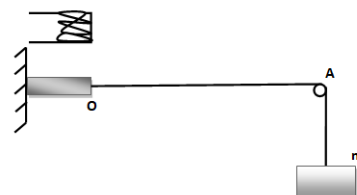
Au cours de l'expérience de MELDE, une lame reliée à l'extrémité O d'une corde élastique horizontale passant par la gorge d'une poulie, vibre à la fréquence de 50Hz. La corde est convenablement tendue par une masse m.

7.1-) Décrire l'aspect de la corde lorsque la lame vibre.

7.2-) Comment appelle-t-on un tel phénomène ?

7.3-) Un groupe d'élèves se propose au cours d'une séance de travaux pratiques d'étudier les variations du nombre n de fuseaux en fonction de la longueur utile l de la corde. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

l(cm)	15	30	45	60	75	90	105	120
a(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8



7.3.1-) Construire le graphe $n=f(l)$. Echelle : 1cm pour 15mm ; 1cm pour 1 fuseau.

7.3.2-) Rappeler la relation entre l, n et λ .

7.3.3-) Calculer la pente de la droite $n=f(l)$ et en déduire la longueur d'onde λ .

7.3.4-) Calculer la valeur de la célérité c des ondes.

7.3.5-) Quelle est l'intensité de la tension de la corde sachant que sa masse linéique est $\mu = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{kg.m}^{-1}$ et la célérité $c=15\text{m/s}$? En déduire la masse m de la charge. On prendra $g=10\text{N/kg}$.

EXERCICE 8* :** Un point S_1 de la surface d'un liquide au repos est animé d'un mouvement vertical, de faible amplitude, d'équation $y_{S_1} = a \sin \omega t$ (fréquence 100Hz, amplitude de 0,4mm sens positif des elongations ascendant). Le mouvement débute à l'instant $t=0\text{s}$, la vitesse de propagation en surface est 20cm/s.

On supposera dans tout le problème que le mouvement se propage sans amortissement.

8.1-) Calculer la pulsation du mouvement.

8.1.1-) Établir l'équation du mouvement d'un point situé à la distance d de S_1 .

8.1.2-) Représenter l'aspect de la surface du liquide, dans un plan vertical passant par S_1 , aux instants $t_1 = 3,5 \cdot 10^{-2}$ et $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2}$ (Echelle : 1cm représentera 1mm)

8.2-) Un deuxième point S_2 de la surface est animé d'un mouvement vertical de même fréquence de même amplitude d'équation $y_{S_2} = a \sin(\omega t + \varphi)$ avec $\varphi > 0$, on posera $S_1S_2 = 2d_1$.

8.2.1-) Déterminer la plus faible valeur de φ pour qu'en O, milieu de S_1S_2 , l'amplitude a soit nulle.

8.2.2-) Déterminer la plus faible valeur de φ pour qu'en O, milieu de S_1S_2 , l'amplitude a soit égale à $a\sqrt{2}$.

Cette valeur de φ étant réalisée, à quelle condition le mouvement du point O, est-il en concordance de phase avec le mouvement de S_1 ? (le mouvement de S_1 est supposé non perturbé par S_2).

8.3-) Un troisième point S_3 situé à la même distance O que S_1 et S_2 est animé d'un mouvement ver-

tical de même fréquence d'équation $y_{S_3} = b \sin(\omega t + \varphi)$. La distance d_1 étant quelconque, déterminer b et la valeur de φ dans le cas où φ a la valeur déterminée dans 8.2.2 pour que l'amplitude de O soit nulle.

EXERCICE 9* :** L'extrémité S d'une lame vibrante exécute un mouvement vibratoire sinusoïdal entre deux points distants de 2cm, la fréquence du mouvement est $f=50\text{Hz}$.

9.1-) Écrire l'équation horaire du mouvement de S sachant qu'à $t=0\text{s}$, S passe par la position d'équilibre dans le sens positif des elongations. Au point S de la lame, est fixé l'extrémité O d'une corde OB de longueur $l=2,4\text{cm}$ et de masse $m=1,5\text{g}$; l'autre extrémité B de la corde tendue par une force d'intensité de 1N, cette extrémité est fixée de telle sorte qu'il n'y a pas réflexion des ondes. D'autre part, on néglige les amortissements.

9.2.1-) Calculer la célérité des ondes le long de la corde.

9.2.2-) Définir et calculer la longueur d'onde des vibrations le long de la corde.

9.2.3-) Ecrire l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde situé à la distance $x=60\text{cm}$ de S. Que peut-on dire des mouvements de S et de M?

9.2.4-) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t=0,07\text{s}$.

SOLUTIONS

EXERCICE 1 : 1-) a) • $\lambda = 4,0\text{m}$ (distance entre deux maxima consécutifs, par exemple); • $y_m = 0,50\text{m}$ (obtenue par lecture graphique); • $T = \frac{\lambda}{v} = 2,0\text{s}$ et $N = \frac{1}{T} = 0,50\text{Hz}$

b) A $t=2,5\text{s}$, l'onde a progressé de $\Delta x = v \times \Delta t = 2 \times (2,5 - 0) = 5,0\text{m}$ (voir figure ci-contre).

c) L'onde atteint le point A à t_A tel que : $\frac{x_A - x(t=0)}{t_A - 0} = v$ soit $t_A = \frac{x_A - x(t=0)}{v}$ d'où $t_A = \frac{10 - 6}{2} = 2,0\text{s}$

($x(t=0)=6\text{m}$ est la position du front d'onde à $t=0\text{s}$)

d) Pour $t < t_A$, il n'y a aucun signal en A d'où : $y=0$ (voir figure page suivante).

Le signal apparaît à partir de t_A (signal positif pour t légèrement supérieur à t_A).

2-) Pour $y = 0,25 \sin(0,8x - 60t)$

• amplitude : $a=0,25\text{m}$ • la pulsation $\omega = 60\text{rad/s}$

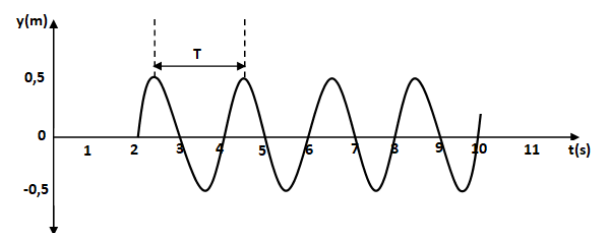
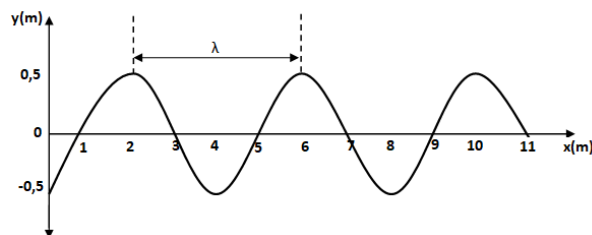
• la longueur d'onde on a :

$y = 0,25 \sin(0,8x - 60t) \Leftrightarrow y = -0,15 \sin(30t - 0,2x) \Leftrightarrow y = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$ par identification, $\frac{2\pi}{\lambda} = 0,8 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{0,8} \Leftrightarrow \lambda = 7,8\text{m}$

• la célérité : on a $\lambda = cT$ et $T = \frac{2\pi}{\omega}$ d'où $c = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$

A.N : $c = \frac{7,8 \times 60}{2\pi} = 74,5\text{m/s}$

• sens du mouvement : $\dot{y} < 0$, alors le sens du mouvement est décroissant.



EXERCICE 2 : 1-) $\Delta t = \frac{C_1 C_8}{v} = \frac{L-l}{v}$ A.N : $\Delta t = \frac{15,4-7}{340} = 2,5 \times 10^{-3}$

Cette valeur est supérieure à la précision du chronomètre : il faut donc en tenir compte.

Ainsi, dans les grandes compétitions, un haut-parleur est-il installé derrière chaque coureur (avec des longueurs de fils électriques identiques entre le starter et les haut parleurs).

2-) Soit d la distance entre le mur et l'observateur. La durée d'un aller retour (distance $2d$) du son est $\Delta t = \frac{2d}{v}$

Il faut $\Delta > 0,1\text{s}$, soit $\frac{2d}{v} > 0,1$, donc $d > v \times 0,05 \simeq 17\text{m}$

• 17m est la distance minimale.

3-) textbfa) Le son se propage à des vitesses différentes dans l'eau et le cuivre.

textbfb-) Durée de propagation dans le cuivre : $\Delta t_c = \frac{d}{v_c}$; et dans l'eau $\Delta t_e = \frac{d}{v_e}$. Le son se déplaçant en général plus vite dans les métaux que dans l'eau : $\Delta t = \Delta t_e - \Delta t_c = \frac{d}{v_e} - \frac{d}{v_c}$ soit $\frac{\Delta t}{d} = \frac{1}{v_e} - \frac{1}{v_c}$ d'où

$$v_c = \frac{1}{\frac{1}{v_e} - \frac{\Delta t}{d}}$$

$$\text{A.N : } v_c = \frac{1}{\frac{1}{1500} - \frac{0,0934}{200}} \simeq 5010 \text{ Donc } v_c \simeq 5010 \text{ m/s}$$

4-) L'orage se trouvant à la distance d : si l'éclair a lieu à $t=0s$, l'observateur perçoit la lumière à $t_1 = \frac{d}{v_L}$ et le son à $t_2 = \frac{d}{v_S}$

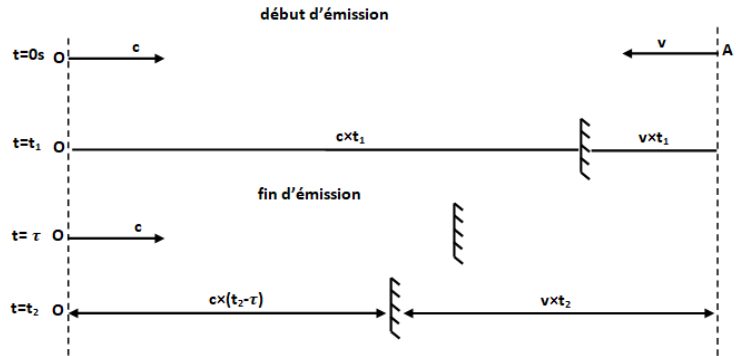
La durée séparant les deux événements est donc $\Delta t = t_S - t_L = d(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_L})$ comme $v_L \gg v_S$ (très supérieure), $\Delta t \simeq \frac{d}{v_S}$. Si Δt est en seconde, d en km, alors $v_S \simeq 0,34 \text{ km/s}$ et on obtient : $d(\text{km}) = v_S \times \Delta t(\text{s}) \simeq 0,34 \times \Delta t(\text{s})$, soit $d(\text{km}) \simeq \frac{\Delta t(\text{s})}{3}$ car $0,34 \simeq \frac{1}{3}$.

EXERCICE 3 : 1-)

La vitesse d'écoulement du son par rapport au laboratoire est $(v+u)$ dans le cas 1 et $(v-u)$ dans le cas 2 (dans le dernier cas, $v > u$ sinon le son n'arrive pas en B, et de plus si on avait $u > v$, le mur du son serait atteint...).

$$\begin{cases} \Delta t_1 = \frac{AB}{v+u} \\ \Delta t_2 = \frac{AB}{v-u} \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} v+u = \frac{AB}{\Delta t_1} \\ v-u = \frac{AB}{\Delta t_2} \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} v = \frac{AB}{2} \left(\frac{1}{\Delta t_1} + \frac{1}{\Delta t_2} \right) \\ u = \frac{AB}{2} \left(\frac{1}{\Delta t_1} - \frac{1}{\Delta t_2} \right) \end{cases}$$



$$\text{A.N : } v = \frac{20}{2} \left(\frac{1}{5,46 \times 10^{-2}} + \frac{1}{6,58 \times 10^{-2}} \right) \simeq 335 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } u = \frac{20}{2} \left(\frac{1}{5,46 \times 10^{-2}} - \frac{1}{6,58 \times 10^{-2}} \right) \simeq 31,2 \text{ m.s}^{-1}$$

2-) a) Soit t_1 , l'instant auquel le début du signal atteint l'objet, et t_2 l'instant auquel la fin du signal atteint l'objet : $\tau' = t_2 - t_1$

$$\text{On a donc : } c \times t_1 + v \times t_1 = OA = c \times (t_2 - \tau) + v \times t_2, \text{ soit } \tau' = t_2 - t_1 = \frac{c}{c+v} \tau (< \tau)$$

Si $\vec{v}$ change de sens, alors il faut remplacer v par $-v$

$$\text{b) } v = c \left(\frac{\tau}{\tau' - 1} \right)$$

$$\text{A.N : } v = 340 \left(\frac{10^{-3}}{0,87 \times 10^{-3}} - 1 \right) \simeq 50,8 \text{ m.s}^{-1} \simeq 183 \text{ km.h}^{-1}$$

3-) a) Les sons graves et aigus sont émis au même instant, mais ils ne se propagent pas à la même vitesse (les aigus allant plus vite) : c'est le phénomène de dispersion. La vitesse de propagation des ondes sonore dépend de leur fréquence.

b) Il en est de même dans une salle de concert, mais la distance n'est pas suffisante pour que la différence des durées de propagation soit perceptible.

4-) a) Les ultrasons sont des ondes de pression.

$$\text{b) } \bullet T = \frac{1}{N} = \frac{1}{5 \times 10^6} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s} = 0,20 \mu\text{s} \quad \bullet \lambda = v \times T = \frac{v}{N} = \frac{340}{5 \times 10^6} = 6,8 \times 10^{-5} \text{ m} = 68 \mu\text{m}$$

c) $d \gg \lambda$ (est très supérieur à λ) : il n'y a pas diffraction, donc l'émission est directive.

d) Cela implique que les milieux ne sont pas identiques, ce qui peut s'expliquer par la présence d'une tumeur.

EXERCICE 4 : (4.1-) Soient d_1 et d_2 les densités des deux gaz, par rapport à l'air. Si les deux

gaz sont mélangés dans les proportions telles qu'une unité de volume du mélange contienne la fraction x du premier gaz et la fraction $(1-x)$ du second, alors la densité du mélange est $d_m = x d_1 + (1-x) d_2$.

Démonstration : Le volume du mélange est $V = x V_1 + (1-x) V_2 \Rightarrow \frac{M}{\rho} = x \frac{M_1}{\rho_1} + (1-x) \frac{M_2}{\rho_2}$ (avec

$$\rho_i = \frac{M_i}{V_i})$$

$$\Leftrightarrow \frac{29d}{\rho} = x \frac{29d_1}{\rho_1} + (1-x) \frac{29d_2}{\rho_2} \quad (d_i = \frac{M_i}{29})$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\rho} = x \frac{d_1 \rho_1}{\rho} + (1-x) \frac{d_2}{\rho_2}$$

les deux gaz sont mélangés donc $\rho = \rho_1 + \rho_2$ alors $d = x d_1 + (1-x) d_2$

$$\Rightarrow d_m = \frac{3}{4} d_{H_2} + \frac{1}{4} d_{O_2} = \frac{3}{4} \frac{M_{H_2}}{29} + \frac{1}{4} \frac{M_{O_2}}{29}$$

$$= \frac{3}{4} \frac{2}{29} + \frac{1}{4} \frac{32}{29} \text{ Donc } d_m = \frac{19}{58}$$

de la relation $C_a \sqrt{d_a} = C_m \sqrt{d_m}$, on tire

$$C_m = \frac{C_a \sqrt{d_a}}{\sqrt{d_m}}$$

A.N : à 0° , on a : $C_m = \frac{331 \times 1}{\sqrt{\frac{19}{58}}} = 578,3$ Donc $C_m = 578,3$

4.2-) à $25^\circ C$, on a de la relation $\frac{C'_m}{\sqrt{T_1}} = \frac{C_m}{\sqrt{T_0}}$

$C'_m = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_0}} C_m$ A.N : $C_m = 578,3 m/s$; $T_0 = 0 + 273^\circ K$; $T_1 = 25 + 273 = 298^\circ K$

$C'_m = \sqrt{\frac{298}{273}} \times 578,3 = 604,2 m/s$ Donc $C'_m = 604,2 m/s$

4.3- à $25^\circ C$ dans l'air, on a : $\frac{C_0}{\sqrt{T_0}} = \frac{C_1}{\sqrt{T_1}}$

$$\Leftrightarrow C_1 = \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \cdot C_0$$

A.N : $T_0 = 0 + 273^\circ K$, $T_1 = 25 + 273 = 298^\circ K$, $C_0 = 331 m/s$

$$C_1 = \sqrt{\frac{298}{273}} \cdot 331 = 345,8 m/s$$

4.4-) à la même température de $25^\circ C$

$$C_1 \sqrt{d_1} = C_2 \sqrt{d_2}$$

$\Leftrightarrow C_2 = C_1 \frac{\sqrt{d_1}}{\sqrt{d_2}}$ avec $d_2 = 2 \frac{M_H}{29}$ et $d_1 = 1$ (densité de l'air)

$$C_2 = \frac{345,8 \times \sqrt{1}}{\sqrt{\frac{2 \times 1}{29}}} = 1,32 \times 10^3 m/s$$

EXERCICE 5

5.1-) La longueur d'onde est égale à la distance parcourue par le mouvement vibratoire pendant une période T de la source.

$$\begin{cases} \lambda = cT \\ T = \frac{1}{f} \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \text{ A.N : } \lambda = \frac{10}{50} \Rightarrow \lambda = 0,2 m$$

5.2.1-) Equation du mouvement de O.

$y_0 = a \cos(\omega t + \varphi)$, $a = 5 \cdot 10^{-3} m$, $\omega = 2\pi N = 100\pi rad/s$ Déterminons φ :

$$t = 0 \begin{cases} y_0 = 0 \\ \dot{y}_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cos(\omega(0) + \varphi) = 0 \\ -a \sin(\varphi) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ \sin \varphi < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \varphi = -\frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ car } \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2}) > 0 \\ \sin(-\frac{\pi}{2}) < 0 \end{cases}$$

Donc $y_0 = 5 \cdot 10^{-3} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})(m)$ ou $y_0 = 5 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t)(m)$ car $\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin \theta$

5.2.2-) Equation au point A et B.

$$\bullet y_A = 5 \cdot 10^{-3} \sin(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x_A) = 5 \cdot 10^{-3} \sin(\frac{2\pi}{0,02} t - \frac{2\pi \times 0,05}{0,2})$$

$$\bullet y_B = 5 \cdot 10^{-3} \sin(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x_B) = 5 \cdot 10^{-3} \sin(\frac{2\pi}{0,02} t - \frac{2\pi \times 0,15}{0,2})$$

Donc $y_A = 5 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$, $y_B = 5 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t - \frac{3\pi}{2})$ y_A et y_B s'exprime en m.

• Différence de phase entre A et B.

$$|\Delta\varphi| = |\varphi_A - \varphi_B| = |-\frac{\pi}{2} - (-\frac{3\pi}{2})| = |\pi| = \pi$$

d'où $|\Delta\varphi| = |\varphi_A - \varphi_B| = \pi rad$ qui est sous la forme $|\Delta\varphi| = (\pi + 2k\pi)$ avec $k=0$, les points A et B vibrent en opposition de phase.

5.3-) a) Aspect de la corde à $t=0,04s$.

$$y_M = a \sin[100\pi(t - \frac{x}{c})] = 5 \cdot 10^{-3} \sin[100\pi(0,04 - \frac{x}{10})] \Leftrightarrow$$

$$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin(4\pi - 10\pi x)$$

Déterminons la longueur l de la corde.

$$l = c \times t = 10 \times 0,04 = 0,4 m \text{ on peut voir que } \frac{l}{\lambda} = \frac{0,4}{0,2} = 2$$

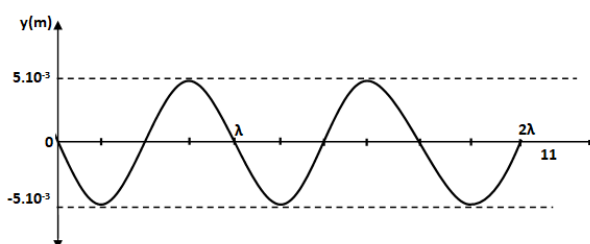
$$\Rightarrow l = 2\lambda.$$

x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	λ
y	0	$-5 \cdot 10^{-3}$	0	$5 \cdot 10^{-3}$	0

b) Abscisse des points qui vibrent en phase.

$$x = k\lambda, k \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow x = 0,2k(m) \quad k \in \mathbb{N}^*$$

c) Abscisse des points qui vibrent en opposition de phase.



$$x = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, k \in \mathbb{N}^*, x=0,1+0,2k \text{ (m)}, k \in \mathbb{N}^*$$

5.4.1-) Position des points ayant une vitesse positive.

$$\dot{y} > 0 \text{ or } \dot{y} = 100\pi \cos(100\pi t - 10x) = 0,5\pi \cos(100\pi \times 0,04 - 100\pi x)$$

$$\dot{y} = 0,5\pi \cos(100\pi x) > 0 \Rightarrow \cos(100\pi x) > 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < 100\pi x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -0,05 < x < 0,05 \text{ or } x > 0, \text{ donc } x < 0,05 \text{ m.}$$

5.4.2-) Position des points ayant une vitesse négative $\dot{y} < 0$ ($V < 0$) si $\cos(100\pi x) < 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < 100\pi x < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow 0,05 \text{ m} < x < 0,15 \text{ m.}$

EXERCICE 6 : 6.1-) Relation entre N_e et N .

Pour qu'il y ait immobilité apparente, entre 2 éclairs, la pointe devra décrire un nombre entier d'oscillations et se trouvera ainsi toujours dans la même position. Alors $N_e = \frac{N}{k}$. La valeur maximale de N_e est égale à celle des vibrations de la pointe soit $N_e = N = 25 \text{ Hz}$ (donc avec $k=1$).

6.1.1-) Description de l'aspect de la surface du liquide.

La surface du liquide est le siège d'ondes progressives de fréquences N et de célérité c . La distance séparant 2 rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ des vibrations.

6.1.2-) La distance entre 6 crêtes consécutives est $d=10 \text{ cm}$.

• Définition de la longueur d'onde : la longueur d'onde est l'espace parcouru par le mouvement vibratoire pendant une période T de la source.

• Calcul de λ et c .

La distance séparant 6 crêtes consécutives est $d = (6 - 1)\lambda = 5\lambda \Rightarrow$

$$\lambda = \frac{d}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{ Donc } \lambda = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{N} \Rightarrow c = \lambda N$$

$$\text{A.N : } c = 2 \cdot 10^{-2} \times 25 = 0,5 \text{ Donc } c = 0,5 \text{ m/s.}$$

6.2-) Equation du mouvement du point O l'équation générale du

mouvement de O est $y_0 = a \sin(\omega t + \varphi)$ à $t=0$, $y_0 = 0 \Rightarrow a \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = k\pi$

Le mouvement allant dans le sens positif des elongations, la vitesse du point O est positive, $V_O > 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$$\text{d'où } y_0 = 2,5 \cdot 10^{-3} \sin(2\pi N t) \text{ or } N=25 \text{ Donc } y_0 = 2,5 \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t)$$

6.3-) Equation du mouvement des points M et N

• Equation du point M :

$$y_M = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad y_M = 2,5 \cdot 10^{-3} \sin\left[50\pi t - \frac{2\pi \times 3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}}\right] = 2,5 \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t - 3\pi)$$

or $\sin \theta$ est périodique de période 2π d'où $\sin(\theta + 2k\pi) = \sin \theta$ Donc $y_M = 2,5 \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t + \pi)$

• Equation du point N :

$$y_N = a \sin\left[50\pi t - \frac{2\pi \times 5,5}{2}\right] \Rightarrow y_N = a \sin(50\pi t - 5,5\pi) \quad y_N = a \sin(50\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ car } -5,5\pi = -\frac{11\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 6\pi = \frac{\pi}{2} - 2k\pi \text{ (avec } k=3) \text{ Donc } y_N = 2,5 \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t + \frac{\pi}{2})$$

La différence de phase entre le mouvement de M et N est $\Delta\varphi = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ donc les points M et N vibrent en quadrature de phase. car $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ avec $k=0$.

6.4-) INTERFERENCE

6.4.1-) Description de l'aspect de la surface du liquide.

Les points de la surface du liquide ne vibrent plus tous à la même amplitude. Certains sont immobiles dessinant des hyperboles de foyers O_1 et O_2 , d'autres ont une amplitude maximale, dessinant un autre réseau d'hyperboles intercalées avec les précédentes.

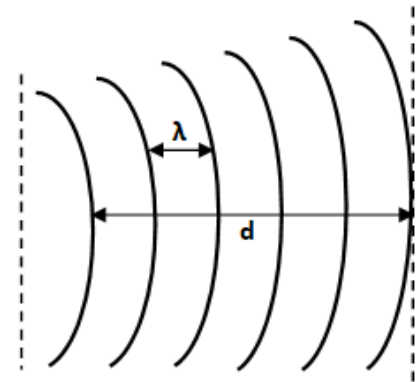
6.4.2-) Condition pour qu'un point de la surface soit sur une ligne de vibration maximale : L'elongation y de la vibration résultante à un point M à l'instant t est donné par la relation (voir cours) $y_M = 2a \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2))$

Une ligne de vibration maximale correspond à l'amplitude maximale : c'est-à-dire $\cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = k\pi \Rightarrow |d_2 - d_1| = k\lambda$

• Condition pour qu'un point de la surface soit sur une ligne de vibration nulle. Il faut que : $\cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow |d_2 - d_1| = k\lambda$

$$\Leftrightarrow |d_2 - d_1| = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

• Etat vibratoire du point P.



$d_1 = 17\text{cm}$; $d_2 = 10\text{cm}$, $|d_1 - d_2| = 7\text{cm}$, $\lambda = 2\text{cm}$ d'où $|d_2 - d_1| = (3 \times 2 + 1)\frac{\lambda}{2}$ Donc P est sur une ligne de vibration nulle.

- Etat vibratoire de Q.

$d_1 = 9\text{cm}$; $d_2 = 5\text{cm}$; $|d_2 - d_1| = 4\text{cm} \rightarrow |d_2 - d_1| = 2\lambda$ Donc Q est sur une ligne de vibration maximale.

6.4.3-) Nombre de points de vibration maximale sur le segment O_1O_2 .

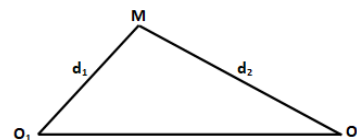
$d_1 + d_1 > O_1O_2$ et $|d_1 - d_2| < O_1O_2$

$$\Leftrightarrow |d_1 - d_2| \leq O_1O_2 \leq d_2 + d_1 \Leftrightarrow |K\lambda| \leq O_1O_2$$

$$\Leftrightarrow |K| \leq \frac{O_1O_2}{\lambda}$$

$$\text{A.N } |K| \leq \frac{7,2}{2} = 3,6 \Leftrightarrow -3,6 \leq K \leq 3,6$$

Donc K peut prendre les valeurs -3,-2,-1,0,1,2,3.



Toutes les hyperboles de foyer O_1 et O_2 coupent le segment O_1O_2 , donc à chaque ligne de vibration maximale correspond un point de vibration maximale entre O_1 et O_2 alors entre O_1 et O_2 , on a 7 points de vibration maximale .

- La position de ces points

$$O_1M = x$$

$$MO_2 = d' - x$$

Un point M de O_1O_2 est repéré par la distance x au point O_1 ,

sa distance à O_2 sera alors $d' - x$ (avec $d' = O_1O_2$). La condition de la vibration maximale s'écrit

$$d_2 - d_1 = K\lambda \Leftrightarrow (d' - x) - x = K\lambda \Leftrightarrow d' - 2x = K\lambda$$

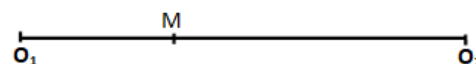
$$\rightarrow \text{ou} \rightarrow x = \frac{d' - K\lambda}{2}$$

$$\text{A.N } x = \frac{7,2 - 2K}{2} = 3,6 - K(\text{cm})$$

En remplaçant K par ses différentes valeurs

On a le tableau :

K	-3	-2	-1	0	1	2	3
x(cm)	6,6	5,6	4,6	3,6	2,6	1,6	0,6



Les franges de vibration nulle sont intercalés dans les franges de vibration maximale , donc le nombre de points de vibration nulle sur le segment O_1O_2 est 6.

EXERCICE 7 7.1-) On observe en éclairage normal des fuseaux le long de la partie OB de la corde certains points de la corde sont immobiles : ce sont des **noeuds** et d'autres vibrent avec une amplitude maximale ce sont les **ventres**.

7.2-) C'est le phénomène des ondes stationnaires.

7.3.1-) Tracé du graphe $n=f(l)$. (Voir page suivante)

7.3.2-) Rappel de la relation entre l, n et λ $l = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = (\frac{2}{\lambda})l$ (1)

7.3.3-) Calculons la pente k.

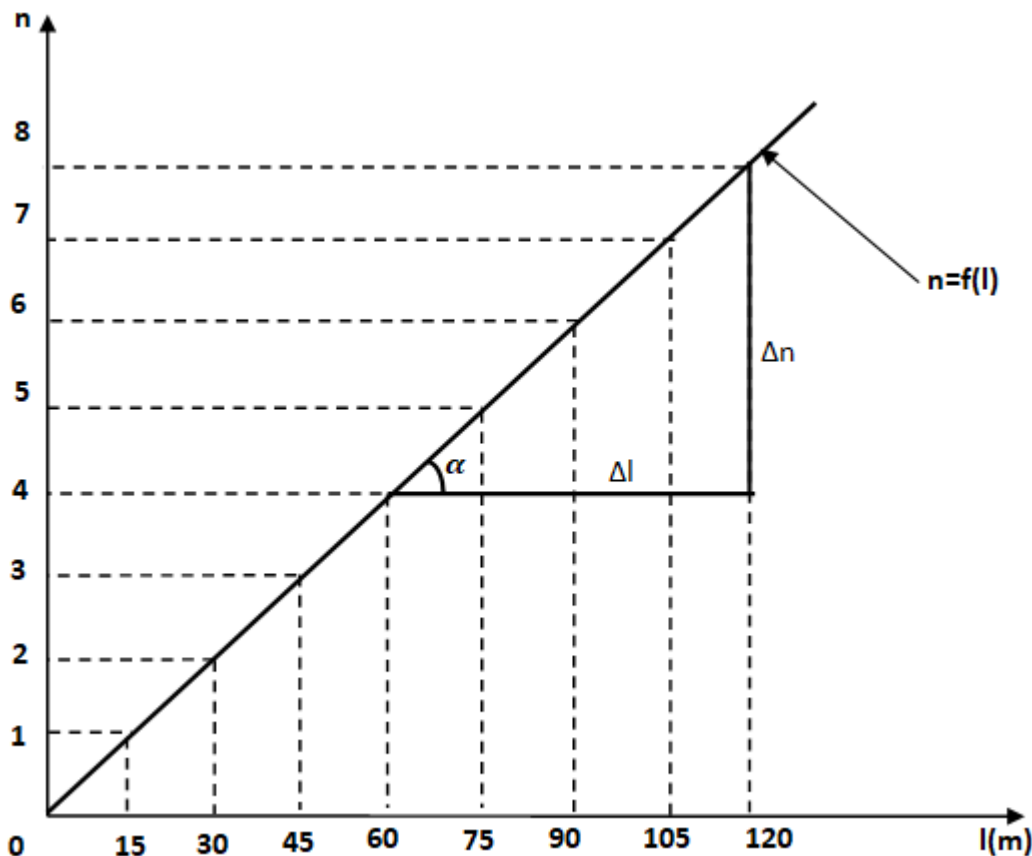
$$k = \tan \alpha = \frac{\Delta n}{\Delta l} = \frac{n_2 - n_1}{l_2 - l_1} = \frac{8 - 4}{(120 - 60) \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow k = 6,67 \text{ fuseaux/m}$$

- Calcul de λ .

$$\text{on a : } n = \frac{2l}{\lambda} \text{ et } n = kl \Rightarrow k = \frac{2}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{2}{k}$$

$$\text{A.N : } \lambda = \frac{2}{6,67} \simeq 0,3 \text{ Donc } \lambda \simeq 0,3\text{m}$$

7.3.4-) Calculons la célérité.



on a : $\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow c = \lambda f$

A.N : $c = 0,3 \times 50 = 15$ Donc $c = 15 \text{ m/s}$

7.3.5-) • Calculons l'intensité de la tension F.

on a : $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Leftrightarrow F = c^2 \mu$

A.N : $F = (15)^2 \times 4,4 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow F = 0,99 \text{ N}$

• Calculons la masse m de la charge

$F = mg \Rightarrow m = \frac{F}{g}$ A.N : $m = \frac{0,99}{10} \Leftrightarrow m = 0,099 \text{ kg}$

EXERCICE 8 8.1-) Calcul de la pulsation.

$\omega = 2\pi N = 200\pi$ Donc $\omega = 628,32 \text{ rad/s}$

8.1.1-) Equation d'un point M situé à une distance d de S_1 .

Comme dans les exercices précédents $y_M = a \sin(2\pi Nt - \frac{2\pi}{\lambda} d)$

8.1.2-) Aspect de la surface du liquide à t_1 et t_2

• Pour $t_1 = 3,5 \cdot 10^{-2}$

$$y_{1M} = a \sin(200\pi \times 3,5 \cdot 10^{-2} - \frac{2\pi}{\lambda} d) = a \sin(\frac{2\pi}{\lambda} d)$$

• Pour $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2}$

$$y_{2M} = a \sin(200\pi \times 3,75 \cdot 10^{-2} - \frac{2\pi}{\lambda} d) = a \cos(\frac{2\pi}{\lambda} d)$$

D'où la tableau de valeur ci-dessous.

d	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	λ
y_{1M}	0	a	0	-a	0
y_{2M}	a	0	-a	0	a

8.2-) $y_{S_1} = a \sin(\omega t + \varphi)$ ($\varphi > 0$), $S_1 S_2 = 2d_1$

8.2.1-) La plus faible valeur de φ pour qu'en

O, $A=0$.

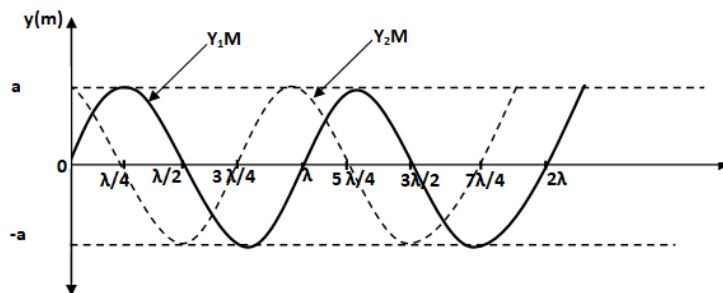
$$y_{OS_1} = a \sin[\omega(t - \frac{d_1}{c})] = a \sin(2\pi Nt - \frac{2\pi}{\lambda} d_1);$$

$$y_{OS_2} = a \sin(2\pi Nt - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 + \varphi)$$

$$y_{OS_1} + y_{OS_2} = A \sin(2\pi Nt + \varphi) \text{ avec}$$

$$\varphi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda} d_1, \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} d_1 + \varphi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}; \cos \frac{\varphi}{2} = \frac{A}{2a}$$



$$\Rightarrow A = 2a \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \varphi = \pi + 2K\pi$$

La plus petite valeur de φ est donc $\varphi = \pi$

8.2.2-) La plus petite valeur de φ pour qu'en 0 $A = a\sqrt{2}$

$$A = a\sqrt{2} \Leftrightarrow 2a \cos \frac{\varphi}{2} = a\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{4} + 2K\pi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} + 4K\pi \text{ donc la plus petite valeur de } \varphi \text{ est } \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

• Condition pour que le mouvement de O soit en concordance de phase avec le mouvement de S_1

$$y_0 = a\sqrt{2} \sin(2\pi t + \varphi) = a\sqrt{2} \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1 + \frac{\pi}{4}]$$

$$y_{s_1} = a \sin(2\pi Nt)$$

La différence de phase entre S_1 et O est :

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}d_1 + \frac{\pi}{4} - 0, \text{ O est en concordance de phase avec } S_1 \Leftrightarrow \Delta\varphi = 2K\pi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2\pi}{\lambda}d_1 + \frac{\pi}{4} = 2K\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}d_1 = \frac{\pi}{4} - 2K\pi$$

$$\Rightarrow d_1 = (1 - 8K)\frac{\lambda}{8}$$

$$\text{Donc } d_1 = \frac{\lambda}{8} - K\lambda$$

8.3-) $y_{s_3} = b \sin(\omega t + 4)$

• calcul de b et λ

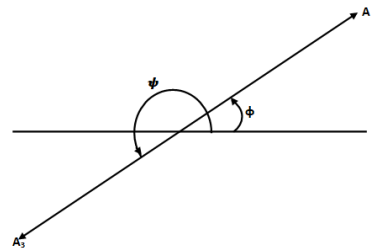
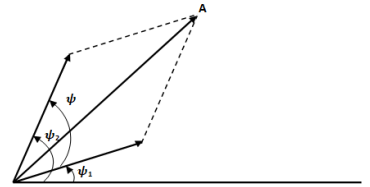
$$AO = 0 \Leftrightarrow A = -b$$

$$\Rightarrow b = -a\sqrt{2}$$

A est la résultante de a_1 et a_2

$$\varphi = \phi + \pi = -\frac{2\pi}{\lambda}d_1 + \frac{\pi}{4} + \pi$$

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}d_1 + \frac{5\pi}{4}$$



EXERCICE 9 :

9.1-) Equation horaire du mouvement de S :

$$y_s(t) = a \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } a = 1\text{cm et } \omega = 2\pi f = 100\pi \text{rad/s}$$

$$A \text{ à } t = 0 \begin{cases} y_s(t) = 0 \\ \dot{y}_s(t) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ -a \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ \sin \varphi < 0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow y_s(t) = a \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$

Donc $y_s(t) = \sin 100\pi t$ en cm. **9.2.1-)** Calcul de la célérité C des ondes

$$\text{On a : } C = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}} \text{ car } \mu = \frac{m}{l}$$

$$\text{A.N : } C = \sqrt{\frac{1 \times 2,4}{1,5 \cdot 10^{-3}}} = 40 \text{m/s}$$

9.2.2-) Calcul de la longueur d'onde des vibrations le long de la corde.

Définition : C'est la distance parcourue par l'onde pendant une période de la source.

$$\text{On a : } \lambda = CT = \frac{C}{f} \text{ A.N : } \lambda = \frac{40}{50} = 0,8 \text{m}$$

9.2.3-) Écrivons l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde situé à 60cm de S

$$y_M(t) = y_s(t - \theta) y_s(t - \frac{x}{c}) = \sin[100\pi(t - \frac{x}{c})]$$

$$= \sin(100\pi t - \frac{100\pi x}{C})$$

$$\Leftrightarrow y_M(t) = \sin(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x) \Leftrightarrow y_M(t) = \sin(100\pi t - \frac{3\pi}{2})$$

• État vibratoire de S par rapport à M

$$\Delta\varphi = -\frac{3}{2}\pi \text{rad}, \Delta\varphi < 0. \text{ Donc S est en quadrature avancée sur M.}$$

9.2.4-) Représentons l'aspect de la corde à l'instant $t = 0,07$.

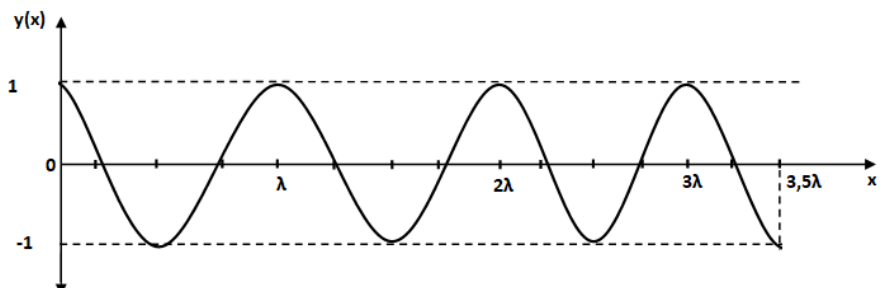
$$y(x, t) = \sin(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x) \Leftrightarrow$$

$$y(x, 0,07) = \sin(7\pi - \frac{5\pi}{2}x)$$

$$\Leftrightarrow y_x = \cos \frac{5\pi}{2}x = \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x) \text{ en cm}$$

λ	0	0,2	0,4	0,6	0,8
$y(x)$	1	0	-1	0	1

$$t = nT = \frac{n}{f}; n = tf = 3,5 \text{ période.}$$



Chapitre 9

LA LUMIERE

Objectif : À l'issue de ce chapitre l'élève doit pouvoir : Étudier les phénomènes d'interférences et d'effet photoélectrique, pour montrer le double aspect ondulatoire de la lumière.

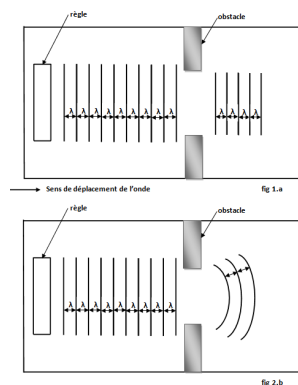
Dans la conception antique, la lumière était considérée comme une onde. Mais après les travaux des physiciens HERTZ et LOUIS DE BROGUE, un nouveau aspect est attribué à la lumière : **l'aspect corpusculaire**. La lumière a donc un double aspect : **ondulatoire** et **corpusculaire**.

1-) Aspect ondulatoire de la lumière

1.1) phénomène de diffraction :

a) **Diffraction d'une onde mécanique** : Provoquons la naissance des ondes planes à la surface d'un liquide à l'aide d'une règle liée à un vibreur. Interceptons les ondes par un obstacle comportant une ouverture variable.

Sur la figure 1.a l'ouverture est assez **grande**, l'onde est transmise suivant la même direction. Sur la figure 1.b l'ouverture est **petite** l'onde transmise change de forme et devient **circulaire** sans changer de longueur d'onde, on dit que l'onde s'est **diffractée**.



1.2.1-) L'expérience de YOUNG :

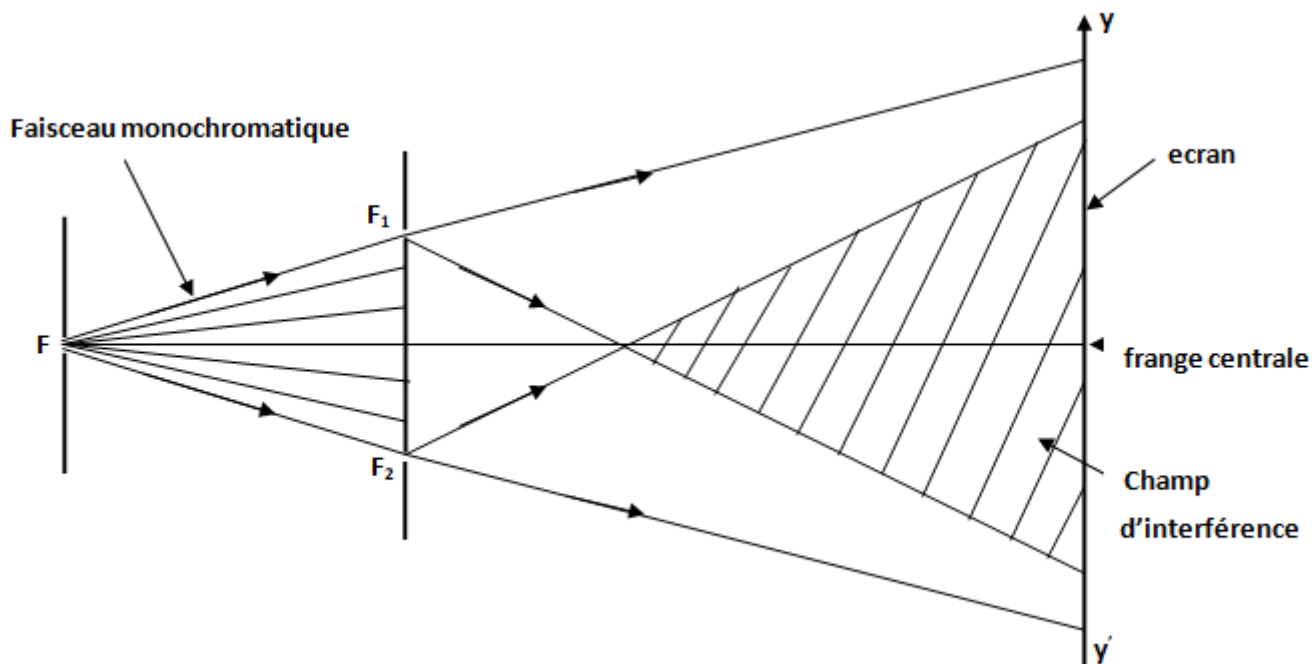


Fig 3 : dispositif de YOUNG

a) Dispositif expérimental :

F est la fente source très fine, F_1 et F_2 sont les fentes secondaires très proches, parallèles très fines. Le

faisceau issu de F se divise en deux sources secondaires et cohérentes en F_1 et F_2 . Ces deux sources se superposent dans leurs chemins.

b-) Observation : Sur l'écran (E), on observe une alternance de **franges brillantes** et **obscur**, **parallèles**, **équidistantes** et **symétriques** par rapport à la frange centrale.

Interprétation L'existence des franges montre qu'il y a interférence entre les sources secondaires. **La lumière est une onde.**

d) Expérience de la différence de marche : Considérons un point M de l'écran appartenant à la zone d'interférence. Les rayons issus de F_1 et F_2 arrivent au point M avec une différence de marche notée δ posons $F_1F_2 = a$ et appelons D la distance entre le plan des franges secondaire et l'écran, et $OM = x$.

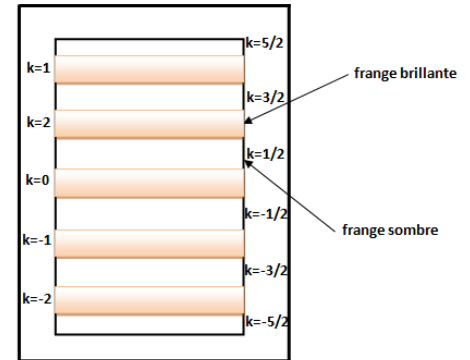
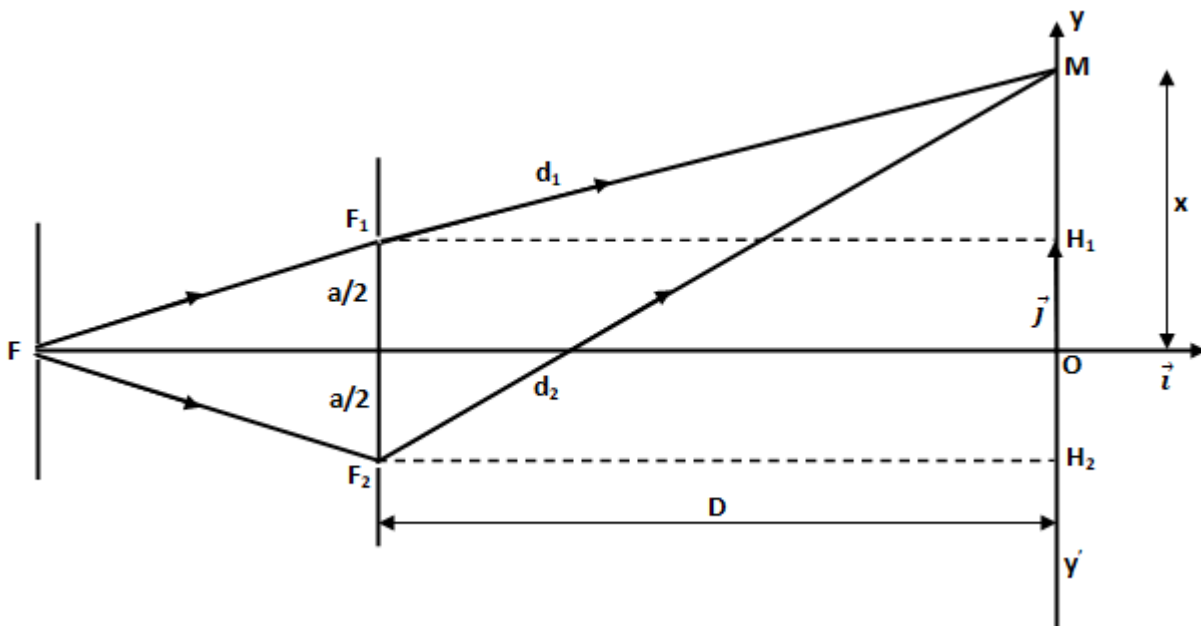


Fig4 : écran d'observation



$$\delta = (FF_2 + F_2M) - (FF_1 + F_1M) = F_2M - F_1M \text{ car } FF_1 = FF_2$$

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on a : $F_2(-D; -a/2)$; $M(0, x)$; $F_1(-D; a/2)$

$$F_2M = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2}, F_1M = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2}$$

$$F_2M^2 - F_1M^2 = (F_2M + F_1M)(F_2M - F_1M)$$

$$F_2M - F_1M = \frac{F_2M^2 - F_1M^2}{F_2M + F_1M} = \frac{D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - (D^2 + (x - \frac{a}{2})^2)}{F_2M + F_1M} = \frac{(x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2}{F_2M + F_1M}$$

$$\text{D'où } F_2M - F_1M = \frac{[(x + \frac{a}{2}) + (x - \frac{a}{2})][(x + \frac{a}{2}) - (x - \frac{a}{2})]}{F_2M + F_1M} \text{ Donc } \delta = \frac{2ax}{F_1M + F_2M}$$

La condition de production des franges d'interférence $\delta = \frac{2ax}{F_1M + F_2M} = \frac{2ax}{d_1 + d_2}$ car $D_1 + d_2 \simeq 2D$ Donc $\delta = \frac{ax}{D}$

position des franges brillantes : $\delta = k\lambda \Leftrightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x_k = \frac{k\lambda D}{a}$ ($k \in \mathbb{Z}$)
pour la frange centrale $k=0$, $x_0 = 0$.

position des franges obscures : $\delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \frac{ax_k}{D} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_k = \frac{(2k+1)\lambda D}{2a}$ ($k \in \mathbb{Z}$)
pour $k=0$, $x_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda D}{2a}$ (position de la 1^{ère} frange obscure).

N.B : Pour les franges brillantes, l'ordre des franges noté $p = \frac{\delta}{\lambda}$ est **entier**. Pour les franges obscures l'ordre des franges est **demi-entier**.

• **L'interfrange** : C'est la distance entre deux franges consécutives de même nature, elle est notée i .
 Pour les franges brillantes : $x_k = \frac{k\lambda D}{a}$, $x_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda D}{a}$ d'où $i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$ Donc $i = \frac{\lambda D}{a}$ i et D mètre (m).

1.2.2-) Intensité lumineuse :

On appelle intensité lumineuse ou éclaircissement en un point M , une **grandeur** proportionnelle au **carré** de l'**amplitude** de l'onde résultante en ce point on la note $I(M)$.

Soit y_{S_1} et y_{S_2} les elongations issues de F_1 et F_2 tels que $y_{S_1} = y_{S_2} = S_0 \cos \omega t$, au point M , on a :

$$y_M = y_{S_1M} + y_{S_2M} = 2S_0 \cos \frac{\pi}{2}(d_2 - d_1) \cos[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)]$$

Alors $I_M = k(2S_0 \cos \frac{\pi}{\lambda} \frac{ax}{D})^2$

$$I_M = 4kS_0^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} \frac{ax}{D} = 2kS_0^2(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{D}) = 2kS_0^2(1 + \cos \frac{2\pi x}{i})$$

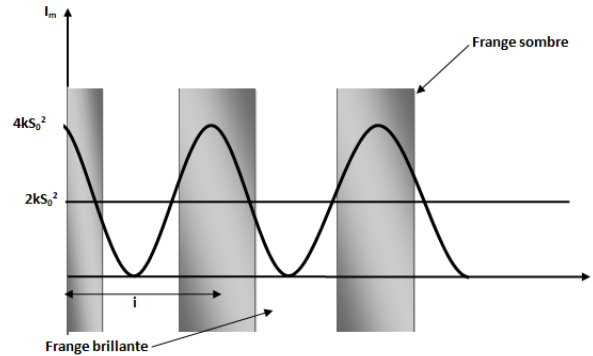


fig 6

1.2.3-) Déplacement des franges :

a) Par une lame à faces parallèles et d'épaisseur "e" :

Interceptons un des faisceaux émergents des fentes secondaires sur une lame à face parallèle (par exemple F_1). Le trajet F_1M s'allonge. Soit t le temps mis par la lumière pour traverser la lame d'épaisseur e . $t = e \div v$ (1)

v est la vitesse de la lumière dans la lame. Pendant ce même temps, dans le vide, la lumière parcourt une distance e' . On a : $t = e' \div c$ (2).

(1) $\Leftrightarrow \frac{e \div v}{e' \div c} = \frac{ne}{e'} \Rightarrow e' = ne$ car $n = c \div c_n$ n est l'indice de refraction de la lame à face parallèle.

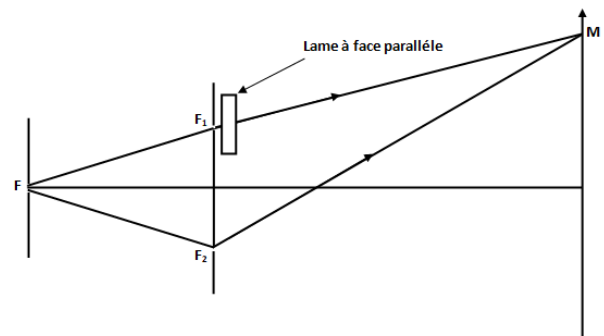
Le faisceau F_1M s'est allongé de $e' - e$.

$$e' - e = ne - e = e(n - 1).$$

La différence de marche, devient $\delta = F_2M - (F_1M + (n - 1)e) \Leftrightarrow \delta = F_2M - F_1M - (n - 1)e \Leftrightarrow \delta = \frac{ax}{D} - (n - 1)e$

Pour la frange centrale $\delta = 0$ ie $\frac{ax_0}{D} - (n - 1)e = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{(n-1)eD}{a}$

Nous remarquons que x_0 est supérieur à 0, ceci veut dire que le système de frange s'est déplacé de x_0 du côté où l'on a interposé la lame. L'interfrange ne change pas.



b) Par déplacement de la fente source F :

La différence de marche est : $\delta = (FF_2 + F_2M) - (FF_1 + F_1M) = (FF_2 - FF_1) + (F_2M - F_1M)$

$$\delta = (FF_2 - FF_1) + \frac{ax}{D}$$

$$FF_2^2 = D'^2 + (\frac{a}{2} + y)^2, FF_1^2 = D'^2 + (\frac{a}{2} - y)^2$$

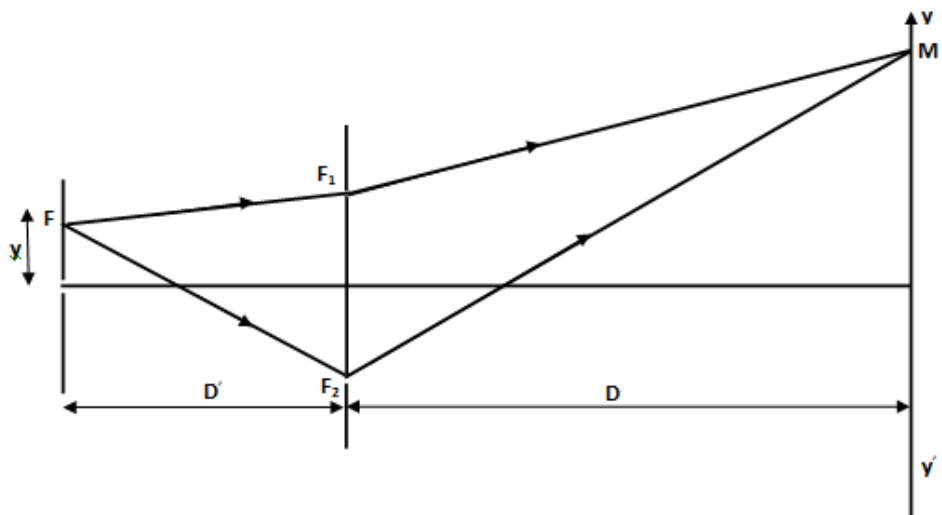
$$FF_2^2 - FF_1^2 = D'^2 + \left(\frac{a}{2} + y\right)^2 - D^2 - \left(\frac{a}{2} - y\right)^2 = \left[\frac{a}{2} + y + \frac{a}{2} - y\right]\left[\frac{a}{2} + y - \left(\frac{a}{2} - y\right)\right]$$

$$FF_2^2 - FF_1^2 = 2ay,$$

soit $(FF_2 - FF_1)(FF_2 + FF_1) = 2ay \Leftrightarrow (FF_2 - FF_1) = \frac{2ay}{FF_2 + FF_1}$, $FF_2 + FF_1 \simeq 2D'$ d'où $FF_2 - FF_1 = \frac{ay}{D'}$ Donc $\delta = \frac{ay}{D'} + \frac{ax}{D}$

$$\delta = 0 \Leftrightarrow \frac{ay}{D'} + \frac{ax}{D} = 0 \Leftrightarrow x_0 = -\frac{D}{D'}y$$

On remarque que $x_0 < 0$, le système de frange a suivi un décalage vers les x négatifs.



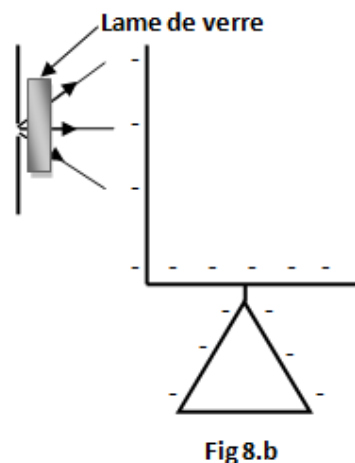
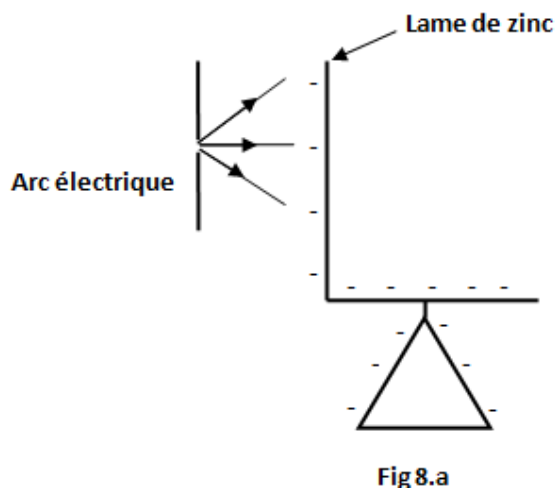
1.2.4-) interférence en lumière polychromatique : En lumière polychromatique chaque lumière monochromatique forme son propre système de frange. En éclairant le dispositif de YOUNG avec la lumière composée des radiations **rouges** et **vertes**, on observe à l'écran de franges **rouges**, **vertes**, et **jaunes**. Les franges jaunes résultent des coïncidences au même point des franges rouges et vertes.

1.2.5-) Interférence en lumière blanche : En lumière blanche, on observe une frange centrale blanche et de part et d'autre de celle-ci on observe des franges colorées et de plus en plus décalées. On parle d'un **brouillage de frange**. L'analyse du champ d'interférence sillonnée de bandes **noires** appelées **cannelures**, l'ensemble des lumières constituant la lumière blanche s'appelle **spectre de la lumière blanche**, les longueurs d'ondes des lumières visibles appartiennent à l'intervalle $[0,4\mu m; 0,75\mu m]$. la fréquence d'une lumière monochromatique est liée à sa longueur d'onde : $\nu = \frac{c}{\lambda}$, $c = 3 \times 10^8 m/s$; λ en mètre; ν en Hz.

2-) L'effet photoélectrique : Il est découvert en 1888 par Hertz et confirme l'aspect corpusculaire de la lumière.

2.1-) Mise en évidence : Expérience de Hertz :

Fixons une lame de zinc bien découpée sur le plateau d'un électroscope chargé négativement, éclairons la par une lumière riche en radiation u.v (ultra violet).



2.1.1-) Observation :

Les feuilles de l'électroscope se rapprochent lorsque l'on éclaire la lame de zinc, Il perd ses charges. En b, une lame de verre intercepte les radiations u.v la décharge s'arrête la lame de verre absorbe les radiations u.v on observe aucune décharge si l'électroscope est chargé positivement.

2.1.2-) Conclusion : Les radiations u.v sont capables d'extraire les électrons d'une plaque de zinc : c'est l'**effet photo-électrique**.

Ce phénomène peut s'observer avec d'autres métaux et même soumis à d'autres radiations.

2.13-) Définition : L'**effet photo-électrique** est extraction des électrons d'un métal lorsqu'il est convenablement éclairé.

2.2-) Etude d'une cellule photo-électrique :

- Lorsque k est ouvert, aucun phénomène ne se manifeste.

- Lorsque k est fermé, on constate le micro-ampéremètre devi pour des radiations de fréquence ν supérieur à une fréquence ν_0 appelée fréquence seuil, les électrons quittent donc la cathode et arrive à l'anode. La fréquence seuil dépend du métal utilisé à la cathode car chaque métal à sa fréquence seuil caractéristique correspondant à une longueur d'onde seuil λ pour qu'il y'ait effet photo-électrique.

- l'émission photo-électrique est instantanée c'est la première loi de l'effet électrique, en effet l'aiguille du micro-ampéremetre devi immédiatement dès que l'illumination de la cathode est convenable.

- L'intensité I du courant photo-électrique dépend de la d.d.p $U = V_A - V_C$ et de la puissance lumineuse reçue par la cathode. La caractéristique d'une cellule photo-électrique a la forme suivante.

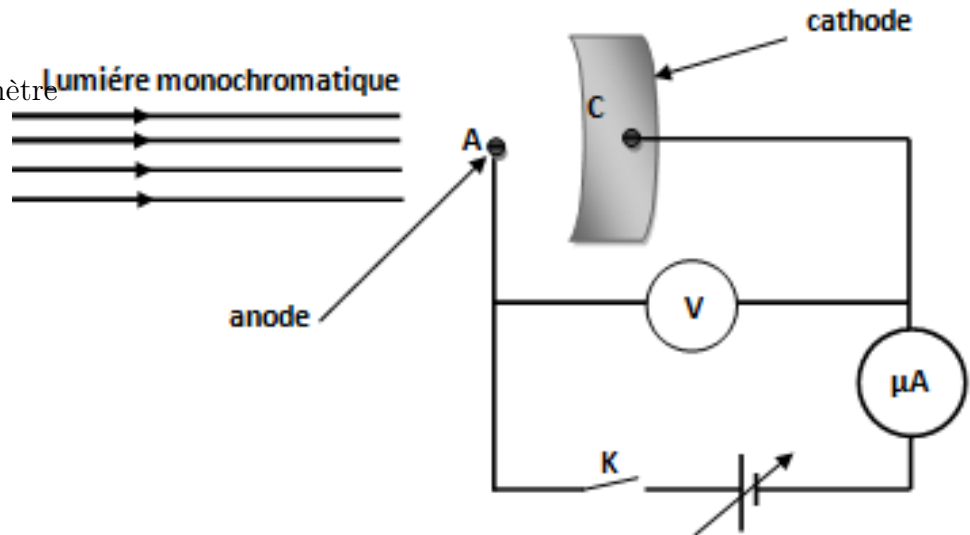


Fig .9 : cellule photoélectrique

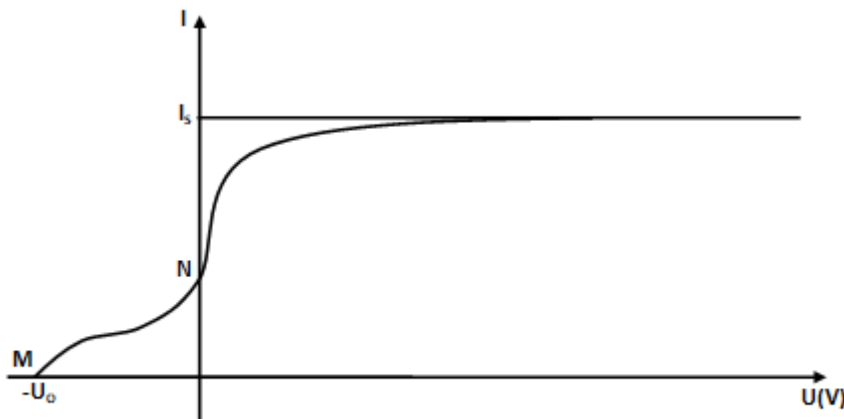


Fig 8 : caractéristique tension-intensité de la cellule photoélectrique

2.3-) Etude de la caractéristique $I=f(u)$

- lorsque $U=0$, on a : $I \neq 0$: Certain électron émis par la cathode arrive à l'anode sans être accéléré.

- Lorsque $U>0$: Les électrons émis par la cathode sont attirés par le champ électrique créé entre A et C, Quand U croît, le nombre d'électrons arrivant à l'anode augmente jusqu'à ce que tous les électrons quittant la cathode arrivent à l'anode, alors on atteint un **palier de saturation** et le courant correspondant est appelé **courant**

de saturation noté I_S .

- Le courant photo-électrique s'annule pour une valeur négative de la tension appelée **tension d'arrêt** ($-U_0$) sa valeur absolue est appelé **potentiel d'arrêt** à ce moment, tous les électrons émis par la cathode sont repoussés par la tension $-U_0$.

Vitesse maximale d'un électron quittant de la cathode pour l'anode Appliquons le T.E.C à un électron qui part de C pour A, on a :

$$\begin{aligned}\Delta_{EC} &= W(\vec{F}_{\text{électrique}}) \\ \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}m_e V_C^2 &= q \vec{E} \cdot \vec{CA} \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{2}m_e V_C^2 &= -eU_0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_e V_C^2 &= eU_0\end{aligned}$$

d'où $V_C = V_{\max} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$; U_0 en volts (V); $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$.

- Nombre d'électrons extrait de la cathode par seconde : $I_S = ne \Rightarrow n = \frac{I_S}{e}$

- Nombre de photons arrivant à la cathode par seconde : $P = \frac{W}{t} = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{t} = Nh\nu \Rightarrow N = \frac{P}{h\nu}$

- Le rendement Quantique : C'est le rapport du nombre d'électrons émis par la cathode au nombre de photons arrivant à l'anode par unité de temps. On note $\eta = \frac{n}{N} = \frac{I_S \div e}{P \div h\nu} = \frac{I_S \cdot h\nu}{P \cdot e} \rightarrow \eta = \frac{I \cdot h\nu}{P \cdot e}$

Remarque : Ce rapport est de l'ordre de 10^{-2} .

2.4-) Influence de la puissance lumineuse et de la fréquence lumineuse sur la caractéristique de la cellule photo-électrique :

2.4.1-) influence de la puissance lumineuse : Le nombre d'électrons extraits par seconde de la cellule photo-électrique est proportionnel à la puissance lumineuse : c'est la 2^{ème} loi de l'effet photo-électrique. En augmentant la puissance lumineuse le courant de saturation augmente aussi.

2.4.2-) Influence de la fréquence lumineuse : La fréquence lumineuse agit sur le potentiel d'arrêt et non sur le courant de saturation. L'augmentation de la fréquence lumineuse entraîne l'augmentation du potentiel d'arrêt.

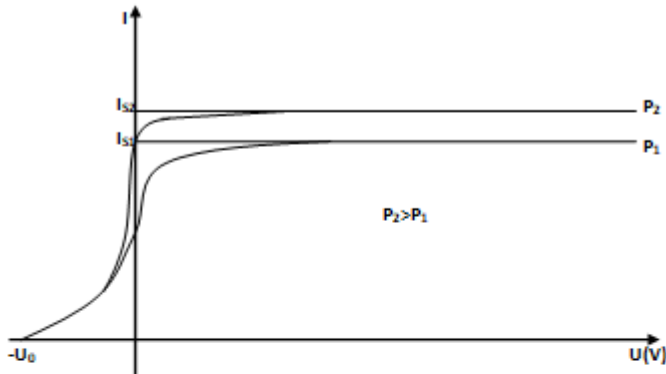


Fig 9 : influence de la puissance lumineuse

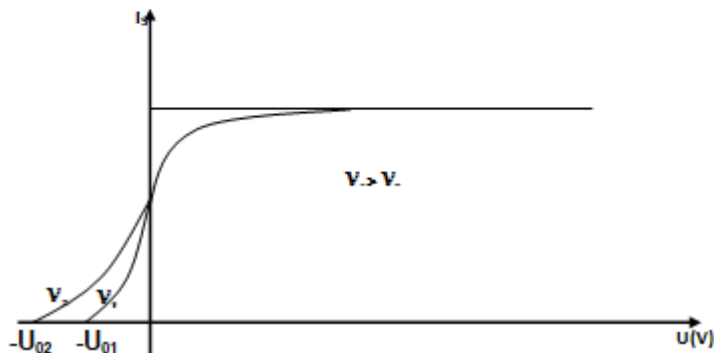


Fig 10 : influence de la fréquence lumineuse

3-) Interprétation de l'effet photo-électrique

3.1-) Hypothèse d'EINSTEIN : il considère la lumière comme un flux de particules élémentaires appelé **photons** (grin de lumière) chaque photon ayant une masse nulle en mouvement de vitesse $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ et transportant une énergie suffisante pour expulser un électron du métal. PLANCK exprima cette énergie en 1900 comme $E = h.v$ (E en J, v en Hz, h constante de planck $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$)

3.2-) Interprétation du seuil photo-électrique selon Einstein : Lorsqu'un photon d'énergie $E = h.v$ frappe un électron du métal, Il lui communique entièrement son Energie. Une partie de cette énergie sert à rompre la liaison électron métal appelé **travail d'extraction** noté $W_0 = h.v_0$ où v_0 est la fréquence seuil du métal, le reste est transporté par l'électron sous forme d'énergie cinétique, on peut donc écrire :

$$E = W_0 + E_{C_{max}} \Leftrightarrow E_{C_{max}} = E - W_0 \Leftrightarrow E_{C_{max}} = h.v - h.v_0 \Leftrightarrow E_{C_{max}} = h(v - v_0)$$

Si $E < W_0$ il y a pas effet photo-électrique même si on augmente la puissance lumineuse. On dit donc que la relation entre électron et photon est une **relation de tout ou rien**.

3.3-) Confirmation de MILLIKAN :

Avec des cellules de cathode constituées de métaux différents, Millikan a étudié les variations du potentiel d'arrêt en fonction de la fréquence de la lumière incidente. Les courbes obtenues sont des droite affines d'équation $U_0 = av + b$ ($b \neq 0$)

Pour $U_0 = 0$, $v = v_0 \Rightarrow b = -av_0$ Donc $U_0 = av - av_0 = a(v - v_0)$ d'où $U_0 = a(v - v_0)$ (1)

multiplions la relation (1) par e, on a : $eU_0 = ae(v - v_0) \Leftrightarrow E_{C_{max}} = ae(v - v_0)$ (2); $E_{C_{max}} = h(v - v_0)$ (3)

La courbe de Millikan permet de déduire la constante de planck. En effet pour un métal

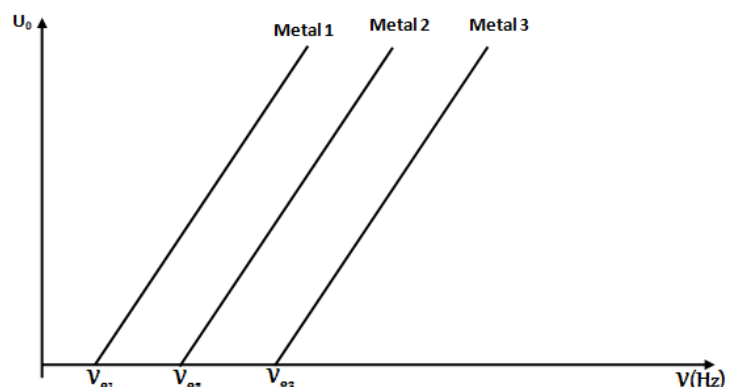


Fig 11 : courbes de Millikan

donné la détermination du coefficient a permet de déduire h .

3^{eme} loi de l'effet photoélectrique : L'énergie cinétique maximale des photo-électrons mesurée à partir du potentiel d'arrêt U_0 est une fonction affine de la fréquence lumineuse et ne dépend pas de la puissance lumineuse.

4^{eme} loi de l'effet photo-électrique : La constante de planck est la même pour tout les métaux.

5-) Application de l'effet photoélectrique :

- **La photo-émission** : Exemple de photomultiplicateur qui sont amplificateurs de courant.
- **La photo conductivité** : Les photos diodes
- **L'effet photovoltaïque** : Exemple des panneaux solaires et des photo piles.
- **La photo Ionisation** : Ionisation des molécules de gaz par rayonnement.

PRINCIPE

Dans les exercices de type expérimentaux on sera amené la plupart du temps à trouver le coefficient directeur et la pente d'une courbe pouvant se mettre sous la forme $y=ax+b$ (équation réduite d'une droite), Le principe est le suivant.

Toute courbe $y=f(x)$ dont l'équation peut se mettre sous la forme $y=ax+b$ est une droite.

Dans cette expression :

- **a** : désigne le **coefficient directeur** de la droite.
- **b** : désigne l'**ordonnée à l'origine**.

1-) Détermination de a : la valeur de a est égale au rapport de la variation des ordonnées y par la variation des abscisses x c'est-à-dire $a=\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

N.B : son unité varie en fonction de celle de y et de x, faire une analyse dimensionnelle pour la trouver.

- Si a est **positif**, alors la droite est **croissante**.

- Si a est **négatif**, alors la droite est **décroissante**.

2-) Détermination de b : la valeur de b comme son nom l'indique est égale à l'ordonnée à l'origine de la courbe $y=ax+b$, c'est-à-dire qu'il suffit de prolonger notre droite obtenue jusqu'à ce qu'elle touche l'ordonnée de notre repère puis de lire la valeur obtenue. En d'autres mots b est l'intersection des deux courbes d'équations (D) : $y=ax+b$ et (Oy) : $x=0$ c'est-à-dire $b=(D)\cap(Oy)$.

3-) Exemples : Dans ce chapitre les exemples de courbes (droites) que nous serons amenés à tracer sont données avec la forme de leurs équations permet facilement d'identifier **a** et **b**.

Courbe demandé	Forme de l'équation réduite de la droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
$U_0=f(V)$	$U_0=\left(\frac{h}{e}\right)V - \frac{h}{e}V_0$	$a=\frac{h}{e}$	$b=-\frac{h}{e}V_0$
$U_0=f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$	$U_0=\left(\frac{hc}{e}\right)\frac{1}{\lambda} - \frac{h}{e}V_0$	$a=\frac{hc}{e}$	$b=-\frac{h}{e}V_0$
$N=f(U_0)$	$N=\left(\frac{e}{h}\right)U_0+N_0$	$a=\frac{e}{h}$	$b=N_0$
$U_0=f(V)$	$U_0=\left(\frac{h}{e}\right)V - \frac{h}{e}V_0$	$a=\frac{h}{e}$	$b=-\frac{h}{e}V_0$
$n=f(l)$	$n=\left(\frac{2}{\lambda}\right)l$	$a=\frac{2}{\lambda}$	$b=0$
Dans d'autre chapitre nous pouvons avoir			
$B_0=f(I)$	Varie en fonction de ce qui crée le champ magnétique. Exple : dans un solénoïde : $B_0=\mu_0\left(\frac{N}{L}\right)I$	$a=\mu_0\frac{N}{L}$	$b=0$
$h=f(t^2)$	En chute libre : $h=\frac{1}{2}a_g t^2+b$	$a=\frac{1}{2}a_g$	b dépend de la hauteur initiale par rapport au niveau de référence choisi

N.B : une fois les valeurs de a et de b trouvés, il ne reste plus qu'à utiliser la forme correspondante à celle-ci pour trouver la valeur d'une constante demandée dans l'exercice.

EXERCICES

EXERCICE 1 : Une lumière monochromatique, issue d'une fente tombe sur un écran E percé de deux fentes F_1 et F_2 parallèles à F.

Un dispositif spécial permet de faire varier la distance a entre les fentes F_1 et F_2 ($F_1F_2=a$) qui reste toute fois situés à égale distance de F.

1.1-) On dispose un écran k, parallèle à E et à une distance d de celui-ci. Qu'observe-t-on sur l'écran ?

1.2-) La longueur d'onde de la lumière monochromatique est λ . On mesure dans le plan k l'intervalle L séparant N franges brillantes consécutives. Etablir la formule donnant a en fonction de λ , N , d et L . (on supposera établie la formule de l'interfrange).

Calculer a lorsque $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$; $L = 7,2 \text{mm}$; $N = 7$ et $d = 1,20 \text{m}$.

1.3-) On augmente l'intervalle $a = F_1F_2$ qu'en résulte-t-il sur le phénomène observé sur l'écran ?

D'autre part on remarque que pour une interfrange inférieure à $0,2 \text{mm}$; l'observation du phénomène devient très difficile à l'oeil nu. Quelle est alors la valeur limite a de la distance F_1F_2 séparant les deux fentes ?

1.4-) Combien observe-t-on de franges brillantes sur l'intervalle $L = 7,2 \text{mm}$ de l'écran k quand $a = a'$? La mesure de l'intervalle est faite à partir d'une frange brillante.

EXERCICE 2 : 2.1-)

Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 émettent des vibrations transversales de même direction de la forme $y_1 = y_2 = a \sin \omega t$. Donner à l'aide de la construction de Fresnel l'expérience de l'état vibratoire d'un point situé aux distances d_1 et d_2 de S_1 et S_2 .

2.2-) S_1 et S_2 constituent des sources secondaires monochromatiques d'un dispositif d'interférence de Young. L'écran E est orthogonal à la médiatrice de S_1 et S_2 . Leur point d'intersection est O. Les grandeurs a , D , x sont mesurés dans le plan de la figure.

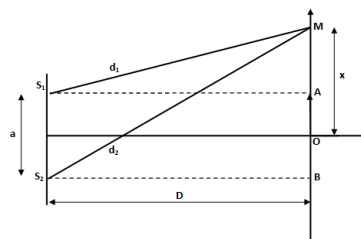
2.2.1-) Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2.2.2-) Établir expression de la différence de marche en un point M voisin de O, des vibrations issues de S_1 et S_2 , en fonction de a , x , et D .

A.N : $a = 1,00 \text{mm}$; $x = 10,0 \text{cm}$; $D = 2,0 \text{m}$

2.2.3-) Calculer l'interfrange pour la longueur d'onde dans le visible.

A.N : $e = 100 \text{mm}$; $n = 1,51$



EXERCICE 3 : 3.1-) On réalise une expérience lumineuses à l'aide de deux fentes étroites S_1 et S_2 parallèles, distantes de a .

éclairée par une fente S_A qui leur est parallèle et qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_A .

L'écran d'observation E est disposé parallèlement au plan des fentes S_1 et S_2 et perpendiculairement à la droite S_AO ; on appelle x la trace de E sur le plan de la figure. Le point O milieu de S_1S_2 est à la distance D de l'écran E et à la distance d de S_A .

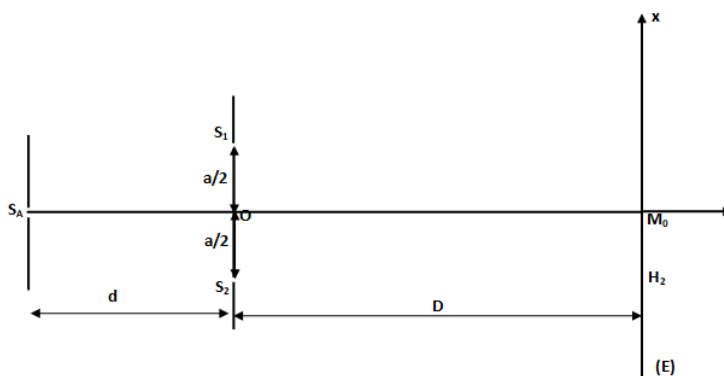
On suppose $d \gg a$ et $D \gg a$.

S_1 et S_2 se comportent comme deux sources synchrones et cohérentes de même amplitude, donc les lumières peuvent interférer. Dans

tout le problème la différence de marche entre les deux ondes lumineuses issues de la sources S qui interfèrent en M est $(S_AS_2 + S_2M) - (S_AS_1 + S_1M)$.

A.N : $\lambda_A = 0,6 \mu\text{m}$ (radiation jaune); $a = 1 \text{mm}$; $D = 2 \text{m}$.

3.1.1-) Expliquer pourquoi on observe des franges d'interférences sur l'écran E et quelle est la forme de ces franges ? Quelles serait la forme des franges observées si l'on plaçait l'écran E perpendiculairement à S_1 et S_2 ?

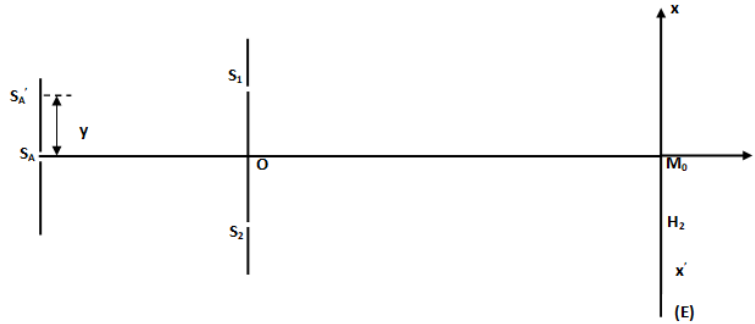


3.1.2-) calculer, pour les deux vibrations issues de S_1 et S_2 , la différence de marche en un point M de l'écran E situé à la distance x de M_0 . Indiquer sur l'écran la position de la frange brillante d'ordre zéro. Calculer l'interfrange et la distance de la frange centrale à la cinquième frange sombre.

3.1.3-) Exprimer l'éclairement ζ au point M de l'écran, point situé à la distance x de M_0 , d_1 de S_1 et d_2 de S_2 , en supposant que les deux vibrations issues de S_1 et S_2 ont la même amplitude b. Comment évolue cet éclairement lorsque la distance x augmente? Tracer la courbe $\zeta = f(x)$ et indiquer la position de la valeur des premiers extrêmes. On rappelle que l'éclairement ζ en un point est proportionnelle au carré de l'amplitude résultante.

3.1.4-) On déplace la fente-source S_A sur la droite S_AO en rapprochant les deux fentes S_1 et S_2 et en conservant à toutes les fentes les mêmes directions que précédemment. Le phénomène observé sur l'écran est-il modifié? Pourquoi?

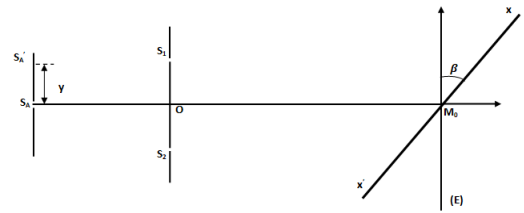
3.1.5-) On déplace la source S_A parallèlement à S_1 et S_2 vers le haut conformément à la figure ci-contre. Sa nouvelle position S'_A est à la distance Y de S_A . Calculer la nouvelle différence de marche en M et le déplacement de la frange centrale en précisant le sens. L'interfrange du système est-il modifié?



3.1.6-) On remet la source S_A dans la position initiale et l'on incline l'écran E d'un angle $\beta = 30^\circ$

autour d'un axe passant par M_0 et parallèle aux fentes sources, conformément à la figure ci-dessous. Qu'observe-t-on sur l'écran? Le système de franges est-il modifié? Pourquoi?

3.1.7-) On remplace la source monochromatique S_A par une source S_B de longueur d'onde λ_B et l'on éloigne l'écran E de 1 mètre. L'interfrange devient 2,1 mm. En déduire la longueur d'onde λ_B et le domaine de couleur auquel appartient λ_B .



3.2-) On remplace la source monochromatique S_A par une source possédant les deux longueurs d'onde λ_A et λ_B précédemment citées.

3.2.1-) Expliquer à l'aide d'une figure très claire le phénomène observé sur l'écran (ramené à la distance $D=2m$), et la distribution des maximums et des minimums le long de $x'x$.

3.2.2-) En supposant que deux franges brillantes de couleurs différentes soient discernables si leur distance est supérieure à 0,25 mm, pourra-t-on discerner les premières franges brillantes des deux systèmes après la frange centrale?

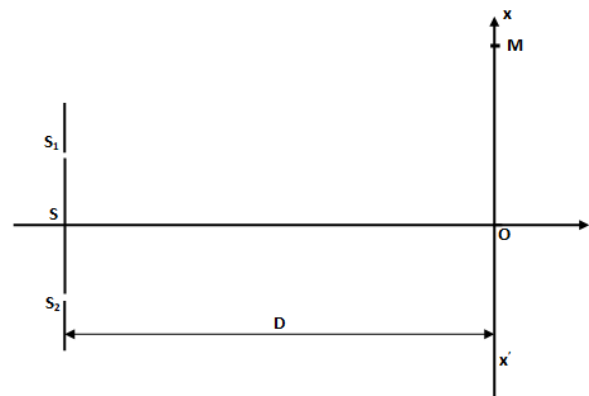
De quelle couleur sera la lumière sur l'écran aux points situés aux distances suivantes de la frange centrale : 3,5 mm ; 4,2 mm ; 8,4 mm ; 9,0 mm ?

EXERCICE 4* :** **4.1-)** Un faisceau laser monochromatique de longueur d'onde dans l'air $\lambda = 0,64 \mu m$ éclaire un dispositif optique permettant d'obtenir des interférences lumineuses non localisées. On obtient ainsi deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 , distantes de $a=3,2 mm$, émettant respectivement des vibrations ponctuelle de la forme.

$S_1 = S_0 \sin \omega t$ et $S_2 = S_0 \sin \omega t$. On observe des franges d'interférences sur un écran E orthogonal au plan médiateur de S_1S_2 et situé à la distance $D=4m$ du milieu S de S_1S_2 . Soit O la projection orthogonale de S sur E et $x'x$ l'axe passant par O et parallèle à S_1S_2 .

4.1.1-) Calculer pour un point M de $x'x$ appartenant au champs d'interférences, tel que $\overrightarrow{OM} = x$ en fonction de x, a, D les distances S_1M et S_2M , D étant très supérieur à x et a, on utilisera l'approximation $\sqrt{1 + \varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon}{2}$ si $\varepsilon \ll 1$.

4.1.2-) Déterminer la différence de marche $\Delta = S_2M - S_1M$, en déduire la différence de phase φ entre les vibrations issues de S_1 et S_2 et interférant en M.



4.1.3-) Etablir à l'aide de la construction de Fresnel l'amplitude de vibration résultante en M, en déduire la valeur de l'interfrange i .

En admettant que l'intensité lumineuse I est proportionnelle au carré de l'amplitude, montrer qu'en M, elle peut se mettre sous la forme $I = I_0(1 + \cos \frac{2\pi x}{i})$

4.2-) On éloigne S_1 et S_2 fixe, d'une longueur Y , sur la parallèle à xx' passant par S_1 . Donner l'expression du nouvel interfrange, calculer Y pour que en O la frange brillante centrale d'ordre 0 soit remplacée par la frange brillante d'ordre 3. On précisera le sens du déplacement de la frange centrale. (L'ordre d'interférence en un point se définit par $k = \frac{\Delta}{\lambda}$).

4.3-) Pour retrouver en O la frange d'ordre 0, on place devant S_1 une lame à faces parallèles d'épaisseur e_1 ; devant S_2 une lame à faces parallèles d'épaisseur e_2 ; légèrement différente de e_1 de même indice relatif n par rapport à l'air ($n=1,5$) devant quelle source doit-on placer la lame la plus épaisse? Calculer la différence d'épaisseur des deux lames.

4.4-) On reprend le dispositif optique de **4.1** et on le modifie de manière à obtenir en S une troisième source S identique aux sources S_1 et S_2 et émettant des vibrations $S = S_0 \sin \omega t$ de même longueur d'onde $\lambda = 0,64 \mu m$.

4.4.1-) Calculer :

- La distance SM en fonction de x et D.

- La différence de marche $\Delta_1 = S_1M - SM$ et $\Delta_2 = S_2M - SM$ et en déduire les différences de phase φ_1 entre les vibrations issues de S_1 et S au point M et φ_2 entre les vibrations issues de S_2 et S au point M. En utilisant les valeurs numériques ($a=3,3mm$; $D=4m$ et $\lambda = 0,64 \mu m$). Les exprimer uniquement en fonction de x et π .

4.4.2-) Déterminer à l'aide de la construction de Fresnel l'amplitude de la vibration résultante en M et montrer que l'intensité lumineuse en M est donnée par la relation.

$I = \frac{I_0}{2}(1 - 2 \cos \frac{\pi x}{i})^2$, I_0 et i étant des grandeurs définies en **4.2**.

EXERCICE 5 :** L'énergie d'extraction d'un électron du métal de la cathode d'une cellule photoélectrique à vide est $N_0 = 1,9eV$

5.1-) Calculer la longueur d'onde correspondante au seuil photoélectrique.

5.2-) On éclaire la cathode simultanément par trois radiations de longueur d'ondes $\lambda_1 = 0,7 \mu m$; $\lambda_2 = 0,6 \mu m$; $\lambda_3 = 0,5 \mu m$. Dire en justifiant quelles radiations provoquent l'émission photoélectrique.

5.3-) La cellule est éclairée par la radiation de longueur d'onde λ_3 .

5.3.1-) Calculer la vitesse maximale des électrons émis.

5.3.2-) Ayant émis avec cette vitesse quelle est la vitesse d'arrivée des électrons sur l'anode si entre l'anode et la cathode est établie une tension $u_{AC}=5V$?

5.3.3-) A partir de quelle valeur U_{AC} , l'intensité du courant photoélectrique est-elle nulle? comment appelle-t-on cette valeur?

5.3.4-) Quelle est le potentiel d'arrêt de la cellule?

EXERCICE 6 :** Une cellule photoélectrique est éclairée par des faisceaux successifs de même puissance mais de fréquence ν , on note U_{AC} la tension qui annule juste le courant photoélectrique. Pour plusieurs valeurs de la longueur d'onde, on note U_{AC} et on a obtenu le tableau suivant :

$\lambda(\mu m)$	0,6	0,5	0,4	0,3
$U_{AC}(V)$	-0,19	-0,6	-1,22	-2,26

6.1-) Exprimer U_{AC} (potentiel d'arrêt) en fonction de la fréquence et de l'énergie d'extraction W_0 .

6.2-) Construire le graphe $|U_{AC} = f(\nu)|$.

6.3-) Déduire du graphe les caractéristiques seuil du métal utilisé.

6.4-) Sans faire de calcul, trouver la fréquence de la radiation qu'il faut utiliser pour que le potentiel d'arrêt de la cellule soit 1V.

EXERCICE 7 :** une cellule photoélectrique à vide possède une cathode au césium.

7.1-) Le seuil photoélectrique du césium correspond à la longueur d'onde $\lambda_0 = 0,650 \mu m$. Que représente cette grandeur? Calculer, en joule et en électron-volt, l'énergie d'extraction pour un électron du césium.

7.2-) On éclaire la cathode par un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,425 \mu m$. Calculer l'énergie cinétique des électrons à la sortie de la cathode ainsi que leur vitesse.

7.3-) On constate que, pour cette longueur d'onde, l'intensité du courant de saturation débitée par la cellule est $I=60\text{mA}$. La puissance du faisceau lumineux reçu par la cathode étant égale à 1Watt , calculer le rendement quantique de la cellule, c'est-à-dire le rapport du nombre d'électrons émis par la cathode au nombre de photons reçus pendant le même temps.

7.3-) Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène, exprimé en eV, sont donnés par la relation $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$. L'atome d'hydrogène est excité de son énergie fondamentale au premier niveau excité ($n=2$). Quelle est la longueur d'onde de la radiation émise lors du retour à l'état fondamental? Cette radiation peut-elle provoquer un effet photoélectrique dans la cellule au césium?

Données numériques : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$; masse de l'électron $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$

EXERCICE 8 :** Une cellule photoélectrique dont la cathode est en césium est éclairée successivement par des faisceaux de radiations lumineuses monochromatiques, de fréquence ν connue. Pour chaque radiation, on mesure le potentiel d'arrêt de valeur absolue U_0 . Les résultats sont indiqués dans la tableau suivant :

$\nu(10^{14} \text{Hz})$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
$U_0(\text{V})$	0,16	0,37	0,58	0,79	0,99

8.1-) Représenter graphiquement les variations de U_0 en fonction de ν . Echelle : $1\text{cm} \leftrightarrow 10^{14} \text{Hz}$; $1\text{cm} \leftrightarrow 0,10\text{V}$.

En déduire que $U_0 = a\nu + b$; a et b étant deux constantes à déterminer. Trouver alors les valeurs de la constante de plank et de la fréquence de seuil photoélectrique.

8.2-) Dans une autre expérience faite avec une cellule dont la cathode est en baryum, on ne dispose que d'une seule source lumineuse de fréquence $\nu = 7,0 \cdot 10^{14} \text{Hz}$, on trouve $U_0 = 0,41\text{V}$. Déterminer la valeur de la fréquence du seuil photoélectrique de cette cellule. On donne : Charge de l'électron : $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.

SOLUTIONS

EXERCICE 1 : 1.1-) Observation :

Sur l'écran k, on observe des bandes alternativements sombres et brillantes parallèles : ce sont des franges d'interférences.

1.2-) Expression de a en fonction de λ , N , d et L l'expression de l'intervalle L séparant n franges brillantes consécutives est donnée par la relation $L = (N-1)i$ avec $i = \lambda d/a$ qui est l'interfrange. Donc $L = (N-1)\frac{\lambda d}{a} \Rightarrow a = \frac{\lambda d(N-1)}{L}$ (1)

A.N : $a = \frac{0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,20 \times 6}{7,2 \cdot 10^{-3}} = 0,55 \cdot 10^{-3}$ Donc $a = 0,55\text{mm}$.

1.3-) On augmente l'intervalle $a = F_1 F_2$ sur l'écran, on observe que le champs d'interférence a diminué. Mais la longueur d'onde restera la même et la frange centrale restera toujours brillante.

Valeur limite à de a.

La valeur limite de $i = 0,2\text{mm}$, cela signifie que pour une bonne observation on doit avoir $i \geq 0,2 \cdot 10^{-3} \text{m}$
 $\Leftrightarrow \frac{i}{\lambda} \leq 5 \cdot 10^3$

$\Leftrightarrow \frac{\lambda d}{i} \leq 5 \cdot 10^3 \times 0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,2 = 3,3 \cdot 10^{-3}$; Donc $a' = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{m}$.

1.4-) Nombre de franges pour $L = 7,2\text{mm}$ et $a = a'$ D'après (1) nous avons : $a' = \frac{\lambda d(N-1)}{L} \Leftrightarrow La' = \lambda dN - \lambda d \Rightarrow N = \frac{La' + \lambda d}{\lambda d}$ A.N : $N = \frac{7,2 \cdot 10^{-3} \times 3,3 \cdot 10^{-3} + 0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,2}{0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,2} = 37$ Donc $N = 37$

EXERCICE 2 : 2.1-) Expression de l'état vibratoire du point M

pour les sources S_1 et S_2 on a : $y_1 = y_2 = a \sin \omega t = a \sin \frac{2\pi}{T} t$ pour le point M on a : $y_{1M} = a \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda})$ et $y_{2M} = a \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda})$ car ces vibrations arrivent en M avec un retard.

Leur résultante $y_M = y_{1M} + y_{2M} = A \sin(\frac{2\pi}{T} t + \varphi)$ En posant $\varphi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda} d_1$ et $\varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} d_2$ nous avons donc : $y_{1M} = a \sin(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1)$ et $y_{2M} = a \sin(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_2)$ d'où la construction de Fresnel

$\frac{OA}{2} = a \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ et $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = -\pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}$ l'amplitude : $A = 2a \cos(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}) = 2a \cos \frac{d_1 + d_2}{2}$

Conclusion : $y_M = 2a \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \sin(\frac{2\pi t}{T} - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda})$

2.2.1-) Observation sur l'écran

il y a formation de franges alternativement brillantes et obscures sur l'écran E.

2.2.2-) Expression de la différence de marche.

- Considérons le triangle (S_1AM) on a : $S_1M^2 = S_1A^2 + AM^2 \Rightarrow d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$

- Considérons le triangle (S_2BM) on a : $S_2M^2 = S_2B^2 + BM^2 \Rightarrow d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$

$$d_2^2 - d_1^2 = (d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = 2ax$$

les distances étant faibles, les approximation suivantes sont acceptables. $d_1 \simeq d_2 \simeq D \Rightarrow d_1 + d_2 \simeq 2D$ alors $(d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = 2ax \Leftrightarrow 2D(d_2 - d_1) = 2ax \Leftrightarrow d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$

A.N : $d_2 - d_1 = \frac{1 \times 100}{2000} = 0,05$ Donc $d_2 - d_1 = 0,05mm$

2.2.3-) Calcul de l'interfrange.

L'interfrange est la distance qui sépare deux franges de même nature. Dans le cas des franges brillantes, on a : $d_2 - d_1 = k\lambda = \frac{ax}{D} \Rightarrow x_k = k \frac{\lambda D}{a}$

• pour $k=0$, $x_0 = 0$; • pour $k=1$, $x_1 = \frac{\lambda D}{a}$

d'où $i = x_1 - x_0 = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$

2.2.4-) Sens de déviation de la frange centrale.

L'indice de la lame est 1,51 qui est supérieure à l'indice de l'air. On constate alors que tout le système de franges d'interférences se déplace parallèlement à lui-même, du côté de la lame. La frange centrale va se déplacer en O' (refraction de la lumière). Si V est la célérité de la lumière dans le verre, la durée du trajet de la lumière dans le verre est $t = \frac{e}{V}$. Dans le

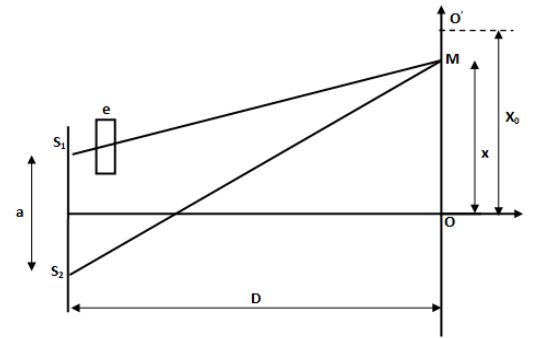
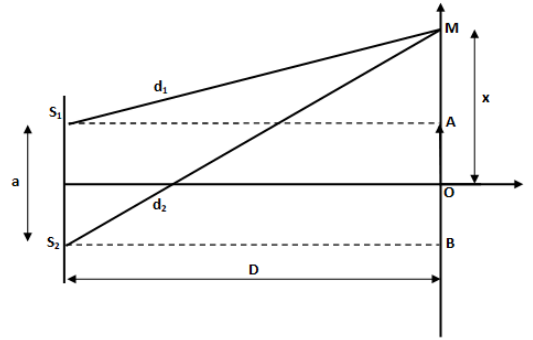
même temps, la distance que parcourait la lumière dans l'air est $e' = ct = \frac{c}{V}e$ (en remplaçant t par son expression) or $\frac{c}{V} = n = \text{indice de réfraction de la lame par rapport à l'air}$. L'équation devient $e' = ne$.

La lame a le même effet qu'un allongement du trajet S_1M d'une valeur $e' - e = ne - e = (n-1)e$. Pour le point M, d'abscisse x , tout se passe donc comme si la différence de marche $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$ avait diminué de $(n-1)e$ et était devenu $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D} - (n-1)e$.

Comme la variation de $d_2 - d_1$ est $(n-1)e$ pour tous les points du plan d'observation E, toutes les franges subissent la même translation, pour préciser celle-ci il suffit donc de calculer le déplacement $x_0 = OO'$ de la frange centrale, pour laquelle la différence de marche est toujours nulle.

$$d_2 - d_1 = 0 = \frac{ax_0}{D} - (n-1)e \text{ Donc } x_0 = \frac{(n-1)eD}{a}$$

A.N : $x_0 = \frac{(1,51-1) \times 100 \cdot 10^{-6} \times 2}{10^{-3}} = 0,102m$ Donc $x_0 = 10,2cm$



EXERCICE 3 : 3.1.1-) On observe des franges d'interférences sur l'écran E parce que les deux sources secondaires S_1, S_2 s'interfèrent car elle sont cohérentes et synchrones. Ces franges sont alternativement sombre et brillantes.

Si on place l'écran (E) perpendiculairement à S_1 et S_2 la forme des franges ne change pas, mais on observe un élargissement du champ d'interférence

3.1.2-) Différence de marche en un point M.
 $\delta = (S_A S_2 + S_2 M) - (S_A S_1 + S_1 M) = S_A S_2 - S_A S_1 + S_2 M - S_1 M$

avec $S_A S_2 = S_A S_1$ et $S_2 M = d_2$; $S_1 M = d_1$

$$d_1^2 = D^2 + (H_1 M)^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$$

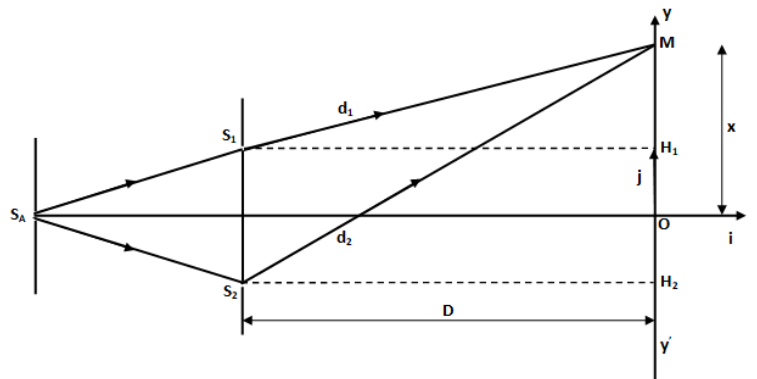
$$d_2^2 = D^2 + (H_2 M)^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$$

$$d_2^2 - d_1^2 = (\frac{a}{2} + x)^2 - (x - \frac{a}{2})^2 = 2ax$$

$$d_2^2 - d_1^2 = (d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = 2ax \text{ avec}$$

$$d \gg a, D \gg a,$$

on peut accepter les approximations suivantes :



$$d_1 \approx d_2 \approx D \Rightarrow d_1 + d_2 \approx 2D \text{ alors } (d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = 2ax \Rightarrow 2D(d_2 - d_1) = 2ax \\ \Rightarrow \delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$$

• Calcul de l'interfrange

Pour une frange brillante $\delta = \frac{ax}{D} = k\lambda_A \Rightarrow x = \frac{k\lambda_A D}{a}$

pour une frange brillante d'ordre k , on a : $x_k = \frac{k\lambda_A D}{a}$

pour une frange brillante d'ordre $(k+1)$: $x_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda_A D}{a}$

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_A D}{a} \text{ d'où } i = \frac{\lambda_A D}{a}$$

A.N : $i = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \times 2}{10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$ Donc $i = 1,2 \text{ mm}$

• Distance de la frange centrale à la 5ème frange sombre.

Entre la frange centrale et la 5ème frange sombre nous avons 4,5 interfrange donc $\Delta = 4,5i = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Donc $\Delta = 5,4 \text{ mm}$ **3.1.3-** Expression de l'éclairement ζ pour les sources S_1 et S_2 les elongations sont

$S_1 = b \sin \omega t$, $S_2 = b \sin \omega t$, pour le point M nous avons :

$$S_1 M = b \sin \omega(t - \frac{d_1}{c}) = b \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda_A d_1}); S_2 M = b \sin \omega(t - \frac{d_2}{c}) = b \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda_A d_2})$$

$$S_A M = b \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1) + b \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2) = 2b \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2))$$

L'amplitude résultante en M est donc : $A = 2b \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$

$$\zeta = kA^2 = k[2b \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)]^2 =$$

$$4b^2 k \cos^2(\frac{\pi ax}{\lambda_A D}) = 4b^2 k \cos^2(\frac{\pi x}{i}) = 4b^2 k (\frac{1 + \cos(\frac{2\pi x}{i})}{2})$$

$$= 2kb^2 (1 + \cos(\frac{2\pi x}{i}))$$

Conclusion : $\zeta = \zeta_0 (1 + \cos \frac{2\pi x}{i})$ avec $\zeta_0 = 2kb^2$.

lorsque la distance x augmente, l'éclairement ζ décrit une sinusoïde de période spatiale i .

i	$i/2$	$3i/4$	0
$2\zeta_0$	0	ζ_0	$2\zeta_0$

- Le premier maximum se trouve à $x=0$ et on a $\zeta(0) = 2\zeta_0$

- Le premier minimum se trouve à $x = \frac{i}{2}$ et on a $\zeta(\frac{i}{2}) = 0$

3.1.4- Si on déplace la fente source S_A sur la droite $S_A O$ en rapprochant les deux fentes S_1 et S_2 , ces deux sources secondaires seront toujours cohérentes et synchrones, donc sur l'écran nous allons toujours observer des franges d'interférences, mais sachant que $i = \frac{\lambda D}{a}$, si a diminue, alors i devient de plus en plus grand. Donc il y'a aggrandissement du champ d'interférence.

3.1.5- Calcul de la nouvelle différence de marche.

$$\delta' = (S'_A + S_2 M) - (S'_A + S_1 M) = (S'_A S_1 - S'_A S_2) - (S_2 M - S_1 M)$$

$$\delta' = (d'_2 - d'_1) + (d_2 - d_1) \text{ d'après 3.1.2-)} S_2 M - S_1 M = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}; d'_2 = d^2 + (Y + \frac{a}{2})^2; d'_1 =$$

$$d^2 + (Y - \frac{a}{2})^2 \text{ d'où } d'^2_2 - d'^2_1 = 2aY \quad (1)$$

$$d'^2_2 = d^2 + (y + \frac{a}{2})^2 \Rightarrow d'_2 = d \sqrt{1 + (\frac{Y + \frac{a}{2}}{d})^2} \simeq d;$$

$$d'^2_1 = d^2 + (y - \frac{a}{2})^2 \Rightarrow d'_1 = d \sqrt{1 + (\frac{Y - \frac{a}{2}}{d})^2} \simeq d$$

$$\text{Donc } d'_1 + d'_2 \simeq 2d \text{ d'où } (1) \Leftrightarrow (d'_2 - d'_1)(d'_2 + d'_1 + d'_1) = 2aY \Rightarrow d'_2 - d'_1 = \frac{2aY}{2d} = \frac{aY}{d}$$

$$\text{alors } \delta' = (d'_2 - d'_1) + (d_2 + d_1) = \frac{ax}{D} + \frac{aY}{d}$$

$$\text{Conclusion : } \delta' = \frac{ax}{D} + \frac{aY}{d}$$

• Déplacement de la frange centrale.

Pour la frange centrale : $\delta' = 0 \Leftrightarrow \frac{ax}{D} + \frac{aY}{d} = 0 \Rightarrow x = -\frac{DY}{d}$, la frange centrale s'est déplacée de $\frac{DY}{d}$ vers le bas.

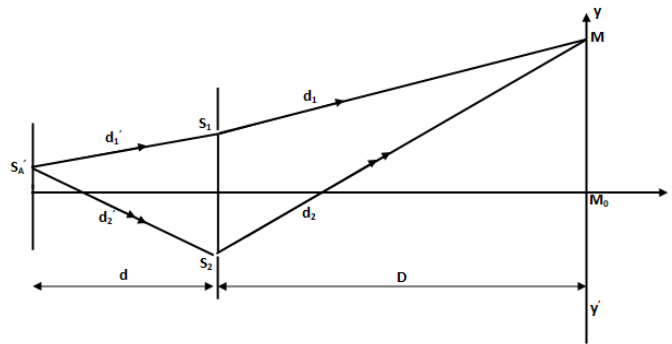
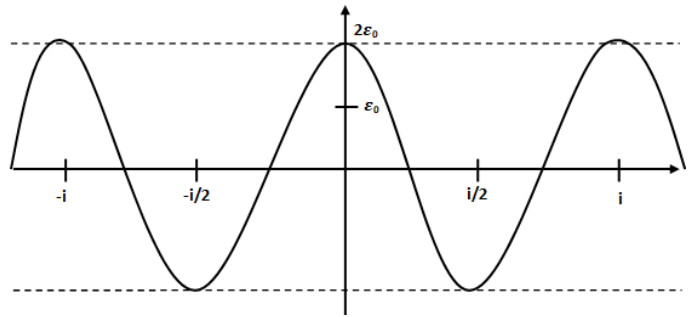
• Calculons l'interfrange i'

- Pour une frange brillante d'ordre k , nous avons : $\delta' = k\lambda_A \Rightarrow \frac{ax_k}{D} + \frac{aY}{d} = k\lambda_A \Rightarrow x_k = \frac{k\lambda_A D}{a} - \frac{DY}{d}$

- Pour une frange brillante d'ordre $k+1$, nous avons : $\delta' = (k+1)\lambda_A \Rightarrow x_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda_A D}{a} - \frac{DY}{d}$

$$i' = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda_A D}{a} - \frac{DY}{d} - \frac{k\lambda_A D}{a} + \frac{DY}{d} = \frac{\lambda_A D}{a} \text{ Donc } i' = \frac{\lambda_A D}{a}$$

Donc l'interfrange n'a pas été modifiée $i = i' = 1,2 \text{ mm}$



3.1.6-)

puisque l'écran reste toujours dans le champ d'interférence, nous allons observer des franges alternativement brillantes et sombres.

La différence de marche $\Delta = d_2 - d_1$

$$d_1^2 = D^2 + (MH_H H')^2 = D^2 + (x \cos \beta - \frac{a}{2})^2$$

(car $MH = x \cos \beta$ et $HH' = \frac{a}{2}$)

$$d_2^2 = D^2 + (MH - MH'')^2 = D^2 + (x \cos \beta + \frac{a}{2})^2$$

(car $HH'' = \frac{a}{2}$)

$$d_2^2 - d_1^2 = 2ax \cos \beta \Leftrightarrow (d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = 2ax \cos \beta$$

Avec les mêmes approximations qu'à la question 3.1.5-) Nous avons $d_1 \simeq D$ et $d_2 \simeq D$

$\Rightarrow d_1 + d_2 \simeq 2D$ d'où $d_2 - d_1 = \frac{ax \cos \beta}{D} = \Delta$ Nous remarquons que Δ dépend de β .

- Pour un frange brillante d'ordre k , $x_k = \frac{k\lambda_A D}{a \cos \beta}$ $i'' = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_A D}{a \cos \beta} = \frac{i'}{\cos \beta}$ l'interfrange dépend aussi de β , donc le système de frange sur l'écran sera modifié. Avec $-1 \leq \cos \beta \leq 1$ on notera une augmentation de l'interfrange.

A.N : $i'' = \frac{1,2}{\cos 30^\circ} = 1,385$ Donc $i'' = 1,4 \text{ mm}$

3.1.7-) Calcul de λ_B .

$$i_B = \frac{\lambda_B D'}{a} \Rightarrow \lambda_B = \frac{ai_B}{D'}$$

A.N : $\lambda_B = \frac{10^{-3} \times 2,1 \cdot 10^{-3}}{3} = 0,7 \cdot 10^{-6}$ Donc $\lambda_B = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; λ_B appartient au domaine du visible.

3.2.1-) Voir schéma ci-contre.

3.2.2-) $x_{Bk'} = k' i_B$ et $x_{Ak} = k i_A$ ($k, k' \in \mathbb{N}^*$)

$$x_{B1} - x_{A1} = i_B - i_A = 0,2 \text{ mm} < 0,25 \text{ mm}.$$

Donc les premières franges brillantes des deux systèmes ne sont pas discernables.

Couleur de la lumière sur l'écran aux différents points donnés.

- Un point M d'abscisse $x \in a'$ une frange brillante Si $x = ki$

- Un point M d'abscisse $x \in a'$ une frange sombre si $x = (k + \frac{1}{2})i$

• $x_A = 3,5 \text{ mm} = k i_A \Rightarrow k = \frac{3,5}{i_A} = \frac{3,5}{1,4} = 2,5 = 2 + \frac{1}{2}$ (sombre pour λ_A)

$x_B = 3,5 \text{ mm} \Leftrightarrow 3,5 = k' i_B \Rightarrow k' = \frac{3,5}{i_B} = \frac{3,5}{1,4} = 2,5 = 2 + \frac{1}{2}$ (sombre pour λ_B).

Donc au point d'abscisse 3,5 la lumière a une couleur **grisâtre**.

• Pour $x = 4,2 \text{ mm}$; $x_A = 4,2 = k i_A \Rightarrow k = \frac{4,2}{1,4} = 3$ (brillante pour λ_A)

• Pour $x = 4,2 \text{ mm}$; $x_B = 4,2 = k' i_B \Rightarrow k' = \frac{4,2}{1,4} = 3$ (brillante pour λ_B)

Donc au point d'abscisse 4,2 mm, la lumière a une couleur grisâtre.

Pour $x = 8,4 \text{ mm}$ $x_A = 8,4 \Rightarrow k = \frac{8,4}{1,4} = 6$ (brillante pour λ_A) $x_B = 8,4$; $k' = \frac{8,4}{1,4} = 6$ (brillante pour λ_B)

Donc au point d'abscisse 8,4 mm la lumière a une couleur rougeâtre (addition de jaune et du rouge)

• pour $x = 9 \text{ mm}$, $x_A = 9 \Rightarrow k = \frac{9}{1,4} = 6,428 = 6 + \frac{2}{3}$ (sombre pour λ_A). En $x = 9 \text{ mm}$, la lumière est sombre.

EXERCICE 4 : 4.1.1-) Calcul des distances $S_1 M$ et $S_2 M$ en fonction de x, a et D .

$$S_1 M^2 = D^2 + (OM - Oh)^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 = D^2 [1 + (\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2]$$

$$S_1 M = D \sqrt{1 + (\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2}$$

d'où $S_1 M = D [1 + \frac{1}{2} (\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2]$ car x et $a \ll D$ Donc $S_1 M = D + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D}$

De même $S_2 M^2 = D^2 + (H'O + OM)^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$

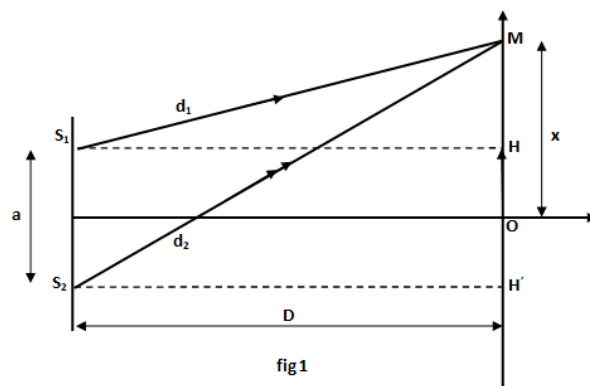
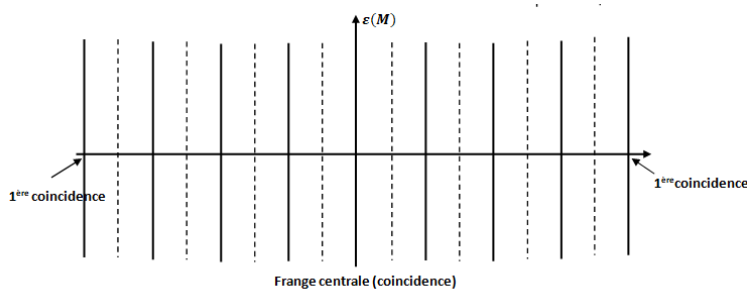
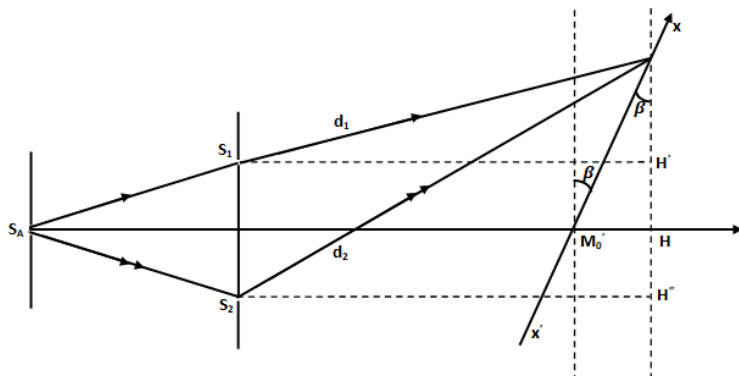


fig1

$$\Rightarrow S_2M = D\sqrt{1 + \left(\frac{x+\frac{a}{2}}{D}\right)^2} \simeq D\left(1 + \frac{(x+\frac{a}{2})^2}{2D^2}\right) \Rightarrow S_2M = D + \frac{(x+\frac{a}{2})^2}{2D}$$

4.1.2-) détermination de la différence de marche

$$\Delta = S_2M - S_1M = D + \frac{(x+\frac{a}{2})^2}{2D} - D - \frac{(x-\frac{a}{2})^2}{2D} \\ = \frac{1}{2D}((x+\frac{a}{2})^2 - (x-\frac{a}{2})^2) = \frac{2ax}{2D} \text{ donc } \Delta = \frac{ax}{D}$$

• Dédution de la différence de phase ϕ posons $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$

$$S_1M = S_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1) \text{ et } S_2M = S_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2)$$

$$\phi = -\frac{2\pi}{\lambda}d_2 - (-\frac{2\pi}{\lambda}d_1) = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = -\frac{2\pi}{\lambda}\Delta \text{ Donc } \phi = -\frac{2\pi a}{\lambda D}x \text{ (car } \Delta = \frac{ax}{D})$$

4.1.3-) Amplitude résultante des vibrations en M. (Schéma voir page suivante)

$$\phi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda}d_1 \text{ et } \phi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}d_2$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\phi_2 - \phi_1}{2}$$

A partir de la construction, on a :

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{A}{2}}{S_0} = \frac{A}{2S_0} \Rightarrow A = 2S_0 \cos \alpha$$

$$\text{or } \alpha = \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} = -\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \text{ et } d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$$

$$\text{d'où } A = 2S_0 \cos(-\frac{\pi ax}{\lambda D}) \Rightarrow A = 2S_0 \cos(\frac{\pi ax}{\lambda D})$$

car $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$

• Dédution de la valeur de l'interfrange i .

i est la distance qui sépare deux points consécutifs d'amplitude maximale ou d'amplitude minimale

$$A = 0 \Leftrightarrow \cos(\frac{\pi ax}{\lambda D}) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi ax}{\lambda D} = k\pi \Rightarrow x_k = \frac{k\lambda D}{a}$$

pour $k = 1$ et $k = 2$, on a :

$$i = x_2 - x_1 = \frac{\lambda D}{a} \text{ Donc } i = \frac{\lambda D}{a}$$

$$\text{A.N : } i = \frac{0,64 \cdot 10^{-6} \times 4}{3,2 \cdot 10^{-3}} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ Donc } i = 0,8 \text{ mm}$$

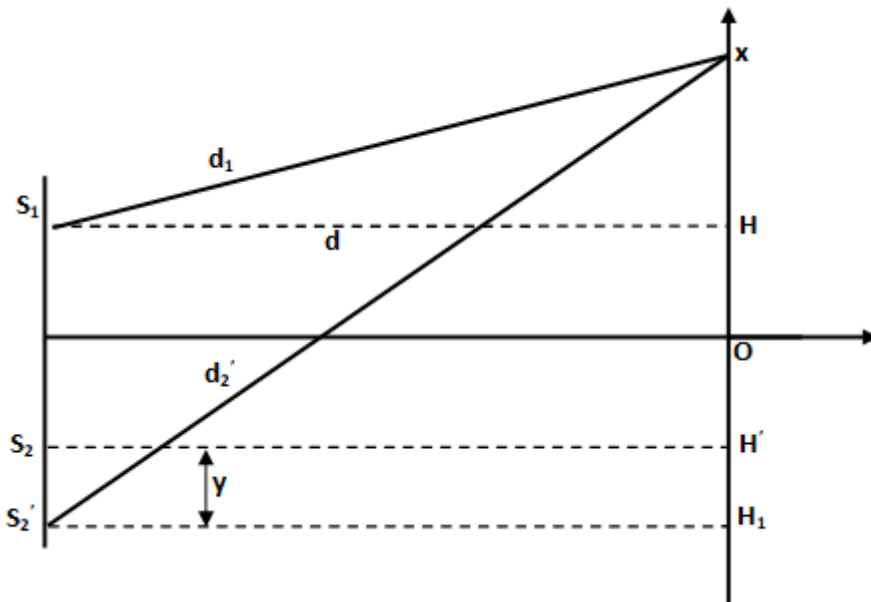
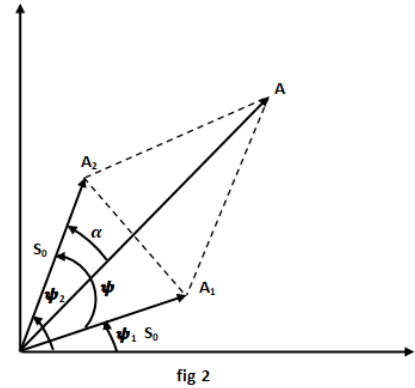
• Montrons que l'intensité lumineuse peut se mettre sous la forme

$$I = I_0(1 + \cos \frac{2\pi x}{i})$$

$$\text{par définition } I = kA^2 (k \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow I = k(2S_0 \cos(\frac{\pi ax}{\lambda D}))^2 = 4kS_0^2 \cos^2(\frac{\pi x}{i})$$

$$\text{D'après la relation } \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x), \text{ nous avons } I = 2kS_0^2(1 + \cos(\frac{2\pi x}{i}))$$



En posant $I_0 = 2kS_0^2$ nous avons $I = I_0(1 + \cos \frac{2\pi x}{i})$

4.2-) On éloigne S_2 de S_1 , parallèlement à l'axe xx'

• Expression de la nouvelle interfrange.

$$d_1 = D + \frac{(x-\frac{a}{2})^2}{2D}; d_2' = \sqrt{D^2 + (x + \frac{a}{2} + Y)^2} = D\sqrt{1 + \frac{(x+\frac{a}{2}+Y)^2}{D^2}} \simeq D + \frac{(x+\frac{a}{2}+Y)^2}{2D}$$

$$d_2' - d_1 = D + \frac{(x+\frac{a}{2}+Y)^2}{2D} - D - \frac{(x-\frac{a}{2})^2}{2D} = \frac{2x(a+Y) + Y^2 + aY}{2D}$$

- Pour la frange brillante d'ordre k , on a :

$$d'_2 - d_1 = k\lambda \Leftrightarrow \frac{2x(a+Y)+Y^2+aY}{2D} = k\lambda \Rightarrow x_k = \frac{2k\lambda D}{2(a+y)} - y^2 - ay \Rightarrow x_k = \frac{k\lambda D}{a+y} - y^2 - ay$$

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{a+y} \quad \text{Donc } i = \frac{\lambda D}{a+y}$$

• Calcul de y pour que en O, la frange d'ordre zéro soit remplacé par la frange brillante d'ordre trois. Soit k l'ordre d'interférence en un point M, $k = \frac{\Delta}{\lambda}$ on a :

$$\text{Pour } x=0 \text{ et } k=3, d'_2 - d_1 = 3\lambda \Leftrightarrow \frac{y^2+ay}{2D} = 2\lambda \Leftrightarrow y^2 + ay - 6\lambda D = 0$$

$$\text{Le discriminant } \Delta_1 = a^2 + 24\lambda D \Rightarrow y_1 = \frac{-a-\sqrt{\Delta_1}}{2} \text{ et } y_2 = \frac{-a+\sqrt{\Delta_1}}{2}$$

La valeur de y est y_2 car $y_1 < 0$, donc $y = \frac{-a+\sqrt{a^2+24\lambda D}}{2}$ A.N : $y=2,63\text{mm}$

• Pour connaître le sens de déplacement du système, il suffit de représenter le champ d'interférence sur le schéma. Le sens de déplacement est celui du point de rencontre entre les droites délimitant le champ d'interférence. Dans le cas présent le point se déplace vers le bas.

4.3-) Puisque le système se déplace du côté où a été interposée la lame, la lame la plus épaisse sera placée du côté de S_1 , car le déplacement causé par la lame en S_2 ajouté au déplacement y devront être compensée par celui causé par la lame la plus épaisse. Donc il faudrait que $e_1 > e_2$.

• Différence d'épaisseur des deux lames.

Cherchons d'abord la différence de marche δ en un point M sur l'écran. Les trajets S_1M et S_2M semblent augmentés de $(n-1)e_1$ et de $(n-1)e_2$ (conférez exercice 2).

$$\text{Donc } \delta = (d'_2 + (n-1)e_2) - (d_1 + (n-1)e_1) = d'_2 - d_1 + (n-1)(e_2 - e_1) \Rightarrow \delta = \frac{2x(a+y)+y^2+ay}{2D} + (n-1)(e_2 - e_1)$$

$$\text{Au point O, on a : } x=0 \text{ et } \delta = 0 \Rightarrow \frac{y(y+a)}{2D} = -(n-1)(e_2 - e_1) = (n-1)(e_1 - e_2) \Leftrightarrow e_1 - e_2 = \frac{y(y+a)}{2D(n-1)}$$

$$\text{A.N : } e_1 - e_2 = \frac{2,63 \cdot 10^{-3}(2,63 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^{-3})}{2 \times 4(1,5-1)} = 3,83 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Donc } \Delta_e = 3,83 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

4.4-) En S nous avons une 3ème source identique à S_1 et S_2 .

4.4.1-) Calcul de la distance SM en fonction de x et D .

D'après la figure 3, nous avons $SM=d$.

$$d^2 = D^2 + x^2 = D^2[1 + (\frac{x}{D})^2] \Rightarrow d = D\sqrt{1 + (\frac{x}{D})^2} \Rightarrow d = D[1 + \frac{(x/D)^2}{2}] \text{ car } x \ll D \text{ Donc } d = SM = D + \frac{x^2}{2D}$$

• Différence de marche $\Delta_1 = S_1M - SM$ et $\Delta_2 = S_2M - SM$

$$\Delta_1 = d_1 - d = D + \frac{(x-\frac{a}{2})^2}{2D} - D - \frac{x^2}{2D} = -\frac{a(4x-a)}{8D} \quad \Delta_2 = \frac{\frac{a}{2}(2x+\frac{a}{2})}{2D} = d_2 - d_1 = \frac{a(4x+a)}{8D}$$

• Dédution de φ_1 et φ_2 .

$$S_1M = S_0M(\frac{2\pi}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1); S_2M = S_0 \sin(\frac{2\pi}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2); SM = S_0 \sin(\frac{2\pi}{\lambda}t + \frac{2\pi}{\lambda}d)$$

$$\varphi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d) = \frac{\pi a(4x-a)}{4\lambda D}; \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d) = -\frac{\pi a(4x+a)}{4\lambda D}$$

$$\text{A.N : } \varphi_1 = \frac{\pi \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}(4x - 3,2 \cdot 10^{-3})}{4 \times 0,64 \cdot 10^{-6} \times 4} = \pi(1250x - 1); \varphi_2 = -\frac{\pi \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}(4x + 3,2 \cdot 10^{-3})}{4 \times 0,64 \cdot 10^{-6} \times 4} = -\pi(1250x + 1)$$

$$\text{Donc } \varphi_1 = \pi(1250x - 1); \varphi_2 = -\pi(1250x + 1)$$

4.4.2-) Détermination de l'amplitude résultante en M.

$$A^2 = A_1^2 + S_0^2 + 2S_0A_1 \cos \varphi_0; A_1 = 2S_0 \cos \alpha, \alpha = \frac{\varphi_1}{2} = \frac{\pi}{2}(1250x - 1), \varphi_0 = \varphi_2 - \alpha = -\frac{3}{2}(1250x) - \frac{\pi}{2}$$

$$A_1 = 2S_0 \cos(\frac{1250\pi x}{2} - \frac{\pi}{2}) = 2S_0 \sin(\frac{1250\pi x}{2}),$$

$$\cos \varphi_0 = \cos(-\frac{3}{2}(1250\pi x) - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{3}{2}(1250\pi x))$$

$$\text{D'où } A^2 = S_0^2 + 4S_0^2 \sin^2(\frac{1250\pi x}{2}) -$$

$$4S_0^2 \frac{1250\pi x}{2} \sin(\frac{3}{2}(1250\pi x)) = S_0^2 + 4S_0^2(\sin^2 \frac{\pi x}{2i} -$$

$$\sin \frac{\pi x}{2i} \sin \frac{3\pi x}{2i}) \text{ avec } \frac{1}{i} = \frac{1}{0,0008} = 1250$$

$$\text{Posons } C = \sin^2 \frac{\pi x}{2i} \text{ et } b = \frac{\pi x}{2i} \Leftrightarrow 2b = \frac{\pi x}{i} \Rightarrow$$

$$C = \sin^2 b = 1 - \cos^2 b$$

$$\text{Or } \cos^2 b = \frac{1+\cos 2b}{2} \Rightarrow C = \frac{1-\cos 2b}{2}$$

$$B = \sin \frac{\pi x}{2i} \sin \frac{3\pi x}{2i} = \sin \frac{\pi x}{2i} \sin(\frac{\pi x}{i} +$$

$$\frac{\pi x}{2i}) = \sin \frac{\pi x}{2i}(\sin \frac{\pi x}{i} \cos \frac{\pi x}{2i} + \sin \frac{\pi x}{2i} \cos \frac{\pi x}{i}) \text{ car}$$

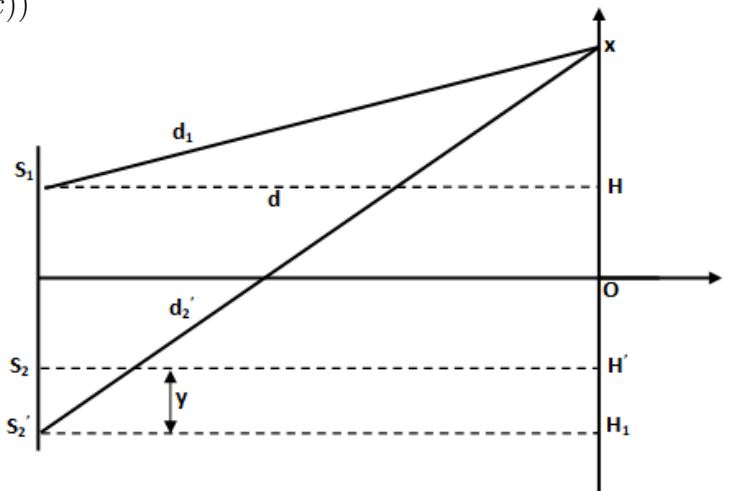
$$\sin \frac{\pi x}{i} = 2 \sin \frac{\pi x}{2i} \cos \frac{\pi x}{2i} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi x}{i} \sin \frac{\pi x}{i} +$$

$$\sin^2(\frac{\pi x}{2i}) \cos \frac{\pi x}{i} \Rightarrow B = \frac{1}{2} - \cos^2(\frac{\pi x}{i}) + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi x}{i}$$

$$\text{Donc } A^2 = S_0^2 + 4S_0^2(C - B) = S_0^2 +$$

$$4S_0^2(\cos^2 \frac{\pi x}{i} - \cos \frac{\pi x}{i}) = S_0^2 - 4S_0S_0 \cos \frac{\pi x}{i} +$$

$$(2S_0 \cos \frac{\pi x}{i})^2 = (S_0 - 2S_0 \cos \frac{\pi x}{i})^2 \text{ Donc } A =$$



$$|S_0 - 2S_0 \cos \frac{\pi x}{i}|$$

• Montrons que l'intensité lumineuse en M est donnée par $I = \frac{I_0}{2}(1 - 2 \cos \frac{\pi x}{i})^2$.

$$I = kA^2 = k(S_0 - 2S_0 \cos \frac{\pi x}{i})^2 = kS_0^2(1 - 2 \cos \frac{\pi x}{i})^2 = \frac{1}{2}2kS_0^2(1 - 2 \cos \frac{\pi x}{i})^2$$

En posant $I_0 = 2kS_0^2$ nous avons $I = \frac{I_0}{2}(1 - 2 \cos \frac{\pi x}{i})^2$

EXERCICE 5 : 5.1-) longueur d'onde du seuil photoélectrique on a : $W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$

$$\text{A.N : } \lambda_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1,9 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,65 \mu m \quad \text{Donc } \lambda_0 = 0,65 \mu m$$

5.2-) Seules les radiations de longueurs d'onde λ_2 et λ_3 provoquent l'émission car elles sont plus petites que λ_0 .

5.3.1-) Vitesse maximal d'émission.

$$E_{Cmax} = E - W_0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_{max}^2 = \frac{hc}{\lambda_3} - W_0 \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}(\frac{hc}{\lambda_3} - W_0)} \quad \text{A.N : } V_{max} = 4,55 \cdot 10^5 m/s$$

5.3.2-) vitesse d'arrivée à l'anode.

$$\text{On a : } E_{CA} - E_{CC} = W(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = -q \cdot U_{AC} \Leftrightarrow V_A = \sqrt{-\frac{2q}{m}U_{AC} + V_C^2} \quad \text{A.N : } V_A = 14 \cdot 10^5 m/s$$

5.3.3-) valeur de U_{AC} qui annule le courant.

$$\text{Le courant s'annule lorsque } V_A = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(0)^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = -qU_{AC} \Rightarrow U_{AC} = \frac{mV_C^2}{2q}.$$

$$\text{A.N : } U_{AC} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} (4,5 \cdot 10^5)^2}{2(-1,6 \cdot 10^{-19})} = -0,57V \quad \text{cette valeur est appelée tension d'arrêt.}$$

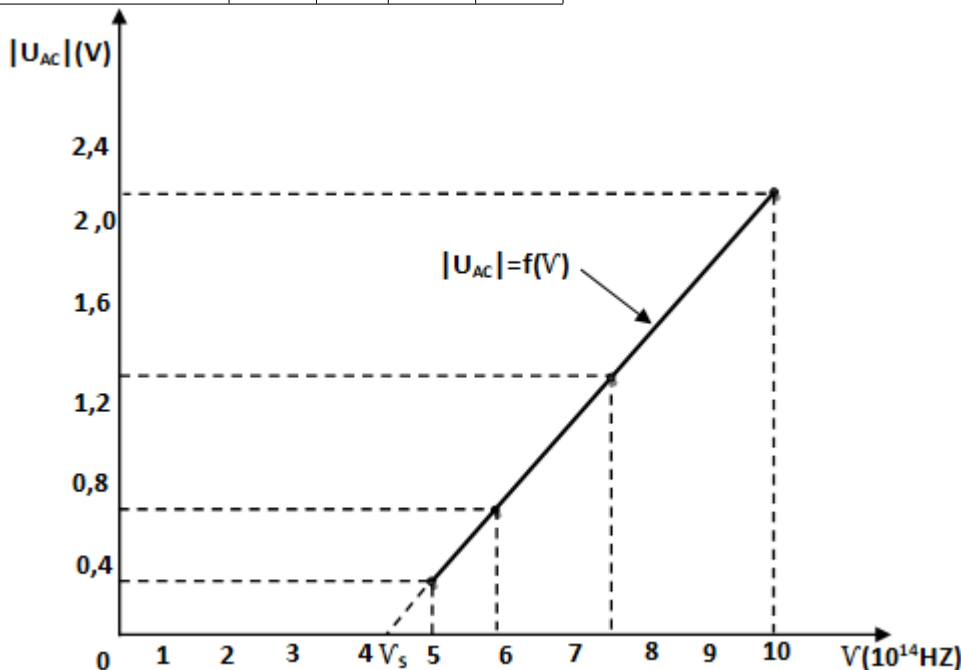
5.3.4-) Le potentiel d'arrêt U_0 est la valeur absolue de la tension d'arrêt $U_0 = 0,57V$.

EXERCICE 6 : 6.1-) Expression de U_{AC} en fonction de ν et W_0 .

$$\text{L'énergie communiqué aux électrons est : } E = W_0 + eU_{AC} \Rightarrow h\nu = W_0 + eU_{AC} \Rightarrow U_{AC} = \frac{h\nu}{e} - \frac{W_0}{e}$$

6.2-) Graphe de $|U_{AC}| = f(\nu)$

$\lambda(\nu m)$	0,6	0,5	0,4	0,3
$\nu = \frac{c}{\lambda}(10^{14} Hz)$	5	6	7,5	10
$ U_{AC} $	0,19	0,6	1,22	2,26



6.3-) On constate que la courbe est une droite. Son équation est $|U_{AC}| = 4,14 \cdot 10^{-3} \nu - 1,88$

par identification avec la question 1-) $\frac{W_0}{e} = -1,88 \Rightarrow W_0 = e(-1,88) = 3 \cdot 10^{-19} J$ et $V_s = 4,6 \cdot 10^{14} Hz$

6.4-) Pour une tension de 1V, on a : $U_0 = 1V$ et correspond à $\nu = 6,9 \cdot 10^{14} Hz$.

EXERCICE 7 : 7.1-) La longueur d'onde λ_0 correspondant au seuil photoélectrique du césium est la longueur d'onde maximal de la radiation lumineuse éclairant une plaque métallique recouverte de césium pour qu'il y ait effet photoélectrique. Il y aura donc effet photoélectrique pour $\lambda \leq \lambda_0$.

• Energie d'extraction W_0 .

$$W_0 = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$\text{A.N : } W_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,650 \cdot 10^{-6}} = 3,055 \cdot 10^{-19} J$$

$$\text{en eV ; } W_0 = \frac{3,055 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,9096 eV \text{ Donc } W_0 = 3,055 \cdot 10^{-19} J = 1,91 eV$$

7.2-) Calcul de l'énergie cinétique des électrons à la sortie de la cathode ainsi que leur vitesse.

• La valeur maximale de l'énergie cinétique des électrons à la sortie de la cathode est égale à l'énergie apportée par un photon moins l'énergie W_0 on a :

$$E_{Cmax} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow E_{Cmax} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\text{A.N : } E_{Cmax} = 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{0,425 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{0,65 \cdot 10^{-6}} \right) \text{ Donc } E_{Cmax} = 1,62 \cdot 10^{-19} J$$

$$\bullet E_{Cmax} = \frac{1}{2} m V_{max}^2 \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2 E_{Cmax}}{m}}$$

$$\text{A.N : } V_{max} = \sqrt{\frac{2 \times 1,62 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 6 \cdot 10^5 \text{ Donc } V_{max} = 6 \cdot 10^5 m/s$$

7.3-) Rendement quantique de la cellule par définition, le rendement quantique $r = \frac{n_e}{n_p}$

avec n_e = nombre d'électrons émis par effet photoélectrique par la cathode pendant la durée t .

n_p = nombre de photons reçus par la cathode pendant la même durée t .

Si $I = I_S$ (intensité du courant de saturation) tous les électrons émis par effet photoélectrique sont captés par l'anode, le module de la charge électrique q transportée pendant cette durée de la cathode à l'anode est : $q = n_e \times e = i_S t \Rightarrow n_e = \frac{I_S t}{e}$

- L'énergie lumineuse reçue par la plaque de la cellule photoélectrique (c'est-à-dire la cathode) est :

$$W = p \times t = n_p \cdot \frac{hc}{\lambda} \left(\frac{hc}{\lambda} \text{ étant l'énergie transportée par un photon} \right) \text{ d'où } n_p = \frac{\lambda p t}{hc}$$

$$\text{Il en résulte : } r = \frac{n_e}{n_p} = \frac{I_S hc}{\lambda p e} \text{ Donc } \frac{I_S hc}{p e}$$

$$\text{A.N : } r = \frac{60 \cdot 10^{-3} \times 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,425 \cdot 10^{-6} \times 1 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,175$$

$$\text{Donc } r = 0,175 = 17,5\%$$

7.4-) Longueur d'onde de la radiation émise lors du retour à l'état fondamentale. L'énergie du photon correspondant à la radiation émise par l'atome d'hydrogène quand il passe de son premier niveau excité à son état fondamental vaut :

$$E_p = E_2 - E_1 \text{ avec } E_n = -\frac{13,6}{n^2} eV = -\frac{13,6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{n^2} \text{ comme } E_p = \frac{hc}{\lambda} \text{ il en résulte } \lambda' = \frac{hc}{E_2 - E_1}$$

$$\text{A.N : } \lambda' = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{-13,6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{1} \right)} = 0,122 \cdot 10^{-6} m \text{ Donc } \lambda' = 0,122 \mu m.$$

• $\lambda' < \lambda_0$: cette radiation peut provoquer un effet photoélectrique dans la cellule de césium.

EXERCICE 8 : 8.1-) Graphe $U_0 = f(\nu)$.

On constate graphiquement que U_0 est une fonction affine de ν , on a : $U_0 = a\nu + b$ (1) a étant le coefficient directeur de la droite. Soient A et B, deux points de la droite de coordonnées respectives : $\nu_A = 5 \cdot 10^{14} Hz$; $U_{OA} = 0,16V$ et $\nu_B = 7,0 \cdot 10^{14} Hz$; $U_{OB} = 0,99V$

$$\text{On a : } a = \frac{U_{OB} - U_{OA}}{\nu_B - \nu_A} \text{ Soit } a = 4,15 \cdot 10^{-15} V \cdot Hz^{-1}$$

Pour déterminer b , considérons un point quelconque de la droite, par exemple A. On a : $U_{OA} = a\nu + b \Leftrightarrow b = U_{OA} - a\nu_A \Rightarrow b = -1,915 V \cdot Hz^{-1}$

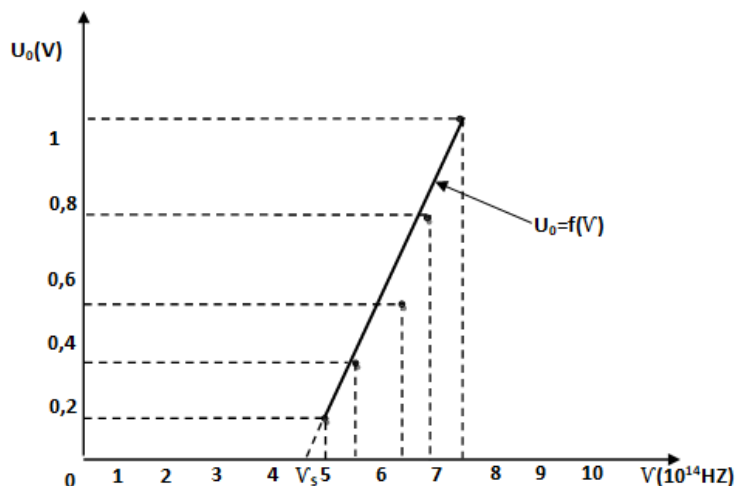
Ceci peut aussi se faire par lecture graphique en projetant la droite $U_0 = f(\nu)$ sur l'axe des ordonnées et en lisant la valeur obtenue. Donc $U_0 = 4,45 \cdot 10^{-15} \nu - 1,915 (V)$

• Valeur de la constante de Planck (h).

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique aux électrons entre la cathode (point de départ) et l'anode (point d'arrivée)

$E_{CA} - E_{CC} = -eU_{CA}$ Si $U_{CA} \geq U_0$ (U_0 tension d'arrêt) il n'y a plus d'électrons, même ceux qui ont l'énergie cinétique maximale qui peuvent atteindre l'anode.

Donc si $U_{CA} = U_0$, on a $E_{CC} = E_{Cmax}$: énergie maximale des électrons quittant la cathode est $E_{CA} = 0$;



soit $0 - E_{Cmax} = -eU_0$, $E_0 = eU_0$

Sachant que l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode est égale à l'énergie apportée par un photon moins l'énergie d'extraction de l'électron de la cathode, on a : $E_{Cmax} = h\nu - W_0 \Leftrightarrow eU_0 = h\nu - W_0 \Rightarrow U_0 = \frac{h\nu}{e} - \frac{W_0}{e}$ (2)

En identifiant (1) et (2), nous avons $\frac{h}{e} = a \Rightarrow h = ae$

A.N : $h = 4,15 \cdot 10^{-15} \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 6,64 \cdot 10^{-34}$ Donc $h = 6,64 \cdot 10^{-34} J.S$

• Valeur de la fréquence seuil ν_0

De la relation $E_{Cmax} = h\nu - W_0$, on en déduit sachant qu'une énergie cinétique est toujours positive, ou nulle : $W_0 \leq h\nu$, soit $\nu \geq \frac{W_0}{h}$ ou $\nu \geq \nu_0$ avec $\nu_0 = \frac{W_0}{h}$. En comparant (2) et (1), on a : $-\frac{W_0}{e} = b \Rightarrow W_0 = -be \Leftrightarrow h\nu_0 = -be$ $\nu_0 = -\frac{be}{h}$ or $h = ae$, alors $\nu_0 = -\frac{be}{ae} \Rightarrow \nu_0 = -\frac{b}{a}$

A.N : $\nu_0 = 4,61 \cdot 10^{14} Hz$

8.2- Détermination de la fréquence seuil ν_0 de la cellule de baryum.

$W_0 = h\nu_0$. L'équation (2) devient : $U_0 = \frac{h}{e}(\nu - \nu'_0) \Rightarrow \nu'_0 = \nu - \frac{eU_0}{h}$

A.N : $\nu = 7 \cdot 10^{14} Hz$; $U_0 = 0,41V$ alors $\nu'_0 = 6 \cdot 10^{14} Hz$.

Chapitre 10

LA RADIOACTIVITE

La radioactivité : est la transformation spontanée d'un noyau instable en noyau stable avec émission des rayonnements.

DÉCROISSANCE RADIOACTIVE

A-) NOYAU

1-) Particules

Nom	$\overbrace{\text{Proton} \quad \text{neutron}}^{\text{nucléon}}$	<i>électron</i>
Symbole	${}^1_1p \quad {}^1_0n$	${}^0_{-1}e$
Charge	+e 0	-e
Masse	$m_p \quad \simeq m_p$	$\ll m_p$
Nombre dans le noyau	$\underbrace{Z \quad N = A - Z}_A$	0
Nombre dans l'atome	$\underbrace{Z \quad N = A - Z}_A$	Z

2-) Noyau (ou nucléide)

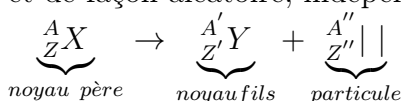
• Notation : ${}^A_ZX \left\{ \begin{array}{l} A = \text{nombre de nucléons} \\ Z = \text{nombre de charges} \end{array} \right.$

- La cohésion du noyau est assurée par l'interaction forte.
- ${}^A_ZX$ et ${}^{A'}_ZX$ sont des isotopes : ils n'ont pas le même nombre de neutrons car A et A' diffèrent.

ATTENTION : Certains énoncés donnent la masse du nucléide ${}^A_ZX$, d'autres la masse de l'atome correspondant (suivant utilisation).

B) RÉACTIONS NUCLÉAIRES SPONTANÉES : RADIOACTIVITÉ

1-) Radioactivité : Tout noyau instable (ou noyau radioactif ou radionucléide) évolue spontanément et de façon aléatoire, indépendamment des conditions extérieures (température, pression,...), selon :



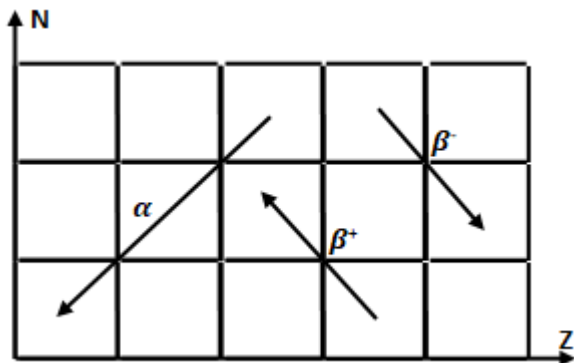
2-) Lois de conservations :

- Conservation du nombre de nucléons : $A = A' + A''$.
- Conservation du nombre de charges : $Z = Z' + Z''$.

3-) Les différentes radioactivités :

Émission	Réaction	Particule émise	Radioactivité
α	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He$	noyau d'hélium	naturelle/artificielle
β^-	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$	électron	naturelle/artificielle
β^+	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_{+1} e$	positon ou positron	artificielle
γ	${}^A_Z X^* \rightarrow {}^A_Z X + {}^0_0 \gamma$	photon	naturelle/artificielle

- représentations sur le diagramme de segré (sauf γ).
- Les émissions α , β^- , β^+ sont souvent suivies d'émission γ .



C) Loi de décroissance radioactive :

1-) Nombre $N(t)$ de radionucléides :

a) Loi de la décroissance radioactive : La radioactivité d'un élément diminue avec le temps suivant la loi de décroissance radioactive :

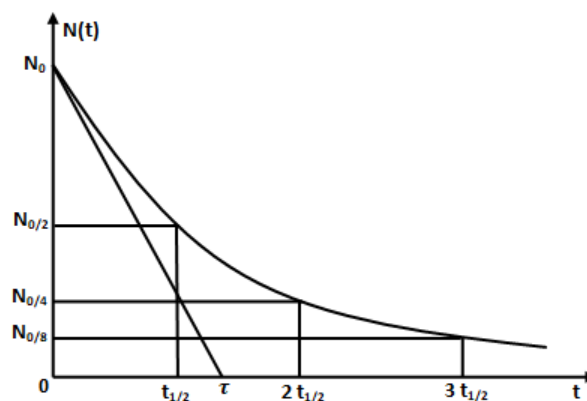
On note $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

avec

N = nombre de rayons radioactifs à la date t

N_0 = nombre de rayons radioactifs à la date $t = 0$

λ = constante radioactive caractéristique de l'élément considéré



b) $\tau = \frac{1}{\lambda}$ est la constante de temps(s)

c) période radioactive (ou demi-vie) : C'est le temps (T) nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présent dans l'échantillon se désintègre. $T = t_{1/2}$

D'après la loi de décroissance, $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ (1)

$t = 0$, le nombre de rayons est N_0

$t = T$, le nombre de rayons est $N = \frac{N_0}{2}$ (2)

(2) dans (1) donne $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$

$\Leftrightarrow -\ln 2 = -\lambda T \Leftrightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$

• $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ or $\tau = \frac{1}{\lambda}$ d'où $T = \tau \ln 2$

• λ , τ , T dépendent du type de radionucléides.

Remarque : Après $n \times T$, il reste $N_0/2^n$ radionucléides.

d) Activité : $A(t)$ L'activité d'un échantillon est le nombre de désintégration par seconde.

• $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}(N_0 e^{-\lambda t}) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$.

En posant $A_0 = \lambda N_0$, on obtient $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

• $A_0 = \lambda N_0$ est l'activité initiale.

• Unité : le **becquerel (Bq)** ; 1Bq correspond à une désintégration par seconde.

• Si $t = nT$, alors $A = \frac{A_0}{2^n}$

N.B : le nombre de noyau est donné par : $N_0 = \frac{m}{M}$.

e) Évolution d'une population moyenne :

- Expérimentalement, le nombre N de particules à la date t diminue de ΔN pendant la durée Δt .
- Activité moyenne : $A_{moy} = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda \cdot N$
- Si $\Delta \ll T = t_{1/2}$, alors $A_{moy} \approx A(t)$.

NOYAU, MASSE, ÉNERGIE :**1-) Équivalence masse-énergie :**

Un système fermé dont la masse diminue de $\Delta m = m_{avant} - m_{après}$ libère l'énergie : $\Delta E = \Delta m c^2$.

2-) Énergie au repos et relation d'Einstein : L'énergie que libèrerait une particule si sa masse était intégralement transformée en énergie est son énergie au repos : $E = mc^2$

3-) Unité de masse atomique (u) : Par définition : $1u = \frac{1}{12}m(^{12}C)$ (masse d'un atome de carbone).

$$1u = \frac{1}{12}m(^{12}C) = 1,66054 \times 10^{-27}kg = 931,494MeV.c^{-2}$$

Particule	m(kg)	m(u)	$m(MeV.c^{-2})$
Proton	$1,672622 \times 10^{-27}$	1,007276	939,272
neutron	$1,674927 \times 10^{-27}$	1,008665	939,565
électron	$9,109382 \times 10^{-31}$	0,000549	0,510999

4-) Utilisation des unités et relations (cf.ex 2 et 4)

Énergie	=	Masse	×	c^2
E(J)	=	m(kg)	×	$(2,998 \times 10^8 m/s)^2$
E(Mev)	=	m(u)	×	$(931,494MeV/u)$
E(MeV)	=	m(MeV.c ⁻²)	×	c^{2*}

B-) ÉNERGIES DE LIAISON D'UN NOYAU :**1-) Défaut de la masse d'un noyau :**

- $m(\text{nucléons séparés}) > m(\text{noyau} = \text{nucléons liés})$
- $\Delta m = \text{défaut de masse du noyau } (>0) = m(\text{nucléons séparés}) - m(\text{noyau}) = [Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n] - m(^A_Z X)$
- $m(\text{atome}) = m(\text{noyau}) + Z \cdot m(\text{électron})$ Donc $\Delta m = \Delta m(\text{noyau}) = \Delta m(\text{atome})$.

2-) Énergie de liaison d'un noyau :

- $E_e = \Delta m \cdot c^2$
- E_e est l'énergie à fournir au noyau pour séparer les nucléons.

3-) Énergie de liaison par nucléon :

- $\frac{E_e}{A}$ est l'énergie de liaison par nucléon (ou plutôt par nombre de nucléons), donc c'est l'énergie à fournir à chaque nucléon pour séparer tous les nucléons (chaque nucléon possédant l'énergie - $\frac{E_e}{A}$).

C) Réactions NUCLÉAIRES :

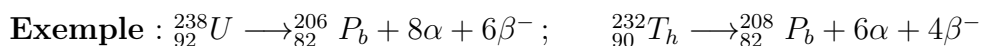
1-) Généralités : • Il existe deux types de réactions : les réactions spontanées (α, β, γ) ou les réactions provoquées (fission et fusion).

- Au cours d'une réaction, il y a conservation de la charge électrique (Z) et du nombre de nucléons (A).
- La variation de la masse est : $\Delta E = \delta m \cdot c^2$.
- On a aussi la transmutation : Elle consiste à mettre en collision un noyau avec celui de l'Hélium.

Exemple : $^4_2\text{He} + ^{27}_{13}\text{Al} \longrightarrow ^{30}_{15}\text{P} + ^1_0\text{n}$

D) LES FAMILLES RADIOACTIVES : C'est l'ensemble des noyaux issus d'un même père. Il existe 4 famille radioactives donc trois familles naturelles (uranium, actinium, thorium) qui aboutissent à un noyau stable.

tissent toutes à l'isotope stable de plomb, et une famille artificielle (neptunium) qui aboutit au bismuth.



E-) LES APPLICATIONS ET LES DANGERS DE LA RADIOACTIVITÉ :

1-) Application des radionucléides :

a-) En géologie : Le carbone 14 et le potassium 40 servent à donner l'âge des échantillons organiques et rocheux.

b-) En chimie : Les traceurs isotopes servent à étudier le mécanisme de certaine réaction. Le principe de traçage radioactif consiste à remplacer dans une substance, un élément stable par un élément radioactif et de suivre son évolution à l'aide des rayonnement qu'il émet.

c-) En médecine : - les radioéléments : servent à traiter les cancers (radiothérapie, curithérapie).

- **En imagerie médical :** l'injection d'un radionucléide permet de déterminer les formes d'un organe, de détecter ces déficiences : c'est ce qu'on appelle la **cinéptigraphie**. La **stérilisation** du matériel médical par les rayonnements gamma.

EXERCICES

EXERCICE 1* :

1-) ÉCRITURE DE REACTIONS : À l'aide de la classification périodique des éléments, compléter les réactions suivantes (trouvez les inconnues a, b, c, d, e, f, g et les symboles correspondants à X, Y, Z) et préciser le type de radioactivité aux quelles elles correspondent :

- a)** ${}_{88}^{226}\text{Ra} \longrightarrow {}_{86}^{222}\text{X} + {}_b^a\text{Y}$; **b)** ${}_{38}^{87}\text{Sr}^* \longrightarrow {}_b^a\text{X} + {}_c^d\gamma$; **c)** ${}_{42}^{99}\text{Mo} \longrightarrow {}_a^{99}\text{Tc}^* + {}_c^b\text{X}$ puis ${}_{42}^{99}\text{Tc}^* \longrightarrow {}_d^{99}\text{X} + {}_f^e\text{Y}$
- d)** ${}_{31}^{68}\text{Ga} \longrightarrow {}_{30}^{68}\text{X} + {}_b^a\text{Y}$; **e)** ${}_a^X \longrightarrow {}_{83}^{214}\text{Bi} + {}_c^d\text{Y}$; **f)** ${}_{11}^{22}\text{X} \longrightarrow {}_{10}^a\text{Y} + {}_d^c\text{Z}$
- g)** ${}_a^3\text{H} \longrightarrow {}_c^b\text{X} + {}_e^d\text{Y}$ (émission β^-) ; **h)** ${}_a^{174}\text{Hf} \longrightarrow {}_c^b\text{X} + {}_e^d\text{Y}$ (émission α) ; **i)** ${}_b^a\text{X} \longrightarrow {}_c^{53}\text{Mn} + {}_e^d\text{Y}$ (émission β^+) ;
- j)** ${}_a^{87}\text{K}^{**} \longrightarrow {}_c^b\text{X} + 2{}_e^d\text{Y}$ (2 émission γ)

2-) RECONNAÎTRE UNE REACTION : Reconnaitre le type des réactions suivantes et préciser si elles sont spontanées ou provoquées.

- a)** ${}_1^2\text{H} + {}_1^3\text{H} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + {}_0^1\text{n}$; **b)** ${}_{92}^{235}\text{U} + {}_0^1\text{n} \longrightarrow {}_{39}^{94}\text{Y} + {}_{53}^{140}\text{I} + 2{}_0^1\text{n}$; **c)** ${}_{28}^{60}\text{Ni}^* \longrightarrow {}_{28}^{60}\text{Ni} + {}_0^0\gamma$;
- d)** ${}_{15}^{30}\text{P} \longrightarrow {}_{14}^{30}\text{Si} + {}_1^0\text{e}$; **e)** ${}_{92}^{238}\text{U} \longrightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$; **f)** ${}_{82}^{214}\text{Pb} \longrightarrow {}_{83}^{214}\text{Bi} + {}_{-1}^0\text{e}$

EXERCICE 2* :

A-) COMPOSITION ET TYPE DE RADIOACTIVITÉ

- 1-) Donner la composition du noyau ${}_{6}^{12}\text{C}$ et préciser son nombre de nucléons.
- 2-) Quel(s) type(s) d'interaction assure(nt) la cohérence du noyau ? Expliquer.
- 3-) ${}_{6}^{14}\text{C}$ est instable : expliquer ce terme et écrire la réaction possible .
- 4-) Même question pour ${}_{6}^{10}\text{C}$.
- 5-) peut-il exciter un noyau de carbone émetteur α , a priori ?

B-) ENERGIE DE LIAISON :

Un noyau de béryllium (${}_{4}^{10}\text{Be}$) a pour masse 10,0113 U.

- 1-) Donner sa composition
 - 2-) Calculer son défaut de masse.
 - 3-) En déduire son énergie de liaison, puis son énergie de liaison par nucléon (en M_eV et en J)
 - 4-) Calculons la masse d'un atome de $^{10}B_e$ (en U).
- Données : $m_n = 1,00866$ u ; $m_p = 1,00727$ u ; $m_e = 0,00055$ u

EXERCICE 3 : (LE CLASSIQUE)**

A-) Le radium ($^{226}_{88}Ra$) se désintègre spontanément en radon ($^{86}_{222}Rn$).

- 1-) Écrire la réaction de désintégration et préciser son type.
- 2-) Calculer la variation de masse Δ_m de cette réaction (Δ_m sera définie afin d'être positive). Ainsi que la variation relative de masse
- 3-) En déduire l'énergie libérée par cette réaction, en M_eV et en J
- 4-) Quelle énergie libérerait un gramme (1g) de radium dans ces conditions ?

Donner cette valeur en M_eV et en J

Données : $m(Ra) = 226,02540$ u (atome) ;

$m(Rn) = 222,01757$ u (atome) ;

$m(^4_2He) = 4,00260$ u (atome).

B-) Soit un radinucléide dont l'activité a diminué de 90 pour cent en 2h40 min

- 1-) Calculer sa durée de demi-vie ainsi que sa constante de temps et la constante de désintégration
- 2-) Après quelle durée ne reste-t-il plus que 1,0% de la quantité initiale (utiliser deux méthodes) ?
- 3-) Après quelle durée ne reste-t-il plus que 3,0% de la quantité initiale ?

EXERCICE 4 :**

A-) **ÉMISSIONS SIMULTANÉES** : préciser les nombres de particules α et β^- qui sont émises lors de la désintégration d'un noyau de $^{238}_{92}U$ en $^{206}_{82}Pb$

B-) FORMULE PRATIQUE :

1-) Démontrer la formule pratique $N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$ et expliquer pourquoi il suffit que t et T ($t_{\frac{1}{2}}$) soient dans la même unité.

2-) **Application** : Calculer le pourcentage de radionucléides restant d'un échantillon d'Iode ^{131}I de demi-vie $T = 8,0J$, après 8 jours, 16 jours, 32 jours et 1an

C-) **UNITÉS ET FORMULES** : Dans cette exercice, on utilisera seulement les données ci-dessous.

1-) En partant de la définition de l'unité atomique, redémontrons que $1U = 1,66054 \times 10^{-27}$ Kg

2-) Redémontrer que $E(M_eV) = m(V) \times 931,49$

puis que : $1U = 931,49 M_eV.C^{-2}$.

3-) En déduire la masse du protons en U, en $M_eV.C^{-2}$, et son énergie au repos en M_eV .

Données : M (atome ^{12}C) = $12 g.mol^{-1}$

$N_A = 6,02214 \times 10^{23} mol^{-1}$; $e = 1,60218 \times 10^{-19} C$; $C = 2,99792 \times 10^8 m.s^{-1}$; $m_p = 1,67262 \times 10^{-27}$ Kg.

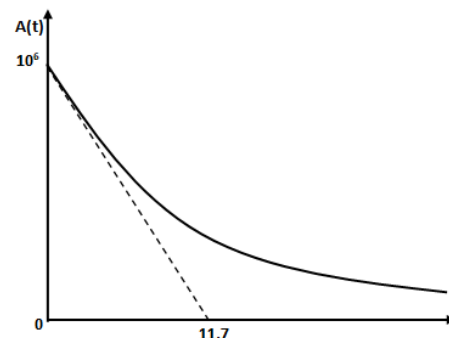
EXERCICE 5 :**

A-) **ACTIVITÉ DE L'IODE** : L'Iode 131 est utilisée en médecine. Elle est radioactive β^- . Le graphe ci-dessous représente l'activité, en fonction du temps, d'un échantillon contenant de l'iode comme unique radioélément (on le suppose).

1-) Quelle est l'unité de A ?

À quoi correspond-t-elle ?

2-) Mesure la constante de temps τ .



En déduire la valeurs de λ (constante de désintégration)
et $T = t_{\frac{1}{2}}$ (durée de demi-vie).

3-) Que vaut l'activité initiale A_0 ?

En déduire N_0 le nombre initiale de radionucléides.

4-) Exprimer $A(t)$, puis $N(t)$ en fonction de t , A_0 et τ .

5-) Calculer A et N pour $t=1\text{an}$ et conclure.

B-) ACTIVITÉ DE ARGON :

On étudie l'activité d'un échantillon d'Argon ($^{41}_{18}\text{Ar}$) en mesurant le nombre de désintégration pendant une durée de 5s. Les résultats de quelques mesures sont dans le tableau suivant :

Date(min)	0	3	10	20	30
ΔN	2150	2109	2017	1892	1775

1-) L'argon $^{41}_{17}\text{Ar}$ est émetteur β^- . Ecrire l'équation de la désintégration sachant que le symbole du noyau fils est (K).

2-) Définir Activité et compléter le tableau suivant.

Date(min)	0	3	10	20	30
Activité $a_{\text{cutée}}(Bq)$					
$\ln(\frac{A_0}{A})$					

3-) Tracer la courbe $L_n(\frac{A_0}{A}) = f(t)$

4-) En déduire de la courbe la valeur de la constante radioactive.

5-) Définir la demi-vie et déterminer sa valeur T

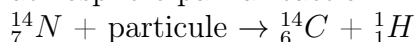
6-) Au bout de quelle durée l'activité est-elle divisée par 8 ?

EXERCICE 6** :

1-) DATATION AU ^{14}C (CLASSIQUE) :

les végétaux absorbent le CO_2 pas photosynthèse (ou par les racines,...), celui-ci est composé de ^{12}C et de ^{14}C ; le premier est stable, le second radioactif β^- .

On suppose que le proportion de ^{14}C par rapport au ^{12}C est 1×10^{-12} , ^{14}C étant régénéré dans haute atmosphère par la réaction :



1-) Identifier la particule de l'équation précédente.

2-) Écrire l'équation de la réaction que subit le carbone 14.

3-) Expliquer pourquoi on peut dater certains vestiges par la mesure de l'activité du ^{14}C . 4-) Calculer l'âge maximale des objets identifiable par cette méthode en supposant que la proportion minimale de ^{14}C mesurable soit de 10^{-15} par rapport au ^{12}C .

5-) Indiquer deux raisons qui explique qu'on n'utilise pas cette méthode pour mesure l'âge des roches très anciennes.

Données : $t_{1/2}(^{14}\text{C})=5730$ ans

1-) COMPARAISON D'ACTIVITÉS :

1-) Comparer les activités initiales d'un milligramme de $^{39}_{17}\text{Cl}$ (émetteur β^- , $t_{1/2} = 1h$) et d'un Kilogramme de $^{113}_{48}\text{Cd}$ (émetteur β^- , $t_{1/2} = 9 \times 10^{15}$ ans).

2-) Calculons la masse de radionucléides nécessaires pour obtenir une activité initiale de 1GBq avec $^{24}_{11}\text{Na}$, $^{226}_{88}\text{Ra}$ et $^{238}_{92}\text{U}$.

Données : $t_{1/2}(^{24}_{11}\text{Na}) = 14,960h$; $t_{1/2}(^{226}_{88}\text{Ra}) = 1600\text{ans}$; $t_{1/2}(^{238}_{92}\text{U}) = 4,468 \times 10^9\text{ans}$.

EXERCICE 7** :

Le polonium 210 se désintègre pour donner du plomb 206 avec une demi-vie de 188 jours. La mesure de l'activité d'un échantillon donne $A=7,2 \cdot 10^8 Bq$.

1-) Écrire l'équation de cette désintégration.

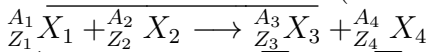
2-) Calculer la constante radioactive du polonium 210 en J^{-1} et s^{-1} .

3-) Quel est le nombre moyen de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon au moment de la mesure ? Quelle est la masse de polonium correspondante ?

4-) Quelles seront les activités de l'échantillon après un an ? Après 10ans ?

On donne : $M_{p_0} = 210g/mol$; $\mathcal{N}_A = 6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$; $Z(P_0) = 84$; $Z(P_b) = 82$.

EXERCICE 8*** : (UNE RELATION GENERALE)



1-) Montrer que : $\sum_{aprs} E_e - \sum_{avant} E_e = -(m_{aprs} - m_{avant})c^2$.

2-) À l'aide d'un diagramme énergétique simple, et en utilisant la définition de l'énergie de liaison, retrouver la relation précédente.

3-) Vérifier cette relation pour la réaction $2_1^2H \longrightarrow {}_2^4He$

Données : $E_e({}_1^2H) = 2,225 MeV$; $E_e(C) = 28,295 MeV$; $m({}_1^2H) = 2,01410u$; $m({}_2^4He) = 4,00260u$.

EXERCICE 9*** : À haute altitude, l'azote ${}_{7}^{14}N$ se transforme en carbone ${}_{6}^{14}C$ sous l'effet du bombardement par des neutrons.

1-) Écrire l'équation de cette réaction.

2-) sachant que le carbone ${}_{6}^{14}C$ est radioactif β^- , donner l'équation de sa désintégration au cours de laquelle se forme également un neutrino.

3-) La demi-vie ou période du carbone 14 est $T = t_{1/2} = 5590 \text{ années}$. Les plantes vivantes assimilent le carbone dans l'atmosphère. A leur mort, le processus d'assimilation s'arrête. Un échantillon de bois préhistorique donne 197 désintégrations par minute. Un échantillon de même masse de bois récent donne 1350 désintégrations par minute. Donner une estimation de l'âge du bois préhistorique.

SOLUTIONS

EXERCICE 1 : 1-) Avec la classification périodique, on fait correspondre Z et le symbole (exemple : $Z=3$ correspond à ${}_3Li$).

Les particules émises sont : ${}_2^4He$ ou ${}_{-1}^0e$ ou β^- , ${}_1^0e$ ou β^+ , ${}_0^0y$ ou y .

On applique la conservation du nombre de charges et du nombre de nucléons. Le symbole * correspond à un état excité (très excité pour **), donc émission d'un y (ou de deux y) **a)** (Explication détaillées)

${}_{88}^{226}Ra \longrightarrow {}_{86}^{222}Rn + {}_Z^AX$ car $Z = 86$ correspond à Rn

$$\begin{cases} \text{conservation de } A : 226 = 222 + A \\ \text{conservation de } Z : 88 = 86 + Z \end{cases} \text{ soit}$$

donc il s'agit d'une particule α .

d'où ${}_{88}^{226}Ra \longrightarrow {}_{86}^{222}Rn + {}_2^4He (\alpha)$.

De même :

b) ${}_{38}^{87}Sr^* \longrightarrow {}_{38}^{87}Sr + {}_0^0y (y)$

c) ${}_{42}^{99}Mo \longrightarrow {}_{43}^{99}Tc^* + {}_{-1}^0e (\beta^-)$ puis

${}_{43}^{99}Tc^* \longrightarrow {}_{43}^{99}Tc + {}_0^0y (y)$

d) ${}_{31}^{68}Ga \longrightarrow {}_{30}^{68}Zn + {}_1^0e (\beta^+)$

e) ${}_{82}^{214}Pb \longrightarrow {}_{83}^{214}Bi + {}_{-1}^0e (\beta^-)$

f) ${}_{11}^{22}Na \longrightarrow {}_{10}^{22}Ne + {}_1^0e (\beta^+)$

g) ${}_1^3H \longrightarrow {}_2^3He + {}_{-1}^0e (\beta^-)$

h) ${}_{72}^{174}Hf \longrightarrow {}_{70}^{170}Yb + {}_2^4He (\alpha)$

i) ${}_{26}^{53}Fe \longrightarrow {}_{25}^{53}Mn + {}_1^0e (\beta^+)$

j) ${}_{36}^{87}Kr^{**} \longrightarrow {}_{36}^{87}Kr + 2 {}_0^0y (y \times 2)$ (ou en deux étapes, avec Kr^*)

2-) 1-) Réaction entre deux noyaux légers $\longrightarrow$ fusion $\longrightarrow$ provoquée.

2-) Réaction entre un noyau lourd et 1 neutron $\longrightarrow$ fission $\longrightarrow$ provoquée

3-) Désexcitation et formation de ${}_0^0y \longrightarrow$ émission $y \longrightarrow$ spontanée.

4-) Formation de ${}_1^0e \longrightarrow$ émission $\beta^+ \longrightarrow$ spontanée.

5-) Formation de ${}_2^4He \longrightarrow$ émission $\alpha \longrightarrow$ spontanée.

6-) Formation de ${}_{-1}^0e \longrightarrow$ émission $\beta^- \longrightarrow$ spontanée.

EXERCICE 2 :A-) 1-) ${}^{12}_6C$: nombre de

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{protons} : Z = 6 \\ \bullet \text{neutrons} : N = A - Z = 12 - 6 = 6 \\ \bullet \text{nuclons}(\text{protons} + \text{neutrons}) = A = 12 \end{array} \right.$$

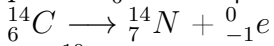
2-) • L'interaction gravitationnelle est très négligeable devant l'interaction électrostatique.

• L'interaction électrostatique est répulsive entre protons (de même charge non nulle) et inexistante entre neutron et neutron, ou neutron et proton (car le neutron n'est pas chargé).

• Seule l'interaction forte explique la cohérence du noyau (et elle n'agit qu'à très faible distance).

3-) ${}^{14}_6C$ va réagir (émission des particules α , β^+ , β^- , γ) afin d'acquies une structure plus stable.

Comme $Z = 6$ est faible ($Z \leq 20$) et $N = A - Z = 14 - 6 = 8$ vérifie $N > Z$, le radionucléide sera émetteur β^- a priori : ${}^{14}_6C \rightarrow {}^{14}_7N + {}^0_{-1}e$; à l'aide d'une table périodique, on trouve que $Z=7$ correspond à l'azote :



4-) ${}^{10}_6C$: de même, $N = 10 - 6 = 4$ et $Z = 6$ donc $N < Z$: émission β^+ (à priori) ;



5-) Les émetteurs sont émis en générale par les atomes qui ont un nombre Z élevé ($Z \geq 60$) : C ne peut pas être un émetteur α (à priori). 1-) 1-) $Z=4$ et $N = A - Z = 10 - 4 = 6$

Donc 4 protons et 6 neutrons.

$$2-) \Delta m = [Z.m_p + (A - Z)m_n] - m(\text{noyau})$$

$$\text{A.N : } \Delta m = [4 \times 1,00727 + 6 \times 1,00866] - 10,0423 \text{ Donc } \Delta m = 6,97 \times 10^{-2}u$$

$$3-) E_l(\text{MeV}) = \Delta m(u) \times 931,5 = 64,96 \text{ MeV} = 1,041 \times 10^{-11}J$$

$$\frac{E_l}{A} = \frac{E_l}{10} = 6,496 \text{ MeV} = 1,041 \times 10^{-12}J$$

$$4-) m(\text{atome}) = m(\text{noyau}) + Z \times m_{e-1}$$

$$\text{A.N : } m(\text{atome}) = 10,0113 + 10 \times 0,0055 \simeq 10,0168u$$

EXERCICE 3 :A-)1-) ${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^4_2He$ émission α (spontanée)

2-) $\Delta m > 0$ si $\Delta m = m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}$ on obtient :

$$\Delta m = m(Ra) - [m({}^{222}_{86}Rn) + m({}^4_2He)] = 5,23 \times 10^{-3}u$$

$$\text{Variation relative : } \frac{\Delta m}{m_{\text{avant}}} = \frac{\Delta m}{m(Ra)} = 2,3 \times 10^{-5} \text{ (0,0023\%)}$$

$$3-) E_{lib}(\text{MeV}) = \Delta m(u) \times 931,5 = 4,87 \text{ MeV} \text{ soit } E_{lib} = 7,80 \times 10^{-13}J$$

$$\text{Rappel : } 1 \text{ MeV} = 10^6 eV = 1,602 \times 10^{-13}J$$

4-) Quantité de noyaux dans 1g.

$$N = n(\text{mol}) \times N_A = \frac{m}{M} \times N_A$$

$$E_{\text{total}} = E_{lib} \times N = E_{lib} \times \frac{m}{M} N_A$$

$$\text{A.N : } E_{\text{total}} = E_{lib} \times \frac{10^{-3}}{226 \times 10^{-3}} \times 6,022 \times 10^{23}$$

$$\text{Donc } E_{\text{total}} = 1,30 \times 10^{22} \text{ MeV} = 2,08 \times 10^9 J$$

B-)1-) Loi de décroissance radioactive :

$$N(t_1) = N_0 \cdot e^{-\lambda t_1} \text{ donc } \frac{N(t_1)}{N_0} = e^{-\lambda t_1} \text{ donc } \ln \frac{N(t_1)}{N_0} = -\lambda t_1 \text{ donc } \lambda = -\frac{1}{t_1} \ln \frac{N(t_1)}{N_0} \text{ et } N(t) = 0,1 \times N_0$$

(90% des nucléides ont disparu, il en reste 10% soit $0,1N_0$)

$$\text{d'où : } \frac{N(t_1)}{N_0} = 0,1 \quad \lambda = -\frac{1}{t_1} \ln(0,1) \text{ (} t_1 \text{ en s)}$$

$$\text{A.N : } \lambda = -\frac{1}{2 \times 3600 + 40 \times 60} \ln(0,1) \simeq 2,40 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$T = t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 2,89 \times 10^3 s (\simeq 48 \text{ min}) ; \rho = \frac{1}{\lambda} = 4,17 \times 10^3 s (\simeq 1 \text{ h } 9 \text{ min})$$

$$2-) \text{ 1}^{\text{er}} \text{ méthode : } \frac{100\% \xrightarrow{t_1} 10\% \xrightarrow{t_1} 1\%}{t_2} \rightarrow \text{donc } t_2 = 2t_1 = 5 \text{ h } 20 \text{ min}$$

$$\text{1}^{\text{er}} \text{ méthode : } N(t_2) = N_0 e^{-\lambda t_2} \text{ et } \frac{N(t_2)}{N_0} = 0,01$$

$$\text{donc } 0,01 = e^{-\lambda t_2} \text{ donc } \ln(0,01) = -\lambda t_2 \text{ d'où } t_2 = -\frac{\ln(0,01)}{\lambda} \times t_1 = 2t_1, \text{ d'après 1-)}$$

$$3-) N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ et } \frac{N(t_3)}{N_0} = 0,03 \text{ donc } 0,03 = e^{-\lambda t_3} \text{ donc (idem 2) ; } t_3 - \frac{\ln(0,03)}{\lambda} = 1,46 \times 10^4 s (\simeq 4 \text{ h } 4 \text{ min})$$

EXERCICE 4 :A-) L'équation globale est : ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + a {}^4_2He + b {}^0_{-1}e$

$$\text{Bilans : } \begin{cases} 238 = 206 + 4a + 0 \\ 92 = 82 + 2a - b \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \end{cases}$$

8 particules α et 5 particules β^- sont émises.

B-) 1-) $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = N_0 (e^{\ln 2})^{-\frac{t}{T}} \rightarrow N(t) = N_0 \times 2^{-\frac{t}{T}}$ soit $N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$

si t et $t_{1/2} = T$ sont dans la même unité, alors $\frac{t}{T}$ est adimensionnel. Donc $2^{\frac{t}{T}}$ peut se calculer (mais $\ll 2^{1s} \gg$ ne veut rien dire!)

2-) $T = 8$ jours. On exprime t en jours et alors $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{\frac{t(\text{jours})}{8}}}$

Exemple : $\frac{N}{N_0}(8 \text{ jours}) = \frac{1}{2^{\frac{8}{8}}} = \frac{1}{2^1} = 0,5$ soit 50%

Durée(j)	$8 = 8 \times 1$	$16 = 8 \times 2$	$32 = 8 \times 4$	365(an)
Fraction	$1/2$	$1/2^2$	$1/2^4$	$1/2^{(365/8)}$
Pourcentage	50%	25%	6,25%	$1,8 \times 10^{-12}\%$

C-) 1-) $1u = \frac{1}{12} m(\text{atome } ^{12}\text{C}) = \frac{1}{12} \times \frac{M(\text{atome } ^{12}\text{C})}{N_A} = \frac{1}{12} \times \frac{12 \times 10^{-3}}{6,02214 \times 10^{23}}$ soit $1u = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$

2-) $E(\text{J}) = m(\text{kg}) \times c^2$ devient $E(\text{MeV}) \times (1,6 \times 10^{-13}) = m(u) \times (1,66 \times 10^{-27}) \times c^2$

donc $E(\text{MeV}) = m(u) \times \left[\frac{(1,65054 \times 10^{-27}) \times (2,99792 \times 10^8)^2}{1,60218 \times 10^{-19}} \right]$

donc $E(\text{MeV}) = m(u) \times 931,49$

pour l'application numérique, on utilise les valeurs les plus précises données dans l'énoncé.

On en déduit que si $m = 1u$, alors $E = 931,49 \text{ MeV}$ donc, comme $m = \frac{E}{c^2}$, $1u = \frac{E}{c^2} = \frac{931,49 \text{ MeV}}{c^2}$ Donc $1u = 931,49 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$

3-) $m_p = \frac{1,67262 \times 10^{-27}}{1,66054 \times 10^{-27}} \simeq 1,00727u \rightarrow m_p = 1,00727 \times 931,49 \text{ MeV} \cdot c^{-2} = 938,27 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$

$E(\text{MeV}) = m(\text{MeV} \times c^{-2}) \times c^2 = (938,27 \text{ MeV} \times c^{-2}) c^2 = 938,27 \text{ MeV}$.

EXERCICE 5 : A-) 1-) A s'exprime en becquerel : 1Bq correspond à 1 désintégration par seconde.

2-) Avec la tangente à l'origine, on lit directement $\rho = 11,7 \text{ jours} = 1,0 \times 10^6$.

$Y = t_{1/2} = \ln 2 \times \rho = 7,0 \times 10^6 \text{ s}$ et $\lambda = \frac{1}{\rho} = 9,9 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

3-) $A_0 = A(t=0) = 10^6 \text{ Bq}$ (par lecture graphique) et $N_0 = A_0 / \lambda = A_0 \times \rho = 1,0 \times 10^{12}$.

4-) $A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\rho}} = A_0 \cdot \rho e^{-\frac{t}{\rho}}$

5-) $A(1 \text{ an}) = 10^6 \times \exp\left(\frac{-365}{11,7}\right) = 2,8 \times 10^{-8} \text{ Bq}$

$N(1 \text{ an}) = 10^6 \times (1,0 \times 10^6) \times \exp\left(\frac{-365}{11,7}\right) = 2,8 \times 10^{-2} < 1 \text{ noyau}$

Au bout d'un an, le patient n'a plus d'iode 131 provenant de cette injection dans son organisme.

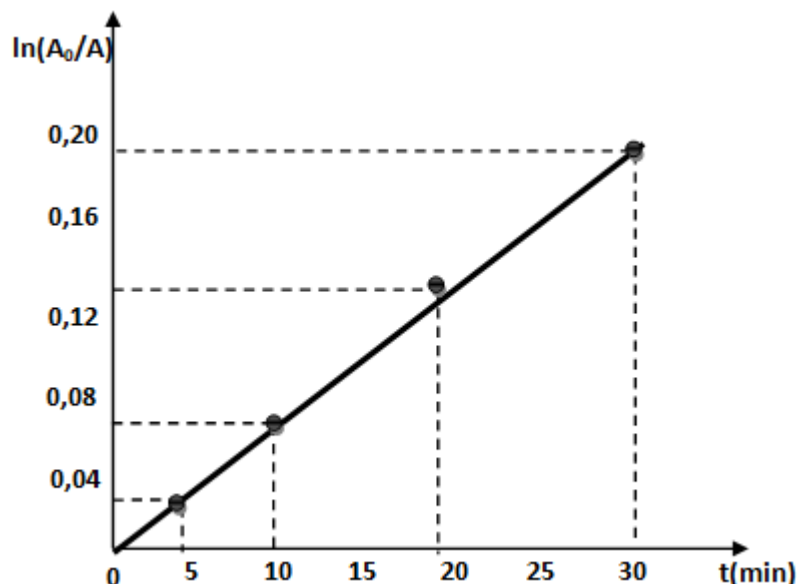
B-) 1-) Equation de la désintégration : ${}_{18}^{41}\text{Ar} \rightarrow {}_1^0\text{e} + {}_{19}^{41}\text{K}$

2-) L'activité est la diminution du nombre de noyau par unité de temps : $A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$

Complétons le tableau :

Date(min)	0	3	10	20
ΔN	2150	2109	2017	1892
A(Bq)	430	421,8	403,4	378,2
$\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$	0	0,02	0,063	0,130

3-) Courbe $\ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = f(t)$



4-) Valeur de la constante radioactive (λ).

La courbe est une application linéaire de la forme $y=ax \Rightarrow \ln(\frac{A_0}{A}) = \lambda t$ où λ est le coefficient directeur ou pente.

$$\lambda = \frac{\Delta(\ln \frac{A_0}{A})}{\Delta t} = \frac{0,063-0,02}{(10-3) \times 60} \Rightarrow \lambda = 10^{-4} s^{-1}$$

5-) Temps de demi-vie ($T=t_{1/2}$) : $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ A.N : **T=1h55min32s.**

6-) Durée de l'activité lorsqu'elle est divisée par 8 :

$$\text{on a : } A = \frac{1}{8} A_0, \text{ or } A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} A_0 = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{\ln 8}{\lambda}.$$

$$\text{A.N : } t=20793 \text{ secondes} \simeq 6 \text{ heures}$$

EXERCICE 6 :A-) 1-) ${}^{14}_7N + {}^n_pX \rightarrow {}^{14}_6C + {}^1_1H$

conservation du nombre de charges et de nucléons

$$\begin{cases} 14 + n = 14 + 1 \\ 7 + p = 6 + 1 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} n = 1 \\ p = 0 \end{cases}$$

${}^1_0X$ est donc un neutron : ${}^1_0n$

2-) ${}^4_6C \longrightarrow {}^0_{-1}e + {}^{14}_7N$ (émission β^-)

3-) Lorsqu'un organisme vivant meurt, il arrête d'absorber du carbone. La quantité de ${}^{12}C$ est constante puis qu'il est stable, en revanche ${}^{14}C$ diminue (il est instable).

Le rapport $[\frac{N({}^{14}C)}{N({}^{12}C)}] = \alpha(t)$ vaut $\alpha_0 = 10^{-12}$ à la mort de l'organisme, puis il décroît (loi de décroissance radioactive).

4-) $N({}^{14}C)(t) = N({}^{14}C)(t=0)e^{-\lambda t}$ (λ de ${}^{14}C$) et $N({}^{14}C) = Cte$ donc $[\frac{N({}^{14}C)}{N({}^{12}C)}]_t = [\frac{N({}^{14}C)}{N({}^{12}C)}]_{t=0} \cdot e^{-\lambda t}$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot e^{-\lambda t} \text{ d'où } t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{\alpha(t)}{\alpha_0} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{\alpha_0}{\alpha(t)}$$

Avec $\alpha(t_{max}) = \alpha_{min}$, on obtient : $t_{max} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_{min}}$

$$A.N : t_{max} = \frac{5730}{\ln 2} \times \ln \frac{10^{-12}}{10^{-15}} \simeq 57000 \text{ ans.}$$

5-) Il ne s'agit pas d'êtres vivants, et elles ont beaucoup plus de 57000 ans.

B-) 1-) $A_0 = \alpha \cdot N_0 = \left(\frac{\ln 2}{T}\right)(n_0 \cdot N_A) = \left(\frac{\ln 2}{T}\right) \cdot \left(\frac{m_0}{M} \cdot N_A\right) = (\ln 2 \cdot N_A) \cdot \left(\frac{m_0}{M \cdot T}\right)$ (n=quantité de matière(mol) et N=nombre de adionucléides)

$$\frac{A_0(Cl)}{A_0(Cd)} = \frac{m_0(Cl)M(Cd)T(Cd)}{m_0(Cd)M(Cl)T(Cl)} \text{ (Unités : il suffit que les rapports soit adimensionnels)}$$

$$A.N : \frac{A_0(Cl)}{A_0(Cd)} = \frac{10^{-6}}{1} \times \frac{113}{39} \times \frac{(9 \times 10^{15} \times 365 \times 24)}{1} \simeq 2,3 \times 10^{14}$$

L'activité initiale de Cl est environ 10^{14} fois plus grande que celle de Cd.

$$2-) \text{ D'après 1-)} : m_0 = \frac{A_0 \cdot M \cdot T}{\ln(2) \cdot N_A}$$

$$m_0(^{24}Na) = \frac{10^9 \times (24 \times 10^{-3}) \times (14,96 \times 3600)}{\ln(2) \times (6,02 \times 10^{23})} = 3,1 \times 10^{12} kg$$

$$\text{Donc } m_0(^{226}Ra) = 2,7 \times 10^{65} kg ; m_0(^{238}U) = 80 kg.$$

EXERCICE 7 :1-) Equation-Bilan : $^{210}_{84}Po \longrightarrow ^4_2He + ^{206}_{82}Pb$

$$2-) \text{ Constante radioactive : } \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

$$A.N : \lambda = \frac{\ln 2}{138} = 5.10^{-3} J^{-1} \text{ ou } \lambda = \frac{5.10^{-8}}{24 \times 3600} = 5,78.10^{-8} s^{-1}$$

$$3-) \bullet \text{ Nombre de noyaux : on a : } A = \lambda N \Leftrightarrow N = \frac{A}{\lambda}$$

$$A.N : N = \frac{7,2.10^8}{5,787.10^{-8}}, \text{ soit } N = 1,24.10^{16} \text{ noyaux.}$$

$$\bullet \text{ Masse de polonium : on a } N = \frac{m}{M} N \Leftrightarrow m = \frac{N \cdot M}{N}$$

$$A.N : m = \frac{1,24.10^{16} \times 210}{6,02.10^{23}} = 4,34.10^{-6} \text{ Donc } m = 4,34.10^{-6} g$$

4-) $\bullet$ Activité après un an.

$$\text{On a : } A = \lambda N e^{-\lambda t} \text{ avec } t = 1 \times 365 \times 24 \times 3600 = 3,1536.10^7 s$$

$$A.N : A = 5,787.10^{-8} \times 1,24.10^{16} \exp(-4,787.10^{-8} \times 3,1536.10^7) \text{ Donc } A = 1,15.10^8 Bq$$

$\bullet$ Pour 10 ans, A=8,51Bq.

EXERCICE 8 :1-) Par conservation du nombre de charges et du nombre de nucléons :

$$\begin{cases} Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4 \\ A_1 + A_2 = A_3 + A_4 \end{cases}$$

$$\Delta = \sum_{\text{après}} E_l - \sum_{\text{avant}} E_l$$

$$= (E_{l3} + E_{l4}) - (E_{l1} + E_{l2})$$

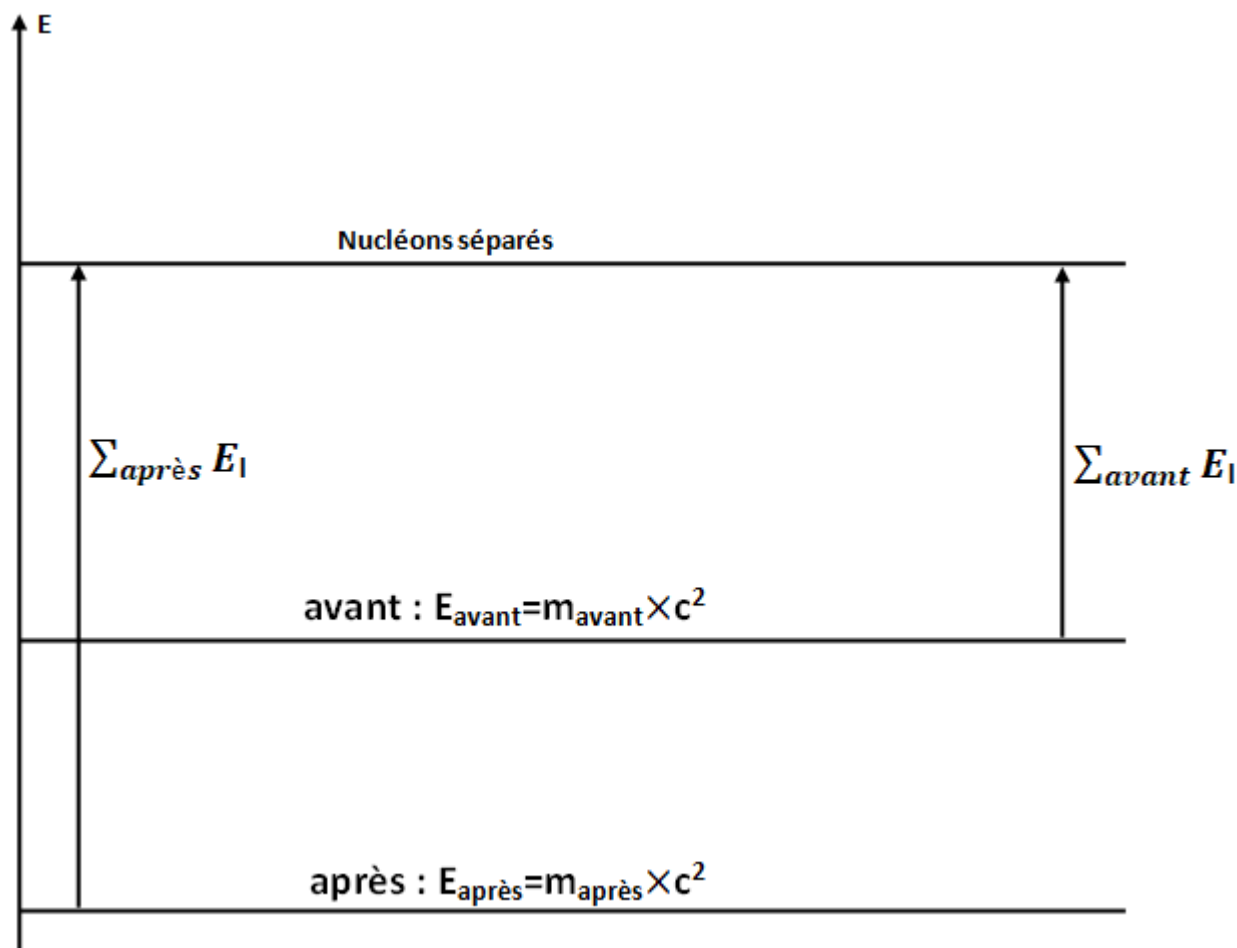
$$= [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)] c^2$$

$$= [[Z_3 m_p + (A_3 - Z_3) m_n - m(X_3)] + [Z_4 m_p + (A_4 - Z_4) m_n - m(X_4)] - [Z_1 m_p + (A_1 - Z_1) m_n - m(X_1)] - [Z_2 m_p + (A_2 - Z_2) m_n - m(X_2)]] c^2$$

$$\begin{aligned}
&= [(Z_3 + Z_4 - Z_1 - Z_2)(m_p - m_n) + (A_3 + A_4 - A_1 - A_2)m_n + [m(X_1) + m(X_2) - m(X_3) - m(X_4)]]c^2 \\
&= [m(X_1) + m(X_2) - m(X_3) - m(X_4)]c^2 \\
&= (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}})c^2
\end{aligned}$$

Donc $\sum_{\text{après}} E_l - \sum_{\text{avant}} E_l = -(m_{\text{après}} - m_{\text{avant}}) \times c^2$

2-) E_l est l'énergie à fournir à un noyau pour séparer ses nucléons. On a alors (diagramme réalisé pour $m_{\text{après}} < m_{\text{avant}}$). $\sum_{\text{après}} E_l - \sum_{\text{avant}} E_l = (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \times c^2$ ce qui revient au même.



3-) $\sum E_{l_{\text{après}}} - \sum E_{l_{\text{avant}}} = E_e({}^4_2\text{He}) - 2 \times E_e({}^2_1\text{H}) = 28,295 - 2 \times 2,225 = 23,85 \text{ MeV}$

$$(m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \times c^2 = (2 \times 2,01410 - 4,00260) \times 931,5 = 23,85 \text{ MeV}$$

Donc $\sum E_{l_{\text{après}}} - \sum E_{l_{\text{avant}}} = (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \times c^2$

EXERCICE 9 :1-) Il est facile de voir qu'on a à faire à une émission β^+ . Donc l'équation est : ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{-1}\text{e}$

2-) La manière la plus simple de concevoir un neutrino est de l'imaginer comme un électron qui aurait perdu sa charge électrique.

Le neutrino est avec l'électron l'un des deux acteurs de la radioactivité bêta (β), mais un acteur invisible car indétectable, on le note ($\mathcal{V}$).

On obtient donc l'équation : ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{-1}\text{e} + \mathcal{V}$.

3-) Ce problème peut s'interpréter comme suit : « On a mesuré l'activité d'un échantillon de bois juste après sa mort (activité mesurée sur le bois récent $A(t=0)=1350\text{Bq}$) puis après un temps t après sa mort (Activité mesurée sur le bois préhistorique $A(t)=197\text{Bq}$) »

On sait que : $A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\lambda t \quad t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$.

Or $T = \frac{\ln(2)}{\lambda} \implies \lambda = \frac{\ln(2)}{T}$ d'où $t = -\frac{T}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$

A.N : $t = -\frac{5590 \times 365 \times 24 \times 3600}{\ln(2)} \ln\left(\frac{197}{1350}\right)$ on trouve $t = 4,8949 \times 10^{11} \text{ s}$

Donc $t = \mathbf{15521 \text{ années } 15 \text{ jours } 93 \text{ heures } 9 \text{ minutes } 2 \text{ s}}$

Sujet Régional à l'Ouest

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces et leurs applications.

N.B : Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

1-) Triton est l'un des huit satellites connus de Neptune. Son rayon est comparable à celui de la lune. Il se déplace à la vitesse constante sur une orbite circulaire de rayon $r = 354,8.10^3 km$ et sa période de révolution est $T = 5,078.10^5 s$.

1.1-) Enoncer la loi de gravitation universelle.

1.2-) Calculer la valeur de l'accélération de Triton.

1.3-) En déduire la valeur du champ de gravitation créé par Neptune au niveau de l'orbite de Triton.

1.4-) Calculer la masse de Neptune.

Donnée : La constante de gravitation universelle est $G = 6,67.10^{11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.

2-) Deux pendules électrostatiques identiques dont les fils ont une longueur de 80cm sont suspendu en deux points A et B distants de 8cm, d'un support horizontal. Chaque pendule porte à son extrémité inférieure une sphère de masse $m = 0,3g$. Après avoir électrisé les deux sphères, on constate que leurs centres sont distants de 4cm lorsqu'elles ont atteint un état d'équilibre.

On donne $g = 9,8 N/kg$ et $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 u.SI$.

2.1-) Comparer les signes des charges des deux sphères en justifiant le résultat.

2.2-) Déterminer l'intensité de la force électrique commune qui s'exerce sur les deux sphères.

2.3-) Calculer la valeur absolue de la charge portée par chaque sphère si $|q_A| = 10|q_B|$.

3-) Un électron animé d'une vitesse $V_0 = 10^7 m.s^{-1}$ pénètre par le point O à mi-distance des armatures d'un condensateur où règne un champ électrique, en formant avec l'horizontale un angle α (voir figure ci-contre).

La tension entre les armatures vaut $U_{BA} = 50V$, la longueur des plaques $d = 2cm$.

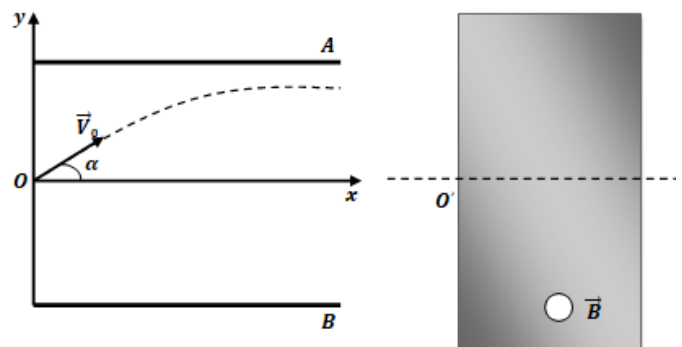
On néglige le poids de l'électron devant les autres forces.

3.1-) Reproduire le schéma ci-dessus puis indiquer les signes des charges portées par les plaques et le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$.

3.2-) Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron dans le système d'axes (ox,oy).

3.3-) Déterminer l'angle α pour que l'électron émerge du condensateur parallèlement à l'axe ox et calculer la vitesse V_1 correspondante de sortie de l'électron.

3.4-) L'électron animé de la vitesse V_1 , pénètre dans un champ magnétique $\vec{B}$ situé à la sortie du condensateur (voir figure ci-dessus). Indiquer le sens de $\vec{B}$ sur le schéma reproduit à la question **3.1.** et calculer sa valeur pour que l'électron retourne dans le



condensateur après un demi-tour centré sur O' dans le champ magnétique.

Données : charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$; masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$.

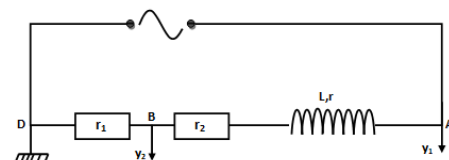
Exercice 2 : Systèmes oscillants.

les questions 1 et 2 sont indépendantes

On alimente par une tension électrique alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$, un dipôle électrique comprenant en série deux condensateurs ohmiques de résistance $r_1 = 10 \Omega$ et $r_2 = 3 \Omega$; et un moteur constitué d'une bobine de résistance r et d'inductance L . On suit sur un oscilloscope bicourbe les variations des tensions u_{AD} (voie y_1) et u_{BD} (voie y_2) en fonction du temps.

On obtient les oscillogrammes ci-contre :

- La vitesse de balayage est réglée à $2,5 \text{ ms/div}$.
- La sensibilité verticale pour la voie y_1 est de 5 V/div et celle de la voie y_2 est de $0,5 \text{ V/div}$.

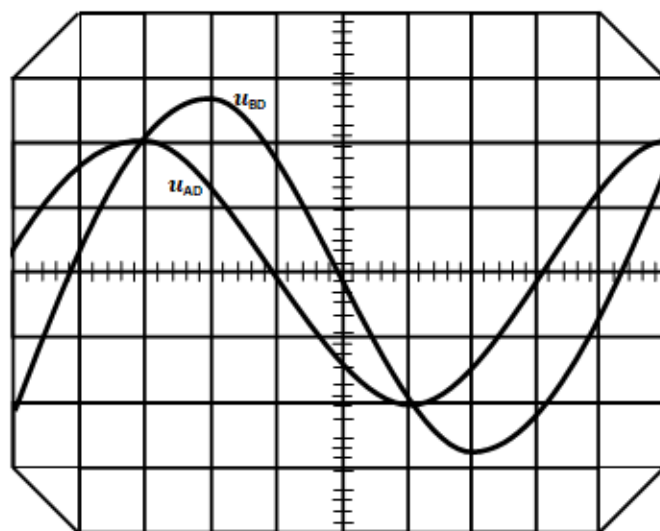


1.1-) Ecrire l'expression de la tension $u(t) = U_m \cos(\omega t)$, en précisant les valeurs de U_m et de ω .

1.2-) Déterminer à partir des oscillogrammes, le déphasage φ entre le courant $i(t)$ et la tension $u_{AD}(t)$, puis écrire l'expression de l'intensité instantanée $i(t)$ à travers le dipôle.

1.3-) En déduire la résistance r et l'inductance L de la bobine.

1.4-) Calculer la puissance apparente du moteur et en déduire son facteur de puissance.



2-) Une tige cylindrique de section S , de longueur $L = 80 \text{ cm}$ et de masse volumique ρ peut flotter sur l'eau de masse volumique ρ_e . Un système de guidage lubrifié maintient la tige verticale comme l'indique la figure ci-dessous. La tige plongée dans un liquide est soumise à son poids et à la force de poussée d'Archimède, directement opposée au poids et d'intensité égale au poids du liquide déplacé. A l'instant initial l'extrémité inférieure de la tige est placée au contact de la surface libre de l'eau puis abandonnée sans vitesse initiale lorsque le centre d'inertie de la tige occupe la position G_0 d'abscisse $x = 0$ d'un axe verticale orienté vers le bas (voir figure ci-contre).

On donne : $\rho_e = 4\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

La tige abandonnée à elle-même sans vitesse initiale, son centre d'inertie effectue des oscillations verticales périodiques d'amplitude x_m autour de la position d'équilibre d'abscisse x_0 .

2.1-) Exprimer l'abscisse x_0 de la position d'équilibre en fonction de ρ , ρ_e et L , puis calculer sa valeur.

2.2-) La tige étant en oscillation et son centre d'inertie occupant une position G telle que $\overline{G_0G} = x > 0$. Exprimer l'énergie mécanique du système [tige+eau+Terre] en fonction de ρ , ρ_e , S , L , g , x et v ; sachant que la force de poussée engendre une énergie potentielle $E_{P_e} = \frac{1}{2}\rho_e g x^2$.

N.B : On prendre la position $x=0$ comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle élastique due à la poussée.

2.3-) Le système [tige+eau+Terre] étant conservatif. Appliquer la conservation de l'énergie mécanique totale pour établir que la tige s'immerge dans l'eau d'une profondeur maximale d'abscisse $x_m = 2x_0$.

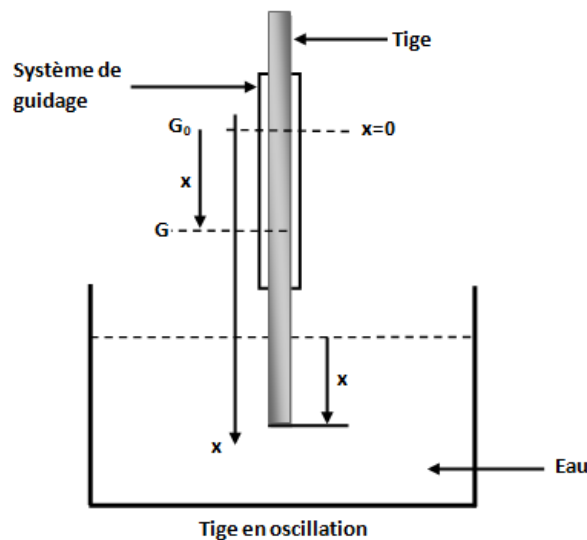
2.4-) Etablir que l'équation différentielle du mouvement de centre d'inertie de la tige peut s'écrire :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - g = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{\rho_e g}{\rho L}.$$

2.5-) En posant $X = x - x_0$, montrer que l'équation différentielle précédente peut se mettre sous la forme $\ddot{X} - \omega_0^2 X = 0$.

2.6-) En déduire la période T des oscillations.

2.7-) Ecrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie de la tige sachant qu'à l'instant initial $t=0$, $x(0)=0$ et $\dot{x}(0) = 0$.



Exercice 3 : phénomènes vibratoires et corpusculaires.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1-) Le phosphore $^{32}_{15}P$ est radioactif. Sa demi-vie est égale à $T=14,3$ jours et sa désintégration conduit au soufre et à l'émission d'un électron.

1.1-) Définir demi-vie et écrire l'équation de désintégration.

1.2-) On veut déterminer en utilisant la méthode d'Euler. Pour cette méthode, on considère que la relation $\Delta N(t)$ du nombre de noyaux radioactifs pendant l'intervalle de temps Δt est donnée par la relation $\Delta N(t) = -\lambda \cdot N(t) \cdot \Delta t$ où $N(t)$ est le nombre de noyaux radioactifs au début de l'intervalle de temps considéré et λ la constante radioactive donnée par $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$. Le nombre de noyaux radioactifs initial de l'échantillon est $N(0)=10^{22}$. On considère $\Delta t = 5 \text{ jours}$. Un programme informatique permet de calculer le nombre de noyaux restants à tout instant $t=n \cdot \Delta t$.

a) Exécuter manuellement ce programme pour calculer le nombre de noyau aux instants $t_1 = 5 \text{ jours}$; $t_2 = 10 \text{ jours}$ et $t_3 = 15 \text{ jours}$.

b) Un élève de Tle C qui a maîtrisé la procédure de conjecture des suites géométriques propose pour le calcul du nombre de noyau restants à tout instant $t=n \cdot \Delta t$, la relation $N(t) = N(0)(1 - \lambda \cdot \Delta t)^n$.

• Vérifier l'exactitude de sa relation et expliquer sa démarche.

- Calculer le temps au bout duquel le rapport du nombre de noyau restants $N(t)$ au nombre de noyau initial $N(0)$ est inférieure à 1%.

Deux radiotélescopes d'un câbleur, situées à l'équateur sont constituées de deux antennes paraboliques analogues à celles-ci-contre. Ces antennes reçoivent les signaux électromagnétiques de haute fréquence émis par une radiosource très éloignée et appartenant au plan équatorial terrestre.

Les axes des paraboles sont verticaux. La direction de propagation des ondes émises par la source fait un angle θ avec les axes des paraboles. Les signaux captés par les deux antennes sont transmis à un récepteur par l'intermédiaire de deux câbles de même longueur. A l'échelle terrestre, les deux antennes sont représentées par deux points O_1 et O_2 distants de $d=1\text{km}$. Figure ci-contre.

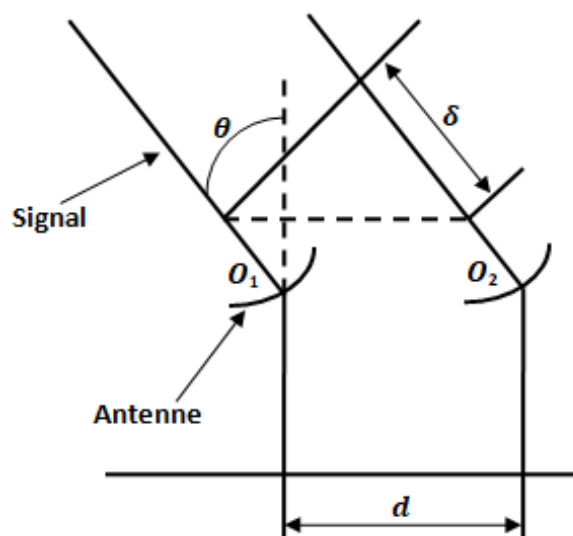
2.1-) Etablir que la différence de marche entre les ondes captées simultanément par les deux antennes est donnée par la relation $\delta = d \sin \theta$.

2.2-) Montrer que le signal détecté par le récepteur peut présenter des maxima et des minima selon la valeur de l'angle θ .

2.3-) En admettant que l'onde résultante reçue par le récepteur a pour amplitude, $S = 2S_0 \cos(\frac{\pi \delta f_0}{C})$ où $f_0 = 10^9 \text{Hz}$. Montrer que le récepteur détecte un signal périodique pour θ petit raison de la rotation de la Terre. C étant la célérité de la lumière.

2.4-) Calculer la période du signal détecté sachant que la période de rotation de la Terre est $T=86400\text{s}$ et la célérité de la lumière $C = 3.10^8 \text{m.s}^{-1}$.

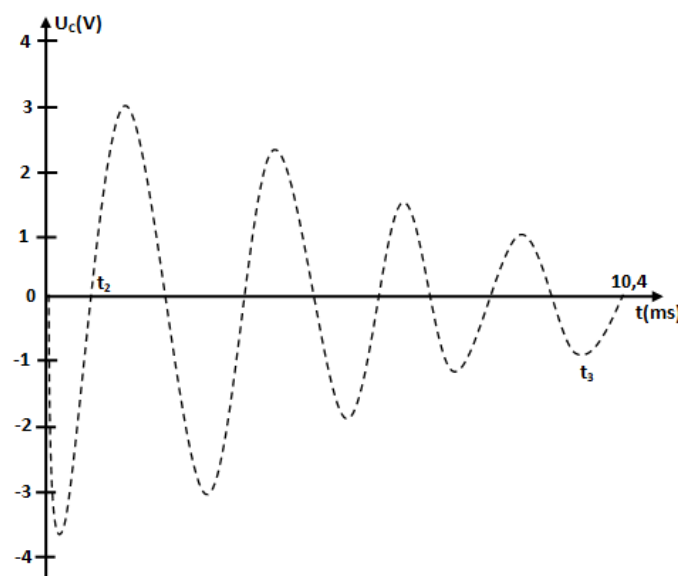
N.B : On remarquera que l'angle θ est lié à la période de rotation de la Terre par la relation $\theta = \frac{2\pi}{T}t$.



Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience.

Les bornes d'un condensateur de capacité $C=3,28\mu\text{F}$, sont reliées à celles d'une bobine d'auto-inductance $L=40,0\text{mH}$ et de résistance $r=9\Omega$. Un ordinateur relié à ce circuit électrique effectue par l'intermédiaire d'une interface de prise de données, des mesures à intervalles de temps réguliers de la tension u_C aux bornes du condensateur sur une durée de $10,4\text{ms}$. Une imprimante associée à l'ordinateur fournit le graphe de la figure ci-contre sur laquelle trois instants t_1 , t_2 et t_3 ont été repérés.

1-) Calculer la période T_0 avec les valeurs



de L et C données et la comparer à la pseudo-période T déterminer à partir du graphe.

2-) Donner avec justification, l'intensité du courant dans le circuit à l'instant t_1 et dire dans quel composant l'énergie électromagnétique est stockée à cet instant puis calculer sa valeur.

3-) Déterminer l'énergie dissipée dans le circuit entre l'instant t_1 et l'instant t_3 . Donner la cause de cette dissipation d'énergie.

4-) Calculer la puissance électrique moyenne consommée et l'intensité moyenne du courant qui traverse le circuit pendant l'intervalle de temps $[t_1, t_3]$.

5-) Les oscillations électriques ci-dessus sont transformées à l'aide d'un amplificateur et d'un haut-parleur en un son audible de même fréquence. A une fréquence donnée correspond une hauteur musicale identifiée par une note telle que l'indique le tableau ci-après.

Note musicale	Do_3	Mi_3	La_3	R_4
Fréquence (Hz)	202	330	440	587

5.1-) Reconnaître parmi les notes présentées dans le tableau, la hauteur musicale de produit.

5.2-) Par un moyen approprié, on peut faire varier la capacité du condensateur du circuit en modifiant l'épaisseur de son diélectrique. Calculer le facteur dont il faut multiplier ou diviser l'épaisseur actuelle du diélectrique du condensateur pour obtenir la note La_4 de fréquence 880Hz.

N.B : On rappelle que la capacité d'un condensateur est donnée par la relation $C = \frac{\varepsilon S}{e}$; où e est l'épaisseur du diélectrique; S la surface des faces en regard et ε la permittivité du diélectrique.

Corrigé du Sujet Régional à l'Ouest

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications.

1.1-) **Enoncé de la loi de gravitation universelle :** Deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées de direction la droite (AB), d'intensité proportionnelle à leurs masses et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

1.2-) **Accélération de Triton.**

Triton est en translation circulaire autour de Neptune qui exerce sur lui une force de gravitation.

$F = G \frac{M_N}{m_T} r^2 = m_T a_n \Rightarrow \mathbf{a}_n = \frac{GM_N}{r^2}$ (1); La période de révolution T est liée à l'accélération par la relation : $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$, or $\omega^2 = \frac{a_n}{r}$ soit $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{a_n}{r} \Rightarrow \mathbf{a}_n = \frac{4\pi^2 \mathbf{r}}{T^2}$ (2).

A.N : $a_n = \frac{4 \times (3,14)^2 \times 354,8 \cdot 10^6}{(5,078 \cdot 10^5)^2} = 5,43 \cdot 10^{-2}$; donc $\mathbf{a}_n = 5,43 \cdot 10^{-2}$.

1.3-) Le champ de gravitation créé par Neptune sur l'orbite de Triton s'écrit : $\mathbf{g} = \frac{GM_N}{r^2}$ d'après (1), d'où $\mathbf{g} = \mathbf{a}_n = 5,43 \cdot 10^{-2} \text{ N/kg}$.

1.4-) Masse de Neptune : D'après (1), $M_N = \frac{a_n r^2}{G}$.

A.N : $M_N = 5,56 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

2-) Pendules électrostatiques

2.1-) Il y a attraction entre deux sphères électrisées puisque la distance AB diminue. Les charges q_A et q_B sont donc de signes contraires.

2.2-) Chaque sphère en équilibre est soumise à trois forces. D'après la 3^{ème} loi de coulomb, on a : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$, soit $F_{A/B} = F_{B/A} = F$.

l'équilibre de la sphère A implique $\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}$.

La projection sur les axes horizontaux et verticaux passant par A conduit à la relation $\mathbf{F} + \mathbf{P} \tan \theta = \mathbf{mg} \tan \theta$. or $\tan \theta = \frac{OA}{OK} = \frac{OA}{\sqrt{l^2 - OA^2}}$ où l est la longueur du pendule et

$OA = 2 \text{ cm}$. Donc $\mathbf{F} = \mathbf{mg} \frac{OA}{\sqrt{l^2 - OA^2}}$.

A.N : $F = 0,3 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{(0,8)^2 - (0,02)^2}} = 7,35 \cdot 10^{-5}$. donc $\mathbf{F} = 7,35 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.

2.3-) D'après la loi de coulomb, $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_A||q_B|}{AB^2}$, si $|q_A| = 10|q_B|$, alors $F = \frac{10}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|^2}{AB^2}$

$$\Rightarrow |q_B| = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 \cdot AB \cdot F}{10}}.$$

A.N : $|q_A| = \sqrt{\frac{7,35 \cdot 10^{-5}}{10 \times 9 \cdot 10^9}} = 2,86 \cdot 10^{-8}$. Donc $|q_A| = 2,86 \cdot 10^{-8} \text{ C}$; $|q_B| = 2,86 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

3-) Déviation d'une particule chargée.

3.1-) Signes des charges portées par les plaques et sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$. (voir schéma ci-contre)

3.2-) L'électron en mouvement est soumis à deux forces : son poids $\vec{P}$ négligeable devant la force électrique $\vec{F}_e$, D'après le théorème du centre d'inertie : $\vec{F}_e = m_e \vec{a}$, soit

$$\vec{F}_e \Big|_{-F_e} = m_e \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{-F_e}{m_e} = \frac{-eE}{m_e} = \frac{-eU}{m_e d} \end{vmatrix}$$

$$\vec{V} \Big|_{V_y = \frac{-eU}{m_e d} t + V_0 \sin \alpha} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x(t) = V_0 \cos \alpha \cdot t \quad (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2} \frac{eU}{m_e d} t^2 + V_0 \sin \alpha \cdot t \quad (2) \end{vmatrix}$$

Equation de la trajectoire : dans (1), on a :

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

(3) dans (2) nous donne $y = -\frac{1}{2} \frac{eU}{m_e d} \cdot \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$.

3.3-) Pour que l'électron émerge du champ $\vec{E}$ parallèlement à l'axe ox, il faut que $V_y = 0$.

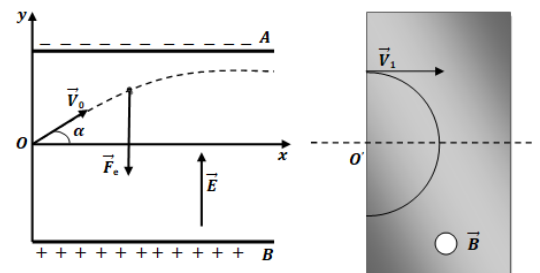
Ainsi, $\frac{-eU}{m_e d} t_S + V_0 \sin \alpha = 0$, or (1) $\Rightarrow t_S = \frac{L}{V_0 \cos \alpha}$,

d'où $\frac{-eU}{m_e d} \cdot \frac{L}{V_0 \cos \alpha} = -V_0 \sin \alpha \Rightarrow V_0^2 = \frac{eUL}{m_e d \cos \alpha \sin \alpha} \Rightarrow$

$$\cos \alpha \sin \alpha = \frac{eUL}{V_0^2 \cdot m_e d} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2eUL}{V_0^2 m_e d}.$$

A.N : $\sin 2\alpha = \frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 50 \times 4 \cdot 10^{-2}}{(10^{-7})^2 \times 9,1 \cdot 10^{-31} \times 2 \cdot 10^{-2}} = 0,35 \Rightarrow \alpha = 10,3^\circ$.

La vitesse V_1 de sortie est alors $V_1 = V_0 \cos \alpha$.



A.N : $V_1 = 10^7 \cdot \cos 10,3 = 9,84 \cdot 10^6$. Donc $V_1 = 9,84 \cdot 10^6 M.s^{-1}$.

3.4-) L'électron étant dévié vers le bas, d'après l'expression vectorielle de la force de Lorentz, $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, $q < 0$ (électron) alors le trièdre $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}_m)$ est indirect. Alors le vecteur $\vec{B}$ est entrant.

A la sortie du champ au point S, l'ordonnée du point de sortie S est telle que

$$y_S = O'S = -\frac{1}{2} \frac{eU}{m_e d} \frac{L^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + L \tan \alpha.$$

$$\text{A.N : } y_S = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 (4 \cdot 10^{-2})^2}{2 \times 9,1 \cdot 10^{-31} \times 2 \cdot 10^{-2} (10^7)^2 \cdot \cos^2(10,3^\circ)} + 4 \cdot 10^{-2} \cdot \tan(10,3^\circ), \text{ soit } y_S = 3,64 \cdot 10^{-3} m.$$

y_S constitue le rayon de la trajectoire de la particule (e^-) dans le champ magnétique $\vec{B}$.

$$\text{Or } r = \frac{m_e V_1}{eB} \Rightarrow B = \frac{m_e V_1}{e \cdot y_S}.$$

$$\text{A.N : } B = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \times 9,84 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 3,64 \cdot 10^{-3}}, \text{ soit } B = 1,54 \cdot 10^{-2} T.$$

Exercice 2 : Systèmes oscillants

1-) oscillations forcées.

1.1-) $u(t) = U_m \cos \omega t$. U_m est la valeur maximale de la tension u_{AD} .

$U_m = 2 \times 5 = 10V$. La période T est égale à $T = 8 \times 2,5 \cdot 10^{-3} = 0,02$.

$T = 0,02s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \text{ rad/s}$. Donc $u(t) = 10 \cos 100\pi t$.

1.2-) La courbe u_{BD} représente l'image de l'intensité $i(t)$ et la courbe u_{AD} représente la tension aux bornes du dipôle.

$\varphi = \omega\theta$, or $\theta = \frac{T}{8} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}$, $\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$.

la tension $u(t)$ est en avance de phase sur l'intensité $i(t)$.

Alors $i(t) = I_m \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$, or $I_m = \frac{U_{BD}}{r_1} = \frac{2,8 \times 0,5}{10} = 0,14A$, d'où $i(t) = 0,14 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$.

1.3-) La construction de Fresnel relative à l'impédance du dipôle peut se faire par la figure ci-contre :

Résistance r de la bobine.

$$\cos \varphi = \frac{r_1 + r_2 + r}{Z} \Rightarrow r = Z \cos \varphi - (r_1 + r_2).$$

$$\text{A.N : } r = \frac{10}{0,14} \cos \frac{\pi}{4} - (10 + 3) = 37,51, \text{ soit } r = 37,52 \Omega.$$

Inductance de la bobine : $\tan \varphi = \frac{L\omega}{(r_1 + r_2 + r)} \Rightarrow L = \frac{(r_1 + r_2 + r) \tan \varphi}{\omega}$ (1) ou bien

$$\sin \varphi = \frac{L\omega}{Z} \Rightarrow L = \frac{Z \sin \varphi}{\omega} \quad (2) \text{ ou encore } L = \sqrt{\frac{Z^2 - R_T^2}{\omega^2}} \quad (3) \text{ avec } R_T = r_1 + r_2 + r.$$

$$\text{A.N : } L = 0,16H.$$

1.4-) Puissance apparente du moteur.

Le moteur est constitué d'une bobine de résistance r et d'inductance L .

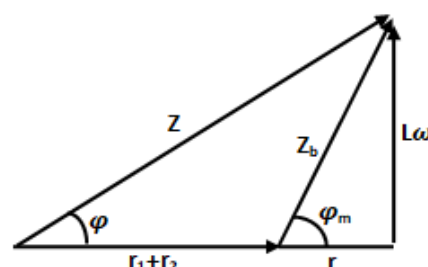
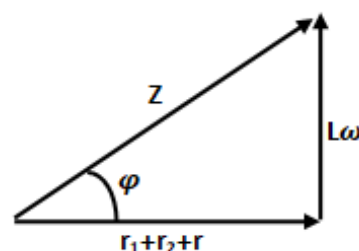
$$P_a = U_b \cdot I, \text{ or } U_b = Z_b \cdot I \Rightarrow P_a = Z_b \cdot I^2 \text{ avec } Z_b = \sqrt{r^2 + L^2 \omega^2}.$$

$$\text{A.N : } P_a = \sqrt{(37,51)^2 + (0,16 \cdot 100 \cdot 3,14)^2} \cdot (0,14)^2 = 0,61$$

$$\Leftrightarrow P_a = 0,61VA.$$

Facteur de puissance du moteur : $\cos \varphi_m = \frac{r}{Z_b} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + L^2 \omega^2}}$ (1). $P = U_b I \cos \varphi_m = P_a \cos \varphi_m \Rightarrow \cos \varphi_m = \frac{P}{P_a} = \frac{r I^2}{P_a}$ (2).

$$\text{A.N : } \cos \varphi_m = 0,6$$



2-) Tige en oscillation dans l'eau.

2.1-) Etude de l'équilibre de la tige soumise à deux forces : son poids $\vec{P}$ et la force de poussée d'Archimède $\vec{F}$.

On a $P=mg=\rho Vg=\rho SLg$; $F=\rho_e Sx_0g$.

A l'équilibre, $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow P - F = 0 \Rightarrow \rho SLg = \rho_e Sx_0g$, d'où $x_0 = \frac{\rho L}{\rho_e}$.

Or, $\rho = \frac{\rho_e}{4} \Rightarrow x_0 = \frac{L}{4}$.

A.N : $x_0 = \frac{L}{4} = \frac{80 \cdot 10^{-2}}{4} = 2 \cdot 10^{-1}$. Donc $x_0 = 0,2m$.

2.2-) Tige en oscillation :

- **Energie cinétique :** $E_C = \frac{1}{2}mV^2$, or $m = \rho V \Rightarrow E_C = \frac{\rho SLv^2}{2}$

- **Energie potentielle :** $E_P = -mgx + \frac{1}{2}\rho_e Sgx^2 = -\rho SLgx + \frac{1}{2}\rho_e Sgx^2$

- **Energie mécanique :** $E_m = \frac{\rho SLv^2}{2} - \rho SLgx + \frac{1}{2}\rho_e Sgx^2$

2.3-) Systèmes conservatif. A l'abscisse $x=0$, $E_P = 0$ et $E_C = 0$.

A un instant quelconque, $E_m = 0$ donc à l'abscisse $x_m(v=0)$, $E_m = 0 \Leftrightarrow -\rho SLgx_m + \frac{1}{2}\rho_e Sgx_m^2 = 0 \Leftrightarrow x_m(\frac{1}{2}\rho_e Sgx_m - \rho SLg) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\rho_e x_m = \rho L \Leftrightarrow x_m = 2\frac{\rho L}{\rho_e}$. Or $x_0 = \frac{\rho L}{\rho_e} \Rightarrow x_m = 2x_0$.

2.4-) Equation différentielle du mouvement de la tige.

par la méthode énergétique : $E_m = \frac{1}{2}\rho SL\dot{x}^2 - \rho SLgx + \frac{1}{2}\rho_e Sgx^2$

$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\rho SL(\dot{x}\ddot{x}) - \rho SLd\dot{x} + \frac{1}{2}\rho_e Sg(2\dot{x}x) = 0 \Rightarrow \dot{x}(\rho L\ddot{x} - \rho Lg + \rho_e dx) = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{\rho_e g}{\rho L}x - g = 0$.

On pose $\omega_0^2 = \frac{\rho_e g}{\rho L} \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x - g = 0$.

Par la méthode dynamique, l'application du TCI donne : $mg - F = m\ddot{x}$, or $m = \rho SL$ et $F = \rho_e Sxg$.

$\rho SLg - \rho_e Sxg = \rho SL\ddot{x} \Rightarrow \rho L\ddot{x} + \rho_e gx - \rho Lg = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{\rho_e g}{\rho L}x - g = 0$.

On pose $\omega_0^2 = \frac{\rho_e g}{\rho L} \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x - g = 0$.

2.5-) On pose $X = x - x_0 \Rightarrow x = X + x_0 \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{X}$. L'équation précédente devient : $\ddot{X} + \frac{\rho_e g}{\rho L}(X + x_0) - g = 0 \Rightarrow \ddot{X} + \frac{\rho_e g}{\rho L}X + \frac{\rho_e g}{\rho L}x_0 - g = 0$, or $x_0 = \frac{\rho L}{\rho_e} \Rightarrow \ddot{X} + \omega_0^2 X + \frac{\rho_e g}{\rho L} \cdot \frac{\rho L}{\rho_e} - g = 0 \Rightarrow \ddot{X} + \omega_0^2 X = 0$.

2.6-) $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho L}{\rho_e g}}$, or $\rho = \frac{\rho_e}{4} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}}$.

A.N : $T = \times 2 \times 3,14\sqrt{\frac{80 \cdot 10^{-2}}{4 \times 9,8}} = 0,9$, soit **T=0,9s**.

2.7-) A l'instant $t=0$, $x(0)=0$ et $\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow$ à $t=0$, $X = -x_0$ et $\dot{X} = 0$.

On a $X(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$; $X_0 = X_m \cos \varphi$

$\dot{X}(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$; $-X_0 = X_m \sin \varphi$

$\dot{X}(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$ à $t=0$, $\dot{X} = 0 \Leftrightarrow 0 = -X_m \omega_0 \sin \varphi$

$\Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

$$\begin{cases} 0 \text{ pour } \varphi = 0, & X_m = -X_0 < 0 \\ \pi \text{ pour } \varphi = \pi, & X_m = -X_0 = x_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi$$

$X(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \pi) \Rightarrow x(t) - x_0 = x_0 \cos(\omega_0 t + \pi) \Rightarrow x(t) = x_0[1 + \cos(\omega_0 t + \pi)] = x_0(1 - \cos \omega_0 t)$.

Exercice 3 : Phénomènes vibratoires et corpusculaires.**1-) Radioactivité.**

1.1-) Demi-vie : temps au bout duquel la moitié de noyaux initialement présents dans l'échantillon s'est désintégrée.

Equation de désintégration : ${}^{32}_{15}\text{P} \longrightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + {}^0_{-1}\text{e}$

1.2-) Formule d'Euler :

$\Delta N(t) = -\lambda N(t)\Delta t \Rightarrow N_{i+1} - N_i = -\lambda N_i \Delta t \Rightarrow N_{i+1} = N_i - \lambda N_i \Delta t = N_i(1 - \lambda \Delta t)$
avec $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$.

a) Nombre de noyaux restants aux instants donnés

$N(5) = N(0)(1 - \frac{\ln 2}{T} \Delta t)$. A.N : $N(5) = 10^{22}(1 - \frac{0,69}{14,3} \cdot 5) = 7,59 \cdot 10^{21}$;

$N(10) = N(5)(1 - \frac{\ln 2}{T} \Delta t)$. A.N : $N(10) = 7,59 \cdot 10^{21}(1 - \frac{0,69}{14,3} \cdot 5) = 5,76 \cdot 10^{21}$;

$N(15) = N(10)(1 - \frac{\ln 2}{T} \Delta t)$. A.N : $N(15) = 5,76 \cdot 10^{21}(1 - \frac{0,69}{14,3} \cdot 5) = 4,37 \cdot 10^{21}$;

b) • Exactitude de la relation $N(t) = N(0)(1 - \lambda \Delta t)^n$.

$N_1 = N(5) = N(0)(1 - \lambda \Delta t)^1 = 7,59 \cdot 10^{21}$;

$N_2 = N(10) = N(0)(1 - \lambda \Delta t)^2 = 5,76 \cdot 10^{21}$;

$N_3 = N(15) = N(0)(1 - \lambda \Delta t)^3 = 4,37 \cdot 10^{21}$;

Les résultats obtenus sont les mêmes que précédemment.

• Démarche utilisée pour établir la relation.

$N_1 = N(0)(1 - \lambda \Delta t) \Rightarrow \frac{N_1}{N_0} = (1 - \lambda \Delta t)$; $\frac{N_2}{N_1} = (1 - \lambda \Delta t)$;

$\frac{N_3}{N_1} = (1 - \lambda \Delta t)$; ... ; $\frac{N_n}{N_{n-1}} = (1 - \lambda \Delta t)$

En multipliant membre à membre, on a :

$\frac{N_1}{N_0} \times \frac{N_2}{N_1} \times \frac{N_3}{N_2} \times \dots \times \frac{N_n}{N_{n-1}} = (1 - \lambda \Delta t)^n$.

D'où $\frac{N_n}{N_0} = (1 - \lambda \Delta t)^n \Rightarrow N_n = N_0(1 - \lambda \Delta t)^n$.

• Temps au bout duquel $\frac{N_n}{N_{n-1}} = \frac{1}{100} = 0,01$. $N_1 = N_0 \cdot 0,01 \Rightarrow 0,01 = (1 - \lambda \Delta t)^n$.

$\ln(0,01) = n \ln(1 - \lambda \Delta t)$.

A.N : $n = \frac{\ln(0,01)}{\ln(1 - \lambda \Delta t)} \simeq 16,67 = 16$. $n=16$; $t=n\Delta t \Rightarrow t = 16 \times 5 = 80$ jours.

2-) Onde électromagnétique.

2.1-) $\sin \theta = \frac{\delta}{d} \Rightarrow \delta = d \sin \theta$.

2.2-) Selon les valeurs de l'angle θ , on pourra avoir :

$P = \frac{\delta}{\lambda}$ (ordre d'interférence) entier pour les maxima et demi-entier pour les minima de diffraction.

2.3-) L'amplitude du signal résultant est $S(t) = 2S_0 \cos(\frac{\pi \delta f_0}{C})$. $\delta = d \sin \theta$ et θ petit

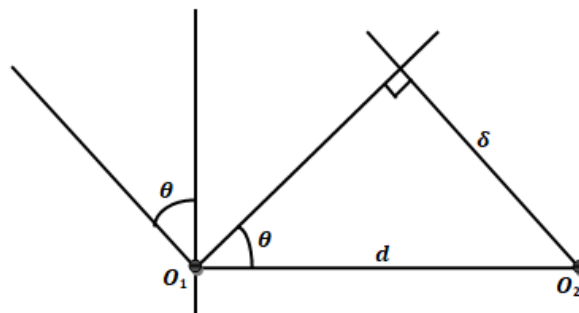
$\Rightarrow \delta \simeq d \cdot \theta = \frac{2\pi}{T} \cdot t \cdot d$. $S(t) = 2S_0 \cos[\frac{0d}{C} \cdot \frac{2\pi}{T} t]$; $S(t)$

est donc une fonction périodique.

2.4-) La période T' du signal détecté est telle que :

$\frac{\pi \cdot f_0 d}{C} \cdot \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{T'} \Rightarrow \frac{1}{T'} = \frac{\pi f_0 d}{CT} \Rightarrow T' = \frac{CT}{\pi f_0 d}$.

A.N : $T' = \frac{3 \cdot 10^8 \times 86 \times 400}{3,14 \times 10^9 \times 10^3} = 8,25$, soit $T' = 8,25$ s.

**Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience.**

1-) Période T_0 : on a $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

A.N : $T_0 = 2 \times 3,14\sqrt{40 \times 10^{-3} \times 3,28 \times 10^{-6}}$, soit $T_0 = 2,27.10^{-3}s$.

La pseudo période : 4,5 oscillations durent 10,4ms, donc $T = \frac{10,4 \times 10^{-3}}{4,5} = 2,31 \times 10^{-3}$, soit $T = 2,31 \times 10^{-3}s$.

L'incertitude relative sur la période est $\frac{|T-T_0|}{T} = 0,017$ soit 1,7%. On peut admettre que $T \simeq T_0$.

2-) A l'instant t_1 , la tension aux bornes du condensateur est maximale, donc l'énergie magnétique est nulle, d'où $I_0 = 0$.

L'énergie électromagnétique est **stockée dans le condensateur**.

Ainsi, $E_{em} = \frac{1}{2}CU^2$, $U = 3,7V$.

A.N : $E_{em} = \frac{1}{2} \times 3,28.10^{-6}(3,7)^2$, soit $E_{em} = 2,25.10^{-5}J$.

3-) Energie dissipée par effet joule entre t_1 et t_3 .

A l'instant t_1 , $E_{em} = 2,25.10^{-5}J$; à l'instant t_3 , $U_3 = 1,3V$.

A.N : $E_{em_3} = \frac{1}{2} \cdot 3,28.10^{-6}(1,3)^2 = 2,77.10^{-6}J$

L'énergie dissipée est $\Delta E = E_{em_1} - E_{em_3} = 1,97.10^{-5}J$.

La cause de cette perte d'énergie vient de la résistance de la bobine.

4-) Puissance électrique moyenne consommée entre t_1 et t_3 .

On a : $P_{moy} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$, $\Delta t = 4T \Rightarrow P_{moy} = \frac{\Delta E}{4T}$.

A.N : $P_{moy} = \frac{1,97.10^{-5}}{4 \cdot 2,31.10^{-3}} \simeq 2,14.10^{-3}$, $P_{moy} = 2,14.10^{-3}W$.

Intensité moyenne du courant dans le circuit LC.

On a : $P_{moy} = rI_{moy}^2 \Rightarrow I_{moy} = \sqrt{\frac{P_{moy}}{r}}$.

A.N : $I_{moy} = \sqrt{\frac{2,14.10^{-3}}{9}} = 1,54.10^{-2}$, soit $I_{moy} = 1,54.10^{-2}A$.

5.1-) $T = 2,27.10^{-3}s \Rightarrow f_0 = \frac{1}{T_0} = 440Hz$. la hauteur musicale du son produit est La_3 .

5.2-) $La_4 = 880Hz \Rightarrow f' = 2f$. $f' = 2f$. $f' = 2f \Leftrightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{2f} \Rightarrow T' = \frac{T}{2} \Leftrightarrow 2\pi\sqrt{L.C'} = \frac{1}{2}2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow LC' = \frac{LC}{4}$
 $\Leftrightarrow C' = \frac{C}{4}$. Or $C' = \frac{\epsilon S}{e'}$ et $C = \frac{\epsilon S}{e} \Rightarrow \frac{\epsilon S}{e'} = \frac{\epsilon S}{4e} \Rightarrow e' = 4e$.

ENONCE DES 07 DERNIERS SUJETS [2012-2019]

BACCALAUREAT "C" 2012

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications**A-) Mouvements dans le champ de pesanteur**

Prendre $g=10m.s^{-2}$ et négliger la résistance de l'air.

Deux joueurs de football Sorel et Jean, de tailles respectives $h_1 = 1,80m$ et $h_2 = 1,60m$, s'entraînent au jeu de tête avec un ballon que l'on supposera ponctuel.

Après un coup de tête, le ballon part de Sorel vers Jean avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale. On prendra $v_0 = 10m.s^{-1}$. la figure A ci-dessus présente la situation.

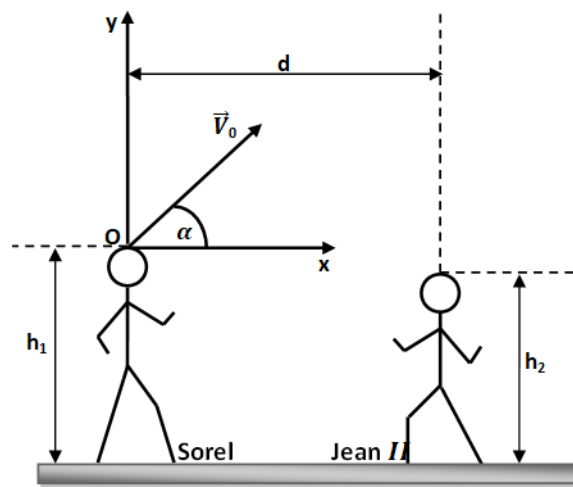


Figure 1

A.1-) En prenant pour origine des espaces, le sommet de la tête de Sorel et pour instant initial l'instant de départ du ballon, établir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G du ballon.

A.2-) l'équation de la trajectoire de G peut se mettre sous la forme $10y + x^2 - 10x = 0$. A quelle distance d de Sorel, doit se placer Jean pour que le ballon retombe exactement sur sa tête ?

B-) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Une particule de masse $m = 6,64 \times 10^{-27}kg$ et de charge $q = +3,2 \times 10^{-19}C$ entre avec une vitesse $\vec{v}$ de valeur $v = 1,5 \times 10^5 m.s^{-1}$ dans une région de largeur $l = 18cm$ où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ d'intensité $B = 3 \times 10^{-3}T$ orthogonal à la vitesse de la particule.

B.1-) En négligeant son poids, déterminer la nature du mouvement de la particule dans la zone où règne le champ magnétique.

B.2-) Etablir l'expression du rayon de courbure R et sa trajectoire, puis calculer sa valeur.

B.3-) Calculer la valeur de l'angle de déviation α de la trajectoire de la particule sous l'influence du champ magnétique.

Exercice 2 : Système oscillants

A-) Oscillateur mécanique Dans la gorge d'une poulie (P) de rayon $r = 10cm$ et dont on veut déterminer le moment d'inertie J_Δ , on fait passer une ficelle inextensible de masse négligeable. A l'une des extrémités de cette ficelle, on accroche un solide (S) de masse $m = 100g$ et reposant sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$ sur l'horizontale. L'autre extrémité de la fi-

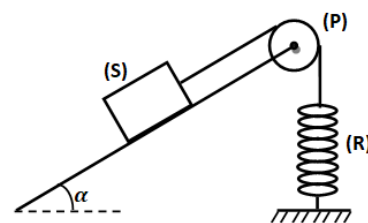


Figure 2

celle est reliée à un ressort (R) de raideur $k=10N.m^{-1}$ et de masse négligeable. On prendra $g = 10m.s^{-2}$

La deuxième extrémité du ressort est fixée au sol. Les frottement sur le plan incliné et sur l'axe de la poulie seront négligés. On admettra que la ficelle ne glisse pas dans la gorge de la poulie et que le centre d'inertie G de (S) se déplace sur la ligne de plus grande pente du plan incliné. Le schéma de la machine est donné en figure ci-dessus.

A.1.-) a) Ecrire une relation entre m , g , α et l'allongement x_0 du ressort lorsque le système est en équilibre.

b) Calculer la valeur numérique de x_0 .

A.2.-) On provoque un déplacement supplémentaire $a=2cm$ de (S) vers le bas de la pente puis on l'abandonne sans vitesse initiale. Il prend alors un mouvement d'équation horaire :

$x(t) = 2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}}t\right)$ où x est l'écart du centre d'inertie de (S) à la position d'équilibre à un instant t quelconque (x en cm).

A.2.1.-) Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations du solide (S) en fonction de m , r , k et J_{Δ} .

A.2.2.-) Exprimer le moment d'inertie J_{Δ} en fonction de la période propre T_0 .

En mesurant la durée de 10 oscillations, on trouve 20 secondes. Calculer numériquement J_{Δ} .

Prendre $\pi^2 = 10$.

A.2.3.-) Donner l'équation horaire du mouvement de la rotation de la poulie.

B-) Oscillateur électrique

Un circuit LC est constitué d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable branchée aux bornes d'un condensateur de capacité C et charge initiale q_0 . Le schéma du circuit est donné en figure 3 ci-contre.

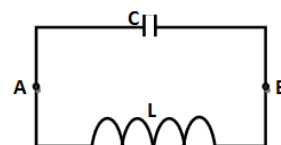


Figure 3

B.1.-) Donner l'expression de la tension u_{AB} aux bornes de chacun des deux dipôles.

B.2.-) En déduire l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur.

N.B : On rappelle que l'intensité du courant est dérivée première de la charge par rapport au temps.

B.3.-) Pour $L=2,29 \times 10^{-4}H$, calculer la capacité C du condensateur qu'il faut pour que la charge q oscille avec une fréquence $f=105MHz$. On rappelle que $1MHz=10^6Hz$.

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

A-) Phénomènes ondulatoires

L'extrémité O d'une ficelle de longueur convenable est attachée à un vibreur de période $T = 10^{-2}s$. Les amortissements et la réflexion des ondes sont négligeables. La longueur d'onde λ de l'onde vaut 5cm.

A.1.-) Calculer la célérité v de la propagation de l'onde.

A.2.-) On éclaire la ficelle à l'aide d'un stroboscope de fréquence f_e réglable.

- a) Déterminer la plus grande fréquence f_0 pour laquelle on voit une ficelle immobile.
 b) La fréquence des éclairs du stroboscope prend la valeur $f_1 = 99Hz$. Qu'observe-t-on ?

A.3-) L'équation horaire d'un point M de la ficelle situé à 30cm de la source O est $x(t) = 5 \cos(200\pi t)$ en mm. En déduire l'équation horaire de la source O.

B-) Effet photoélectrique

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique à l'aide d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ convenable. La variation de l'intensité i du courant photoélectrique en fonction de la tension entre l'anode et la cathode est consigné dans le tableau ci-dessous :

U(V)	-0,8	-0,4	0	0,22	0,6	1,1	2	3	4	5
I(μA)	0	1	1,65	2	3	4	5	5,2	5,3	5,3

B.1-) Tracer sur la figure 1 de l'annexe à remettre avec la copie, la courbe $I=f(U)$.

Echelle : Abscisse : 2cm pour 1V ; Ordonnée : 2cm pour 1 μA .

B.2-) a) Définir et déterminer le potentiel d'arrêt U_0 .

b) Donner la valeur de l'intensité I_s du courant de saturation.

B.3-) calculer la vitesse maximale des électrons à la sortie de la cathode.

On donne : charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}C$; Masse de l'électron : $m_e = 9,1 \times 10^{-31}kg$.

Exercice 4 :Exploitation des résultats d'une expérience

Une catapulte est constitué d'un piston enfilé dans un ressort de compression. L'ensemble peut coulisser à l'intérieur d'un cylindre. Ce dispositif permet de lancer à partir d'une hauteur h , une bille (S) qu'on supposera ponctuelle, avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale et de module constant $v_0 = 5m.s^{-1}$. Pour chaque valeur de h , on mesure l'abscisse x_m du point d'impact de la bille sur un plancher horizontal (voir la figure 4 ci-dessus). On a obtenu le tableau de mesure suivant :

h(cm)	20	40	60	80	100	120	140
$x_m(m)$	1,00	1,43	1,73	2,00	2,26	2,43	2,60
$x_m^2(m^2)$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,1	5,9	6,8

4.1-) Tracer, sur papier millimétré la courbe $x_m^2 = f(h)$

Echelle : Abscisse : 1cm pour 10cm ; Ordonnée : 1cm pour 1 m^2

Quelle est la forme de la courbe obtenue ?

4.2-) a-) Etablir, lorsque la bille est lancée à partir d'une hauteur quelconque h , l'équation cartésienne de sa trajectoire, dans le repère indiqué sur le schéma.

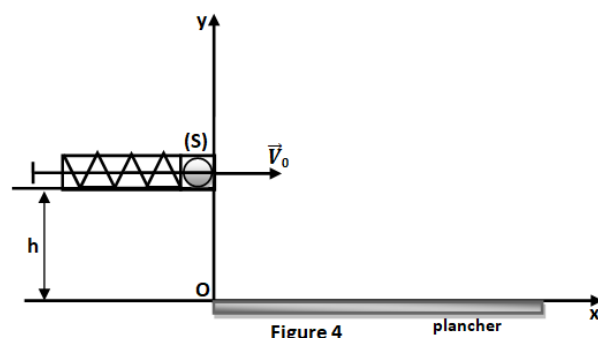


Figure 4 plancher

On prendra pour instant, la date de départ de la bille. On négligera la résistance de l'air.

b) En déduire la relation suivant : $x_m^2 = \frac{v_0^2}{g} h$

4.3-) A partir de la courbe ci-dessus, déterminer une valeur expérimentale de l'accélé-

ration de la pesanteur g à l'endroit où s'effectue la manifestation.

BACCALAUREAT "C" 2013

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces et leurs applications

Partie 1 : Mouvement dans le champ de pesanteur

On négligera les frottements et on prendra l'intensité g du champ de pesanteur égale à 10 m.s^{-1} . Un pendule est constitué par un solide ponctuel (S) de masse $m=150\text{g}$, suspendu à un point fixe A par un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur $l=60\text{cm}$. On écarte le pendule de la verticale d'un angle $\theta_0 = 90^\circ$, puis on impose au solide un mouvement circulaire autour de A dans un plan vertical, en lui communiquant, au point H, une vitesse initiale verticale et de sens descendant (figure 1).

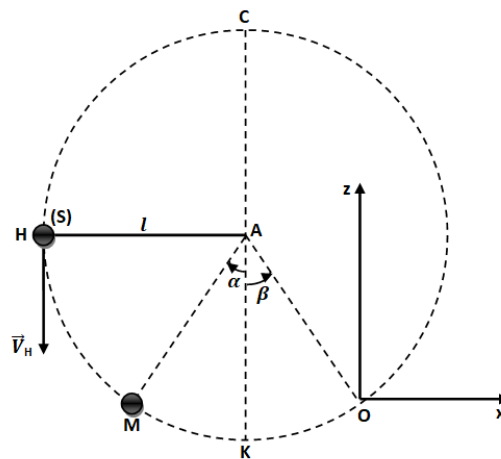


Figure 1

Une position quelconque M de (S) est repérée au cours de son mouvement par l'angle $\alpha = (\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AM})$.

1-) Etude de la tension du fil de suspension du solide.

- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) lorsque celui-ci est en M.
- En appliquant la deuxième loi de Newton au solide (S), montrer que l'intensité de la tension du fil au passage par le point M a pour expression : $T_M = m(g \cos \alpha + \frac{v_M^2}{l})$.
- En déduire la valeur minimale de la vitesse v_C du solide au point culminant C de la trajectoire, pour que le fil reste tendu en ce point (c'est-à-dire $T_C \geq 0$).

2-) On ramène en H et on le lance comme précédemment. Le solide (S) est libéré de son attache à un instant pris comme origine des dates, lorsqu'il passe en montant par le point O tel que $\beta = (\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AO})$, avec la vitesse $\vec{v}_0$.

- Etablir les équations horaires littérales du mouvement de (S) après sa libération, dans le repère (O,x,y) du plan vertical (figure 1).
- En déduire sous sa forme littérale, l'équation de la trajectoire de (S).

Partie 2 : Pendule électrostatique

Un pendule électrostatique est constitué d'une boule métallique B qu'on considérera comme un point matériel de masse $m=20\text{g}$ et de charge $q=+4,0\mu\text{C}$, fixée à l'extrémité d'un fil isolant de longueur l et de masse négligeable.

Ce pendule est suspendu en un point O. En présence d'une charge électrique ponctuelle Q placée en M, le fil s'écarte de la verticale d'un angle $\theta = 20^\circ$ (figure 2 ci-contre).

A l'équilibre, la droite passant par les points M et B est perpendiculaire à la direction du fil.

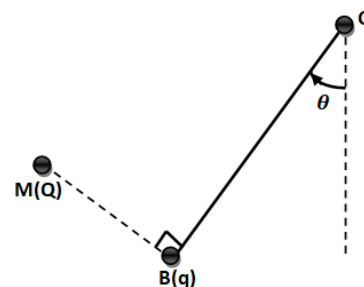


Figure 2

1-) Représenter les forces qui s'exercent sur la boule B.

2-) Déterminer :

a) les intensités, de la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur la boule B et de la tension $\vec{T}$ du fil (on fera les projections suivant la direction de $\vec{F}$ d'une part, et suivant la direction de $\vec{T}$ d'autre part).

b) la valeur algébrique de la charge Q, si F vaut $6,84 \times 10^{-2} N$.

Données : $g=10 m.s^{-2}$; $k=9 \times 10^9 SI$; $MB=50cm$.

Exercice 2 : Les systèmes oscillants

Partie 1 : Oscillateur mécanique

On considère le système schématisé sur la figure 3. Le ressort (R) est à spires non jointives et sa masse est négligeable. Sa raideur est $k = 80 N.m^{-1}$ et sa longueur à vide $l_0 = 15cm$. Les solides A et B de masses $m_A = 500g$ et $m_B = 300g$ sont reliés entre eux par un fil inextensible de masse négligeable passant par la gorge d'une poulie Γ de masse négligeable, mobile sans frottements sur le plan horizontal.

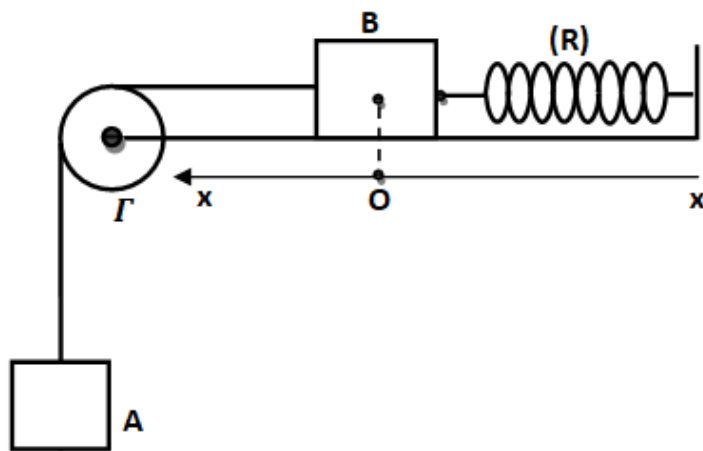


Figure 3

1-) Le système est considéré à l'équilibre.

a) Montrer qu'on peut écrire : $m_A g - k\Delta l_0 = 0$; où g est l'intensité de la pesanteur et Δl_0 l'allongement du ressort.

b) calculer la valeur numérique de Δl_0 .

2-) A partir de la position d'équilibre, on déplace verticalement le solide A de 5,0cm vers le bas, puis on l'abandonne sans vitesse initiale. La position de B est repérée par l'abscisse x de son centre d'inertie G_B , sur l'axe xx' dont l'origine O coïncide avec la position de G_B à l'équilibre.

Montrer que le solide B effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal de période propre T_0 dont on donnera l'expression en fonction de m_A , m_B , et k .

Partie 2 : Oscillateur électrique

Une tension sinusoïdale est appliquée aux bornes A et B d'une portion de circuit comprenant montés en série, un résistor de résistance $R=100\Omega$, un condensateur de capacité C et une bobine pure d'inductance $L = 7,2 \times 10^{-2} H$.

On visualise respectivement sur les voies 1 et 2 d'un oscilloscope, les variations de la tension $u(t)$ délivrée par le générateur et de la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor. L'aspect de l'écran est représenté sur la figure 5 ci-dessous.

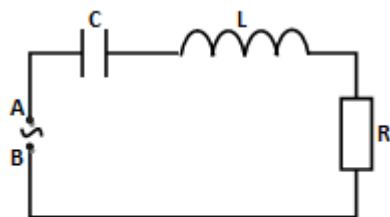


Figure 4 : Circuit sur lequel doit être connecté l'oscilloscope pour obtenir à l'écran les tracés de la figure 5

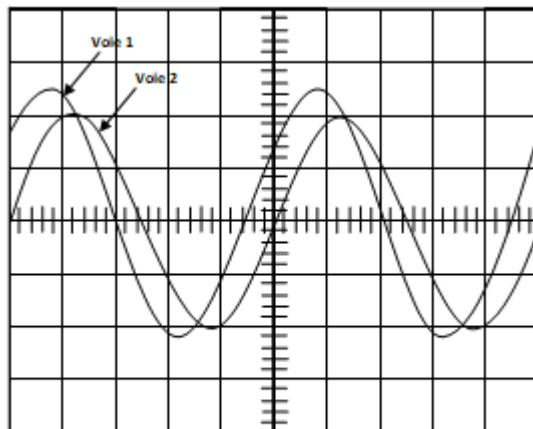


Figure 5 : Ecran de l'oscilloscope
Gain vertical sur les deux voies 2V/div.
Base des temps 0,5

- 1-) Indiquer sur le schéma du circuit sur la figure 4 ci-dessus comment l'oscilloscope doit être connecté au circuit pour obtenir l'aspect de la figure 5 ci-dessus.
- 2-) Déterminer la fréquence f des deux tensions.
- 3-) Le décalage temporel entre $u(t)$ et $u_R(t)$ est $\Delta t = 0,256ms$.
En déduire le déphasage φ entre les deux tensions et préciser laquelle des deux est en avance sur l'autre.
- 4-) Calculer l'impédance du circuit, puis en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

On prendra $f=400Hz$

Exercice 3 : Phénomènes ondulatoires et corpusculaires

Partei 1 : Phénomènes ondulatoires

- 1-) Qu'appelle-t-on longueur d'onde d'une onde ?
- 2-) A l'aide du dispositif des fentes d'Young, on obtient en lumière monochromatique, une figure d'interférences sur un écran placé parallèlement au plan des fentes F_1 et F_2 et à la distance $D=2m$ de ce plan. La distance séparant les fentes secondaires est $a=1,8mm$. La longueur d'onde de la radiation éclairante est $\lambda = 540nm$. Quelles sont :
 - a) la nature de la frange d'ordre $p' = -4,5$?
 - b) la distance entre le milieu de cette frange et le milieu de la frange centrale ?

Partie 2 : phénomènes corpusculaires

- 1-) Le travail d'extraction d'un électron du métal dont est revêtue la cathode d'une cellule photoémissive est $W_0 = 1,77eV$. On éclaire cette cathode avec une radiation lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 475nm$.
 - a) Calculer en eV, l'énergie E d'un photon de la radiatio éclairante.
 - b) Pourquoi peut-on affirmer que cette radiation déclenchera l'effet photoélectrique ?
 - c) Décrire, en s'appuyant sur un schéma, une procédure expérimentale permettant la mesure de l'énergie cinétique maximale des électrons à leur sortie de la cathode.

Données : Constante de Planck : $h=6,62 \times 10^{-14} J.s$; $1eV=1,6 \times 10^{-19} J$

Célérité de la lumière dans le vide : $c=3 \times 10^8 m.s^{-1}$.

- 2-) Le thorium $^{227}_{90}Th$ est radioactif α . Sa période (ou demi-vie) est $T=18j$ ours.

- a) Ecrire l'équation de la désintégration d'un noyau de thorium, sachant que le noyau fils est le radium Ra.
- b) Calculer la masse Δm de thorium disparue au bout de 54 jours dans un échantillon de thorium 227 de masse initiale $m_0 = 0,5g$.

Exercice 4 : Etude d'un pendule et mesure de l'intensité de la pesanteur d'un lieu

Lors d'une séance de travaux pratiques, les élèves étudiant l'influence de la longueur et de la masse d'un pendule simple sur la période propre T_0 de ces oscillations de faibles amplitudes.

1-) Etude de l'influence de la masse m du pendule

- a) Pour réaliser cette étude, on dispose déjà d'une potence et de trois objets de mêmes dimensions et de masses m_1, m_2, m_3 différentes. Compléter cette liste de matériel.
- b) proposer un protocole expérimental.

2-) Etude de l'influence de la longueur l du pendule

Pour une même valeur de l'amplitude θ_m des oscillations ($\theta_m < 12^\circ$), on fait varier la longueur l de l'un des trois pendules ci-dessus et on mesure pour chaque valeur de l , la durée Δt de 10 oscillations.

On a ensuite $T_0 = \Delta t/10$. Les résultats sont placés dans le tableau ci-dessous :

$l(m)$	1,20	1,00	0,80	0,60	0,40
$T_0(s)$	2,20	2,01	1,78	1,55	1,27
$T_0^2(s^2)$	4,84	4,04	3,17	2,40	1,61

- a) Pour obtenir T_0 , pourquoi les élèves mesurent-ils la durée de 10 oscillations au lieu d'en mesurer la durée d'une seule ?

- b) Tracer sur papier millimétré la courbe $T_0^2 = f(l)$.

Echelles : Abscisses, 1cm pour 0,1m ; ordonnées, 1cm pour 0,5s²

- c) En déduire la valeur expérimentale de l'intensité g du champ de pesanteur. On rappelle l'expression théorique de la période des oscillations de faibles amplitudes d'un pendule :

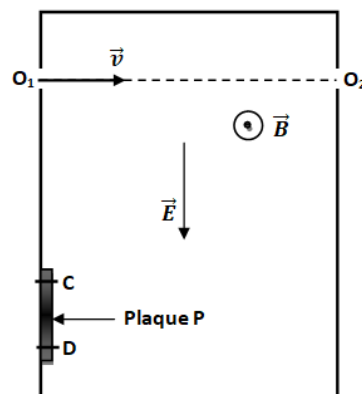
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

BACCALAUREAT "C" 2014

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces et leurs applications

Partie A : Action des champs électrique et magnétique sur un faisceau d'électrons

Des particules de masse $m = 6,65 \times 10^{-27} \text{ kg}$ pénètrent dans une région où règnent un champ magnétique $\vec{B}$ et un champ électrique $\vec{E}$, uniforme et orthogonaux entre eux et à la vitesse $\vec{v}$ des particules à l'entrée O_1 de la région comme l'indique la figure ci-contre. On constate que certaines des particules ont une trajectoire rectiligne horizontale et sont recueillies en O_2 appartenant à la droite $(O_1, \vec{v})$. Ces particules sont dites sélectionnées. On négligera leur poids devant les autres forces. On donne : $q = 3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$; $B = 9 \times 10^{-3} \text{ T}$; $E = 5 \times 10^3 \text{ V/m}$



1-) Donner e justifiant la réponse, le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

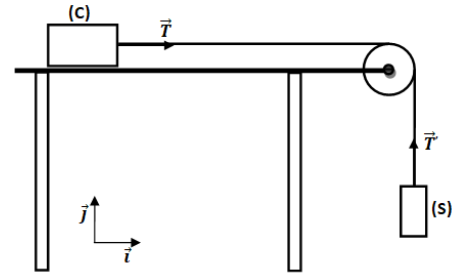
2-) Montrer que la valeur V_0 de la vitesse des particules sélectionnées ne dépend ni de la masse des particules, ni de leur charge électrique. Puis calculer sa valeur numérique.

3-) on supprime le champ électrique. Les particules viennent alors heurter un eplaque P placée verticalement dans la région (voir la figure). La mesure de l'écart entre les points d'impact extrêmes des particules sur la plaque donne $CD=30,00\text{mm}$.

3.1-) Donner la nature du mouvement des particules dans la région puis donner l'expression de la grandeur caractéristique de leur trajectoire.

3.2-) Calculer les valeurs V_{max} et V_{min} respectivement de la vitesse maximale et de la vitesse minimale des particules en admettant que la valeur de V_0 de la vitesse des particules sélectionnées est leur moyenne ($V_0 = \frac{V_{min}+V_{max}}{2}$).

Partie B : Chariot entraîné par un solide On considère un chariot (C) de masse m , mobile sans frottement sur une table lisse et relié par un fil inextensible de masse négligeable à un solide (S) de masse M qui pend dans le vide. Le fil passe par la gorge d'une poulie de masse négligeable et sans frottement. On nomme respectivement $\vec{T}$ et $\vec{T}'$ les forces que le fil exerce sur le chariot et sur le solide. (Voir figure ci-contre)



1-) On commence par retenir le chariot, tout le dispositif étant donc immobile.

Exprimer $\vec{T}$ et $\vec{T}'$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ précidée sur la figure.

2-) On lâche en faisant un bilan des forces, indiquer sans calcul comment la force $\vec{T}$ est modifiée.

3-) A un instant t , la vitesse du centre d'inertie du chariot est $V_G = V_G \vec{i}$ et son accélération est $\vec{a}_G = a_G \vec{i}$.

Donner à cet instant les expressions vectorielles de la vitesse et de l'accélération du solide (S).

4-) Ecrire la 2^{ème} loi de Newton pour le chariot d'une part et pour le solide (S) d'autre part.

5-) En déduire l'expression de la valeur de l'accélération du chariot et celle de la tension du fil.

Exercice 2 : Oscillations forcées dans un dipôle électrique

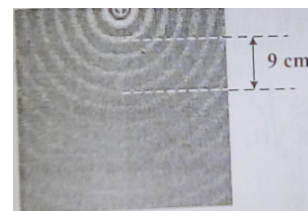
Un générateur maintient entre les bornes A et B d'un circuit électrique une tension alternative sinusoïdale de fréquence variable et de valeur efficace constante $U_{AB} = 60V$. Ce circuit comporte en série un résistor de résistance R et un dipôle D dont on ne connaît pas les grandeurs caractéristiques. Pour une pulsation du courant $\omega = 500\text{rad.s}^{-1}$, on mesure les valeurs efficaces des grandeurs physiques suivantes : Valeur efficace de l'intensité du courant dans le circuit : $I=0,4A$; valeur efficace de la tension aux bornes du résistor : $U_R = 36V$; valeur efficace de la tension aux bornes du dipôle D : $U_D = 48V$. On donne l'indication suivante : le dipôle D peut être un résistor, un condensateur, une

bobine ou une association en série d'une bobine et d'un condensateur.

- 1-) Montrer que le dipôle D n'est pas un résistor et calculer son impédance.
- 2-) Le circuit consomme une puissance électrique $P=15W$. Montrer que le dipôle D comporte une résistance non nulle ; calculer cette résistance R_D puis le facteur de puissance du dipôle D.
- 3-) On augmente progressivement la fréquence du courant, on constate que la tension efficace aux bornes du dipôle D diminue. Pour une fréquence pour laquelle la pulsation est $\omega_1 = 1000 \text{ rad.s}^{-1}$ on mesure les tensions aux bornes du dipôle D et du résistor, on obtient : $U'_D = 24V$ et $U'_R = 36V$.
- 3.1-) Montrer, sans calcul, que D est une association en série d'une bobine et d'un condensateur.
- 3.2-) Etablir à partir des valeurs des tensions efficaces que la pulsation ω_1 correspond à la fréquence de résonance du circuit.
- 3.3-) calculer les valeurs de l'inductance L de la bobine et de la capacité C du condensateur.

Exercice 3 : Etude d'ondes avec une cuve à ondes

La lampe d'un vibreur est solidaire à une pointe qui effectue un mouvement vertical de même fréquence que la lampe. Lorsque le vibreur est mis en marche à la fréquence $f=20\text{Hz}$, la pointe frappe la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes au centre O de la cuve. Une membrane placée sur la paroi de la cuve empêche la réflexion des ondes mécaniques ainsi produites.



- 1-) Nommer le type d'onde (transversal ou longitudinal) qui se propage à la surface de l'eau et proposer une expérience simple permettant de mettre ce type d'ondes en évidence.
- 2-) On utilise un éclairage stroboscopique qui immobilise apparemment les ondes. L'image de la surface de l'eau est recueillie sur papier blanc placé en dessous de la cuve, représentée par la figure ci-dessous ; elle est 1,5 fois plus grande que la réalité. Déterminer la longueur d'onde et en déduire la célérité des ondes sachant que les bandes claires représentent les crêtes.
- 3-) La fréquence des éclairs est fixée à 21Hz. Décrire ce que l'on observe à la surface de l'eau et calculer la célérité apparente des ondes.
- 4-) La lame du vibreur est maintenant solidaire d'une fourche munie de deux points O_1 et O_2 distantes de 5cm, qui effleurent la surface de l'eau. La lampe vibre à une fréquence de 20Hz.
- 4.1-) Décrire le phénomène observé à la surface de l'eau en éclairage normal.
- 4.2-) Donner la position et le nombre des points du segment $[O_1, O_2]$ qui vibrent avec une amplitude maximale.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

Le radon 222 est un gaz radioactif émetteur α . On désire déterminer le volume V_0 d'un échantillon ainsi que la demi-vie du radon 222. Pour cela, on emprisonne ce gaz dans

une ampoule dans les conditions où le volume molaire vaut 25L.mol^{-1} ; puis on mesure l'activité A de l'échantillon à différentes dates t.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

t(jour)	0	10	20	30	40	50	60	
A(Bq)	A_0	$1,65 \times 10^{11}$	$2,73 \times 10^{10}$	$4,51 \times 10^9$	$7,46 \times 10^8$	$1,23 \times 10^8$	$2,03 \times 10^7$	3,3

1-) Citer deux applications de la radioactivité.

2-) Définir l'activité A d'une substance radioactive et établir que $A=\lambda N$, où λ est la constante radioactive et N le nombre de noyau présent à la date t dans l'échantillon.

3-) Tracer sur le papier millimétré du document à remettre avec la copie, le graphe $\ln A=f(t)$, où ln désigne le logarithme népérien.

Echelle : 1cm pour 5jours en abscisse et 2cm pour 5 unités sur l'axe des ordonnées.

4-) Déterminer à partir du graphe, la constante radioactive du radon 222 et l'activité initiale A_0 .

5-) En déduire le volume V_0 de l'échantillon et la demi-vie du radon 222.

On donne le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$.

BACCALAUREAT "C" 2015

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces

1.1-) Mouvement d'un satellite de la terre

Un satellite, placé dans un orbite circulaire de rayon r dans un plan équatorial de la Terre, se déplace d'Ouest en Est. On admet qu'à cette altitude, le satellite n'est soumis qu'à la seule action de la gravitation terrestre.

1.1.1-) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

1.1.2-) La période de révolution de ce satellite a pour expression : $T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{r^3}{G_0}}$, où R est le rayon de la terre et G_0 l'intensité du champ de gravitation à sa surface.

En déduire l'expression de la masse M_T de la Terre en fonction de r et de T.

Application numérique : $r=20.000\text{km}$; $T=7,82\text{heures}$.

1.1.3-) Quand dit-on qu'un satellite de la Terre est géostationnaire? Comparer la valeur précédente de r à celle du rayon r, de l'orbite d'un satellite géostationnaire. 1jour sidéral=86140s.

Données : Constante de gravitation : $\varepsilon = 6,67 \times 10^{-11}\text{m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$.

1.2-) Mouvement d'une tige

Deux rails conducteurs et parallèles AD et $A'D'$ distants de $l=12\text{cm}$, sont disposés selon des lignes de plus grande pente d'un plan, incliné d'un angle $\alpha = 8^\circ$ par rapport à l'horizontale. Les deux rails sont reliés à un générateur de courant continu (G), en série avec un interrupteur et un résistor de résistance R ajustable (figure 1).

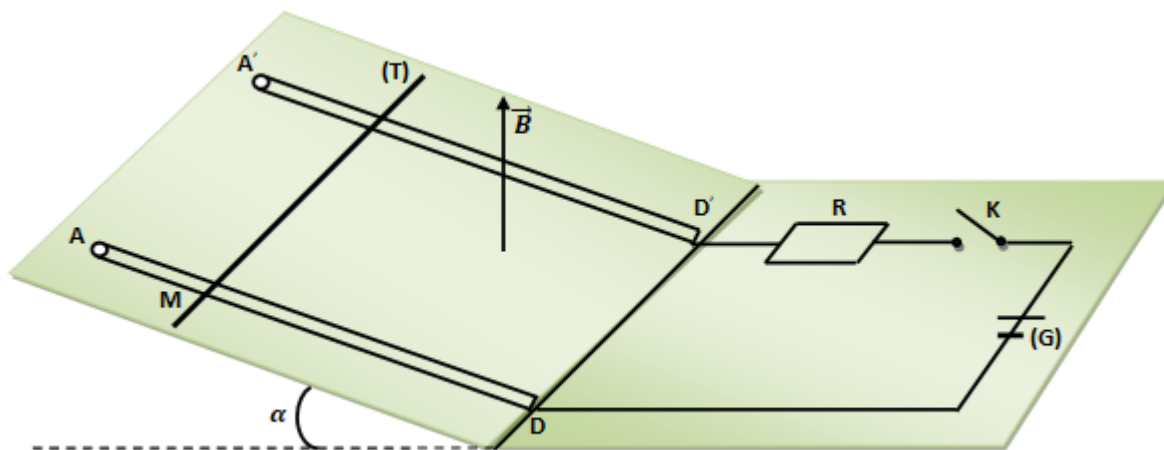


Figure 1

La tige (T) conductrice, non ferromagnétique et perpendiculaire aux rails, peut glisser sur ceux-ci parallèlement à elle-même sans frottement. Le dispositif est placé dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique uniforme et vertical $\vec{B}$ de sens ascendant et d'intensité $B=0,1\text{T}$.

1.2.1-) L'interrupteur K étant ouvert, la tige (T) est abandonnée sur les rails sans vitesse initiale à la position MN. Déterminer la valeur numérique de l'accélération a_G du mouvement du centre d'inertie G de la tige. On prendra $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

1.2.2-) La tige étant ramenée à la position MN, on ferme l'interrupteur K. L'intensité du courant dans le circuit est alors $I=2\text{A}$. La masse de la tige (T) est $m=60,8\text{g}$.

- Faire à l'aide d'un schéma le bilan des forces qui s'exercent sur la tige (T).
- Déterminer la nouvelle valeur de l'accélération a'_G du mouvement de la tige.
- Calculer la valeur de I pour que la tige reste en équilibre sur les rails.

On négligera l'effet d'induction dû au déplacement de la tige.

Exercice 2 : Les système oscillants

2.1-) Oscillations d'un disque homogène

Un disque homogène (D) de masse $M=1,0\text{kg}$ et de rayon $R=10\text{cm}$ est suspendu en son centre de gravité G, à un fil de torsion de constante C (figure 2).

On rappelle l'expression du moment d'inertie d'un disque par rapport à un axe (Δ) perpendiculaire à son plan et passant par son centre de gravité : $J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$. On fait tourner le disque d'un angle θ_m dans le plan horizontal, provoquant une torsion du fil du même angle, puis on l'abandonne sans vitesse initiale. Le disque effectue alors un mouvement oscillatoire de rotation autour de l'axe (Δ) matérialisé par le fil. Un dispositif approprié a permis de représenter les variations de l'angle de torsion θ en fonction du temps (figure 3).

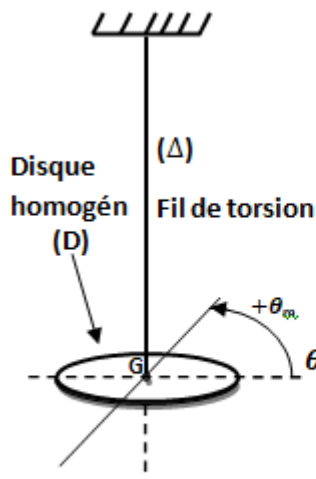


Figure 2

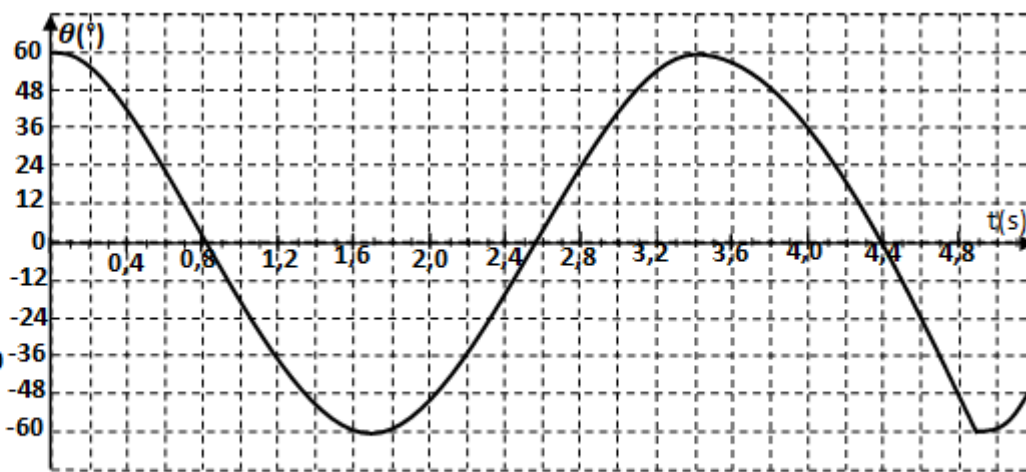


Figure 3

2.1.1-) Faire le bilan des forces extérieures qui s'appliquent sur le disque à une date quelconque de son mouvement.

2.1.2-) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au disque, déterminer l'équation différentielle du mouvement de ce dernier.

2.1.3-) Montrer que la période propre des oscillations a pour expression : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{MR^2}{2C}}$.

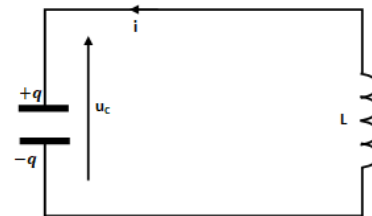
2.1.4-) Déterminer à partir du graphe de la figure 3, la valeur de T_0 , puis en déduire la constante de torsion C du fil.

2.2-) Circuit LC

Un condensateur de capacité C chargé sous une tension continu $U=6V$ est connecté à la date $t=0$ aux bornes d'une bobine idéale d'inductance $L=0,42H$ (schéma ci-contre).

2.2.1-) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension instantanée u_C aux bornes du condensateur.

2.2.2-) Une solution de cette équation est : $u_C = U_m \cos(628t)$. Déterminer les valeurs de U_m , de la capacité C du condensateur et de la charge initiale Q_0 portée par ce dernier.



Exercice 3 : Phénomènes corpusculaire et ondulatoire

3.1-) Ondes à la surface de l'eau d'une cuve

la pointe (P) d'un vibreur monté au dessus d'une cuve à eau, affleure en un point S la surface de l'eau de la cuve. Le vibreur mis en marche, la pointe (P) produit en S des perturbations verticales et sinusoïdales d'amplitude $a=2mm$ et de fréquence $N=100Hz$. La célérité de la propagation des ondes à la surface de l'eau est $v=0,40m.s^{-1}$. On négligera l'amortissement et la réflexion des ondes au cours de la propagation.

3.1.1-) Définir : onde mécanique

3.1.2-) Ecrire l'équation du mouvement vibratoire du point S (on prendra comme origine des temps, l'instant où l'élongation de S est maximale).

3.1.3-) Soit M un point de la surface de l'eau situé à 4cm de la source S. Comparer le mouvement vibratoire du point M à celui de S.

3.2 Nature corpusculaire de la lumière

On désire tracer la courbe $U_0 = f(v)$, de la variation de la tension U_0 d'une cellule

photoémissive en fonction de la fréquence ν de la radiation éclairante.

3.2.1-) Ecrire la relation U_0 à la fréquence ν de la radiation incidente.

3.2.2-) On a obtenu le tableau de mesures suivant :

$\nu(\times 10^{14}Hz)$	15	10	7,5	6	5
$U_0(V)$	4,300	2,230	1,200	0,580	0,166

a) Tracer sur le papier millimétré de l'annexe à remettre avec la copie, la courbe $U_0 = f(\nu)$.

Echelles. En abscisse : 1cm pour $10^{14}Hz$. En ordonnée : 1cm pour 0,5V.

b) En déduire la longueur d'onde seuil λ_0 du césium, puis la valeur de la charge électrique élémentaire e . On donne : $h = 6,62 \times 10^{-34}Js$; $c = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

Au cours d'une expérience sur le Vanadium $^{52}_{23}V$ qui est un émetteur radioactif β^- , on utilise un écran absorbeur et un détecteur. Un dispositif approprié a permis de suivre l'évolution de l'activité de ce nucléide au cours du temps. Le tableau de mesures obtenu a permis de tracer la courbe $\ln(A)=f(t)$ (voir figure page suivante).

4.1-) Ecrire l'équation de la désintégration 52.

4.2-) A partir de la loi de décroissance, montrer que $\ln(A) = -\lambda t + \ln(A_0)$ où λ est la constante radioactive et A_0 l'activité initiale.

Rappels : $A = -\frac{dN}{dt}$; $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

4.3-) Déterminer à partir de la courbe $\ln(A)=f(t)$ de la figure 4 de l'annexe à remettre avec la copie :

4.3.1-) la valeur numérique de la constante radioactive λ du vanadium 52, puis calculer sa période de radioactivité T .

4.3.2-) le nombre N_0 de noyau du vanadium 52 que contenait la source à la date $t=0s$.

Ectrait du tableau périodique :

Scandium	Titane	vanadium	chrome	Manganèse
$_{21}Sc$	$_{22}Ti$	$_{32}V$	$_{24}Cr$	$_{25}Mn$



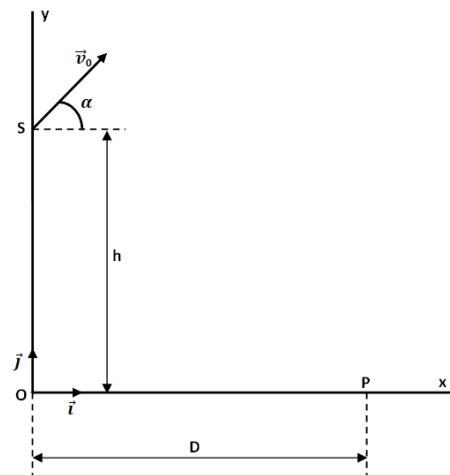
BACCALAUREAT "C" 2016

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications**Partie 1 : Le lancer de poids**

Lors d'un lancer de « poids », le centre d'inertie G de la boule part d'un point S à une hauteur $h=2,62\text{m}$ au dessus du sol supposé plan et horizontal. On prend pour origine des dates où la boule quitte la main du lanceur. On note $\vec{V}_0$ la vitesse initiale de la boule qu'on considère appartenant au plan vertical contenant les points O et P de l'axe horizontal Ox. Le vecteur vitesse $\vec{V}_0$ fait un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale.

L'axe Oy est vertical ascendant et passe par le centre d'inertie de la masse à l'instant où elle quitte la main du lanceur.

On étudie le mouvement de G dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du référentiel terrestre et on néglige l'action de l'air. On prend l'intensité de la pesanteur $g=10\text{m/s}^2$.



1-) En appliquant à la masse le théorème du centre d'inertie, montrer que l'accélération de son centre d'inertie G est égale à l'accélération de la pesanteur.

2-) Etablir dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les équations horaires du mouvement de G, puis en déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire.

3-) pour $V_0 = 13,7\text{m.s}^{-1}$, calculer la longueur mesurée sur l'axe Ox du lancé réussi par l'athlète.

Partie 2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

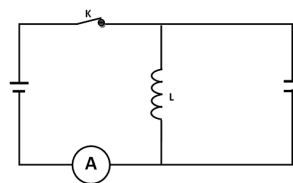
Une particule de masse m , de charge électrique q et animée d'une vitesse $\vec{v}$ à la date t_1 , où elle pénètre dans un champ magnétique $\vec{B}$ de telle sorte que $\vec{v} \perp \vec{B}$.

1-) Montrer que la vitesse $\vec{v}$ de la particule est telle que sa valeur v reste constante quelque soit $\vec{B}$.

2-) Donner la caractéristique de la trajectoire de la particule dans le champ qui rend compte des variations de la valeur du champ magnétique. Comment varie cette caractéristique lorsque la valeur du champ augmente ?

Exercice 2 Systèmes oscillants.**Partie 1 : Oscillations dans un dipôle LC.**

On considère le circuit ci-contre composé d'un générateur de courant continu, d'un interrupteur K, d'une bobine dont l'inductance L vaut $42,20 \times 10^{-3}\text{H}$ et dont on néglige la valeur de la résistance et d'un condensateur de capacité $C = 14,83\mu\text{F}$ en dérivation avec la bobine (voir schéma ci-contre).



L'interrupteur étant fermé, l'ampèremètre indique $I=225\text{mA}$. A un instant qu'on choisit comme origine des dates, on ouvre l'interrupteur K.

1-) Déterminer à la date $t=0$, la tension aux bornes de la bobine. En déduire la valeur

de celle aux bornes du condensateur.

2-) Ecrire l'équation différentielle traduisant l'évolution subséquente de la tension aux bornes du condensateur ($t > 0$).

3-) Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle précédente puis, en prenant en compte les conditions initiales, écrire la loi horaire de l'évolution de la tension aux bornes du condensateur.

Partie 2 : Oscillateur mécanique

L'enregistrement de l'élongation d'un oscillateur non amorti constitué d'un ressort de raideur k lié à un solide de masse m est donné en figure 1 ci-dessous.

1-) A l'aide de l'enregistrement, déterminer :

a) la période propre T_0 de cet oscillateur.

b) l'amplitude de ses oscillations.

c) la vitesse de la masse à la date $t=0$.

On laissera apparents sur figure 1, tous les tracés ayant servi à la résolution.

2-) Déterminer la constante de raideur k sachant que $m=205,9\text{g}$. Prendre $\pi^2 = 10$.

3-) calculer l'énergie mécanique E_0 du système à la date $t=0$.

4-) Que vaut la vitesse de la masse m lorsqu'elle passe pour la première fois en $x=0$?

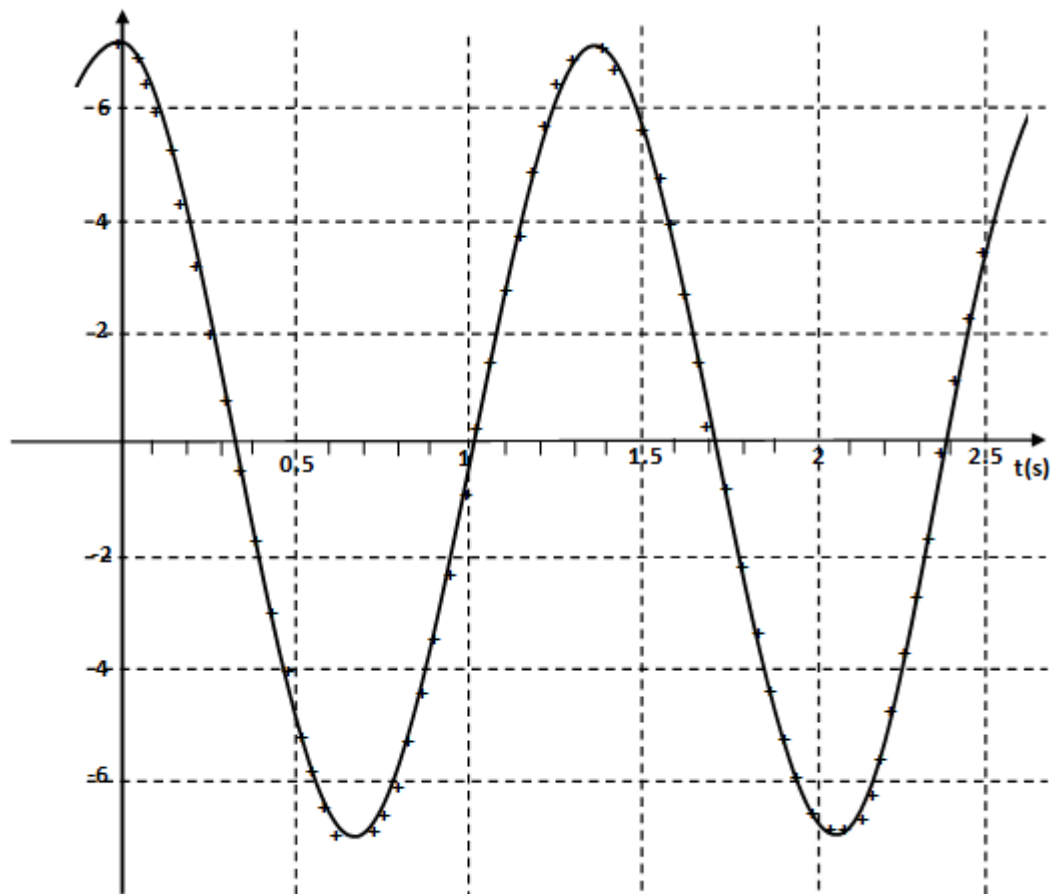


Figure 1 : Enregistrement des variations de l'élongation de l'oscillateur

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

Partie 1 : La radioactivité

1-) Citer une application de la radioactivité. Expliquer brièvement son principe.

2-) Le bismuth ${}_{83}^{212}\text{Bi}$ subit une désintégration du type β^- pour donner du polonium de

symbole atomique P_O .

- a) Ecrire l'équation traduisant la transmutation de bismuth 212 en polonium.
 b) La constante radioactive du bismuth 212 est $\lambda = 1,906 \times 10^{-4} s^{-1}$; calculer sa période radioactive.

3-) Un échantillon contient à une date t , une masse $m=1\text{mg}$ de bismuth 212. Déterminer l'activité de cet échantillon à cette date.

Données : Masse molaire atomique di bismuth 212 : $M({}_{83}^{212}\text{Bi})=0,212\text{kg.mol}^{-1}$; Constante d'avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$.

Partie 2 : Interférences lumineuses.

On réalise une expérience d'interférences lumineuses avec un dispositif des fentes de YOUNG dans lequel une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda=643\text{nm}$, issue d'une fente F tombe sur un diaphragme plan percé de deux fentes fines F_1 et F_2 parallèles et distantes de $a=0,15\text{mm}$. La distance entre le plan contenant le diaphragme et l'écran d'observation est $D=140\text{cm}$. F et sur la médiatrice du esgment $[F_1, F_2]$.

- 1-) Faire un schéma du dispositif expérimental et donner une description succincte de l'aspect de l'écran.
 2-) Déterminer l'interfrange i .
 3-) Un point M du champ d'interférence est situé à une distance $x=1,8\text{cm}$ de la projection orthogonale sur l'écran du milieu des deux sources F_1 et F_2 .
 a) Déterminer la différence de marche des rayons lumineux issus de F_1 et F_2 en M.
 b) Le point P appartient-il à une frange brillante ou sombre ?

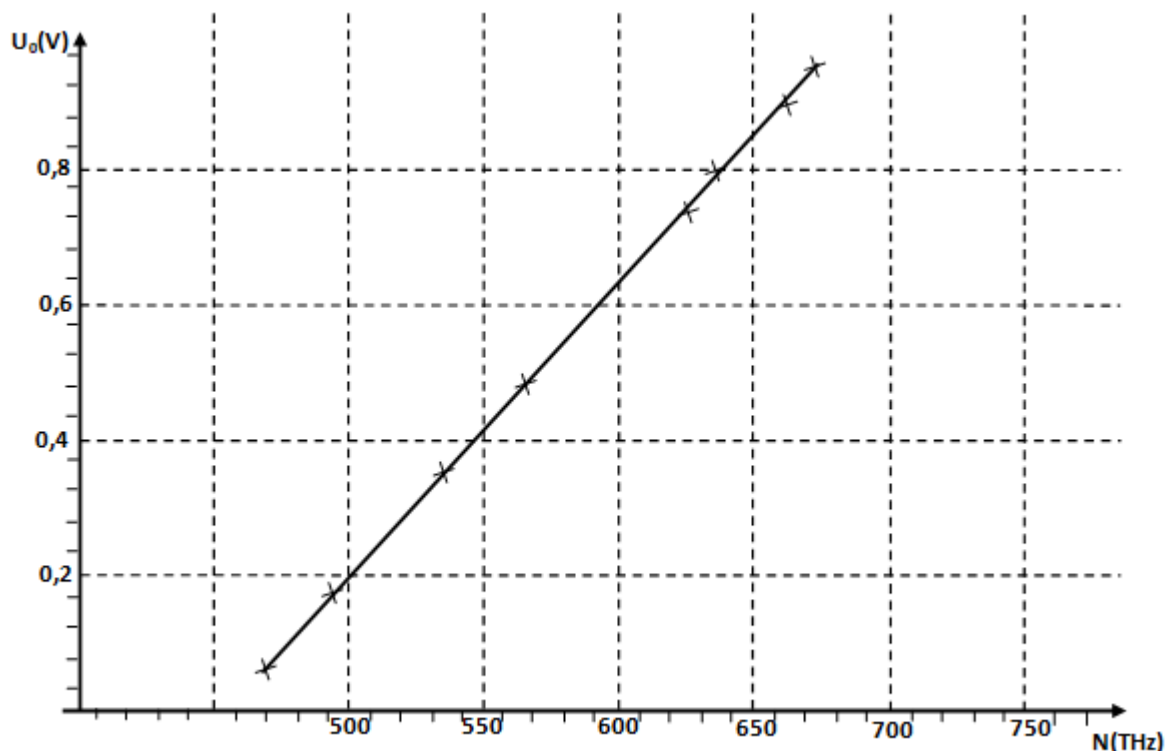
Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique par un faisceau lumineux monochromatique de fréquence N et on mesure le potentiel d'arrêt $U_O(N)$ de la cellule pour cette radiation.

- 1-) Définir potentiel d'arrêt.
 2-) Faire un schéma du montage utilisé sachant qu'il comprend en plus de la cellule photoélectrique, un générateur de tension réglable, un voltmètre, un milliampèremètre, un interrupteur et des fils de connexion.
 3-) On répète l'opération en utilisant diverses radiations et on obtient des résultats qui permettent de tracer le graphe $U_0 = f(N)$ de la figure 2 ci-dessous.
 3.1-) Ecrire la relation entre le potentiel d'arrêt U_0 , le travail d'extraction W_0 d'un électron du métal de la cathode et l'énergie des photons incidents W .
 3.2-) Déterminer graphiquement :
 3.2.1-) la constante de Planck.
 3.2.2-) la fréquence seuil du métal de la cathode.

On laissera apparents sur la figure 2 ci-dessous, tous les tracés ayant servis à la résolution.

On rappelle la valeur de la charge élémentaire $e=1,6 \times 10^{-19}\text{C}$; $1\text{THz} = 10^{12}\text{Hz}$.

Figure 2 : graphe de $U_0=f(N)$

BACCALAUREAT "C" 2017

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces

L'exercice comporte deux parties indépendantes.

Partie A : Champ de gravitation

On assimile la Terre à un corps à répartition sphérique de centre O, de rayon $R_T = 6300 \text{ km}$, et de masse $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$.

prendre G (constante gravitationnelle) $= 6,67 \times 10^{-11} \text{ USI}$.

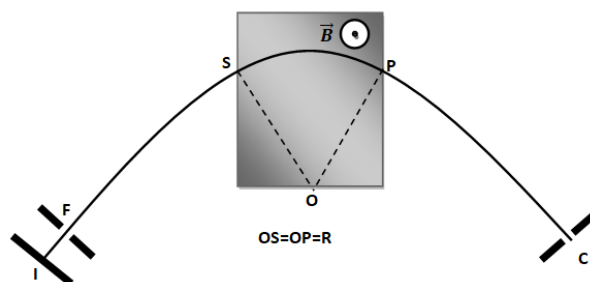
1-) Ecrire l'expression de la valeur du champ de gravitation à une distance r du centre de la Terre.

2-) Un satellite de $m_s = 360 \text{ kg}$ évolue à une distance $r = 42000 \text{ km}$ du centre de la Terre. Donner les caractéristiques de la force de gravitation qui s'exerce sur ce satellite.

3-) Faire un schéma représentant, la Terre, le satellite sur son orbite et quelques lignes du champ de gravitation. Donner la qualification d'orientation de ce champ.

Partie B : Champs électrique et magnétique

Dans le dispositif schématisé sur la figure ci-dessous, des ions positifs de masse m , de charge q sortent en I d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable. Ils sont accélérés entre I et F par une tension $U = V_I - V_F$, continue et réglable. Ces ions sont ensuite déviés entre S et P par un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure, la valeur



B du champ magnétique uniforme restant constante pendant toute la durée d'utilisation. A la sortie du champ magnétique, les ions sont recueillis à l'entrée C d'un collecteur.

Tous les ions que l'on veut recueillir en C doivent suivre la même trajectoire IFSPC. D'autre part le vide est réalisé dans l'appareil, et l'effet de la pesanteur sur les ions est négligeable. La portion SP est un arc de cercle de centre O et rayon R.

1-) Déterminer combien de phase comporte le mouvement des ions sur la trajectoire qui leur est imposée ; préciser quelles sont celles de ces phases qui sont des mouvements uniformes.

2-) Etablir en fonction de q , m et U l'expression de la vitesse avec laquelle un ion quelconque du faisceau parvient en S.

3-) Etablir une relation entre q , v , B , m et R lorsque cet ion suit la trajectoire imposée.

4-) Dédurre des deux questions précédentes une relation entre q , B , R , m et U .

5-) On utilise le dispositif pour identifier les isotopes de l'indium : les atomes d'indium d'ionisent sous la forme d'ions In^{2+} .

5.1-) On place d'abord dans la chambre de l'indium 115. Calculer la valeur à donner à la tension U pour que les ions d'indium 115 soient collectés en C.

On donne : $R=0,70m$; $B=0,16T$; masse d'un atome d'indium 115 : $114,90u$ ($1u = 1,66 \times 10^{-27}kg$) ; charge électrique élémentaire : $e=1,6 \times 10^{-19}C$.

5.2-) On place maintenant dans la chambre d'ionisation un mélange d'isotopes d'indium. Pour les recueillir successivement en C, il faut donner à U différentes valeurs comprises entre 17919V et 24942V, B et R gardant la même valeur. Déterminer l'intervalle dans lequel se situent les nombres de masse de ces isotopes.

Exercice2 : Systèmes oscillants

Partie A : Stroboscopie

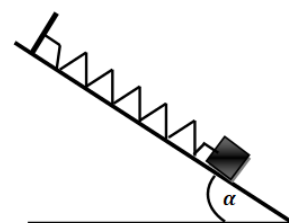
1-) Définir phénomène périodique.

2-) Sur un disque noir est peint un rayon blanc. La fréquence de rotation du disque est $N=28$ tr/s.

Ce disque est éclairé par des éclairs dont la fréquence N_e peut varier de 10Hz à 100Hz. Déterminer pour quelles fréquences des éclairs, le disque paraît immobile avec trois rayons blancs.

Partie B : Oscillateur mécanique

Un ressort (R) de masse négligeable et à spires non jointives a une extrémité A accrochée à un support fixe et l'autre B à un solide (S) de masse $m=576g$ pouvant évoluer sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α sur l'horizontale. La longueur à vide du ressort est $L_0 = 16cm$ et lorsque le solide (S) est accroché, la longueur à l'équilibre du ressort vaut $L_1 = 19,6cm$. On donne $g=10m.s^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$.



1-) Calculer la constante de raideur k du ressort.

2-) On tire le solide (S) vers le bas d'une longueur $a=4cm$ puis on le lâche à une date prise comme origine des dates, sans vitesse initiale.

2.1-) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement ultérieur du solide.

2.2-) calculer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

2.3-) Ecrire l'équation horaire du mouvement en tenant compte des conditions initiales.

Partie C : Oscillateurs électrique

1- On associe à une bobine de résistance $r = 220\Omega$ et d'inductance $L = 349 \text{ mH}$, un conducteur ohmique de résistance $R = 780\Omega$. Ce circuit est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence $N = 240 \text{ Hz}$.

1.1- Faire la construction de Fresnel relative à l'impédance Z de ce circuit puis calculer sa valeur.

On arrondira la valeur à l'unité.

1.2- Ecrire l'expression de la valeur instantanée $u(t)$ de la tension aux bornes du circuit en prenant pour référence des phases l'intensité du courant.

2- On constitue un deuxième circuit en associant les éléments précédents à un condensateur de capacité C . L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences (GBF). Un oscilloscope à deux voies branché aux points M, N et P de ce circuit (Voir schéma du circuit figure 1 ci-dessous), il permet de visualiser les tensions $u_1 = u_{PM}$ et $u_2 = u_{NM}$. Les réglages sont les suivants :

vitesse de balayage : 20 ms/div . ($1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$) ; gain vertical : 2 V/div en voie 1. On obtient l'oscillogramme de la figure 2 ci-dessous.

2.1- Nommer le phénomène mis en évidence par cette oscillogramme.

2.2- Mesurer à partir de l'oscillogramme la fréquence caractéristique N_c du phénomène.

2.3- Calculer la valeur de la capacité D du condensateur utilisé.

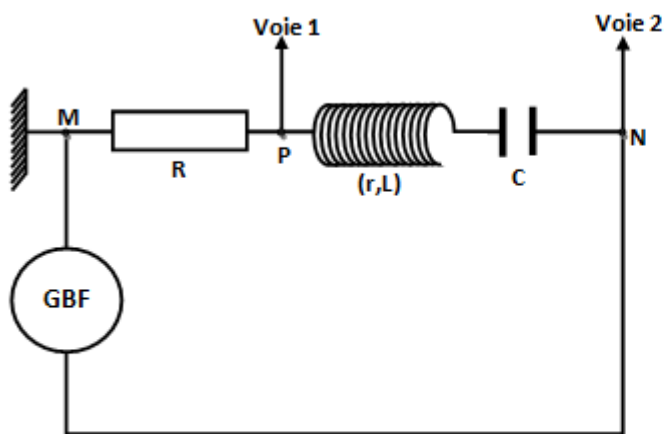


Figure 1 : schéma du circuit

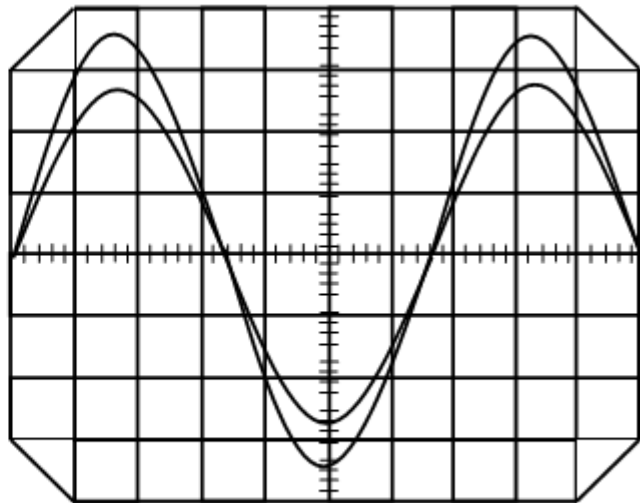


Figure 2 : schéma de l'oscillogramme

Exercice 3 : Phénomène corpusculaire et onduatoire

Partie A : Etude d'une cellule photoélectrique

Une source F émettant deux lumières monochromatiques de longueurs d'onde respectives $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 580 \text{ nm}$, éclaire une cellule photoélectrique.

1-) Faire un schéma annoté du dispositif expérimental permettant de tracer la caractéristique tension-intensité d'une cellule photoélectrique.

2-) L'énergie d'extraction d'un électron de la cathode est $W_0 = 2,25 \text{ eV}$ pour la cellule photoélectrique considérée. Montrer qu'une seule des lumières monochromatiques ci-dessus produit l'effet photoélectrique. On donne : h (Constante de Planck) $= 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$;

c (Célérité de la lumière) = $3,00 \times 10^8 m.s^{-1}$; e (Charge d'un proton) = $1,60 \times 10^{-19} C$; m_e (Masse d'un électron) = $9,11 \times 10^{-31} kg$.

3-) Déterminer la vitesse maximal V_{max} des électrons émis par la cathode.

4-) Calculer la valeur du potentiel d'arrê U_S de cette cellule photoémissive.

partie B : Désintégration radioactive de l'uranium 238

1-) La désintégration de l'uranium 238 est de type α est conduit à un noyau de Thorium (Th).

Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire.

2-) La demi-vie de l'uranium 238 est $t_{1/2} = 4,5 \times 10^9$ ans. Définir le terme demi-vie.

3-) Calculer la masse m d'uranium 238 qui reste au bout de 10ans dans un échantillon de masse initiale $m_0 = 1g$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

Au cours de l'expérience décrite par le schéma ci-dessous, on a obtenu les résultats rassemblés dans le tableau ci-dessous.

N(Hz)	0,25	0,84	1,03	1,12	1,19	1,23	1,25	1,26	1,27	1,29	1,33	1,50	1,63	1,82	2,24
$X_m(cm)$	0,2	1,2	2,6	4,0	6,6	11,4	13,0	13,8	14,1	12,9	9,0	3,3	2,2	1,6	1,1

N est la fréquence de l'excentrique entraîné par le moteur.

X_m est l'amplitude des oscillations du solide suspendu au ressort.

1-) Quel est le type d'oscillations observées au cours de cette expérience ? préciser l'excitateur et le résonateur.

2-) Représenter sur la feuille à remettre le graphe donnant l'amplitude X_m en fonction de la fréquence N.

Echelle : 1cm pour 0,2Hz ; 1cm pour 1cm.

3-) Déterminer le phénomène physique mis en évidence par ce graphique.

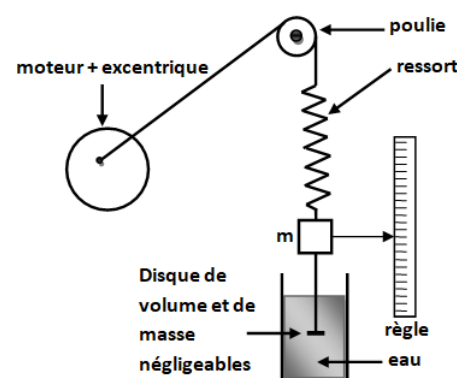
4-) A l'aide du graphique, déterminer :

4.1-) la largeur ΔN de la bande passante.

4.2-) la valeur de la fréquence propre N_0 du résonateur.

5-) la masse du solide accroché au ressort est $m=216kg$.

Déterminer la valeur de la constante de raideur K du ressort.



Document 3 : Schéma du dispositif expérimental

BACCALAUREAT "C" 2018

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications

Partie A. Mouvement des satellites galiléens

Les satellites galiléens sont quatre satellites mis en lumière pour la première fois par Galilée en janvier 1610.

Nous pouvons admettre en première approximation que chacun d'eux effectue un mouvement circulaire uniforme autour de Jupiter. Pour toute suite, nous noterons :

h : l'altitude par rapport à la surface de la Jupiter ;

M_J : la masse de Jupiter ;

R_J : la rayon de Jupiter ;

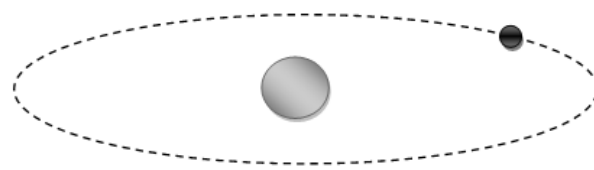
G : la constante de gravitation universelle ;

g_0 : l'intensité du champ de gravitation de Jupiter à l'altitude $h=0$;

g_h : l'intensité du champ de gravitation de Jupiter à l'altitude h ;

T : la période de révolution d'un satellite ;

a : le rayon de l'orbite d'un satellite dans le référentiel jupitocentrique (référentiel galiléen centré sur Jupiter) ;



Un satellite sur son orbite autour de Jupiter

v : la vitesse linéaire d'un satellite sur son orbite.

Les caractéristiques orbitales sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Satellites	l_0	Europe	Ganymède	Callisto
T(jours)	1,77	3,55	7,16	16,69
$a(10^9 m)$	0,42	0,67	1,07	1,88
$T^2 \times a^{-3} (\times \text{jours}^2 / 10^{27} m^3)$				

1-) Établir l'expression de g_h en fonction de M_J , R_J et G .

En déduire l'expression de g_h en fonction de R'_J et g_0 .

2-) Etablir l'expression de v en fonction de M_J , R_J , h et G .

En déduire l'expression de T en fonction de M_J , R_J , h et G .

3-) Montrer que $T^2 \times a^{-3}$ est une constante qui dépend de la masse de Jupiter.

4-) Recopie sur votre feuille de composition le tableau ci-dessus et compléter la quatrième ligne.

En déduire la masse de Jupiter.

5-) Déterminer la période de révolution (exprimée en jours) du satellite Léda qui tourne à $11,165 \times 10^9 m$ de Jupiter.

Données : $G = 6,67 \times 10^{-11} SI$.

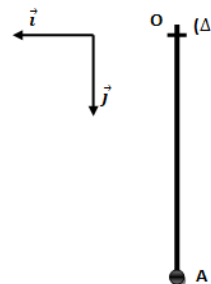
Partie B. Interactions électriques

On considère une tige homogène et de section uniforme OA verticale, de masse m solidaire en O à un axe (Δ) autour duquel elle peut tourner librement. A l'extrémité inférieure A de la tige, on fixe une charge ponctuelle q négative et de masse négligeable (voir figure-ci-contre). On soumet alors l'ensemble à un champ électrique uniforme $\vec{E} = -500 \vec{i}$ ($\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont des vecteurs unitaires ; E en $V.m^{-1}$) et on observe que la tige s'incline par rapport à la verticale d'un angle α .

1-) Faire à l'aide d'un schéma le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur la tige à l'équilibre.

2-) Déterminer la valeur de m .

Données : $q = -2 \times 10^{-4} C$; $\alpha = 25^\circ$; $g = 10 N.kg^{-1}$.



EXERCICE 2 : Systèmes oscillants

Partie A. Le pendule pesant

Une tige (t) homogène et de section constante OA de masse M et de longueur $2R$ est suspendue à son extrémité O solidaire à un axe (Δ) horizontal autour duquel il peut se mouvoir librement dans le plan vertical. A l'autre extrémité A de cette tige, on fixe une boule (S) ponctuelle, de masse M (figure 1). Le centre de gravité de ce système composite (tige+boule) sera noté G. On néglige les frottements.

1-) Exprimer OG en fonction de R .

2-) Exprimer en fonction de R et M , le moment d'inertie J_Δ du système composite par rapport à l'axe (Δ).

3-) On écarte le système composite de sa position d'équilibre stable d'un angle θ_0 , puis on l'abandonne sans vitesse initiale (figure 2).

3.1-) Expliquer pourquoi ce système composite est un oscillateur.

3.2-) Déterminer dans le cas général l'équation différentielle du mouvement de ce système en fonction de R , g , θ et $\ddot{\theta}$. Cet oscillateur est-il harmonique ? Justifier votre réponse.

Rappel : Mouvement d'inertie d'une tige homogène de longueur l ; par rapport à un axe Δ passant par l'un de ses extrémités : $J(\Delta) = \frac{1}{3} ml^2$

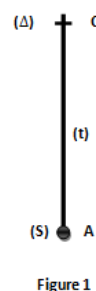


Figure 1

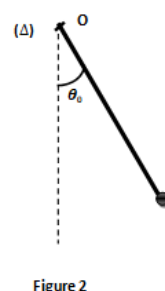


Figure 2

Partie B. «Décharge» d'une bobine dans un condensateur

Le générateur du circuit ci-dessous a une f.é.m E de 120V ; la résistance du condensateur ohmique est $R = 25 \Omega$; l'inductance de la bobine est $L = 120 mH$ (sa résistance a des effets négligeables) et la capacité

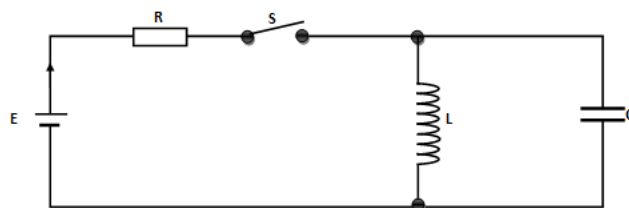
du condensateur est $C=450\text{nF}$. L'interrupteur S est initialement fermé depuis un temps suffisamment long pour que le régime permanent soit établi.

1-) Quelle est l'intensité du courant traversant la bobine ?

2-) Expliquer pourquoi la tension aux bornes du condensateur est nulle en régime permanent.

3-) A un instant qu'on choisira comme origine des dates, on ouvre S. Ecrire l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur au cours du temps.

4-) Donner l'expression de la tension $u_C(t)$ traduisant l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps en considérant les conditions indiquées en 3.



EXERCICE 3 : Phénomènes ondulatoires et corpusculaires

Partie A. Interférences mécaniques à la surface de l'eau

Les extrémités S_1 et S_2 de deux fourche, solidaire d'un vibreur de fréquence $f=20\text{Hz}$, frappent la surface de l'eau. Ces points constituent deux sources d'ondes circulaires sinusoïdales se propageant à la célérité $v=0,3\text{m.s}^{-1}$. Soit M, un point du champ d'interférences. On note $d_1 = S_1M$ et S_2M .

1-) Quelles conditions vérifient les sources S_1 et S_2 ?

2-) Déterminer la longueur d'onde des ondes mécanique se propageant à la surface de l'eau.

3-) Quel est le nombre de lignes d'amplitude maximale observables sur le segment S_1S_2 ?

4-) Donner la représentation de l'aspect de la surface de l'eau éclairée à l'aide d'un stroboscope de fréquence $f_e = 20\text{Hz}$.

Donnée : $S_1S_2 = 3,3\text{cm}$.

Partie B. Radioactivité

Un noyau de polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ de constante radioactive λ et de période T, se désintègre spontanément en émettant une particule alpha et conduit au plomb de symbole **Pb**.

1-) Définir la radioactivité.

2-) Ecrire l'équation de désintégration radioactive du polonium 210.

3-) Calculer en MeV l'énergie totale libérée par la désintégration d'un noyau de polonium 210.

4-) On considère un échantillon radioactif de polonium 210. Au bout de combien de temps 85% de cet échantillon aura-t-il disparu ?

ON donne : Pour les noyaux, on a : $M_{\text{Po}}=210,0482\text{u}$; $M_{\text{Pb}}=206,0385\text{u}$; $M_{\alpha}=4,0015\text{u}$; $1\text{u}=931,5\text{MeV}/c^2$; $T=138\text{j}$

EXERCICE 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

A. Objectifs :

Déterminer :

- la valeur de la constante de Planck ;
- la longueur d'onde seuil λ_0 du métal qui constitue la cathode d'une cellule photoémissive.

B. Protocole expérimental :

On éclaire une cellule photoélectrique par un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde λ et on mesure le potentiel d'arrêt U_0 de la cellule.

On répète l'opération en utilisant diverses radiations et on obtient les résultats du tableau ci-après :

$\lambda(\times 10^{-6}\text{m})$	0,58	0,50	0,43	0,42	0,40	0,36
$U_0(\text{V})$	0,20	0,56	0,93	1,00	1,18	1,50

C. Exploitation des résultats

1-) Faire un schéma annoté de la cellule photoémissive éclairée par une lumière monochromatique.

2-) Tracer sur le papier millimétré à remettre avec la copie le graphe $U_0 = f(\frac{1}{\lambda})$.

Echelle : 10cm pour 1V et 0,5cm pour $0,1 \times 10^6\text{m}^{-1}$.

3-) Montrer que U_0 peut se mettre sous la forme $U_0 = a\frac{1}{\lambda} + b$ dans le cas général. (a et b étant des

constantes)

4-) Déterminer à l'aide du graphe $U_0 = f(\frac{1}{\lambda})$ la constante de Planck h , la longueur d'onde seuil λ_0 .

5-) Laquelle des radiations de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,8\mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,5\mu\text{m}$ éclairant cette cellule photoémissive pourra-t-elle produire un effet photoélectrique ? justifier.

On donne : Valeur absolue de la charge d'un électron : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$;

Célérité de la lumière : $c = 3 \times 10^8 \text{m.s}^{-1}$.

BACCALAUREAT "C" 2019

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces

Partie A : Mouvement d'un solide sur une gouttière

Un solide (S) de masse m , assimilable à un point matériel, glisse dans une gouttière comprenant une partie AB rectiligne et horizontale, et une partie circulaire BC de centre Ω et de rayon $r = 1,0 \text{ m}$. La partie circulaire est tangente en B à la partie rectiligne AB (figure 1). Le solide est lancé dans la gouttière en A avec une vitesse initiale parallèle à la section AB de la gouttière et de module $v_A = 10 \text{ m.s}^{-1}$. On donne ; $m = 200 \text{ g}$; $\alpha = 60^\circ$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. On admet que le contact entre le solide et la gouttière se fait sans frottements.

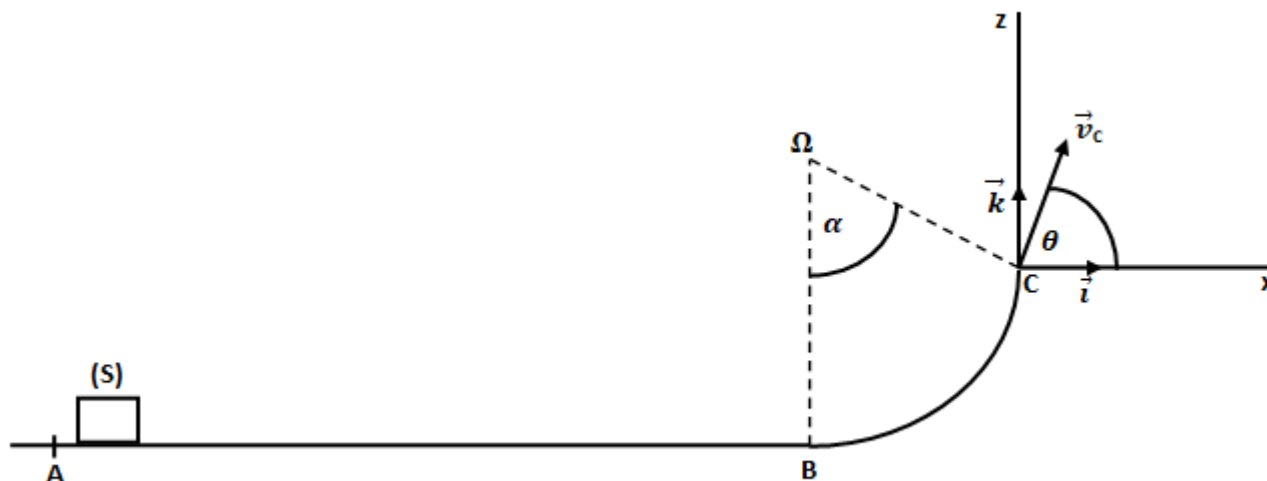


Figure 1

1-) Donner en justifiant par l'énoncé de la loi qui fonde votre raisonnement, la valeur de la vitesse du solide (S) en B.

2-) En appliquant la deuxième loi de Newton au solide, déterminer la valeur f de l'action de la gouttière sur le solide en C. On admettra que la valeur de la vitesse du solide en C vaut $v_C = 9 \text{ m.s}^{-1}$.

3-) La vitesse $\vec{v}_C$ du solide en C fait un angle $\theta = 60^\circ$ avec l'horizontale.

Établir dans le repère $(C; \vec{i}, \vec{k})$, l'expression littérale de l'équation cartésienne de la trajectoire du solide après le point C. on prendra pour instant initial, l'instant de passage du solide en C.

Partie B : Particule chargée dans un champ électrique ou magnétique

Un tube dans lequel on a fait un vide poussé, contient deux plaques métalliques verticales, planes et parallèles, P et Q, distantes de $d = 2,5 \text{ cm}$. On établit une différence de potentiel de valeur constante $U = 1000 \text{ V}$ entre les plaques, Q étant au potentiel le plus élevé.

1-) Sur la figure 2 de l'annexe 2 à remettre avec la copie, représente le vecteur champ électrostatique entre les plaques ; puis calculer son module E .

2-) Chauffée, la plaque P émet des électrons, avec une vitesse initiale qu'on supposera nulle. On négligera le poids de l'électron par rapport aux autres forces.

2.1-) Donner les caractéristiques (direction, sens et intensité) de la force électrostatique qui s'applique entre les plaques sur un électron émis par P.

2.2-) Calculer la valeur de la vitesse d'un électron à l'arrivée sur la plaque Q.

3-) la plaque Q est percée d'un trou (T) qui laisse passer des électrons. Au-delà de cette plaque, les électrons sont soumis à un champ magnétique uniforme de valeur B .

Compléter la figure 2 de l'annexe 2 à remettre avec la copie en esquissant la trajectoire d'un électron dans le champ magnétique ; puis caractériser cette trajectoire à l'aide d'une distance.

On donne : charge électron : $-e = -1,6 \times 10^{-19} C$; $m_{\text{électron}} = 9,1 \times 10^{-31} kg$; $B = 1,25 \times 10^{-3} T$.

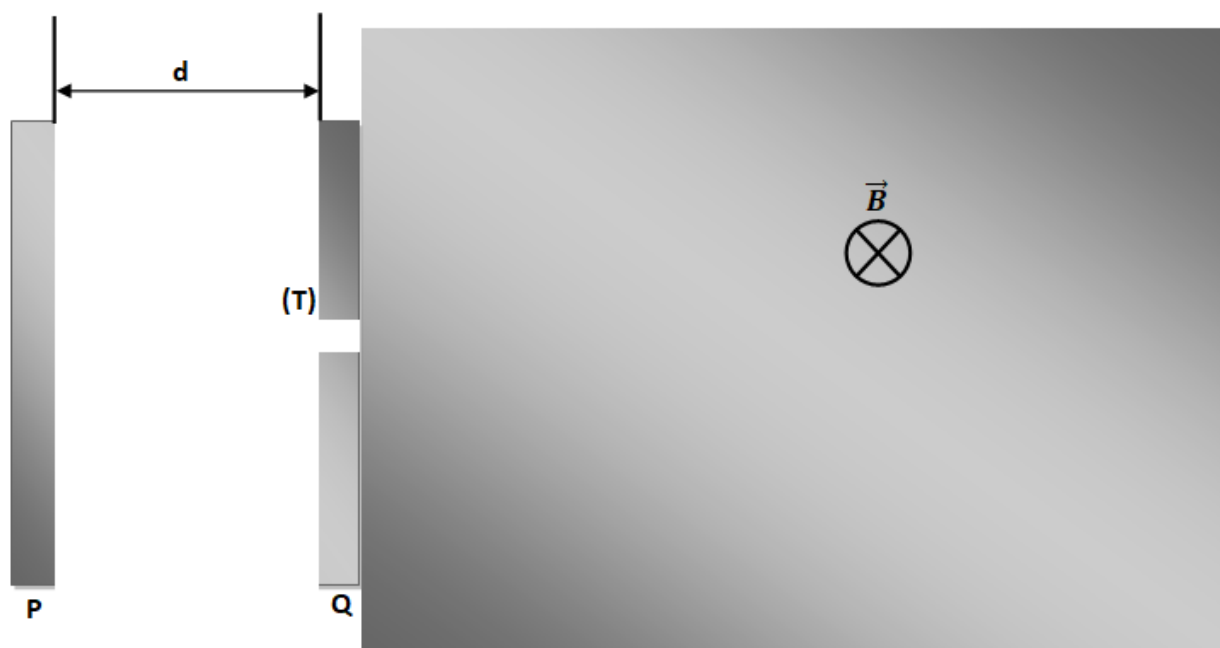


Figure 2

Exercice 2 : Systèmes oscillants

Partie A : Oscillations électriques forcées

Un circuit comprenant en série un condensateur ohmique de résistance $R = 300 \Omega$ et un condensateur de capacité C , est branché aux bornes d'un générateur de basses fréquences (GBF).

1-) On se propose d'observer sur la voie 1 d'un oscilloscope bicourbe, les variations de la tension d'excitation $u(t)$ délivrée par le (GBF), et sur la voie 2 celles de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur ohmique. Faire un schéma de branchement.

2-) On obtient les oscillogrammes ci-contre (figure 3), avec les réglages suivants :

- Sensibilité verticale sur les deux voies : $1V/div$.
- Balayage : $5ms/div$.

3-) Indiquer, en justifiant la réponse, pour chacune des courbes la voie correspondante de l'oscilloscope.

4-) Déterminer :

- 4.1-) la fréquence N de la tension délivrée par le (GBF) ;
- 4.2-) la valeur efficace I de l'intensité du courant qui traverse le circuit ;
- 4.3-) l'impédance Z du circuit ;
- 4.4-) la capacité du condensateur.

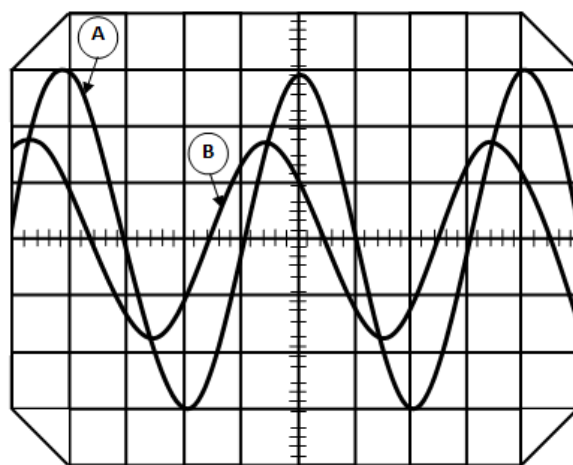


Figure 3

Partie B : Etude énergétique d'un oscillateur mécanique

Un pendule est constitué d'une boule de masse m de centre d'inertie G , fixée à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle de la boule. L'autre extrémité du fil est accroché en un point fixe O . On assimile ce pendule à un pendule simple de longueur L .

Le plan vertical du mouvement du pendule est rapporté à un axe horizontal $x'x$ et à un axe vertical $z'z$, d'origine G_0 position du centre d'inertie à l'équilibre, orienté comme l'indique la figure 4 ci-dessous. On s'intéresse aux petites oscillations du pendule et on néglige les frottements.

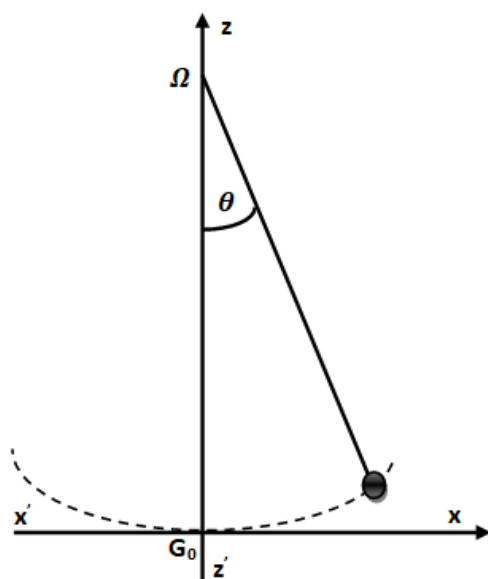


Figure 4

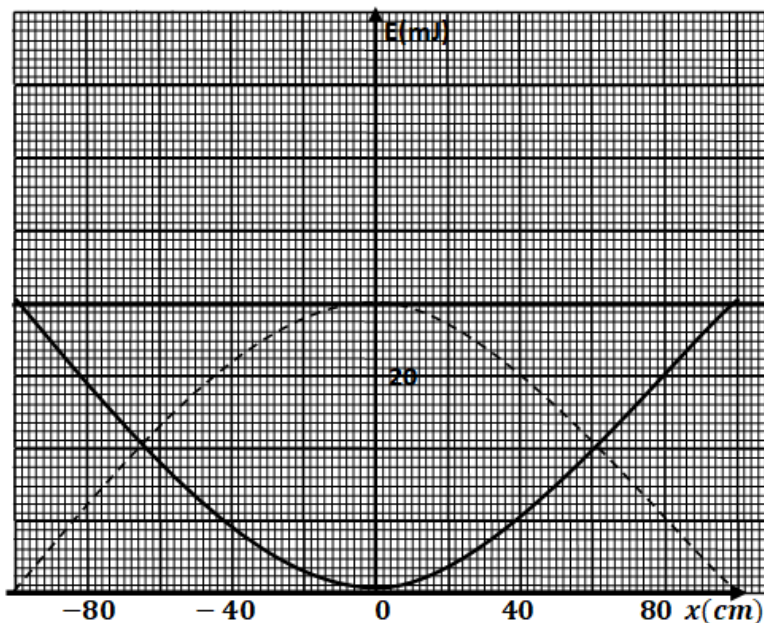


Figure 5

1-) L'étude étant faite pour les oscillations de faible amplitude, on peut écrire :

$\sin \theta \approx \theta$; $1 - \cos \theta \approx \frac{\theta^2}{2}$ (θ en radians).

1.1-) Montrer que $\theta = \frac{x}{L}$ où x est l'abscisse de G sur l'axe $x'x$.

1.2-) Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP} du système pendule-Terre en fonction de x . On prendra $E_{PP} = 0$ lorsque G est en G_0 .

1.3-) Montrer que l'énergie mécanique totale du système précédent s'écrit : $E_m = \frac{mgx_m^2}{2L}$; où x_m est l'abscisse maximale de G sur l'axe $x'x$.

2-) La figure 5 (voir ci-dessus) donne les variations des différentes énergies du pendule en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie de la boule pendule.

2.1-) Attribuer à chaque courbe de la figure 5, l'énergie correspondante.

2.2-) Calculer la valeur de la vitesse maximale de la masse du pendule.

Exercice 3 : Phénomènes ondulatoires et corpusculaires

Partie A : Ondes mécaniques à la surface de l'eau

L'extrémité S d'une tige verticale impose à la surface d'une cuve, des vibrations transversales sinusoïdales de fréquence $f=100$ Hz et d'amplitude $a=2$ mm, qui se propagent à la célérité $v = 0,6$ m.s⁻¹. On supposera qu'il n'y a ni réflexion, ni amortissement de l'onde.

1-) On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope dont la fréquence des éclairs est légèrement inférieure à 100 Hz. Qu'observe-t-on ?

2-) Ecrire l'équation horaire du mouvement de S , en choisissant comme origine des temps l'instant où S passe par sa position d'équilibre O , en se déplaçant vers le haut. O sera pris comme origine des elongations, comptées positivement vers le haut.

2-) Ecrire l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau, situé à la distance $d=1,5$ cm de O . Comparer les mouvements de M et de S .

Partie B : Radioactivité

Pour vérifier la forme ou le fonctionnement de la glande thyroïde, on procède à une scintigraphie thyroïdienne en utilisant de l'iode 131. Un patient en ingère une masse $m=1,00$ μg.

1-) Déterminer le nombre N_0 d'atomes radioactifs (donc de noyaux radioactifs) initialement présents dans la dose ingérée. L'instant de l'ingestion est pris pour origine des dates ($t=0$ s).

2-) L'iode 131 est radioactif β^- . Écrire l'équation bilan de sa désintégration. On admettra que le noyau fils n'est pas produit dans un état excité.

On donne le symbole et le numéro atomique de quelques éléments chimiques :

Antimoine	Tellure	Iode	Xénon	Césium
Sb Z=51	Te Z=52	I Z=53	Xe Z=54	Cs Z=55

3- La demi-vie T de l'iode 131 vaut 8,0 jours. Définir la demi-vie (ou période radioactive) d'un échantillon radioactif.

4-) Donner l'expression littérale de l'activité A_0 de l'échantillon à l'origine des dates, en fonction de N_0 et de T ; Calculer sa valeur numérique.

Données : Constante d'Avogadro : $\mathcal{N} = 6,02 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$. Masse molaire atomique de l'isotope 131 de l'iode : $M = 131 \text{g.mol}^{-1}$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

Un solide (S) de masse m , mobile sur un plan horizontal, est relié à l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives de raideur k et de masse négligeable, dont l'autre extrémité est fixe. Écarté de sa position d'équilibre dans la direction de l'axe du ressort, puis lâché sans vitesse initiale, le solide effectue des oscillations parallèlement à la direction précédente. On repère le solide au cours du temps par l'abscisse x de son centre d'inertie G , sur l'axe $x'x$, parallèle à l'axe du ressort et dont l'origine est G_0 , la position de G à l'équilibre (figure 6). La figure 7 de l'annexe à remettre avec la copie, est la représentation des variations de l'abscisse x en fonction du temps.

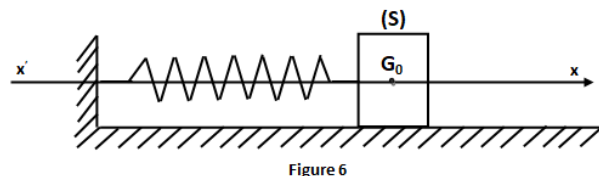


Figure 6

1-) Donner une interprétation de la diminution progressive de l'amplitude des oscillations.

2-) Représenter sur un schéma, les forces extérieures qui s'appliquent sur le solide (S), lorsqu'il passe par une position d'abscisse x positive, en allant dans le sens positif de l'axe $x'x$.

3-) Déterminer à l'aide du graphe, la pseudo période T des oscillations, puis en déduire la raideur k du ressort, sachant que $m = 250 \text{g}$.

4-) Représenter en justifiant, sur la figure 7 de l'annexe à remettre avec la copie, pour $0 < t < 0,8 \text{s}$ l'allure de la courbe donnant les variations de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur en fonction du temps. On prendra $k = 40 \text{N.m}^{-1}$.

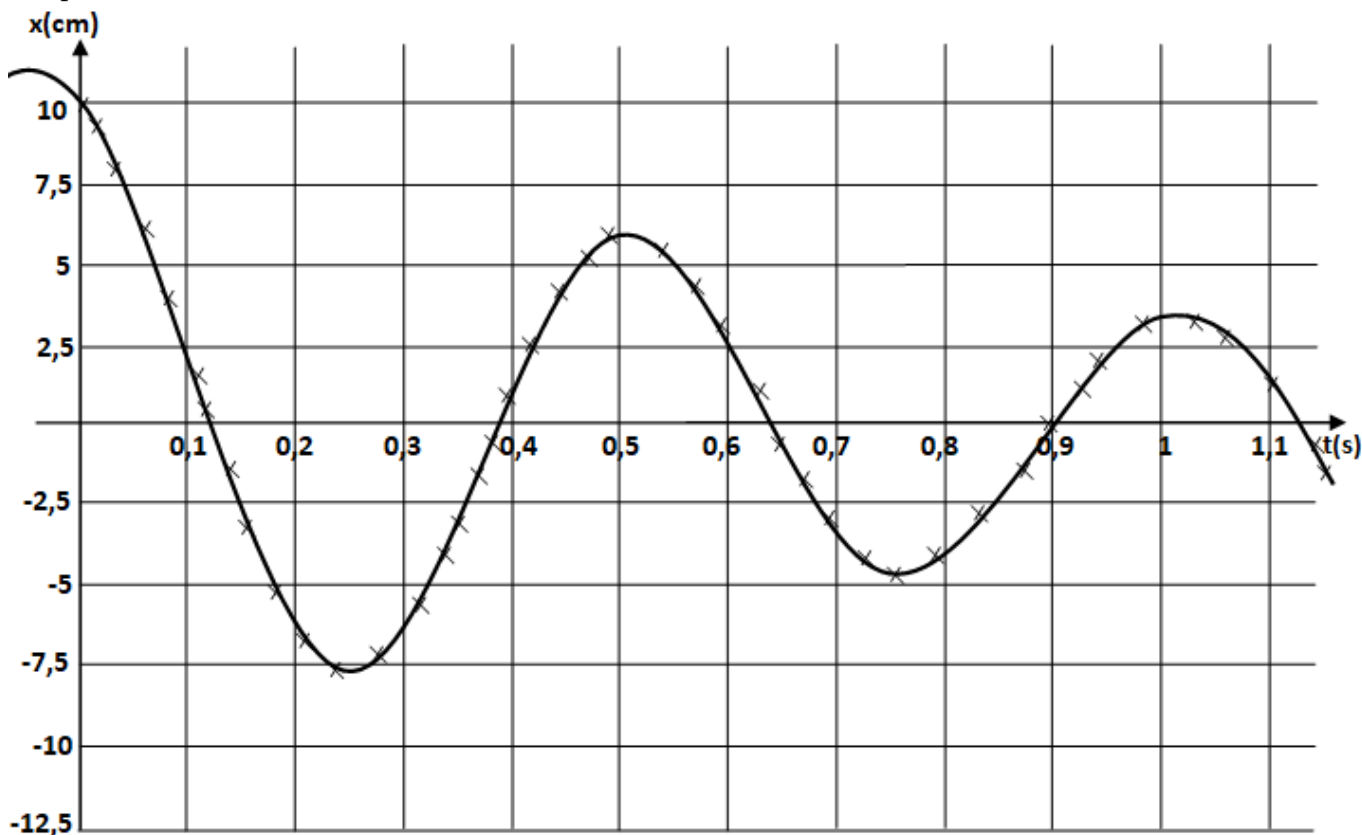


Figure 7

CORRIGE DES 07 DERNIERS SUJETS [2012-2019]

BACCALAUREAT "C" 2012

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications

A-) Mouvements dans le champ de pesanteur

1-) Equation cartésienne de la trajectoire de G.

- inventaire des forces : • $\vec{P}$: poids du solide
- référentiel terrestre supposé galiléen

- application du T.C.I au solide :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \quad \vec{g} = \vec{a}_G$$

Dans le repère (O,x,z), les composantes des vecteurs caractérisants le mouvement sont alors :

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right. ; \vec{V}_0 \left| \begin{array}{l} V_0 \cos \beta \\ V_0 \sin \beta \end{array} \right. \Rightarrow \vec{V} \left| \begin{array}{l} V_0 \cos \beta \\ -gt + V_0 \sin \beta \end{array} \right. ; \overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x(t) = V_0 \cos \beta . t \quad (1) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \beta . t \quad (2) \end{array} \right.$$

b) Equation de la trajectoire de (S)

De la relation (1), on a : $t = \frac{x}{V_0 \cos \beta}$ (3)

(3) dans (2) nous donne : $z(x) = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \beta} x^2 + x \tan \beta$.

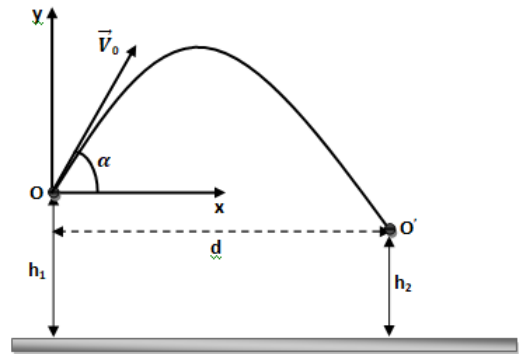
$$\text{A.N : } y(x) = -\frac{x^2}{10} + x$$

2-) Calcul de la distance d.

soit A le sommet de la tête de Jean, le ballon retombe exactement sur la tête de ce dernier si V_A est tangent à la trajectoire du ballon.

d'après équation de la trajectoire précédente et sachant que $A(d, h_2 - h_1)$ on obtient : $h_2 - h_1 = -\frac{d^2}{10} + d \Leftrightarrow d^2 - 10d + 10(h_2 - h_1) = 0$.

En résolvant cette équation suivant d, on obtient : d=



B-) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

1-) Nature du mouvement de la particule.

- Inventaire des forces : $\vec{F}_m$: force magnétique
- Référentiel : celui de laboratoire supposé galiléen.
- Application du T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}_G$. En projetant cette équation suivant $(\vec{n}, \vec{t})$ on obtient :

$$\vec{F} \left| \begin{array}{l} 0 \\ F \end{array} \right. = m\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{\rho} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(2)$$

d'après (1) $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = Cte$. D'où le mouvement est uniforme

d'après (2) $F = m\frac{v^2}{\rho} \Leftrightarrow \rho = \frac{mv^2}{F} = \frac{mv^2}{|q|.v.B} = \frac{mv}{|q|.B}$. Donc ρ =rayon de courbure de la trajectoire=Cte. D'où le mouvement est circulaire.

Conclusion : Le mouvement est **circulaire uniforme**.

2-) Expression du rayon de courbure R de la trajectoire.

D'après (2) on a : $R = \frac{mv}{|q|B}$ A.N : $R=1,04m$.

3-) Valeur de l'angle de déviation α .

On a : $\sin \alpha = \frac{l}{R} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(\frac{l}{R})$ A.N : $\alpha = \sin^{-1} \frac{0,18}{1,04} =$

Exercice 2 : Systèmes oscillants

A-) Oscillateur mécanique

1.a) Relation entre m, g, α et x_0 à l'équilibre.

Notre référentiel d'étude sera le référentiel terrestre supposé galiléen.

- Système étudié : Solide (S)

• Inventaire des forces : - $\vec{P}$; $\vec{R}$; $\vec{T}$

• Condition d'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ en projetant suivant $(x'x)$ on a : $T = mg \sin \alpha$. (1)

- Système étudié : Poulie

• Inventaire des forces : - $\vec{T}'$; $-\vec{T}'_1$; $-\vec{R}_P$; $-\vec{P}_P$

• Condition d'équilibre : $\sum \mathcal{M}_\Delta \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}') + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}'_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}_P) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_P) = 0 \Rightarrow T' = T'_1$. (2)

- Système étudié : ressort

• Inventaire des forces : - $\vec{T}_1$; $\vec{T}_2$

• Condition d'équilibre : $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow T_1 = T_2$ (3)

en utilisant (2) et (3), (1) nous donne : $kx_0 = mg \sin \alpha$
 $\Leftrightarrow 10x_0 = mg \sin \alpha$ car $k=10N/m$ D'où $x_0 = \frac{mg \sin \alpha}{10}$.

b) valeur numérique de l'allongement x_0 . A.N :
on trouve $x_0=0,05m$.

2.1-) Expression de la période T_0 en fonction de m, r, k et J_Δ .

D'après l'équation horaire, on a : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m + J_\Delta/r^2}} = \sqrt{\frac{r^2 k}{mr^2 + J_\Delta}}$, or $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$, on obtient $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k} + \frac{J_\Delta}{kr^2}}$. (1)

2.2-) • Expression de J_Δ en fonction de T_0 .

D'après (1) on trouve : $J_\Delta = 10^{-3}(2,5T_0^2 - 1)$.

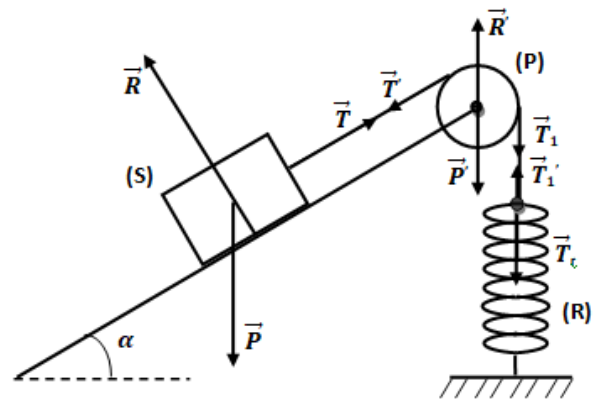
• Valeur numérique de J_Δ .

Pour $T_0 = 2s$ et $\pi^2 = 10$ on trouve $J_\Delta = 9 \times 10^{-3} kg.m^2$.

2.3-) Expression de l'équation horaire du mouvement de la poulie.

La ficelle étant inextensible et de masse négligeable, on a : $v = r\dot{\theta} \Leftrightarrow x = r\theta$.

D'où $\theta = \frac{x}{r}$, soit $\theta(t) = 0,2 \cos(\pi t)$ en (rad).



B-) Oscillateur électrique

1-) Expression de la tension U_{AB} aux bornes de chacun des dipôles

• Aux bornes de la bobine : $u_{AB} = -L \frac{di}{dt}$; • Aux bornes du condensateur : $u_{AB} = \frac{q}{C}$

2- Equation différentielle que vérifie q(t).

D'après la loi d'additivité des tensions, on a : $\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} \Leftrightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$, on sait que $i = \frac{dq}{dt}$, d'où $\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$ qui peut s'écrire $\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$.

3-) Calcul de la capacité C du condensateur.

Notre équation précédente est de la forme $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$. Par identification, on a : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow (\frac{2\pi}{T_0})^2 = 4\pi^2 f_0^2 = \frac{1}{LC}$. D'où $C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$. A.N : $C=10^{-14} F$.

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

A-) Phénomènes ondulatoires

1-) Calcul de la célérité v des ondes :

On sait que : $v = \frac{\lambda}{T}$ A.N : $v = 5m.s^{-1}$.

2.a) Détermination de la plus grande fréquence f_0 pour laquelle on voit une ficelle immo-

bile.

On sait qu'il y a immobilité apparente de la ficelle lorsque $f_e = \frac{f}{k}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) d'où pour $k=1$, $f_e = f_{max} = f_0 = f = 100Hz$.

b) **Observation.** Lorsque $f_e = f = 99Hz$, on observe une ficelle qui a la forme d'une sinusoïde qui avance sans se déformer.

3-) Equation horaire de la source O.

On a : $\frac{OM}{\lambda} = 6 \Leftrightarrow OM = 6\lambda$; M et O vibrent en phase. D'où $x_0(t) = 5 \cos(200\pi t)$ en (mm).

B-) Effet photoélectrique

B.1-) Tracé de la courbe $I=f(U)$

(voir figure ci-contre)

2-a) Potentiel d'arrêt : c'est la valeur absolue de la tension qu'il faut imposer pour obtenir l'annulation du courant photoélectrique.

Graphiquement, on a $U_0 = 0,8V$.

b) Par détermination graphique, on trouve $I_S = 5,3\mu A$

3-) Calcul de la vitesse maximale (V_{max})

On a : $E_{C_{max}} = eU_0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_e V_{max}^2 = eU_0$ $V_{max} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}}$. **A.N :** $V_{max} = 5,3 \cdot 10^5 m/s$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

4.1-) • Tracé de la courbe $x_m^2 = f(h)$ (voir page suivante)

• La courbe obtenue a la forme d'une droite.

4.2-a) Equation cartésienne de la trajectoire.

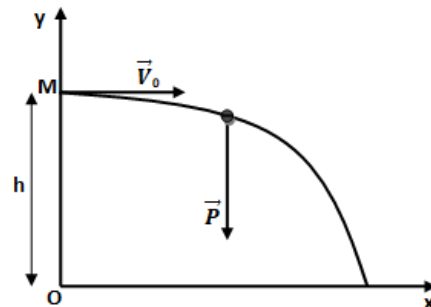
- Système étudier : solide (S) de masse m

- Inventaire des forces : $\vec{P}$: poids du solide (S)

- référentiel : terrestre supposé galiléen

- Application du T.C.I : $\sum \vec{P}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Rightarrow \mathbf{a}_G = \vec{g}$.

En projetant cette égalité suivant les axes, on obtient :



$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{c} 0 \\ -g \end{array} \right| ; \vec{V}_0 \left| \begin{array}{c} V_0 \\ 0 \end{array} \right| \Rightarrow \vec{V} \left| \begin{array}{c} V_0 \\ -gt \end{array} \right| ; \vec{OM} \left| \begin{array}{c} V_0 t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} x(t) = V_0 t \quad (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \quad \text{car à } t=0 \quad \vec{OM}(0, h) \quad (2) \end{array}$$

De la relation (1), on a : $t = \frac{x}{V_0}$ (3)

(3) dans (2) nous donne : $z(x) = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + h$.

b) Dédution de la relation

Sur le plancher, $y=0$ et $x = x_m$. On a donc $-\frac{gx_m^2}{2V_0^2} + h = 0$, d'où $x_m^2 = \frac{2V_0^2}{g}h$.

4.3-) Détermination de la valeur de la pesanteur g.

La courbe $x_m^2 = f(h)$ peut être mise sous la forme : $x_m^2 = ah + b$ où a est la pente qui vaut $\frac{2V_0^2}{g}$ or graphiquement on obtient : $\tan \alpha = \frac{\Delta x_m^2}{\Delta h} = \frac{3}{0,6} = 5$. d'où $a = \tan \alpha = \frac{2V_0^2}{g} \Leftrightarrow g = \frac{2V_0^2}{\tan \alpha}$.

A.N : $g=10m.s^{-2}$

BACCALAUREAT "C" 2013

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications

Partie 1 : Mouvement dans le champ de pesanteur

1-) Etude de la tension du fil de suspension du solide

a) Bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) :

- $\vec{P}$: poids du solide (S)

- $\vec{T}$: tension du fil

b) Expression de la tension T_M du fil au point M :

En appliquant le T.C.I à (S) dans un référentiel terrestre supposé galiléen, on a :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{T}_M + \vec{P} = m\vec{a}_G \quad (1)$$

En projetant (1) suivant la normale $\vec{n}$ à la trajectoire, on obtient :

$$T_M - P \cos \alpha = ma_n \Leftrightarrow T_M - mg \cos \alpha = m \frac{V_m^2}{l}. \text{ Donc } T_M = m(g \cos \alpha + \frac{V_m^2}{l}).$$

c) Valuer minimale V_C du solide au point C :

$$\text{De ce qui précède on a : } T_C = m(g \cos \alpha + \frac{V_m^2}{l}), \text{ d'où } T_C \geq 0 \Leftrightarrow m(g \cos \alpha + \frac{V_m^2}{l}) \geq 0 \Leftrightarrow g \cos \alpha + \frac{V_m^2}{l} \geq 0 \quad V_C = \sqrt{-gl \cos \alpha}.$$

Or le point C est caractérisé par l'angle $\alpha = (\widehat{AK}, \widehat{AC}) = \pi \text{ rad}$, d'où $V_{C_{min}} = \sqrt{gl}$. **A.N : $V_{C_{min}} = 2,45 \text{ m.s}^{-1}$**

2- Mouvement de chute libre parabolique

a) Equation horaire littérale du mouvement de (S) :

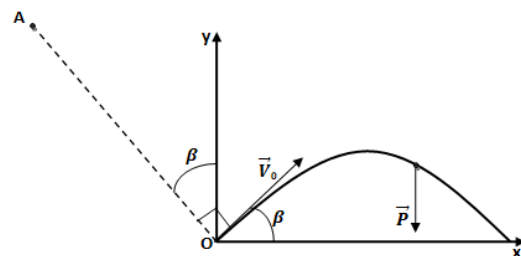
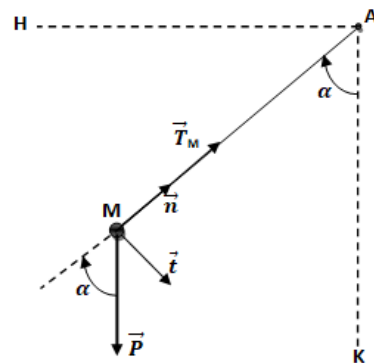
- inventaire des forces : • $\vec{P}$: poids du solide
- référentiel terrestre supposé galiléen
- application du T.C.I au solide :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \quad \vec{g} = \vec{a}_G$$

Dans le repère (O,x,y), les composantes des vecteurs caractérisant le mouvement sont alors :

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{c} 0 \\ -g \end{array} \right| ; \vec{V}_0 \left| \begin{array}{c} V_0 \cos \beta \\ V_0 \sin \beta \end{array} \right| \Rightarrow \vec{V} \left| \begin{array}{c} V_0 \cos \beta \\ -gt + V_0 \sin \beta \end{array} \right|$$

$$\vec{OM} \left| \begin{array}{l} x(t) = V_0 \cos \beta \cdot t \quad (1) \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \beta \cdot t \quad (2) \end{array} \right|$$



b) Equation de la trajectoire de (S)

$$\text{De la relation (1), on a : } t = \frac{x}{V_0 \cos \beta} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans (2) nous donne : } z(x) = -\frac{g}{V_0^2 \cos^2 \beta} x^2 + x \cdot \tan \beta.$$

Partie 2 : Pendule électrostatique

1-) Représentation des forces s'exerçant sur la boule

B.

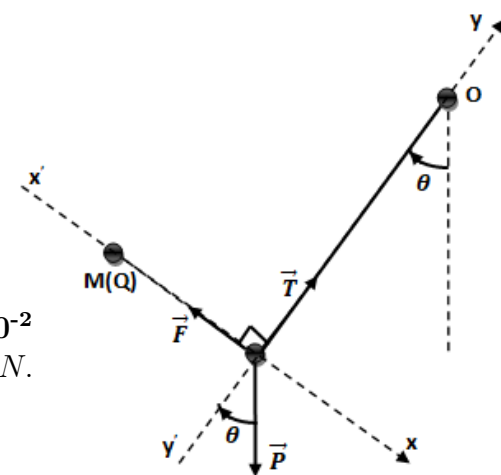
(voir figure ci-contre)

2.a-) Intensité de la force électrique $\vec{F}_e$ et de la tension $\vec{T}$ du fil :

$$\text{La condition d'équilibre du système est donné par : } \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_e = \vec{0}$$

En projetant suivant les axes, on obtient :

$$\left| \begin{array}{l} (x'x) : -F + P \sin \theta = 0 \Rightarrow F = mg \sin \theta \quad \text{A.N : } F = 6,8 \times 10^{-2} \\ (y'y) : T - P \cos \theta = 0, \Rightarrow T = mg \cos \theta \quad \text{A.N : } T = 19 \times 10^{-2} \text{ N.} \end{array} \right|$$



b) Valeur algébrique de la charge Q :

$$\text{D'après la loi de Coulomb, on a : } F = k \frac{|q||Q|}{BM^2}, \text{ d'où } |Q| = \frac{F \cdot BM^2}{k|q|}.$$

$$\text{A.N : } |Q| = 4,75 \times 10^{-7} \text{ C.}$$

Étant donné qu'il y a attraction alors les charges q et Q sont de signes opposés. Donc $Q = 4,75 \times 10^{-7} \text{ C}$.

Exercice 2 : Les systèmes oscillants

Partie 1 : Oscillateur mécanique

1.a) Montrons qu'à l'équilibre on a : $m_{AG} - k\Delta l_0 = 0$

- Condition d'équilibre de (A) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T}_A + \vec{P}_A = \vec{0}$$

En projetant cette relation suivant $(x'x)$: $-T_A + P_A = 0 \Leftrightarrow T_A = m_A g$ (2)

• Condition d'équilibre de (B) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T}_R + \vec{T}_B + \vec{R}_B + \vec{P}_B = \vec{0}$$

En projetant cette relation suivant $(x'x)$: $T_B - T_R = 0 \Leftrightarrow T_B = k\Delta l_0$ (1)

• Condition d'équilibre de la poulie :

$\sum \mathcal{M}_\Delta \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta \vec{T}'_A + \mathcal{M}_\Delta \vec{T}'_B \Rightarrow T'_A = T'_B$ car la poulie est de masse négligeable, donc la valeur de son poids est nul.

D'où le fil étant inextensible et de masse négligeable, alors : $T_A = T'_A$ et $T_B = T'_B$. (4)

D'où en utilisant (4), (1) et (2) dans (3) nous donne

$$m_A g l = k\Delta l_0 \Rightarrow m_A g - k\Delta l_0 = 0.$$

b) valeur numérique de Δ_0 : d'après ce qui précède, on a :

$$\Delta l_0 = \frac{m_A g}{k}. \text{ A.N : } \Delta l_0 = 6,13 \text{ cm.}$$

2.a-) Montrons que le solide B effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal

Dans tout la suite notre référentiel sera considéré comme étant terrestre supposé galiléen.

• Système étudier : solide (A)

Application du T.I.C

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A \vec{a}_G \Rightarrow \vec{T}_A + \vec{P}_A = m_A \vec{a}_G.$$

Suivant le sens positif : $-T_A + P_A = m_A a_x \Leftrightarrow$

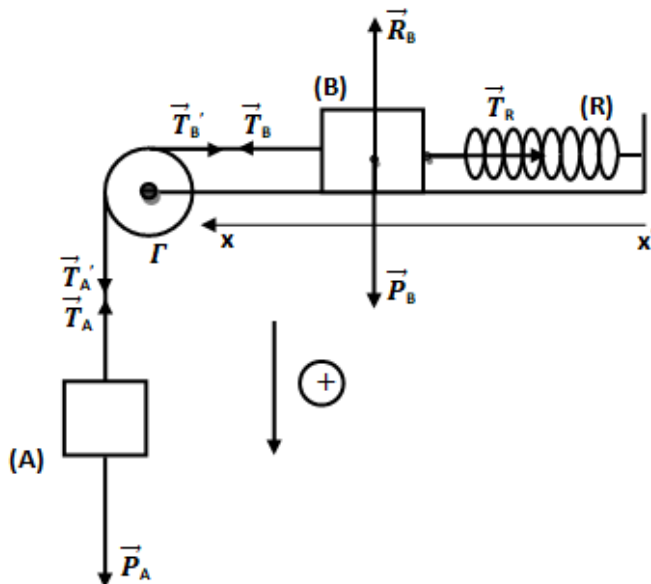
$$T_A = m_A g - m_A a_x \quad (1)$$

• Système étudier : solide (B)

Application du T.I.C

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_B \vec{a}_G \Rightarrow \vec{T}_B + \vec{T}_R + \vec{P}_B + \vec{R}_B = m_B \vec{a}_G.$$

Suivant $(x'x)$: $T_B - T_R = m_B a_x \Leftrightarrow T_B - k(\Delta l_0 + x) = m_B a_x \quad (2)$



• Système étudier : poulie

Application de la R.F.D

$$\sum \mathcal{M}_{(\Delta)}(\vec{F}_{ext} = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_{(\Delta)} \vec{T}'_A + \mathcal{M}_{(\Delta)} \vec{T}'_B, \text{ car } J_{(\Delta)} = 0 \text{ (car la poulie est de masse négligeable)}$$

on a : $t'_A \cdot r - T'_B = 0$, d'où $T'_A = T'_B$ or le fil étant inextensible et de masse négligeable $T'_A = T_A$ et $T'_B = T_B$. Ainsi, en égalisant (1) et (2) on obtient :

$$k(\Delta l_0 + x) + m_B a_x = m_A g - m_A a_x \Leftrightarrow a_x(m_A + m_B) + (k\Delta l_0 - m_A g) + kx = 0$$

or à l'équilibre on a : $k\Delta l_0 - m_A g = 0$, et $a_x = \ddot{x}$.

On obtient Donc $\ddot{x} + \frac{k}{m_A + m_B} x = 0$ qui est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ qui est caractéristique d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.

• **Expression de la période propre T_0 :** on sait que $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ or par identification on a :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m_A + m_B}, \text{ on obtient finalement } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_A + m_B}{k}}$$

Partie 2 : Oscillateur électrique

1-) Voir figure ci-contre.

2- Déterminons la fréquence f des deux tensions.

On a : $f = \frac{1}{T}$. La période T correspond graphiquement à 5 divisions.

Or 1 division correspond à 0,5ms.

D'où $T = 2,3 \text{ ms} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ s}$. **A.N : $f = 400 \text{ Hz}$.**

3-) Déterminons le déphasage φ .

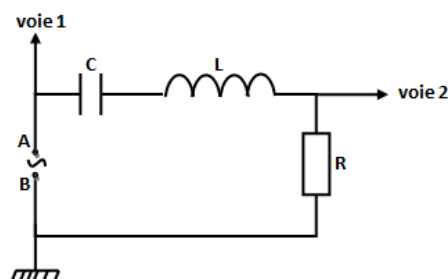
On a : $\varphi = \omega \cdot \Delta t \Leftrightarrow \varphi = 2\pi f \cdot \Delta t$. **A.N : $\varphi = 0,64 \text{ rad}$.**

Conclusion : la tension $u(t)$ est en avance de phase sur $u_R(t)$.

4-) Déterminons :

• **L'impédance Z du circuit.**

On a : $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$, d'où $Z = \frac{R}{\cos \varphi}$. **A.N : $Z = 125 \Omega$.**



• La capacité C du condensateur.

On a : $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \Leftrightarrow C = \frac{1}{L\omega^2 - R\omega \tan \varphi}$. D'où $C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L - 2\pi f R \tan \varphi}$. A.N : $C = 3,76 \mu\text{F}$.

Exercice 3 : Phénomènes ondulatoires et corpusculaires.

Partie 1 : Phénomènes ondulatoires

1-) **Longueur d'onde d'une onde** : est la distance parcourue par l'onde pendant une période.

2.a-) **Nature de la frange d'ordre $p' = -4,5$** : il s'agit d'une frange brillante.

b) **Déterminons la distance entre le milieu de cette frange et le milieu de la frange centrale.**

On a : $d = |P'i| \Leftrightarrow d = |P'| \frac{\lambda D}{a}$.

A.N : $d = 2,7 \text{ mm}$.

Partie 2 : phénomènes corpusculaires.

1- effet photoélectrique

a) **Energie d'un photon** : on a : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$. A.N : $E = 2,61 \text{ eV}$.

b) Puisque $E > W_0$, la radiation déclenche l'effet photoélectrique.

c) **Schéma permettant la mesure de l'énergie cinétique maximale des électrons à leur sortie de la cathode.**

On règle la tension U jusqu'à l'annulation du courant photoélectrique. La valeur de la tension U permet d'estimer l'énergie cinétique maximale de sortie des électrons de la cathode.

2- Radioactivité

a) **Donnons l'équation de la désintégration d'un noyau de thorium** : ${}_{90}^{227}\text{Th} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{88}^{223}\text{Ra}$.

b) **Calculons la masse Δm disparue au bout de $t = 54$ jours.**

Nous remarquons que $t = 3T$, d'où $\Delta m = m_0 - \frac{m_0}{2^3} \Leftrightarrow \Delta m = \frac{7}{8}m_0$. A.N : $\Delta m = 0,44 \text{ g}$.

Exercice 4 : Etude d'un pendule et mesure de l'intensité de la pesanteur d'un lieu.

1-) **Etude de l'influence de la masse m du pendule.**

a) **Liste du matériel à compléter** : Chronomètre ; rapporteur.

b) **Protocole expérimental.**

Pour chacune des masses, on constitue un pendule.

On mesure la durée d'un nombre déterminé d'oscillations (ce nombre doit être assez grand pour éviter les erreurs).

On détermine les périodes propres T_1 , T_2 et T_3 qu'on compare ensuite.

Il faut veiller à ce que l'amplitude des oscillations ainsi que la longueur du fil soient les mêmes.

2-) **Etude de l'influence de la longueur l du pendule.**

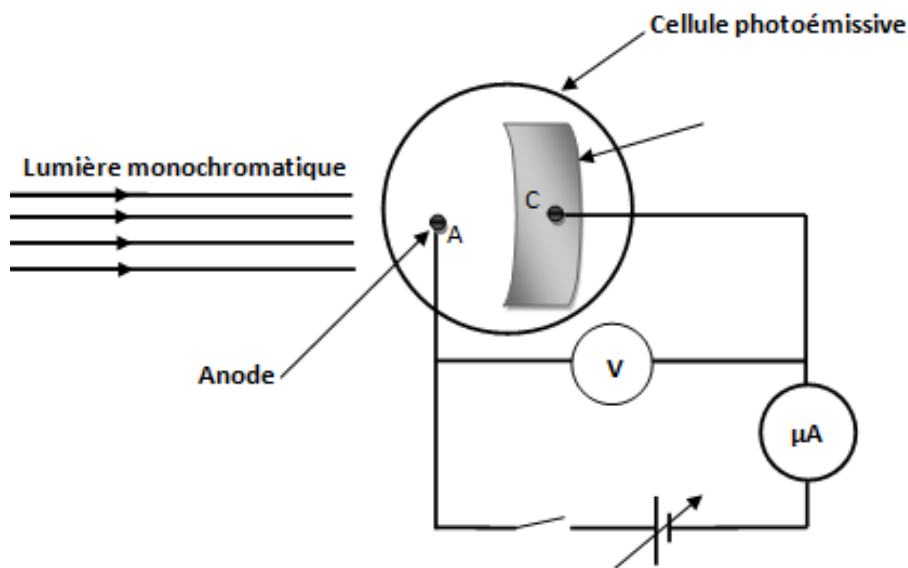
a) **Pour minimiser l'erreur sur la mesure du temps.**

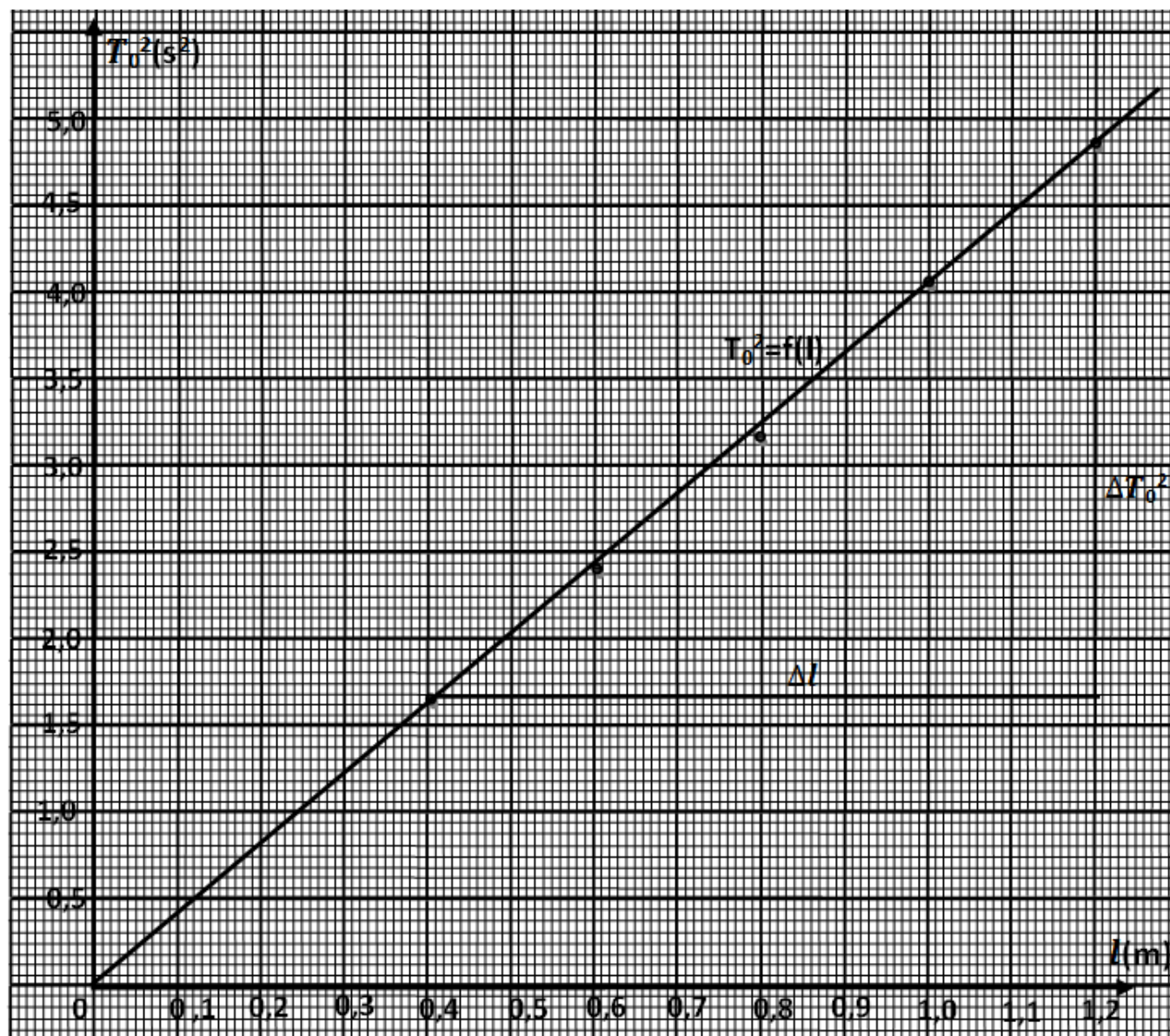
b) **Tracé de la courbe $T_0^2 = f(l)$.**

c) **Déterminons la valeur de l'intensité g du champ de pesanteur.**

Graphiquement, la pente P de la droite est telle que $P = \tan \alpha = \frac{\Delta T_0^2}{\Delta l}$. A.N : $P \simeq 4,04$.

Or $T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g}l$, alors $T_0^2 = f(l)$ est une droite de pente $P = \frac{4\pi^2}{g}$. D'où $g = \frac{4\pi^2}{P}$. A.N : $g \simeq 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.





BACCALAUREAT "C" 2014

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications

Partie A : Action des champs électriques et magnétiques sur un faisceau d'électrons

1-) Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

Pour qu'une particule ait une trajectoire rectiligne, il faut que la somme des forces perpendiculaire à cette trajectoire soit nulle, soit : $\vec{F}_m + \vec{F}_l = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_m = -\vec{F}_l$. $\vec{B}$ entre dans le plan de la figure pour respecter la règle de l'observateur d'Ampère : $\otimes \vec{B}$.

Montrons que la vitesse V_0 ne dépend ni de m , ni de q .

$\vec{F}_m = -\vec{F}_l \Leftrightarrow F_m = F_l$, or $F_m = |q|V_0B$, $F_l = |q|E \Leftrightarrow qV_0B = qE \Rightarrow V_0 = \frac{E}{B}$. A.N : $V_0 = 5,56 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$

3.1-) Nature du mouvement et expression de la grandeur caractéristique de la trajectoire

Le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme est **circulaire uniforme**.

L'expression du rayon de la trajectoire est donnée par la relation $r = \frac{mV}{|q|B}$.

3.2-) Valeurs V_{max} et V_{min} des particules

$$CD = O_1D - O_1C \Leftrightarrow CD = 2r_{max} - 2r_{min} \Leftrightarrow r_{max} - r_{min} = \frac{CD}{2} \Leftrightarrow \frac{mV_{max}}{|q|B} - \frac{mV_{min}}{|q|B} = \frac{CD}{2} \Leftrightarrow V_{max} - V_{min} = \frac{CD|q|B}{2m} \quad (1)$$

$$\text{De plus, } V_{max} + V_{min} = 2V_0 \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) permettent d'obtenir : $V_{max} = V_0 + \frac{CD|q|B}{4m}$ et $V_{min} = V_0 - \frac{CD|q|B}{4m}$

A.N : $V_{max} = 5,59 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$; $V_{min} = 5,53 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$.

partie B Chariot entraîné par un solide**1-) Expression de $\vec{T}$ et $\vec{T}'$.**

- Système étudié : solide (C) de masse M.
- Inventaire des forces :
 - Le poids $\vec{P}_S$ du solide .
 - La tension du fil $\vec{T}'$
- Condition d'équilibre : $\vec{P}_S + \vec{T}' = \vec{0}$ (1)
- En projetant (1) suivant $\vec{j}$, on obtient $\vec{T}' = Mg\vec{j}$.

Le fil étant inextensible, et de masse négligeable tout comme la poulie, on obtient : $\vec{T} = \vec{T}'$ d'où $\vec{T}' = Mb\vec{i}$.

2-) Lorsque le chariot est lâché, celui-ci entraîne par le solide (S) ; alors la valeur de la tension $\vec{T}'$ du fil est inférieure au poids du solide (S). La poulie étant de masse négligeable, la valeur de $\vec{T}$ est modifiée comme celle de $\vec{T}'$.

En conclusion : $\vec{T}$ garde la même direction, le même sens, mais diminue de valeur.

3-) Expression vectorielle de la vitesse $\vec{V}_0$ et de l'accélération $\vec{a}_G$

On a : $\vec{V}_{GS} = -V_{GD}\vec{j} = \vec{V}_G\vec{j}$; $\vec{a}_{GS} = -a_{GS}\vec{j} = -a_G\vec{j}$.

4-) Application de la deuxième loi de Newton

- système étudié : solide de masse m
- inventaire des forces : $\vec{P}_C$; $\vec{R}$; $\vec{T}$.
- référentiel : terrestre supposé galiléen
- Application du T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P}_C + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_G$
- système étudié : solide de masse M
- inventaire des forces : $\vec{P}_S$; $\vec{T}'$.
- référentiel : terrestre supposé galiléen
- Application du T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P}_S + \vec{T}' = M\vec{a}_G$ (2)

5-) Expression de la valeur de l'accélération a_G et de la tension T du fil.

- La relation (1) nous donne : $\vec{T} = m\vec{a}_G$ car $\vec{R} + \vec{P}_C = \vec{0} \Rightarrow T = ma_G$.
- La relation (2) nous donne suivant $\vec{j}$: $T'\vec{j} - P\vec{j} = -Ma_G\vec{j} \Rightarrow T' - Mg = -Ma_G \Leftrightarrow$. Or le fil étant inextensible et de masse négligeable $T = T'$ d'où $ma_G = Mg - Ma_G \Leftrightarrow a_G = \frac{M}{m+M}g$. D'où $T = \frac{mM}{m+M}g$.

Exercice 2 : Oscillations forcées dans un dipôle électrique**1-) • Montrons que le diôle (D) n'est pas un résistor.**

Si (D) est un résistor, alors d'après la loi d'additivité des tensions, on aurait : $U_{AB} = U_R + U_D$. Or $U_R + U_D = 84V$ et $U_{AB} = 60V$, alors $U_R + U_D > U_{AB}$ Donc (D) n'est pas un résistor.

• Impédance du dipôle (D).

On a : $U_D = Z_R.I \Leftrightarrow Z_D = \frac{U_D}{I}$. A.N : $Z_D = 120\Omega$.

2-) • Montrons que le dipôle (D) a une résistance nulle.

Si le dipôle (D) a une résistance nulle, alors la puissance consommée serait celle du résistor.

Or $P_R = U_R.I$. A.N : $P_R = 14,4W$.

$P_R < P \Leftrightarrow P_D = P - P_R$. Donc le dipôle (D) dissipe de l'énergie. Sa résistance est non nulle.

• calculons la résistance R_D .

$P_D = R_D I^2 \Leftrightarrow R_D = \frac{P_D}{I^2}$. A.N : $R_D = 3,75\Omega$.

• Facteur de puissance de dipôle (D).

$\cos l_D = \frac{R_D}{Z_D}$. A.N : $\cos l_D = 0,03$.

3.1-) Montrons sans calculs, que (D) est une association en série d'une bobine et d'un condensateur.

Le dipôle (D) à une résistance non nulle, donc ne peut être un condensateur seul. De plus, la tension à ses bornes diminue lorsqu'on augmente la fréquence donc (D) ne peut être une bobine seule.

Par conséquent, le dipôle (D) est une association en série d'une bobine et d'un condensateur.

3.2-) Etablissons que ω_1 est la fréquence à la résonance.

puisque $U_{AB} = U'_R + U'_D$ alors les effets inductif et capacitif se compensent. On est donc à la résonance.

3.3-) Calcul des valeurs de L et C.

$$Z_D^2 = R_D^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2.$$

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm \sqrt{Z_D^2 - R_D^2} \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = -\sqrt{Z_D^2 - R_D^2} \text{ (circuit capacitif)}$$

$$\Leftrightarrow LC\omega^2 + \sqrt{Z_D^2 - R_D^2}C\omega - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{De plus, à la résonance } LC\omega_1^2 \Leftrightarrow L = \frac{1}{C\omega_1^2} \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) permettent d'obtenir l'expression suivante :

$$C = \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega\omega_1^2 \sqrt{Z_D^2 - R_D^2}}. \text{ A.N : } C = 1,25 \times 10^{-5} \text{ F.}$$

De la relation (2) on obtient : $L = 0,08 \text{ H.}$

Exercice 3 : Etude d'ondes avec une cuve à ondes.

1-) Il s'agit d'une **onde transversale**.

Expérience : il suffit de mettre dans la cuve un petit morceau de liège. Celui-ci oscille dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation des ondes.

2-) • **Longueur d'onde et célérité.**

soit E l'échelle : $\frac{d}{E} = 3\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{d}{3E}$. A.N : $\lambda = 2 \text{ cm.}$

• **Célérité apparente**

On a $C_a = \lambda f_a$. A.N : $C_a = 0,02 \text{ m/s.}$

4.1-) On observe des **franges d'interférences centrées** en O_1 et O_2 .

4.2-) **Nombre et position des points de vibrations maximales.**

Un point M vibre avec une amplitude maximale $\Leftrightarrow \delta = k\lambda$ ($k \in \mathbb{Z}$).

or $|\delta| < O_1O_2 \Leftrightarrow |k\lambda| < O_1O_2 \Leftrightarrow |k| < \frac{O_1O_2}{\lambda} \Leftrightarrow |k| < 2,5 \Leftrightarrow -2,5 < k < 2,5$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Il y a donc **5 points de vibration maximale**.

Positions des points

Posons $d_1 = x$. Or $d_1 + d_2 = O_1O_2 \Leftrightarrow d_2 = O_1O_2 - x$;

$d_2 - d_1 = k\lambda \Leftrightarrow O_1O_2 - 2x = k\lambda \Leftrightarrow x = \frac{O_1O_2}{2} - \frac{k}{2}\lambda \Leftrightarrow x = 2,5 - k$ en (cm) ($k \in \mathbb{Z}$).

D'où mes positions suivantes :

k	-2	-1	0	1	2
x(cm)	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

1-) **Donnons deux applications de la radioactivité**

le traitement des cancers par radiothérapie ; datation au carbone 14.

2-) **Activité d'un échantillon radioactif** : est le nombre de désintégration par seconde.

• **Montrons que** $A = \lambda N$

$A = -\frac{dN}{dt}$, or $N = N_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow A = \lambda N$.

3-) **Tracé du graphe $\ln(A) = f(t)$** : (voir page suivante).

4-) **Déterminons la constante λ et A_0**

• **Déterminons λ**

$A = A_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \ln(A) = -\lambda t + \ln(A_0)$

$\ln(A) = f(t)$ est une droite de pente $-\lambda$, or $\tan \alpha = \frac{\Delta \ln(A)}{\Delta t} \Leftrightarrow \tan \alpha = -0,18$. D'où $\lambda = 0,18 \text{ jours}^{-1}$.

Graphiquement, on lit $\ln(A_0) = 27,5 \Leftrightarrow A_0 = 8,77 \times 10^{11} \text{ Bq.}$

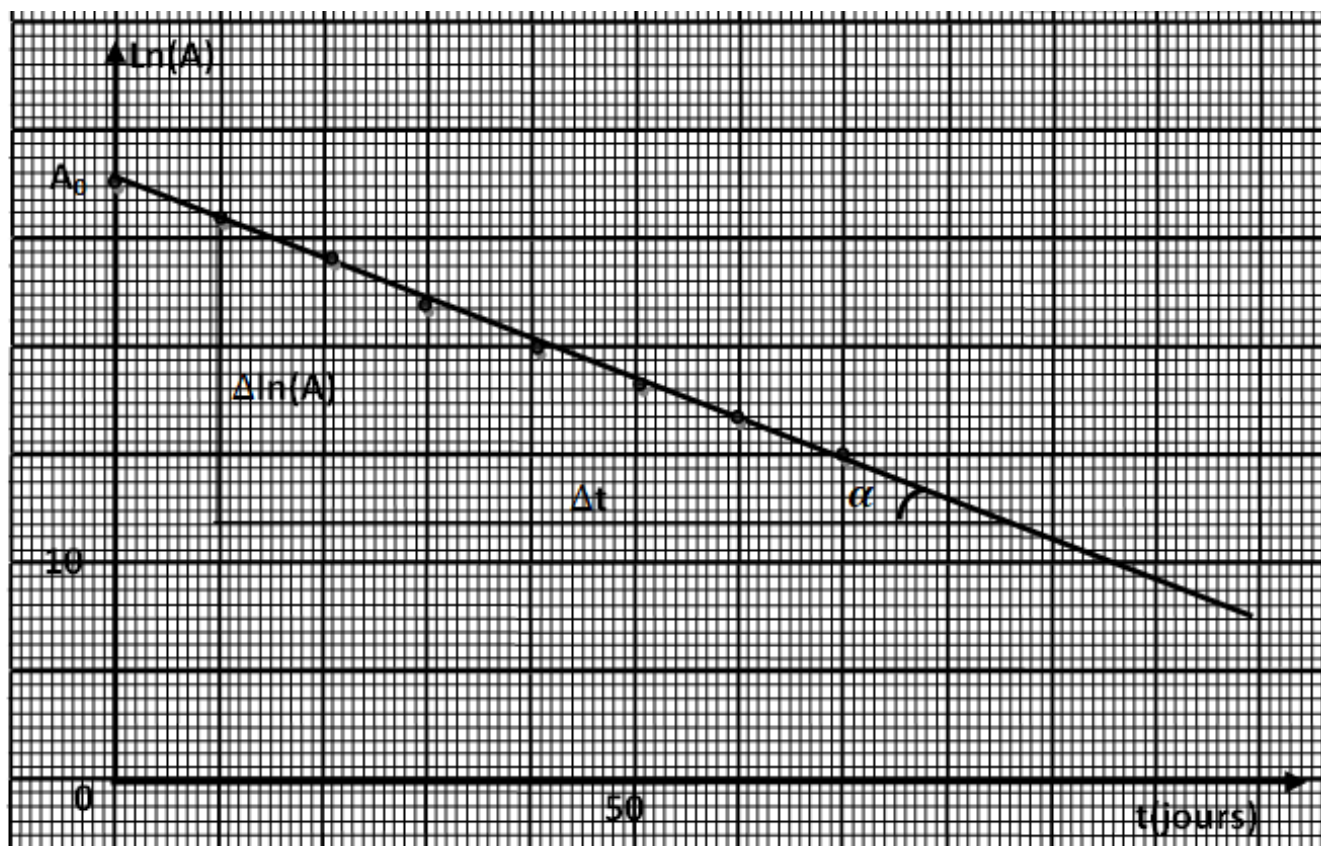
5-) • **Déduisons le volume V_0 et la demi-vie T.**

$V_0 = nV_m$, or $n = \frac{N_0}{N} \Leftrightarrow V_0 = V_0 = \frac{N_0 V_m}{N}$.

Par ailleurs, $A_0 = \lambda N_0 \Leftrightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$. Il vient que $V_0 = \frac{A_0 \cdot V_m}{\lambda \cdot N}$. A.N : $V_0 = 1,75 \times 10^{-5} \text{ L.}$

• **Demi-vie**

On a : $T = \frac{\ln(2)}{\lambda}$. A.N : $T = 3,9 \text{ jours.}$



BACCALAUREAT "C" 2015

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces**1.1-) Mouvement d'un satellite de la terre****1.1.1-) Caractère uniforme du mouvement du satellite.**

- Inventaire des forces : $\vec{F}$: La force gravitationnelle que la Terre exerce sur le satellite.
- Référentiel : géocentrique supposé galiléen.
- Application du T.C.I au satellite.

$\vec{F} = m\vec{a}$, or on sait que : $\vec{F} = m\vec{G}$ d'où $\vec{a} = \vec{G}$. Or $\vec{G}$ étant centripète, l'accélération tangentielle est nulle, on a alors $\vec{a}_n = \vec{G}$ (où $\vec{a}_n$ est l'accélération normal). Le mouvement du satellite est donc **uniforme**.

1.1.2-) Déduction de la masse M_T de la Terre en fonction de r et de T .

On sait que : $T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{r^3}{G_0}}$, $G_0 = \frac{\epsilon \cdot M_T}{R^2}$. Alors, $T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{r^3 R^2}{\epsilon \cdot M_T}}$ d'où $M_T = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{\epsilon \cdot T^2}$. **A.N** : $M_T = 5,97 \times 10^{24} kg$.

1.1.3-) Satellite géostationnaire

- **satellite géostationnaire** : est un satellite qui paraît fixe par rapport à un point de la Terre.
- Comparaison de r et r_s .

On sait que la période augmente avec le rayon r de l'orbite.

Comme $T_s > T$, alors $r_s > r$.

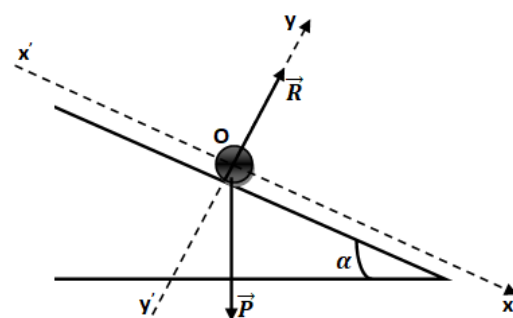
1.2-) Mouvement d'une tige conductrice.**1.2.1-) Valeur numérique a_G de l'accélération.**

- Système étudié : tige de masse m .
- Inventaire des forces appliquées à la tige :

- Le poids $\vec{P}$ de la tige.
- La réaction $\vec{R}$ que les rails exercent sur la tige.

- Application du T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$.

- Projection suivant les axes du repère (O, x, y) comme indiqué sur le schéma : suivant l'axe $(x'x)$, $mg \sin \alpha = m \cdot a_G$ d'où $a_G = g \sin \alpha$. **A.N** : $a_G = 1,39 m \cdot s^{-1}$



Vue de profil de la tige (MN)

1.2.2-) a) Inventaire des forces extérieures.

- $\vec{F}$: la force de Laplace
- Le poids $\vec{P}$ de la tige.
- La réaction $\vec{R}$ que les rails exercent sur la tige.

b) Nouvelle valeur a'_G de l'accélération.

En appliquant le T.C.I à la tige on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}'_G$.

Suivant l'axe $(x'x)$, on a : $P \sin \alpha + 0 - F \cos \alpha = ma'_G$, d'où $a'_G = g \sin \alpha - \frac{F \cos \alpha}{m}$,

or $F = l.I.B$ d'où $a'_G = g \sin \alpha - \frac{l.I.B \cos \alpha}{m}$. **A.N :** $a'_G = 1 m.s^{-1}$.

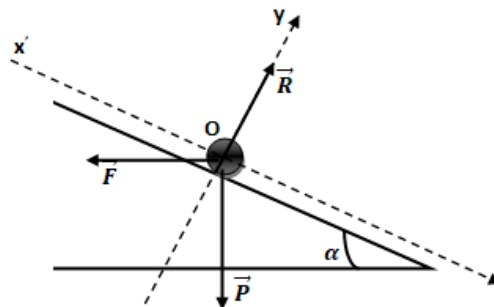
c-) Calcul de la valeur de I.

A l'équilibre, on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$.

Suivant l'axe $x'x$, on a : $mg \sin \alpha = -F \cos \alpha = 0$, soit

$mg \sin \alpha = l.I.B. \sin \alpha$. D'où $I = \frac{mg \sin \alpha}{m}$

A.N : $I = 7,1 A$.

**Exercice 2 : Les systèmes oscillants****2.1-) Oscillations d'un disque homogène****2.1.1-) Bilan des forces extérieures :**

- la tension $\vec{T}$ du fil ; - le poid $\vec{P}$ du disque ; - le couple de torsion.

2.1.2-) Equation différentielle du mouvement du disque

En appliquant la R.F.D au disque, on obtient : $\mathcal{M}_\Delta \sum \vec{F}_{ext} = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(P) + \mathcal{M}_c = J_\Delta \ddot{\theta}$
 $\Rightarrow \mathcal{M}_c = J_\Delta \ddot{\theta}$ Car $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = \mathcal{M}_\Delta(P) = 0$, d'où $-C\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$ D'où $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta} \theta = 0$ (E.)

2.1.3-) Montrons que $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{MR^2}{2C}}$.

L'équation différentielle (E) et celle d'un oscillateur dont la pulsation propre est $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$, or

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$, comme $J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$ alors $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{MR^2}{2C}}$.

2.1.4-) Déterminons les valeurs de :

- T_0 .

Par détermination graphique, on trouve : $T_0 = 3,3 s$.

• Déduction de la constante de torsion C.

On a : $T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{MR^2}{2C} \Rightarrow C = \frac{2\pi^2 \cdot M \cdot R^2}{T_0^2}$. **A.N :** $C = 1,8 \times 10^{-2} N.rad^{-1}$.

2.2-) Circuit LC**2.2.1-) Equation différentielle à laquelle obéit la tension instantanée u_C .**

D'après la loi d'additivité des tension, on a : $u_C + u_L = 0$; où u_L est la tension au bornes de la bobine.

On a : $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ et $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$. Ainsi, $u_L = LC \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2}$, d'où $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$.

2.2.2-) Valeurs de U_m .

On a : $u_C(0) = U_m = U$, d'où $U_m = 6V$.

- Valeur de C : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2}$. **A.N :** $C = 6 \times 10^{-6} F$.

- Valeur de la charge Q_0 : $Q_0 = C \times U$. **A.N :** $Q_0 = 3,6 \times 10^{-5} C$.

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaire et ondulatoire**3.1-) Ondes à la surface de l'eau d'une cuve.**

3.1.1-) Onde mécanique : phénomène de propagation d'une perturbation mécanique dans un milieu, sans transport de matière.

3.1.2-) Equation du mouvement vibratoire du point S.

Soit $y_s(t)$ l'élongation du point S. Son expression générale est : $y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$

on sait que $\omega = 2\pi N \Rightarrow \omega = 200\pi$; $a = 2mm$. Or $y_s(t=0) = a \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$.

On obtient finalement $y_s(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin(200t + \frac{\pi}{2})$ en (m) ou $y_s(t) = 2 \sin(200t + \frac{\pi}{2})$ en (mm)

3.1.3-) Comparaison du mouvement vibratoire du point M à celui de S.

Comparons la distance SM à la longueur d'onde λ .

On a : $\lambda = \frac{V}{N} \Rightarrow \frac{SM}{\lambda} = \frac{SM \times N}{V}$.

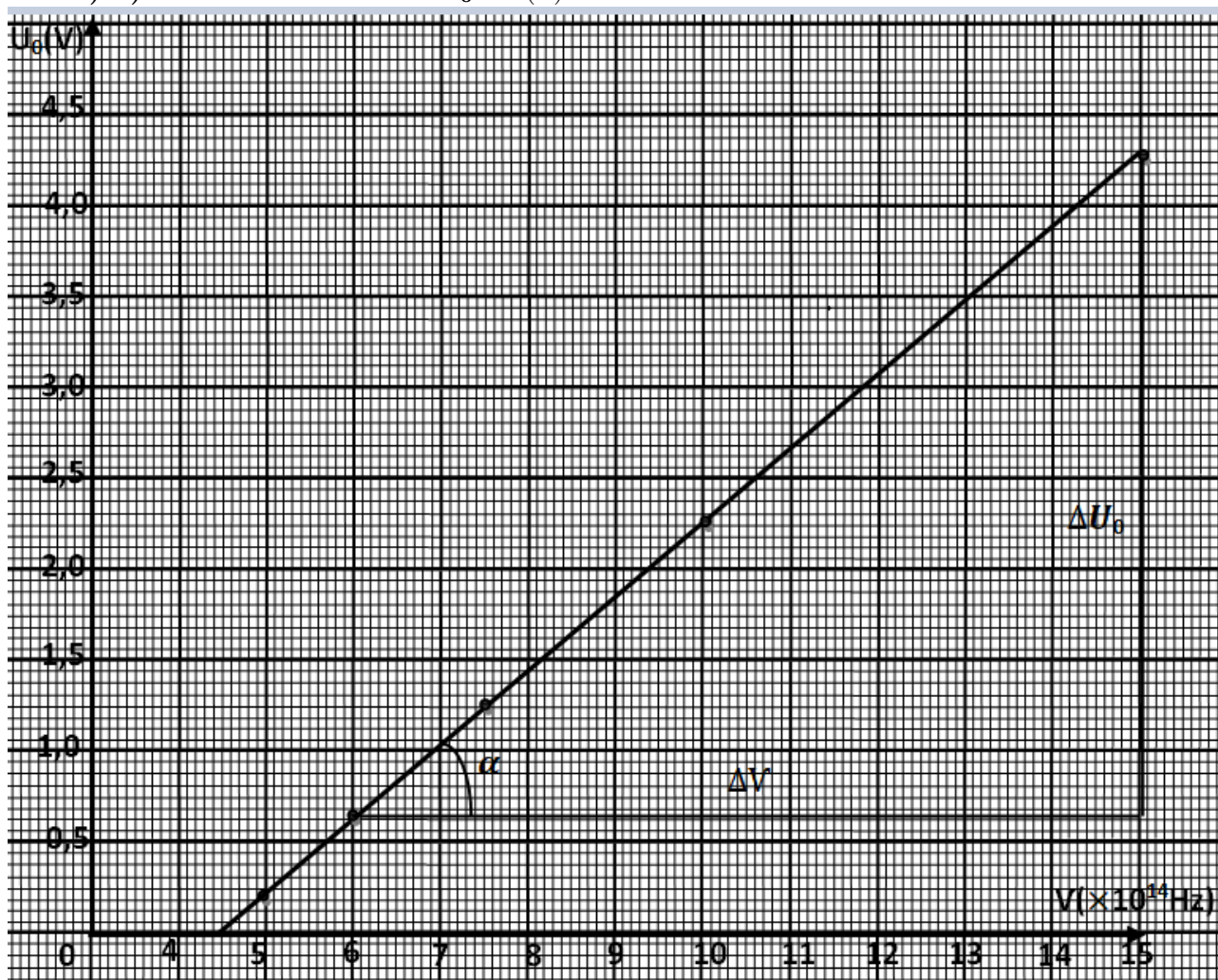
A.N : $\frac{SM}{\lambda} = 10$. S et M vibrent en phase.

3.2-) Nature corpusculaire de la lumière

3.2.1-) Relation liant U_0 à la fréquence ν .

On a : $eU_0 = h\nu - h\nu_0$. ν_0 est la fréquence seuil.

3.2.2-) a) tracé de la courbe $U_0 = f(\nu)$.



b) • La longueur d'onde seuil λ_0 .

On sait que : $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$, Or graphiquement on trouve $\nu_0 = 4,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ d'où on trouve $\lambda_0 = 6,52 \times 10^{-7} \text{ m}$.

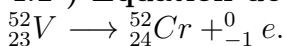
• Déduisons en la valeur de e .

Soit a la pente de la droite. On a : $a = \frac{h}{e} \Rightarrow e = \frac{h}{a}$.

Graphiquement, $a = 4,13 \times 10^{-15} \text{ J.S.C}^{-1}$ A.N : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

4.1-) Equation de désintégration du vanadium.



4.2-) Montrons que $\ln A = -\lambda t + \ln A_0$.

On a : $N = N_0 e^{-\lambda t}$; $A = -\frac{dN}{dt} \Rightarrow A = -N_0(-\lambda e^{-\lambda t}) \Rightarrow A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

4.3.1-) • Valeur de la constante radioactive λ du vanadium 52.

Soit a la pente de la droite tracée. $a = -\lambda \Rightarrow \lambda = -a$.

Graphiquement, $a = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = -3,1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. A.N : $\lambda = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

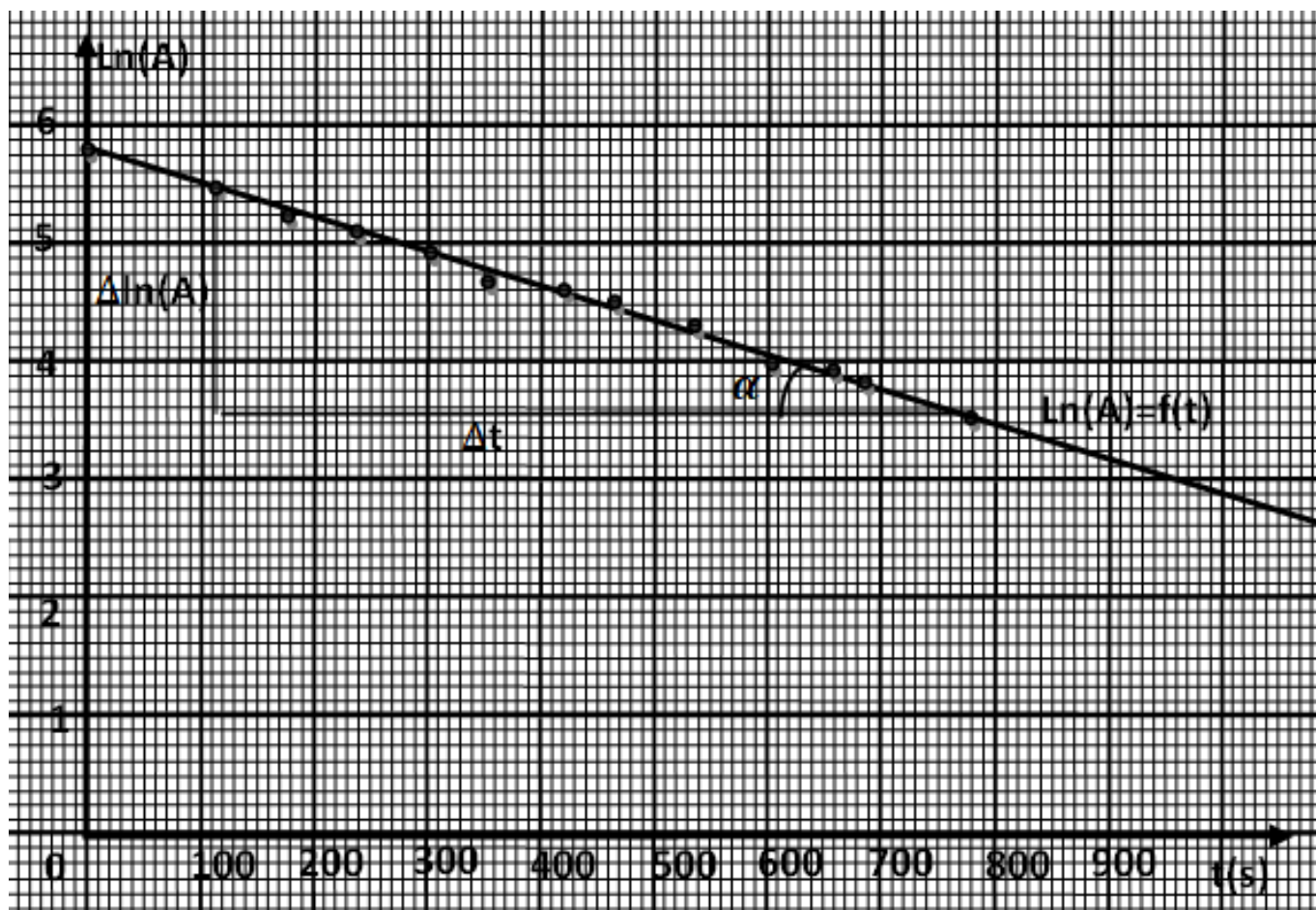
• Valeur de la période radioactive T .

On a : $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$. A.N : $T = 224 \text{ s}$.

4.3.2-) Calcul du nombre de noyau N_0 .

$A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$.

Sur le courbe, on lit $\ln A_0 = 5,75$. Il vient $A_0 = e^{5,75}$, d'où $N_0 = \frac{e^{5,75}}{\lambda}$. A.N : $N_0 = 10^5$.



CORRIGE BACCALAUREAT "C" 2016

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications

Partie 1 : Le lancer du poids.

1-) Déterminons l'accélération du centre d'inertie de la masse.

La masse n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$, car l'action de l'air est négligée.

En appliquant le T.C.I à la masse dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on obtient : $\vec{P} = m\vec{a}_G$
 $\Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$, (1) d'où le résultat.

2-) Equation horaire et trajectoire

• Equations horaires.

En projetant la relation (1) suivant $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on a :

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right. ; A t = 0, \vec{V}_0 \left| \begin{array}{l} V_0 \cos \alpha \\ V_0 \sin \alpha \end{array} \right. ; \vec{OG}_0 \left| \begin{array}{l} 0 \\ h \end{array} \right. ; A l' instant t > 0, \vec{V} \left| \begin{array}{l} V_0 \cos \alpha \\ -gt + V_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x(t) = (V_0 \cos \alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin \alpha)t + h \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

• Equation cartésienne de la trajectoire

En éliminant le temps t dans les équations (1) et (2), il vient que : $y(t) = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha + h$

En passant à l'application numérique, on obtient : $y(t) = -5,32 \times 10^{-2} x^2 + x + 2,62$ **3-) Longueur D mesuré sur l'axe (O,x).**

La masse étant supposée ponctuel, au sol on a : $y=0$ et $x=D$.

D'où l'équation : $-5,32 \times 10^{-2} D^2 + D + 2,62$. La résolution de celle-ci nous donne A.N : $D=21,2m$.

Partie 2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

1-) Montrons que la valeur V de la vitesse reste constante

Dans le référentiel supposé galiléen, la particule est soumise à son poids (supposé négligeable) et à la force $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$. Au cours du mouvement, la force $\vec{F}$ reste constamment perpendiculaire à $\vec{V}$; cette force ne travaille pas, $W(\vec{F}) = 0$. On a alors $\Delta E_c = W(\vec{F}) = 0$. La valeur V de la vitesse reste constante.

2-) Caractéristique de la trajectoire qui rend compte des variations de la valeur du champ magnétique.

Cette caractéristique est le **rayon R de la trajectoire**.

Variation du rayon R en fonction de la valeur du champ magnétique.

Le rayon est inversement proportionnel à la valeur du champs magnétique.

Exercice 2 :Systèmes oscillants

Partie 1 : Oscillation dans un dipôle LC.

1-Tensions aux bornes de la bobine et du condensateur.

Le courant étant continu et la bobine parfaite, $u_B = 0$.

Le condensateur et la bobine ayant les mêmes bornes, $u_C = 0$.

2-Equation différentielle traduisant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur.

$u_C + u_B = 0$; $u_B = L \frac{di}{dt}$, or $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$. Il vient que $u_B = LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}$

D'où l'équation $u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0 \iff \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$

3.Forme générale des solutions et loi horaire de u_C .

*Forme générale des solutions.

Les solutions de l'équation différentielle ci-dessous sont de la forme : $u_C(t) = U_{C_{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

*Loi horaire de l'évolution de la tension u_C .

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. **A.N** : $\omega_0 = 1264 \text{ rad.s}^{-1}$.

• Détermination de φ :

$u_C(0) = 0 \iff \cos \varphi = 0 \iff \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Or u_C croît à partir de $t=0$, donc $(\frac{du_C}{dt})_{t=0} > 0$. Il vient que $\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

• Détermination de $u_{C_{max}}$

$u_{C_{max}}$ est obtenue lorsque toute l'énergie magnétique de la bobine est convertie en énergie électrique dans le condensateur, $\frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} C u_{C_{max}}^2 \iff U_{C_{max}} = I \sqrt{\frac{L}{C}}$. **A.N** : $U_{C_{max}} = 12V$.

La loi horaire de la tension u_C est donc : $u_C(t) = 12 \cos(126t - \frac{\pi}{2}) \text{ en V.}$

Partie 2 : Oscillation mécanique

1-) a) période propre de l'oscillateur.

À l'aide de l'enregistrement, on trouve **$T_0 = 1,375 \text{ s}$** . (Voir figure page suivante)

b) Amplitude des oscillations

À l'aide de l'enregistrement, on trouve **$X_m = 7 \text{ cm}$** .

c) Vitesse de la masse à $t=0$.

À l'aide de l'enregistrement, on note qu'à $t=0$, le pendule passe par la position d'élongation maximale, donc $V_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$.

2-) Constante de raideur k :

L'expression de la période propre d'un pendule élastique est :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} \quad \text{A.N : } k = 4,5 \text{ N.m}^{-1}$$

3-) Energie mécanique E_0 à $t=0$:

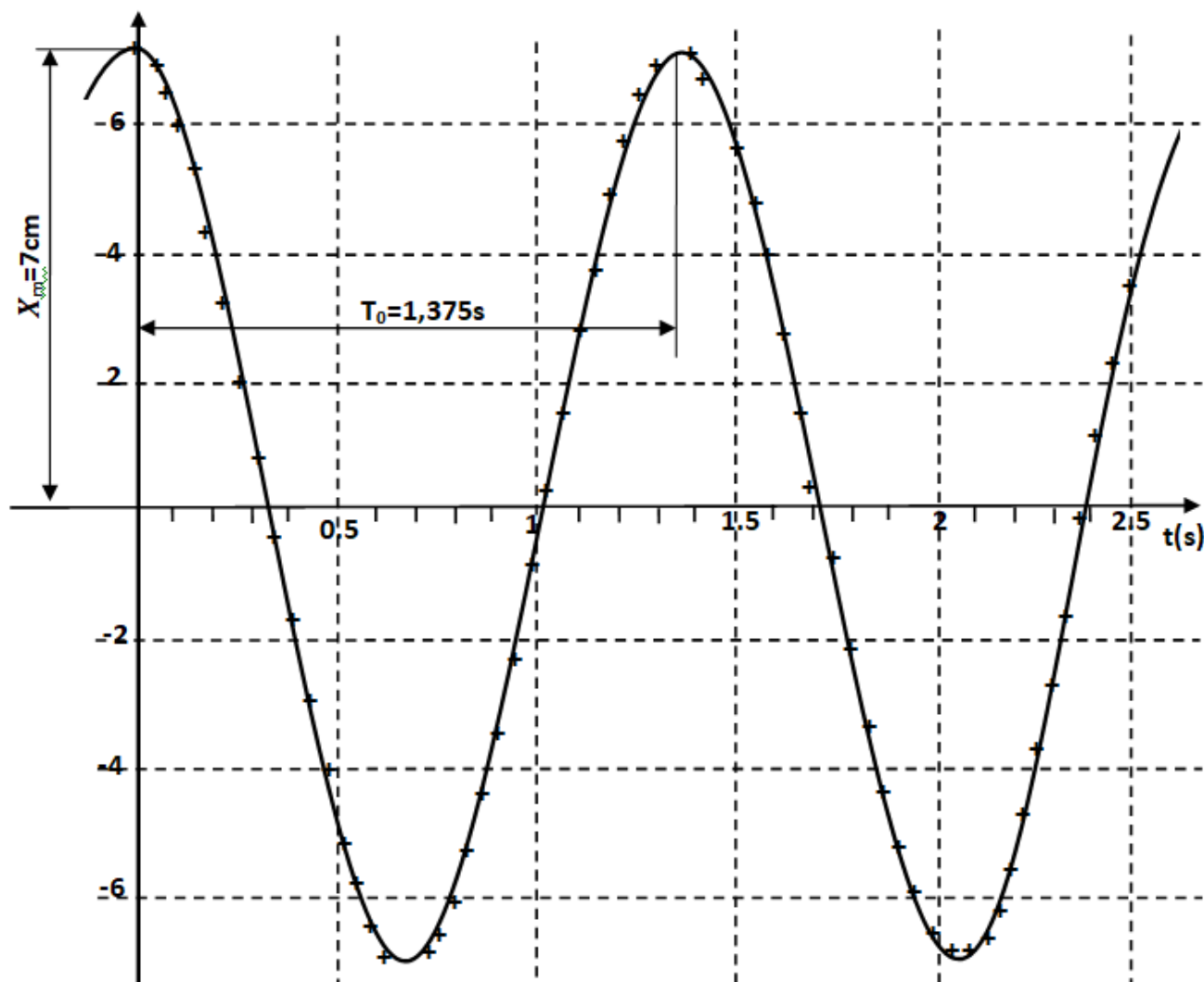
$E = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} k x^2$ à $t=0$, $V=0$ et $x=X_m$. Il vient que $E_0 = k X_m^2$. **A.N** : $E_0 \simeq 1,1 \times 10^{-2} \text{ J}$.

4-) Vitesse de la masse lorsqu'elle passe pour la première fois par sa position d'équilibre ($x=0$)

D'après la conservation de l'énergie cinétique, nous avons :

$$E_C(x=0) = E_C(x=X_{max}) \iff \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} X_m^2 \iff V = \pm \sqrt{\frac{k}{m} (X_m^2 - x^2)}, \text{ or } x=0, \text{ d'où } V = \pm \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Pour son premier passage en $x=0$, sa vitesse est négative (car sa courbe est décroissante), d'où $V = -\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A \cdot N : V = -0,33 m.s^{-1}$



Exercice 3 : Phénomène corpusculaires et ondulatoires.

Partie 1 : La radioactivité

1-) L'effet photovoltaïque : Exemple des panneaux solaires et des photo piles.

Principe : le principe est fondé sur la diminution radioactive du carbone 14 avec le temps.

2-) a) Equation de la transmission du bismuth : ${}_{83}^{212}Bi \longrightarrow {}_{-1}^0e + {}_{84}^{212}Po$

b) Période radioactive : On sait que $T = \frac{\ln 2}{\lambda} \cdot A \cdot N : T = 3,64 \times 10^3$.

3-) Activité d'un échantillon de masse m :

$$m=1\text{mg}. A=\lambda N \Leftrightarrow A = \lambda \frac{m}{M} N. A \cdot N : A = 5,41 \times 10^{14} Bq$$

Partie 2 : Interférences lumineuses.

1-) Déterminons :

- Le schéma du dispositif expérimental (voir figure ci-contre)
- L'aspect de l'écran :

b-) **Observation** : Sur l'écran (E), on observe une alternance de franges brillantes et obscures, parallèles, équidistantes et symétriques par rapport à la frange centrale.

2-) Interfrange i.

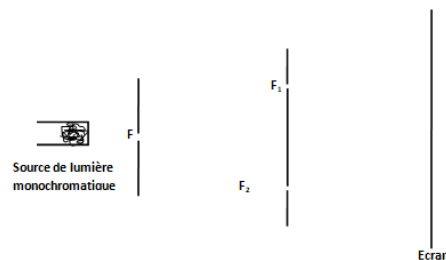
On sait que : $i = \frac{\lambda D}{a} \cdot A \cdot N : i = 6 \times 10^{-3} m$.

3-) a) Différence de marche au point M.

$$\delta = \frac{ax}{D} \cdot A \cdot N : \delta = 1,93 \times 10^{-6}$$

b) État vibratoire du point M.

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{1,93 \times 10^{-6}}{643 \times 10^{-9}} \simeq 3. M \text{ appartient à une frange brillante.}$$



Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

1-) **Potentiel d'arrêt** : C'est la valeur absolue de la tension d'arrêt (plus grande tension U_{AC} qui annule le courant photoélectrique).

2-) **Schéma du dispositif utilisé** :

3-) 3-1) **Relation entre U_0 , W_0 et W** : on a : $eU_0 = W - W_0$.

3.2.1-) **Détermination de la constante de Planck** : $U_0 = \frac{h}{e}(N - N_0)$.

$U_0 = f(N)$ est une droite de pente $\frac{h}{e}$, et on a : $\tan \alpha = \frac{\Delta U_0}{\Delta N} = \frac{h}{e}$.
Donc $h = e \cdot \tan \alpha$. **A.N** : $h = 6,9 \times 10^{-24} \text{ J.s}$

3.2.2-) **fréquence seuil du métal** :

la droite $U_0 = f(N)$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse N_0 , d'où $N_0 = 505 \text{ THz}$.

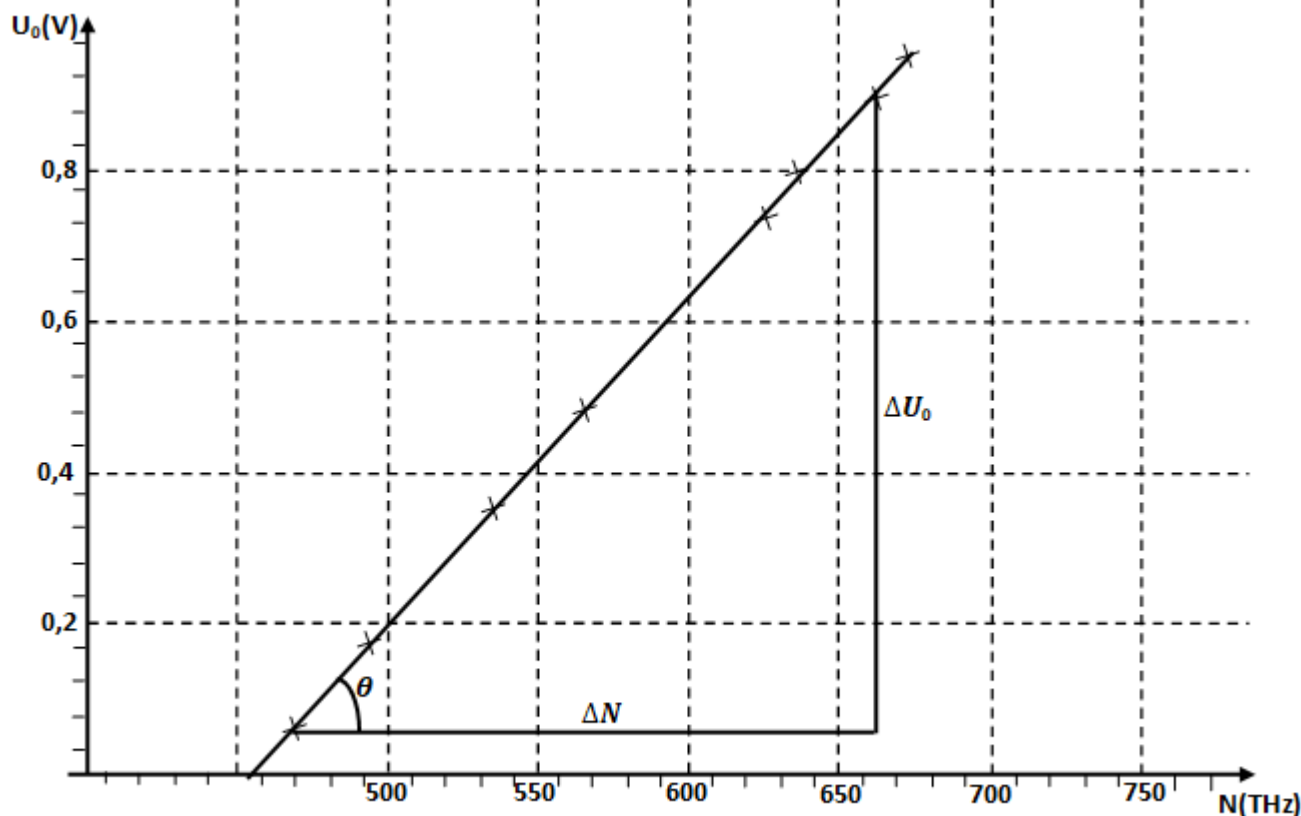
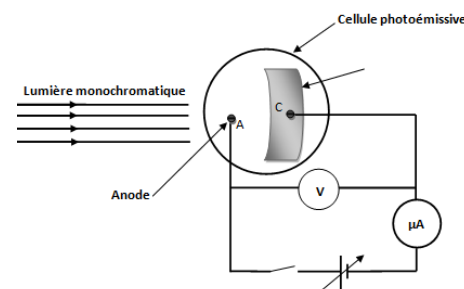


Figure 2 : graphe de $U_0 = f(N)$

CORRIGE BACCALAUREAT "C" 2017

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces

partie A : Champ de gravitation

1-) **Expression de g , valeur du champ de gravitation** : $g = \frac{GM_T}{r^2}$

2-) **Donnons les caractéristiques de la force de gravitation $\vec{F}$** .

Soit S le centre d'inertie du satellite.

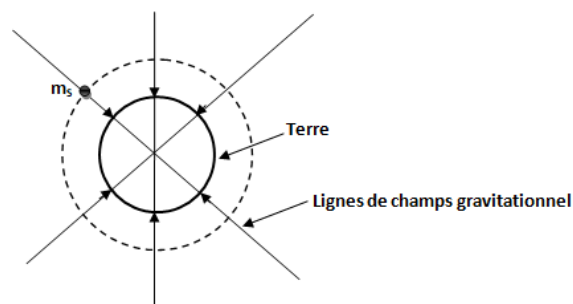
- **Direction** : la droite (OS).
- **Sens** : de S vers O .
- **Module $F = G \frac{M_T m_s}{r^2} m_s g$** **A.N** : $F = 360 \times 9,8 \text{ N}$

Schéma : voir figure ci-contre

Qualification : centripète c'est-à-dire converge vers le centre de la terre.

Partie B : Champs électrique et magnétique

1-) **Phases du mouvement des ions.**



Le mouvement des ions comporte 4 phases : (IF, FS, SP, et PC).

Les phases dont les mouvements sont uniformes : FS, SP et PC.

2-) Expression de la valeur v de la vitesse d'un ion en S.

Le mouvement est uniforme entre F et S, donc $v_F = v_S = v$.

Entre I et F, un ion est soumis à la force électrique $\vec{F}_e$.

En appliquant le T.E.C à un ion entre I et F, on a :

$$E_C = qU \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_F^2 = qU \Leftrightarrow v_F = \sqrt{\frac{2qU}{m}}. \text{ D'où on a } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad (1).$$

3-) Relation entre q , v , B , m et R .

Entre S et P, un ion est soumis à la force magnétique de Lorentz $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Appliquons le T.C.I à un ion dans un référentiel terrestre supposé galiléen, dans la phase SP.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G.$$

Le mouvement étant circulaire uniforme, $\vec{a}_G = \vec{a}_n$, il vient que $\vec{F} = m\vec{a}_n \Leftrightarrow q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}_n$.

On en obtient que $qvB = ma_n$ or $a_n = \frac{v^2}{R}$, alors $R = \frac{mv}{qB}$ (2).

4-) Relation entre q , B , R , m et U .

Les relations (1) et (2) nous permettent d'obtenir : $R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$

5.1-) Valeur de U pour que les ions soient collectés en C.

$$R^2 = \frac{2mU}{qB^2} \text{ avec } q=2e. \text{ On obtient : } U = \frac{B^2 R^2 e}{m} \text{ A.N : } U=10,522V.$$

5.2-) Intervalle dans lequel se situent les nombres de masse.

Posons : $U_1 = 17919V$ et $U_2 = 24942V$.

$$e U_1 \leq U \leq U_2 \Leftrightarrow U_1 \leq \frac{B^2 R^2 e}{m} \leq U_2 \Leftrightarrow \frac{B^2 R^2 e}{U_2} \leq m \leq \frac{B^2 R^2 e}{U_1}.$$

Soit A le nombre de masse, $m=A.u$. On obtient : $\frac{B^2 R^2 e}{uU_2} \leq A \leq \frac{B^2 R^2 e}{uU_1}$. A.N : $49 \leq A \leq 68$.

Exercice 2 : Systèmes oscillants

partie A : Stroboscopie

1-) Phénomène périodique : phénomène qui se reproduit identique à lui-même à intervalle de temps successif égaux.

2-) fréquence des éclairs pour lesquelles le disque paraît immobile avec trois rayons.

Le disque paraît immobile avec trois rayons lorsqu'entre deux éclairs consécutifs, il faut $(k + \frac{1}{3})$ de tours ou $(k + \frac{2}{3})$ de tours. Alors, $N_e = \frac{3N}{3k+1}$ (1) ou $N_e = \frac{3N}{3k+2}$ (2). $10 \leq N_e \leq 100$ en Hz.

• Pour (1) : $-0,05 \leq k \leq 2,46 \Rightarrow k \in 0, 1, 2$.

Les fréquences correspondantes sont : **84KHz, 21Hz, et 12Hz.**

• Pour (2) : $-0,38 \leq k \leq 2,13 \Rightarrow k \in 0, 1, 2$.

Les fréquences correspondantes sont : **42Hz 16,8Hz et 10,5Hz.**

Les fréquences pour lesquelles le disque paraît immobile avec trois rayons sont donc : 84KHz, 42Hz, 21Hz, 16,8Hz, 12Hz, 10,5Hz.

Partie B : Oscillateur mécanique

1-) Constante de raideur K du ressort.

Considérons un repère (O, x, y) où O est l'origine du repère et la position du centre d'inertie du solide (S) à l'équilibre.

Inventaire des forces : • $\vec{P}$: poids du solide (S) ; • $\vec{T}_e$; $\vec{R}$: réaction du plan sur le solide.

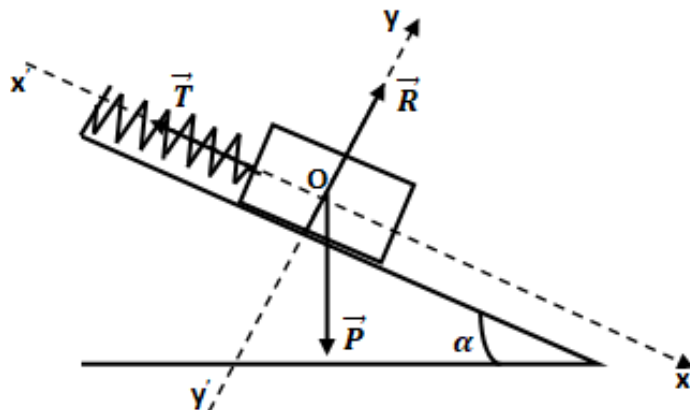
★ À l'équilibre, $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_e = \vec{0}$

Suivant $(x'x)$ on a : $mg \sin \alpha - T_e = 0 \Leftrightarrow mg \sin \alpha - k(L_1 - L_0) = 0$ (1).

Il vient que : $k = \frac{mg \sin \alpha}{L_1 - L_0}$. A.N : $k=80N/m$.

2.1-) Equation différentielle du mouvement.

Appliquons le T.C.I à (S) dans le repère (O, x, y) : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_e + \vec{R} = m\vec{a}_G$



en projetant cette relation suivant ($x'x$) on a : $mg \sin \alpha - T = ma_G \Leftrightarrow m g \sin \alpha_k [(L_1 - L_0 + x)] = m \ddot{x}$
 $\Leftrightarrow [mg \sin \alpha - k(L_1 - L_0)] - kx = m \ddot{x}$

or d'après (1) on obtient $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, qui est l'équation recherché.

2.2-) Pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ A.N : } \omega_0 = 11,79 \text{ rad/s.}$$

2.3-) Equation horaire du mouvement.

L'équation différentielle a pour solution générale : $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$.

En tenant compte des conditions initiales , $\begin{cases} x(t=0) = a \\ \dot{x}(t=0) = 0 \end{cases}$, il vient que $\varphi = 0 \text{ rad}$.

Donc : $x(t) = 4 \times 10^{-2} \cos(11,79t)$ en (m)

Partie C : Oscillateurs électriques

1.1-) Construction de Fresnel et valeur de l'impédance Z.

• Construction de Fresnel.

• Calcul de Z.

$$Z = \sqrt{(r+R)^2 + (L\omega)^2} \Leftrightarrow Z = \sqrt{(r+R)^2 + (2\pi N L)^2} \text{ A.N : } Z = 1130 \Omega.$$

1.2-) Expression de la valeur instantanée u(t) de la tension.

$u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$, or $\cos \varphi = \frac{r+R}{Z}$. Il vient que : $\varphi = 0,48 \text{ rad}$.

$u(t) = U_m \cos(480\pi t + 0,48)$ en (V).

2.1-) Phénomène mis en évidence.

C'est le résonance d'intensité.

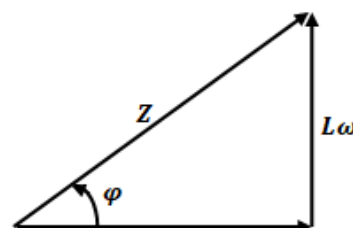
2.2-) Mesure de la fréquence caractéristique N_C .

• Mesure de la période T_C : Graphiquement, $T_C = 0,134 \text{ s}$.

• Calcul de N_C : $N_C = \frac{1}{T_C}$. A.N : $N_C = 7,46 \text{ Hz}$.

2.3-) Valeur de la capacité C du condensateur.

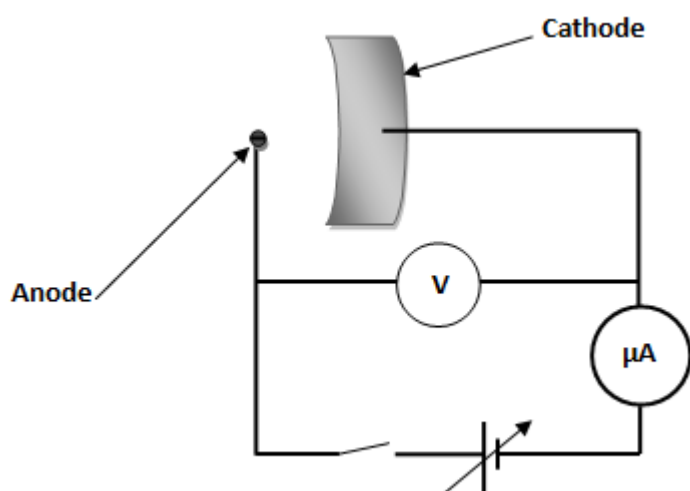
À la résonance, $LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N_C^2 L}$. A.N : $C = 1,31 \times 10^{-3} \text{ F}$.



Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

Partie A : Etude d'une cellule photoélectrique

1-) Schéma annoté du dispositif expérimental.



2-) Montrons qu'une seule des lumières monochromatiques produit l'effet photoélectrique.

Soit λ_0 la longueur d'onde seuil du métal de la cathode. Une radiation de longueur d'onde λ produit l'effet photoélectrique si $\lambda \leq \lambda_0$, or $\omega_0 = \frac{hC}{\lambda_0} \Leftrightarrow \lambda_0 = \frac{hC}{\omega_0}$ A.N : $\lambda_0 = 552,5 \text{ nm}$.

On a alors : $\lambda_1 \leq \lambda_0 \leq \lambda_2$: seule la radiation de longueur λ_1 produit l'effet photoélectrique.

3-) vitesse maximale V_{max} des électrons émis.

$$E_{C_{max}} = \omega_1 - \omega_0 \Leftrightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hC}{\lambda_1} - \omega_0 \right)}. \text{ A.N : } V_{max} = 2,88 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

4-) Valeur du potentiel d'arrêt U_s .

$$E_{C_{max}} = eU_s \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_e V_{max}^2 = eU_s \Leftrightarrow U_s = \frac{m_e V_{max}^2}{2e}. \text{ A.N : } U_s = 0,24\text{V}.$$

Partie B : Désintégration radioactive de l'uranium 238

1-) Equation de la réaction nucléaire.

Soit Z le numéro atomique de l'uranium, on a : ${}^{238}_{Z}\text{U} \longrightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{234}_{Z-2}\text{Th}$.

2-) **Demi-vie d'un élément** : c'est le temps nécessaire pour que le moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon radioactif se désintègrent.

3-) Masse m d'uranium restant.

On a : $m = m_0 e^{-\lambda t}$, or $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ alors $m = m_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$; $t \ll t_{1/2} \Rightarrow e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t} \rightarrow 1$. D'où $m = m_0 = 1\text{g}$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

1-) Type d'oscillations observées.

Ce sont les **oscillations mécaniques forcées**.

• **Excitateur** : moteur+excentrique. • **Résonateur** : pendule élastique.

2-) Tracé du graphe $X_m = f(N)$.

voir figure 1 page suivante

3-) Phénomène physique mis en évidence : Résonance d'amplitude

La valeur maximale de l'amplitude est : $(X_m)_0 = 14,1\text{cm}$.

La bande passante correspond aux valeurs des fréquences pour lesquelles $X_m(N) \geq \frac{(X_m)_0}{\sqrt{2}}$.

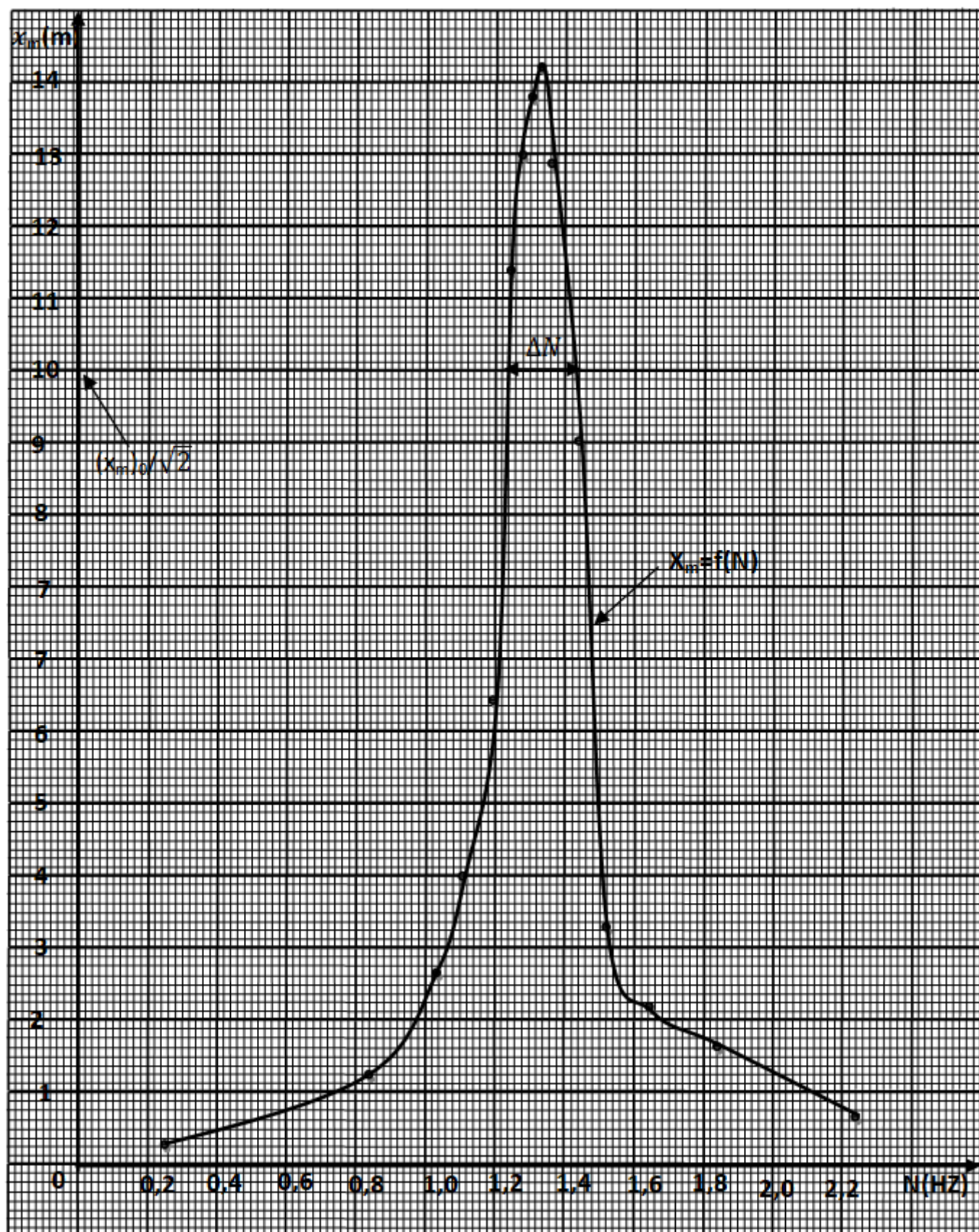
$\frac{(X_m)_0}{\sqrt{2}} = 10\text{cm}$. La largeur de la bande passante correspondante est : $\Delta N = 0,1\text{Hz}$.

4.2-) Fréquence propre N_0 du résonateur : $N_0 = 1,27\text{Hz}$

5-) Valeur de la constante de raideur k du ressort.

La période propre d'un pendule élastique est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;

$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$; $N_0^2 = \frac{k}{4\pi^2 m}$. Il vient que $k = 4\pi^2 m N_0^2$. **A.N : $k = 13,7\text{N/m}$.**



BACCALAUREAT "C" 2018

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications**Partie A. Mouvements des satellites galiléens****1-) Expression de g_h en fonction de M_J , R_J , h , et G .**

$$g_h = G \cdot \frac{M_J}{(R_J + h)^2} \quad (1)$$

• Dédution de g_h en fonction de R_J , h , et G

$$\text{On sait que } g_0 = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_J}{R_J + h}\right)^2 \Rightarrow g_h = g_0 \left(\frac{R_J}{R_J + h}\right)^2$$

2-) Expression de g_h en fonction de R_J , h et G .

Application du T.C.I au satellite : $\vec{P}_h = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{g}_h = \vec{a}_G \Rightarrow g_h = \frac{v^2}{(R_J + h)} \Rightarrow g_0 \left(\frac{R_J}{R_J + h}\right)^2 = \frac{v^2}{(R_J + h)}$
(d'après 1)

$$\text{Donc } v = R_J \cdot \sqrt{\frac{g_0}{(R_J + h)}}.$$

• Dédution de T en fonction de M_J , R_J , h , et G .

On sait que $v = \frac{d}{t}$ d'où pour une période T , la distance parcourue par le satellite est le périmètre de sa trajectoire, on a alors :

$$v = \frac{d_p}{T} \Rightarrow T = \frac{d_p}{v} = \frac{2\pi(R_J + h)}{R_J \cdot \sqrt{\frac{g_0}{(R_J + h)}}} = \frac{2\pi}{R_J \sqrt{g_0}} (R_J + h)^{3/2}$$

3-) Montrons que $T^2 \times a^{-3}$ est une constante qui dépend de la masse de Jupiter.

$$\text{On calcul : } T^2 \times a^{-3} = \frac{T^2}{a^3} = \frac{T^2}{(R_J + h)^3} = \left(\frac{2\pi(R_J + h)^{3/2}}{T_R \sqrt{g_0}}\right)^2 \times \frac{1}{(R_J + h)^3} = \frac{4\pi^2}{R_J^2 \cdot g_0} \text{ or } g_0 = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2}$$

4-) Complétons la quatrième ligne du tableau

Satellites	l_0	Europe	Ganymède	Callisto
T (jours)	1,77	3,55	7,16	16,69
a ($\times 10^9 m$)	0,42	0,67	1,07	1,88
$T^2 \times a^{-3} (\text{jours}^2 / 10^{27} m^3)$	42,29	41,90	41,85	41,92

• Déduisons en la masse de Jupiter.

$$\text{d'après 3-) on a : } \frac{4\pi^2}{G \cdot M_J} = \frac{T^2}{a^3} \Rightarrow M_J = \frac{4\pi^2}{G \left(\frac{T^2}{a^3}\right)}. \text{ A.N : } M_J = 1,41 \times 10^{37} kg$$

5-) Déterminons la période de révolution du satellite Leda.

$$\text{On a : } T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G \cdot M_J}} \text{ A.N : } T = 241,54s \text{ Donc } T = 0,0671 \text{ jour Données : } G = 6,67 \times 10^{-11} SI.$$

Partie B : Interactions électriques**1-) Bilan des forces.**

(Voir schéma ci-contre)

2-) Détermination de la valeur de m .

$$\text{à l'équilibre : } \sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_e) +$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0 - F_e \cdot d_e + P \cdot d_p = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{d_e}{l} \Rightarrow d_e = l \cos \alpha \text{ et } \sin \alpha = \frac{d_p}{l/2} \Rightarrow$$

$$d_p = \frac{l}{2} \sin \alpha$$

$$\text{d'où on a : } -F_e \cdot l \cdot \cos \alpha + P \frac{l \sin \alpha}{2} = 0 \Rightarrow m = \frac{2F_e}{g \cdot \tan \alpha}$$

$$\text{or } \vec{E} = -500 \vec{i} \Rightarrow \vec{F}_e = q \vec{E} = -500q \vec{i} \Rightarrow F_e = 500|q|$$

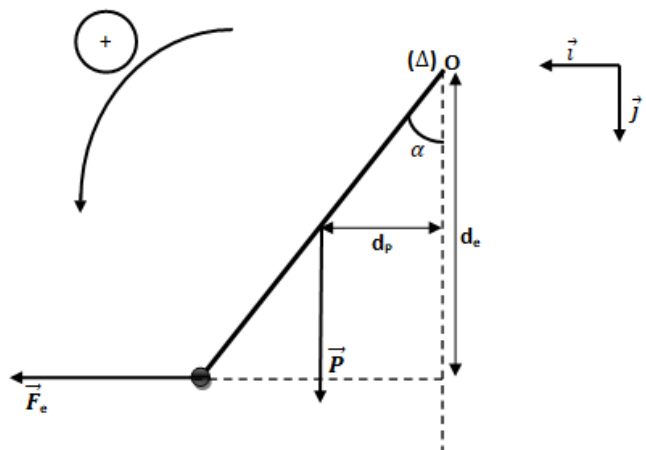
$$\text{Donc } m = \frac{1000|q|}{g \cdot \tan \alpha} \text{ A.N : } m = 42,9g$$

Exercice 2 : Systèmes oscillants**Partie A : Le pendule pesant****1-) Expression de OG en fonction de R.**Soit G_0 le centre de masse de la tige, alors on a :

$$\vec{OG} = \frac{M\vec{OG_0} + M\vec{OA}}{M+M} = \frac{M\vec{G_0} + M\vec{OA}}{2} \text{ or } \vec{OA} = 2\vec{OG_0} \Rightarrow \vec{OG} = \frac{M\vec{G_0} + 2M\vec{OG_0}}{2} = \frac{3}{2}\vec{OG_0}, \text{ on obtient } OG = \frac{3}{2}R$$

Conclusion : G est situé à $\frac{3}{2}R$ de la tige en allant du point O vers le point A.**2-) Expression en fonction de R et M, le moment d'inertie J_Δ du système composite par rapport à l'axe (Δ).**

$$J_\Delta = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2 \text{ or } l=2R. \text{ Donc } J_\Delta = \frac{16}{3}mR^2.$$



3-) 3.1-) Explication

Ce système composite est un oscillateur car il est animé d'un mouvement périodique autour d'une position d'équilibre.

3.2-) Équation différentielle du mouvement de ce système en fonction de R , g , θ , et $\ddot{\theta}$.

• Inventaire des forces : $\vec{P}$: poids de l'ensemble appliqué au point G.

• Application de la R.F.D

$\mathcal{M}_{(\Delta)}(\vec{F}_{ext}) = J_{\Delta}\ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_{(\Delta)}(\vec{P}) = J_{\Delta}\ddot{\theta} \Rightarrow -P.OG \cdot \sin \theta = J_{(\Delta)}\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mg.OG \sin \theta}{J_{\Delta}} = 0$ or pour θ petit $\sin \theta \approx \theta$, d'où $\ddot{\theta} + \frac{mg.OG}{J_{\Delta}}\theta = 0$ or $J_{\Delta} = \frac{4}{3}m$ Donc $\ddot{\theta} + \frac{9g}{32R}\theta = 0$

• Oui cette oscillateur est harmonique, car son équation différentielle est de la forme $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{9g}{32R}}$ qui est bien l'équation d'un oscillateur régit par des oscillations harmoniques.

Partie B : «Décharge d'une bobine dans un condensateur» 1-) Intensité du courant traversant la bobine.

On a : $E = U_R = R.I \Rightarrow I = \frac{E}{R}$. A.N : **I=0,48 A.**

2-) Explication : En régime permanent le condensateur est totalement chargé ou déchargé, la différence de potentiel à ces bornes est donc nul.

3-) Equation différentielle régissant les variations de $u_C(t)$.

D'après la loi d'additivité des tensions, on a : $u_C - u_L = 0$ (1)

or $u_L = L \frac{di}{dt}$ et $i = -\frac{dq}{dt}$ et $q = Cu_C \Rightarrow u_L = L \frac{d(-dq/dt)}{dt} \Rightarrow u_L = -L \frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow u_L = -L \frac{d^2(Cu_C)}{dt^2} \Rightarrow u_L = -L.C. \frac{d^2u_C}{dt^2}$ (2)

(2) dans (1) nous donne $u_C - [-L.C. \frac{d^2u_C}{dt^2}] = 0 \Rightarrow u_C + L.C. \frac{d^2u_C}{dt^2} = 0 \Rightarrow$ Donc équation recherchée est $u_C + L.C. \frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$

4-) Expression de $u_C(t)$

Celle-ci est de la forme $u_C(t) = u_{max} \sin(\omega t + \varphi)$ on a : $u_{C_{max}} = 12V$ or $u_C(t=0) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$, or $\dot{u}_{C_{max}} < 0 \Rightarrow \varphi = 0$. d'où $u_C(t) = 12 \sin(\omega t)$.

EXERCICE 3 : Phénomènes ondulatoires et corpusculaires**Partie A : Interférences mécaniques à la surface de l'eau****1-) Conditions vérifiées par les sources S_1 et S_2 .**

Elles doivent être **synchrones** (même période) et **cohérentes** (différence de phase constante).

2-) Détermination de la longueur d'onde λ .

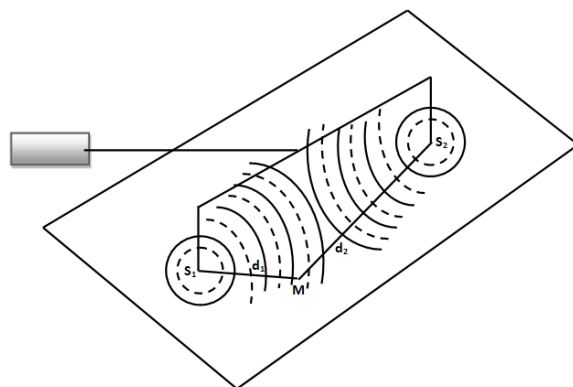
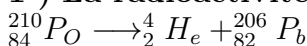
On sait que : $\lambda = v \times T = \frac{v}{f}$.

A.N : $\lambda = 0,015m$.

3-) Nombre N de lignes d'amplitude maximale observables sur le segment S_1S_2 .

On sait que la longueur d'onde est la distance séparant deux lignes de même nature, d'où $n = \frac{S_1S_2}{\lambda}$. A.N :

$N = E(n) = 2$ lignes.

4-) représentation de la surface de l'eau.**Partie B : Radioactivité****1-) La radioactivité : 2-) Equation de désintégration du polonium 210.****3-) Calcul en MeV de l'énergie totale libérée par la désintégration.**

$E_{lib}(MeV) = \Delta m(u) \times 931,5 = [m(Po) - [m({}_2^4\text{He}) + m(Pb)]] \times 931,5$. A.N : $E_{lib}(MeV) = 7,6383MeV$

4-) Temps au bout duquel 85% de cet échantillon aura disparu.

D'après la loi de décroissance, $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t \Leftrightarrow t = -\frac{1}{\ln 2} \ln \frac{N(t)}{N_0}$ car $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$. A.N : **t=32633388,17s. Donc t=377jours16h49min48s.**

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

1-) Schéma annoté de la cellule photoémissive éclairée par une lumière monochromatique.

2-) Tracer du graphe $U_0 = f(\frac{1}{\lambda})$. (Voir page suivante)

3-) Montrons que U_0 peut se mettre sous la forme $U_0 = a\frac{1}{\lambda} + b$ (1) dans le cas général.

On peut écrire $U_0 = \frac{h}{e}v - \frac{h}{e}v_0$, or $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot v \Rightarrow v = \frac{c}{\lambda}$, d'où on a :

$$U_0 = (\frac{h \cdot c}{e}) \cdot \frac{1}{\lambda} - \frac{h v_0}{e} \quad (2) \text{ d'où } a = \frac{h \cdot c}{e} \text{ et } b = -\frac{h v_0}{e}$$

4-) Déterminons à l'aide du graphe $U_0 = f(\frac{1}{\lambda})$:

• la constante de Planck h .

la courbe $U_0 = f(\frac{1}{\lambda})$ est **une droite** de pente

$$a = \frac{\Delta U_0}{\Delta \frac{1}{\lambda}} = \frac{1,50 - 0,20}{(\frac{1}{0,36} - \frac{1}{0,58}) \times 10^6} = 1,23 \times 10^{-6}.$$

Or par identification de (1) et (2), on a : $a = \frac{h \cdot c}{e} \Leftrightarrow h = \frac{a \cdot e}{c}$.

$$\text{A.N : } h = \frac{1,23 \times 10^{-6} \times 1,6 \times 10^{-19}}{3 \times 10^8} = 6,58 \times 10^{-34} \text{ Donc } h = 6,58 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

• La longueur d'onde seuil λ_0 .

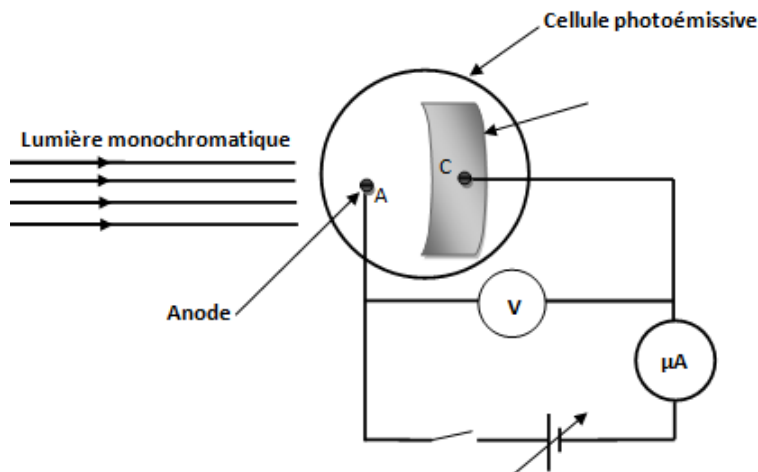
L'ordonnée à l'origine de la courbe $U_0 = f(\frac{1}{\lambda})$ est $b = -2V$, par identification de (1) et (2), on a :

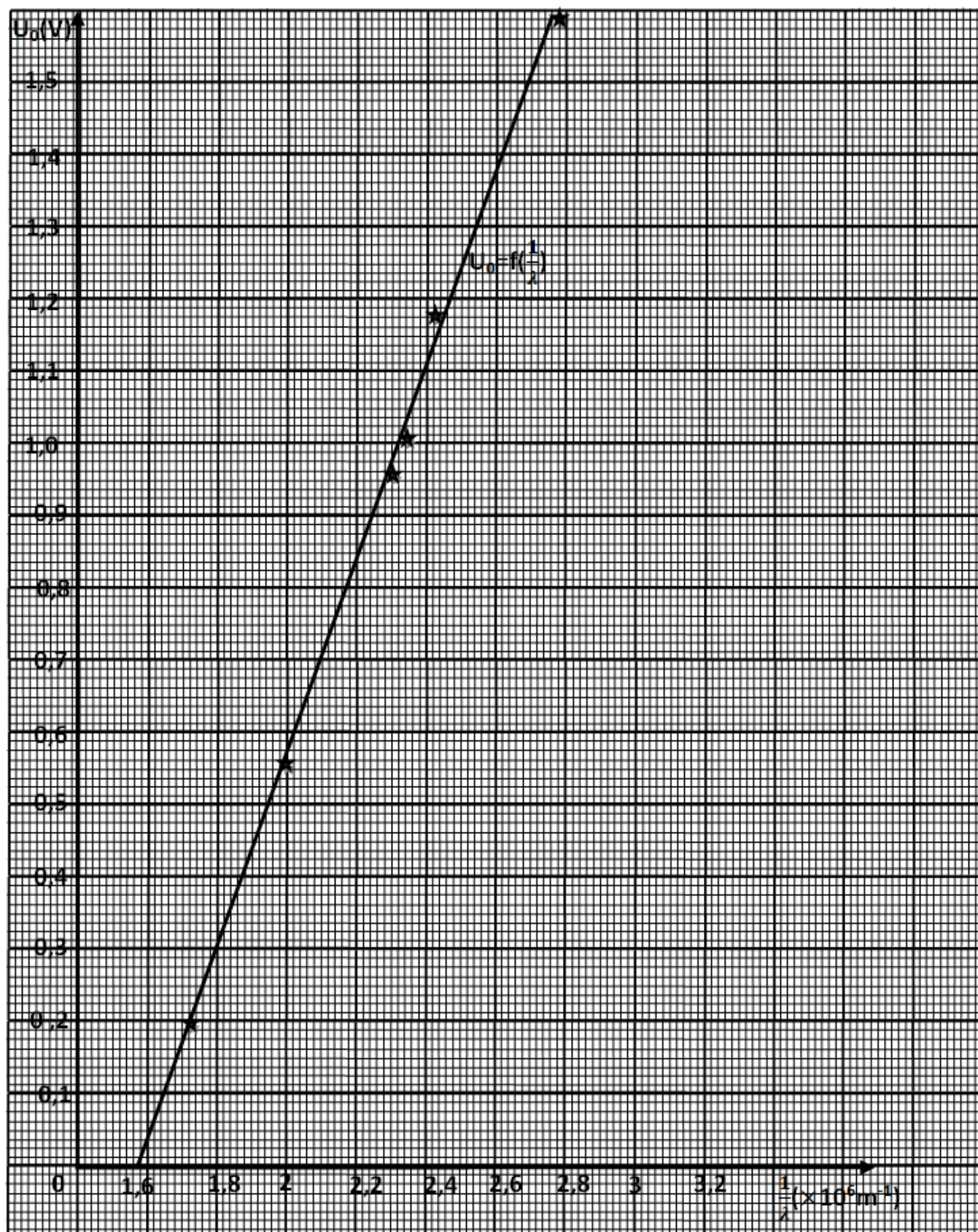
$$b = -\frac{h v_0}{e} \Leftrightarrow v_0 = -\frac{b \cdot e}{h}.$$

$$\text{A.N : } v_0 = \frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,58 \times 10^{-34}} = 4,86 \times 10^{14} \Rightarrow v_0 = 4,7 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

$$\text{Or } \lambda_0 = \frac{c}{v_0}. \text{ A.N : } \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,7 \times 10^{14}} = 0,616875 \times 10^{-6} \text{ m. Donc } \lambda_0 = 0,65 \mu\text{m}$$

5-) Seule la longueur d'onde $\lambda_2 = 0,5 \mu\text{m}$ éclairant cette cellule photoémissive pourra produire un effet photoélectrique. Car on sait que pour qu'il y ai effet photoélectrique il faut $\lambda < \lambda_0$, or on a : $\lambda_2 > \lambda_0$.





BACCALAUREAT "C" 2019

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces**Partie A. Mouvement d'un solide sur une gouttière**

1-) • Énoncé de la loi ("théorème de l'énergie cinétique") : la variation d'énergie cinétique entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées.

$$\Delta E_{C(t_1 \rightarrow t_2)} = \sum W(\vec{F}_{ext}).$$

• Déterminons la vitesse V_B du solide en B.

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ or $W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$ (car leurs droites d'actions sont orthogonales aux déplacements).

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = 0 \Rightarrow V_B = V_A = 10 \text{ m/s. Donc } \mathbf{V_B = 10 \text{ m/s.}}$$

2-) Déterminons l'action de la gouttière sur le solide en C.

D'après le T.C.I, on a : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ en projetant dans la base de Frenet, on obtient suivant la tangentielle : $-P \cos \alpha + R = m \frac{V_C^2}{r}$. Donc $\mathbf{R = m(\frac{V_C^2}{r} + g \cos \alpha)}$.

$$\text{A.N : } R = 0, 2(\frac{9^2}{1} + 10. \cos 60) = 17, 2. \text{ Donc } \mathbf{R = 17, 2 \text{ N.}}$$

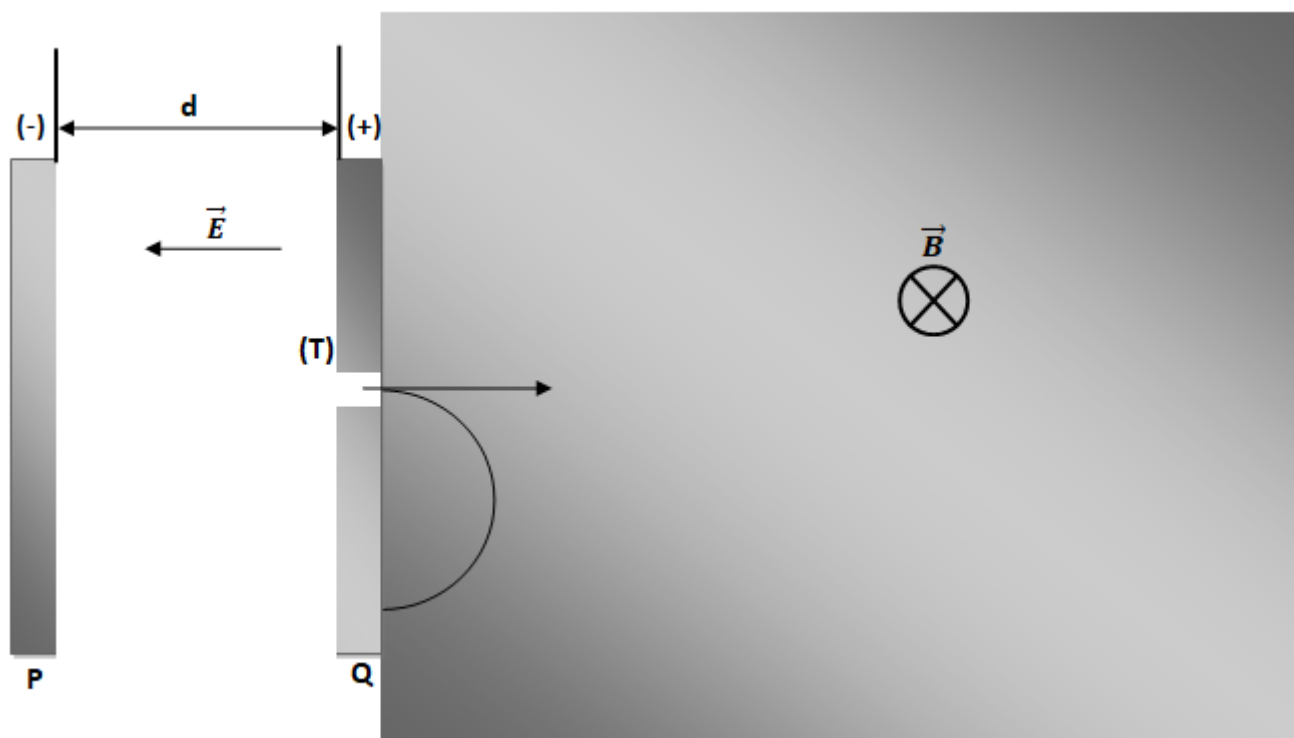
3-) Établisons l'équation de la trajectoire.

$$y = \frac{-g}{2V_C^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2 + x \cdot \tan \theta.$$

$$\text{A.N : } y = -0,25x^2 + 1,73.$$

Partie B : Particule chargée dans un champ électrique ou magnétique.

1-) • Représentation. (Voir schéma ci-dessous).



• Calculons E.

On sait que : $\mathbf{E = \frac{|U|}{d}}$.

$$\text{A.N : } E = \frac{1000}{2,5 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^4 \text{ V.m}^{-1}.$$

2-) 2.1-) Caractéristique de la force électrostatique $\vec{F}_e$.

• direction : horizontale

• sens : de P vers Q

• intensité ; $F_e = |q| \cdot E = e \cdot E$. A.N : $F_e = 1,6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^4 = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N}$.

2.2-) Calcul de la vitesse d'un électron à l'arrivée sur la plaque Q.

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_Q^2 - \frac{1}{2}mV_P^2 = W(\vec{F}_e)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_Q^2 = F_e \cdot d = e \cdot E \cdot \frac{U}{E} = e \cdot U \Rightarrow \mathbf{V_Q = \sqrt{\frac{2eU}{m}}}.$$

$$\text{A.N : } V_G = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 1000}{9,1 \times 10^{-31}}} = 1,88 \times 10^7 \text{ m/s.}$$

3-) (Voir figure ci-contre)

En appliquant le T.C.I à l'électron, on trouve que sa trajectoire est un cercle de rayon $R = \frac{mV_Q}{e.B}$.

$$\text{A.N : } R = \frac{9,1 \times 10^{-31} \times 1,88 \times 10^7}{1,6 \times 10^{-19} \times 1,25 \times 10^{-3}}. \text{ Donc } R=8,5 \text{ cm.}$$

Exercice 2 : Systèmes oscillants

Partie A : Oscillations électriques forcées

1-) Schéma de branchement.

(Voir figure ci-contre)

2.1-) Indication de la voie correspondante à chaque courbe.

A est la courbe de la voie 1 ($u(t)$) et B est la courbe de la voie 2 ($u_R(t)$) car le condensateur provoque un retard de phase de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.

2.2.1-) Détermination de la fréquence N.

Une période couvre 4 divisions et 1 division représente 5ms, d'où la période est

$$T = 4 \times 5 \text{ ms} = 20 \text{ ms} \text{ et } N = \frac{1}{T} \Rightarrow N=50 \text{ Hz.}$$

2.2.2-) Valeur efficace I de l'intensité du courant dans le circuit.

$$\text{On a : } I = \frac{(u_R)_{\max}}{R\sqrt{2}}, \text{ or } (u_R)_{\max} = 1,8 \times 1 = 1,8 \text{ V et } R=300 \Omega, \text{ d'où } I=4,24 \times 10^{-3} \text{ A.}$$

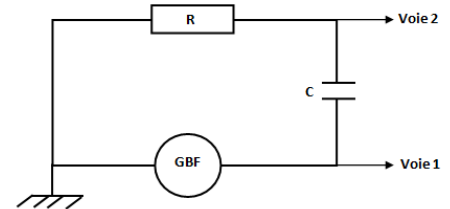
2.2.3-) Détermination de l'impédance Z du circuit.

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{u(t)_{\max}}{i(t)_{\max}}, \text{ or } i(t)_{\max} = 3 \text{ V et } i(t)_{\max} = 6 \times 10^{-3} \text{ A, d'où } Z=500 \Omega.$$

2.2.4-) capacité du condensateur.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi N C}\right)^2} \Rightarrow Z^2 - R^2 = \frac{1}{4\pi^2 N^2 C^2} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi N \sqrt{Z^2 - R^2}}$$

$$\text{A.N : } C=7,96 \times 10^{-6} \text{ F.}$$



Partie B : Etude énergétique d'un oscillateur mécanique

1.1-) Montrons que $\theta = \frac{x}{L}$.

$$\sin \theta = \frac{x}{L}, \text{ or } \theta \text{ petit c'est-à-dire } \sin \theta \approx \theta, \text{ d'où } \theta = \frac{x}{L}.$$

1.2-) Expression de E_{PP} .

$$E_{PP} = mgh, \text{ or } h = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta) = \frac{L\theta^2}{2} = \frac{x^2}{2L}, \text{ alors } E_{PP} = \frac{mgx^2}{2L}.$$

1.3-) Montrons que $E_m = \frac{mgx_m^2}{2L}$.

$E_m = E_C + E_P$. Les frottements étant négligeables, le système est conservatif.

Lorsque $x = x_m$; $\dot{\theta} = 0$ et $E_C = 0$. On a alors $E_m = E_{PP}$, d'où $E_m = \frac{mgx_m^2}{2L}$.

2.1-) Energie correspondant à chaque courbe.

courbe 1 : Energie mécanique

courbe 2 : Energie potentielle

courbe 3 : Energie cinétique.

2.2-) Vitesse maximale de la masse du pendule.

$$E_{C_{\max}} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{C_{\max}}}{m}}, \text{ or } E_{C_{\max}} = 25 \text{ mJ} = 25 \times 10^{-3} \text{ J et } m=236 \text{ kg, alors } v_{\max}=0,46 \text{ m.s}^{-1}.$$

Exercice 3 : Phénomènes ondulatoire et corpusculaire.

Partie A : Ondes mécaniques à la surface de l'eau

1-) Observation : À la surface de l'eau, on observe des rides circulaires centrés en O qui ont un mouvement ralenti dans des sens divergents du centre O.

2-) Équation horaire du mouvement de S.

$$y_S = a \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

$$\text{Or } \begin{cases} y_S(t=0) = 0 \\ \dot{y}_S(t=0) > 0 \end{cases} \begin{cases} a \sin(\varphi) = 0 \\ a\omega_0 \cos \varphi > 0 \end{cases} \begin{cases} \sin \varphi = 0 \\ \cos \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\text{d'autre part : } \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f = 200\pi \text{ et } a = 2 \times 10^{-3} \text{ m. Donc } y_S(t) = 2.10^{-3} \sin(200\pi t) \text{ (m).}$$

3-) Equation horaire du mouvement de M.

L'onde arrive au point M avec un retard temporelle θ , d'où :

$$y_M(t) = y_S(t - \theta) = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_M\right), \text{ or } \lambda = \frac{c}{f} \text{ d'où } y_M(t) = 2.10^{-3} \sin\left(200\pi t - \frac{2\pi \times 100}{0,6} \times 1,5.10^{-2}\right).$$

Donc $y_M(t) = 2.10^{-3} \sin(200\pi t - 5\pi)$ (m).

• Comparons les mouvements de M et S.

$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_S = -5\pi + 0 = -5\pi = (2k + 1)\pi$ avec $k=-3$, d'où M et S vibrent en **opposition de phase**.

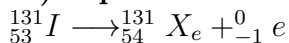
Partie B : Radioactivité

1-) Déterminons N_0 .

La quantité de matière d'iode 131 dans l'échantillon est telle que $n = \frac{m}{M} = \frac{N_0}{N_A}$, alors $N_0 = \frac{m \times N_A}{M}$

A.N : avec $m=10^{-6}g$, $M=131g/mol$ et $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$ on obtient $N_0 = 4,60 \times 10^{15}$.

2-) Equation-bilan de la désintégration.



3-) La demi-vie T : C'est le temps ($t_{1/2} = T$) nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présent dans l'échantillon se désintègre.

4-) Expression de A_0 en fonction de N_0 et T .

On sait que : $A = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}(N_0 e^{-\lambda t}) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$.

D'où $A_0 = \lambda N_0 e^{-\lambda \times 0} = \lambda N_0$ or $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$. D'où $A_0 = \frac{\ln 2 N_0}{T} = \frac{0,693 N_0}{T}$.

A.N : $A_0 = \frac{0,693 \times}{8 \times 24 \times 3600}$. Donc $A_0 = 4,61 \times 10^9 Bq$

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

1-) Interprétation énergétique.

La diminution progressive de l'amplitude des oscillations est due à une diminution progressive de l'énergie mécanique du système ceci due aux forces de frottements qui sont causées par le contact du solide (S) avec le sol.

2-) Représentation des forces.

(Voir schéma ci-contre)

3-) Détermination de la pseudo-période T graphiquement. $T=0,5s$.

On sait que : $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$.

A.N : avec $m=0,25kg$, $T=0,5s$, on obtient $k=39,48 N.m^{-1}$.

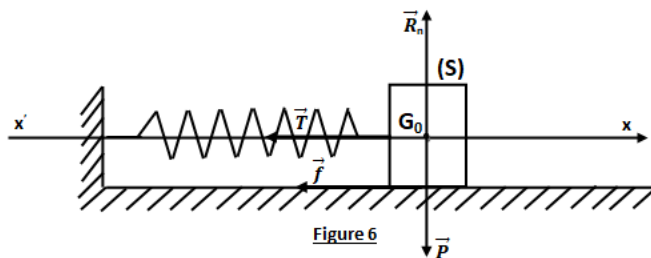


Figure 6

Aucune reproduction totale ni partielle de cet ouvrage ne sera permise. Tous les contrevenants s'exposent à des poursuites judiciaires.

