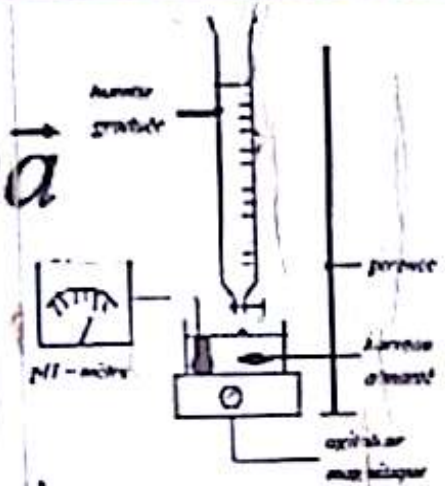
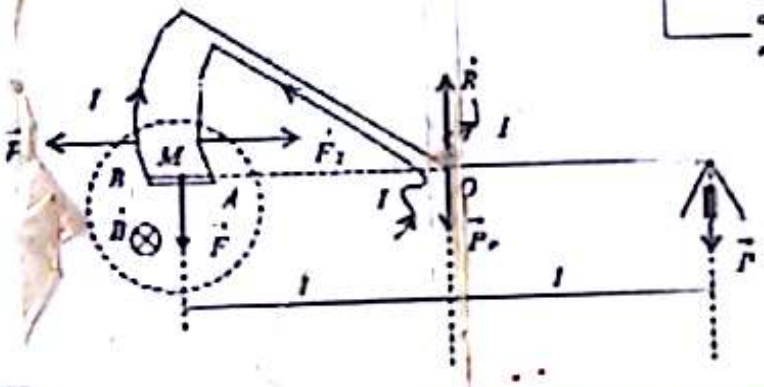
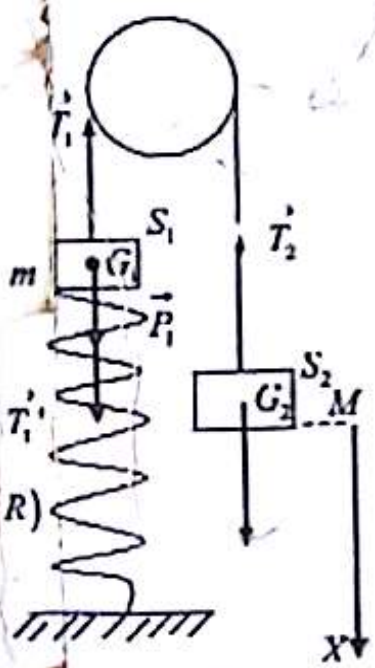
haibou Dambagi / Hamadou Boubacar / Adamou Amadou

Physique et Chimie
Terminales C et D

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$







Rappels de cours
Exercices et corrigés

EDITIONS ALPHA

Scanned by CamScanner

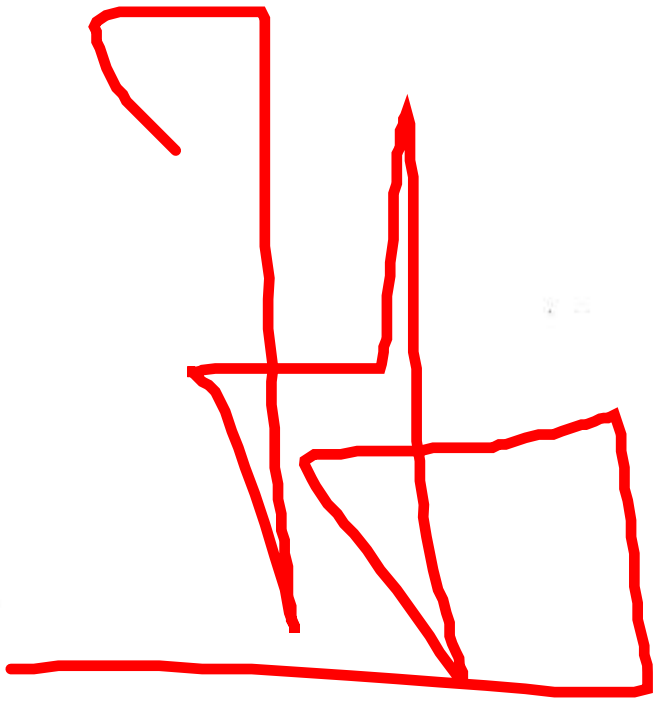
CHAÏBOU DAMBAGI
Chargé d'enseignement Lycée Issa Korombé

HAMADOU BOUBACAR
Professeur de l'enseignement Secondaire Lycée Issa Korombé

ADAMOU AMADOU
Professeur de l'enseignement Secondaire Lycée Issa Korombé

PHYSIQUE & CHIMIE
TERMINALES C & D

Rappels de cours, exercices et corrigés



EDITIONS ALPHA

Scanned by CamScanner

Maquette et composition
Willie Russell
Editions Alpha Fév 2007
Copyright © EDITIONS ALPHA 2007
ISBN - 2-84551-066-7
Deuxième Edition

Scanned by CamScanner

Préface

Cette 2 ième édition de l'annale de physique – chimie est un ouvrage d'appui aux apprentissages en classe. Elle constitue un outil précieux de travail pour les élèves de Terminale D, C et E.

Conçue pour accompagner l'élève dans son apprentissage tout au long de l'année, cette annale est strictement conforme au programme de Terminale D actuellement en vigueur au Niger et tient compte des critiques et suggestions de nos collègues professeurs et de celles des élèves.

Utilisé individuellement ou collectivement, cet ouvrage aide à mieux diriger l'élève pour la résolution des exercices et des problèmes qui lui sont soumis. La plupart des exercices proposés au Baccalauréat nigérien y sont insérés.

Chaque chapitre comporte :

- un rappel de l'essentiel du cours, qui présente de manière condensée chaque leçon étudiée en classe afin que l'élève s'approprie rapidement les formules et l'essentiel théorique dont il aurait besoin.
- une série d'exercices variés comportant des exercices simples sur le chapitre étudié et des exercices de types BAC.

Nous invitons nos élèves au travail d'abord et au travail bien fait et osons espérer que vos observations constructives aideront à l'amélioration des éditions futures.

Scanned by CamScanner

QUELQUES OUTILS MATHÉMATIQUES

1. FORMULES TRIGONOMÉTRIQUES

. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

. $\sin(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$ $\qquad \sin 2a = 2 \sin a \cos a$

. $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$

. $\cos a + \cos b = 2\cos \dfrac{a+b}{2} \sin \dfrac{a-b}{2}$

. $\sin a + \sin b = 2\cos \dfrac{a-b}{2} \sin \dfrac{a+b}{2}$

. $\sin a - \sin b = 2\sin \dfrac{a-b}{2} \cos \dfrac{a+b}{2}$

2. LES ANGLES

a) Les angles supplémentaires

Deux angles α et θ sont supplémentaires si : $\alpha + \theta = \pi$

$$\begin{cases} \cos \alpha = -\cos \theta \\ \sin \alpha = \sin \theta \end{cases}$$

b) Angles complémentaires

α et θ sont complémentaires si $\alpha + \theta = \dfrac{\pi}{2}$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sin \theta \\ \sin \alpha = \cos \theta \end{cases}$$

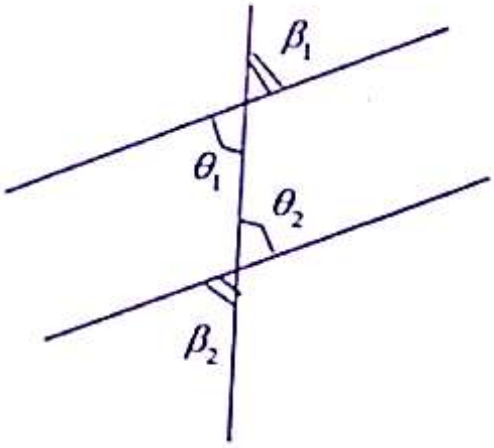
c) Les angles égaux

- angles alternes internes

$\theta_1 = \theta_2$

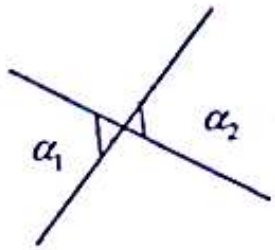
- angles alternes externes

$\beta_1 = \beta_2$



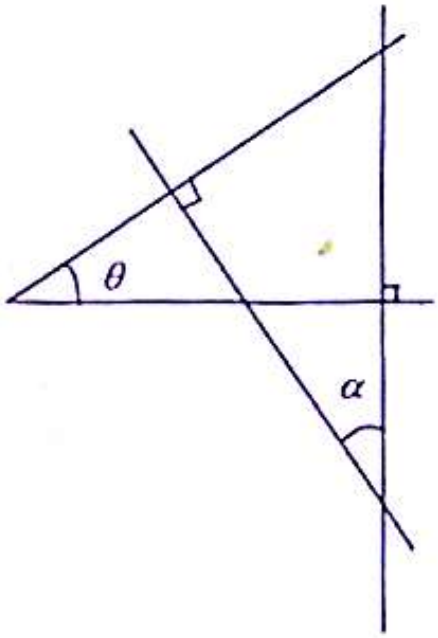
Scanned by CamScanner

- angles opposés par le sommet



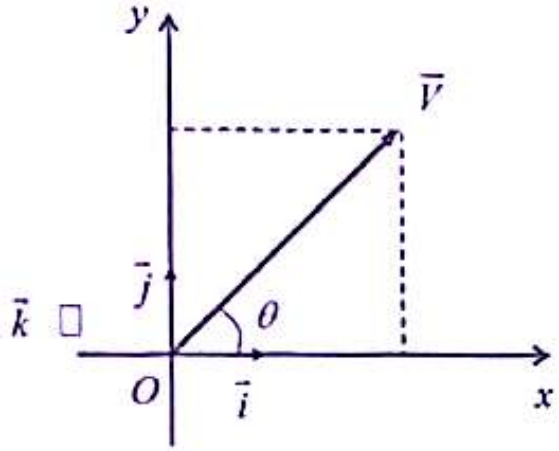
$$\alpha_1 = \alpha_2$$

- angles à cotés perpendiculaires

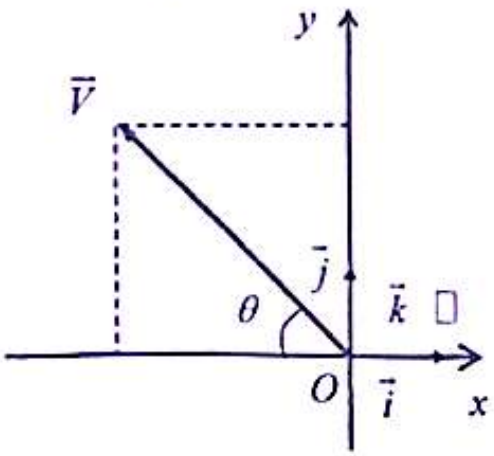


$$\alpha = \theta$$

3. PROJECTION DE VECTEURS

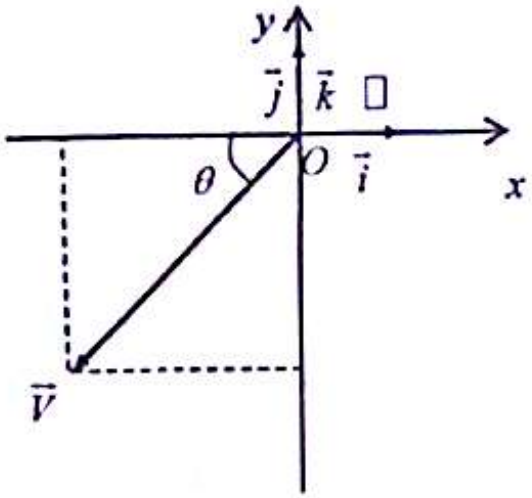


$$\vec{V}\begin{cases} V_x = V\cos\theta \\ V_y = V\sin\theta \\ V_z = 0 \end{cases}$$



$$\vec{V}\begin{cases} V_x = -V\cos\theta \\ V_y = V\sin\theta \\ V_z = 0 \end{cases}$$

Scanned by CamScanner



$$\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = -V\cos\theta \\ V_y = -V\sin\theta \\ V_z = 0 \end{array}\right.$$

4. CALCUL VECTORIEL

a) Produit scalaire

$$\vec{u}.\vec{v} = u.v\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$$

Le produit scalaire est commutatif $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$

b) Produit vectoriel

$$\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$$

$\vec{w}$ | direction orthogonale au plan $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$
sens tel que $\left(\vec{u},\vec{v};\vec{w}\right)$ forme un triedre direct
norme $\left\|\vec{w}\right\| = u.v\sin\left(\vec{u},\vec{v}\right)$

Scanned by CamScanner

5. DÉRIVÉES

Fonction $y = f(t)$	Dérivée $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$
t^n	nt^{n-1}
$Ln\, t$	$\frac{1}{t}$
$y = f(u)$, où $u = g(t)$	$\frac{dy}{du}\frac{du}{dt}$
e^t	e^t
cos t	- sin t
sin t	cos t
cos at	- a sin at
sin at	a cos at

6. QUELQUES PRIMITIVES USUELLES

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + c \quad ; \quad \int \frac{1}{t} dt = \ln|t| + c$$

$$\int e^t dt = e^t + c \quad ; \quad \int e^{at} dt = \frac{e^{at}}{a} + c$$

$$\int Sint\, dt = -Cost + c \quad ; \quad \int Sinatdt = \frac{-Cosat}{a} + c$$

$$\int Costdt = Sint + c \quad ; \quad \int Cosatdt = \frac{Sinat}{a} + c$$

Scanned by CamScanner

PHYSIQUE

Scanned by CamScanner

MECANIQUE

Scanned by CamScanner

Chapitre 1

CINEMATIQUE

RAPPEL DU COURS

I GÉNÉRALITÉS

1. Définition

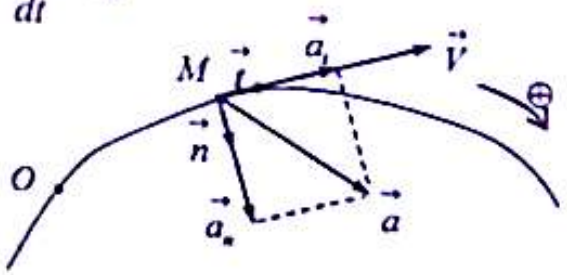
Soit un point mobile M ponctuel se déplaçant dans un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- Vecteur position $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; Abscisse curviligne $s = \overset{\frown}{OM} = f(t)$.

- Vecteur vitesse $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$; $\vec{V}$ $\begin{cases} Vx = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ Vy = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ Vz = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$

- Vecteur accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ soit $\vec{a}$ $\begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dV_z}{dt} = \ddot{z} \end{cases}$

2. Vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{a}$ dans la base de frenet. $\left(\vec{t}, \vec{n}\right)$



Scanned by CamScanner

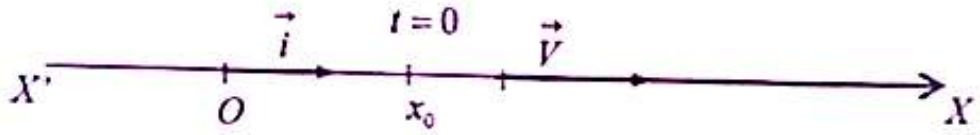
Vitesse $\vec{V} = \frac{ds}{dt}\vec{t} = \dot{s}\,\vec{t}$.

Accélération $\vec{a} = a_t\,\vec{t} + a_n\,\vec{n}$ $\quad a_t = \frac{dV}{dt}$ et $a_n = \frac{V^2}{\rho}$.

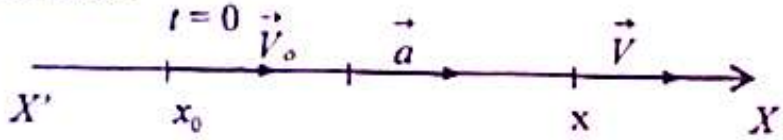
(ρ : rayon de courbure de la trajectoire au point M).

II MOUVEMENTS PARTICULIERS

1. Mouvement rectiligne uniforme :
   - La trajectoire est une droite.
   - Le vecteur vitesse $\vec{V}$ est constant et parallèle à la trajectoire (accélération nulle).
   - Equations horaires $a = 0$, $V = C^{te}$ $\quad x = Vt + x_0$.



2. Mouvement rectiligne uniformément varié :
   - La trajectoire est une droite.
   - Le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant et parallèle à la trajectoire.
   - Equations horaires.



$$a = C^{te} \quad ; \quad V = at + V_o \quad ; \quad x = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + x_o$$

- Mouvement rectiligne uniformément accéléré : $\vec{a}.\vec{V} > 0$
- Mouvement rectiligne uniformément retardé : $\vec{a}.\vec{V} < 0$
- Relation entre x et V indépendante du temps : $V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_o)$.

Scanned by CamScanner

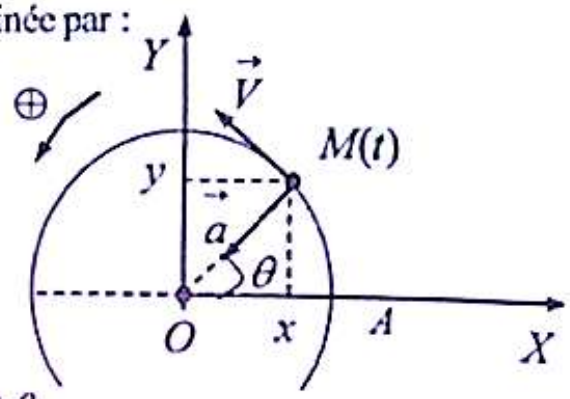
3. Mouvement circulaire uniforme.

Trajectoire : cercle de rayon R ; vitesse : valeur constante ;

A chaque instant la position du mobile peut être déterminée par :

- Le vecteur position :

$$\vec{OM}\left|\begin{array}{l} x = R\cos(\omega t+\varphi) \\ y = R\sin(\omega t+\varphi) \end{array}\right. \qquad \varphi : \text{ phase à } t=0$$



- L'abscisse curviligne $s = Vt + s_0$

- L'abscisse angulaire θ = mes $(\overline{OA},\overline{OM})$ $\theta = \omega t + \theta_0$

L'accélération est centripète : $\vec{a} = -\omega^2.\overrightarrow{OM}$

$$a = \frac{V^2}{R}$$

Vitesse du mobile $V = R\dot{\theta} = R\omega$

Exercices

Exercice N° 1

Un point M est en mouvement dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Les coordonnées de M sont $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t+5 \end{cases}$

1. Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire ?

2. Quelle est la nature du mouvement ? On utilise les unités du *SI*.

Solution

1. Equation cartésienne de la trajectoire .

$$x = 4t \Rightarrow t = \frac{x}{4} \quad ; \quad y = 3(\frac{x}{4})+5 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x+5$$

2. Nature du mouvement

$$V_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow V_x = 4; V_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow V_y = 3; \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2+V_y^2} = 5ms^{-1}$$

$\vec{V} = \vec{cte}$. Donc le mouvement est rectiligne uniforme.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 2

Un mobile décrit l'axe $X'OX$ d'un mouvement uniforme.

A l'instant $t_1 = 1s$ l'abscissedu mobile est $x_1 = 8m$ *et à* $t_2 = 3s$ $x_2 = -4m$.

Former l'équation horaire du mouvement.

Solution

Mouvement rectiligne uniforme $x = Vt + x_o$.

A $t_1 = 1s$ $\quad x_1 = 8\ m$

A $t_2 = 3s$ $\quad x_2 = -4\ m$

$$\begin{vmatrix} Vt_1 + x_0 = x_1 \\ Vt_2 + x_0 = x_2 \end{vmatrix} \quad ; \quad \begin{vmatrix} V + x_0 = 8 \\ 3V + x_0 = -4 \end{vmatrix} \quad ; \quad V = -6\ m\,s^{-1} \quad ; \quad x_o = 14m$$

$$x = -6t + 14$$

Exercice N° 3

Un mobile démarre à la vitesse $V_o = -8ms^{-1}$ et est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié, tel qu'à la date $t = 2\ s$, $x = 0$ et à la date $t = 6s$, $x = 0$.

1. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
2. Quelles interprétations physiques peut-on donner aux dates 2s et 6s ?
3. Etudier les phases du mouvement.

Solution

1. Equation horaire du mouvement.

Mouvement rectiligne uniformément varié.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad , \ t = 2\ s, x = 0 \text{ et } t = 6\ s, x = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2a - 16 + x_0 = 0 \\ 18a - 48 + x_0 = 0 \end{vmatrix} \qquad a = 2\text{ms}^{-2} \qquad ; \quad x_0 = 12\,m$$

$$x = t^2 - 8t + 12$$

2. Interprétations physiques

$V = 2t - 8$, si $t = 2\ s$ $V = -4\ m/s$; si $t = 6\ s$ $V = 4\ m/s$

A l'instant $t = 2s$ le mobile passe à l'origine dans le sens négatif et à l'instant $t = 6\ s$ il repasse à l'origine dans le sens positif.

Scanned by CamScanner

3. Etude du mouvement.

$V=0 \Rightarrow 2t-8=0$; $t=4\,s$

t	0	4	$+\infty$
a	+		+
v	-	0	+
$a.v$	-	0	+

$t \in [0,4[$ $a.V<0$ le mouvement est rectiligne uniformément retardé.
$t=4s$, le mobile s'arrête et le mouvement change de sens.
$t \in]4,+\infty[$ $a.v>0$ le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

Exercice N° 4

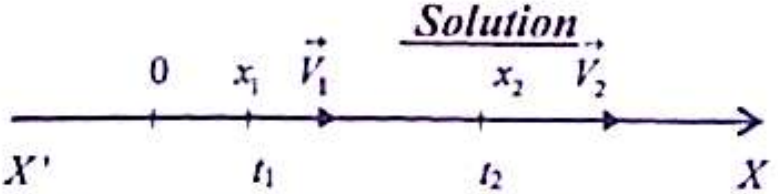
1. Une automobile décrit une trajectoire dans un repère $(O,\vec{i})$, son accélération est constante. A l'instant $t=0s$, l'automobile part d'un point M_0.
A l'instant $t_1=3s$ l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1=59$ à la vitesse $V_1=6ms^{-1}$.
Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2=150m$ à la vitesse $V_2=20m.s^{-1}$

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
b) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?
c) Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s.

2. A la date $T=1s$, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse $V'=20\,ms^{-1}$ passe par le point M' d'abscisse $X'=5\,m$.
Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile, ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a) L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O,\vec{i})$
b) Les dates des dépassements.
c) Les abscisses des dépassements.
d) La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.
e) La distance parcourue par la moto entre la date $T=1s$ et la date où elle dépasse l'automobile.

Solution



1. a) Equation horaire du mouvement de l'automobile.

- Détermination de a : $a=\dfrac{V_2^2-V_1^2}{2(x_2-x_1)}$; $a=2ms^{-2}$

- Calcul de V_0 : $V_1=at_1+V_0 \Rightarrow V_0=V_1-at_1$; $v_0=6-2.3 \Rightarrow V_0=0\ ms^{-1}$.

- Calcul de x_0: $x_1=\frac{1}{2}at_1^2+V_0t_1+x_0$; $x_0=x_1-\frac{1}{2}at^2+V_0t_1$; $x_0=50m$, $x=t^2+50$

Scanned by CamScanner

b) Calcul de t_2 ; $x_2=150m$

$t_2^2 = x_2-50 \Rightarrow t_2^2=100 \Rightarrow t_2=10s$

c) Calcul de L : à $t=20s$, $x = 20^2 + 50 = 450\ m$.

$L = x - x_0=450-50=400 \Rightarrow L=400m$

2. a) Equation horaire du mouvement de la moto.

Mouvement rectiligne uniforme. $x_m=20(t-1)+5 \Rightarrow x_m=20t-15$

b) Dates des dépassements.

$x = x_m \quad t^2+50=20t-15 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 20t + 65 = 0 \Rightarrow t_1 = 4,1s$ et $t_2 = 15,9s$.

La moto dépasse l'automobile à la date $t_1 = 4,1s$ et l'automobile rattrape la moto à $t_2 = 15,9\ s$.

c) Les abscisses des dépassements.

A $t_1=4,1s$ $\quad x_1=20\times4.1-15=67m$

$t_2=15.9s$ $\quad x_2=20\times15.9-15=303.m$

d) La vitesse de l'automobile à $t_2=15.9s$.

$v = 2t \Rightarrow v = 2\times15,9 = 31,8ms^{-1}$

e) distance parcourue par la moto entre les dates T=1s et 4,1s

Si $t = 4,1s$; $x_m=67m$ $d = x_m-x'$; $d = 67-5=62\ m$; $d = 62\ m$

Exercice N° 5

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère $(O,\vec{i})$.

Un chronomètre a relevé la vitesse en fonction du temps.

On a obtenu le tableau suivant :

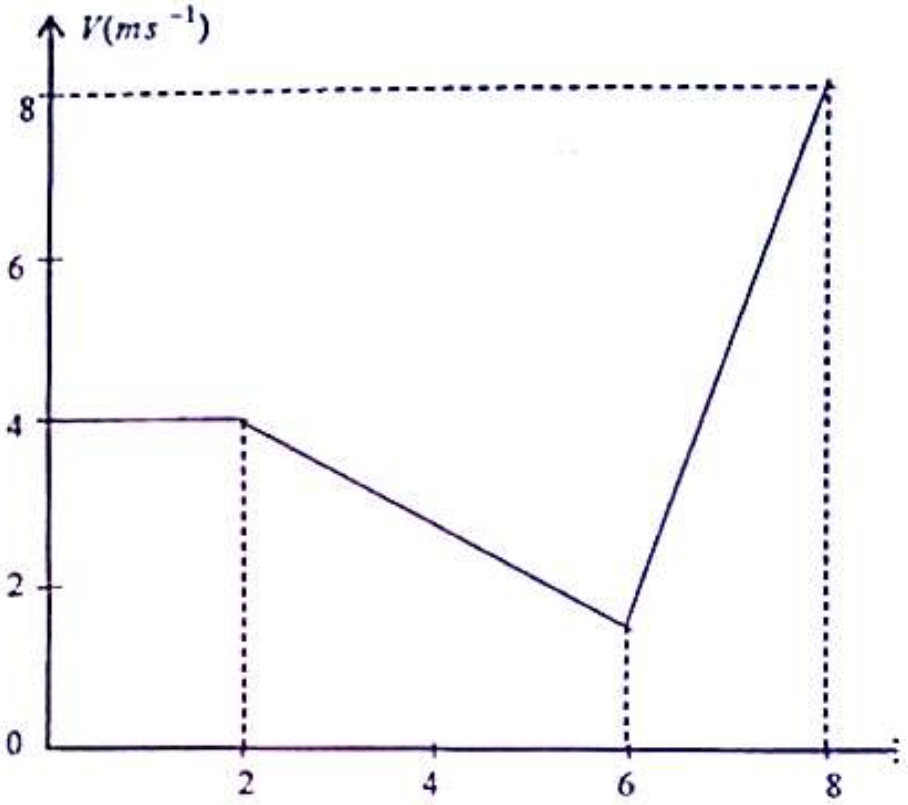
$t(s)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$V(ms^{-1})$	4	4	4	3,3	2,7	2,1	1,5	4,7	8

1. Tracer le graphique $V=f(t)$ Echelles : *1cm pour 1s ; 1cm pour 1m/s.*
2. Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase.
3. Déterminer la position du mobile à l'instant $t = 4s$.
4. Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant la durée du mouvement.

Scanned by CamScanner

Solution

1. Tracé du graphique $V = f(t)$.



2. Equation horaire du mouvement :

• 1ère phase t appartient à $[0 ; 2s]$; $V = C^{te}$; le mouvement est rectiligne uniforme.

$x = Vt + x_0$; à $t = 0s$, $x_0 = 0 \Rightarrow x = Vt \Rightarrow x = 4t$

• 2ème phase $t \in [2 ; 6s]$.

La vitesse diminue. On a alors un mouvement rectiligne uniformément retardé.

$$x = \frac{1}{2}a_2t^2 + V_{02}t + x_{02}; x_{02} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}a_2t^2 + V_{02}t$$

$$V = a_2t + V_{02} \Rightarrow a_2 = \frac{V - V_{02}}{t}; a_2 = \frac{1,5 - 4}{6 - 2} = -0,625 ms^{-2}$$

$x = \frac{-0,625}{2}t^2 + 4t$ (Résolution faite en changeant l'origine des dates et l'origine des espaces).

Remarque : On peut aussi établir l'équation horaire en gardant les origines initiales. On trouve alors : $x = \frac{1}{2}a_1(t-2)^2 + V_{02}\,t^{-2} + x_1$ x_1 abscisse de la phase 1.

$$x = \frac{-0,625}{2}t^2 + 5,25t - 1,25$$

Scanned by CamScanner

• 3è phase $t \in [6s, 8s]$

$V_{03} = 1,5\ ms^{-1}$; $V_3 = 8\ ms^{-1}$. Donc le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

$$x = \frac{1}{2}a_3t^2 + V_{03}t + x_{03} \quad ; \quad x_{03} = 0$$

$$x = \frac{1}{2}a_3t^2 + V_{03}t \qquad a_3 = \frac{V - V_{03}}{t} = \frac{8-1,5}{8-6} = 3,25 ms^{-2}$$

$x = \frac{3,25}{2}t^2 + 1,5t$ ou $x = \frac{3,25}{2}t^2 - 18t + 68,5$ sans changer les origines.

3. Position du mobile à $t = 4s$.

• 2s dans la phase 1 $\quad x = 4 \times 2 = 8\ m$

• 2s dans la phase 2 $\quad x_2 = \frac{-0,625}{2} \times 2^2 + 4 \times 2 = 6,75\ m$

La position du mobile est $x = x_1 + x_2 = 14,75\ m$.

4. La longueur totale du trajet.

$$d = x_1 + x_2 + x_3 \qquad x_1 = 8\ m$$

$$x_2 = -\frac{0,625}{2} \times 4^2 + 4 \times 4 = 11m \ ; \quad x_3 = \frac{3,25}{2} \times 2^2 + 1,5 \times 2 = 9,5\ m \ ; \quad d = 28,5m\mu$$

Exercice N° 6

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = 3 + 2\cos(2t+1) \\ y = 4 + 2\sin(2t+1) \end{cases}$. On utilise les unités du *S.I.*

1. a) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.
   b) Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.
   c) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.
   d) En déduire la nature du mouvement.
2. a) Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ à l'échelle1/100.
   b) Placer sur cette trajectoire les positions : M_0, M_1, M_2, M_3 correspondant respectivement aux instants $t_0 = 0s$, $t_1 = 0,285s$, $t_2 = 1,07\ s$, $t_3 = 1,856\ s$.
   c) Représenter (sans Echelle) les vecteurs vitesse et accélération au point M_0.

Solution

1. a) Montrons que la vitesse de M est constante.

$$\vec{V} \begin{cases} \dot{x} = -4\sin(2t+1) \\ \dot{y} = 4\cos(2t+1) \end{cases} ; V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \ ; \ V = 4\sqrt{[\sin^2(2t+1) + \cos^2(2t+1)]} = 4ms^{-1} \ ; \ V = C^{te}$$

Scanned by CamScanner

b) Montrons que l'accélération du mobile est constante.

$$\vec{a}\begin{cases} x = -8\cos(2t+1) \\ \\ y = -8\sin(2t+1) \end{cases} : a = \sqrt{x''^2 + y''^2} \quad ; \quad a = 8\ ms^{-2} \quad ; \quad a = C^{te}$$

c) Equation cartésienne de la trajectoire : $(x-3)^2+(y-4)^2 = 4$.

d) Nature du mouvement :

- La trajectoire est un cercle de rayon 2 m, de centre $I(3\ ;4)$
- La valeur de la vitesse est constante.

Donc le mouvement est circulaire uniforme.

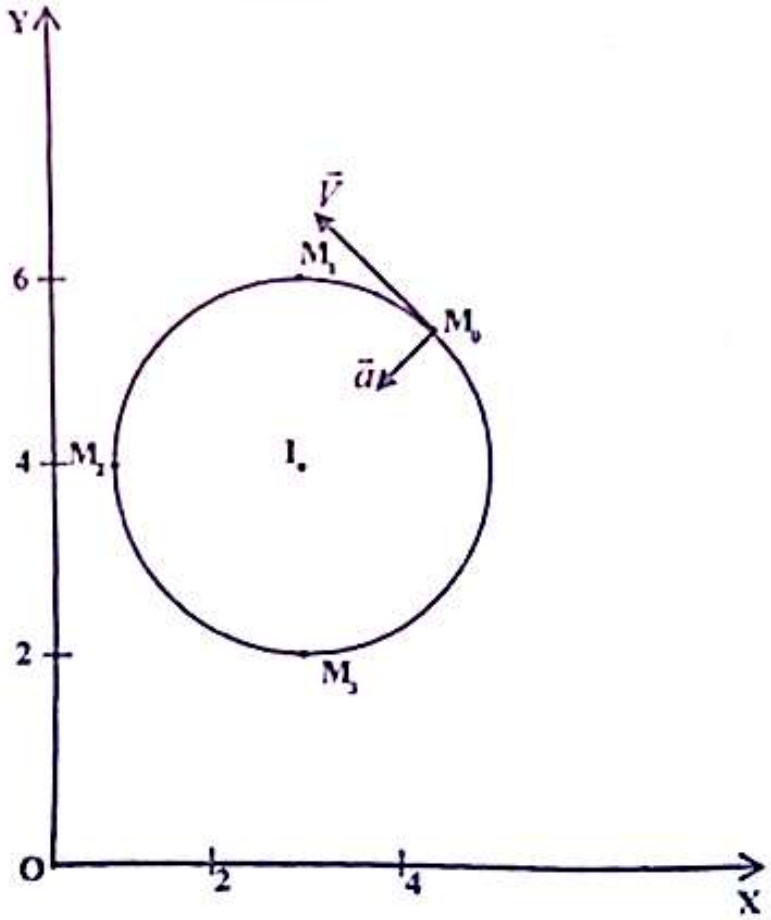
3. a) Représentation de la trjectoire (voir schéma).

b) Positions des points M_0, M_1, M_2, M_3 (voir schéma).

Détermination des coordonnées.

$M_0(4\ ;5,7)$; $M_1(3\ ;6)$; $M_2(1\ ;4)$; $M_3(3\ ;2)$.

c) Représentation de $\vec{V}$ et $\vec{a}$ au point M_0.



Scanned by CamScanner

Exercice N° 7 : BAC Niger 2005 Série D 2ème groupe ×

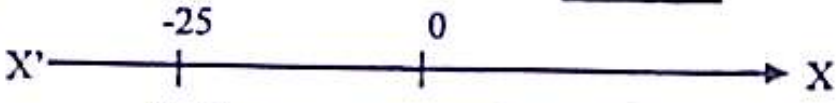
Un écolier résidant loin de son établissement prend régulièrement le bus pour s'y rendre. En sortant de son domicile, il aperçoit sur une ligne droite le bus à l'arrêt et qui s'apprête à partir. Il court alors vers le bus avec une vitesse constante Vo = 6m/s. Quand il est à 25 m du bus, celui-ci démarre avec une accélération constante $a_b = 1m/s^2$.

1. Etablir les équations horaires des mouvements de l'écolier et bus. Tracer dans un même repère orthonormé les courbes représentant les deux mouvements.
2. L'écolier rattrapera-t-il le bus ? Justifier graphiquement.
3. A quelle vitesse constante mininale devrait courir l'écolier s'il veut rattraper le bus ?
4. Après un déplacement de 100m, le bus s'arrête. Déterminer :
   a) La durée de son déplacement ;
   b) La durée de l'arrêt du bus pour que l'écolier le rattrape.

N.B : Dans tout le problème on assimilera l'écolier et le bus à des points matériels.

Solution

1.



Ecolier $x_0 = 0$

Bus

$t_o = 0$

Bus: $a_b = 1m/s^2 = c^{te} MRUA$

$V_b = a_b t = t$

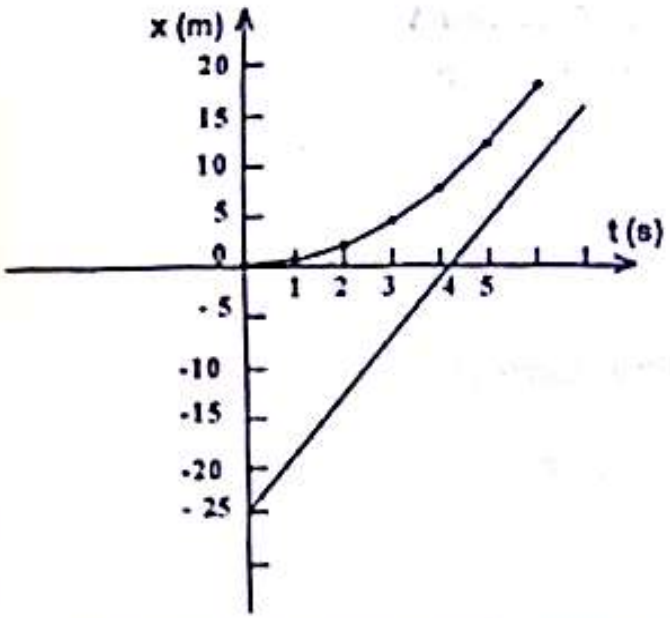
$x_b = \frac{1}{2}t^2$

$t_o = 0$	$x_b = 0$	$V_b = 0$
$t = 1$	$x_b = \frac{1}{2}$	
$t = 2$	$x_b = 2$	
$t = 3$	$x_b = \frac{9}{2}$	

Ecolier: $a_e = 0 \quad V_e = 6m/s = c^{te}$ M.R.U

$x_e = V_e t + x_{oe} \Rightarrow x_e = 6t - 25$

Scanned by CamScanner



$t_o = 0$ $\quad x_e = -25$

$t = 1$ $\quad x_e = -19$

$t = 2$ $\quad x_e = -13$

$t = 3$ $\quad x_e = -7$

2. Sur la représentation graphique aucune intersection entre les courbes. L'écolier ne rattrape pas le bus.

3. $x_e = V_e t - 25$ $\qquad x_b = \frac{1}{2}t^2$

Lorsque l'écolier rattrape le bus :

$x_e = x_b$

$\frac{1}{2}t^2 = V_e t - 25 \qquad \frac{1}{2}t^2 - V_e t + 25 = 0$

$t^2 - 2V_e t + 50 = 0 \qquad \Delta' = V_e^2 - 50 \geq 0$

$V_e^2 - 50 = 0 \Rightarrow V_e = \pm 5\sqrt{2}\, m/s$

$$V_e = \pm 5\sqrt{2} m/s$$

4. a) La durée du déplacement.

$$x_b = \frac{1}{2}t_b^2 = 100 \Rightarrow t_b^2 = 200 \Rightarrow t_b = 10\sqrt{2}\ s$$

b) La durée de l'arrêt du bus.

Temps mis par élève pour atteindre le bus.

$$x_e = V_e t_e - 25 = 100$$

$$V_e t_e = 125 \Rightarrow t_e = \frac{125}{V_e} = \frac{25\sqrt{2}}{2} s$$

Durée de l'arrêt du bus.

$$\Delta t = t_e - t_b = \frac{25\sqrt{2}}{2} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(\frac{25}{2} - \frac{20}{2}\right)$$

$$\Delta t = 3,53s$$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 8

Un mobile A, animé d'un mouvement uniformément varié se déplace sur une trajectoire rectiligne. Il démarre du point 0 à l'instant t = 0, et atteint un point O_1, situé à 1m de 0 dans le sens positif, au bout de 4s. Un deuxième mobile B se déplace sur la même trajectoire d'un mouvement uniforme. Il passe du point 0 à l'instant t = 4,5 s et au point 0_1 à l'instant t = 5,6 s.

1. Calculer l'accélération du mouvement de A.
2. Quelle est la vitesse de A lorsqu'il passe en 0_1 ?
3. Ecrire l'équation horaire du mouvement de A.
4. Calculer la vitesse de B.
5. Ecrire l'équation horaire du mouvement de B.
6. A quelles instants les deux mobiles se croissent-ils ?

Solution

1. Calcul de l'accélération de A.

A est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié. Son équation horaire est de la forme : $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \qquad V_0 = 0 \; x_0 = 0$

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2} \quad pour\ t = 4s \quad x = 1m$$

$$a = \frac{2.1}{4^2} = 0{,}125 m.s^{-2}$$

2. Vitesse de A au passage en 0_1.

$V = at \qquad V = 0{,}125.4 = 0{,}5 m.s^{-1}$

3. Equation horaire de A

$$x = \frac{0{,}125}{2}t^2 = 0{,}0625t^2$$

Origine des espaces : point 0.

Origine des dates : instant où A démarre de 0.

4. Calcul de la vitesse de B.

B est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

$$x = V_B t + x_0$$

A $t = 4{,}8$ s $\qquad x = 0 = V_B t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 4{,}8\, V_B + x_0 = 0 \; (a) \\ 5{,}6\, V_B + x_0 = 1 \; (b) \end{cases}$

A $t = 5{,}6$ s $\qquad x = 1 = 5{,}6\, V_B + x_0$

$(b) - (a) \quad 0{,}8 V_B = 1 \Rightarrow V_B = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25 m.s^{-1}$

5. Equation horaire du mouvement de B.

$x_0 = -6$ m

$x = 1{,}25t - 6$

Scanned by CamScanner

6. Croisseement : $x_A = x_B$

$0{,}0625\,t^2 - 1{,}25t + 6 = 0$

$t_1 = 8s$ et $t_2 = 12s$

Exercice N° 9

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute à la vitesse de 130km. h^{-1}. Soudain, un obstacle fixe apparait sur la voie à une distance D = 120m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105 km h^{-1} au bout d'un durée θ = 1s.

1. Calculer la valeur de la décélération (accélération négative, supposée constante).
2. En supposant la décélération constante, à quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?
3. On envisage maintenant l'éventualité suivante : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors à son véhicule la décélération calculée au (1).

A quelle distance de l'obstacle va-t-elle s'arrêter ?

Solution

$V_0 = 130\ km.h^{-1} = 36{,}11 m.s^{-1}$ $V_1 = 105\ km.h^{-1} = 29{,}17\ m.s^{-1}$.

1. Calcul de la décélération :
   - Origine des espaces : point d'où l'automobiliste aperçoit l'obstacle.
   - Origine des dates : instant où apparait l'obstacle.

Equation horaire de l'automobile : $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$

$V = at + V_0$

A $t = 1\,s$ $at + V_0 = 29{,}17 \Rightarrow$ $a = \frac{29{,}17 - 36{,}11}{1} = -6{,}9 m.s^{-2}$

2. Calculons à quelle distance de l'obstacle va s'arrêter l'automobile.

Equations horaires : $x = \frac{-6{,}94}{2}t^2 + 36{,}11t$

$\dot{x} = -6{,}94t + 36{,}11$

Temps mis par l'automobile pour s'arrêter.

$V = -6{,}94t + 36{,}11 = 0 \Rightarrow t = \frac{36{,}11}{6{,}94}t^2 = 5{,}2s$

Calcul de l'abscisse x_2 où s'arrête l'automobile.

$x_2 = -3{,}47\,(5{,}2)^2 + 36{,}11 \times 5{,}2 = 93{,}94m$

L'automobile s'arrête alors à (120 - 93,94)m = 26,06m de l'obstacle.

Scanned by CamScanner

3. Equations horaires si l'automobiliste réagit 1s après l'apparition de l'obstacle (origines des espaces et des dates inchangées).

$x = -3,47\,(t-1)^2 + 36,11\,(t-1) + 36,11 = -3,47\,t^2 + 43,05t - 3,47$

Pour t = 5,2 s Calculons x : $x = -3,47 + (5,2)^2 + 43,05 \times 5,2 - 3,47$

$x = 126,56$ m

x > D L'automobiliste ne s'arrête pas avant l'obstacle. Il y a eu choc.

Exercice N° 10

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération $a = 2,5\ m.s^{-2}$ pendant une durée $\theta = 7,0$ s ; ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante.
Lorsque le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse $V = 45\ km.h^{-1}$, et situé à une distance d = 20 m du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante.
Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle-ci va le dépasser.
En choisissant :

- Comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert,
- Comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminer :

1. a) L'équation horaire du mouvement de l'automobile dans sa première phase.
   b) L'équation horaire du mouvement du camion.
   c) Déterminer à quelle date le camion rattrape l'automobile. Quelle est la vitesse de l'auto à cet instant ?
2. a) Montrer qu'à la fin de son mouvement uniformément accéléré le camion est toujours en avance sur l'automobile.
   b) Déterminer à quelle date, l'automobile rattrape le camion.

Solution

1. a) Equation horaire du mouvement de l'automobile dans sa première phase :

M.R.U.V. $x_A = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$ $\quad x_0 = 0 \quad V_0 = 0$

$$x_A = \frac{2,5}{2}t^2 = 1,25t^2 \quad (1)$$

b) Equation horaire du mouvement du camion.

M.R.U. $x_C = V_Ct + x_0 \quad x_0 = -20m \quad V_0 = 12,5 m.s^{-1}$

$$x_C = 12,5t - 20 \quad (2)$$

c) Date où le camion rattrape l'automobile.

$x_A = x_C \Rightarrow 1,25\,t^2 = 12,5t - 20 \Rightarrow 1,25t^2 - 12,5t + 20 = 0$

$\Delta = 56,25 \quad t_1 = \frac{12,5 - \sqrt{56,25}}{2,5} = 2s \quad t_2 = \frac{12,5 + \sqrt{56,25}}{2,5} = 7,8s$

$t_1 = 2$ s

Scanned by CamScanner

Vitesse de l'automobile à cet instant :

$V_A = 2,5t$ $\quad t = 2\ s$ $\quad V_A = 5 m.s^{-1}$

2. a) A la fin de son mouvement uniformément accéléré le camion est en avance.

Si à $t = 7\ s$ $\quad x_C > x_A$

Calculons : $x_C = 12,5 \times 7 - 20 = 67,5\ m$

$x_A = 1,125 \times 7^2 = 61,25\ m$. Donc le camion est un avance sur l'automobile.

b) Equation de l'automobile dans sa deuxième phase :

M.R.U $\quad x'_A = V'_A(t-7) + x_0$ $\quad V'_A = 2,5.7 = 17,5 m.s^{-1}$ vitesse de l'auto à la fin de la première phase.

$x_0 = 1,25.7^2 = 61,25$

$x'_A = 17,5\ (t - 7) + 61,25 = 17,5t - 61,25$ (3)

Date où l'automobile rattrape le camion (2) = (3)

$17,5t - 61,25 = 12,5t - 20 \Rightarrow t = 8,25\ s$

Scanned by CamScanner

Chapitre 2

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE

RAPPEL DU COURS

I THÉORÈME DU CENTRE D'INERTIE : T.C.I

1. Enoncé : Dans un référentiel galiléen, la somme des forces appliquées à un solide est égale au produit de la masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

2. Conseils pour appliquer le T.C.I
   - Choisir un référentiel galiléen (en le précisant).
   - Choisir le système.
   - Faire un schéma clair où figurent les directions et sens des forces.
   - Choisir des axes convenables afin de projeter la relation vectorielle et déterminer les inconnues.

II THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE : T.E.C

1. Enoncé : Dans un repère galiléen la variation de l'énergie cinétique d'un solide est égale à la somme algébrique des travaux effectués par les forces s'exerçant sur le solide pendant la durée de la variation.

$$\Delta Ec = E_{c2} - E_{c1} = \sum W_{(F)}$$

2. Conseils pour appliquer le T.E.C. :
   - Choisir un référentiel galiléen.
   - Choisir le système.
   - Préciser l'état initial et l'état final.
   - Faire le bilan des forces appliquées au système.
   - Ecrire le T.E.C.

Exercices

Exercice N° 1

Une piste est constituée d'une partie rectiligne AB de longueur $l = 5m$, inclinée d'un angle $\alpha = 15°$ avec l'horizontale, suivie d'une partie circulaire de rayon $r = 0{,}5m$. L'ensemble de la piste est située dans un plan vertical.

Scanned by CamScanner

1. Un mobile ponctuel de masse $m = 200g$ est lâché en A sans vitesse. Il est soumis le long du trajet AB à une force de frottement constante $\vec{f}$. Il passe en B avec la vitesse $V_B = 3\ ms^{-1}$. La valeurde g est $9{,}8\ ms^{-2}$.

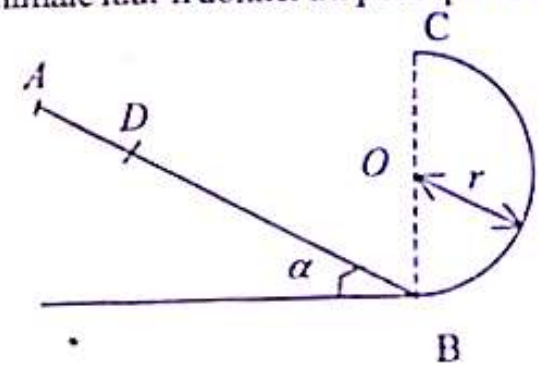
Exprimer et calculer la valeur de la force de frottement.

2. Le mobile se déplace maintenant sans frottement. On le lâche sans vitesse d'un point D situé entre A et B tel que $DB = x$. On suppose que le changement de pente en B ne provoque pas de variation de vitesse.

a) Exprimer la vitesse du mobile en C en fonction de r, α, x et g.

b) Exprimer en fonction de r, α, x, g et m la valeur de la réaction exercée par la piste sur le mobile en C.

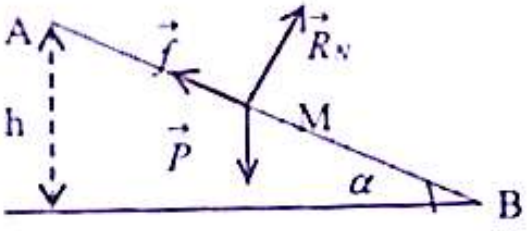
c) Quelle valeur minimale faut-il donner à x pour que le mobile quitte la piste circulaire en C ?



Solution

1. Expression de f :

- Repère considéré : repère terrestre supposé galiléen.
- Système étudié : mobile de masse m.
- Etat initial (A), état final (B).
- Bilan des forces : poids ($\vec{P}$) ; réaction ($\vec{R}$).



T.E.C $\quad \Delta E = \sum W_{(F)}$

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R_N}) + W(\vec{f})$.

$V_A = 0$; $W(\vec{R_N}) = 0$ car $\vec{R_N} \perp \vec{AB}$.

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = mgh - f\ell \Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = mg\ell\sin\alpha - f\ell \Rightarrow f = m(g\sin\alpha - \frac{V_B^2}{2\ell})$$

AN : $m = 0{,}2\ kg$; $g = 9{,}8\ ms^{-2}$; $V_B = 3\ ms^{-1}$; $l = 5\ m$; $\alpha = 15^0$; $f = 0{,}33\ N$

2. a) Expression de la vitesse V_C en fonction de r, g, α et x

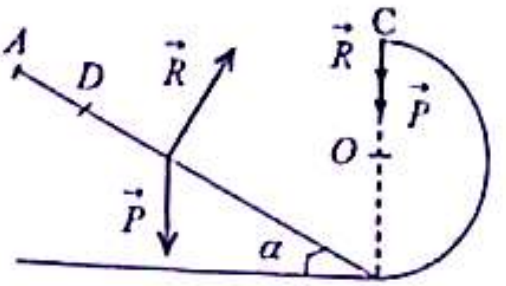
- Vitesse en B.

T.E.C entre D et B : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_D^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

Scanned by CamScanner

$V_D = 0$ et $W(\vec{R}) = 0$; $\frac{1}{2}mV_B^2 = mgx\sin\alpha \Rightarrow V_B^2 = 2gx\sin\alpha$

Vitesse en C



T.E.C entre B et C

$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ $\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -2mgr$ $V_C^2 = V_B^2 - 4gr \Rightarrow$

$V_C = \sqrt{2g(x\sin\alpha - 2r)}$

b) Expression de la réaction en C en fonction de r, g, α, x et m.

T.C.I $\sum\vec{F} = m\,\vec{a}$

$\vec{R} + \vec{P} = m\,\vec{a}$ projetons sur la normale en C : $R + P = ma_n \Rightarrow R = m(\frac{V_C^2}{r} - g)$.

$R = m[\frac{2g}{r}(x\sin\alpha\, 2r) - g]$; $R = mg(\frac{2x}{r}\sin\alpha - 5)$

c) Valeur minimale de x pour que le mobile quitte la piste en C.

$R \geq 0 \Leftrightarrow mg(\frac{2x}{r}\sin\alpha - 5) \geq 0$; $\frac{2x}{r}\sin\alpha \geq 5$

$x_{min} = 4{,}8\ m$

Exercice N° 2

Un mobile de masse $m = 1\,kg$ est lancé à $t = 0s$ d'un point A avec une vitesse $\vec{V}_0$. La première partie du trajet se déroule sur un rail horizontal de longueur $AB = l = 2m$. Au cours de cette phase le mobile est soumis à une force de frottement constante f.

En B le mobile aborde un rail à profil circulaire (de centre O) de rayon $r = 5m$. Au cours de cette phase on néglige tout frottement.

1. a) Exprimer en fonction de V_0, l, m et f la vitesse du mobile en B.

   b) Calculer V_B, sachant que $V_0 = 10\ ms^{-1}$ et $f = 20\ N$.

2. Exprimer en fonction de V_0, V_B, f et m la durée du trajet AB. Calculer t_1.

Scanned by CamScanner

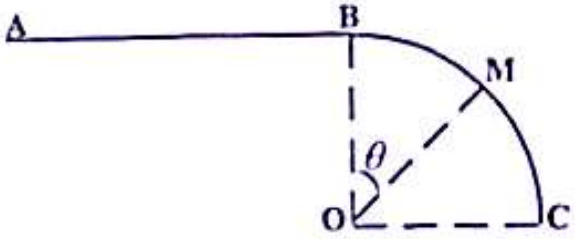
3. Le point M est repéré par l'angle $\theta = (\vec{OB},\vec{OM})$. Donner l'expression de la réaction R exercée par le rail sur le mobile en M en fonction de θ, m, g, r, et V_M (vitesse du mobile au point M)

4. a) Etablir l'expression de V_M en fonction de V_B, r, g, et θ.

b) En déduire l'expression de R en fonction de V_B, r, g, θ et m.

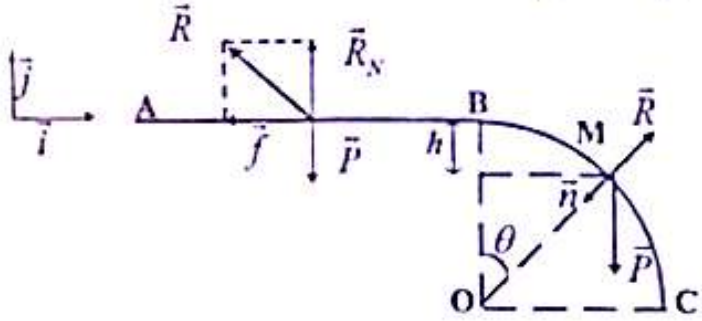
5. Montrer que le solide quitte la piste en un point D. Calculer l'angle $\theta_0 = (\vec{OB},\vec{OD})$.

Prendre g = 10 ms^{-2}.



Solution

1. a) Expression de la vitesse du mobile au point B en fonction de V_0, l, m et f.



- Repère considéré : repère terrestre considéré comme galiléen.
- Système étudié : mobile de masse $m = 1\ kg$.
- Etat initial : point A ; état final : point B.
- Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$.

Appliquons le T.E.C. $\Delta Ec = \sum W_{(F)}$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$$

$W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0$ car $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$ sont perpendiculaires au déplacement.

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = -fl \Rightarrow V_B^2 = V_0^2 - \frac{2fl}{m}$$

$$V_B = \sqrt{V_0^2 - \frac{2fl}{m}}$$

Scanned by CamScanner

AN : calcul de V_B

$V_B = \sqrt{10^2 - \frac{2\times 20\times 2}{1}} = 4{,}47 ms^{-1}$

2. Exprimer t_1 en fonction de V_0, V_B, f, et m.

Appliquons le T.C.I : $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projetons sur $(O, \vec{i})$: $-f = ma \Rightarrow a = -\frac{f}{m}$.

$a = C^{te}$, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié $V = at + V_0$.

Au point B : $V_B = at_1 + V_0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_B - V_O}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{-(V_B - V_O)\,.\,m}{f}$

Calcul de $t_1 = \frac{-(4{,}47-10)}{20}\times 1 = 0{,}276s$; $t_1 = 0{,}28s$

3. Expression de la réaction exercée par le rail sur le mobile en fonction de θ, m, g, r et V_M.

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$, projetons cette relation sur $\vec{n}$:

$-R + P\cos\theta = ma_n = m\frac{V_M^2}{r}$; $R = mg\cos\theta - \frac{mV_M^2}{r} \Rightarrow R = m(g\cos\theta - \frac{V_M^2}{r})$

4. a) Expression de V_M en fonction de V_B, r, g et θ.

Appliquons le T.E.C : $\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh$ avec $h = BI = r(1-\cos\theta)$

$V_M^2 = V_B^2 + 2gr(1-\cos\theta)$

b) Expression de R en fonction de V_B, r, g, θ et m.

Remplaçons V_M par son expression dans R. On obtient ainsi : $R = mg(3\cos\theta - 2) - \frac{mV_B^2}{r}$.

Le solide quitte la piste si $R = 0$; $\cos\theta_0 = \frac{2}{3} + \frac{V_B^2}{3gr}$; $\theta_0 = 36{,}87°$.

Exercice N° 3 : (Bac D Niger 2000)

On prendra l'intensité de la pesanteur $g = 9{,}8 ms^{-2}$.

1. Une sphère S de masse $m = 200g$, assimilable à un point matériel, est attachée à l'extrémité d'un fil de masse négligeable, inextensible et de longueur $L = 1m$. L'autre extrémité du fil est attachée à un point fixe O. On écarte S de sa position d'équilibre, le fil faisant un angle $\alpha_m = 60°$ avec la verticale de O, puis on la lâche sans vitesse.

Scanned by CamScanner

a) Quelle sera la trajectoire de S ?

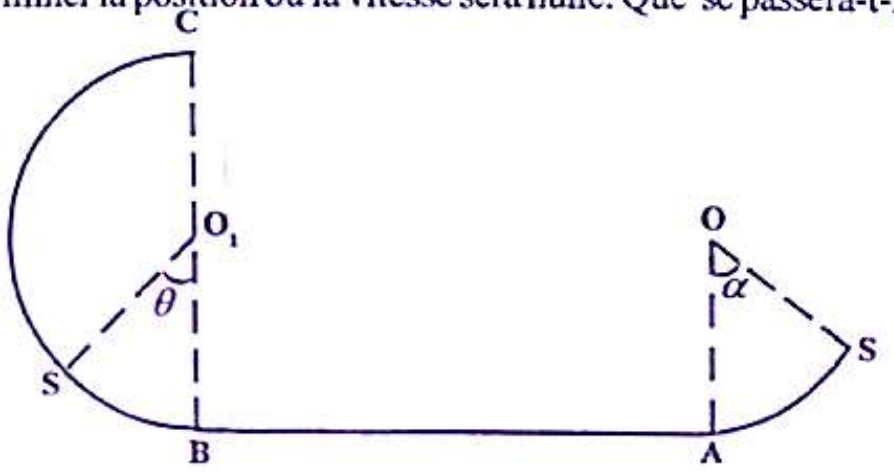
b) Déterminer la vitesse de la sphère S en fonction de l'angle α que fait le fil avec la verticale à un instant t quelconque après qu'elle soit lâchée.

c) Calculer cette vitesse au passage à la position d'équilibre. Préciser sa direction.

2. La première fois où la sphère S passe par sa position d'équilibre le fil se détache d'elle. S continue alors son mouvement sans frottement, sur une piste constituée d'une partie horizontale AB et d'une partie circulaire BC de rayon $r = 1m$ et de centre O_1 au dessus de B sur la verticale.

a) Déterminer la vitesse V_B de S au point B.

b) En repérant la position de S sur la partie circulaire BC, par l'angle θ que fait le rayon O_1S avec O_1B.déterminer la position où la vitesse sera nulle. Que se passera-t-il après ?

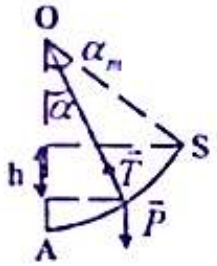


Solution

1. a) La sphère S décrit un arc de cercle de centre O et de rayon L.

b) Vitesse de la sphère S à un instant t quelconque en fonction de α.

- Repère terrestre considéré comme galiléen.
- Système : sphère.
- Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$\Delta Ec = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$ $W(\vec{T}) = 0$ Car $\vec{T} \perp$ au déplacement

$\frac{1}{2}mV^2 = mgh$ $h = L\cos\alpha - L\cos$

$V^2 = 2gL(\cos\alpha - \cos\alpha_m)$) $V = \sqrt{2gL(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}$

c) Vitesse au passage à la position d'équilibre : $\alpha = 0$.

$V_A = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha_m)}$ $\alpha_m = 60°$

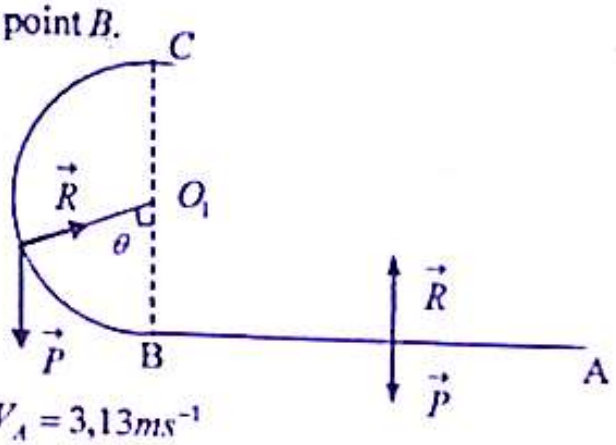
AN : $V_A = \sqrt{9,8} = 3,13ms^{-1}$

Scanned by CamScanner

Direction de $\vec{V}_A$: $\vec{V}_A$ est tangente à la trajectoire en A : cercle de centre O de rayon L.

$\vec{V}_A$ est horizontale.

2. a) Déterminer la vitesse V_B de S au point B.



T.E.C : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = 0 \Rightarrow V_B = V_A = 3{,}13 ms^{-1}$

b) Déterminons la position où la vitesse sera nulle.

T.E.C : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$; $W(\vec{R}) = 0$

$$-\frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh = -mg(r - r\cos) \Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{V_B^2}{2gr}$$

AN: $\cos\theta = 1 - \frac{9{,}8}{2\times 9{,}8\times 1} = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 60°$.

Le mobile S rebrousse chemin.

Exercice N° 4

Un corps assimilable à un point matériel de masse m, se déplace sans frottements sur une piste ABC située dans un plan vertical. La piste comporte un tronçon rectiligne AB qui fait avec la verticale de B un angle α et un tronçon circulaire BC de centre O qui se termine par une partie verticale CH.

1. Le corps est lancé de A vers B. Exprimer l'accélération et en déduire la nature du mouvement.
2. Calculer la vitesse minimale avec laquelle il faut le lancer du point A pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.
3. Le corps quitte B avec une vitesse nulle. A un instant t quelconque, sa position M est repérée par son abscisse angulaire $\theta = (\vec{OB}, \vec{OM})$.

a) Etablir l'expression de la vitesse du corps au point M en fonction de g, r et θ. Calculer cette valeur pour $\theta = 30°$.

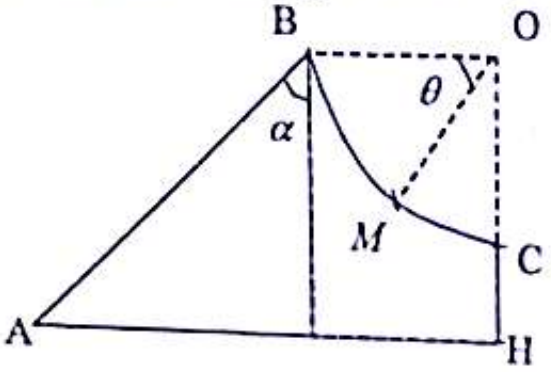
Scanned by CamScanner

b) Etablir l'expression de l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la piste sur le corps en fonction de m, g et θ.

Calculer R pour θ = 30°.

c) Donner les caractéristiques de la vitesse du corps au point C.

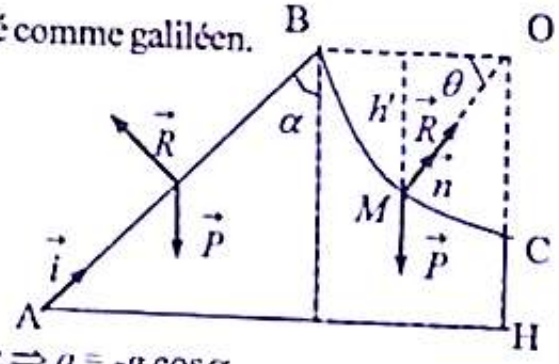
Données : $m = 250g$; $\alpha = 60°$; $g = 10\ ms^{-2}$; $BO = CO = r = 2,5\ m$; $CH = 0,7m$



Solution

1. Expression de a.

- Repère utilisé: repère terrestre considéré comme galiléen.
- Système : corps de masse m.
- Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$.



T.C.I. $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection sur $\left(A, \vec{i}\right)$: $0 - mg\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g\cos\alpha$

a = cte ; $V.a < 0$ le mouvement est rectiligne uniformément retardé.

2. Vitesse minimale pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.

Appliquons le T.E.C. : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$; $W(\vec{R}) = 0$

$V_A^2 = 2g(r + CH)$; $V_A = \sqrt{2g(r + CH)}$

A.N: $V_A = \sqrt{2.10(2,5 + 0,7)} = 8ms^{-1}$

3. a) Expression de V_M en fonction de g, r et θ.

T.E.C : $\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$; $W(\vec{R}) = 0$ $V_B = 0$

$\frac{1}{2}mV_M^2 = mgh'$ $h' = r\sin\theta$

Scanned by CamScanner

$V_M^2 = 2gr\sin\theta$ $\quad VM = \sqrt{2gr\sin\theta}$

Calcul de V_M pour $\theta = 30°$. $V_M = \sqrt{2\times10\times2,5\sin30} = 5ms^{-1}$

b) Expression de R en fonction de g, m et θ.

T.C.I : $\vec{R}+\vec{P}=m\vec{a}$

Projetons sur $\vec{n}$

$R - P\sin\theta = m a_N \Rightarrow R = mg\sin\theta + m\frac{V_M^2}{r}$

$R = 3mg\sin\theta$

A.N : $R = 3\times250.10^{-3}\times10\sin30° = 3,75\ N$

c) Caractéristiques de $\vec{V}_c$.

Direction : tangente à la trajectoire en C.

Sens : celui du mouvement.

Intensité : en C : $\theta = \frac{\pi}{2}$; $V_c = \sqrt{2gr\sin\frac{\pi}{2}}$; $V_c = 7,07ms^{-1}$

Exercice N° 5

1. Une bille B, de masse $m = 50g$, est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur $l = 50\ cm$. On écarte le fil de sa position d'équilibre d'un angle α_0 (voir fig1) et on lance la bille avec une vitesse $\vec{V}_0$. Lorsque le fil fait un angle α avec la verticale, exprimer :

a) La vitesse V de la bille en fonction de V_0, g, ℓ, α et α_0.

b) La tension T du fil en fonction de V_0, g, ℓ, α, α_0 et m.

2. a) Calculer la vitesse de la bille et la tension du fil au passage par la position d'équilibre A.

b) Calculer les accélérations normale et tangentielle de la bille en C et en A.

Données : $V_0 = 10\ ms^{-1}$; $\alpha_0 = 60°$; $g = 10\ ms^{-2}$, $\alpha = 30°$.

3. Le système est mis en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe vertical passant par O avec une vitesse angulaire $\omega = 5\ rads^{-1}$ (fig 2).

a) Montrer qu'un tel mouvement n'est possible que si la vitesse angulaire est supérieure à une valeur ω_0 que l'on calculera.

b) Calculer l'angle α_1 dont le fil s'écarte de l'axe vertical si $\omega = 5\ rads^{-1}$.

c) Calculer la tension T du fil pour cette valeur de l'angle α_1.

On prendra $g = 10\ ms^{-2}$.

Scanned by CamScanner

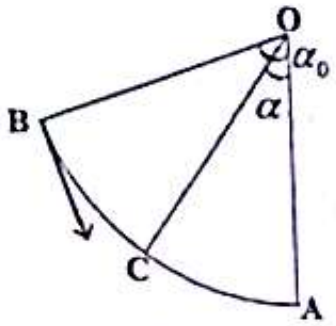


fig 1

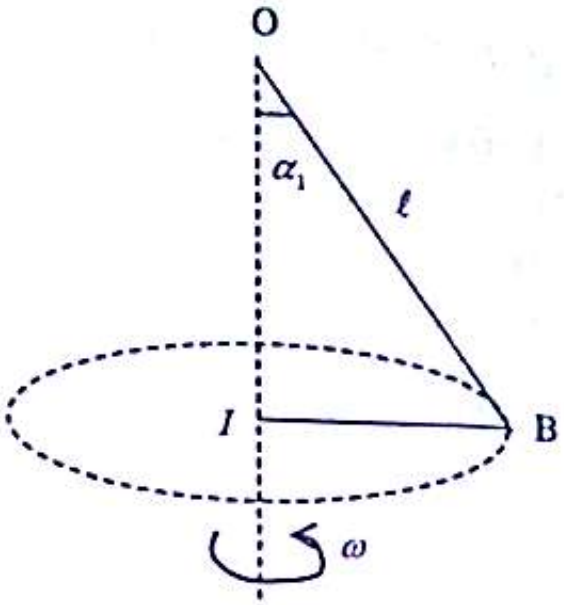


fig 2

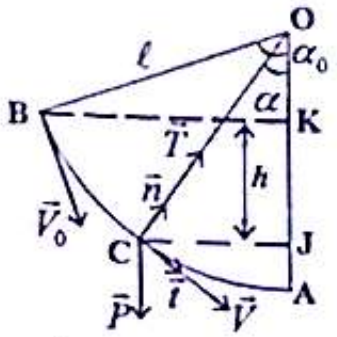
Solution

1. a) Expression de la vitesse de la bille en C.

- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Système étudié : la bille B.
- Bilan des forces : la tension du fil $\vec{T}$ et le poids de la bille $\vec{P}$.

Appliquons le T.E.C entre B et C.

$\Delta E_c = \Sigma W(\vec{F}_{ex})$



$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$W(\vec{T})=0$ ($\vec{T} \perp \grave{a}$ la tajectoire)

$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = mgh$ avec $h = JK = \ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

$V^2 = V_0^2 + 2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \Rightarrow V = \sqrt{V_0^2 + 2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

b) Expression de la tension du fil en C

Appliquons le T.C.I : $\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projetons cette relation sur $\vec{n}$: $-P\cos\alpha + T = ma_n$ avec $a_n = \frac{V^2}{\ell}$

$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0 + \frac{V_0^2}{g\ell})$

2. a) Calcul de V_A et T_A.

Scanned by CamScanner

Au passage en A, $\alpha = 0°$; $V_A = \sqrt{V_0^2 + 2g\ell(1-\cos\alpha_0)}$

$AN : V_A = \sqrt{10^2+2.10.50.10^{-2}(1-\cos 60°)}$; $V_A = 10{,}25\ ms^{-1}$

$T_A = mg\,(3 - 2\cos\alpha_0 + \frac{V_0^2}{g\ell})$; $AN : T_A = 11\ N$

b) Valeur de l'accélération normale.

$a_n = \frac{V^2}{\ell}$

Au point C : $V_C = 10{,}18\ ms^{-1}$

$a_n(C) = \frac{V_C^2}{\ell} = \frac{(10{,}18)^2}{50.10^{-2}} \Rightarrow a_n(C) = 207\ ms^{-2}$

Au point A : $V_A = 10{,}25\ ms^{-1}$; $a_n(A) = 210\ ms^{-2}$

Valeur de l'accélération tangentielle.

TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projetons cette relation sur $(C, \vec{t})$: $P\sin\alpha + 0 = m a_t \Rightarrow a_t = g\sin\alpha$.

Au point C : $\alpha = 30° \Rightarrow a_t = 10\sin 30°$ $a_t = 5 ms^{-2}$

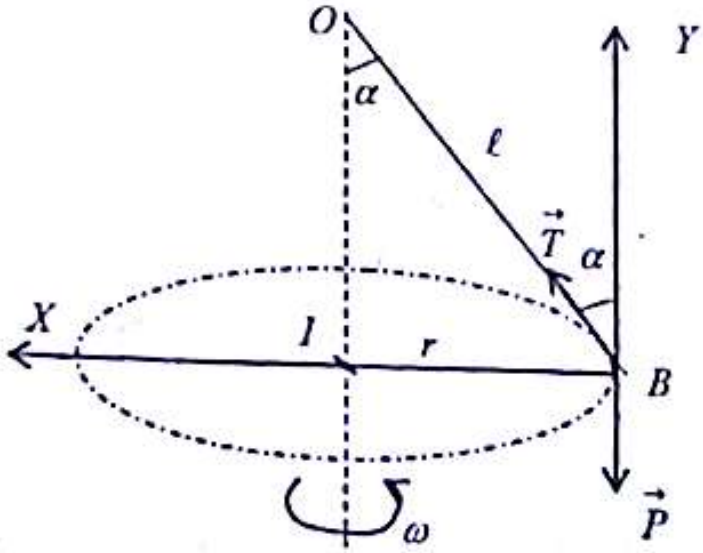
Au point A : $\alpha = 0° \Rightarrow a_t = 10\sin 0°$ $a_t = 0\ ms^{-2}$

3. a) Calcul de ω_0.

Appliquons le T.C.I

$\Sigma = \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur Bx : $0 + T\sin\alpha = ma_n$ (1)



Scanned by CamScanner

(1) $\Rightarrow$ $T\sin\alpha = m a_n$ (3)

(2) $\Rightarrow$ $T\cos\alpha = mg$ (4)

$$\frac{(3)}{(4)} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{a_n}{g} = \frac{\omega^2 r}{g} \text{ avec } r = \ell \sin\alpha$$

$$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\omega^2 \ell}{g}$$

$$\cos\alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{g}{\omega^2 \ell} \leq 1 \Rightarrow \omega \geq \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

D'où $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $\quad AN$: $\omega_0 = \sqrt{\frac{10}{50.10^{-2}}} \approx 4{,}5$ rad/s

$\omega_0 = 4{,}5$ rads^{-1}

b) Calcul de l'angle α_1 si $\omega = 5$ rad s^{-1}.

$$\cos\alpha_1 = \frac{g}{\omega^2 \ell}$$

AN : $\cos\alpha_1 = \frac{10}{5^2 \times 50.10^{-2}} = 0{,}8$; $\quad \alpha_1 = 36{,}9°$

c) Calcul de la tension du fil si $\alpha_1 = 36{,}9°$.

On a (4) $\Rightarrow T\cos\alpha_1 = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha_1}$

AN : $T = \frac{50.10^{-3} \times 10}{0{,}8} = 0{,}625 \Rightarrow T = 0{,}63\ N$

Exercice N° 6 : BAC 2003 Niger Série D 1er groupe

Dans tout le problème on prendra g = 10 ms^{-2}. Des miniers utilisent un monte charge dont la cabine soutenue par un câble, a une masse $m = 5000\ kg$.

Ils opèrent dans un puits de 900m de profondeur. La cabine étant initialement immobile au fond du puits, on se propose d'étudier son mouvement pendant la montée. Ce mouvement se décompose en trois phases :

-1ère phase : une force motrice de $6.10^4 N$ agit sur la cabine et l'entraîne avec un mouvement uniformément accéléré suivant la direction verticale.

-2ème phase : à 150m du fond du puits, la force motrice change de telle sorte que le mouvement de la cabine devienne uniforme sur les 600m suivants.

Scanned by CamScanner

-3ème phase : à 750m du fond du puits, la force motrice change encore une fois de façon que la cabine s'arrête juste à la sortie du puits. Durant tout son déplacement, la cabine est soumise à une force de frottement de $5.10^3 N$.

1. Déterminer la vitesse maximale atteinte par la cabine.
2. Calculer la durée totale de la montée $t = t_1 + t_2 + t_3$ ou t_1, t_2 et t_3 sont les durées respectives des trois phases.
3. Calculer la tension du câble pendant la phase uniforme et pendant le mouvement uniformément retardé.
4. Une personne de masse 80 kg se trouve dans la cabine durant toute la montée. En utilisant un référentiel lié à la cabine, calculer la réaction $\vec{R}$ du sol de la cabine sur la personne pendant les trois phases.

En déduire le poids apparent de la personne dans chacune des trois phases du mouvement de la cabine.

Solution

$H = 900m$; $d_1 = 150m$; $d_2 = 600m$; $d_3 = 150m$

- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Système étudié : force motrice F (1ère phase), le poids $\vec{p}$ de la cabine, la force frottement $\vec{f}$ la tension du câble (2ème et 3ème phase).

1. Vitesse maximale atteinte par la cabine.

Vmax = V_A (Fin de la 1ère phase)

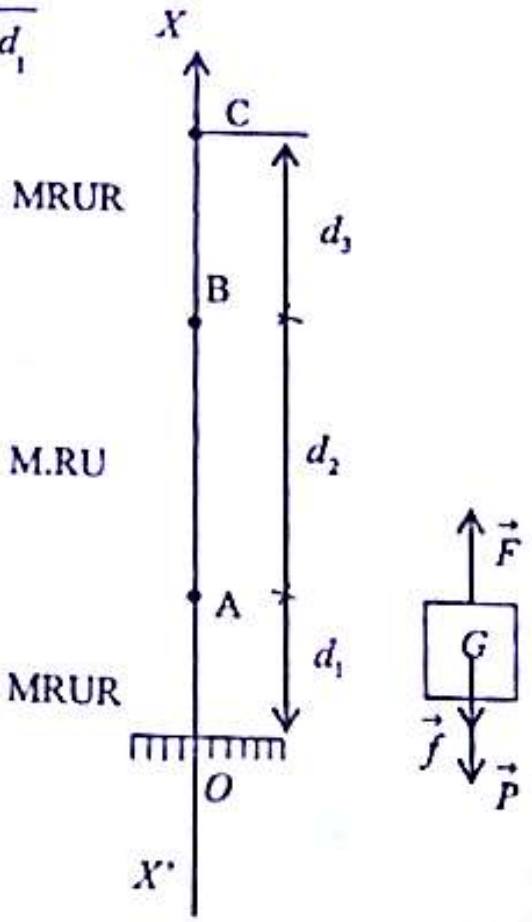
M.RUV : $V_A^2 - V_0^2 = 2a_1 d_1$ or $V_0 = 0 \Rightarrow V_{max} = \sqrt{2a_1 d_1}$

- Calcul de a_1.

TCI: $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1$; $\vec{F} + \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}_1$

Projetons cette relation sur $x'x$

$F - P - f = ma_1$ $\Rightarrow$ $a_1 = \frac{F-f}{m} g$



Scanned by CamScanner

$AN: a_1 = \frac{6.10^4 - 5.10^3}{5000} - 10 \Rightarrow \quad a_1 = 1 ms^{-2}$

- Calcul de $V_{max} = \sqrt{2 \times 1 \times 150}$; $V_{max} = 17{,}3 ms^{-1}$

2. Calcul de $t = t_1 + t_2 + t_3$

- Calcul de t_1

$V_{max} = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_{max}}{a_1} = 17{,}3s$

- Calcul de t_2

$2^{ème}$ phase M.RU : $d_2 = V_{max}\ t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{d_2}{V_{max}}\ t_2 = \frac{600}{17{,}3} = 34{,}7s$

- Calcul de t_3.

- Calcul de a_3 : $V_C^2 - V_B^2 = 2a_3 BC \Rightarrow 0 - V_{max}^2 = 2a_3 d_3$.

$a_3 = \frac{-V_{max}^2}{2d_3} \quad a_3 = \frac{-300}{2 \times 150} = -1 ms^{-2}$

$Vc = a_3 t_3 + V_{max} \Rightarrow t_3 \quad \frac{V_c - V_{max}}{a_3} \Rightarrow t_3 = \frac{0 - 17{,}3}{-1} = 17{,}3s$

D'ou $t = t_1 + t_2 + t_3 = 17{,}3 + 34{,}7 + 17{,}3 \Rightarrow t = 69{,}3s$

3. Calcul de la tension du câble pendant la $2^{ème}$ et la $3^{ème}$ phase du mouvement.

T.C.I : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

Projetons cette relation sur x'x

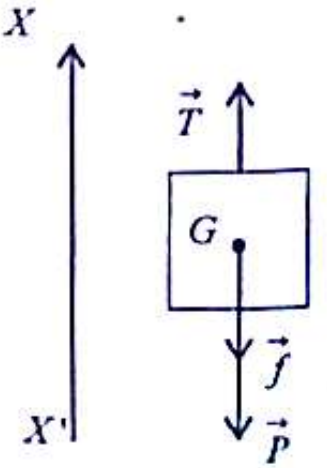
$T - P - f = ma \Rightarrow T\ m(g + a) + f$

$2^{ème}$ phase : $a_2 = 0$; $T_2 = 5000\ (10 + 0) + 5.10^3$

$T_2 = 55.10^3\ N$

$3^{ème}$ phase : $a_3 = -1\ ms^{-2}$; $T_3 = 5000\ (10 - 1) + 5.10^3$

$T_3 = 50.10^3\ N$

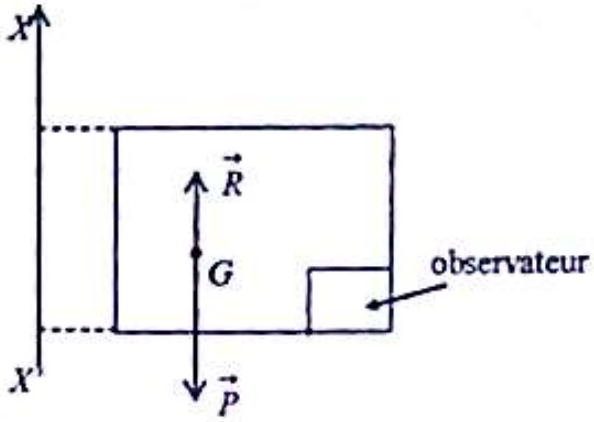


4. Calcul de la réaction R.

- Système étudié : personne de masse M.
- Bilan des forces : le poids P de la personne et la réaction $\vec{R}$ de la cabinesur la personne.

Scanned by CamScanner

TCI : $\Sigma \vec{F}_{ext} = M\vec{a}$; $\vec{R}+\vec{P}=M\vec{a}$



Projetons cette relation sur $x'x$.

$R-P = Ma \Rightarrow R = M(g + a)$

1ère phase : $R_1 = 80\,(10+1)$; $R_1 = 880N$

2ème phase : $R_2 = 80\,(10+0)$; $R_2 = 800N$

3ème phase : $R_3 = 80\,(10-1)$; $R_3 = 720N$

- Le poids apparent est égal à la réaction calculée dans chaque phase.

Exercice N° 7

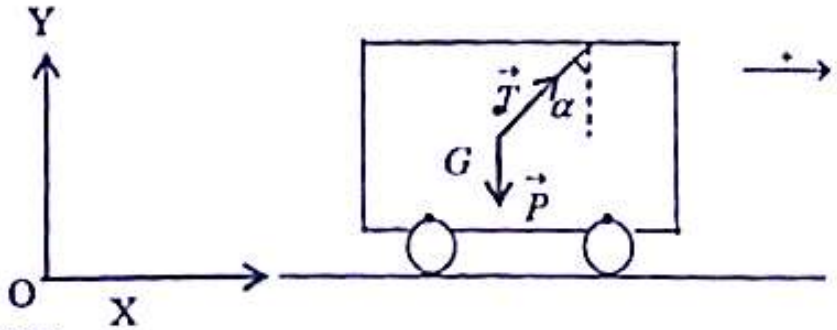
On prendra, $g = 9{,}8ms^{-2}$.

Un pendule, constitué par une petite sphère de plomb suspendue par un fil, étant suspendu, sans osciller, au plafond d'un bus qui roule sur une voie horizontale, déterminer l'angle qu'il forme avec la verticale dans les trois cas suivants :

1. Pendant le parcours en ligne droite, le mouvement étant uniformément accéléré et tel que la vitesse de 72 $km.h^{-1}$ est atteinte après un parcours de 2 km.
2. Pendant le parcours en ligne droite avec la vitesse constante de72 $km.h^{-1}$.
3. Pendant le freinage en ligne droite, le mouvement étant uniformément retardé, et tel que, le bus lancé à 72 $km.h^{-1}$ s'immobilise en 40s.

Solution

- Système étudié : la sphère de plomb.
- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Bilan des forces : la tension du fil $\vec{T}$, le poids de la sphère $\vec{P}$.



Appliquons le TCI.

$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$

Scanned by CamScanner

Projection sur ox : $T\sin\alpha = ma$.

Projection sur oy : $-P + T\cos\alpha = 0$.

$$\left.\begin{aligned} T\sin\alpha &= ma \\ T\cos\alpha &= mg \end{aligned}\right\} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{g}$$

1.1ère phase : MUA $V^2 - V_0^2 = 2a_1 d_1$; $V_0 = 0$; $V = 20 ms^{-1}$.

$$a_1 = \frac{V^2}{2d_1} \qquad A.N: a_1 = \frac{20^2}{2\times 2000} = 0,1 ms^{-2}$$

$$\tan\alpha_1 = \frac{a_1}{g} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{0,1}{9,8} = 1,0210^{-2} \Rightarrow \alpha_1 = 0,585°$$

2. 2ème phase MRU $\Rightarrow a_2 = 0$ $\tan\alpha_2 = 0 \Rightarrow \alpha_2 = 0$.

3. 3ème MRUR $V_f = a_3 t_3 + V$.

$$V_f = 0 \Rightarrow a_3 = \frac{-V}{t_3} = \frac{-20}{40} = -0,5 ms^{-2}$$

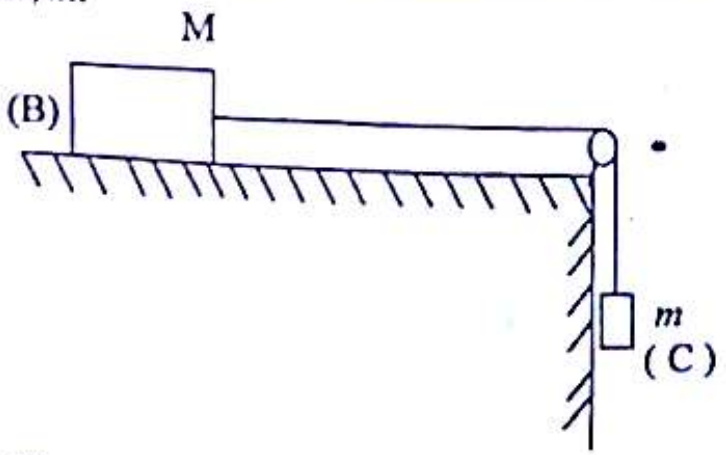
$$\tan\alpha = \frac{a_3}{g} \Rightarrow \frac{-0,5}{9,8} = -0,051 \qquad \alpha_3 = -2,9°$$

Le signe - signifie que le pendule s'incline vers l'avant du bus.

Exercice N° 8

Une brique B de masse $M = 5\,kg$ posée sur une table horizontale est entraînée par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable par une charge c de masse $m = 2\,kg$ abandonnée sans vitesse. On néglige les frottements.

1. Exprimer l'accélération de la brique en fonction de M, m et g. Calculer numériquement a.
2. Exprimer la tension du fil en fonction de g, M, m.
   Calculer numériquement T.

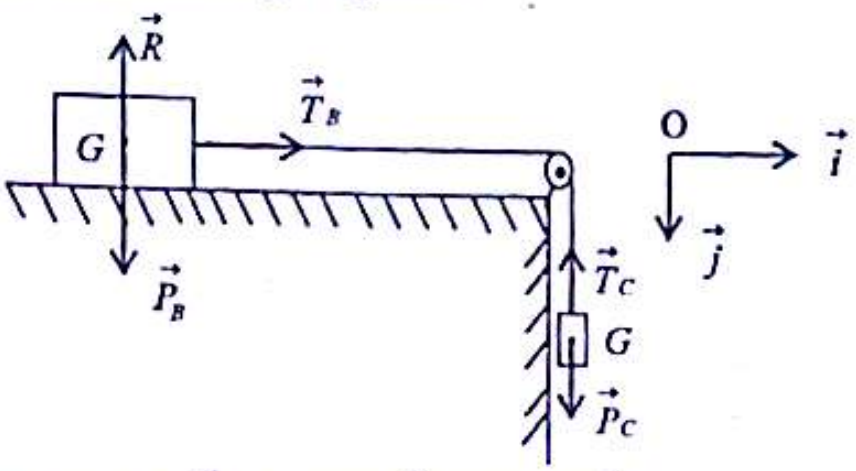


Scanned by CamScanner

Solution

1. L'expression de l'accélération en fonction de M, m et g.

- Système étudié : brique (B).
- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.



- Bilan des forces : poids($\vec{P}_B$) réaction $\vec{R}$; tension ($\vec{T}_B$)

T.C.I : $\sum\vec{F}=M\vec{a} \Rightarrow \vec{P}_B+\vec{R}+\vec{T}_B=M\vec{a}$

Projetons sur (O, $\vec{j}$) : $T_B = Ma$ (1)

- Système : charge (C)

- Bilan des forces $\vec{P}_C;\vec{T}_C$

TCI : $\vec{P}_C+\vec{T}_C=m\vec{a}$

Projetons sur (O, $\vec{i}$) : $P_C - T_C = ma \Rightarrow T_C = mg - ma$ (2)

Fil de masse négligeable, on a alors : $T_C = T_B$

$mg - ma = Ma \Rightarrow a = \frac{m}{m+M}g$

– Calcul de a : $a = 9{,}8\text{x}\frac{2}{5+2} = 2{,}8 ms^{-2}$

2. Tension du fil en fonction de M, m et g.

Soit $T_B = T_C = T$

$T = Ma$ avec $a = \frac{m}{m+M}g$

D'où $T = \frac{mM}{m+M}g$

Calcul de T : $T = \frac{5\times2}{5+2}\times9{,}8 = 14\ N$

$T = 14\ N$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 9

Dans une stand de fête Foraine, un objet (S) de masse m = 5 kg assimilable à un point matériel est placé sur des rails horizontaux de longueur AB. Pour tenter sa force, une personne pousse cette masse avec une force $\vec{F}$ constante, horizontale pendant une durée t = 3 s de A à B.

1. a) Déterminer la nature du mvt de (S) en supposant que (s) glisse sans frottement sur les rails en partant de la position de repos.

b) Sachant qu'à la fin de la période de lancement (S) à un vitesse égale à 6 ms, calculer la valeur numérique de la force $\vec{F}$ appliquée.

c) Calculer la distance de lancement A B.

2. Arrivé en B, (S) doit s'élever sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.

a) En supposant les frottements négligeables long, quelle longueur devrait parcourir l'objet (S) sur un plan incliné suffisamment long jusqu'à ce que sa vitesse s'annule ? On prendra g = 10 ms^{-2}.

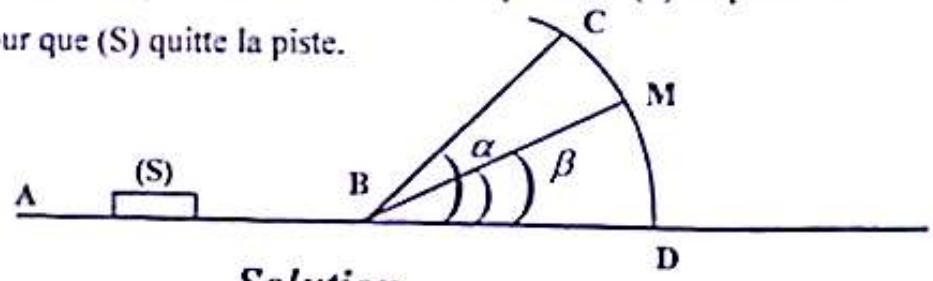
b) En réalité, on constate que (S) parcourt une distance BC = L_1 = 3m le long du plan incliné. En supposant que les frottements sont équivalents à une force unique $\vec{F}$ parallèle au plan incliné et dirigée en sens contraire du vecteur vitesse $\vec{V}$ calculer la norme de $\vec{F}$.

3. A l'extrémité C du plan incliné BC, le mobile (S) aborde sans vitesse une piste circulaire CD de centre B de rayon L_1 = BC = 3m. La position de l'objet (S) sur la piste circulaire CD est repérée par l'angle $\beta = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM})$. Les frottements sont négligés.

a) Exprimer en fonction de L_1, α, β et g la vitesse de (S) au point M.

b) Exprimer en fonction de m, g, β et α la réaction de la piste sur (S) au point M.

Trouver la valeur de β pour que (S) quitte la piste.



Solution

1. a) La nature du mouvement.

- Système : Solide (S) repère terrestre supposé galiléen.
- Bilan des forces $\vec{P}$, $\vec{R}$ $\vec{F}$.

T.C.I. $\sum \vec{F}\,ext = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{P}, \vec{R}, \vec{F} = m\,\vec{a}$

Projection sur $\overrightarrow{AB} \Rightarrow F = m\,a$

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{F}{M} = cte > 0 \\ \text{AB horizontale} \end{array}\right\} \text{le mouvement de (S) est RUV}$$

Scanned by CamScanner

b) La valeur numérique de F.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{6-0}{3-0} \Rightarrow a = 2ms^{-2}$$

F = m a F = 5 x 2 $\Rightarrow$ F = 10 N

c) La distance du lancement AB.

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$$

$$AB = x - x_0 = \frac{V^2 - V_0^2}{2a} = \frac{36}{2x2} = 9m$$

2. a) La distance que l'objet devrait parcourir.

- Bilan forces $\vec{P}, \vec{R}$

$T.E.C$ entre B et C : $\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$W_{\vec{R}} = 0$; $W_{\vec{P}} = -Ph = mgl' \sin\alpha$

$$-\frac{1}{2} m V_B^2 = mgl' \sin\alpha \Rightarrow l' = \frac{V_B^2}{2g \sin\alpha} \; AN \; l' = 3,6m.$$

b) La norme de f:

$T.E.C$ entre C et B : $-\frac{1}{2} m V_B^2 = -mgL_1 \sin\alpha - f L_1$

$$f = m\left(\frac{V_B^2}{2L_1} - g\sin\alpha\right) \quad AN \; f = 5\left(\frac{36}{2x3} - 10x0,5\right) \quad f = 5N$$

3. a. L'expression de V_N en fonction de L_1, α, β et g.

$T.E.C$ entre C et M : $\frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = W_{\vec{R}} + W_{\vec{P}}$

$$\frac{1}{2} m V_M^2 = mgh' = mgL_1(\sin\alpha - \sin\beta) \Rightarrow V_M = \sqrt{2gL_1(\sin\alpha - \sin\beta)}$$

b. Expression de la réaction de la piste

$T.C.I : \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection sur la normale : $P_N - R_N = m a_N$

$$mg\sin\alpha - R = M\frac{V_M^2}{L_1} \Rightarrow R = RM(g\sin\beta - 2g(\sin\alpha - \sin\beta)$$

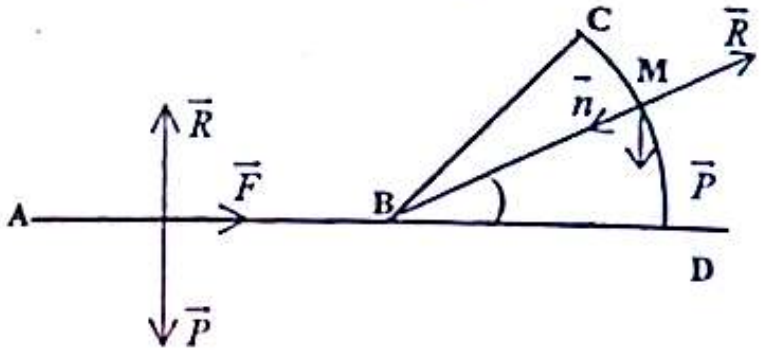
$$R = M[3g\sin\beta - 2g\sin\alpha] = mg(3\sin\beta - 2\sin\alpha)$$

La valeur de β pour que (S) quitte la piste.

R = 0 $\Rightarrow$ $3\sin\beta - 2\sin\alpha = 0$

$$\sin\beta = \frac{2}{3}\sin\alpha \quad AN \sin\beta = \frac{2}{3}\sin 30 \Rightarrow \beta = 19,47°$$

Scanned by CamScanner



Exercice N° 10

En un lieu ou g = 9,8ms^{-1}, un mobile = 50 g glisse sur un banc à un coussin d'air incliné d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à l'horizontale.

Un série de paires de cellules photoélectriques disposées le long du banc et reliés à un ordinateur permettant de déterminer la vitesse instantanée V du mobiles pour des abscisses choisies.

Tableau des mesures

Abscisse x (10^{-1} m)	X_0	0	20	40	60	80	100
V (ms^{-1})	0	V_0	0,92	1,20	1,43	1,63	1,80

1. On admet l'existence d'une force de frottement $\vec{f}$ de faible intensité constante et opposée au mouvement.

   a) En appliquants au solide le théorème du centre d'inertie ; établir l'expression de l'accélération en fonction des données littérales. En déduire la nature théorique du mouvement.

   b) Ecrire la relation liant la vitesse v et l'abscisse x.

2. a) Quelle courbe peut-on tracer pour vérifier à partir des données expérimentales les résultats théoriques précédents ? Construire cette courbe en prévoyant sur l'axe des x une gradation de - 0,2 à 1m. Préciser les échelles choisies pour que l'ensemble des valeurs du tableau soient représentées.

   b) La courbe confirme-t-elle la nature théorique du mouvement établie en 1) a.

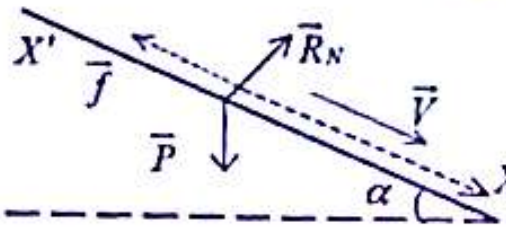
   En déduire : - La valeur de l'accélération du mobile.
   - La valeur x_0 de l'abscisse x lorsque V = 0.
   - La valeur de V_0.

3. Calculer la valeur *f* de la force de frottement. Pouvait-on négliger cette force ? (Justifier la réponse).

Scanned by CamScanner

Solution

1. a) Expression de l'accélération a.



$T.C.I : \sum \vec{F}\ ext = m\ \vec{a}$

$\vec{R}_N + \vec{f} + \vec{P} = m\ \vec{a}$

Sur X'X : O - f + P sin α = m a $\Rightarrow$ a = g sin α - $\frac{f}{m}$

Nature théorique du mouvement.

a = cte $\Rightarrow$ M.R.U.V.

b) Relation liant V et x.

$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$

2. a). Courbe à tracer.

$V^2 = 2ax - (V_0^2 - 2ax_0) \Rightarrow V^2 = Ax + B$

On doit représenter la courbe $V^2 = f(x)$

x (10^{-2}m)	x_0	0	20	40	60	80	100
V^2 (ms^{-2})	0	V_0^2	0,85	1,44	2,05	2,66	3,24

Echelles : 1 cm $\rightarrow$ 10 10^{-2}m

1 cm $\rightarrow$ 0,5 $(ms^{-1})^2$

b) La courbe obtenue est une fonction affine de x.

Son équation est de la forme $V^2 = Ax + B$, donc elle est en accord avec la nature théorique du mouvement établi.

- Valeur de a.

$$A = \frac{\Delta V^2}{\Delta x} = \frac{2,66 - 0,85}{(80 - 20)10^{-2}} = 3 \Rightarrow 2a = 3\frac{f}{p}$$

a = 1,5ms^{-2}

- Valeur = x_0 x_0 = 0,02m = 2$10^{-2}$m.
- Valeur de V_0

si x = 0 V_0^2 = B or B = 0,275 m^2/s^2

V_0^2 = 0,52ms^{-1}

3. Calcul de f.

f = m (g sin α -a) f = 50.10^{-3} (9,8 sin 10° - 1,5)

f = 0,01 N

$\frac{p}{f}$ = 49 f << p (on peut la négliger f).

Scanned by CamScanner

Exercice N°11 Bac 2004 Série D

On dispose d'un ressort R à spires non jointives, de masse négligéable, de raideur K et de longueur à vide $\ell_o = 18cm$.

1. A une extremité du ressort R, vertical dont l'autre extremité est fixée en un point, on accroche un solide S_1 de masse $m_1 = 320$ g. La longueur du resort à l'équilibre est $\ell_1 = 23cm$.
Calculer K.

2. Le solide S_1 reste suspendu à l'extrémité inférieure du ressort. On réalise un pendule conique en fixant l'autre extrémité à un axe vertical animé d'un mouvement de rotationn uniforme. L'axe du ressort décrit un cône dont le demi-angle au sommet est $\alpha = 60^\circ$ (Figure 1).

a) Déterminer la longueur ℓ_2 du ressort.

b) Calculer la fréquence de rotation du système.

3. Le solide S_1 (Figure 2) peut glisser sans frottement sur un plan incliné faisant un angle $\beta = 30^\circ$ avec le plan horizontal. Le solide S_2 de masse $m_2 = 400$ g est relié à S_1 par un fil inextensible. Le fil passe par la gorge d'une poulie tournant sans frottement autour d'un axe horizontal Δ passant par son centre. On néglige les masses du fil et de la poulie.
On abandonne le système sans vitesse initiale.

a) En appliquant le thèorème de l'énergie cinétique, donner l'expression de l'accélération du mouvement des solides.

b) Vérifier la réponse en utilisant le théorème du centre d'inertie.

c) Calculer la vitesse acquise au bout du temps t = 0,1s.

On prendra l'accélération de la pesanteur g = 10 m/s².

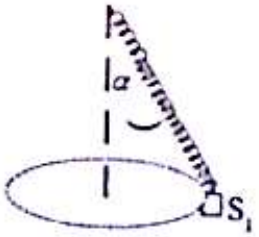


Figure 1

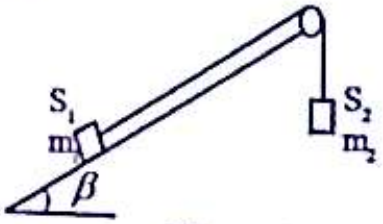
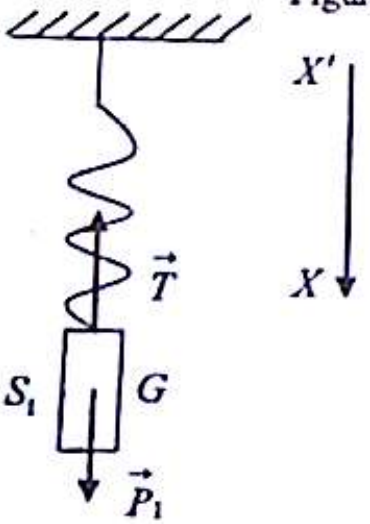


Figure 2

Solution



1. Calcul de K

- Systeme : S_1
- Bilan des forces : $\vec{P}_1, \vec{T}$

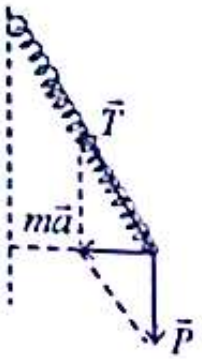
équilibre : $\vec{P}_1 + \vec{T} = \vec{0}$

Sur $X'X$: $P_1 - T = 0 \Rightarrow P_1 = T = K(l_1 - l_0)$

$$m_1 g = K(l_1 - l_0) \Rightarrow K = \frac{m_1 g}{l_1 - l_0}$$

$$K = \frac{0,320.10}{5.10^{-2}} \Rightarrow K = 64 Nm^{-1}$$

Scanned by CamScanner



2. a) Détermination de ℓ_2

- Systeme : S_1.
- Bilan des forces : $\vec{P}_1, \vec{T}$.

$T.C.I : \vec{P}_1 + \vec{T} = m\vec{a}$

$$\cos\alpha = \frac{P_1}{T}$$

$$T = \frac{P_1}{\cos\alpha} = K(\ell_2 - \ell_0)$$

$$\ell_2 = \frac{m_1 g}{K\cos\alpha} + \ell_0$$

$$AN : \ell_2 = \frac{0,32.10}{64.\cos 60} + 0,18 \Rightarrow \ell_2 = 0,28m$$

b) Fréquence de rotation

$$\tan\alpha = \frac{m_1 a}{m_1 g} = \frac{a}{g} \quad or\ a = \omega^2\, r\ et\ r = \ell_2 \sin\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\omega^2 \ell_2 \sin\alpha}{g}$$

$$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\omega^2 \ell_2}{g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell_2 \cos\alpha}} = 2\pi N$$

$$N = \frac{\sqrt{\frac{g}{\ell_2\cos\alpha}}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{10}{0,28\cos 60}}}{2\pi} = 1,345Hz$$

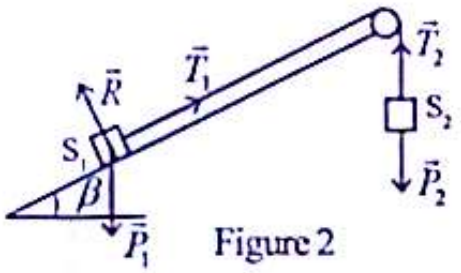


Figure 2

3. a) Appliquons le T.E.C.

$$S_1 : E_{C_1} = \frac{1}{2}mV_1^2 = W(\vec{P}_1) + W(\vec{R}) + W(\vec{T}_1)$$

$$E_{C_1} = -m_1 g x \sin\beta + T_1 x$$

$$S_2 : E_{C_2} = \frac{1}{2}mV_2^2 = W(\vec{P}_2) + W(\vec{T}_2)$$

$$E_{C_2} = m_2 g x - T_2 x$$

La poulie de masse négligeable : $T_1 = T_2$.

T.E.C :

$$\frac{1}{2}m_1 V^2 + \frac{1}{2}m_2 V^2 = m_2 g x - m_1 g x \sin\beta$$

$$V^2(m_1 + m_2) = 2gx(m_2 - m_1 \sin\beta)$$

$$a = \frac{V^2}{2x} = g\frac{(m_2 - m_1\sin\beta)}{m_1 + m_2} \quad a = \frac{10(0,4 - 0,32\sin 30)}{0,72} \qquad a = 3,33ms^{-2}$$

Scanned by CamScanner

b) Appliquons le T.C.I :

$S_1 : \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{R} = m_1\vec{a}$

$sur\ OX : T_1 - m_1 g \sin\beta = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1 a + m_1 g \sin\beta$

$S_2 : \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}$

$sur\ OY : -T_2 + m_2 g = m_2 a \Rightarrow T_2 = -m_2 a + m_2 g$

$T_1 = T_2 \Rightarrow m_1 a + m_1 g \sin\beta = -m_2 a + m_2 g$

$a = g\dfrac{m_2 - m_1 \sin\beta}{m_1 + m_2}$: *vérifié*

c). Calculons la vitesse :

$V = at$ AN: $V = 3,33.0,1 = 0,333 ms^{-1}$

Scanned by CamScanner

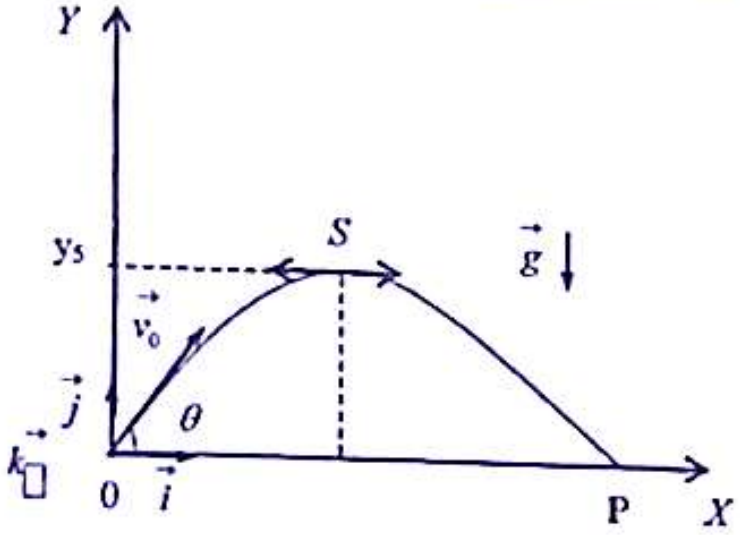
Chapitre 3

MOUVEMENT DANS UN CHAMPS UNIFORME

RAPPEL DU COURS

I MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

1. Equations horaires



Un projectile est lancé d'un point O avec une vitesse formant un angle θ avec l'horizontale
On néglige les frottements de l'air.

$$t=o \quad M_o\begin{vmatrix} x_o=o \\ y_o=o \\ z_o=o \end{vmatrix} \quad \vec{V_o}\begin{vmatrix} V_{ox}=V_o\cos\theta \\ V_{oy}=V_o\sin\theta \\ V_{oz}=o \end{vmatrix}$$

T.C.I $\vec{P}=m\vec{g}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$ projection sur $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

$\vec{a}(a_x=0\,;\ a_y=-g\,;\ a_z=0)$ $\vec{V}(V_x=V_0\cos\theta\,;\ V_y=-gt+V_0\sin\theta\,;\ V_z=0)$;

$$\left(\ x=(V_0\cos\theta)t\,;\quad y=-\frac{1}{2}gt^2+(V_0\sin\theta)t\,;\ z=0\ \right)$$

Remarque: z = 0, le mouvement a lieu dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$

Scanned by CamScanner

2. Equation de la trajectoire : $y = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\theta} x^2 + x\tan\theta$
la trajectoire est une parabole

3. Portée du tir : Au point P $y = 0 \Rightarrow X_P = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

4. Hauteur maximale (flèche).

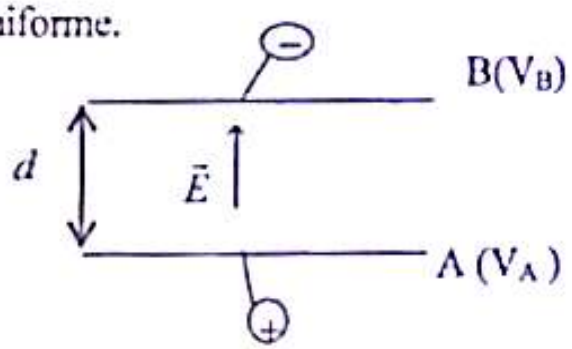
Au point S ; $V_y = 0 \Rightarrow y_s = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

5. Vitesse du projectile en P.

On montre que $V_P = V_0$

II MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE UNIFORME

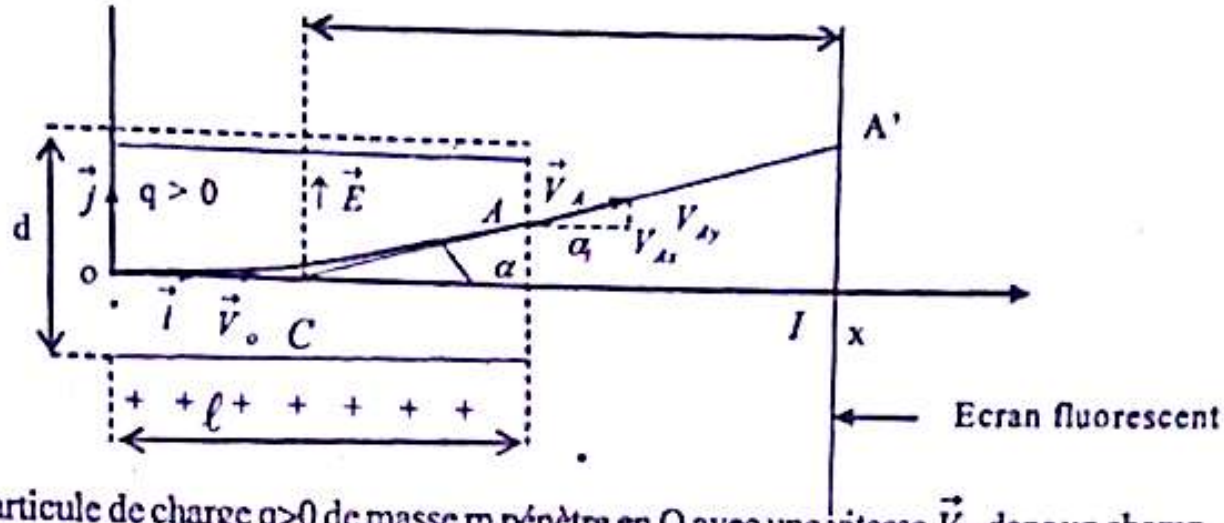
1. Champ électrique uniforme.



Entre les plaques A et B règne un champ électrique uniforme ayant les caractéristiques suivantes :

- Direction : perpendiculaire aux plaques.
- Sens : de la plaque positive vers la plaque négative.
- Norme : $E = \frac{U_{AB}}{d} = \frac{V_A - V_B}{d}$

2. Etude du mouvement d'une particule chargée dans une région où règne $\vec{E}$ uniforme.



Une particule de charge q>0 de masse m pénètre en O avec une vitesse $\vec{V}_0$ dans un champ électrique uniforme. Elle sort en A.

$\left(OC = \frac{\ell}{2}\right)$

• Equations horaires :

T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\quad q\vec{E} = m\vec{a}$

$$t = o \begin{vmatrix} x_o = o \\ y_o = o \\ z_o = o \end{vmatrix} \quad \vec{V}_o \begin{vmatrix} V_{ox} = V_o \\ V_{oy} = o \\ V_{oz} = o \end{vmatrix}$$

Projection sur $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{vmatrix} ; \quad \vec{V} \begin{vmatrix} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{q}{m}Et \\ V_z = 0 \end{vmatrix} ; \quad \overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x = V_o t \\ y = \frac{qE}{2m}t^2 \\ z = 0 \end{vmatrix}$$

$z = 0 \Rightarrow$ le mouvement a lieu dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$

• Equation de la trajectoire :

$$y = \frac{qE}{2mV_0^2}x^2$$

Scanned by CamScanner

- Vitesse au point A

Au point A x = l on établit : $VA = \sqrt{V_0^2 + (\frac{qEl}{mV_0})^2} > Vo$

- Déviation électrique (α)

$$\tan\alpha = \frac{qEl}{mV_0^2}$$

- Déflexion électrique

$y_{A'} = IA' = D\tan\alpha$

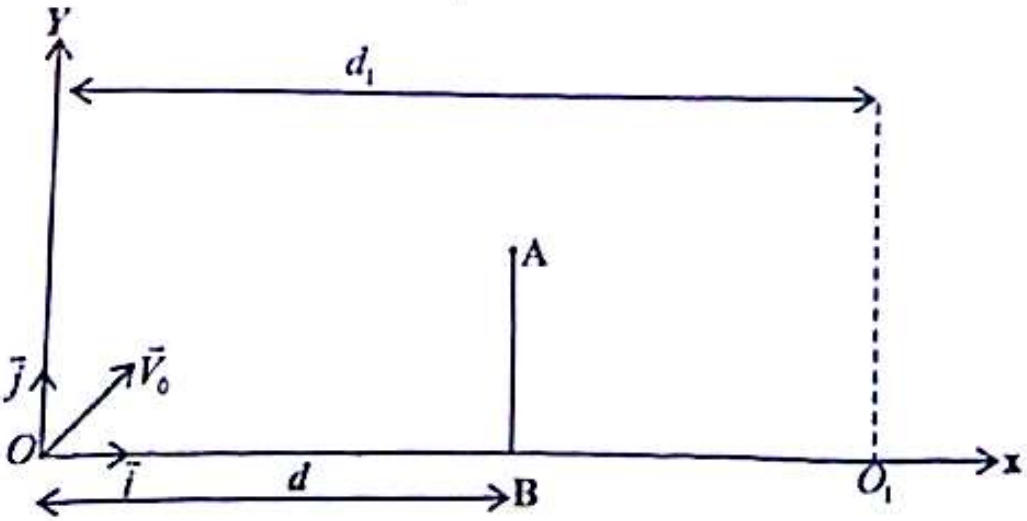
$$y_{A'} = D\frac{qEl}{mV_0^2}$$

Exercices

Exercice N° 1

On étudie de façon approchée la trajectoire d'une balle de golf. Un joueur communique à cette balle, une vitesse $\vec{V_0}$ à l'aide d'une canne de golf (figure). On donne g = 10ms^{-2} et on néglige la résistance de l'air.

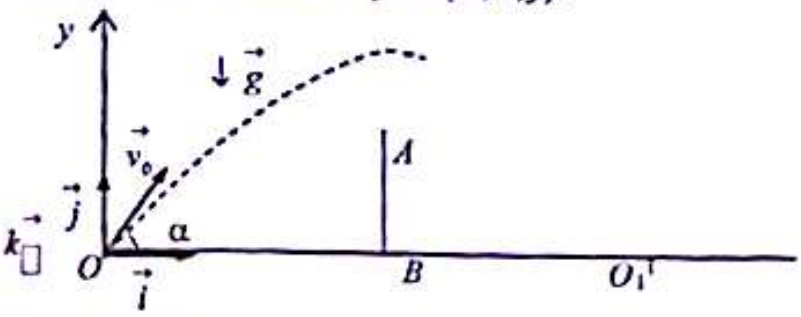
1. Montrer que la trajectoire de la balle est dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3. Dans ce lancer, $V_0 = 20ms^{-1}$ et $\alpha = 45°$. A la distance d = 5m de 0 se trouve un petit arbre AB de hauteur AB = h = 4m. Montrer que la balle peut passer au dessus de l'arbre.
4. Le trou que doit atteindre la balle est en O. La verticale de O_1 est à $d_1 = 42$ m de O.
   a) Avec les données précédentes calculer l'abscisse du point d'impact de la balle sur le sol.
   b) La balle atteindra-t-elle le trou O_1 ?



Scanned by CamScanner

Solution

1. Montrons que la trajectoire est dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



- Système étudié : la balle.
- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Bilan des forces : $\vec{P}$
- TCI $\sum \vec{F}_{EXT} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$t=o \begin{vmatrix} x_o = o \\ y_o = o \\ z_o = o \end{vmatrix} ; \quad \vec{V_o} \begin{vmatrix} V_{ox} = V_o \cos\alpha \\ V_{oy} = V_o \sin\alpha \\ V_{oz} = o \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \begin{vmatrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \\ z = 0 \end{vmatrix} \quad \vec{V} \begin{vmatrix} \dot{x} = V_o \cos\alpha \\ \dot{y} = -gt + V_o \sin\alpha \\ \dot{z} = 0 \end{vmatrix} \quad \overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x = tV_o \cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_o \sin\alpha)t \\ z = 0 \end{vmatrix}$$

$z = 0 \Rightarrow$ la balle se déplace dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2. Equation de la trajectoire.

$$x = V_0 t\cos\alpha \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x\tan\alpha$$

3. Pour $V_0 = 20ms^{-1}$ et $\alpha = 45°$, calculons y si $x = d = 5m$.

$$y = -\frac{10}{2.20^2 \cos^2 45} 5^2 + 5.1 = 4,375m \qquad y = 4,38m$$

On constate que $y > AB = h$. Donc la balle passe au dessus de l'arbre.

Scanned by CamScanner

4. a) Détermination de l'abscisse du point d'impact.

Au point d'impact $y = 0$

$$\frac{-g}{2V_o^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = 0; \qquad x\left(\frac{-gx}{2V_o^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha\right) = 0;$$

$x = 0$ position initiale

$$\frac{-gx}{2V_o^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha = 0; \qquad \frac{-g}{2V_o^2\cos^2\alpha}x = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow x = \frac{V_o^2\sin 2\alpha}{g}$$

Application numérique : $x = \frac{20^2 \sin 2.45}{10} = 40m$

b) $x < d_1 = 42$m, alors la balle n'atteindra pas le trou O_1.

Exercice N° 2 : (Bac Niger 1997)

On se propose d'étudier un tir du ballon dans un match de football. On admet les hypothèses suivantes :

- le ballon est assimilé à un point matériel ;
- l'influence de l'air est négligeable ;
- le champde pesanteur est considéré comme uniforme et son intensité g = 10 ms^{-2}. Le ballon et le gardien impliqué dans la suite sont situés sur la médiatrice de la ligne des buts.

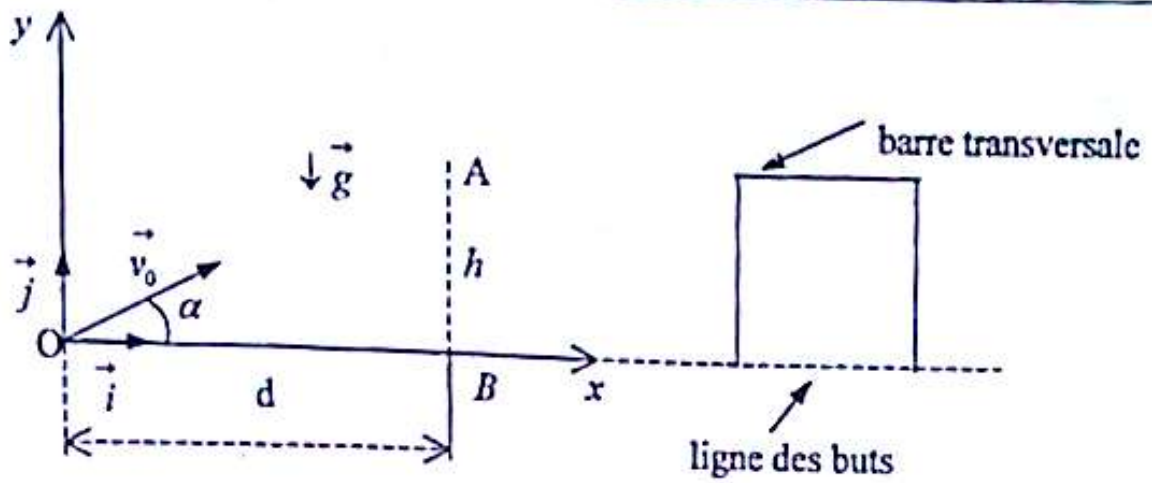
Le joueur en possession du ballon constatant que le gardien s'est avancé de cinq mètres devant le but AB, tente un lob. Le ballon considéré immobile sur le sol horizontal, part du point O avec une vitesse initiale $\vec{V_o}$ contenu dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle $\alpha = 30°$. OA = d = 30 m

1. Montrer que le ballon se déplacera dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
2. Etablir l'équation de la trajectoire suivie par le ballon dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ en fonction de α, g et V_0.
3. La barre transversale du but est située à une hauteur h = 2,44m du sol. Calculer la vitesse V_0 qui communiquée au ballon, lui permettra de pénétrer dans les buts juste au ras de la barre transversale, le gardien n'ayant rien fait pour l'arrêter.
4. Gardant sa position indiquée au début de l'énoncé, le gardien saute verticalement en levant les bras. Ses mains atteignent la hauteur de 2,80m au dessus du sol.

a) Le gardien arrêtera-t-il le ballon si $V_0 = 20$ ms^{-1}, sachant que pour arrêter le ballon, il lui suffit de la toucher ?

b) Le but est-il marqué ?

Scanned by CamScanner



Solution

1. Montrons que le ballon est dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Système : ballon.

Forces appliquées au ballon : poids $\vec{p}$.

T.C.I $\vec{p}=m\vec{g}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=\vec{g}$

Projection suivant $(O, \vec{i})$ et $(O, \vec{j})$ t = 0.

$$\vec{V}_0\begin{vmatrix} V_{0x}=V_0\cos\alpha \\ V_{0y}=V_0\sin\alpha \\ V_{0z}=0 \end{vmatrix} \qquad O\begin{vmatrix} x_o=o \\ Y_o=o \\ y_o=o \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=0 \\ a_y=-g \\ a_z=0 \end{vmatrix} ; \quad \vec{V}\begin{vmatrix} V_x=V_0\cos\alpha \\ V_y=-gt+V_0\sin\alpha \\ V_z=0 \end{vmatrix} ; \quad \vec{OM}\begin{vmatrix} x=tV_0\cos\alpha \\ y=-\frac{1}{2}gt^2+(V_0\sin\alpha)t \\ z=0 \end{vmatrix}$$

$z=0\Rightarrow$ Le mouvement a lieu dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2. Equation la trajectoire $y=\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$.

3. Calculons V_0, pour que la balle pénètre les buts en rasant la barre transversale.

Dans l'équation $y=\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$; x = d = 30m.

Scanned by CamScanner

$$V_0^2 = \frac{gx^2}{2\cos^2\alpha(x\tan\alpha - y)} \qquad V_0 = \frac{x}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(x\tan\alpha - y)}}$$

$$AN : V_0 = \frac{30}{\cos 30°}\sqrt{\frac{10}{2(30\tan 30° - 2{,}44)}} = 20{,}1 ms^{-1} \quad ; \quad V_0 = 20{,}1 ms^{-1}$$

4. a) Le gardien arrêtera le ballon si l'ordonnée du ballon pour x = 25 est inférieure ou égale à 2,80 m.

Calculons $Y_{25} = \frac{-10x25^2}{2x20^2\cos^2 30} + 25\tan 30$ $Y_{25} = 4{,}02$ m

$Y_{25} > 2{,}80$m, le gardien n'arrêtera pas le ballon

a) Le but est marqué si pour x = 30m.

$Y_{30} \leq h$

Calcul de Y_{30} : $Y_{30} = \frac{-10x30^2}{2x20^2\cos^2 30} + 30\tan 30 = 2{,}32$ m

$Y_{30} < 2{,}44$ le but est alors marqué.

Exercice N° 3

Dans tout l'exercice, on assimilera la balle à un point matériel. On néglige la résistance de l'air et on prendra $g = 10ms^{-2}$.

Au volley-ball, le joueur qui effectue le service frappe la balle à la hauteur h du sol et à la distance L du filet. La hauteur du filet est H = 2,43m. La ligne de fond du camp adverse est à D = 9m du filet.

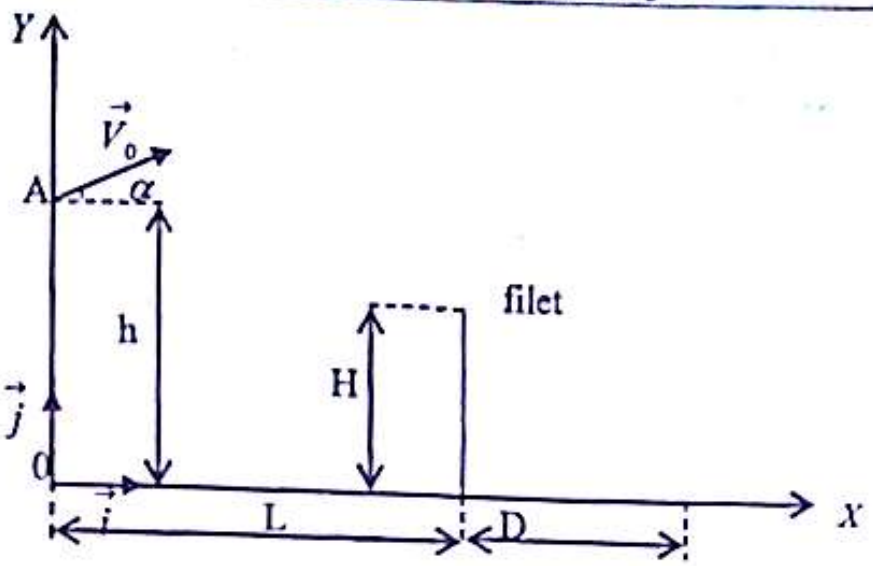
Pour que le service soit bon, il faut que la balle passe au-dessus du filet et touche le sol dans le camp adverse entre le filet et la ligne de fond.

Pour faire le service, le joueur saute verticalement et frappe la balle en un point A pour lequel h = 3,50 m La vitesse initiale de la balle V_0 fait un angle $\alpha = 7°$ avec l'horizontale (voir figure).

On donne $V_0 = 18ms^{-1}$ et L = 12m.

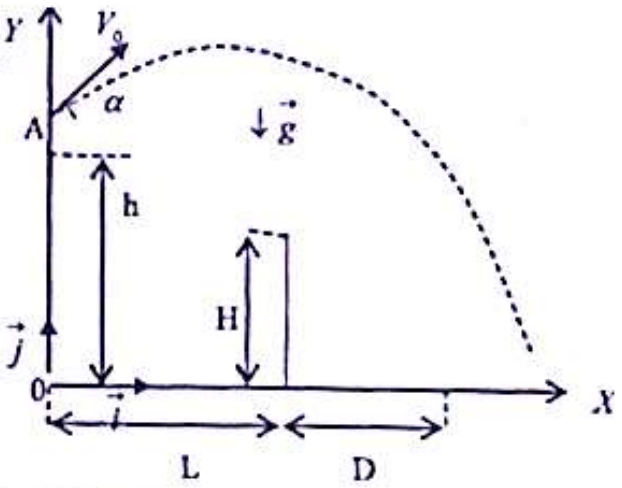
1. a) Etablir les équations horaires du mouvement de la balle dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   b) Déterminer l'équation cartésienne de trajectoire.
2. a) A quel instant la balle passe-t-elle au dessus du filet ?
   b) A quelle hauteur se trouve-t-elle alors ? La balle passera-t-elle au-dessus du filet ?
3. a) A quelle distance de 0, la balle touche-t-elle le sol si elle n'est pas interceptée ?
   b) Le service est –t il bon ? Justifier la réponse.
4. Un joueur adverse souhaite intercepter la balle. A quelle distance du filet doit-il se placer pour intercepter la balle, s'il soulevait ses mains à une hauteur de1m au dessus du sol ?

Scanned by CamScanner



Solution

- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Système étudié : la balle
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de la balle.



1. a) Equations horaires du mouvement.

Appliquons le TCI : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}; \quad t=0 \begin{vmatrix} x_o = 0 \\ y_o = h \end{vmatrix} \qquad \vec{V}_0 \begin{vmatrix} V_{ox} = V_o \cos\alpha \\ V_{oy} = V_o \sin\alpha \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix} \qquad \vec{V} \begin{vmatrix} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin\alpha \end{vmatrix} \qquad \vec{OM} \begin{vmatrix} x = V_0 x \cos\alpha)t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0(\sin\alpha)t + h \end{vmatrix}$$

b) Equation cartésienne de la trajectoire.

$$y = \frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + h$$

2) a) Instant de passage au-dessus du filet.

Au dessus du filet (x = L = 12m)

Scanned by CamScanner

$$t = \frac{L}{V_0 \cos\alpha} \Rightarrow t = \frac{12}{18\cos 7°} \quad \Rightarrow t = 0{,}67s$$

b) Hauteur de la balle au dessus du fil x = L.

$$h_1 = y = \frac{-10}{2.18^2 \cos^2 7°} 12^2 + 12 \times tg7° + 3{,}5 ; \quad h_1 = 2{,}72m$$

$h_1 > H = 2{,}43m$, la balle passera au-dessus du filet.

3. a) La distance de O où la balle touchera le sol.

$$\text{Au sol } y = 0 \Rightarrow \frac{-10x^2}{2.18^2 \cos^2 7°} + x \tan 7° + 3{,}5 = 0.$$

$-0{,}0157x^2 + 0{,}123x + 3{,}5 = 0 \quad \Delta = 0{,}2343 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 0{,}484$

$X_1 = 19{,}38m$, $X_2 < 0$ ne convient pas. La balle tombera à 19,38m du point 0.

b) $\left.\begin{array}{l} 19{,}38m < L + D = 21m \\ et \quad 19{,}38 > L \end{array}\right\}$, le service est bon.

4. Distance entre le joueur et le filet.

$$y = 1m \Rightarrow -0{,}0157x^2 + 0{,}123x + 2{,}5 = 0$$

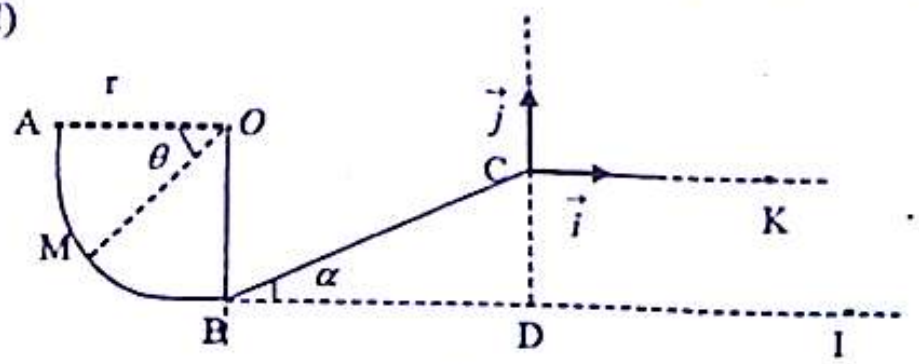
$\Delta = 0{,}175 \Rightarrow x_1' = 16{,}90m \quad x_2' < 0$ ne convient pas. Le joueur doit se placer à 16,90-12 = 4,9m du filet.

Exercice N° 4

Dans tout l'exercice on néglige les frottements. Un solide assimilable à un point matériel S de masse m se déplace sur une piste ABC.

1. Le solide est lâché du point A sans vitesse. Sa position est repérée par l'angle.

$\theta = (\vec{OM}, \vec{OA})$



Scanned by CamScanner

a) Etablir les expressions de :
- la vitesse du solide S en M en fonction de g, r et θ.
- la réaction exercée par la piste sur le solide en M en fonction de m, g et θ.

b) Calculer les valeurs de V_B et R.

2. Calculer la distance BC pour que le solide arrive en C avec une vitesse de 3,5ms^{-1}.

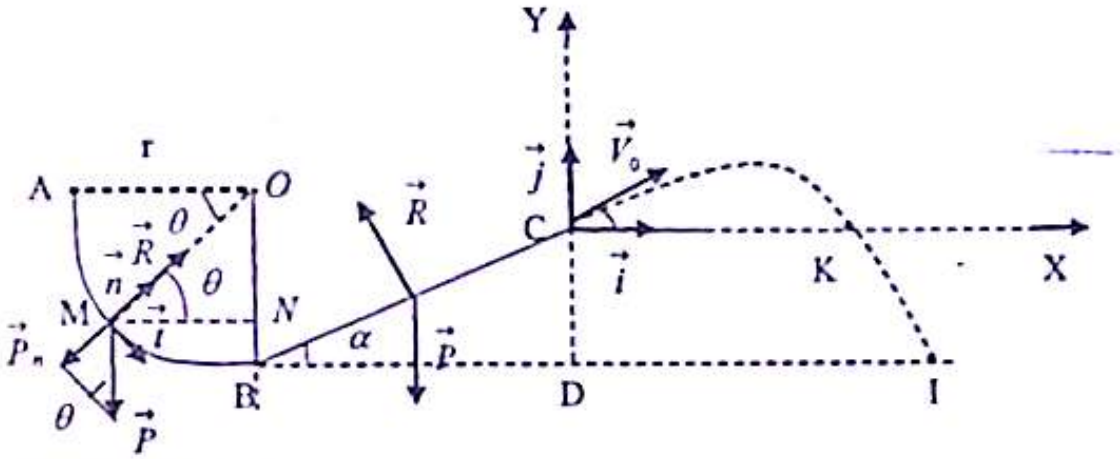
3. Le solide quitte la piste en C avec la vitesse $\vec{V}_C$ de valeur 3,5ms^{-1}. Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de S dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$.

4. A quelle distance de C et à quelle date le solide passe sur le même plan horizontal que C ? soit CK cette distance. Quelle est alors sa vitesse ?

5. Déterminer le point d'impact I du solide sur le plan horizontal BD.

Données : $\alpha = 20°$; m = 2kg ; r = OA = OB = 2m ; g = 9,8 ms^{-2}.

Solution



- Système étudié : le solide S.

- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.

- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de S et la réaction $\vec{R}$ de la piste sur le trajet ABC ; le poids $\vec{P}$ au delà du point C.

1. a) La vitesse du solide en M en fonction de g, r et θ.

Appliquons le TEC : $\Delta Ec = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow \frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$.

$V_A = 0$; $W(\vec{R}) = 0$ ($\vec{R} \perp$ au déplacement).

$\frac{1}{2} m V_M^2 = mgh$ avec h = ON = rsinθ. D'où $V_M = \sqrt{2gr\sin\theta}$.

- La réaction de la piste au point M, R_M = f(m, g et θ)

Appliquons le TCI : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$.

Scanned by CamScanner

Projetons cette relation sur $(M, \vec{n})$: $R_M - P\sin\theta = ma_n$ avec $a_n = \frac{V_M^2}{r}$

$R_M = 3mg\sin\theta$

b) Calcul de V_B et R_B.

En B, $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_B = 6{,}26 ms^{-1}$ $R_B = 58{,}8N$

2. Calcul de la distance BC.

Appliquons le TEC entre B et C : $\frac{1}{2}m V_C^2 - \frac{1}{2}m V_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$W(\vec{R}) = 0$ ($\vec{R} \perp$ au déplacement)

$\frac{1}{2}m V_C^2 - \frac{1}{2}m V_B^2 = -mgBC\sin\alpha \Rightarrow BC = \frac{V_B^2 - V_C^2}{2g\sin\alpha}$

AN: BC = 4,02m

3. Equation de la trajectoire dans le repère $(C, \vec{j})$.

TCI : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$; $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$t = 0 \begin{vmatrix} x_C = 0 \\ y_C = 0 \end{vmatrix}$ $\vec{V}_C \begin{vmatrix} V_{Cx} = V_C\cos\alpha \\ V_{Cy} = V_C\sin\alpha \end{vmatrix}$ $\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$

$\vec{V} \begin{vmatrix} V_x = V_C\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_C\sin\alpha \end{vmatrix}$ $\vec{CM} \begin{vmatrix} x = V_C(\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C(\sin\alpha)t \end{vmatrix}$

D'où $y = \frac{-gx^2}{2V_C^2\cos^2\alpha} + x\,tg\alpha$

4. Distance CK.

Au point K : x = CK et y = 0.

Scanned by CamScanner

$$0 = \frac{-g(CK)^2}{2V_C^2\cos^2\alpha} + CK.tg\alpha \Rightarrow CK = \frac{V_C^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad AN: CK = 0,80m$$

- Date d'arrivée en K.

$$t_K = \frac{x_K}{V_C \cos\alpha} = \frac{CK}{V_C \cos\alpha} \qquad AN : t_k = 0,24s$$

- Vitesse du solide en K.

Appliquons le TEC entre C et K.

$$\Delta E_C = \Sigma W(\vec{F}_{ai}) : \frac{1}{2}mV_K^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = W(\vec{P}) \text{ or } W(\vec{P}) = 0 \text{ de C à K}$$

$$V_K = V_C \Rightarrow V_K = 3,5ms^{-1}$$

5. Coordonnées du point I.

$$y_I = -CD = -BC\sin\alpha \Rightarrow y_I = -1,37m$$

$$y_I = \frac{-gx^2}{2V_C^2\cos^2\alpha} + x.\tan\alpha$$

$$-0,453x^2 + 0,364x + 1,37 = 0$$

$$\Delta = 2,61 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1,62; \quad X_I = 2,19m; \quad I(2,19m ; -1,37m)$$

Exercice N° 5

Un skieur de masse m = 60 kg glisse sur une partie de piste formée de quatre parties AB, BC, CD et DX. AB représente une portion de circonférence de rayon r de centre O telle que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \alpha = \pi/4$. BC est une partie rectiligne horizontale de longueur ℓ =BC=2r. CD est un quart du cecle de centre O'et de rayon et DX une partie horizontale.
Toute la trajectoire est située dans une plan vertical. On prendra g = 9,8 ms^{-2}.
Dans tout le problème on assimilera le mouvement du skieur à point matériel. Le skieur démarre sur la piste, en A avec une vitesse nulle.

1. Pour simplifier on admettrea que le long du trajet BC les frottements exercés par la piste se réduisent à une force unique $\vec{f}$ de même direction que $\vec{V}$, mais de sens contraire et de valeur constante.
   a) Exprimer la vitesse du skieur en B.
   b) Exprimer la vitesse du skieur en C en fonction de *f, r, m* et *g*.
   c) Le skieur arrivant en C, avec une vitesse nulle, déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de *f*.

Scanned by CamScanner

2. Le skieur aborde maintenant la piste CD ($V_C = 0$). Les frottements sont négligeables.

La skieur perd la contact avec piste en un point E tel que $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OE}) = \beta$.

a. Exprimer sa vitesse V_E en fonction de β, r, g, représenter $\vec{V}_E$.

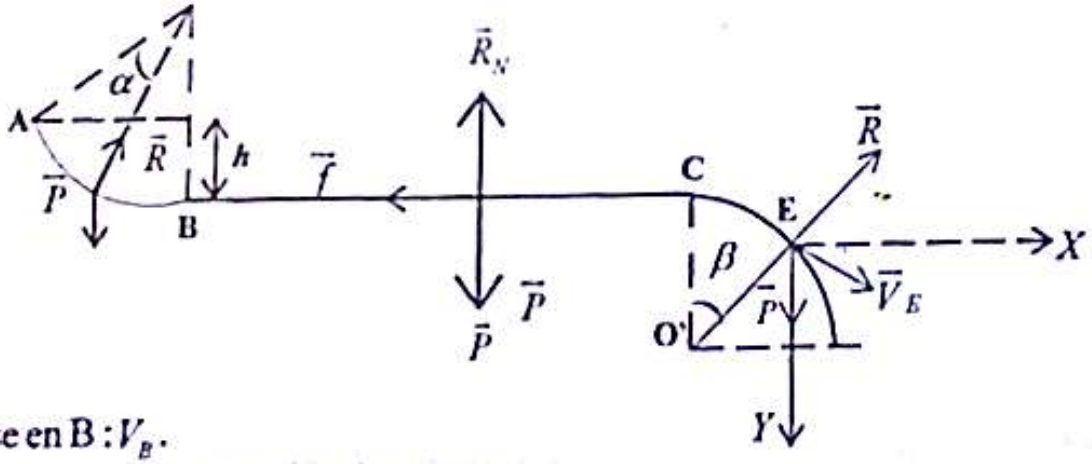
b. Calculer numériquement β.

3. a. Déterminer dans le repère $(E, \vec{i}, \vec{j})$ la nature de la trajectoire du skieur. On donne $\beta = (\vec{i}, \vec{V}_E)$.

b. En quel po zontal passant par D ?



Solution



1. a) Vitesse en B : V_B.

- Système : skieur. Repère terreste galiléen
- Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$.

T.E.C. entre A et B : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mgh$.

$V_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow V_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha)}$

b) Vitesse V_C en fonction de f, r, m, g.

Scanned by CamScanner

T.E.C entre B et C : $\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = - fBC$

$$V_C = \sqrt{V_B^2 - \frac{2fBC}{m}} \qquad V_C = \sqrt{0,59gr - \frac{4rf}{m}}$$

c) Expression de f.

$V_C = 0 \Rightarrow 0,59gr - \frac{4rf}{m} = 0$

$\Rightarrow f = 0,15\ mg$ $\quad AN\ f = 88,2N$

2. $(\overline{O'C}, \overline{O'E}) = \beta$

a) Expression de la vitesse en E : V_E :

T.E.C. entre C et E : $\frac{1}{2} m V_E^2 = mgh \qquad h = r(1 - \cos\beta)$

$$V_E = \sqrt{2gr(1 - \cos\beta)}$$

Représentation : $\overline{V_E}$ tangent à la courbe en E (voir schéma)

b) Calcul de β.

T.C.I. $\overline{P} + \overline{R} = m\overline{a}$ Projection sur $\overline{N}$: $P_N - R_N = ma_N$

$R = mg\cos\beta - \frac{mV_E}{m} = 0$ (le skieur quitte la piste R = 0)

$\cos\beta = 2 - 2\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = 48°,2$

3. a) Nature de la trajectoire.

- Bilan des forces : $\overline{P} = m\overline{g}$

$T.C.I : m\overline{g} = m\overline{a} \Rightarrow \overline{a} = \overline{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_n=0 \\ a_y=g \end{vmatrix} \qquad \vec{V}\begin{vmatrix} V_E=V_E\cos\beta \\ V_y=gt+V_E\sin\alpha \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=(V_E\cos\alpha)t \\ y=\frac{1}{2}gt^2+(V_E\sin\alpha)t \end{vmatrix}$$

Scanned by CamScanner

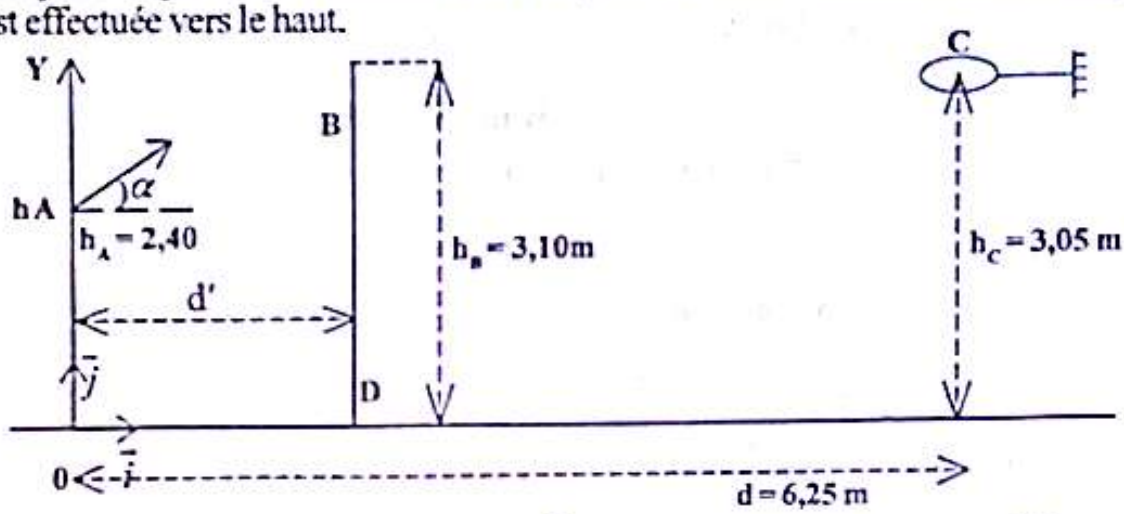
$y = \frac{g}{2V_E^2 \cos^2 \beta} x^2 + x \tan \beta$: trajectoire parabolique.

b) Point ou le skieur touche le sol.

$0{,}08\, x^2 + 1{,}2 + x - 13{,}33 = 0 \Rightarrow x_1 = 7{,}7$ m

Exercice N° 6

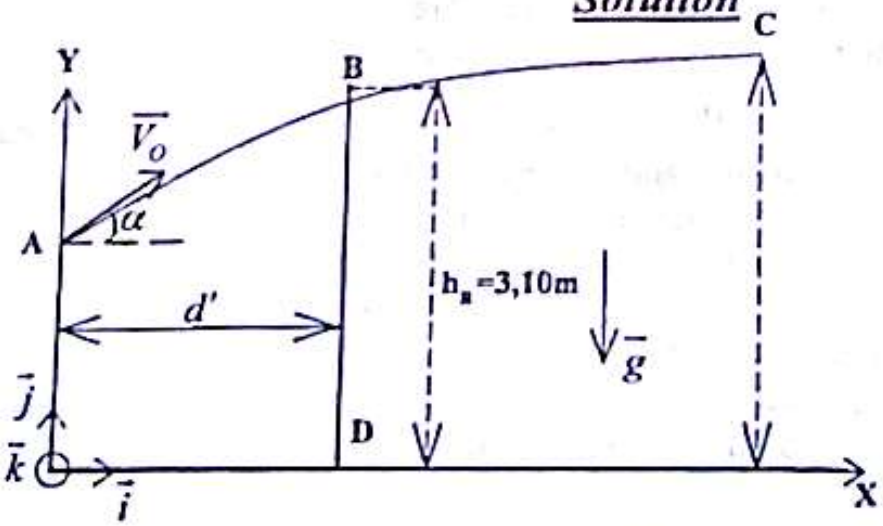
On étudie la trajectoire du centre d'inertie d'un ballon de basket-ball lancé dans le cercle du panier de l'équipe adverse par un jouer attaquant.
On ne tiendra pas compte ni de la résistance de l'air, ni de la rotation éventuelle du ballon.
Le lancer est effectuée vers le haut.



Sa vitesse initiale est représentée par un vecteur $\vec{V}$ situé dans un plan vertical $(O,\vec{i},\vec{j})$ et faisant un angle α avec l'axe horizontal. Données : $g = 10\ ms^{-2}$; $\alpha = 40°$.

1. Montrer que la trajectoire du ballon est dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$.
2. Déterminer l'équation de cette trajectoire.
3. Calculer la vitesse initiale V_o du ballon pour que celui-ci passe exactement au centre du cercle, «Panier» de centre C.
4. Un défenseur BD, placé entre l'attaquant et le panneau de basket, saute vérticalement pour intercepter le ballon: l'extrémité de sa main se trouve en B à l'altitude $h_B = 3{,}10$ m. A quelle distance horizontale maximale d' de l'attaquant doit-il sa trouver pour toucher le ballon du bout des doigts ?

Solution



Système : ballon repère terrestre galiléen.

Bilan des forces $\vec{P}$.

T.C.I $m\vec{g} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Scanned by CamScanner

Montrons que la trajectoire est plane.

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \\ a_z = 0 \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} Vx = V_o \sin\alpha \\ V_Y = -gt + V_o \sin\alpha \\ V_z = 0 \end{cases} \quad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (V_o \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_o \sin\alpha)t + h_A \\ z = 0 \end{cases}$$

$z = 0$ la trajectoire est dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2. Déterminer l'équation de la trajectoire.

$$Y = -\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + h_A$$

3. Calculons la vitesse initiale V_0

$$\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_C^2 = x_C\tan\alpha + h_A - h_C$$

$$V_O = \sqrt{\frac{gx_C^2}{2\cos^2\alpha(x_C\tan\alpha + h_A - h_B)}} \qquad AN : V_0 = 8{,}56\ m\,s^{-1}$$

4. La distance d'.

$$h_B = \frac{-g}{2V_O^2\cos^2\alpha}d'^2 + d'\tan\alpha + h_A \Rightarrow \frac{-10}{2x(8{,}56)^2 x\cos^2 40}d'^2 + d'\tan 40 - 07 = 0$$

$$-0{,}116\,d'^2 + 0{,}839\,d' - 0{,}7 = 0$$

$$d' \cup 1{,}97\ m$$

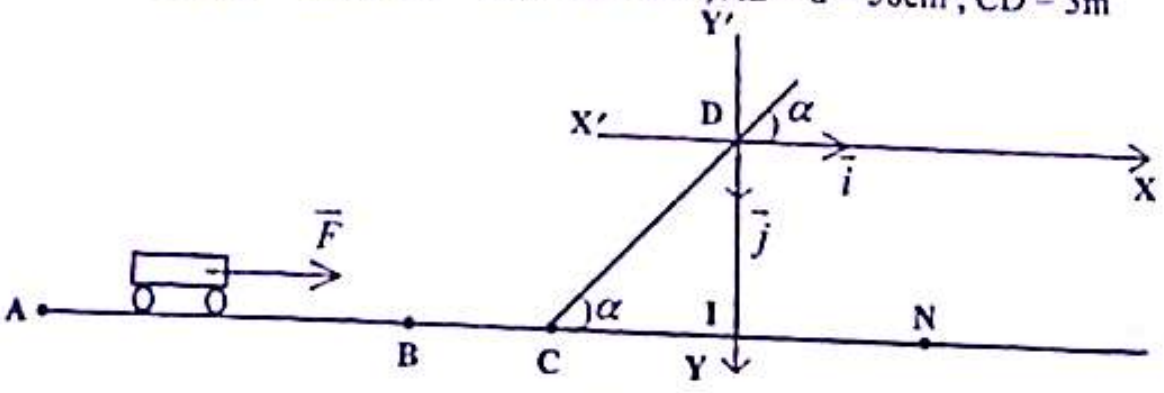
Exercice N° 7

Un chariot de masse m, considéré comme ponctuel, peut glisser sans frottement sur deux rails. Ces rails sont horizontaux entre A et C, puis inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale entre C et D.

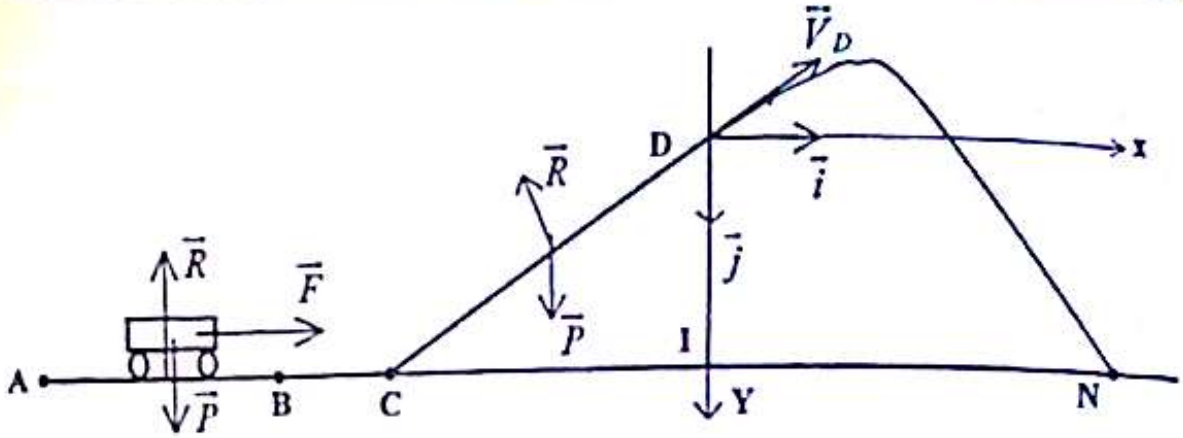
Le force $\vec{F}$ s'exerce uniquement sur la longueur d = AB.

1. Déterminer la vitesse du chariot en B.
2. Montrer que la vitesse du chariot en C est égale à celle en B.
3. a. Déterminer la nature du mouvement du chariot entre C et D.
   b. Avec quelle vitesse le chariot arrive-t-il en D.
4. Arrivé en D, le chariot continue sa course dans le vide et tombe au sol au point N.
   a. Etabli l'équation de la trajectoire du mouvement du chariot dans le repère $(D,\vec{i},\vec{j})$.
   b. Déterminer la hauteur maximale, par rapport au sol, atteinte par le chariot.
   c. A quelle distance de I est tombé le chariot.

Données : m = 10 kg ; g = 10m.s^{-2} ; F = 800N ; $\alpha = 30°$; AB = d = 50cm ; CD = 3m



Scanned by CamScanner



1. Vitesse du chariot en B.

- Système chariot repère terrestre galiléen.

- Bilan des forces $\vec{R}$, $\vec{P}$, $\vec{F}$.

$$\text{T.E.C entre A et B : } \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = F.AB \Rightarrow V_B\sqrt{\frac{2F.AB}{m}}$$

AN : $V_B = 8{,}94\ ms^{-1}$

2. Montrons que $V_C = V_B$

- Bilan forces $\vec{P}$, $\vec{R}$

$$\text{T.E.C} : \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = 0 \Rightarrow V_C = V_B$$

3. a) Nature du mouvement entre C et D

T.C.I $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projections sur $\overrightarrow{CD}$: $-mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha$

$a = cte < 0$ MR. U D.

b) Vitesse en D

$$T.E.C : \frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = -mg\ C\ D\ \sin\alpha$$

$$V_D^2 = -2gCD\sin\alpha + V_C^2 \Rightarrow V_D = \sqrt{V_C^2 - 2gCD\sin\alpha} \qquad V_D = 7{,}07 ms^{-1}$$

4. a) Equation de la trajectoire dans $(D, \vec{i}, \vec{j})$.

T.C.I $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Scanned by CamScanner

$$t=0\ \ \vec{V}_D \begin{vmatrix} V_D\cos\alpha \\ -V_D\sin\alpha \end{vmatrix} \quad D \begin{vmatrix} x_D = 0 \\ y_D = 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = +g \end{vmatrix} \quad \vec{V} \begin{vmatrix} V_x = V_D\cos\alpha \\ V_y = gt - V_D\sin\alpha \end{vmatrix} \quad \overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x = (V_D\cos\alpha)t \\ y = \frac{+1}{2}gt^2 - (V_D\sin\alpha)t \end{vmatrix}$$

$$y = \frac{g}{2V_D^2\cos^2\alpha}x^2 - x\tan\alpha$$

b) La hauteur maximale atteinte. $\qquad y = 0{,}133x^2 - 0{,}58x$

$$V_y = 0 \Rightarrow t = \frac{V_D\sin\alpha}{g} \Rightarrow y_{max} = \frac{1}{2}g\left(\frac{V_D\sin\alpha}{g}\right)^2 - V_D\sin\alpha\left(V_D\frac{\sin\alpha}{g}\right)$$

$$h_{max} = ID + |y_{max}| \qquad h_{max} = -V_D^2\frac{\sin^2\alpha}{2g}$$

$$h_{max} = ID + \left|-V_D{}^2\frac{\sin^2\alpha}{2g}\right| = ID + \frac{V_D{}^2\sin^2\alpha}{2g} \qquad ID = CD\sin\alpha = 1{,}5$$

$$h_{max} = 2{,}125\ m$$

c) La distance IN.

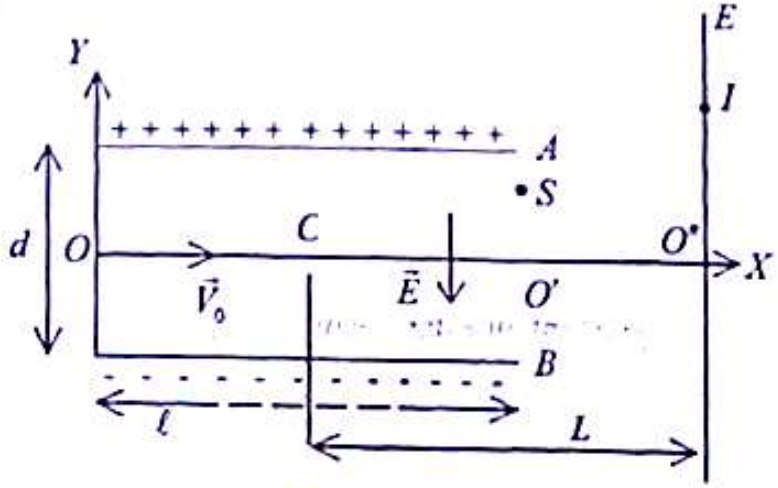
$y = ID \Rightarrow y = 1{,}5 \Leftrightarrow 0{,}133x^2 - 0{,}58x = 1{,}5$

$\Rightarrow 0{,}133\,x^2 - 0{,}58x - 1{,}5 = 0 \qquad \Rightarrow IN = 6{,}18\ m$

Exercice N° 8

Une particule de masse m, de charge q négative animée d'une vitesse $\vec{V}_o$ horizontale, pénètre entre les armatures d'un condensateur plan.

La tension entre les armatures est $V_A - V_B = U$.
La distance entre les armatures est d, leur longueur est l.
La particule sort du condensateur en un point S.
L'expérience a lieu dans le vide et on considérera les effets du poids négligeables devant ceux de la force électrostatique.



Scanned by CamScanner

. Après avoir établi dans le repère (O, x, y) l'équation de la trajectoire décrite par la particule ans le champ électrostatique $\vec{E}$, préciser les coordonnées de S dans ce repère.

. A la sortie du condensateur, la particule frappe un écran fluorescent en un point I. L'écran est itué à la distance L du centre C du condensateur.

a) Quelle est la nature du mouvement de la particule entre le condensateur et l'écran lorsque la différence de potentiel $V_A - V_B = U$.

b) En déduire l'expression de la déflexion Y = O"I en fonction des données. Montrer que la connaissance de y permet de déterminer la charge massique q/m de la particule.

Solution

- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.
- Système étudié : particule de masse m.
- Bilan des forces :

- Force électrostatique $\vec{F} = q\vec{E}$.

TCI : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$; $\quad q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

1. Déterminons l'équation de la trajectoire et précisons les coordonnées de S. Choisissons pour origines des dates l'instant où la particule pénètre dans le condensateur et origine des espaces le point O.

$$\vec{OM}_0 \begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix} \qquad \vec{V}_0 \begin{vmatrix} V_{ox} = V_0 \\ V_{or} = 0 \end{vmatrix}$$

Coordonnées du vecteur accélération du vecteur vitesse et du vecteur position à un instant t.

$$\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \end{vmatrix} \qquad \vec{V} \begin{vmatrix} V_x = V_0 \\ V_y = -\frac{qE}{m}t \end{vmatrix} \qquad \vec{OM} \begin{vmatrix} x = V_0 t \\ y = -\frac{1}{2}q\frac{E}{m}t^2 \end{vmatrix}$$

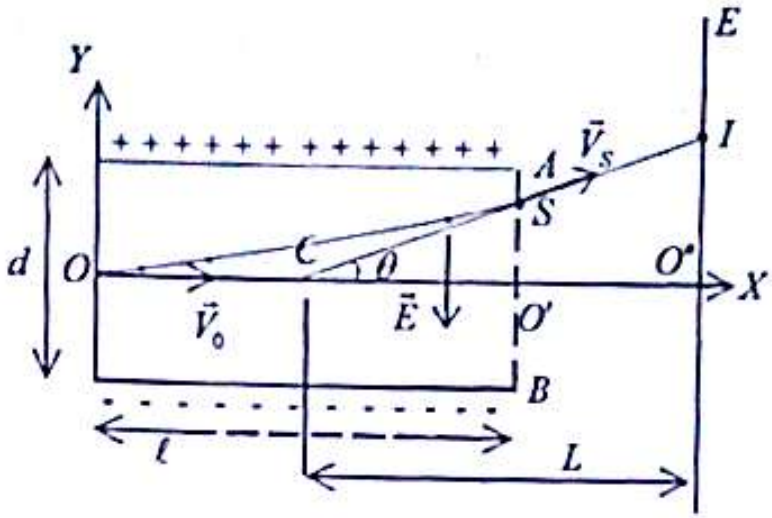
D'où $y = -\frac{qE}{2mV_0^2}x^2$

La trajectoire est un arc de parabole contenue dans le plan x O y.

Coordonnés de S.

Scanned by CamScanner

$$\overrightarrow{OS}\begin{vmatrix} x_s = \ell \\ y_s = -\dfrac{qE\ell^2}{2mV_0^2} \end{vmatrix}$$



2. a) Entre le condensateur et l'écran, la seule force appliquée à la particule est son poids $\vec{P}$. Les effets de celui-ci sont négligés. Donc $\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$: la particule est un système isolé, son mouvement est rectiligne uniforme. La trajectoire est portée par la tangente en S à la parabole.

b) Déduisons l'expression de la déflexion.

Considérons les triangles rectangle CO'S et CO"I nous pouvons écrire.

$\tan\theta = \dfrac{O'S}{CO'} = \dfrac{O'I}{CO'}$ avec $CO' = \dfrac{OO'}{2} = \dfrac{l}{2} = \dfrac{x_s}{2}$.

Soit

$$\frac{2y_s}{l} = \frac{Y}{L} \Rightarrow Y = 2y_s\frac{L}{l}$$

$$Y = -\frac{1qEl^2}{2mV_0^2} \times \frac{2L}{l} \qquad E = \frac{U}{d}$$

$$Y = -\frac{qULl}{dmV_0^2}$$

Expression de la charge massique.

$\dfrac{q}{m} = -\dfrac{-V_0^2 dY}{UlL}$ V_0, d, U, L sont imposés par le dispositif, la connaissance de Y permet de déterminer la charge massique.

Remarque : Nous pouvons noter que la connaissance du signe de y permet de déterminer le signe de la charge q.

Orientons l'écran dans le même sens que l'axe oy.

- $y > 0$: la déflexion se fait vers le haut : $q < 0$
- $y < 0$: la déflexion se fait vers le bas : $q > 0$

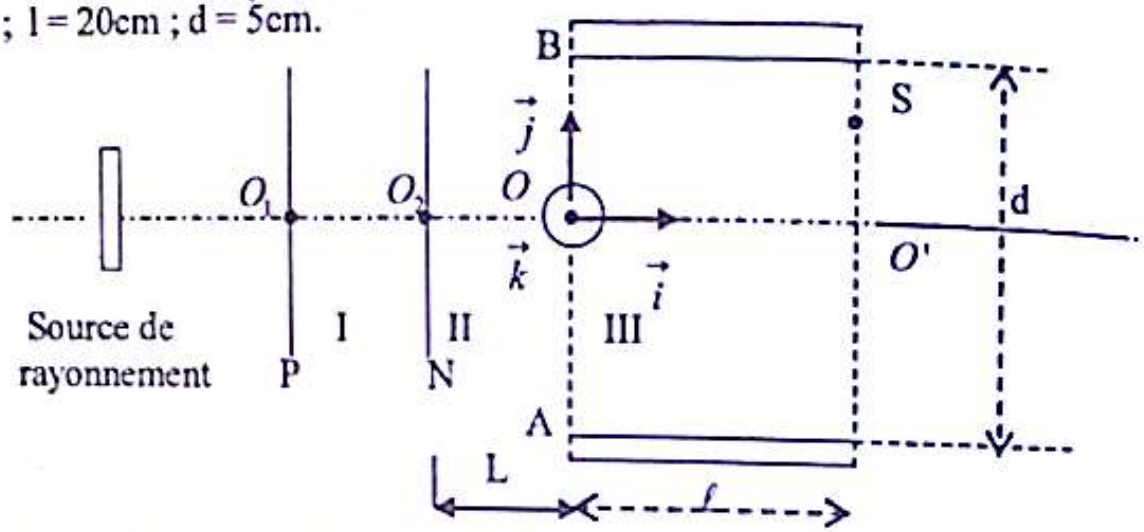
Scanned by CamScanner

Exercice N° 9

Des particules α (H_e^{2+}) de masse m sont émises avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture O_1 d'une plaque métallique P. Elles traversent successivement trois régions I, II, III d'une enceinte où l'on a fait du vide. On négligera l'action du poids sur leur mouvement.

Données $m = 6{,}64.10^{-27}$kg $U_0 = |U_{PN}| = 210^3$V.

$e = 1{,}610^{-19}$C ; $l = 20$cm ; $d = 5$cm.



1. La région I est limitée par deux plaques P et N planes et parallèles entre lesquelles existe une tension $U_{PN} = V_P - V_N$.

On veut qu'au point O_2 les particules aient une vitesse $\vec{V}_0$ dirigée selon (O_2O_1).

a) Précir et justifier le signe de U_{PN}.

b) Etablir l'expression littérale de V_0 en fonction de e, m, U_0. Calculer sa valeur numérique.

2. Dans la région II, le champ électrique est nul. Quelle est la nature du mouvement des particules ?

3. Après avoir franchi, la région II de longueur $O_2O_1 = L = 50$ cm. Ces particules pénètrent dans la région III. Entre les armatures planes A et B parallèles distantes de d et de longueur l existe une tension U, tel que $U = |U_{AB}|$. Les particules sortent de cette région au point S tel que O'S = 5mm.

a) Déterminer le sens du vecteur champ électrique uniforme $\vec{E}$ dans la région III. En déduire le signe de U_{AB}.

b) Etablir dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k},)$ l'équation de la trajectoire des particules (faire apparaître dans l'équation U et U_0).

c) Quelle doit être la valeur de U_{AB} ?

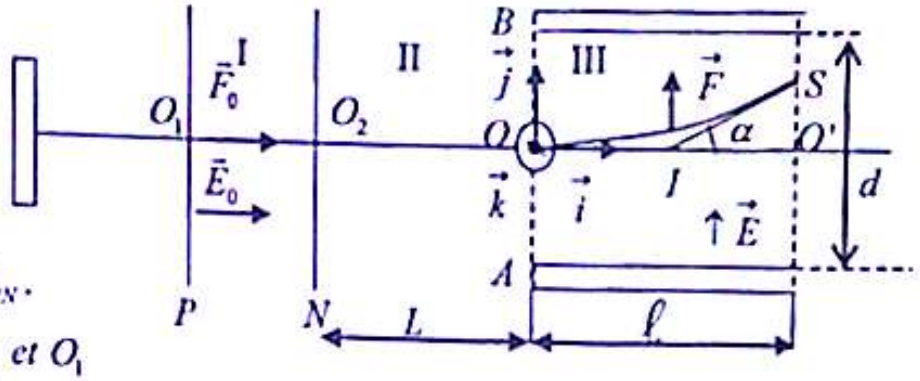
d) Quelle est la durée du trajet des particules entre O_2 et S ?

Scanned by CamScanner

e) Déterminer la déviation électrostatique.

Solution

- Repère utilisé : repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k},)$ supposé galiléen.
- Système : particule α.
- Bilan des forces : $\vec{F}_0 = q\vec{E}_0$ *entre P et N* ; $\vec{F} = q\vec{E}$ *entre A et B*



1. a) Précisons le signe de U_{PN}.

Appliquons le T.E.C entre O_2 *et* O_1

$$\frac{1}{2}mV_{02}^{\ 2} - \frac{1}{2}mV_{01}^{\ 2} = W(\vec{F}_0) = q\vec{E}_0\overrightarrow{O_1O_2} = q(V_P - V_N)$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = 2eU_{PN} > 0 \Rightarrow U_{PN} > 0$$

b) Expression de V_0 en fonction de e, m , U_0 et sa valeur.

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = 2eU_{PN} > 0 \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{4eU_0}{m}} \qquad V_0 = 4{,}4\,10^5 ms^{-1}$$

2. $\sum\vec{F} = \vec{O}$: principe de l'inertie : les particules ont un mouvement rectiligneet uniforme.

3. a) Déterminons le sens du vecteur champ électrique et le signe de U_{AB}.

$\vec{F} = q\vec{E}$, trajectoire dirigée vers B, $\vec{E}$ perpendiculaire aux plaques, q > 0 donc

$\vec{F}$ *et* $\vec{E}$ ont même sens. Sens de $\vec{E}$: dirigée de A vers B.

$\vec{E}$ dans le sens des potentiels décroissants $\Rightarrow U_{AB} > 0$

b) Equation de la trajectoire.

Scanned by CamScanner

c) T.C.I . $\vec{F}=q\vec{E}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}$ $t=0$ $O\begin{vmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{vmatrix}$

$\vec{V}_0\begin{vmatrix} V_{0x}=V_0 \\ V_{0y}=0 \\ V_{0z}=0 \end{vmatrix}$ $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=0 \\ a_y=\frac{q}{m}E \\ a_z=0 \end{vmatrix}$ $\vec{V}\begin{vmatrix} V_x=V_0 \\ V_y=\frac{q}{m}Et \\ V_z=0 \end{vmatrix}$ $\vec{OM}\begin{vmatrix} x=V_0 t \\ y=\frac{qE}{2m}t^2 \\ z=0 \end{vmatrix}$

$$y=\frac{qE}{2mV_0^2}x^2 \qquad y=\frac{U}{4dU_0}x^2$$

d) Valeur de U.

$$U=\frac{4y\,d}{l^2}U_0 \;; \qquad U = 50V$$

e) La durée du trajet O_2S $t=\frac{L+l}{V_0}$ $t = 1{,}6.10^{-6}s$

f) La déviation électrique.

$$\tan\alpha=\frac{OS}{l/2}=\frac{2OS}{l} \quad \alpha = 2{,}86°$$

Exercice N° 10

Entre deux plaques P et P' d'un condensateur plan, des électrons de charges q = -e et de masse m pénètrent en O avec la vitesse initiale V_0. Le vecteur V_0 est dans le plan (XOY) et fait un angle α avec l'axe (Ox). Le champ électrique $\vec{E}$ est créé par une tension constante $U_{PP'} = U > 0$.

1. a) Quelles sont les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$?
   b) Ecrire la relation entre le vecteur accélération et le vecteur champ électrique $\vec{E}$.
2. Exprimer en fonction de U, V_0, α, e, d et du temps t les coordonnées des différents vecteurs suivants :
   a) accélération ,
   b) vitesse $\vec{V}$,
   c) position $\vec{OM}$.
3. Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron.
4. Calculer les coordonnées du point M où le vecteur vitesse devient parallèle à l'axe(OX). En déduire la relation liant V_0, α, U, e et m pour que l'électron ne soit pas capté par la plaque supérieure.

Scanned by CamScanner

5. On veut que l'électron ressorte en O'.

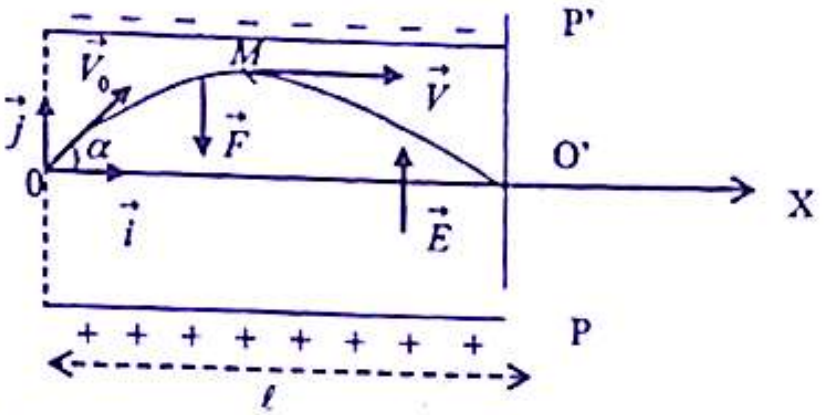
a) Déterminer la tension U à appliquer entre les plaques en fonction de α, l, d, V_0, m et e.

b) Montrer que le vecteur vitesse en O'a la même valeur qu'en O.

c) Calculer la valeur de U.

Données $V_0 = 8 10^6 ms^{-1}$; $\alpha = 30°$, d = 7cm ; l = 20cm e =1,610-19C ; m = $9,1 10^{-31} kg$

Solution



1. a) Caractéristiques du vecteur champ électrique. $\vec{E}$

$U_{PP'} > 0 \Rightarrow V_P > V_{P'}$ (P chargée positivement, P' négativement)

$\vec{E}$ | - Direction : verticale
- Sens : de la plaque P vers la plaque P'
- Intensité : $E = \frac{U_{PP'}}{d} = \frac{U}{d}$

b) Relation entre $\vec{a}$ et $\vec{E}$.

T.C.I $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$q\vec{E} = m\vec{a}$ $\quad$ $-e\vec{E} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$ ($\vec{a}$ et $\vec{E}$ même direction, sens contraires)

2. Les coordonnées des vecteurs.

A l'instant t = 0 l'électron se trouve en 0(x_0=0, y_0=0)

$$\vec{a}\begin{cases}\ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \frac{-eE}{m} = \frac{-eU}{d}\end{cases} \qquad \vec{V}\begin{cases}\dot{x} = V_0 \cos\alpha \\ \dot{y} = \frac{-eU}{dm}t + V_0 \sin\alpha\end{cases} \qquad \overrightarrow{OM}\begin{cases}x = v_0(\cos\alpha)t \\ y = \frac{-eU}{2dm}t^2 + V_0(\sin\alpha)t\end{cases}$$

Scanned by CamScanner

3. Equation de la trajectoire.

$$x = V_0(\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$$

$$y = -\frac{eU}{2md\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

4. La trajectoire étant une parabole, la vitesse est parallèle à l'axe Ox à son sommet.

En tout point $\vec{V}=\vec{V}_x+\vec{V}_y$

Au point M $V_y = 0$

$$\dot{y} = 0 \Leftrightarrow \frac{-eE}{m}t_M + V_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow t_M = \frac{mV_o\sin\alpha}{eE} = \frac{mdV_o\sin\alpha}{eU}$$

$$X_M = \frac{mV_0^2\sin 2\alpha}{2eE} \qquad y_M = \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2eE}$$

$$M\left(\frac{dmV_0^2\sin 2\alpha}{2eU} ; \frac{dmV_0^2\sin^2\alpha}{2eU}\right)$$

- L'électron ne sera pas capté par la plaque P'si $y_M < \frac{d}{2}$

$$\frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2eE} < \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2e\frac{U}{d}} < \frac{d}{2} \Rightarrow mV_0^2\sin^2\alpha < eU$$

5. a) Déterminons la tension U pour que l'électron ressorte en O'.

Au point O'x = l ; y = 0

$$\frac{-eU}{2md\cos^2\alpha}l^2 + l\tan\alpha = 0 \quad U = \frac{mdV_0^2\sin 2\alpha}{el}$$

b) Vitesse en O'.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre O et O'.

$$\Delta E_c = \Sigma W(\vec{F}_{ext})$$

$$\frac{1}{2}mV_{0'}^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W(\vec{F}) = 0$$

($\vec{F}$ constamment perpendiculaire au déplacement) $\Rightarrow V_{0'} = V_0$

c) Calcul de U.

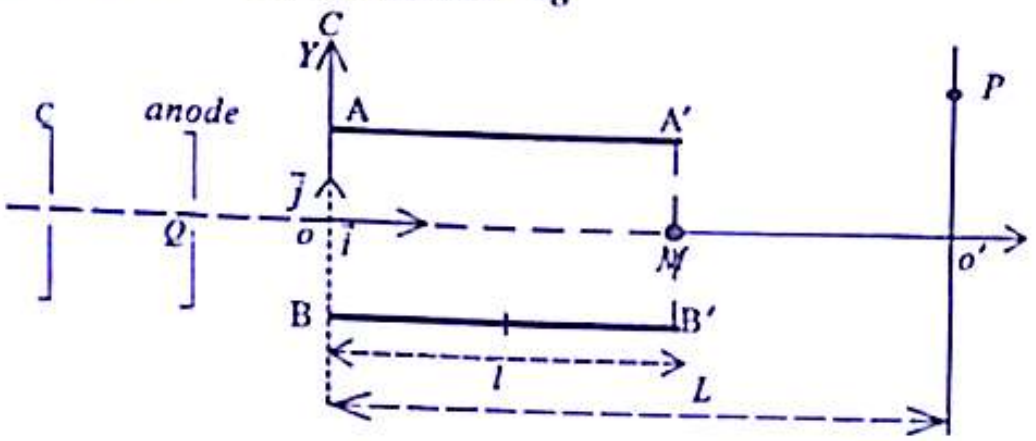
$U \approx 110V$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 11

Des électrons sont émis par une cathode C avec une vitesse initiale négligeable. Ils sont alors accélérés par une différence de potentiel $U_o = V_A - V_C$ et arrivent en Q avec une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ parallèle à (OX). Le poids des électrons a un effet négligeable.

Données: $e = 1,6.10^{-19}$ C et $m = 0,91.10^{-30} kg$



1. Déterminer l'expression de la valeur de la vitesse $\overrightarrow{V_0}$ des électrons en Q, en fonction de u_o, m et e.

2. Les électrons venant de Q pénètrent en O avec la vitesse $\overrightarrow{V_o}$, à l'intérieur d'un condensateur plan, ce dernier est constitué par deux armatures planes AA' et BB', parallèles à (OX) et perpendiculaires à (OY), de longueur ℓ et séparées par une distance d. On applique, entre les plaques AA' et BB' une différence de potentiel u positive et l'on suppose que les effets de bord sont négligeables.

a) Soit $\overrightarrow{F}$ la force électrique qui s'exerce sur un électron à l'intérieur du condensateur. Dans la base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$, exprimer ce vecteur un fonction de u, d et e.

b) x et y étant les coordonnées d'un électron dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, déterminer l'expression de y en fonction de U, e, d, x, m et V_0 pour $o < x < \ell$

c) Etablir l'expression de y en fonction de U, U_o d et x

d) Etablir la relation d'inegalité entre U, U_o d et l pour que le faisceau d'électrons sorte du système de déviation sans toucher la plaques AA'.

e) Calculer la déviation angulaire des électrons à la sortie du condensateur $(x = \ell)$

Données: U_o = 500V, U = 100V, l = 15 cm et d = 10 cm.

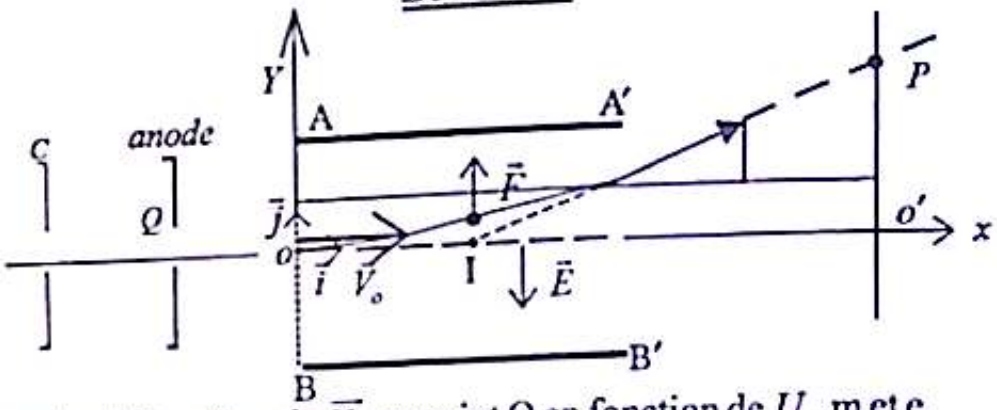
3. Le faisceau d'électrons donne un spot P sur un écran fluorescient E placé perpendiculairement à (ox), à la distance L de O.

a) Déterminer la déviation D = O'P du faisceau en fonction de U, U_o, d, l et L.

Scanned by CamScanner

b) Calculer D avec L = 40 cm.

Solution



1. Expression de la valeur de $\overline{V_o}$ au point Q en fonction de U_o, m et e

- Système: électron
- Repère terrestre supposé galiléen
- Force s'exerçant sur l'électron $\overline{F} = -e\overrightarrow{E}$

Appliquons le T.E.C entre C et Q.

$$\Delta E_c = W(\overline{F}) = \frac{1}{2}mV_o^2 = +eU_o \Rightarrow V_o^2 = +\frac{2eU_o}{m} \Rightarrow V_o = \sqrt{\frac{+2eU_o}{m}}$$

2. a) Exprimons $\overline{F}$ en fonction de U, d et e.

$$\overline{F} = -e\overrightarrow{E} \text{ projection sur } (O,\vec{i},\vec{j}) \quad \overline{F} \left| \begin{array}{l} F_x = o \\ F_y = eE = \dfrac{eU}{d} \end{array} \right.$$

$$\overline{F} = \frac{eU}{d}\vec{j}$$

b) Equation de la trajectoire.

$$\text{T. C.I} \qquad \overrightarrow{F} = m\vec{a} = ma\vec{j} = \frac{eU}{d}\vec{j} \Rightarrow a = \frac{eU}{md}$$

$$\overline{V} \left| \begin{array}{l} V_x = V_o \\ V_y = \dfrac{eU}{md}t \end{array} \right. \qquad \overline{OM} \left| \begin{array}{l} x = V_o t \\ y = \dfrac{eU}{2md}t^2 \end{array} \right. \qquad x = v_o t \Rightarrow t = \frac{x}{y_o}$$

$$y = \frac{eU}{2mdV_o^2}x^2 \quad (2)$$

c) y en fonction de U, U_o d, et x.

Remplaçons V_o^2 par $\frac{2eU_o}{m}$ dans (2)

$$y = \frac{U}{4dU_o}x^2$$

Scanned by CamScanner

d) Relation d'inégalité entre U, U_o, d et ℓ pour que le faisceau d'électrons sorte sans toucher AA'.

Pour x = ℓ $y_\ell < \frac{d}{2}$.

$$y_\ell = \frac{U}{4dU_o}\ell^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow 2U\ell^2 < 4U_o d^2$$

$$\Rightarrow U\ell^2 < 2U_o d^2$$

e) Calcul de la déviation angulaire soit S le point où les électrons sortent du condensateur

$$X = \ell = V_o t_s \Rightarrow t_s = \frac{\ell}{V_o}$$

$$\overrightarrow{V_s} \begin{cases} V_x = V_o \\ V_y = \frac{eU\ell}{mdv_o} \end{cases} \qquad Tan\alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{eU\ell}{mdv_o^2}$$

$$Tan\alpha = \frac{\ell U}{2dU_o} \quad \text{AN.} \quad Tan\alpha = \frac{15\times100}{2\times10\times500} = 0{,}15$$

$$\Rightarrow \alpha = 8{,}53^\circ$$

3. a) Détermination de $D = O'P$

$$Tan\alpha = \frac{O'P}{IO'} \qquad IO' = L - \frac{\ell}{2}$$

$$O'P = (L - \frac{\ell}{2})Tan\alpha$$

$$O'P = (\frac{2L-\ell}{2})\frac{\ell U}{2dU_o} = \frac{(2L-\ell)\ell U}{4dU_o}$$

b) Calcul de D avec L = 40 cm.

$$D = \frac{(80-15)\times15\times100}{4\times10\times500} = 4{,}875cm$$

Scanned by CamScanner

Chapitre 4

INTERACTION GRAVITATION

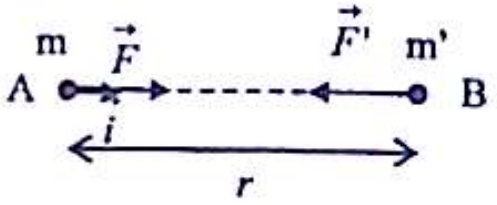
RAPPEL DU COURS

I LOI D'ATTRACTION UNIVERSELLE OU LOI DE NEWTON :

$$\vec{F} = -\vec{F'} = -\mathcal{G}\frac{mm'}{r^2}\vec{i} \Rightarrow F = F' = \mathcal{G}\frac{mm'}{r^2}$$

$\mathcal{G}$: constante de gravitation universelle

$\mathcal{G} = 6{,}6710^{-11}$ U.S.I



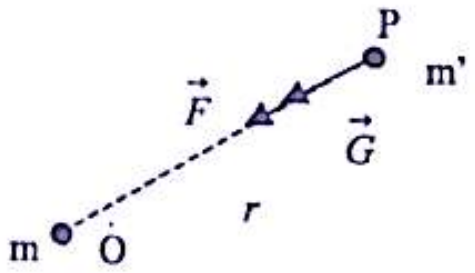
II CHAMP GRAVITATIONNELLE CRÉÉ PAR UNE MASSE PONCTUELLE M :

Au point P $\vec{F} = m\vec{G}$

$\vec{F}$: force de gravitation

$\vec{G}$: vecteur champ de gravitation

$$F = m'G = \mathcal{G}\frac{m'm}{r^2} \Rightarrow G = \mathcal{G}\frac{m}{r^2}$$

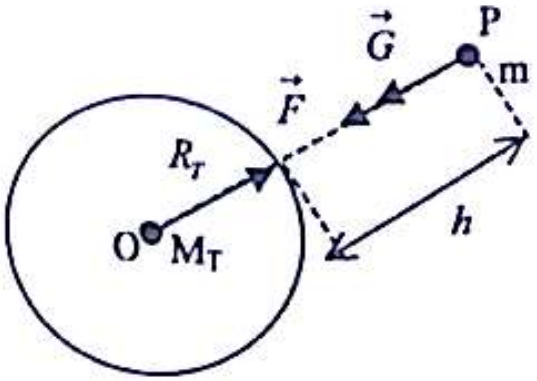


III CHAMP DE GRAVITATION TERRESTRE

- A l'altitude h $\quad G = \mathcal{G}\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}$

- A la surface (altitude 0) $\quad G_0 = \mathcal{G}\dfrac{M_T}{R_T^2}$

D'où $G = G_0\dfrac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$

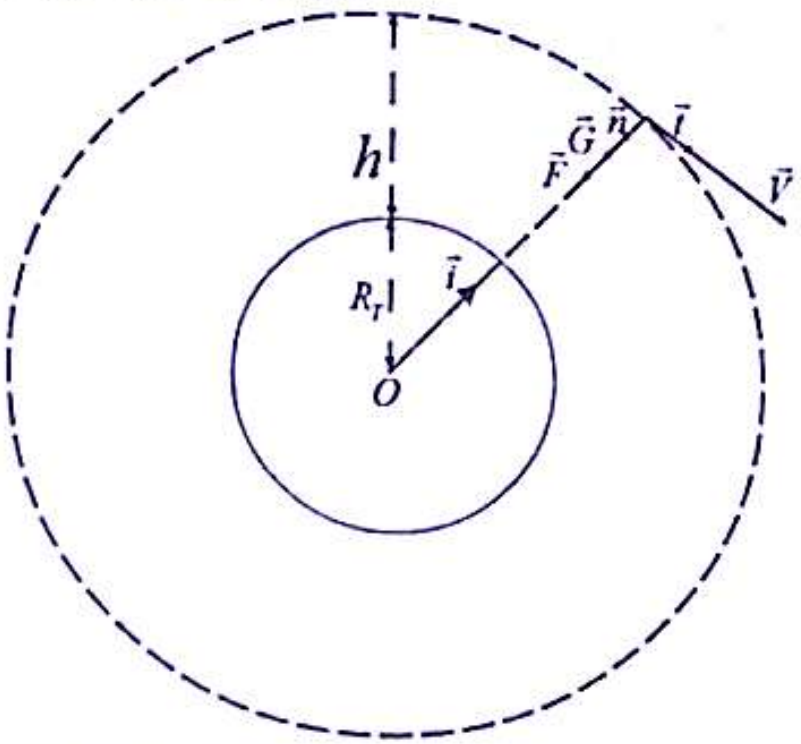


Scanned by CamScanner

IV MOUVEMENT DES SATELLITES

1. Accélération du satellite.
   - Repère considéré : repère géocentrique supposé galiléen.
   - Système étudié : satellite.
   - Bilan des forces : force de gravitation $\vec{F}$.

T.C.I $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{G} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{G}$.



b) Mouvement circulaire uniforme.

Projection de $\vec{a} = \vec{G}$ dans la base de frenet.

$\vec{a}\begin{cases} a_n = G \\ a_t = 0 \end{cases}$ $a_t = \dfrac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte$ le mouvement du satellite est circulaire uniforme.

c) Vitesse du satellite.

$$a_n = G \qquad \frac{V^2}{R_T + h} = G_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \Rightarrow V = R_T \sqrt{\frac{G_0}{R_T + h}}$$

d) Période de révolution : T.

$T = V.T = 2\pi(R_T + h)$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{V} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G_0}}$$

Scanned by CamScanner

e) Troisième loi de Kepler.

En posant $r = R_T + h$. $\Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = cte$ ($3^{ème}$ loi de Kepler)

Exercices

Exercice N° 1

La terre est assimilée à une sphère de rayon R dont la répartition de masse est supposée à symétrie sphérique.

On désigne par g_0 l'intensité du champ de gravitation au niveau du sol, par M la masse de la terre et g la constante de gravitation universelle.

1. Etablir l'expression de l'intensité du champ créé par la terre à l'altitude z au – dessus du sol terrestre en faisant apparaître g_0.
2. Dans le repère géocentrique, supposé galiléen, un satellite de la terre de masse m décrit une orbite circulaire à une altitude z.
   a) Etablir l'expression de la de la vitesse V de ce satellite en fonction de g, R et z.
   b) Etablir l'expression de sa période révolution T en fonction de g_0, R et Z.
   c) Calculer cette période à l'altitude z = 150km et à l'altitude z = 400km. Conclure.
3. Déterminer la force gravitationnelle entre la lune et la Terre ; sachant que la masse de la lune est $m_L = \frac{M}{8}$.

Données : R = 6400km ; $g_0 = 9{,}8 ms^{-2}$; $M = 6.10^{24}kg$;
$g = 6{,}67.10^{-11}$USI

Distance entre le centre de la terre et le centre de la lune est égale à $3{,}8.10^5$km

Solution

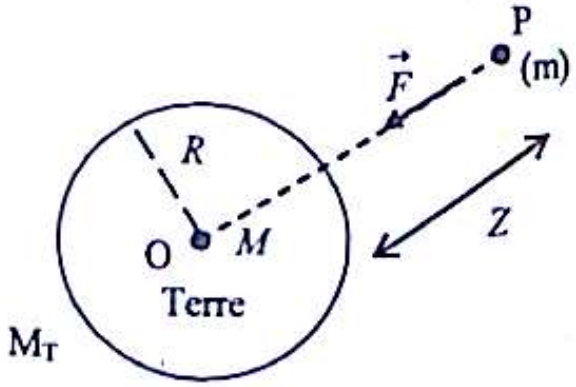
1. Expression de l'intensité du champ de gravitation à l'altitude Z ;

- Système étudié : le point matériel (P).
- Selon la loi de Newton : $F = g \frac{mM}{(R+z)^2}$
- Au point P : F = mg

$mg = g \frac{mM}{(R+z)^2} \Rightarrow g = g \frac{M}{(R+z)^2}$

A la surface terrestre $z = 0 \Rightarrow g_0 = g \frac{M}{R^2}$

D'où $g = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$



Scanned by CamScanner

2. a) Expression de la vitesse $V = f(g, R, z)$

- Système étudié : le satellite.
- Repère utilisé : repère géocentrique supposé galiléen.
- Bilan des forces : la force de gravitation $\vec{F}$.

Appliquons le T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$.

$\vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$$\vec{a} \begin{vmatrix} a_n = g \\ a_t = 0 \end{vmatrix}$$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ le mouvement est circulaire uniforme.

$$a_n = \frac{v^2}{R+z} \Rightarrow g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2} = \frac{v^2}{R+z} \Rightarrow V = R\sqrt{\frac{g_o}{R+z}}$$

b) Expression de la période $T = f(g_0, R, z)$.

En un tour $d = VT = 2\pi(R+Z) \Rightarrow T = \frac{2\pi(R+Z)}{V}$; d'où $T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+z)^3}{g_o}}$

c) Calcul de T à z = 150km.

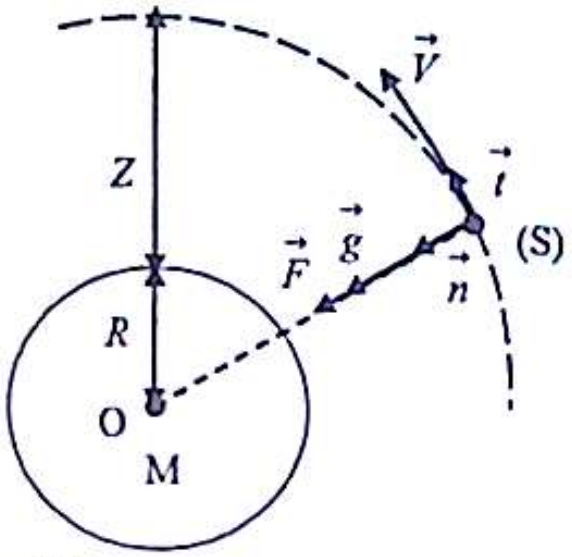
$$T = \frac{2\pi}{64.10^5}\sqrt{\frac{(64.10^5+15.10^4)^3}{9,8}} \qquad T = 5254s$$

T = 1h27min34s.

Calcul de T si z = 400km.
T = 5558s T = 1h32min38s.

Conclusion : La période augmente avec l'altitude.

Scanned by CamScanner



3. La force de gravitation entre la lune et la Terre.

$$F = g\frac{m_L.M}{r^2} \quad \text{avec } m_L = \frac{M}{8} \quad \text{et } r = 3{,}8.10^5 km.$$

$$F = g\frac{M.M}{8r^2} = g\frac{M^2}{8r^2}$$

$$AN: \quad F = 6{,}67.10^{-11}\frac{(6.10^{24})^2}{8\times(3{,}8.10^8)^2}$$

$$F = 2{,}1.10^{21} N$$

Exercice N°2

Un satellite artificiel décrit, dans le référentiel géocentrique, une orbite circulaire, de centre O, centre de la terre et de rayon r égale à 20.000km. Sa période de révolution est : T = 7h49mn.

1. a) Montrer que le mouvement est uniforme.

b) Etablir l'expression de T en fonction de r, g constante de gravitation universelle de M_T masse de la Terre.

c) Quelle serait sa période de révolution, T', s'il gravitait à la distance r' = 10^4 km du centre de la terre ?

2. Dans le repère de Copernic, la planète Neptune décrit une orbite assimilable à un cercle de rayon r_N dont le centre est celui du soleil. Sa période de révolution, autour du soleil, a pour valeur.

Scanned by CamScanner

T_N = 60.200jours terrestres.

a) Donner la relation entre T_N et r_N : la masse du soleil sera notée M_S.

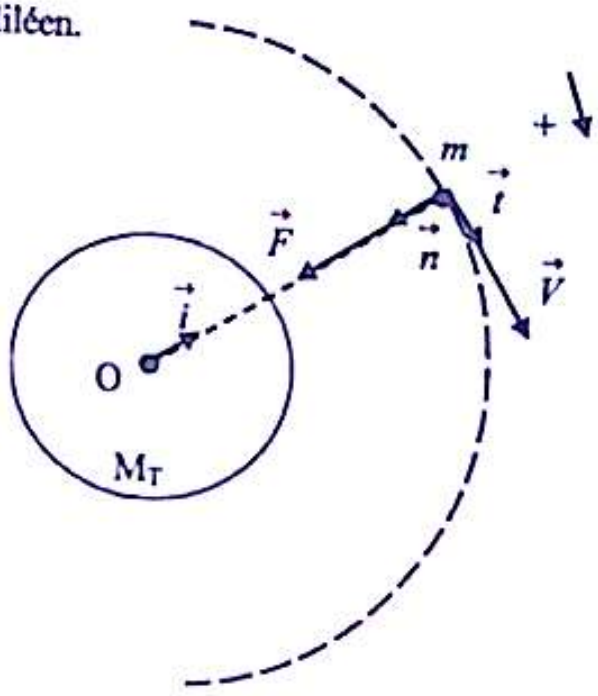
b) Calculer la valeur de r_N.

Données numériques
- masse de la terre : $M_T = 6.10^{24}$kg
- masse du soleil : $M_S = 2.10^{30}$kg
- Durée du jour terrestre : 24h

Solution

1. a) Montrons que le mouvement est uniforme :
- Système étudié : le satellite.
- Repère utilisé : repère géocentrique supposé galiléen.

Force appliquée : force de gravitation $\vec{F}$.



T.C.I : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$m\vec{G} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{G}$

$\vec{a}\begin{cases} a_t = 0 \\ a_n = G \end{cases}$ or $a_t = \dfrac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V =$ constante,

Le mouvement est donc uniforme.

b) Expression de $T = f(r, g, M_T)$

$a_n = G$ or $a_n = \dfrac{V^2}{r} = g\dfrac{M_T}{r^2} \Rightarrow V = \sqrt{g\dfrac{M_T}{r}}$

$VT = 2\pi r \Rightarrow T = \dfrac{2\pi r}{V} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{gM_T}}$

c) Calcul de la période T' :

$T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{r'^3}{gM_T}}$ Faisons le rapport T/T' ; $\dfrac{T}{T'} = \sqrt{\dfrac{r^3}{r'^3}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\left(\dfrac{r'}{r}\right)^3}$

AN : $T' = 28140\sqrt{\left(\dfrac{10000}{20000}\right)^3}$ $T' = 2h\,45mn\,49s$

Scanned by CamScanner

2. a) Relation entre T_N et r_N :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{gM_T}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{gM_T} \quad , \quad \frac{r^3}{T^2} = \frac{gM_T}{4\pi^2} = CM_T \text{ avec } C = \frac{g}{4\pi^2}.$$

Appliquons la 3e Loi de Kepler à l'ensemble Nepture-Soleil.

$$\frac{r_N^3}{T_N^2} = CM_S .(1)$$

b) Calcul de r_N.

$$\frac{r^3}{T_N^2} = CM_T \ (2) \quad \frac{(1)}{(2)} = \frac{M_S}{M_T} = \frac{r_N^3}{T_T^2}\times\frac{T^2}{r^3} \Rightarrow \quad r_N^3 = r^3\left(\frac{T_N}{T}\right)^2.\frac{M_S}{M_T}$$

$$r_N = r\sqrt{\left(\frac{T_N}{T}\right)^2.\frac{M_S}{M_T}} \quad , \ T_N = 5{,}210^3 s \quad ; \quad r_N = 210^4\sqrt{\left(\frac{5{,}210^9}{28140}\right)^2.\frac{210^{30}}{610^{24}}}$$

$$r_N = 4{,}5.10^9\ Km$$

Exercice N° 3

1. On considère que la terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre O.

a) Donner l'expression de l'intensité du champ de gravitation g créé par la terre à une altitude h en fonction de g, R_T, h et M_T.

b) En déduire l'expression littérale de M_T en fonction de g_0, g et R_T.

c) Calculer numériquement M_T.

2. On admet qu'un satellite de la terre assimilé à un point matériel de masse m, est soumis uniquement à la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la terre et décrit dans la référentiel géocentrique une trajectoire circulaire de centre O.

a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

b) Exprimer la vitesse V et la période T du satellite en fonction de M_T, R_T g, et h.

c) On pose r = R_T + h. Montrer que le rapport $\frac{r3}{T^2}$ est égal à une constante que l'on exprimera en fonction de M_T et g.

3. Le tableau ci-dessous rassemble les valeurs numériques des périodes de révolution T et des altitudes h des orbites de deux satellites artificiels de la terre.

Scanned by CamScanner

Satellite	IntelsatV	Cosmos 70
T	23h 56mn	11h 14mn
h(km)	$3,5810^4$	$1,9110^4$

a) Vérifier, à partir des valeurs numériques du tableau, que le rapport $\frac{r3}{T^2}$ est constant.

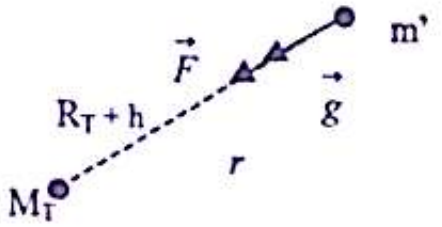
b) En déduire une valeur numérique de la masse M_T de la terre.

Données numériques : $g = 6,6710^{-11}$USI R_T =6400km ; $g_0 = 9,8ms^{-2}$

Solution

1. a) Expression de g créé par la terre à l'altitude h.

$$g = g\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

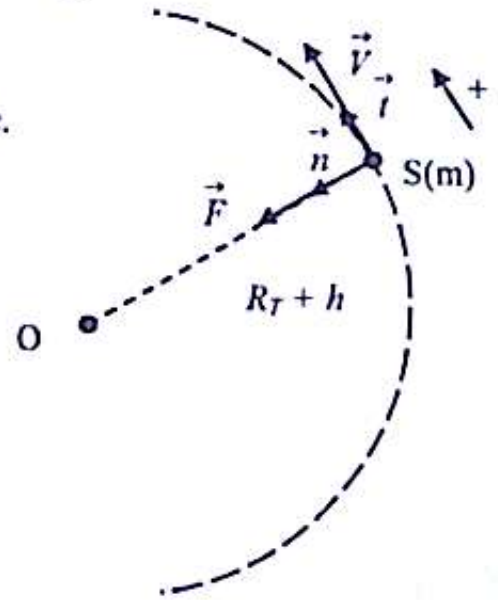


b) Pour h=0 $g_0 = g\frac{M_T}{R_T^2}$, d'où $M_T = g_0\frac{R_T^2}{g}$

c) Calculons M_T. $M_T = \frac{9,8\times(6410^3)^2}{6,6710^{-11}} = 6,0210^{24}kg$

$M_T = 6,0210^{24}$kg

2. a) Montrons que le mouvement du satellite est uniforme.



T.C.I : $\vec{F}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$ Projetons sur $(\vec{t},\vec{n})$

Base de Frenet : $\vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_n = \frac{V^2}{R_T + h} \text{ or } a_t = \frac{dV}{dt} \Rightarrow V = \text{cte.} \\ a_t = 0 \end{cases}$$

Donc le mouvement est uniforme.

Scanned by CamScanner

b) Exprimons :
- La vitesse du satellite.

$$F = m\,a_N \qquad F = g\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}\ , \qquad g\frac{mM_T}{(R_T+h)^2} = \frac{mV^2}{R_T+h} \Rightarrow \qquad V = \sqrt{\frac{gM_T}{R_T+h}}$$

$$V = \sqrt{\frac{gM_T}{R_T+h}}$$

La période T du satellite :

Pour une révolution $2\pi(R_T+h)=VT \quad T = \dfrac{2\pi\,(R_T+h)}{V}$

$$T = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{\sqrt{gM_T}}\sqrt{R_T+h}$$

$$T = 2\pi\frac{(R_T+h)^{3/2}}{\sqrt{gM_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{gM_T}} \Rightarrow T = \frac{2\pi\,(R_T+h)^{3/2}}{(gM_T)^{1/2}}$$

c) En posant $R_T + h = r$

$$T = \frac{2\pi\,r^{3/2}}{(gM_T)^{1/2}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{gM_T} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{gM_T}{4\pi^2} = cte.$$ (3° loi de Kepler)

3) a) A partir des valeurs numériques, vérifions que $\dfrac{r^3}{T^2}$ est constant.

Satellite	Intelsat V	Cosmos 70
$T^2 \times 10^9 s^2$	7,42	1,63
$r^3 \times 10^{22} m^3$	7,51	1,66
$\frac{r^3}{T^2} m^3/s^2$	10^{13}	10^{13}

Scanned by CamScanner

b) Valeur de M_T.

$$g\frac{M_T}{4\pi^2}=\frac{r^3}{T^2}=10^{13} \Rightarrow M_T=\frac{4\pi^2}{g}.\frac{r^3}{T^2}$$

M_T $5{,}9210^{24}kg \approx 610^{24}$ kg

Exercice N° 4 : (Bac Niger 2002 Série D second groupe)

Dans cet exercice, le mouvement est rapporté à un référentiel géocentrique, considéré comme galiléen. La terre est supposée sphérique, de rayon R, de masse M. L'intensité du champ gravitationnel terrestre à l'altitude h a pour expression : $g(h)=G\frac{M}{(R+h)^2}$ où G est la constante de gravitation universelle.

1. Soit g_0 l'intensité du champ gravitationnel à la surface terrestre. Etablir l'expression de l'intensité du champ gravitationnel à l'altitude h en fonction de h, R et g_0.

2. On définit la variation relative de g par :

$$\frac{\Delta g}{g_0}=\frac{g_0-g(h)}{g_0}$$

Déterminer l'altitude h pour la quelle cette variation relative est égale à 0,01. On donne R = 6400 km.

3. Un satellite assimilé à un point matériel décrit une orbitre circulaire à l'altitude h = 400 km dans le plan équatorial.

Déterminer la vitesse Vs, la période Ts et la vitesse angulaire ω_s du mouvement du satellite dans le repère géocentrique. On donne $g_0 = 9{,}8\ ms^{-2}$.

4. Le satellite change d'orbite et devient géostationnaire.

a) Que signifie le terme "géostationnaire" ?

b) Exprimer l'altitude h du satellite en fonction de la période du mouvement et calculer h.

On donne la période de rotation de la terre autour de son axe : T = 86164s.

Scanned by CamScanner

Solution

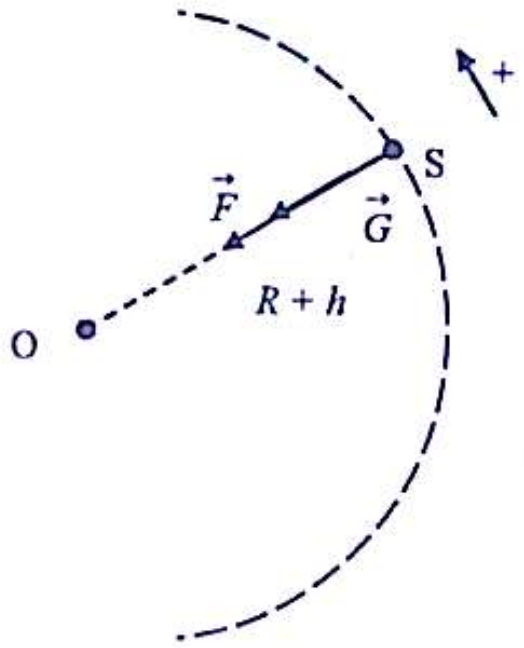
1. Expression de l'intensité du champ à l'altitude h :

$$g_0 = \frac{gM}{R^2}; \quad g(h) = \frac{gM}{(R+h)^2}; \quad gM = g_0R^2 \quad \text{d'où} \quad g(h) = g_o\frac{R^2}{(R+h)^2}$$

2. Altitude h où la variation relative de g est de 0,01.

$$\frac{g_o - g(h)}{g_o} = \frac{g_o - g_o\dfrac{R^2}{(R+h)^2}}{g_o} = 1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = 0,01$$

h = 0,005R ; h= 32 km.



3. A h = 400 km d'altitude déterminons

T.C.I : $\vec{F} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$a_N = g$

$$\frac{V_S^2}{R+h} = \frac{gM}{(R+h)^2} \Rightarrow V_S^2 = \frac{gM}{R+h} = g_o\frac{R^2}{R+h}$$

$$V_s = R\sqrt{\frac{g_o}{R+h}}$$

$$AN \; V_S = 64.10^5\sqrt{\frac{9,8}{64.10^5 + 4.10^5}} = 7683,14 ms^{-1}; \qquad V_S = 7683,14 \text{ ms}^{-1}$$

$$T_S = \frac{2\pi(R+h)}{V_S} \Rightarrow T_s = \frac{2\pi(R+h)^{3/2}}{R\sqrt{g_o}}$$

Scanned by CamScanner

La vitesse angulaire ω_S.

$$\omega_S = \frac{V_S}{R+h} = \frac{R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}}{R+h} = R\sqrt{\frac{g_0}{(R+h)^3}}$$

$$\omega_S = R\sqrt{\frac{g_0}{(R+h)^3}}$$

$$AN: \quad \omega_S = 64.10^5\sqrt{\frac{9,8}{(64.10^5+410^5)^3}} = 0,0011 rads^{-1}$$

$$\omega_S = 1,1\ 10^{-3}\ \text{rads}^{-1}$$

4. a) Le terme géostationnaire signifie : immobile par rapport à la terre. Un satellite géostationnaire tourne dans le même sens et à la même vitesse angulaire que la terre autour de l'axe des pôles.

Sa trajectoire est circulaire et contenue dans le plan équatorial.

b) Exprimons et calculons h.

$$T_S = \frac{2\pi(R+h)^{3/2}}{R\sqrt{g_o}} \quad T_S^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{R^2 g_o} \; ; \; (R+h)^3 = \frac{g_o R^2 T_S^2}{4\pi^2} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{g_o R^2 T_S^2}{4\pi^2}} - R$$

$$AN: h = \sqrt[3]{\frac{9,8\times(64.10^5)^2\times(86164)^2}{4\pi^2}} - 64.10^5 = 35862,96km \; ; \quad h = 35862,96\ km$$

Scanned by CamScanner

Chapitre 4

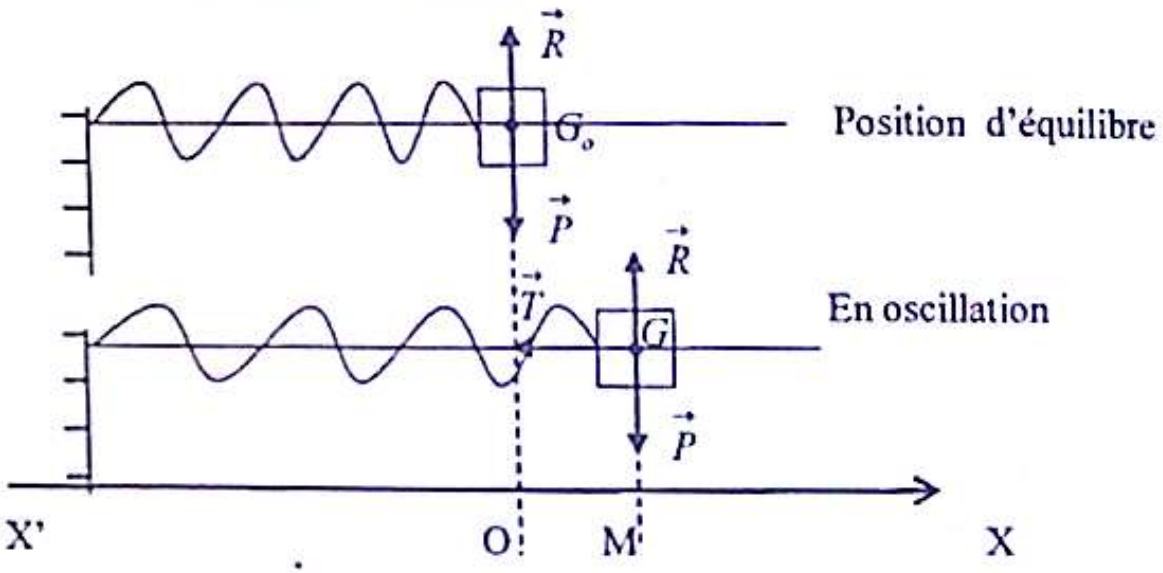
OSCILLATEURS MECANIQUES

RAPPEL DU COURS

I DÉFINITION

Un oscillateur mécanique est un système animé d'un mouvement périodique autour de sa position d'équilibre. L'oscillateur est dit harmonique si son mouvement par rapport a sa position d'équilibre est une fonction sinusoïdale du temps.

II PENDULE ÉLASTIQUE HORIZONTALE



1. Equation différentielle du mouvement.

A un instant t quelconque.

T.C.I $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$; $\vec{R}+\vec{P}+\vec{T} = m\vec{a}$

Projetons suivant x'x :

$$-T = ma \Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}x = 0$$

ω_o pulsation propre : $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Scanned by CamScanner

2. Solution de l'équation différentielle.

$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle

3. Etude énergétique

* $E = E_C + E_{Pe}$ E_{Pe} énergie potentielle élastique

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

- Conservation de l'énergie mécanique.
- En l'absence de tout frottement.

$$E = C^{te} \Rightarrow E = Ec_{max} = \frac{1}{2}mV_{max}^2 \Rightarrow E = E_{Pe_{max}} = \frac{1}{2}KX_{max}^2$$

Exercices

Exercice N° 1

Un solide (S) de masse m et de centre d'inertie G est enfilé sur une tige horizontale AC ; le long de laquelle il peut coulisser sans frottement. Le solide S est accroché à l'une des extrémités du ressort élastique (R), à spires non jointives, de constante de raideur k, l'autre extrémité du ressort est fixé à un support en un point A. Le système dans sa position d'équilibre est tel que G se projette en O sur l'axe horizontal x'x. On écarte le solide (S) le long de la tige, de telle sorte que C vienne en G_0 d'abscisse x_0 et on le lâche sans vitesse initiale a une date t = 0. A une date t quelconque, on repère la position de G par son abscisse x sur l'axe x'x.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2. a) Vérifier que l'équation horaire du mouvement de G indiquée ci-dessous est une solution de l'équation différentielle précédemment établie.

$x = x_0 \cos \omega t$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

b) En déduire la vitesse V du point G en fonction de k, m, x et t.

3. a) Donner les expressions de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle Ep du système (solide + ressort) à une date t en fonction de k, m, x et v.

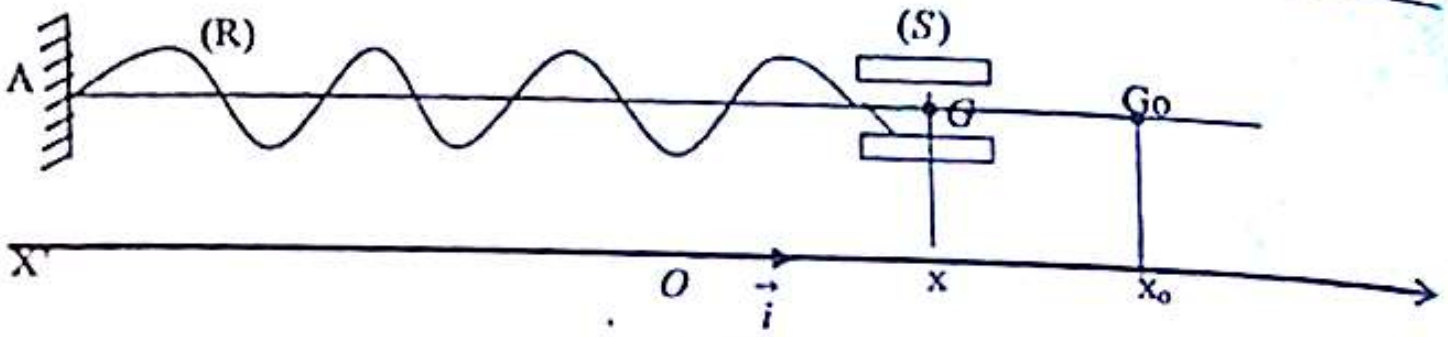
b) On considère deux cas particuliers :

1er cas : le ressort est étiré au maximum (G en G_0)

2e cas : G passe par sa position d'équilibre (G en O)

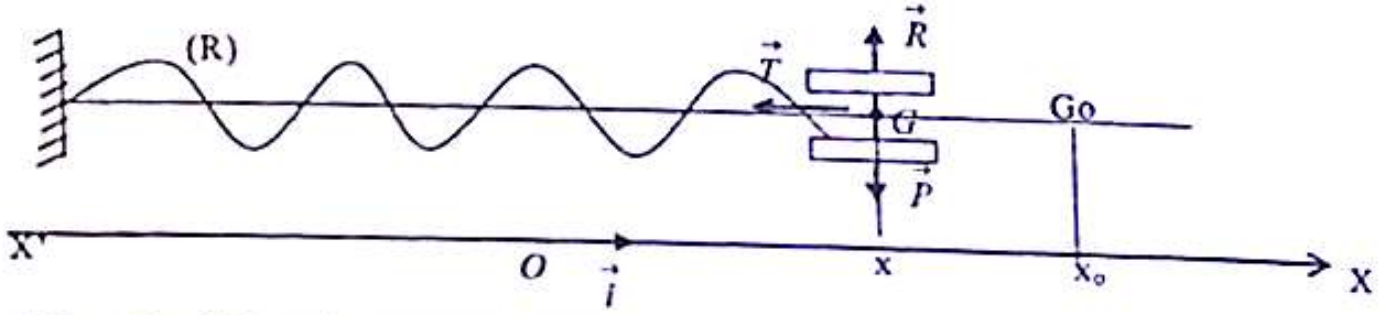
Donner, dans les deux cas envisagés, en fonction de k et x_0 les expressions de E_c et E_p. Cette information suffit-elle pour déterminer l'énergie mécanique ? Pourquoi ?

Scanned by CamScanner



Solution

1)



1. Equation différentielle du mouvement.

T.C.I $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\quad \vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ projetons sur x'x

$-T = ma$ $\quad -kx = mx \Rightarrow x + \frac{k}{m}x = 0$

2. a) Vérifions que $x = x_0 \cos \omega t$ est une solution de l'équation différentielle.

$x = -\omega x_0 \sin \omega t$ $\quad x = -\omega^2 x_0 \cos \omega t = -\omega^2 x$

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

b) Déduction de V en fonction de k, m, x_0 et t.

$V = = -\omega x_0 \sin \omega t$ $\quad V = x_0\sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t$

3. a) Expression de l'énergie cinétique Ec.

$$Ec = \frac{1}{2}mV^2 \qquad Ec = \frac{1}{2}m\left[-x_0\left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} t\right]^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}kx_0^{\,2} \sin^2 \frac{k}{m}t$$

Scanned by CamScanner

xpression de Ep $Ep = \frac{1}{2}kx^2$

b) 1er cas G en G_0 $x = X_0$ et $V = 0$

$Ec = 0$ $Ep = \frac{1}{2}kx_0^2$

2^e cas G en O $x = 0$ et $V = V_{max} = x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$Ec = \frac{1}{2}mV_{max}^2 = \frac{1}{2}m\left(x_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 = \frac{1}{2}kx_0^2$$

Ep = 0

E = Ec + Ep cette information suffit pour calculer l'énergie mécanique.

$E = c^{te}$ $E = \frac{1}{2}kx_0^2$

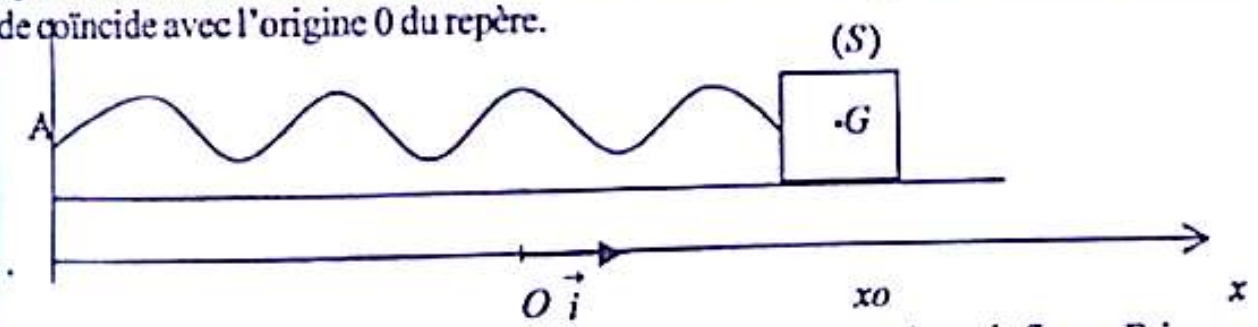
Exercice N° 2

. Pour déterminer la raideur K d'un ressort, on accroche une des extrémités à un support fixe. orsqu'on accroche une masse marquée m = 200g à son extrémité, son allongement vaut 10,0 cm.

a) Vérifier que la raideur du ressort vaut 20,0 Nm^{-1}.

b) En utilisant le théorème du centre d'inertie, justifier que la raideur peut s'exprimer en $kg\,s^{-2}$.

. On fixe maintenant le ressort étudié comme l'indique la figure. Le ressort est horizontal et fixe son extrémité A. On accroche à son extrémité un solide (S) de masse m = 200g. Le solide peut e déplacer sans frottement le long d'un axe horizontale OX. A l'équilibre le centre d'inertie G du olide coïncide avec l'origine 0 du repère.



a) le solide supposé en mouvement est dans la position représentée sur la figure. Faire 'inventaire des forces qui agissent sur le solide S, représenter ces forces.

b) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de G en déduire l'expression de la ulsation ω_0, de la période propre To de cet oscillateur. Calculer ω_0 et To.

Scanned by CamScanner

c) Vérifier que $x(t) = X_m \cos(w_o t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle précédente.

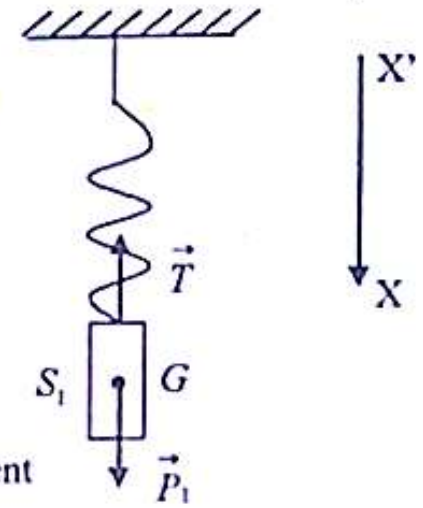
3. On comprime le ressort en poussant le solide vers la gauche, le point G occupe alors la position Go telle que OGo = - 0,15 m. A l'instant t = 0 on lâche le solide sans vitesse initiale.

a) déterminer l'amplitude Xm (par convention positive) et la phase du mouvement, ainsi que l'expression de la vitesse V(t) du solide. En déduire la valeur maximale de la vitesse.

b) Définir et exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur. Donner sa valeur numérique à t = 0.

Solution

1. a) Vérifions que $K = 20\ N.m^{-1}$.



A l'équilibre $\vec{P}+\vec{T}=\vec{O}$

Projection sur (X'X) $P - T_o = 0$ $\quad mg = K\Delta\ell o$

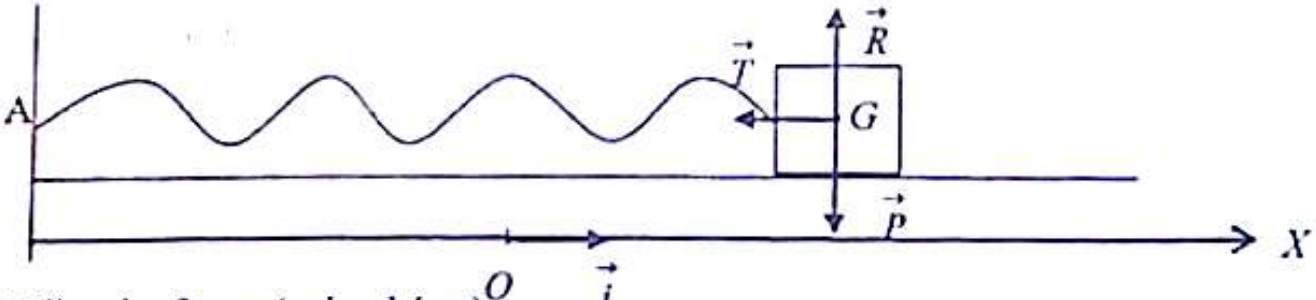
$$\Rightarrow K = \frac{mg}{\Delta\ell o} \; ; \qquad K = \frac{0,2 \times 10}{0,1} = 20 Nm^{-1}$$

b) Montrons que K peut s'exprimer en $Kg\ s^{-2}$. G en mouvement

T.C.I : $\vec{P}+\vec{T} = m\vec{a}$ projection sur X'X: $-T + P = m\,a$; $-K\Delta\ell + mg = m\,a$

$$K = \frac{m(g-a)}{\Delta\ell} \Rightarrow K \text{ en } Kg\ s^{-2}$$

2)



a) Bilan des forces (voir schéma).

b) Equation différentielle. T.C.I $\quad \vec{R}+\vec{P}+\vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur $(O,\vec{i})$ $\quad -T = ma \qquad -kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Expression de ω_o : $\quad \omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad AN \quad \omega_o = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10 rads^{-1}$

Expression de To $\quad To = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ AN: $\quad To = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{20}} = 0,628s$

Scanned by CamScanner

c) Vérifions que $x = Xm\cos(\omega_o t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle.

$\dot{x} = -\omega_o Xm\sin(\omega_o t + \varphi)$ $\quad \ddot{x} = -\omega_o^2 Xm\ \text{cost}\ (\omega_o t + \varphi) = -\omega_o^2 x$

$\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0$ avec $\omega_o^2 = \dfrac{k}{m}$

3. a) Déterminons Xm.

$$\text{à } t = 0 \begin{cases} x_o = X_m \cos\varphi = -0,15 \\ -\omega_o X_m \sin\varphi = 0 \end{cases}$$

$\sin\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0 \text{ ou } \pi$

$X_m = \dfrac{x_o}{\cos\varphi} > 0 \Rightarrow \cos\varphi < 0$ d'où $\varphi = \pi$

$X_m = -x_o = 0,15m$

Expression de v(t). $V(t) = -\omega_o Xm\ \sin(\omega_o t + \pi)$

$V_{max} = \omega_o Xm \qquad V_{max} = 10 \times 0,15 = 1,5 ms^{-1}$

b) Expressions de l'énergie mécanique.

$Em = \dfrac{1}{2} m \dot{x}^2 + \dfrac{1}{2} kx^2$

A $t = 0 \qquad Em = \dfrac{1}{2} kx_0^2$

A.N $\qquad Em = \dfrac{1}{2} \times 20 \times (0,15)^2 = 0,225$ J

Exercices N° 3

On se propose de déterminer expérimentalement la raideur K d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable. Pour cela on considère l'ensemble suivant : une tige verticale pouvant être animée d'un mouvement de rotation ; soudée à cette tige, et perpendiculaire, une tige horizontale, munie du ressort, dont une extrémité est fixée à la tige verticale, l'autre extrémité étant accrochée à un objet de masse m pouvant coulisser sans frottement le long de la tige horizontale. Au repos, le ressort a la longueur l_0 (figure1). On impose à l'ensemble un ouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω. Pour différentes valeurs de ω. On a mesuré les allongements x du ressort. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant :

ω en rad s^{-1}	3,186	4,500	5,486	7,099	7,759	8,366
x (cm)	10	20	30	40	60	70

Scanned by CamScanner

1. a) Faire la représentation graphique de $x = f(\omega^2)$.

Echelle 1 cm → 7 rad^2s^{-2} 1 cm → 10 cm

b) Pour une valeur constante de ω donner l'expression de l'allongement x du ressort en fonction de ω.

Le graphe obtenu est-il en accord avec cette expression ?

c) Déterminer graphiquement la raideur k du ressort pour une longueur du ressort l = 1m et m = 200g.

2. Deux ressorts identiques, de longueur l_0, de raideur k, sont tendus entre deux points A et B distants de L. un disque D, de masse m_1 et d'épaisseur négligeable, est fixé entre ces ressorts (voir figure 2):

a) Calculer les allongements des deux, ressorts à l'équilibre du disqueD.

b) Lorsque D est écarté de sa position d'équilibre, verticalement, vers le bas, de d = 3 cm et on l'abandonne sans vitesse. On néglige les frottements.

Etablir l'équation différentielle du mouvement. En déduire son équation horaire.

Calculer le période des oscillations.

On donne L = 45 cm ; lo = 15 cm ; k = 20 Nm^{-1} ; m_1 = 0,1 kg ; g = 10 ms^{-2}.

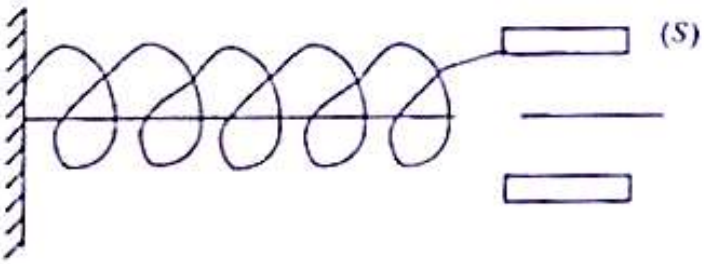


Figure 1

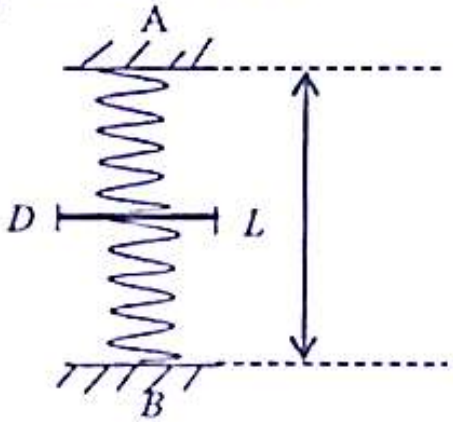


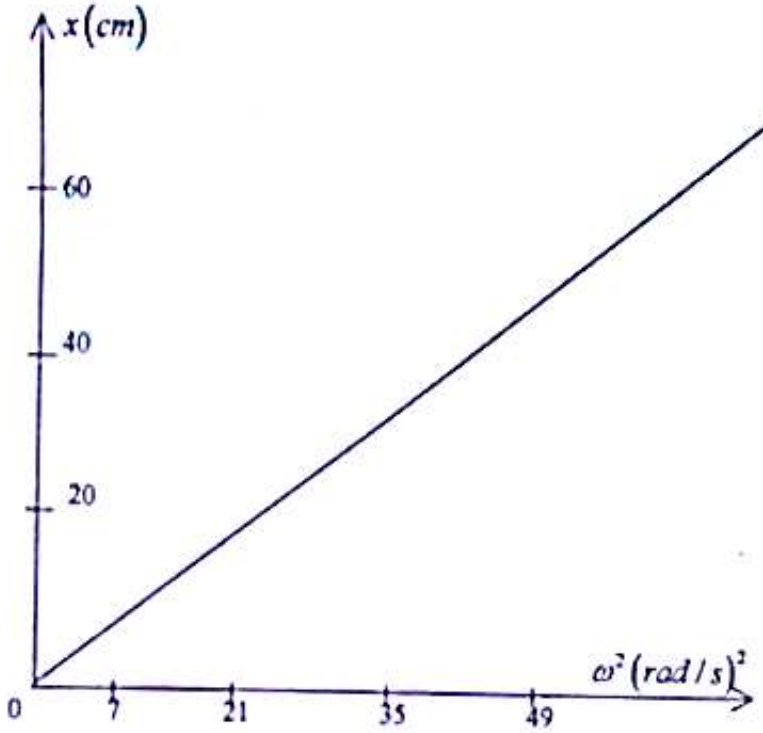
Figure 2

Solution

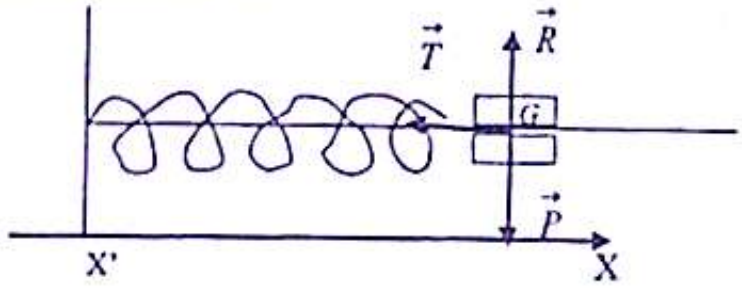
1. a) Tracé du graphique $x = f(\omega^2)$.

ω^2 (rad/s)^2	10,15	20,25	30,10	40,25	50,40	60,20	70
x (cm)	10	20	30	40	50	60	70

Scanned by CamScanner



b) Relation entre x et ω.



T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\qquad \vec{R}+\vec{P}+\vec{T} = m\vec{a}$

Projetons cette relation suivant xx' $\qquad x'$

$$kx = ma_n = m\omega^2 \ell \Rightarrow x = \frac{m\ell}{k}\omega^2 \Rightarrow \quad x = C\omega^2:$$

C'est l'équation d'une droite de la forme y = ax donc le graphe est en accord avec l'expression trouvée.

c) Détermination graphique de k.

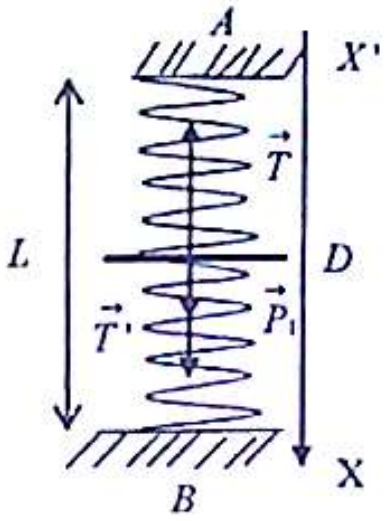
$$C = \tan\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta\omega^2} = \frac{(70-0)10^{-2}}{\cdot 70-0} = 10^{-2} ms^{-2} rad^{-2}$$

$$C = \frac{m\ell}{k} \Rightarrow k = \frac{m\ell}{C} = \frac{0,2.1}{10^{-2}} = 20 Nm^{-1}$$

Scanned by CamScanner

2. a) Allongement des deux ressorts l'équilibre.

- Système étudié : D
- Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.



Bilan des forces $\left(\vec{T};\vec{T}'\vec{P}_1\right)$

A l'équilibre $\vec{T}+\vec{T}'+\vec{P}_1=\vec{0}$

Projetons cette relation sur x'x.

$$-T+T'+P_1=0$$

$$-kx_A+kx_B+m_1g=0 \quad \Rightarrow \quad k\left(x_B-x_A\right)=\frac{-m_1g}{k}$$

$$\Rightarrow x_B-x_A=0,05(1)$$

$$L_A+L_B=L \Rightarrow lo+x_A+lo+x_B=L$$

$$x_B+x_A=L-2lo=45-30=15cm$$

$$\begin{cases} x_B-x_A=-0,05 \\ x_B+x_A=0,15 \end{cases} \qquad \Rightarrow 2x_B=0,1$$

$$x_B=0,05m=5cm \qquad x_A=0,1m=10cm$$

b) Equation différentielle du mouvement

T.C.I $\quad \sum \vec{F}_{ext}=m_1\vec{a} \qquad \Rightarrow \vec{T}_A+\vec{T}_B\,\vec{P}=m_1\vec{a}$

Projetons sur xx'

$$-T_A+T_B+P_1=m_1\ddot{x}$$

$$-k\left(x_A+x\right)+k\left(x_B-x\right)+m_1g=m_1\ddot{x}$$

$$\underbrace{-kx_A+kx_B+m_1g}_{0}-2kx=m_1\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x}+\frac{2k}{m}x=0$$

. Equation horaire: $x=X_m\cos\left(wt+\varphi\right)$

$$t=0\begin{cases} x=d & -Xm\omega\,\sin\varphi=0\Rightarrow\varphi=0 \quad \text{ou} \quad \pi \\ \dot{x}=0 & d=Xm\cos\varphi>0\Rightarrow\varphi=0 \quad \text{et} \quad Xm=d \end{cases}$$

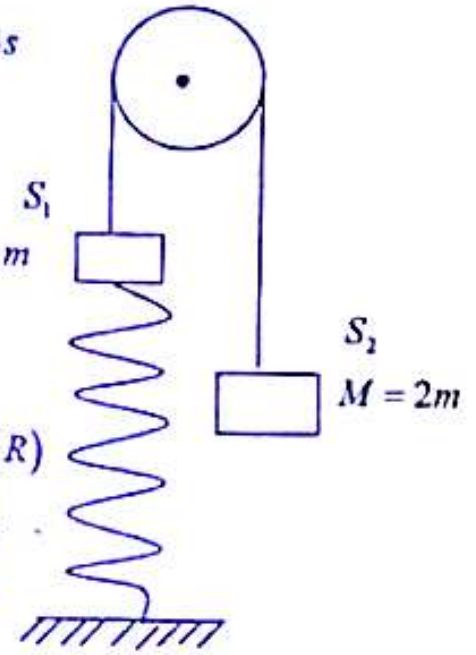
Scanned by CamScanner

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m_1}} \qquad \omega = 20 \text{ rad s-1.} \qquad x = 3.10^{-2} \cos 20t$$

- Période des oscillations

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{2k}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{2\times 20}} \qquad T = 0,314s$$

Exercice N° 4



On considère le dispositif donné par la figure ci contre.
Les solides S_1 *et* S_2 de masses respectives m et M = 2m sont reliés par un fil inextensible de masse négligeable.
On néglige également la masse de la poulie et les frottements.
Un ressort (R) à spires non jointives, parfaitement élastique de constante de raideur k, de masse négligeable est relié au solide S_1 par l'une de ses extrémités. L'autre extrémité du ressort est fixée a un support immobile.

1. Lorsque le système est à l'équilibre, le ressort (R) a un allongement $\Delta\ell = 5$ cm.
Calculer la constante de raideur k du ressort (R). On donne : m = 100 g ; g = 10m s^{-2}.

2. A partir de la position d'équilibre, on déplace le solide S_2 de 2 cm vers le bas et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant qui sera considéré comme origine des temps.

a) Sur un même schéma, représenter toutes les forces qui interviennent dans le système en équilibre.

b) Etablir l'équation différentielle du mouvement des deux solides S_1 *et* S_2. Préciser la période des oscillations.

c) Déduire l'équation horaire du mouvement des deux solides.

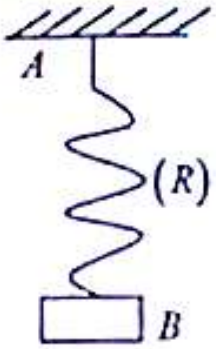
3. Le ressort R est vertical, son extrémité supérieur est fixé en un point A ; à l'extrémité inférieur B, on suspend un corps de masse m. Le système étant en équilibre on abaisse verticalement B de la longueur a puis on l'abandonne sans vitesse.

a) Déterminer la nature du mouvement de B.

b) Ecrire l'équation horaire de ce mouvement en prenant pour origine des espaces la position d'équilibre de B et origine des temps, l'instant où B est libéré. On précisera l'origine choisie pour l'axe vertical.
Préciser la valeur de la période.

c) Exprimer en fonction du temps l'énergie cinétique de m. Calculer sa valeur maximale.

Scanned by CamScanner



Solution

1. Calcul de la constante de raideur k.

- Système S_1 de masse m.
- Bilan des forces:

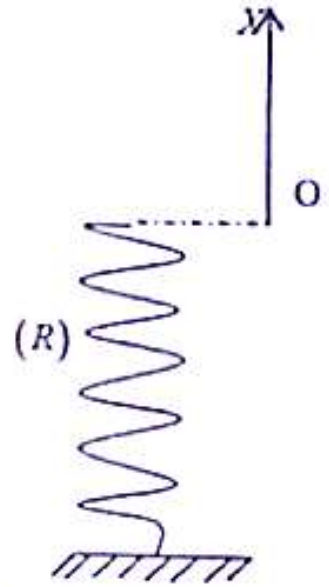
$\vec{T}_1$: Tension du ressort

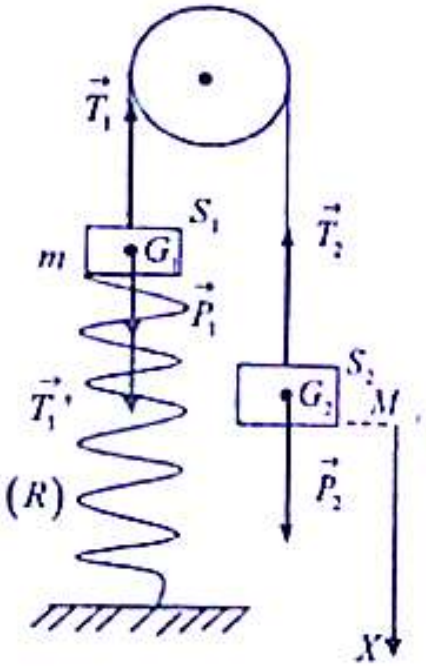
$\vec{T}_1$: Tension du fil

$\vec{P}_1$: Poids de m

A l'équilibre.

$\vec{T}_1 + \vec{T}'_1 + \vec{P}_1 + = \vec{O}$





Projetons sur Ox

$T_1 - T'_1 - P_1 = 0 \Rightarrow T_1 = P_1 + T'_1$

- Système S_2 de masse M
- Bilan des forces

$\vec{T}_2$: Tension du fil

$\vec{P}_2$: Poids de S_2

Equilibre $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = \vec{O} \Rightarrow T_2 = P_2 = 2\,mg.$

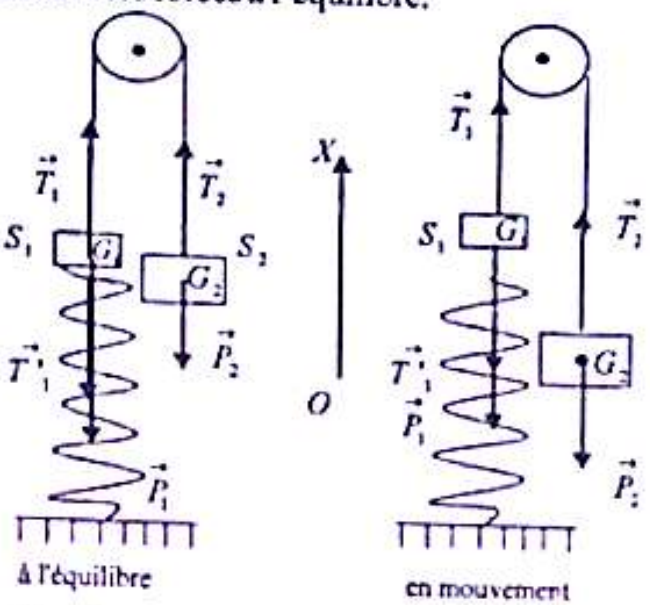
Or $T_1 = T_2 \Rightarrow P_1 + T'_1 = P_2$ et $T'_1 = k\Delta l$

$k\Delta l = P_2 - P_1 = P_1 = mg$

$$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,1 \times 10}{5.10^{-2}} \Rightarrow k = 20 Nm^{-1}$$

Scanned by CamScanner

2. Sur un schéma représentons les forces à l'équilibre.



à l'équilibre — en mouvement

b) L'équation différentielle du mouvement.

Système S_1 : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}'_1 = m\vec{a}$

Projetons sur OX.

$$-P_1 - T'_1 + T_1 = m\ddot{x}$$

$$-mg - k(\Delta\ell + x) + T_1 = m\ddot{x} \Rightarrow -mg - k\Delta\ell - kx + T_1 = m\ddot{x} \quad \text{or} \quad k\Delta\ell = mg$$

$$-2\,mg - kx + T_1 = m\ddot{x} \Rightarrow T_1 = m\left(2g + \ddot{x}\right) + kx$$

Système S_2 : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = 2m\vec{a}$

Projetons sur OX'

$$2mg - T_2 = 2m\ddot{x} \Rightarrow T_2 = 2m\left(g - \ddot{x}\right)$$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow m\left(2g + \ddot{x}\right) + kx = 2m\left(g - \ddot{x}\right)$$

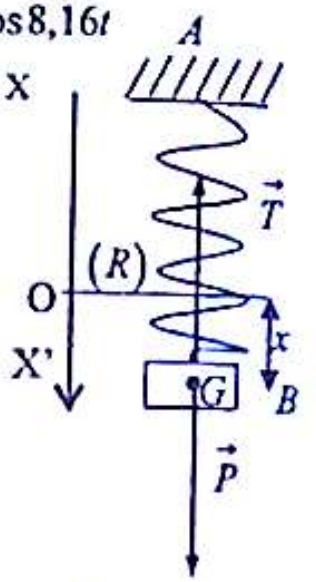
$$3m\ddot{x} + kx = 0 \qquad \ddot{x} + \frac{k}{3m}x = 0$$

Période $\omega = \sqrt{\frac{k}{3m}}$ et $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$ $\quad T = 0,77s$

Scanned by CamScanner

c) Equation horaire du mouvement.
$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ où $X_m = 2.10^{-2} m$

$At = 0$ on a $X_m \cos\varphi = X_m \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow 0$; $x = 2.10 - 2\cos 8,16t$



3. a) Déterminons la nature du mouvement de B.

A l'équilibre : $\vec{T}_o + \vec{P}_o = \vec{0}$

sur xx' : $-T_o + P = 0$ $\quad -k x_0 + mg = 0$

Etude en mouvement.

$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

Projection sur xx' : $-T + P = ma - k(x_0 + x) + mg = ma$

$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

Cette équation différentielle admet une solution de la forme $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

Le mouvement est rectiligne sinusoïdale.

b) Equation horaire du mouvement.

$t = 0 \begin{matrix} x=0 \\ V=0 \end{matrix}$ $a = X_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{a}{X_m} > 0$

$V = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$

$-X_m \omega \sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou π

comme $\cos\varphi > 0$, $\cos\varphi = 1 \Rightarrow a = X_m$ $\quad x = a\cos\omega t$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10 rads^{-1}$

Période T

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0,628s$

c) Energie cinétique en fonction de t.

$Ec = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m X_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t$

$Ec = 10a^2 \sin^2 \omega t$

$Ec_{max} = 10a^2 J$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 5 :

Un mobile autoporteur de masse m, placé sur un banc à coussin d'air horizontal, est lié à un ressort à spires non jointives, de raideur k, de masse négligeable. Le mobile oscille sans frottement, parallèlement à une direction x'x. A l'équilibre le centre d'inertie du mobile coïncide avec l'origine 0 du repère. Une interface appropriée permet de visualiser, sur l'écran d'un ordinateur, la position G. A cette fin, l'interface traduit cette position en une tension, proportionnelle à l'abscisse x de G, fonction du temps. Lors que le mobile oscille, l'examen de la courbe visualisée sur l'écran permet de relever le tableau de mesures ci-dessous ; les valeurs extrêmes correspondant à des extrêmas de la courbe.

Un étalonnage préliminaire a montré que U = + 5V correspond à l'abscisse x = 10 cm

1. Compléter la dernière ligne du tableau, donnant l'abscisse x de G.
2. Tracer la courbe x = f (t) en prenant pour échelle :

1 cm ⟶ 50 ms ; 1 cm ⟶ 2 cm

3. Déterminer la période T du mouvement de G et en déduire la pulsation ω.
4. Déterminer l'amplitude X_m du mouvement de G.
5. Calculer la raideur k du ressort, sachant que m = 240 g.
6. Quelle est la valeur de la vitesse à la date 262 ms ?

t (ms)	0	87	175	262	350	437	525	612	700	787	875
U (V)	- 4	- 2,8	0	+ 2,8	+ 4	+ 2,8	0	- 2,8	- 4	- 2,8	0

Solution

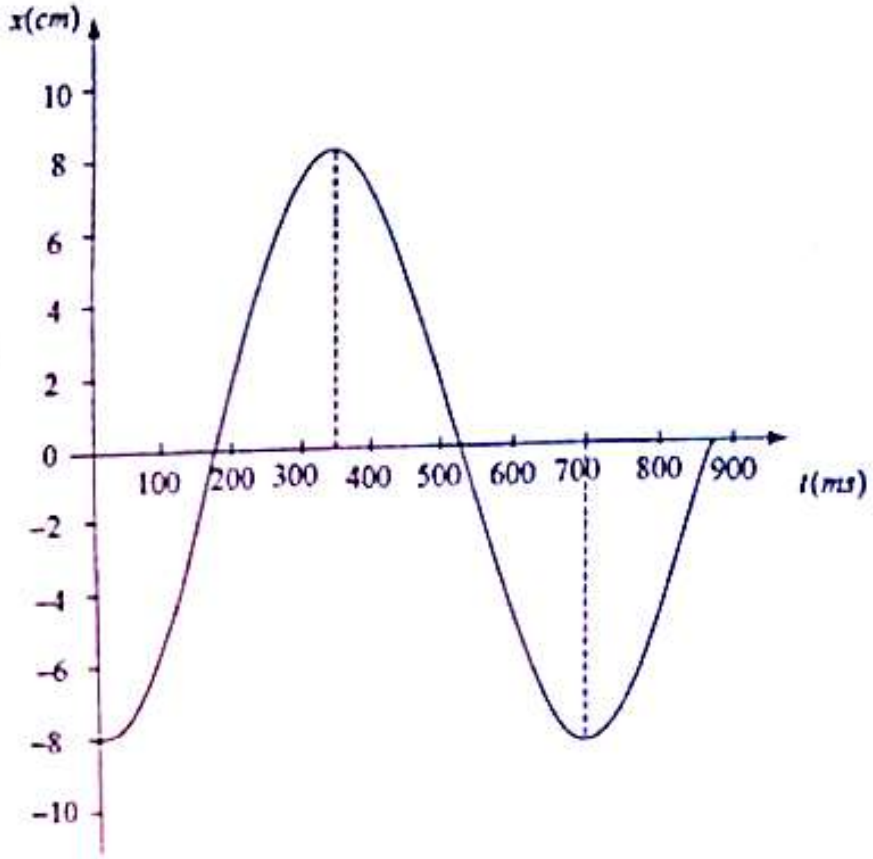
1. Complétons la dernière ligne du tableau.

t (ms)	0	87	175	262	350	437	525	612	700	787	875
U (V)	- 4	- 2,8	0	+ 2,8	+ 4	+ 2,8	0	- 2,8	-4	- 2,8	0
x (cm)	- 8	- 5,6	0	+ 5,6	+ 8	+ 5,6	0	- 5,6	-8	- 5,6	0

U = + 5 V on a x = +10cm

2. Tracé de x = f(t).

Scanned by CamScanner



3. Période T du mouvement.

Sur le graphique T correspond à 14 cm

$T = 14 \times 50 = 700\ ms \Rightarrow T = 0,7\ s$

Pulsation ω

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,7} \qquad \omega = 8,97 rads^{-1}$$

4. L'amplitude X_m du mouvement.

$X_m = 8\ cm \quad X_m = 8\ 10^{-2} m$

5. Calcul de la raideur k du ressort.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 \times 240.10^{-3}}{(0,7)2} \qquad k = 19,3\ N.m^{-1}$$

6. Calcul de la vitesse du mobile à la date t = 262 ms.

$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

A $t = 0 \quad x = -X_m = -8\ 10^{-2}\ m \Rightarrow \cos\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pi$

Scanned by CamScanner

$$x = 8.10^{-2}\cos(8,97t + \pi)$$

$$\dot{x} = -8.10^{-2} \times 8,97 \sin(8,97t + \pi)$$

Pour t = 262 ms on a $\dot{x} = 0,5ms^{-1}$

Exercice N° 6 : (Bac NIGER 98)

A. Un solide S qui repose sur une table plane et horizontale est maintenu entre deux ressorts identiques (R_1) et (R_2) de masses négligeables. Les deux ressorts sont fixés en A et B (figure N°1).

On donne : - Masse du solide S M= 600 g

- Longueur à vide des ressorts ; lo = 0,15 m
- Longueur des ressorts lorsqu'ils sont accrochés à S : l = 0,18m
- Raideur d'un ressort : k = 13 N.m^{-1}

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide à l'équilibre.

2. Le centre d'inertie I du solide S est écarté de sa position d'équilibre O suivant la direction X'X. on amène I en un point tel C que $\overline{OC}$ = 2 cm puis on abandonne le solide S sans vitesse initiale. La position de I est donc repérée par son abscisse x = $\overline{OC}$. En choisissant, comme origine des temps l'instant où le solide S est abandonné sans vitesse initiale, établir l'équation différentielle du mouvement, puis la loi horaire de I.

En déduire la pulsation ω_0 ainsi que la période T_0.

3. Calculer l'énergie cinétique maximale du solide S. Pour quelle abscisse x de I cette valeur maximale de l'énergie cinétique est-elle atteinte ?

B. On considère maintenant que les deux ressorts ne sont pas identiques, mais toujours de masses négligeables (figure N° 2).

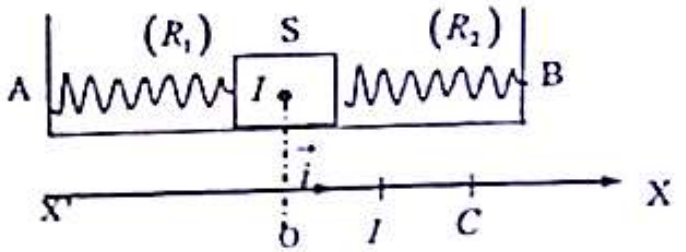
Le solide S est une sphère de rayon r = 5 cm. La distance AB est égale à 70 cm. Les raideurs respectives sont k_1 = 15 N.m^{-1} et k_2 = 10 N.m^{-1} et les longueurs à vide: $l_{0_1} = l_{0_2}$ = 25 cm.

1. Lorsque le solide S est à l'équilibre le ressort (R_1) est allongé de x_{0_1} = 4 cm. Quel est l'allongement x_{0_2} du ressort (R_2) ?

2. Le solide S est écarté de sa position d'équilibre de x_0 = 5 cm vers A suivant le direction AB, et on l'abandonne sans vitesse initiale. Montrer que l'ensemble constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω et la periode T.

3. Donner l'expression de l'énergie cinétique du solide S en translation à une date t.

Scanned by CamScanner



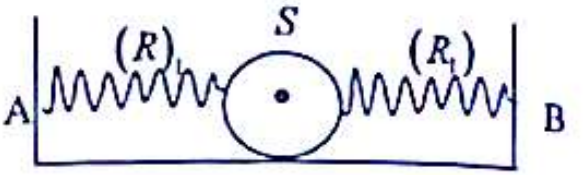


Figure 1

Solution

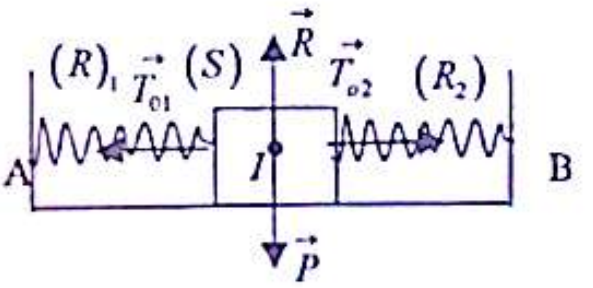
A 1. Bil

Le poids $\vec{P}$ du solide.

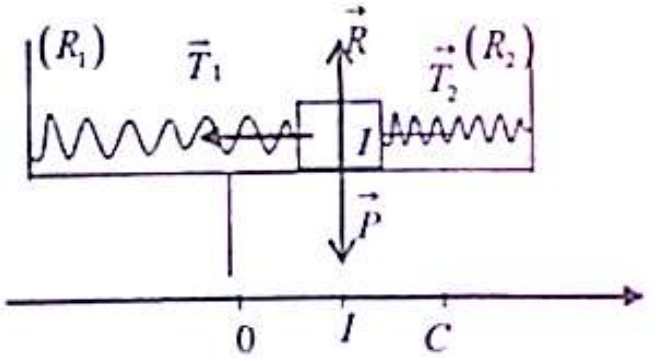
La réaction $\vec{R}$ du support.

La tension $\vec{T}_{O1}$ du ressort (R_1).

La tension $\vec{T}_{O2}$ du ressort (R_2).



2. Equation différentielle



Système étudié: Solide S

Repère utilisé : repère terrestre supposé galiléen.

Forces appliquées ; Le poids $\vec{P}$ du solide, La réaction $\vec{R}$ du support, Les tensions $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ des ressorts (R_1) et (R_2).

A l'équilibre $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_{O1} + \vec{T}_{O2} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

Projectons cette relation sur X'X : $-T_{O1} + T_{O2} + 0 + 0 = 0$

$-kx_{O1} + kx_{O2} = 0 \Rightarrow x_{O1} = x_{O2} = x_0$

En mouvement $\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}$

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{R} + \vec{P} = M\vec{a}$$

Scanned by CamScanner

Projection de cette relation sur X'X.

$$-T_1+T_2=Ma \Rightarrow -k(x_0+x)+k(x_0-x)=M\ddot{x}$$

$$-kx_0-kx+kx_0-kx=M\ddot{x} \Rightarrow -2kx=M\ddot{x}$$

$$\ddot{x}+\frac{2k}{M}x=0$$

- Loi horaire du mouvement.
- L'équation différentielle admet une solution de la forme ;

$x = X_m \cos(\omega_0 t+\varphi)$

$$\text{A } t=0 \quad \begin{vmatrix} x=\overline{OC}=2cm \\ \dot{x}=0 \end{vmatrix} \qquad \dot{x}=-X_m\omega_0 \sin(\omega_0 t+\varphi)$$

$$\begin{vmatrix} \overline{OC}=X_m\cos\varphi \\ 0=-X_m\omega\sin\varphi \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \cos\varphi=\dfrac{\overline{OC}}{X_m} \\ \sin\varphi=0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \cos\varphi>0 \\ \sin\varphi=0 \end{vmatrix} \text{ donc } \varphi=0$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{2k}{M}}=\sqrt{\frac{2\times13}{0,6}}=6,6 \text{ rads}^{-1}; \quad \cos\varphi=1 \Rightarrow X_m=\overline{OC}=2cm$$

$x = 2.10^{-2}\cos 6,6t$ ou $x = 2.10^{-2}\sin(6,6t+\frac{\pi}{2})$

Pulsation $\omega_0 = 6,6 \text{ rad s}^{-1}$

Période $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}$, $T_0 = 0,95s$

3. Energie cinétique maximale.

$E = E_C + E_{Pe}$, comme E = constante $\Rightarrow E_{c\,max} = E_{p\,max}$

$$E_{C\,max}=2(\frac{1}{2}kX_m^2) \Rightarrow E_{C\,max}=kX_m^2$$

$A.N: E_c = 13\times(2.10^{-2})^2 \Rightarrow E_c = 5,2.10^{-3} \text{ J}$

Scanned by CamScanner

Abscisse de x pour laquelle l'énergie cinétique maximale est $(R)_1$

atteinte. $E_c = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} M X_m^2 \omega^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

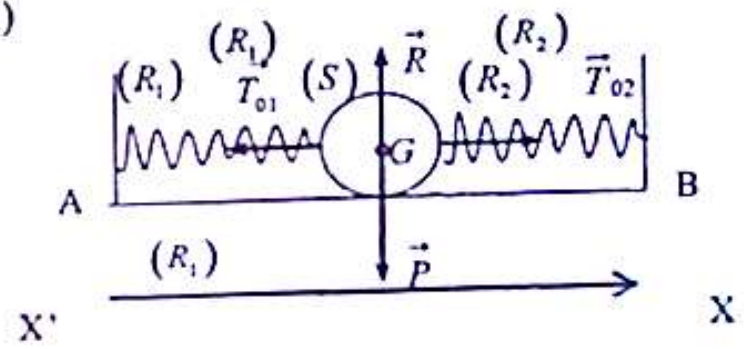
Ec est maximale si $\sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1 \Rightarrow \sin(\omega_0 t + \varphi) = 1$; d'où $\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$.

car $\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$ (R_1)

$\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0 \Rightarrow x = 0$

L'énergie cinétique est maximale si x = 0 (passage à la position d'équilibre).

B 1) Allongement x_{02} du ressort (R_2)



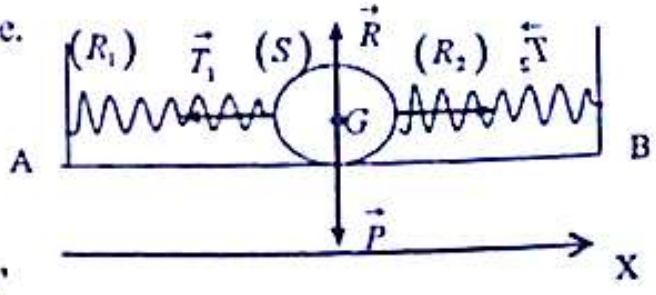
A l'équilibre $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_{01} + \vec{T}_{02} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

Projetons cette relation sur X'X : $-T_{01} + T_{02} + 0 + 0 = 0$

$-k_1 x_{01} + k_2 x_{02} = 0 \Rightarrow x_{02} = k_1 \frac{x_{01}}{k_2}$

$AN : x_{02} = \frac{15 \times 4.10^{-2}}{10} = 6.10^{-2}$; $X_{02} = 6\ cm$

2. Montrons que l'oscillateur est harmonique.



T.C.I $\sum \vec{F}_{ext} = M \vec{a}$

$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{R} + \vec{P} = M \vec{a}$

Scanned by CamScanner

Projection de cette relation sur X'X

$-T_1 + T_2 = Ma$

$-k_1(x_{01} + x) + k_2(x_{02} - x) = M\ddot{x} \Rightarrow -k_1 x_{01} + k_2 x_{02} - k_1 x - k_2 x = M\ddot{x}$

$-(k_1 + k_2)x = M\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k_1 + k_2}{M}x = 0$

Cette équation différentielle admet une solution de la forme $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$. Le mouvement de l'oscillateur étant rectiligne sinusoïdal, l'oscillateur est harmonique.

Pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{M}}$

AN: $\omega = \sqrt{\frac{15+10}{0,6}} \approx 6,5 \Rightarrow \omega = 6,5 \text{ rads}^{-1}$;

Période $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k_1 + k_2}}$

AN: $T = 2\pi\sqrt{\frac{0,6}{15+10}} \Rightarrow T = 0,97s$

3. Expression de l'énergie cinétique du solide en fonction de *t*.

$E_c = \frac{1}{2}M\dot{x}^2$ or $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

$\dot{x} = -Xm\omega \sin(\omega t + \varphi)$

$t = 0 \begin{vmatrix} x = x_o = 5cm \\ \dot{x} = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x_o = X_m \cos\varphi \\ 0 = -X_m \omega \sin\varphi \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \cos\varphi > 0 \\ \sin\varphi = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \varphi = 0$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow X_m = x_0 = 5\ cm$

$Ec = \frac{1}{2}MX_m^2 \sin^2 \omega t \Rightarrow Ec = \frac{1}{2}.0,6 \times \left(5.10^{-2}\right)^2 \times \frac{25}{0,6}\sin^2 6,5t$

$Ec = 3,13.10^{-2}\sin^2 6,5t.$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 7

1. Un ressort hélicoïdal à spires non jointives, de constante de raideur K, suspendu par une de ses extrémités à un point fixe, a pour longueur à vide $\ell_o = 15cm$. On suspend à l'autre extrémité un solide S de masse $M = 300g$. La longueur du ressort devient alors $\ell_1 = 21cm$
Déterminer la constante de raideur du ressort.

2. Le ressort est à présent fixé par l'une de ses extrémités à un point E du sommet d'un plan incliné d'angle α et a pour longueur à vide $\ell_o = 15cm$. Le solide S accroché à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur le plan incliné.

a) Faire le schéma et représenter les forces appliquées au solide S à l'équilbre.

b) Déterminer l'allongement $\Delta\ell$ du ressort en fonction de k, M, g et α.

c) Calculer $\Delta\ell$ pour $\alpha = 30°$.

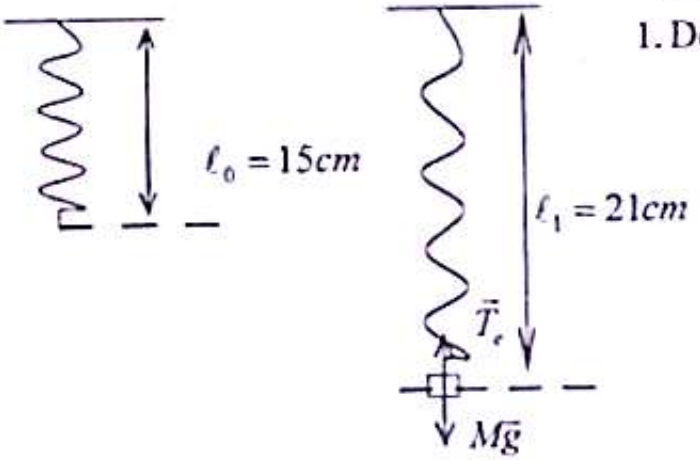
3. On écarte le solide S de sa position d'équilibre de $x_o = 6cm$ en le tirant vers le bas et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant $t = 0$ que l'on prendra comme origine des dates.

a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de S. En déduire la pulsation ω_o et la période des oscillations harmoniques.

b) En prenant comme origine des abscisses la position de S à l'équilibre, donner l'équation horaire du mouvement en précisant les valeurs de l'amplitude et de la phase.

c) Calculer le temps au bout duquel le solide S passe pour la première fois par sa position la plus haute.

Solution



1. Détermination de k.

$$\Delta\ell = \ell_1 - \ell_0$$

Al'équilibre $T_e = Mg$

$$k\Delta\ell = Mg$$

$$k = \frac{Mg}{\Delta\ell} = \frac{Mg}{\ell_1 - \ell_0}$$

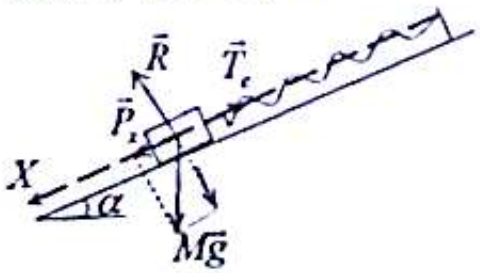
$$\text{AN: } k = \frac{0,3\times 10}{6.10^{-2}} = \frac{300}{6} = 50N.m^{-1}$$

$$k = 50N.m^{-1}$$

2. a) Représentation des forces (voir figure)

b) Déterminons de $\Delta\ell$ *en fonction de* k, M, g *et* α

$T.C.I\ \vec{P} + \vec{T}e + \vec{R} = \vec{0}$



Projectons sur (G, E) : $-Te + P = 0$ soit

$$k\Delta\ell = Mg\sin\alpha \Rightarrow \Delta\ell = \frac{Mg\sin\alpha}{k}$$

c) $AN: \Delta\ell = \frac{0,3.10.0,5}{50} = 0,03m = 3m$

Scanned by CamScanner

3. A un instant quelconque on a :

a) Equation différentielle du mouvement de S

T.C.I $\vec{R}+\vec{T}+\vec{P}=M\vec{a}$.

En projection sur X'X on a :

$-T+Px=Ma \quad ; T=k\Delta\ell \quad ; \quad \Delta\ell'=\Delta\ell+x$

$-k(\Delta\ell+x)+P_x=Ma \Rightarrow -kx=M\frac{d^2x}{dt^2}$

soit $M\ddot{x}+kx=0$

$\ddot{x}+\omega_o^2x=0$ avec $\omega_o^2=\frac{k}{M}$

$\omega_o=\sqrt{\frac{k}{M}}$, $T_o=\frac{2\pi}{\omega_o}=2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$

AN: $\omega_o=12,9rd/s$, $T_o=0,49s$

b) Equation horaire du mouvement de S

$x=x_m\cos(\omega_0t+\varphi)x_0=x_m=6.10^{-2}m\omega_0=12,9rads^{-1}$

Déterminons φ

$t=0 \quad x=x_0=x_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$

$x=6.10^{-2}\cos12,9t$

c) Temps au bout duquel S passe pour la première fois par sa position la plus haute.

$t=\frac{T_0}{2}\Rightarrow t=\frac{0,49}{2}=0,245S$

Scanned by CamScanner

VIBRATION ET PROPAGATION

Scanned by CamScanner

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS

RAPPEL DU COURS

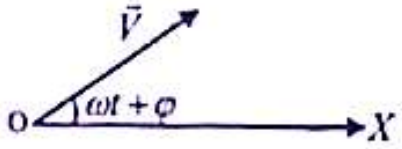
I PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES : Phénomène se répétant identique à lui même pendant des intervalles de temps égaux appelés période (T).

II MOUVEMENT VIBRATOIRE : Mouvement rapide, de part et d'autre d'une position d'équilibre.

A toute vibration peut-être attribuée un caractère sinusoïdal : $x = a\cos(\omega t + \varphi)$.

A toute fonction sinusoïdale on peut faire correspondre un vecteur tournant $\vec{V}$ dit de Fresnel ;

- Module du vecteur : a
- Vitesse angulaire : ω (pulsation).
- A un instant t on a : $\left(\overrightarrow{OX}, \vec{V}\right) = \omega t + \varphi$



III ETUDE STROBOSCOPIQUE D'UN MOUVEMENT PÉRIODIQUE :

Stroboscope : Source lumineuse émettant de brefs éclairs à intervalles de temps réguliers (Te)
Le stroboscope permet d'étudier des mouvements périodiques rapides.
Observations : En considérant un rayon peint sur un disque animé d'un mouvement circulaire uniforme de fréquence N, on observe :

- L'immobilité apparente avec un seul rayon.

Pour $Ne = \frac{N}{k}$, $k \in N^*$.
L'immobilité apparente avec k rayons.
Pour $Ne = kN$, $k \in N^*$.
Le mouvement ralenti :
Dans le sens réel : $N > Ne$.
Dans le sens inverse $N < Ne$.

Scanned by CamScanner

Exercices

Exercice N° 1

Un disque blanc portant un secteur noir est fixé sur l'arbre d'un moteur dont on veut déterminer la vitesse angulaire de rotation.

Le moteur étant en rotation uniforme, on éclaire le disque avec une lumière stroboscopique. Le secteur semble immobile lorsque la fréquence des éclairs est Ne = 60 Hz.

1. Déterminer les valeurs possibles de la fréquence et de la vitesse angulaire de rotation du disque.
2. Lorsqu'on augmente progressivement la valeur de la fréquence des éclairs, on observe à nouveau l'immobilité pour Ne = 120 Hz, puis on ne l'observe plus. En déduire la valeur de la vitesse angulaire de rotation du disque.
3. Qu'observe-t-on sur le disque pour Ne = 240 Hz ; Ne = 360 Hz ; Ne = 118 Hz ; 122Hz ?

Solution

1. Valeurs possibles de la :

- fréquence : $Ne = \frac{N}{k} \Rightarrow N = kNe$ N = 60 k , $k \in N^*$

- vitesse angulaire de rotation : $\omega = 2\pi N$, N=376,8k , $k \in N^*$

2. Ne_{max} = 120Hz Ne est maximale si k =1

$N = Ne_{max}$ =120Hz.

Valeur de ω : $\omega = 2\pi N = 2\pi \times 120 \Rightarrow \omega = 753,6 rads^{-1}$

3. Observations si

- Ne = 240Hz ; N = 120Hz $Ne = 2N \Rightarrow Te = \frac{T}{2}$

On observe deux secteurs immobiles.

- Ne = 360Hz Ne = 3N $\Rightarrow Te = \frac{T}{3}$

On observe trois secteurs noirs immobiles

- Ne = 118Hz Ne < N $\Rightarrow$ Te > T. Entre deux éclairs le disque effectue un peu plus d'un tour. On observe alors un secteur noir au ralenti dans le sens réel du mouvement.
- Ne = 122Hz Ne > N $\Rightarrow$ Te < T. Entre deux éclaires le disque effectue un peu moins d'un tour. on observe alors un secteur noir au ralenti dans le sens inverse du mouvement.

Exercice N° 2

Dans l'étude stroboscopique d'une lame vibrante, le disque troué qui produit les éclairs a p = 20 trous et fait n tours par seconde.

1. Sachant que la plus grande valeur de n pour laquelle la lame paraît unique et immobile est n = 20, calculer la fréquence du vibreur.
2. Quel est l'aspect de la lame quand n vaut successivement :10 ; 40 ;19,75 ?

Scanned by CamScanner

Solution

1. Fréquence du vibreur : Elle correspond à la fréquence des éclairs pour n=20.

$N = Ne = 20n \Rightarrow N = 400Hz$.

2. Aspect de lame.

Pour n=10 Ne=20n Ne=200Hz

$$Ne = \frac{N}{2} \Rightarrow N = 2Ne \Rightarrow T = \frac{Te}{2}$$

La lame paraît unique et immobile.

- Pour n = 40 $\Rightarrow$ Ne = 20 ×40 = 800Hz

Ne =2N $T = 2T_e$

La lame paraît dédoublée et immobile.

- Pour n =19,75 Ne = 395Hz

Ne < N $\Rightarrow$ Te > T

Entre deux éclairs la lame fait un peu plus d'une oscillation. La lame paraît se déplacer au ralenti dans le sens réel du mouvement.

Exercice N° 3

Un robinet qui fuit laisse échapper des gouttes d'eau à un rythme régulier (N). Nous supposons que la hauteur de chute est suffisante pour que toutes les gouttes aient toutes la même vitesse. Une observation stroboscopique permet de les immobiliser. La plus grande fréquence du stroboscope pour laquelle l' immobilité apparente est obtenue est Ne = 500Hz.

1. Quelle est la fréquence N d'apparition des gouttes et quelle est leur vitesse, sachant qu'elles sont distantes de 2cm ?

2. Ne varie légèrement, entre 510Hz et 490Hz.

Quels sont les mouvements apparents des gouttes correspondant à ces deux fréquences.

Solution

1. Ne = 500Hz étant la plus grande fréquence pour laquelle l'immobilité des gouttes est obtenue, elle correspond alors à la fréquence N d'apparition de ces gouttes.

N = Ne = 500Hz

- vitesse des gouttes.

période d'apparition des gouttes: $T = \frac{1}{N}$ $T = \frac{1}{500} = 2.10^{-2}s$

$$d = VT \Rightarrow V = \frac{d}{T} \Rightarrow V = \frac{2.10^{-2}}{2.10^{-3}} = 10ms^{-1} \quad ; \quad V = 10ms^{-1}$$

2. Pour Ne = 510Hz, on a Ne>N $\Rightarrow$ Te <T. Entre deux éclairs une goutte parcourt une distance légèrement inférieure à d = 2cm. On observe, alors les gouttes se déplacer au ralenti dans le sens inverse du mouvement.

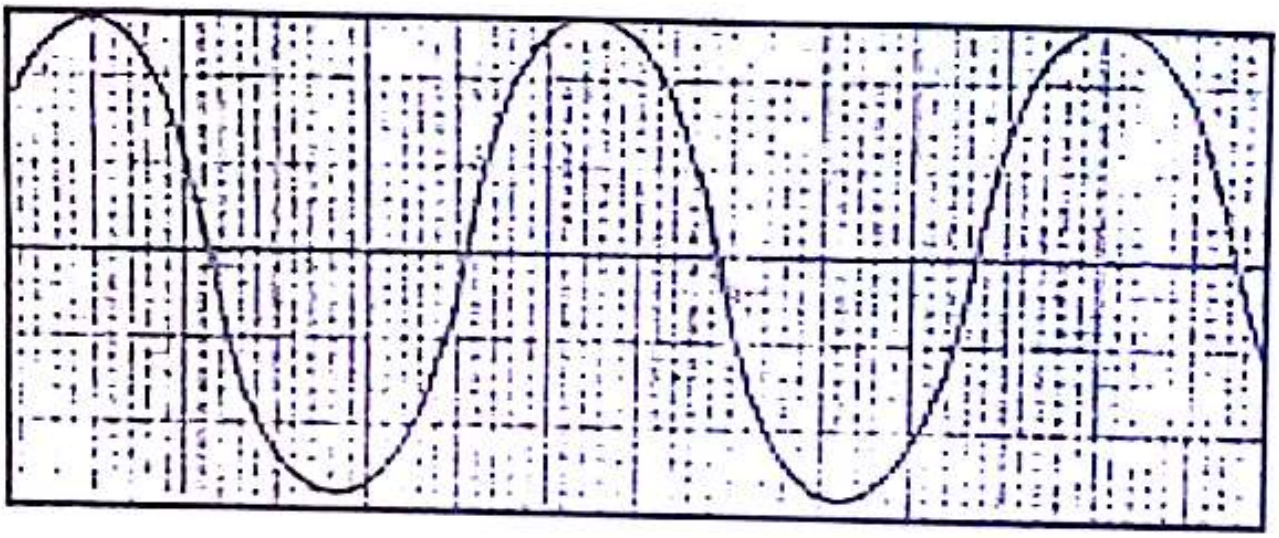
Pour Ne = 490 Hz Ne < N $\Rightarrow$ Te > T. Entre deux éclairs une goutte parcourt une distance légèrement supérieur à d = 2cm. On observe alors les gouttes se déplacer au ralenti dans le sens réel.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 4

La figure ci-dessous, représente l'aspect de l'écran d'un oscillographe avec les réglages suivants : Ky = 2V cm^{-1} ; balayage : 0,2ms.cm^{-1}.

1. Déterminer l'amplitude, la période et la fréquence de la tension appliquée.
2. Donner l'aspect de l'écran si l'on change le réglage: K = 1V cm^{-1} ; balayage: 0,1ms. Cm^{-1}
3. Cet oscillogramme peut-il être celui d'un son audible par l'homme ? Peut-il correspondre à une voix humaine ?



Solution

1. Déterminons :

- L'amplitude : soit l'amplitude a

a → 1,4cm

2V → 1cm ⇒ a = 2,8V

- La période T

$$T = 2,7 \times 0,2$$

$$T = 5,4.10^{-4}\ s$$

- La fréquence $N = \frac{1}{T} \Rightarrow N = \frac{10^4}{5,4} = 1851Hz$.

2. Donnons l'aspect de l'écran :

En changeant le réglage : Ky=1Vcm^{-1} ; balayage :0,1ms.cm^{-1}

- Longueur correspondant à une période.

$$\frac{0,1ms}{1cm} = \frac{0,54ms}{x} \Rightarrow x = 5,4cm$$

Scanned by CamScanner

- Hauteur de l'amplitude avec le nouveau réglage.

$$\frac{1V}{1cm} = \frac{2,8V}{y} \Rightarrow y = 2,8cm$$

Aspect de l'écran



3. Oui cet oscillogramme peut être celui d'un son audible, par l'homme parce que sa fréquence est comprise dans l'intervalle [20Hz ; 20000Hz] correspondant à l'intervalle des fréquences audibles par l'homme. Il ne peut correspondre à une voix humaine, car la voix humaine est périodique mais non sinusoïdale.

Scanned by CamScanner

Chapitre 2

PROPAGATION D'UN PHÉNOMÉNE VIBRATOIRE

RAPPEL DU COURS

I LONGUEUR D'ONDE :

Pour une perturbation se propageant dans un milieu donné à la vitesse C, on définit la longueur d'onde par $\lambda = CT$. C est aussi appelé célérité.

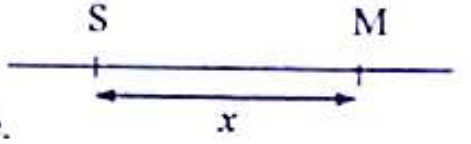
Pour une corde tendue de masse m de longueur l.

$$C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec F : tension de la corde

μ : masse linéique $\mu = \frac{m}{l}$

II ETAT VIBRATOIRE D'UN POINT M



Equation horaire du mouvement de M.

Soit $y_S = a \sin \omega t$ équation horaire de la source.

Pour M situé à la distance x de la source S, l'équation de son mouvement s'établit comme suit

$y_M = a \sin \omega (t - \theta)$ avec $\theta = \frac{x}{c}$ décalage horaire entre S et M

$$y_M = a \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

- Comparaison des états vibratoires de S et M.
  - M vibre en phase avec la source S si $x = k\lambda$
  - M vibre en opposition de phase avec S si $x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$
  - M vibre en quadrature de phase avec la source S si $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

Scanned by CamScanner

Exercices

Exercice N° 1

Un dispositif approprié laisse tomber en chute libre, de l'eau goutte à goutte, à raison de 10 gouttes par seconde. On éclaire la verticale de chute à l'aide d'une source lumineuse devant laquelle tourne un disque comportant 5 trous régulièrement repartis sur sa périphérie

1. Montrer que pour une vitesse de rotation convenable du disque, n tours/s on voit une succession de gouttes immobiles.
2. Déterminer la valeur maximale n_o de n.
3. Comment se répartissent les gouttes sur la verticale ?
4. Entre quatre crêtes consécutives la distance mesurée radialement est 18 cm. Quelle est la célérité de la propagation des ébranlements transversaux à la surface de l'eau.

Solution

Exercice N° 1

N = 10 gouttes/s = 10 HZ

Ne = np p = 5 trous

1. a) Observation des gouttes immobiles.

$$Ne = \frac{N}{k} \quad , k \in \mathbb{N}^*$$

$$np = \frac{N}{k} \Rightarrow npk = N$$

$$n = \frac{N}{pk} = \frac{10}{5k} = \frac{2}{k} \Rightarrow n = \frac{2}{k} \quad ; \; k \in \mathbb{N}^*$$

2. Valeur maximale n_o de n

k = 1 n = 2 tours/s

3. Les gouttes sêmblent immobiles les unes à la suite des autres.
   - Elles sont équidistantes.
4. Calcul de la célérité de la propagation :

d = 18cm. Entre 4 crêtes consécutives on a 3λ.

$$d = 3\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d}{3} = \frac{18}{3} = 6cm$$

$$\lambda = CT \Rightarrow \lambda = \frac{C}{N} \qquad \text{D'où } C = \lambda N$$

$$C = 6.10^{-2}.10 \quad ; \quad C = 0{,}6 \text{ ms}^{-1}$$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 2

L'extrémité A d'une lame vibrante est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal vertical de fréquence N = 100HZ et d'amplitude a = 210^{-3} m. En A est attaché l'extrémité d'une corde horizontale de 1m de longueur, dont l'autre extrémité est fixée à un dispositif empêchant la réflexion des ondes. Ses vibrations transversales se propagent alors sur la corde avec l'amplitude a et une célérité C = 20 ms^{-1}. L'origine des dates est choisie à l'instant où A quitte sa position de repos dans le sens des élongations positives, le sens positif étant vers le haut.

1. Etablir l'équation horaire du mouvement de A.
2. Indiquer où sont situés les points de la corde qui vibrent en phase avec A. Quel est leur nombre ?
3. Etablir l'équation horaire du mouvement du point M situé à la distance d = 30cm de A Comparer son mouvement à celui de A.
4. Représenter l'aspect de la corde à la date t = 0,02s en prenant pour échelle :
   - En abcisse 1cm pour 5cm de corde.
   - En ordonnée 1cm pour 1mm d'élongation.

Solution

N= 100HZ a = 210^{-3} m ℓ = 1m C = 20ms^{-1}

$$t = 0 \begin{cases} y = 0 \\ \dot{y} = 0 \end{cases}$$

1. Equation horaire du mouvement de A.

$$y_A = a\sin(\omega t + \varphi) \quad ; \quad \dot{y}_A = a\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$t = 0 \begin{cases} 0 = a\sin\varphi \\ a\omega\cos\varphi > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ \cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0 \; ; \quad y_A = 2.10^{-3}\sin 200\pi t$$

2. Points de la corde qui vibrent en phase avec le point A.

Un point M d'abscisse x vibre en phase avec A si $x = k\lambda$ *avec* $k \in N$

$$x = k\frac{C}{N} \Rightarrow \; x = 0,2\,k$$

k = 1	x = 0,2m	;	k = 2	x = 0,4m
k= 3	x = 0,6m	;	k = 4	x = 0,8m
k= 5	x = 1m			

Il y a 5 points qui vibrent en phase avec le point A.

3. Equation horaire d'un point M.

Le point M reproduit le mouvement A avec un retard $\theta = \frac{x}{C}$

Scanned by CamScanner

$y_M = a\sin\frac{2\pi}{T}(t-\theta)$; $y_M = a\sin\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$;

$\lambda = \frac{C}{N} = 0,2m$; $x = d = 30.10^{-2}m$

$y_M = 2.10^{-3}\sin(200\pi t - 3\pi)$

Comparaison des 2 mouvements.

$\Delta\varphi = 3\pi$ A et M vibrent en opposition de phase.

4. Représentons l'aspect de la corde à t = 0,02s.

$\frac{t}{T} = tN = 0,02x100 = 2$

t = 2T, la corde est perturbée sur une longueur $\ell = 2\lambda = 40cm$

$y_M = 2.10^{-3}\sin\left(200\pi \times 0,02 - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$y_M = 210^{-3}\sin\left(4\pi - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ $y_M = -2.10^{-3}\sin\frac{2\pi x}{\lambda}$

$x = 0$ $y_M = 0$

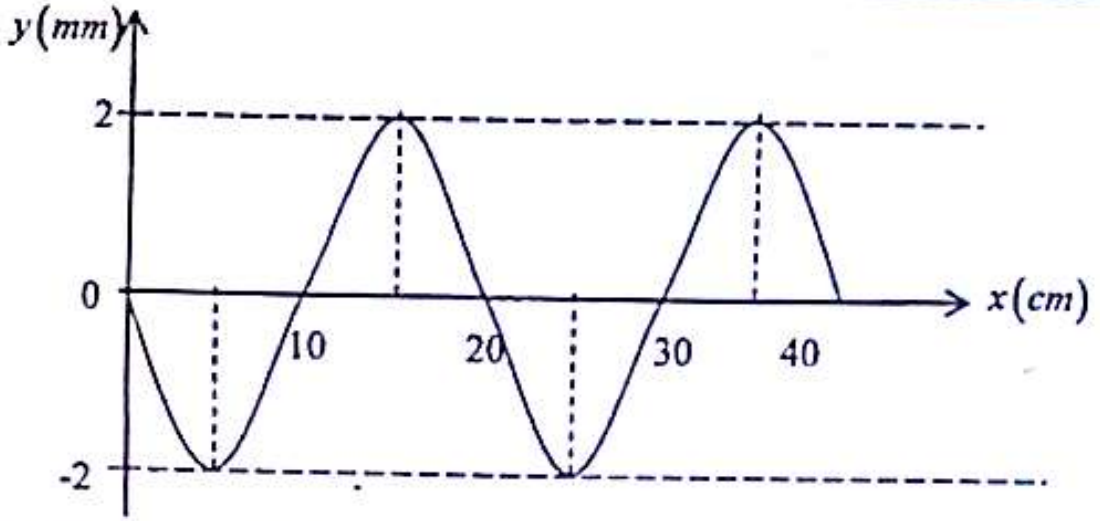
$x = \frac{\lambda}{4}$ $y_M = -2.10^{-3}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4} = -2.10^{-3}m$

$x = \frac{\lambda}{2}$ $y_M - 2.10^{-3}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{2} = 0$

$x = \frac{3\lambda}{4}$ $y_M = -2.10^{-3}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{3\lambda}{4} = 2.10^{-3}m$

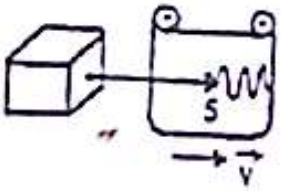
$x = \lambda$ $y_M = -2.10^{-3}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\times\lambda = 0$

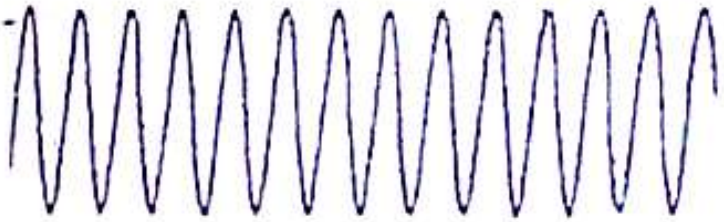
Scanned by CamScanner



Exercices N° 3 : (Partie B bac Niger 94)

1. On veut vérifier expérimentalement la fréquence N d'un vibreur. La valeur donnée par le constructeur est N = 25 HZ. On enregistre les vibrations de l'extrémité S grâce au procédé représenté ci-dessous.





Le papier défile à la vitesse constante V = 20 $cm\,s^{-1}$, on obtient le tracé ci-dessus (en grandeur réelle).

a) Montrer que l'expérience confirme la valeur N = 25HZ.

b) Quelle est l'amplitude de S ?

2. On fixe une corde élastique à l'extrémité S, l'autre extrémité de la corde horizontale étant reliée à un dispositif amortisseur empêchant toute réflexion, on tend légèrement la corde. Quand la corde vibre, on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope de fréquence Ne de telle façon qu'elle paraisse immobile.

2.1. Expliquer cette immobilité apparente et déterminer la relation reliant N à Ne dans ce cas.

2.2. Avec cet éclairage, la corde a la forme d'une sinusoïde dont les sommets sont équidistants de 10 *cm*.

a) Représenter la forme de la corde en vraie grandeur.

b) En déduire la célérité des ondes le long de cette corde.

2.3. L'équation horaire du mouvement de S peut s'écrire Ys(t) = a sin ωt , en faisant un choix judicieux de l'instant $t = 0\,s$.

a) Quel est ce choix ?

c) En déduire l'équation horaire d'un point M situé à la distance SM = 62,5 cm de S (on négligera l'amortissement de l'amplitude des ondes).

Scanned by CamScanner

d) Représenter graphiquement $Y_s(t)$ *et* Y_M dans un même repère d'échelles.

1 cm ↔ 0,02 s et 1 cm ↔ 0,5 cm.

Solution

1. a) Montrons que N = 25 Hz.

$\vec{T}_1$

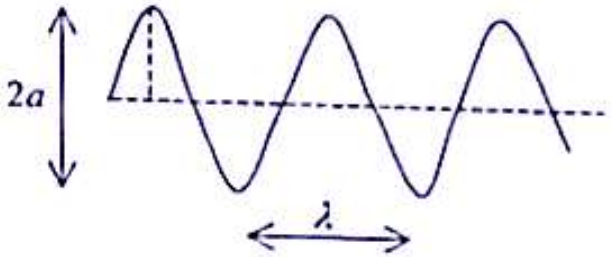
Sur le tracé $10\lambda = 8cm \Rightarrow \lambda = \frac{8}{10} = 0{,}8cm = 8.10^{-3}\,m$

$\lambda = VT = \frac{V}{N} \Rightarrow N = \frac{V}{N}$; $AN : N = \frac{20.10^{-2}}{8.10^{-3}} \Rightarrow$ N = 25 Hz

L'expérience confirme bien la valeur de N.

b) Amplitude de S

$\vec{P}_1$



Sur le tracé $2a = 2cm \Rightarrow a = 1cm$; $a = 10^{-2}\,m$

2. 2.1. Explication du phénomène.

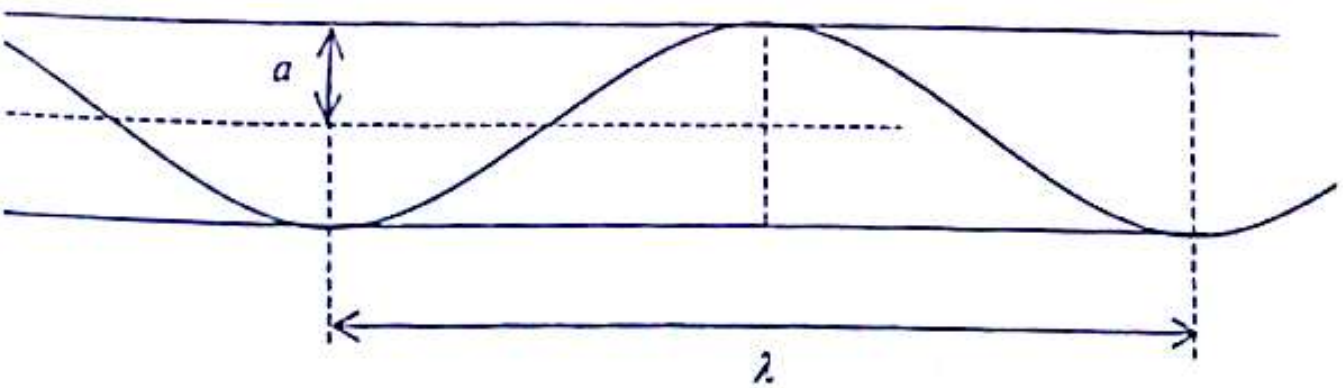
Entre deux éclairs consécutifs, de durée Te, la corde effectue k vibrations ($k \in \mathbb{N}^*$). Elle est toujours éclairée dans la même position, elle paraît immobile.

Relation reliant N et N_e.

$T_e = kT$ donc $N_e = \frac{N}{k} = k \in \mathbb{N}^*$

2.2 a) Représentation de l'aspect de la corde

λ = 10 cm sur la corde N = 25Hz et a = 1cm



Scanned by CamScanner

b) La célérité des ondes.

$$\lambda = CT\frac{C}{N} \Rightarrow C = \lambda N \quad ; \quad \text{AN : } C = 0{,}1 \times 25 \quad ; \quad C = 2{,}5\text{ms-1}$$

c) L'équation horaire de M tel SM = 62,5cm.

$y_s(t) = a\sin\omega t \Rightarrow \varphi = 0.$ Donc à t=0 $\begin{cases} y = 0 \\ \\ y > 0 \end{cases}$

Le point M reproduit le mouvement de S avec un retard : $\theta = \frac{SM}{C}$

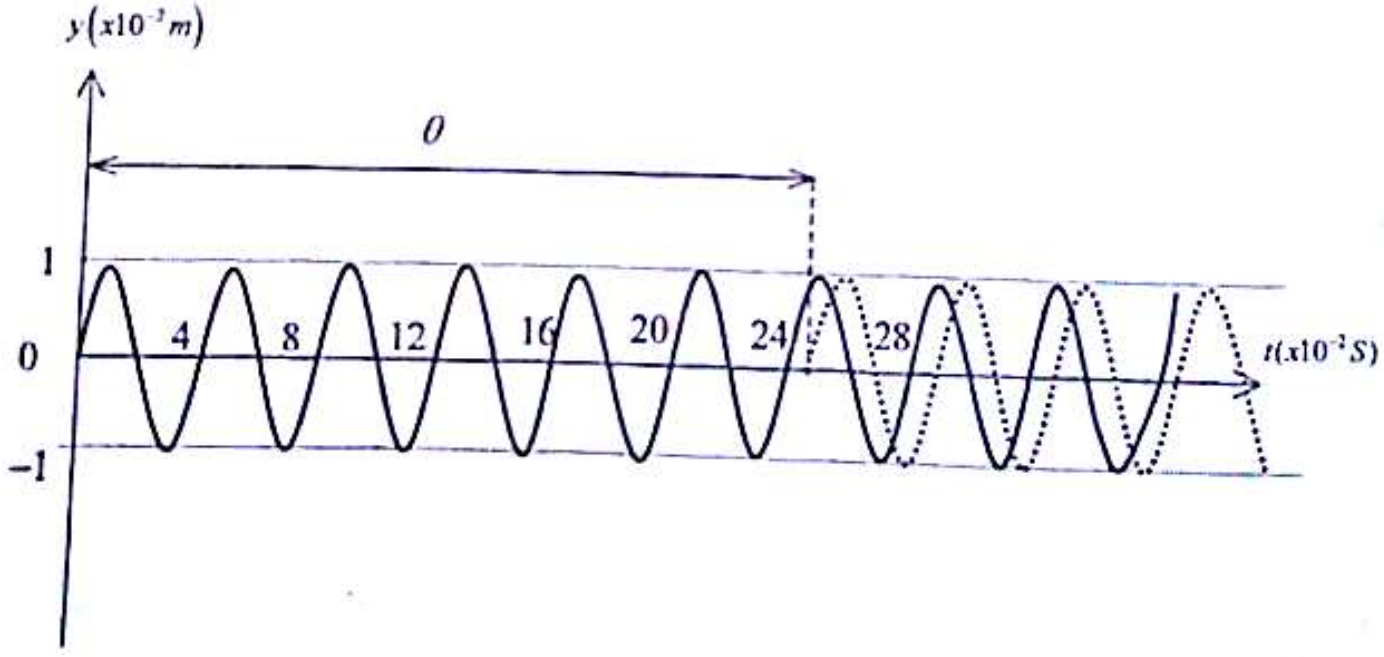
$$y_M = a\sin\omega(t-\theta) = a\sin\left(2\pi\omega t - \frac{2\pi N.SM}{C}\right) \quad ; \quad y_M = 10^{-2}\sin(50\pi t - \frac{\pi}{2})$$

d) Représentation graphique de $y_S(t)$ et $y_M(t)$

a =$10^{-2}m$ $\Rightarrow$ a = 1cm

$$T = \frac{1}{N} = 0{,}04s = 4.10^{-2}\text{ s} \quad ; \quad \theta = \frac{SM}{C} = \frac{62{,}5.10^{-2}}{2{,}5} = 0{,}25s$$

$$\frac{\theta}{T} = \frac{0{,}25}{0{,}04} = 6{,}25 \Rightarrow \theta = 6{,}25\ T$$



Scanned by CamScanner

Exercice N° 4

La pointe S d'un vibreur animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude a =10^{-3} m ; de fréquence100 Hz frappe la surface d'une eau initialement au repos. La vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau est 0,40ms^{-1}.

1. a) Ecrire l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau, situé à la distance d de la source. On prendra comme origine des temps, l'instant où la pointe en contact avec la surface de l'eau immobile se met à vibrer en se déplaçant dans le sens négatif.

b) Calculer l'élongation et la vitesse de M et préciser le sens de son mouvement pour d = 4.10^{-2} m et t = 0,125 s.

c) Calculer la distance parcourue par l'onde à l'instant t = 0,125s.

d) Représenter l'aspect de la surface de l'eau à cet instant. (Faire une coupe dans un plan vertical contenant la source.)

2. La pointe S du vibreur est à présent reliée à une corde de longueur 2m, tendue horizontalement. L'autre extrémité A de la corde est reliée à un dispositif d'amortissement empêchant toute réflexion. La célérité des ondes de la corde est C = 30ms^{-1}. La fréquence reste inchangée.

a) Comparer le mouvement d'un point M de la corde à celui de S si d = SM = 60 cm.

b) Déterminer les positions par rapport à S des points vibrant en opposition de phase avec S. En déduire leur nombre.

c) Soient deux points M_1 et M_2 de la corde dont les positions respectives par rapport à la source S sont x_1 = 82,5 cm et x_2 = 120 cm. Comparer les mouvements de M_1 et M_2.

Solution

1. a) Equation horaire de la source S.

$$y_S = a\sin(\omega t+\varphi) \quad ; \quad t=0 \quad \begin{cases} y=0 \\ \cdot \\ y<0 \ \text{(sens négatif)} \end{cases}$$

$$y = a\omega\cos(\omega t+\varphi) \ ; \quad t=0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = a\sin\varphi \\ a\omega\cos\varphi<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi=0 \\ \cos\varphi<0 \end{cases} \Rightarrow \varphi=\pi$$

$$y_S = 10^{-3}\sin(200\pi t+\pi) \quad \text{ou} \quad y_S = -10^{-3}\sin 200\pi t$$

- Equation du mouvement de M.

M reproduit le mouvement de S, de façon identique avec un retard : $\theta = \dfrac{d}{c}$

$$y_M = 10^{-3}\sin\left[200\pi(t-\theta)+\pi\right] \quad ; \quad y_M = 10^{-3}\sin\left(200\pi t - 500\pi d + \pi\right)$$

D'ou $y_M = -10^{-3}\sin(200\pi t - 500\pi d)$

b) Elongation de M si d = 4.10^{-2} m et t = 0,125s.

Scanned by CamScanner

$$y_M = -10^{-3}\sin\left(200\pi \times 0{,}125 - 500\pi \times 4.10^{-2}\right)$$

$$y_M = -10^{-3}\sin\left(25\pi - 20\pi\right)$$

$$y_M = 0$$

Vitesse de M.

$$\dot{y}_M = -10^{-3}.200\pi\cos\left(200\pi t - 500\pi d\right)$$

$$\dot{y}_M = -10^{-3}.200\pi\cos\left(25\pi - 20\pi\right)$$

$$\dot{y}_M = 10^{-3}.200\pi$$

$$\dot{y}_M = V_M = 0{,}63 ms^{-1}$$

$V_M > 0$, le point M se déplaçait dans le sens positif.

c) Distance parcourue par l'onde.

$$\frac{t}{T} = 0{,}125 \times 100 = 12{,}5 \Rightarrow t = 12{,}5\ \text{T}.$$

En une période la longueur parcourue par l'onde est λ.

Donc $\ell = 12{,}5\ \lambda$; $\lambda = C.T = \dfrac{C}{N} \Rightarrow \ell = 12.5\dfrac{C}{N}$

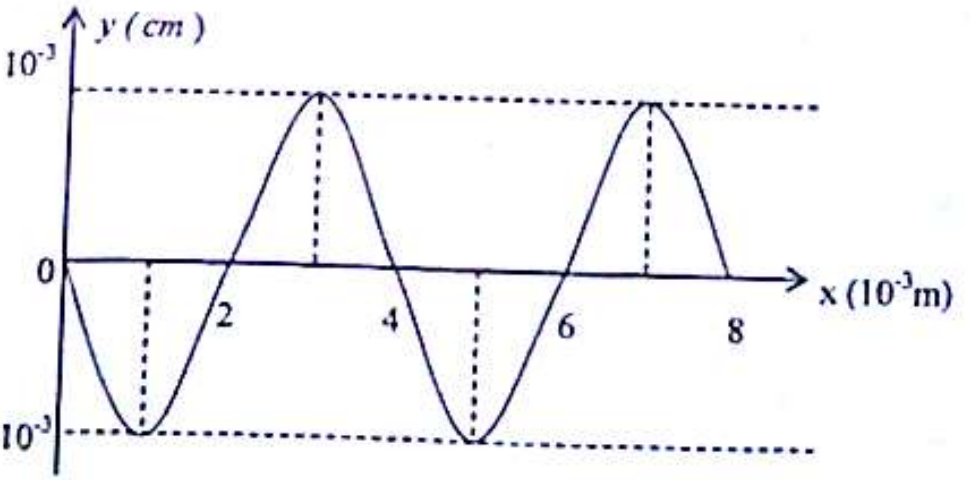
$$\ell = 12{,}5.\frac{0{,}4}{100} \quad ; \quad \ell = 5.10^{-2}\text{m}$$

d) L'aspect de la surface de l'eau.

$$y_M = -10^{-3}\sin(200\pi t - 500\pi d) \quad ; \quad t = 0{,}125s \Rightarrow y_M = -10^{-3}\sin\left(25\pi - 500\pi d\right)$$

$$y_M = -10^{-3}\sin 500\pi d$$

Représentation sur 2λ



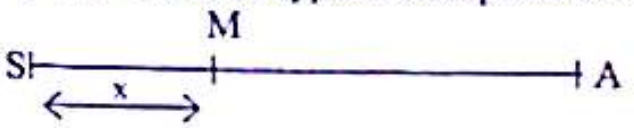
Scanned by CamScanner

2. a) Comparaison des mouvements de S et M.

$$\frac{SM}{\lambda}=\frac{d}{CT}=\frac{dN}{C}=\frac{60.10^{-2}\times 100}{30}=2\Rightarrow d=2\lambda$$

Est de la forme d = k λ, donc S et M vibrent en phase.

b) Positions des points vibrant en opposition de phase avec S.



$$x=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{C}{2N} \qquad k\in \square$$

$$x=(2k+1)\frac{30}{2\times 100}=0,3k+0,15 \quad \text{avec} \quad 0\le x\le 2m$$

k = 0	x = 0,15m	k = 4	x = 1,35m
k = 1	x = 0,45	k = 5	x = 1,65m
k = 2	x = 0,75	k = 6	x = 1,95m
k = 3	x = 1,05		

- Il y a 6 points sur SA qui vibrent en opposition de phase avec S.

c) Comparaison des mouvements de S, M_1 et M_2.

$\frac{SM_1}{\lambda}=\frac{82,5.10^{-2}}{0,3}=\frac{11}{4}\Rightarrow SM_1=11.\frac{\lambda}{4}$; S et M_1 vibrent en quadrature de phase.

$\frac{SM_2}{\lambda}=\frac{120.10^{-2}}{0,3}=4\Rightarrow SM_2=4\lambda$; S et M_2 vibrent en phase.

$\frac{x_2-x_1}{\lambda}=\frac{(120-82,5)10^{-2}}{0,3}=\frac{5}{4}$; M_1 et M_2 vibrent en quadrature de phase.

Exercice N° 5

Un haut-parleur alimenté par un générateur GBF, émet un son de fréquence N =1 000Hz et joue le rôle d'une source ponctuelle sonore.

Un microphone est placé en un point M_1 quelconque devant S et il est relié à la voie A d'un oscillographe.

1. Quelle courbe observe-t-on, sur l'écran (comportant 10 divisions) lorsque le balayage est réglé sur 200µs /div ?

Scanned by CamScanner

3. Un second microphone est placé en un point M et relié à la voie B de l'oscillographe bicourbe. SM_1 vaut 15cm. La célérité C du son dans l'air vaut 340m.s^{-1}.

Comparer les courbes (1) et (2) obtenues sur l'écran et les tracer.

a) lorsque SM_2 =49cm

b) lorsque SM_2 = 32cm

c) lorsque SM_2 =40,5cm

Solution

1. Observation sur l'écran.

$$T = \frac{1}{N} = \frac{1}{1000} \Rightarrow T = 10^{-3}s$$

Temps correspondant à l'écran : t = 200µs/div × 10div = 2000µs =2.10^{-3}s.

t = 2T

On observe sur l'écran la sinusoïde des temps sur deux périodes.

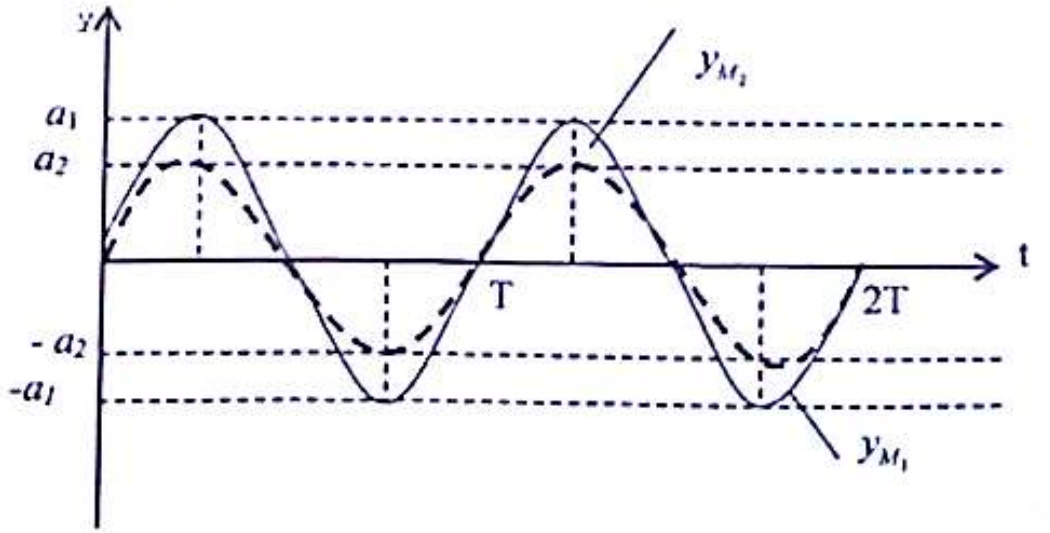
2. Lorsque le microphone passe d'un point M_1 à un autre : la période ne varie pas mais l'amplitude varie.

3. Comparaison des courbes (1) et (2).

$\lambda = CT = 340 \times 10^{-1} = 34.10^{-2} m \Rightarrow \lambda = 34cm$

a) SM_2 = 49cm.

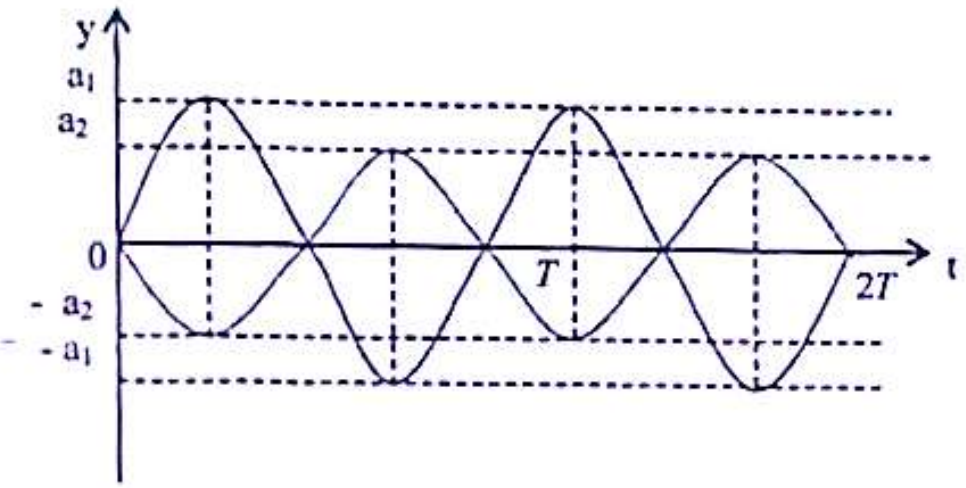
$\frac{SM_2 - SM_1}{\lambda} = \frac{49-15}{34} = 1$; y_{M_2} et y_{M_1} sont en phase



Scanned by CamScanner

b) $SM_2 = 32\text{cm}$

$\frac{SM_2 - SM_1}{\lambda} = \frac{32-15}{34} = \frac{1}{2}$. Donc y_{M_1} et y_{M_2} sont en opposition de phase.

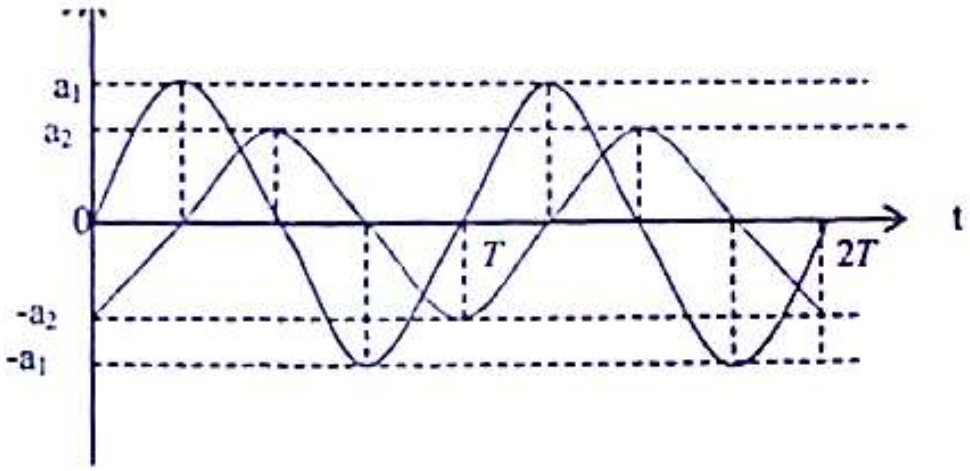


gure 10

c) $SM_2 = 40{,}5\text{cm}$

$\frac{SM_2 - SM_1}{\lambda} = \frac{40{,}5-15}{34} = \frac{3}{4}$

Y_{M_1} et Y_{M_2} sont en quadrature de phase .



Scanned by CamScanner

Exercice N° 6 : Bac Niger 2006 série D

Un haut-parleur émet à l'origine O d'un axe OX, une onde sonore progressive de fréquences f = 680 Hz.

1. On considére un point M_1 d'abscisse x situé sur l'axe OX.

a) Déterminer l'équation horaire de la vibration sonore en M.

b) Dire quand est-ce-que M vibre en phase, en opposition de phase avec la source lorsqu'il est atteint par la vibration issue de 0.

2. Pour déterminer la longueur d'onde (λ), le son est capté par deux microphones identiques M_1 et M_2 d'un oscillographe bicourbe. Les microphones M_1 et M_2 Considérés comme ponctuels sont progressiveent écartés l'un de l'autre jusqu'au ce que l'on observe deux courbes en opposition de phase sur l'écran de oscillographe. La distance $M_1 M_2$ séparant les deux microphones est alors : d = 25 cm.

a) Donner les équations horaires des vibrations enregistrées par les microphones M_1 et M_2

b) Etablir une relation liant la distance d et la longueur d'onde λ du son emis par le haut-parleur.

c) En déduire la longeur d'onde λ.

3. En considérant un point M tel que OM = 0,875 m, donner une représentation graphique des vibrations sonorer en O et M.

Solution

1. a) Equation horaire de la vibration au point M. Soit :

$$y = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t \quad \text{Equation de la source}$$

$$y_M = A \sin \frac{2\pi}{T}(t - \theta) \quad \text{avec } \theta = \frac{x}{C} \quad y_M = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$y_M = A \sin \left(2\pi ft - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

b) M vibre en phase avec la source pour : $(\Delta\varphi) = \dfrac{2\pi x}{\lambda} = 2K\pi \Rightarrow x = K\lambda$

M vibre en opposition de phase avec la source pour :

$(\Delta\varphi) = \dfrac{2\pi x}{\lambda} = (2K+1)\pi \Rightarrow x = (2K+1)\dfrac{\lambda}{2}$.

Scanned by CamScanner

2. a) Equation de la vibration captée par M_1.

$$y_{M_1} = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_1}{\lambda}\right)$$

Equation de la vibration captée par M_2.

$$y_{M_2} = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_2}{2}\right)$$

b) Relation entre d et λ.

M_1 et M_2 sont en opposition de phase.

$$(\Delta\varphi) = \frac{2\pi}{\lambda}|x_2 - x_1| = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2K+1)\pi \Rightarrow d = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$$

c) Il n'y a pas d'autres points en opposition de phase entre M_1 et M_2.

Donc $K = 0 \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d = 0,5m$

$$\lambda = 0,5m$$

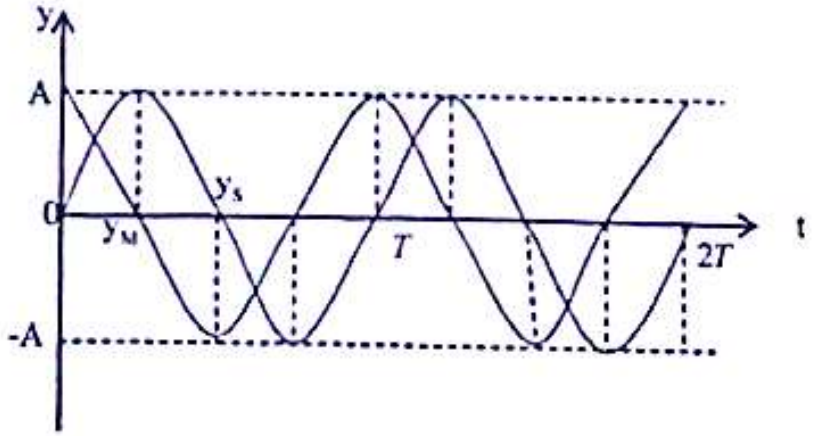
3. Pour OM = 0,875 m donnons la représentation graphique des vibrations en O et M.

$$y_0 = A\sin 1360\pi t \qquad y_M = A\sin\left(1360\pi t - \frac{2\pi x 0,875}{0,5}\right)$$

$$y_M = A\sin(1360\pi t - 3,5\pi) = A\sin\left(1360\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ les vibrations en O et M sont en quadrature de phase.

A t = 0 $y_S = 0$ $y_M = A$



Scanned by CamScanner

Chapitre 3

SUPERPOSITION DE DEUX PHÉNOMÈNES VIBRATOIRES

RAPPEL DU COURS

PRINCIPE DE SUPERPOSITION :

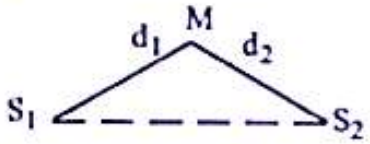
Quand deux signaux de même nature se superposent, la résultante est la somme algébrique des perturbations que provoquerait chacun des signaux agissant seul.

II INTERFÉRENCE MÉCANIQUE

Considérons deux sources S_1 et S_2 synchrones.

Etudions la perturbation en un point M atteint par les vibrations issues de S_1 et S_2.

$S_1M = d_1$ $\quad$ $S_2M = d_2$.



M est sur une frange d'amplitude maximale si $d_2 - d_1 = k\lambda$ avec $k \in Z$.

M est sur une frange d'amplitude nulle si $d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$; $k \in Z$.

NB: Formule permettant de déterminer le nombre de franges sur l'axe S_1S_2.

$|d_2 - d_1| \leq S_1S_2$ ou $-S_1S_2 \leq d_2 - d_1 \leq S_1S_2$.

III INTERFÉRENCE LUMINEUSE : Expérience de Young.

1. Observation : En éclairant une plaque percée de deux trous fins S_1 et S_2.

($S_1S_2 = a$), à la lumière monochromatique, on observe sur un écran E situé à une distance D de S_1S_2, des bandes rectilignes alternativement brillantes et sombres, équidistantes.

2. Expression de la différence de marche :

$$\delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$$

Scanned by CamScanner

3. Positions des franges.

Franges brillantes : $\delta = k\lambda \Rightarrow x = k\frac{\lambda D}{a}$

Franges sombres : $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda D}{2a}$

4. Interfrange (i) : C'est la distance qui sépare les centres de deux (2) franges consécutives. de même nature. $i = \frac{\lambda D}{a}$

5. Ordre d'interférence $P = \frac{\delta}{\lambda}$.

Il renseigne sur le numéro de la frange par rapport à la frange centrale.

- Pour une frange brillante : $P = k$; $k \in N$.
- Pour une frange sombre $P = k + \frac{1}{2}$; $k \in N$.

Exercices

Exercice N°1 : (Bac 1995 Niger)

1. La pointe S d'un vibreur animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude faible, de fréquence N = 40,0Hz frappe la surface de l'eau d'une cuve à ondes. La célérité des ondes est $C = 64,0cms^{1}$.

a) On éclaire la surface de l'eau avec une lampe stroboscopique à la fréquence Ne = 40,0Hz. Qu'observe-t-on à la surface de l'eau ?

b) La fréquence des éclairs est réduite à 39,0Hz ? Qu'observe-t-on ? Quelle est la célérité apparente des ondes ?

c) Comparer l'état vibratoire des points M_1 et M_2 de la surface de l'eau à celui de la source S pour $SM_1 = 5,60cm$ et $SM_2 = 9,60cm$.

2. On remplace la pointe S du vibreur par une fourche à deux pointes S_1 et S_2 qui frappent simultanément la surface de l'eau toutes les 24 millisecondes, $d(S_1\ S_2) = 5cm$. La célérité des ondes est $C = 64,0cms^{-1}$.

a) La surface de l'eau est éclairée à la lumière continue. Qu'observe-t-on ? Faire un schéma simple et approximatif.

b) Combien de points sur le segment $S_1\ S_2$ vibrent avec une amplitude maximale? Donner leurs positions par rapport au milieu O du segment $S_1\ S_2$.

Solution

1. a) Observation à la surface de l'eau.

N = 40 Hz

Ne = 40 Hz $\Rightarrow$ N = Ne : On observe des rides circulaires, équidistantes, alternativement claires et sombres, immobiles.

b) Observation à la surface de l'eau.

N = 40 Hz

Scanned by CamScanner

Ne = 39Hz $\Rightarrow$ Ne < N : on observe des rides circulaires qui se déplacent au ralenti vers les bords de la cuve à ondes.

Célérité apparente des ondes Ca.

$$\lambda = CaTa = \frac{Ca}{Na} \Rightarrow Ca = \lambda Na \quad \text{or} \quad \lambda = CT$$

D'où $Ca = C.\frac{Na}{N} \Rightarrow Ca = C.\frac{N - Ne}{N}$

AN : $Ca = 64.\frac{40-39}{40} = 1,6cms^{-1}$; $Ca = 1,6cms^{-1}$

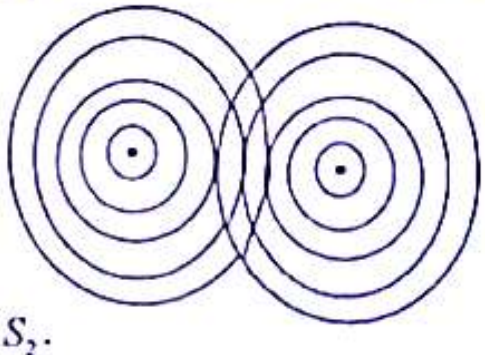
c) Etat vibratoire des points M_1 et M_2 par rapport à celui de la source.

$$\frac{SM_1}{\lambda} = \frac{SM_1 \times N}{C} = \frac{5,6 \times 40}{64} = \frac{7}{2} \Rightarrow SM_1 = 7.\frac{\lambda}{2}$$

M_1 et S_1 vibrent en opposition de phase.

$$\frac{SM_2}{\lambda} = \frac{SM_2.N}{C} = \frac{9,6 \times 40}{64} = 6 \Rightarrow SM_2 = 6\lambda. \Rightarrow M_2 \text{ vibre en phase avec S.}$$

2. a) On observe des rides circulaires issues de S_1 et S_2 qui se propagent dans toutes les directions. Ces rides s'interfèrent en certains points de la surface de l'eau. Elles forment des franges alternativement claires et sombres.



b) Nombre de points d'amplitude maximale sur S_1S_2.

Soit un point M d'amplitude maximale tel que $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$.

On a $|d_2 - d_1| \leq S_1S_2 \Rightarrow -S_1S_2 \leq d_2 - d_1 \leq S_1S_2$

$$-S_1S_2 \leq k\lambda. \leq S_1S_2$$

$$\frac{-S_1S_2}{\lambda} \leq k \leq \frac{S_1S_2}{\lambda}.$$

$\frac{-S_1S_2}{CT} \leq k \leq \frac{S_1S_2}{CT}$ avec $T = 24.10^{-3}s$ $k \in Z$; $-3,25 \leq k \leq 3,25$

$k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Il y a 7 points d'amplitude maximale sur S_1S_2.

Leurs positions par rapport au milieu O de S_1S_2.

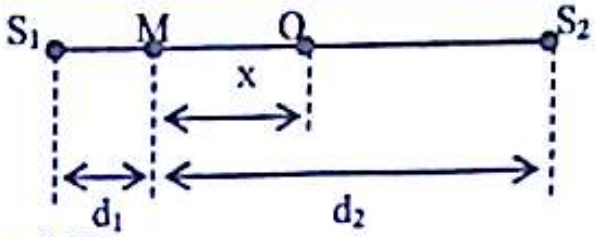
Scanned by CamScanner

$d_1 = S_1O - x$ et $d_2 = S_2O + x$

$d_2 - d_1 = 2x$

$k\lambda = 2x \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2} = k.\frac{CT}{2}$

$x = 0{,}768k(cm)$



k = -3	x = -2,3cm	k = 1	x = 0,77cm
k = -2	x = -1,54cm	k = 2	x = 1,54cm
k = -1	x = -0,77cm	k = 3	x = 2,3cm
k = 0	x = 0cm		

Exercice : N° 2

1. Une pointe frappe la surface d'une nappe d'eau, en S, à la fréquence N = 20Hz. La célérité des ondes est C = 24cms^{-1}.
   a) Quelle est la longueur d'onde ?
   b) En éclairage stroboscopique à la fréquence Ne = 19Hz ; Quel est l'aspect de la surface de d'eau ? Quelle est la vitesse du mouvement apparent ?
2. La pointe S est remplacée par une fourche avec deux pointes S_1 et S_2 distantes de 6cm et l'amplitude du mouvement vaut 3mm
   a) Quel est l'aspect de la surface de l'eau ?
   b) Ecrire l'équation horaire des sources.
3. On veut déterminer la vibration d'un point A situé à $d_1 = 22mm$ de S_1 et $d_2 = 30mm$ de S_2.
   a) Déterminer l'équation y_1 de M due à S_1 seule.
   b) Déterminer l'équation y_2 de M due à S_2 seule.
   c) Déterminer l'équation y de M due aux deux sources.
   d) Tracer les vecteurs de Fresnel correspondant
4. Déterminer le nombre de points immobiles sur S_1S_2.

Solution

1. a) La longueur d'onde λ.

$\lambda = CT = \frac{C}{N}$ AN : $\lambda = \frac{0{,}24}{20}$ $\lambda = 1{,}2.10^{-2}m$

b) On voit des rides circulaires concentriques, équidistantes se propager dans toutes les directions.

La vitesse du mouvement apparent.

$Va = Na.\lambda = (N - Ne)\lambda \Rightarrow Va = 1{,}2cms^{-1}$

2. a) Aspect de la surface de l'eau.

On observe des rides circulaires issues de S_1 et S_2 qui se propagent dans toutes les directions. Ces rides s'interfèrent en certains points de la surface de l'eau. Elles forment des franges alternativement claires et sombres.

Scanned by CamScanner

b) Equation horaire des sources.

$y_{S1} = y_{S2} = a\sin\omega t = a\sin\frac{2\pi t}{T}$ (on pose $\varphi = 0$).

3. a) L'équation y_1 de M.

M reproduit le mouvement de S_1 de façon identique, avec un retard θ_1.

$y_1 = a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda})$ AN : $y_1 = 3.10^{-3}\sin(40\pi t - \frac{11\pi}{3})$.

$y_1 = 3.10^{-3}\sin(40\pi t + \frac{\pi}{3})$.

b) L'équation y_2 de M.

M_2 reproduit le mouvement de S_2, de façon identique, avec un retard θ_2.

$y_2 = a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$ AN : $y_2 = 3.10^{-3}\sin(40\pi t - 5\pi) \Rightarrow y_2 = 3.10^{-3}\sin(40\pi t - \pi)$.

c) L'équation y de M.

$y = y_1 + y_2$ (principe de la superposition des petits mouvements).

$y_M = a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) + a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$.

$y_M = 2a\cos\pi.\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\sin(\frac{2\pi t}{T} - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda})$

$y_M = 2\cos\frac{2\pi}{3}\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{3})$.

$y_M = -3.10^{-3}\sin(40\pi t - \frac{\pi}{3})$ ou $y_M = +3.10^{-3}\sin(40\pi t + \frac{2\pi}{3})$.

d) Tracé des vecteurs de Fresnel.

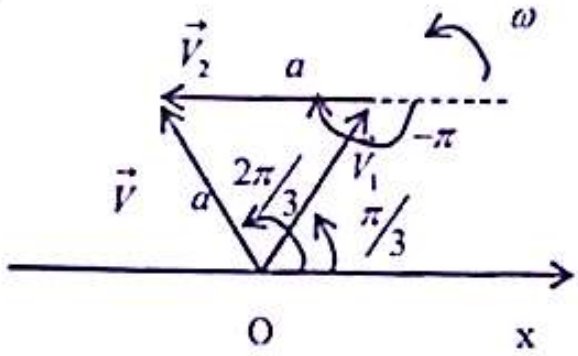
A y_1 on associe le vecteur $\vec{V_1}$ $\begin{cases} \|\vec{V_1}\| = a \\ (\overrightarrow{Ox}, \vec{V_1}) = \frac{\pi}{3} \end{cases}$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 5 : (Bac Niger 96)

A y_2 on associe le vecteur $\vec{V_2}$ $\begin{cases} \|\vec{V_2}\| = a \\ \left(\overrightarrow{Ox}, \vec{V_2}\right) = -\pi \end{cases}$

A y on associe le vecteur $\vec{V}$ $\begin{cases} \|\vec{V}\| = a \\ \left(\overrightarrow{Ox}, \vec{V}\right) = \dfrac{2\pi}{3} \end{cases}$



4. Nombre de points immobiles sur S_1S_2

Soit M un point immobile situé sur S_1S_2 tel que $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$

On a $|d_2 - d_1| \leq S_1S_2 \Rightarrow -S_1S_2 \leq d_2 - d_1 \leq S_1S_2$

$$-S_1S_2 \leq (2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq S_1S_2 \quad k \in Z$$

$$\frac{-S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}; \qquad -5,5 \leq k \leq 4,5$$

$k \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

On a 10 points immobiles sur S_1S_2

Exercice : N° 3

Un vibreur muni d'un double stylet dont les pointes distantes de 3,8cm, sont animées d'un mouvement sinusoïdale de fréquence N = 50Hz. Elles frappent verticalement en S_1 et S_2 une nappe deau. S_1 et S_2 sont considérées comme deux sources synchrones, en phase, d'amplitude a = 2mm. La célérité des ondes est $C = 0,60 ms^{-1}$.

1. a) Expliquer le phénomène observable à la surface de l'eau.

b) Déterminer l'état vibratoire des points suivants :

M_1 ($d_1 = 3cm$; $d_2 = 6cm$) ; M_2 ($d_1 = 4cm$; $d_2 = 5,4$ cm) ; M_3 situé sur la médiatrice de S_1S_2

2. La position d'un point quelconque sur le segment S_1S_2 est définie par son abscisse x, la droite S_1S_2 étant orienté de S_2 vers S_1 ; l'origine O étant le milieu de S_1S_2.

a) Etablir la relation entre la longueur d'onde λ et les abscisses des points du segment S_1S_2 pour lesquels l'amplitude de la vibration est nulle.

b) Montrer que ces points sont équidistants. Préciser leur nombre.

Scanned by CamScanner

Solution

1. a) On observe à la surface de l'eau des rides circulaires, issues de S_1 et S_2 concentriques, qui se superposent à la surface de l'eau.

b) Etat vibratoire des points suivants :

M_1 ($d_1 = 3cm$; $d_2 = 6cm$) . $\lambda = CT = \frac{C}{N}$ $\lambda = \frac{0,6}{50} = 0,012m = 1,2cm.$

$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{6-3}{1,2} = \frac{5}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = 5\frac{\lambda}{2}$. Le point M_1 est sur une frange d'amplitude nulle.

M_2 ($d_1 = 4cm$; $d_2 = 5,4cm$) $\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{5,4-4}{1,2} = 1,17$.

M_2 n'est ni situé sur une frange claire, ni sur une frange sombre.

M_3($d_1 = d_2$) $\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 0$ M_3 vibre avec une amplitude maximale (frange centrale).

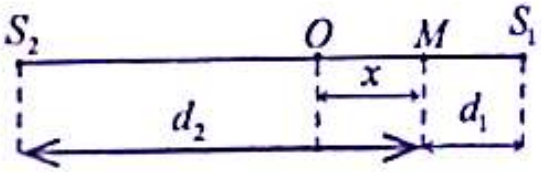
2. a) Relation entre λ et x.

$d_2 = S_2O + x$ $d_1 = S_1O - x$

$d_2 - d_1 = S_2O + x - S_1O + x = 2x$

$d_2 - d_1 = k\lambda \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$

$d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$



b) Montrons que ces points sont équidistants.

$x_2 = (2k_2 + 1)\frac{\lambda}{4}$ $x_1 = (2k_1 + 1)\frac{\lambda}{4}$

$x_2 - x_1 = (2k_2 + 1 - 2k_1 - 1)\frac{\lambda}{4} = 2(k_2 - k_1)\frac{\lambda}{4}$

Pour deux points consécutifs d'amplitude nulle : $k_2 - k_1 = 1$

$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$

Nombre de points d'amplitude nulle. $|d_2 - d_1| \leq S_1S_2$

$-S_1S_2 \leq (2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq S_1S_2$ $-\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq -\frac{1}{2} + \frac{S_1S_2}{\lambda}$.

$-\frac{3,8}{1,2} - 0,5 \leq k \leq \frac{3,8}{2} - 0,5 \Rightarrow -3,6 \leq k \leq 2,66.$

$k \in \{-3,-2,-1,0,1,2,\}$. Il y'a six points d'amplitude nulle.

Exercice : N° 4

On place deux haut-parleurs identiques face à face. Ils émettent le même son (même fréquence et même amplitude) et vibrent en phase.

La fréquence du son émis est 1600Hz ; la vitesse du son dans l'air est $336ms^{-1}$. La distance séparant les centres S_1 et S_2 des haut-parleurs vaut 120cm.

1. Calculer la longueur d'onde du son émis.

Scanned by CamScanner

2. On place un micro entre S_1 et S_2. Le son capté est visualisé sur l'écran d'un oscillographe. L'amplitude des vibrations varie avec la position du micro.
Pour quelles positions cette amplitude est-elle maximale ? Minimale ?
Le micro est placé en un point situé à 169cm de S_1 et106cm de S_2. L'intensité du son capté est-elle maximale ?

Solution

1. Longueur d'onde du son émis :

$\lambda = CT = \frac{C}{N}$; $\lambda = \frac{336}{1600} = 0{,}21\text{m} = 21\text{cm}$;

2. Déterminons la vibration en un point M situé à d_1 de S_1 et d_2 de S_2.

- Soit $y_1 = y_2 = a\sin 2\pi Nt = a\ sin\ \omega t$ équation des deux sources S_1 et S_2.
- Equation de la vibration au point M atteint par le signal issu de S.

$y_1(M) = a\sin\frac{2\pi}{T}(t-\theta_1); \theta_1 = \frac{d_1}{C}; y_1(M) = a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{CT})$

Equation de M lorsqu'il est atteint par le signal issu de S_2.

$y_2(M) = (\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$

Lorsque les deux signaux agissent simultanément au point M.

$y(M) = y_1(M) + y_2(M)$

$y(M) = a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) + a\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$

$y(M) = 2a\cos\pi\frac{(d_2-d_1)}{\lambda}\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi(d_2+d_1)}{\lambda}\right]$

- Positions du micro pour lesquelles l'amplitude est maximale.

$\cos\pi\frac{(d_2-d_1)}{\lambda} = \pm 1$; $\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda} = k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$; $d_2 - d_1 = k\lambda$.

- Positions du micro pour lesquelles l'amplitude est minimale.

$\cos\pi\frac{(d_2-d_1)}{\lambda} = 0 \Rightarrow \pi\frac{(d_2-d_1)}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$; $d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$.

3. Au point M tel que $S_1M = d_1 = 169\text{cm}$ et $S_2M = d_1 = 106\text{cm}$; l'intensité du son capté est maximale si $|d_2 - d_1| = k\lambda$.

$|d_2 - d_1| = |106 - 169| = 63cm$ $\frac{|d_2-d_1|}{\lambda} = \frac{63}{21} = 3$

$|d_2 - d_1| = 3\lambda$. Donc le son capté est maximal.

Scanned by CamScanner

Exercice N° : 5

Un vibreur est muni d'une pointe fine dont l'extrémité, animée d'un mouvement vertical sinusoïdal, de fréquence N=25Hz et d'amplitude 2,5 mm, frappe, en un point O, la surface d'un liquide au repos. On négligera l'amortissement au cours de la propagation et on supposera qu'il n'y a pas de réflexion des ondes sur les parois du récipent.

On provoque l'immobisation apparente du phénomène par éclairage stroboscopique.

1. a) Quelle relation doit exister entre Ne, fréquence des éclairs et N, fréquence du vibreur?

   b) Décrire l'aspect de la surface du liquide.

   c) La distance séparant 6 crêtes consécutives est d = 10cm.

   - Définir la longueur d'onde d'un mouvement vibratoire.
   - Calculer la longueur d'onde et la célérité des ondes à la surface du liquide.

2. Ecrire l'équation du mouvement du point O, $y_o = f(t)$, en supposant qu'à l'instant $t = 0$ $y_o = 0$, le mouvement allant dans le sens positif des élongations.

3. Ecrire l'équation du mouvement d'un point M situé à 3cm de O et celle du mouvement d'un point N stué à 5,5 cm de O. Que peut-on-dire du mouvement de M par rapport à celui de N.

4. Le vibreur est maintenant muni d'une fourche. Les extrémités des pointes de la fourche, animées d'un mouvement vertical sinusoïdal de fréquence N = 25Hz, frappent en deux points O_1 et O_2 la surface d'un liquide au repos. La distance O_1O_2 vaut d' = 72mm. Les ondes se propagent à la surface du liquide avec la célérité C = 50cm/s.

   a) Décrire l'aspect de la surface du liquide.

   b) Donner la condition pour qu'un point de la surface du liquide soit:

   - Sur une ligne de vibration maximale; - sur une ligne de vibration nulle.

   En déduire l'état vibratoire d'un point P situé à 17cm de O_1 et à 10cm de O_2 et d'un point Q situé à 9cm de O_1 et à 5cm de O_2.

   c) Déterminer le nombre et la position des points de vibration maximale sur le segment O_1 et O_2. Leur position sera comptée à partir de O_1.

Solution

1. a) La relation entre N_e et N : $N_e = \dfrac{N}{K}$

la plus grande valeur de $N_e = N = 25Hz$

b) On observe à la surface de l'eau des rides circulaires fixes.

c) La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période du vibreur.

$$\grave{a} = \frac{d}{5} = \frac{10}{5} = 2cm = 210^{-2}m$$

2. Equation du mouvement de O : $y_o = a\sin(\omega_o t + \varphi)$

$$\grave{a}\ t = \begin{cases} y_o(0) = a\sin\varphi = 0 \\ \dot{y}_o(0) = a\omega\cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

$$y_o = a\sin\omega t$$

AN: $Y_o = 2{,}510^{-3}\sin(50\pi t)$

Scanned by CamScanner

3. Equation des mouvement de M et N.

$y_M(t) = y_o(t - \frac{x_M}{c}) = a\sin(2\pi Nt - 2\pi \frac{x_M}{\grave{a}}$

$AN:\ y_M = 2,5 10^{-3}(50\pi t - \pi)$

$y_N(t) = y_o(t - \frac{x_N}{c}) = a\sin(2\pi Nt - 2\pi \frac{x_N}{\grave{a}}$

$AN:\ y_N(t) = 2,5 10^{-3}\sin(50\pi t - \frac{3\pi}{2})$

4. a) A la surface du liquide on observe des rides ayant la forme des hyperboles appelées franges d'interferences.

b) Pour qu'un point de la surface soit :

- Sur une ligne de vibration maximale, il faut que: $d_2 - d_1 = k\grave{a}$
- Sur une ligne de vibration nulle il faut que: $d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

* Pour P on a : $|d_2 - d_1| = |10 - 17| = 7cm = \frac{7}{2}\grave{a}$ $\Rightarrow$ P = Point immobile

Pour Q on a : $|d_2 - d_1| = |9 - 5| = 4cm = 2\lambda$ Q est un point d'amplitude maximale.

c) Nombre de points d'amplitude maximale sont tels que $d_2 - d_1 = K\grave{a}$

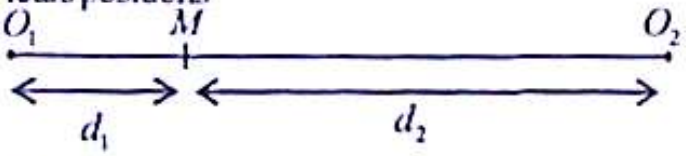
$-O_1O_2 \le d_2 - d_1 \le O_1O_2$ avec $d_2 - d_1 = K\lambda$

$\frac{-O_1O_2}{\lambda} \le K \le \frac{O_1O_2}{\lambda}$

$AN: -\frac{7,2}{2} \le K \le \frac{7,2}{2} \Leftrightarrow -3,6 \le K \le 3,6$

$K = \{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$: Il y a donc 7 points d'amplitude maximale sur O_1O_2

leurs positions



$\begin{cases} d_1 = x \\ d_2 = O_1O_2 - x \end{cases}$ $\quad d_2 - d_1 = O_1O_2 - 2x = K\lambda$

$x = \frac{O_1O_2}{2} - \frac{K\lambda}{2}$ $\quad x = 3,6 - K$

$x_{-3} = 6,6cm; x_{-2} = 5,6cm; x_{-1} = 4,6cm; x_o = 3,6cm$

$x_1 = 2,6cm; x_2 = 1,6cm; x_3 = 0,6cm$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 6

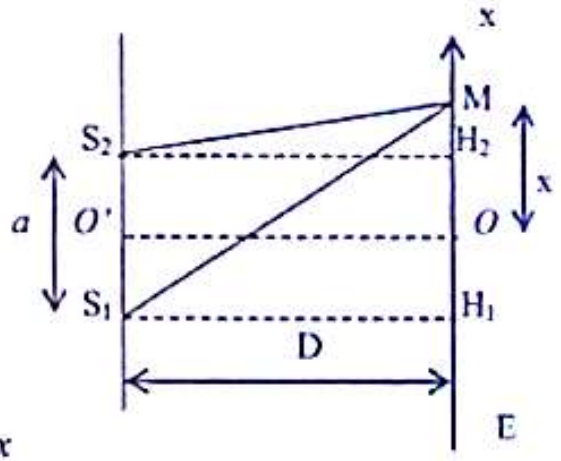
Une source lumineuse monochromatique S éclaire un écran percé de deux trous S_1 et S_2, S, S_1 et S_2 appartiennent à un même plan vertical. S_1 et S_2 sont à la même distance de S.
$d(S_1S_2) = a = 1{,}20mm$; $\lambda = 0{,}588\mu m$.

1. Qu'observe-t-on sur un écran vertical, parallèle à (S_1S_2), situé à la distance D = 2,00m de S_1 et S_2 ?
2. Un point M de l'écran E est situé à la distance x de la frange centrale.
   a) Etablir l'expression de la différence de marche entre les deux rayons S_1M et S_2M.
   b) Définir l'interfrange et le calculer.
   c) M appartient à la neuvième frange brillante comptée à partir de la frange centrale. Calculer x.

Solution

1. On observe une série de raies alternativement brillantes et sombres : Ce sont des franges d'interférence.

2. a) Expression de la différence de marche.



- Considerons le triangle S_1MH_1 rectangle en H_1

$S_1M^2 = S_1H_1^2 + HM^2$ $\quad S_1M^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$

Considérons le triangle S_2MH_2 rectangle en H_2

$S_2M^2 = S_2H_2^2 + H_2M^2$ $\quad S_2M^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$

$S_1M^2 - S_2M^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - D^2 - (x - \frac{a}{2})^2$

$S_1M - S_2M = \delta$; $\quad S_1M \approx S_2M \approx D$; $\quad \delta = \dfrac{ax}{D}$

b) l'interfrange est la différence séparant les milieux de deux franges consécutives de même nature

$i = \dfrac{\lambda D}{a}$ $\quad i = \dfrac{5{,}8810^{-7}x2}{1{,}2010^{-3}}$ $\quad i = 9{,}810^{-4}m$

c) Calcul de x.

$x = 8i \Rightarrow x = 7{,}84\ 10^{-3}m$ $\quad x = 7{,}84mm$

Exercice N° 7 : Bac Niger 2003 2ème groupe Série D

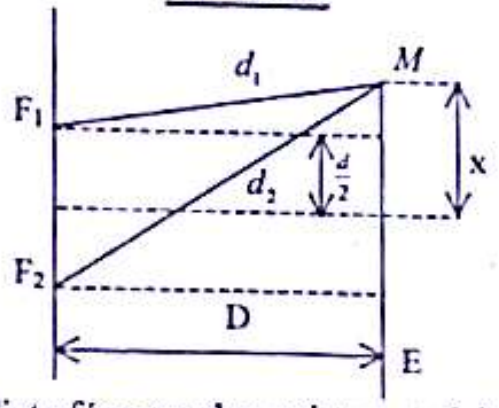
Une lumière monochromatique de longueur d'onde λ issue d'une fente F, tombe sur un écran K percé de deux fentes F_1 et F_2 parallèles à F. Un dispositif spécial permet de faire varier la distance a entre les fentes F_1 et F_2 ($F_1F_2 = a$) qui restent toutefois situés à égale distance de F.

1. On dispose un écran E, parallèle à K et à une distance D de celui-ci.
   a) Qu'observe-t-on sur l'écran ?
   b) Déterminer la différence de marche $\Delta = F_2M - F_1M$, pour un point M de l'écran à une distance x de la frange centrale. En déduire l'expression de i (interfrange).
2. On mesure dans le plan E, l'intervalle L séparant N franges brillantes consécutifs.
   - Etablir la formule donnant a en fonction de λ, N, D et L.

Scanned by CamScanner

3. On augmente l'intervalle a = F F. Qu'en résulte-t-il sur le phénomène observé ? D'autre part on remarque que pour un interfrange inférieur à 0,2mm, l'observation du phénomène devient très difficile à l'œil nu.
Quelle est alors la valeur limite a de la distance F_1F_2 séparant les deux fentes ?
4. Combien observe-t-on de franges brillantes sur l'intervalle L = 7,2mm de l'écran E quand a = a' ? La mesure de l'intervalle est faite à partir d'une frange brillante.

Solution



1. a) On observe des franges d'interférences alternativement claires et sombres, équidistantes.

b) Différences de marche.

$$F_1M^2 = d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$F_2M^2 = d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \qquad \text{d'où} \quad \Delta = F_2M - F_1M = \frac{ax}{D}; \qquad \Delta = \frac{ax}{D}$$

- Expression de l'interfrange.

Pour une frange brillante $F_2M - F_1M = k\lambda$.

$$\frac{ax}{D} = k\lambda \quad \Rightarrow \quad x = \frac{k\lambda D}{a}$$

$$i = x_2 - x_1 = k_2\frac{\lambda D}{a} - k_1\frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}(k_2 - k_1)$$

Pour deux franges brillantes consécutives $k_2 - k_1 = 1$.

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

2. Formule $a = f(\lambda, N, D, L)$.

$$L = (N-1)i = (N-1)\frac{\lambda D}{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(N-1)\lambda D}{L}$$

- Calcul de a.

$$a = \frac{(7-1).0,55.^{10-6}.1,2}{7,2.10^{-3}} \Rightarrow a = 5,5.10^{-4}m$$

Scanned by CamScanner

3. Si on augmente a, i diminue. Les franges deviennent plus serrées. Pour certaines valeurs de a, le phénomène est inobservable à l'oeil nu.

Valeur limite de a.

Phénomène observable si i $\geq$ $0{,}2.10^{-3}$m.

$$\frac{\lambda D}{a} \geq 0{,}2.10^{-3} \Rightarrow a \leq \frac{\lambda D}{2.10^{-4}}$$

$$a' = \frac{\lambda D}{2.10^{-4}} = \frac{0{,}55.10^{-6}.1{,}2}{2.10^{-4}} \Rightarrow a' = 3{,}3.10^{-3}\,m$$

4. Calcul du nombre de frange si a = a'.

$$a' = \frac{(N'-1)\lambda D}{L} \Rightarrow a'L = (N'-1)\lambda D$$

$$N'-1 = \frac{a'L}{\lambda D} \Rightarrow N' = \frac{a'L}{\lambda D} + 1$$

$$N' = \frac{3{,}3.10^{-3}.7{,}2.10^{-3}}{0{,}55.10^{-6}.1{,}2} + 1 \Rightarrow N' = 37$$

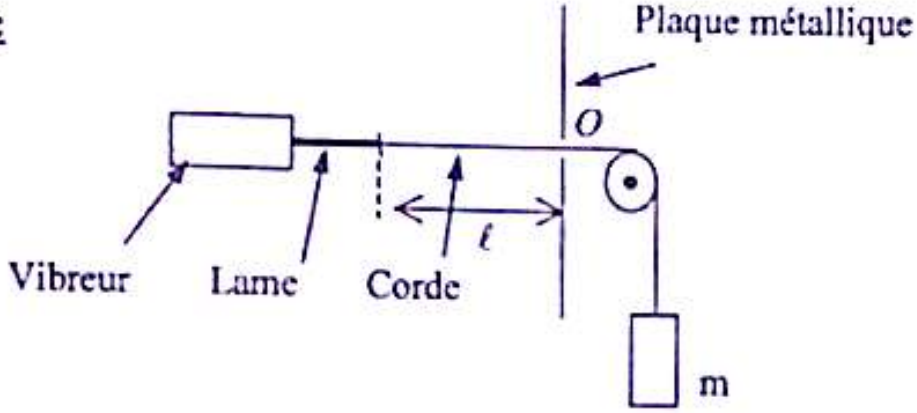
Scanned by CamScanner

Chapitre 4

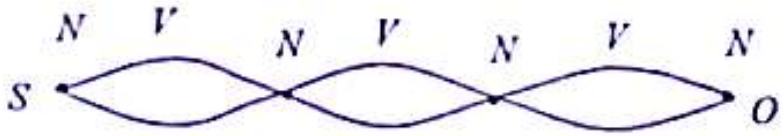
ONDES STATIONNAIRES : EXPÉRIENCE DE MELDE

RAPPEL DU COURS

I DISPOSITIF :



II OBSERVATIONS : En éclairage normale on observe la formation de fuseaux de même longueur.

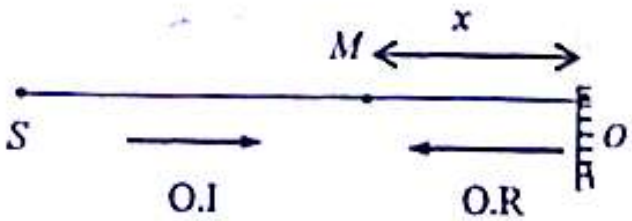


V : ventre, point d'amplitude maximale.
N : nœud, point d'amplitude minimale.

III INTERPRÉTATION

O.I : Onde incidente.

O.R : Onde réfléchie.



Scanned by CamScanner

- Détermination de l'élongation d'un point M atteint par les deux ondes.

Soit $y_I = a\sin\frac{2\pi}{T}t$ onde incidente.

$y_I(M) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi x}{\lambda})$.

Soit $y_R = -a\sin\frac{2\pi}{T}t$ onde réfléchie $y_R(M) = -a\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda})$

$y(M) = y_I(M) + y_R(M) = 2a\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})$

$y(M) = 2a\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})$

- Positions des ventres :

L'amplitude est maximale si $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$.

$x = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$ $k \in N$

Positions des nœuds.

- amplitude nulle.

- $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$ $k \in N$.

Remarques :

- $x = k\frac{\lambda}{2}$ $k = 0 \Rightarrow x = 0$. L'obstacle fixe est un nœud.
- Distance entre deux nœuds ou deux ventres consécutifs est de $\frac{\lambda}{2}$.
- Distance entre un nœud et un ventre consécutifs est $\frac{\lambda}{4}$.
- Si la corde vibre avec k fuseaux $\ell = k\frac{\lambda}{2}$.

Exercices

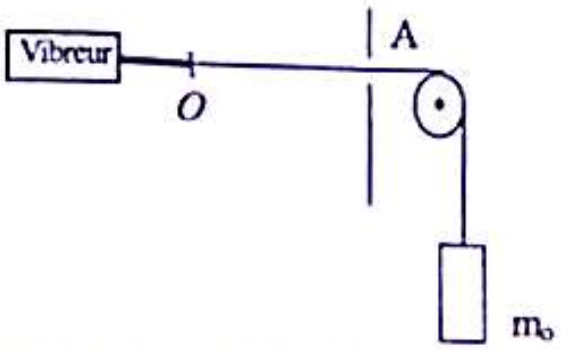
Exercice : N°1

Soit une lame vibrante, soumise à des vibrations sinusoïdales, verticales, d'amplitude a = 2mm. de fréquence N = 100Hz. On attache, une corde élastique à l'extrémité O de la lame afin de réaliser l'expérience de Melde.

La vitesse de propagation des ondes vaut $20ms^{-1}$ et on rappelle qu'elle est donnée par la relation

$C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; F désignant la tension de la corde et μ sa masse linéique.

Scanned by CamScanner



1. Pour la valeur $m_0 = 100g$, on a $OA = \ell_0 = 1m$; décrire le phénomène observé et déterminer le nombre n_0 de fuseaux visibles, O étant considéré comme un nœud de vibration.

2. On fait varier la longueur de la partie vibrante de la corde en déplaçant la plaque placée en A, la masse m_0 restant constante.

Etablir la relation entre le nombre n, de fuseaux, la longueur $\ell_1 = OA_1$ de la corde. ℓ_0 et n_0.

Application numérique : $n_1 = 8$, calculer ℓ_1.

3. On maintient la longueur $\ell = \ell_0 = 1m$ constante et on suspend à l'extrémité de la corde, des masses différentes. Etablir la relation existant entre le nombre n_2 de fuseaux, les masses m_2, m_0, et n_0.

Application numérique : $n_2 = 5$; calculer m_2.

Solution

1. Phénomène observé : on observe des fuseaux de même longueur, stationnaires.

- Nombre de fuseaux. $\ell_0 = n_0 \frac{\lambda}{2}$ $n_0 = 2\frac{l_0}{\lambda} = \frac{2l_0 N}{C}$.

$$n_0 = \frac{2.1.100}{20} = 10 \qquad n_0 = 10 \text{ fuseaux.}$$

2. Relation entre n, l, ℓo et n_0.

$$\ell_1 = n_1 \frac{\lambda}{2} \qquad = n_0 \frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = \frac{2\ell o}{n_0}$$

$$\ell_1 = \frac{n_1}{2}\frac{2\ell o}{n_0 \ell o} = \frac{n_1}{n_0}\ell_0 \qquad \ell_1 = \frac{n_1}{n_0}\ell o$$

Application numérique : $\ell_1 = \frac{8}{10} \times 1 = 0{,}8m$.

Scanned by CamScanner

3. $\ell = \ell_0 = 1\text{m}$.

Relation entre n_2, m_2, m_0 et n_0.

$$\ell_0 = n_0 \frac{\lambda_0}{2} \; ; \quad \lambda_0 = \frac{c}{N} = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \; ; \quad \ell_0 = \frac{n_0}{2}\frac{1}{N}\sqrt{\frac{m_0 g}{\mu}}$$

$$\ell_0 = n_2 \frac{\lambda_2}{2}; \quad \lambda_2 = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{F_2}{\mu}} = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{m_2 g}{\mu}} \qquad \ell_0 = \frac{n_2}{2}\frac{1}{N}\sqrt{\frac{m_2 g}{\mu}}$$

$$\ell_0 = \ell_0 \Rightarrow \frac{n_0}{2}\frac{1}{N}\sqrt{\frac{m_0 g}{\mu}} = \frac{n_2}{2}\frac{1}{N}\sqrt{\frac{m_2 g}{\mu}} \; ; \quad n_0\sqrt{m_0} = n_2\sqrt{m_2} \Rightarrow m_2 = \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2 m_0$$

Application numérique : $m_2 = \left(\frac{10}{5}\right)^2 \times 100 = 400g$.

Exercice : N° 2

1. Une corde élastique sans raideur est placée verticalement. L'extrémité supérieure A est reliée à un vibreur, qui impose un mouvement entretenu, sinusoïdal, transversal de fréquence N = 100Hz et d'amplitude a = 2mm. La corde traverse en un point B une plaque métallique mince percée d'un petit trou qui interdit pratiquement tout déplacement transversal de B. On tend la corde par le poids P d'une masse, suspendue à l'extrémité inférieure de la corde.

a) Sachant que la masse linéique de la corde est $\mu = 0{,}2\text{g/m}$ et que d (AB) = 50cm, déterminer P pour que la portion AB de la corde se partage en k fuseaux.

Calculer P pour k = 1, k = 2 et k = 3.

b) On essaie de réaliser le réglage pour un seul fuseau, au moyen d'une masse marquée de 200g. D'autre part la fréquence du vibreur se stabilise à 99Hz. Quelle valeur faut-t-il donner à la longueur de la corde ? g = 9,8N/kg.

2. La corde est placée horizontalement. L'extrémité B est maintenant reliée à un deuxième vibreur identique, de fréquence 100Hz qui lui impose un mouvement transversal de même direction que celui de A, d'amplitude 2mm et en retard de phase de $\frac{\pi}{3}$ par rapport à celui de A. On supposera qu'il n'y a ni réflexion, ni amortissement des ondes. La tension de la corde vaut $\frac{2}{9}$ N.

a) Ecrire l'équation du mouvement d'un point M quelconque de AB. On pose AM = x.

b) Préciser la position des points vibrant avec une amplitude maximale sur AB. En déduire leur nombre. On rappelle que $C = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$.

Scanned by CamScanner

Solution

1. a) Expression de P pour que la corde vibre avec k fuseaux.

$AB = k\frac{\lambda}{2}$ et $C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ $\quad \lambda = CT = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{P}{\mu}}$ $\quad AB = \frac{k}{2N}C = \frac{k}{2N}\sqrt{\frac{P}{\mu}}$

$AB^2 = \frac{k^2}{4N^2}\frac{P}{\mu} \Rightarrow P = \frac{4N^2AB^2\mu}{k^2}$

AN: $P = \frac{4x100^2x(50.10^{-2})^2x0{,}2.10^{-3}}{k^2} = \frac{2}{k^2}$; $\quad P = \frac{2}{k^2}$

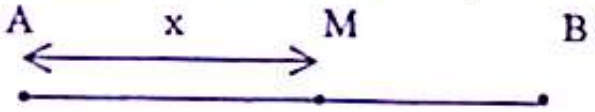
Calcul de P.

$k = 1$ $P = 2N$; $k = 2$ $P = 0{,}5N$; $k = 3$ $P = \frac{2}{9}N = 0{,}22N$

b) Longueur de la corde.

$\ell = k\frac{\lambda}{2} = \frac{k}{2N}C = \frac{k}{2N}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ $\quad \ell = \frac{1}{2x99}\sqrt{\frac{200.10^{-3}9{,}8}{0{,}2.10^{-3}}} = 0{,}499m$; $\ell = 0{,}5m$

2. a) Equation du mouvement d'un point M de AB tel que AM = x.



$Y_A = 2.10^{-3}\sin 200\pi t$; $\quad Y_B = 2.10^{-3}\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

$Y_A(M) = 2.10^{-3}\sin\left(200\pi t - \frac{200\pi x}{C}\right)$

$Y_B(M) = 2.10^{-3}\sin\left(200\pi t - \frac{200\pi(AB-x)}{C} - \frac{\pi}{3}\right)$

$Y(M) = Y_A + Y_B = 4.10^{-3}\cos\left[\frac{200\pi}{C}(AB-2x) + \frac{\pi}{6}\right]\sin\left(200\pi t - \frac{100}{C}\pi AB - \frac{\pi}{6}\right)$

$C = \sqrt{\frac{P}{\mu}} = \sqrt{\frac{2}{9{,}2.10^{-4}}} = \frac{100}{3} = 33{,}33ms^{-1}$

$Y(M) = 4.10^{-3}\cos\left[3\pi(AB-2x) + \frac{\pi}{6}\right]\sin\left(200\pi t - 3\pi AB - \frac{\pi}{6}\right)$

Scanned by CamScanner

b) Position des points vibrant avec une amplitude maximale.

$$\cos[3\pi(AB-2x)+\frac{\pi}{6}] = \pm 1 \Rightarrow 3\pi(AB-2x)+\frac{\pi}{6} = k\pi \quad k \in Z$$

$$AB-2x = \frac{k}{3}-\frac{1}{18} \Rightarrow 2x = -\frac{k}{3}+\frac{1}{18}+AB \quad x = \frac{AB}{2}-\frac{k}{6}+\frac{1}{36}$$

$$x = 0{,}278 - \frac{k}{6} \text{ en m}$$

$k = 0 \quad x = 0{,}278 \text{ m} = 27{,}8\text{cm}$

$k = -1 \quad x = 0{,}278+\frac{1}{6} = 0{,}445 \text{ m} = 44{,}5\text{cm}$

$k = 1 \quad x = 0{,}278 - \frac{1}{6} = 0{,}111\text{m} = 11{,}1 \text{ cm}$.

Il y a trois points vibrant avec une amplitude maximale sur AB.

Exercice N° 3

L'extremité A d'une corde élastique et relié à un vibreur qui lui communique un mouvement de vibration transversal, sinusoïdale de fréquence N.

L'autre extremité B est immobile et la corde est tendu de façon que la célérité des ondes soit C = 20m/s.

1. La fréquence du vibreur est N = 50Hz

a) Définir la longueur d'onde d'un mouvement vibratoire. Calculer la longueur d'onde des ondes qui se propagent le long de la corde.

b) On observe que la corde en vibration présentent 5 fuseaux nets.

- Comment appelle-t-on le phénomène observe? A quoi est-il dû ?
- Calculer la longueur de la corde.

c) On observe la corde en éclairage stroloscopique.

Que voit-on si la fréquence des éclairs est 50Hz puis 100 Hz?

2. On fait maintenant décroitre la fréquence du vibreur de 50Hz à 15Hz. Trouver une relation entre la fréquence N et le nombre de fuseaux.

Pour quelles valeurs de N observe-t-on un système stable de fuseaux et quel sera dans chaque cas, le nombre de fuseaux.

Solution

1. a) La longueur d'onde d'un mouvement vibratoire est la distance parcouru par l'onde en une période .

$$\grave{a} = C.T \Rightarrow \grave{a} = \frac{C}{N} = \frac{20}{50} \Rightarrow \grave{a} = 0{,}4m$$

b) Le phénomène observe est appelé onde stationnaire il est du à la superposition d'une onde incidente et d'une onde reflèchi.

- Longueur de la corde.
- Si la corde vibre avec K fuseaux.

Scanned by CamScanner

$\ell = K\frac{\grave{a}}{2}$ $K = 5 \Rightarrow \ell = \frac{5 \times 0,4}{2}$ $\ell = 1m$

c) Observation

- $N_e = N$: On observe une sinusoïde s'aplatir puis se gonfler sur place.

$N_e = 100H_z \Rightarrow N_e = 2N$. On observe 2 cordes dessinant une sinusoïde s'aplatir puis se gonfler sur place.

2. Relation entre K et N.

$\ell = K\grave{a}/2$ or $\grave{a} = \frac{C}{N} \Rightarrow \ell = \frac{KC}{2N}$

$\Rightarrow N = \frac{KC}{2\ell}$ $\Rightarrow N = 10K$

Valeur de N comprises entre 15 et $50H_z$ et nombres K de fuseaux.

$$\begin{array}{ll} K = 2 & N = 20H_z \\ K = 3 & N = 30H_z \\ K = 4 & N = 40H_z \\ K = 5 & N = 50H_z \end{array} \Rightarrow$$

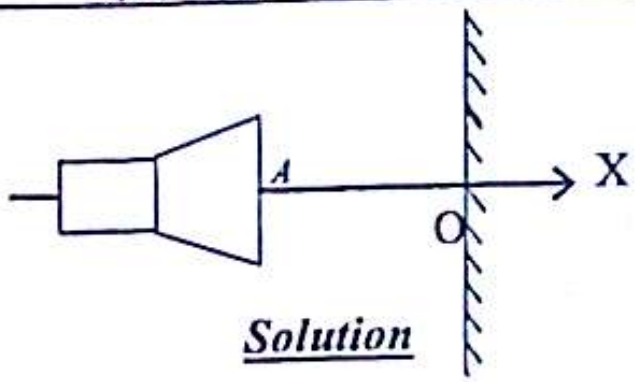
Exercice N° 4 : (Bac Niger 98)

L'émission d'un son par un haut-parleur est dû à la vibration de sa membrane qui communique son mouvement aux molécules d'air situées à son voisinage. Le mouvement de vibration des molécules d'air se transmet ainsi de proche en proche. Cela se traduit par des vibrations périodiques de la pression qui se propagent pour atteindre l'oreille.

On dispose d'un haut-parleur émettant des vibrations sonores longitudinales de fréquences N = 1000Hz. On place au point O sur l'axe AX de ce haut-parleur et perpendiculairement à cet axe, une surface plane capable de réfléchir parfaitement les ondes sonores (voir figure). On admettra qu'on peut négliger tout phénomène de réflexion multiple ainsi que tout phénomène d'amortissement.

1. Déterminer la longueur d'onde λ du son émis par le haut-parleur. La célérité du son dans l'air est $C = 340ms^{-1}$.
2. Quelle est l'amplitude de vibration (déplacement moyen des molécules d'air causé par les vibrations sonores) au point O ?
3. Un microphone sensible aux variations de pression est installé au point O. Décèlera-t-il un maximum ou minimum d'intensité sonore ?
4. Analyser les variations de la pression p en un point situé sur l'axe AX à la distance x de O. Préciser l'expression analytique de p en fonction de x et du temps t.
5. A quelle distance de O sur l'axe AX faut-il placer le microphone pour retrouver la même intensité sonore qu'au point O ?

Scanned by CamScanner



Solution

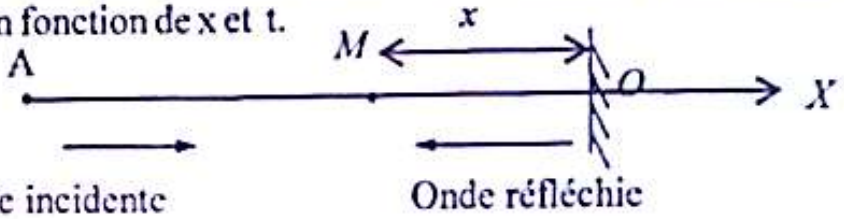
1. Longueur d'onde λ du son.

$\lambda = CT = \frac{C}{N} \Rightarrow \quad \lambda = \frac{340}{1000} = 0{,}34m \quad \lambda = 0{,}34\text{m}$

2. Le point O constitue un obstacle fixe. Il est constamment immobile. L'amplitude de vibration en O est nulle.

3. Le microphone décèlera un minimum d'intensité sonore car l'amplitude est nulle en O.

4. Expression de p en fonction de x et t.



L'onde incidente anime M avant O. Le mouvement de M présente une avance $\theta = \frac{x}{c}$ sur celui de O.

$p_i(M) = P_m \sin\omega(t + \frac{x}{C})$

L'onde réfléchie anime O avant M. Le mouvement M présente un retard $\theta = \frac{x}{c}$ sur celui de O.

$p_r(M) = -P_m \sin\omega(t - \frac{x}{C})$

La vibration résultante est donc $p = p_i(M) + p_r(M)$

$p = 2P_m \sin\frac{\omega x}{C}\cos\omega t \text{ ou } p = 2P_m \sin\frac{\omega x}{C}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Nœuds de vibration

$A = 0 \Rightarrow 2P_m \sin\frac{\omega x}{c} = 0 \Rightarrow \sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi$

$x = k\frac{\lambda}{2}$ A.N $x = 0{,}17k$ avec $k \in N$

. Ventres de vibration

$A = \pm 2P_m \Rightarrow \sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

$x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

AN: $x = 0{,}085(2k+1)$ $\quad k \in N$

4. Minimum d'intensité sonore.

$x = 0{,}17\text{m}$

Scanned by CamScanner

Dans tout l'exercice on prendra $g = 9,8 ms^{-2}$.

On se propose de réaliser l'expérience de Melde dans un ascenseur (voir figure). Pour cela, un vibreur de fréquence $f = 100Hz$ est fixé au plafond de la cabine. A l'extrémité O du vibreur est attaché un fil tendu verticalement par un corps de masse $m = 100g$, accroché à l'autre extrémité B du fil. O est animé d'un mouvement d'amplitude 3mm. Le fil passe par un petit trou C d'une plaque métallique mobile, ce qui permet de faire varier la longueur OC. L'orifice C est suffisamment petit pour que le milieu de propagation soit limité à la partie OC.

1. La cabine étant au repos, il se forme entre O et C quatre fuseaux.

a) Montrer que l'équation du mouvement d'un point A situé entre O et C, à la distance x de C, est de la forme :

$y = a\sin(2\pi x/\lambda)\cos 2\pi ft$ avec λ : longueur d'onde ; t : le temps.

On donne : $y = 6.10^{-3}\sin(5\pi x).\cos 200\pi t$ avec y et x en m et t en s.

b) Calculer la longueur OC qui correspond à l'observation des quatre fuseaux.

c) Quelle est la célérité des ondes le long du fil ?

d) Déterminer la masse linéique μ du fil sachant que la célérité des ondes le long du fil est de la forme $C = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec T, la tension du fil.

2. La cabine est maintenant animée d'un mouvement vertical ascendant, uniformément accéléré, d'accélération a tel que $a = 1,2 m/s^2$.

a) Par quelle masse M faut-t-il remplacer la masse $m = 100g$ pour que le fil vibre en formant le même nombre de fuseaux ?

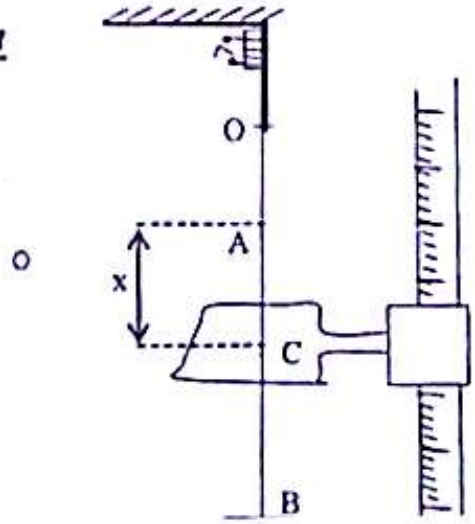
b) En conservant la masse m accrochée en B, on veut modifier la longueur OC afin d'obtenir la formation du même nombre de fuseaux. De quelle hauteur h et dans quel sens faut-t-il déplacer la plaque métallique pour observer les quatre fuseaux, le mouvement de la cabine étant vertical ascendant, uniformément accéléré, d'accélération $a = 1,2 ms^{-2}$.

Solution

1. a) Equation du mouvement de A.

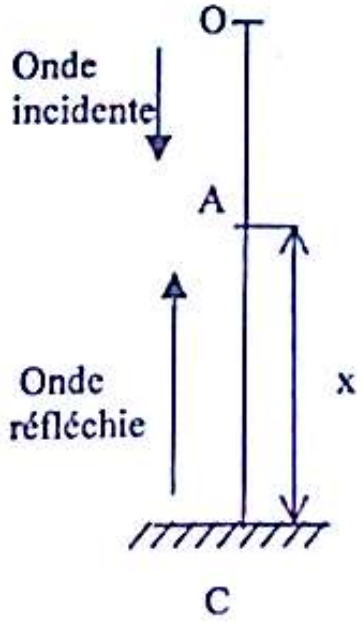
$y = a\sin \omega t = a\sin\frac{2\pi t}{T}$ $(\varphi = 0)$

$y_{oi} = a\sin\frac{2\pi t}{T}$ $y_{or} = -a\sin\frac{2\pi t}{T}$



Scanned by CamScanner

Onde incidente : la vibration de A présente une avance $\theta = \frac{x}{C}$ sur celle de C



$$y_{Ai} = a\sin\frac{2\pi}{T}(t+\frac{x}{C})$$

Onde réfléchie : la vibration de A présente un retard $\theta = \frac{x}{C}$ sur celle de C

$$y_{Ar} = -a\sin\frac{2\pi}{T}(t-\frac{x}{C})$$

$$y_A = y_{Ai} + y_{Ar} \Rightarrow y_A = a\sin(\frac{2\pi}{T}-\frac{2\pi x}{\lambda}) - a\sin(\frac{2\pi}{T}-\frac{2\pi x}{\lambda})$$

$$y_A = 2a\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{T} t \Rightarrow y_A = a\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos 2\pi f t$$

b) La longueur OC correspondant à l'observation de 4 fuseaux.

$OC = k\frac{\lambda}{2}$ or $y_A = 6.10^{-3}\sin(5\pi x)\cos 200\pi t$ donc $5\pi x = \frac{2\pi x}{\lambda}$

$5\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$

$OC = k.\frac{0{,}4}{2} \Rightarrow OC = 0{,}8m$

c) La célérité des ondes le long du fil.

$$\lambda = CT = \frac{C}{f} \Rightarrow C = \lambda f \; ; \quad AN: \; C = 0{,}4\times 100 \; ; \quad C = 40 ms^{-1}$$

d) Masse linéique μ du fil.

$$C = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow C^2 = \frac{T}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{T}{C^2} = \frac{mg}{C^2}$$

$$AN: \quad \mu = \frac{100.10^{-3}\times 9{,}8}{40^2} = 6{,}125.10^{-4} kgm^{-1}$$

2. a) Calcul de la masse M.

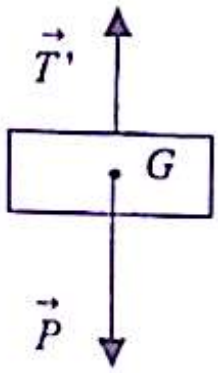
- Système étudié : le solide de masse M.
- Repère utilisé : repère lié à l'ascenseur supposé galiléen.

Scanned by CamScanner

Bilan des forces : le poids du solide, la tension $\vec{T}$ du fil.

TCI : $\sum \vec{F}ext = M\vec{a}$

$\vec{T'} + \vec{P} = M\vec{a}$



Projection sur la verticale ascendante.

$$T' - P = Ma \quad \Rightarrow \quad T' = M(g+a) \quad \Rightarrow M = \frac{T'}{g+a}$$

C = C' (pour un observateur lié à l'ascenseur).

$$\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T'}{\mu}} \Rightarrow T = T' = mg; \qquad \text{D'où} \quad M = \frac{mg}{g+a}$$

$$M = \frac{100.10^{-3} \times 9,8}{9,8+1,2}$$

$$M = 0,089kg$$

$$M = 89g$$

b) Calcul de h et sens de déplacement de la plaque métallique 0.

$$OC' = k\frac{\lambda'}{2} \quad or \ \lambda' = \frac{C'}{f} = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{T'}{\mu}} \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{m(g+a)}{\mu}}$$

$$OC' = \frac{k}{2f}\sqrt{\frac{m(g+a)}{\mu}}$$

$AN : OC' = 0,84m$

On déplacera la plaque métallique d'une hauteur h = 0,04m = 4cm vers le bas ; car OC' > OC.

Scanned by CamScanner

ELECTROMAGNETISME

Scanned by CamScanner

Chapitre 1

CHAMP MAGNÉTIQUE

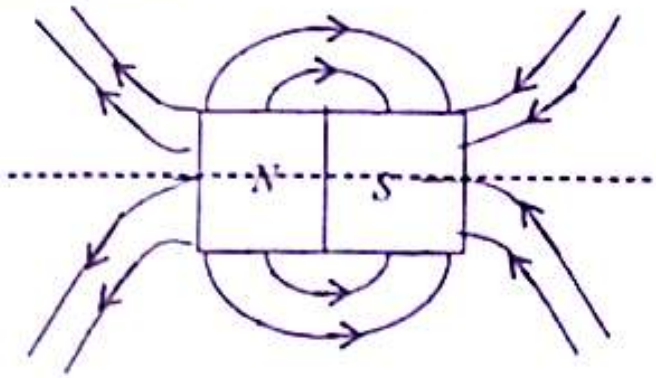
RAPPEL DU COURS

I SPECTRE MAGNÉTIQUE

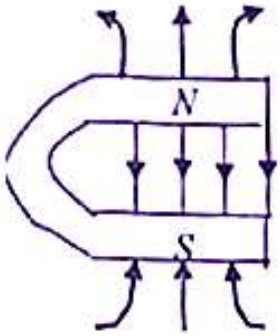
Une ligne de champ magnétique est une ligne qui en chacun de ses points est tangente au vecteur $\vec{B}$. Elle est orientée dans le sens de $\vec{B}$.
L'ensemble des lignes de champ constitue le spectre magnétique.

II TOPOGRAPHIE DE CHAMP MAGNÉTIQUE

a) aimant droit



b) aimant en U



Remarque : Entre les branches de l'aimant en U, le champ magnétique est considéré comme uniforme.

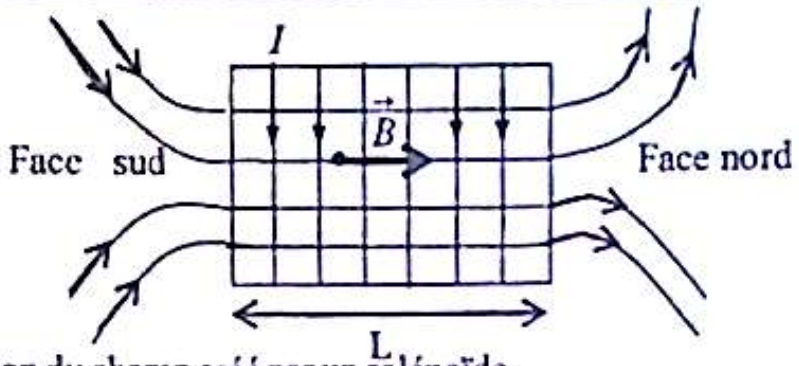
III ELECTROAIMANTS

Un circuit parcouru par un courant d'intensité I, crée un champ $\vec{B}$ de norme. B = kI. k dépend des caractéristiques du circuit.

1. Champ créé par une bobine longue.

A l'intérieur de la bobine, $\vec{B}$ est uniforme, son sens est donné par la règle de la main droite ou de l'observateur d'Ampère.

Scanned by CamScanner



2. Expression du champ créé par un solénoïde.

$$B = \mu_o n I \quad \text{avec} \quad n = \frac{N}{L}$$

μ_0 : perméabilité magnétique du vide. $\mu_o = 4\pi.10^{-7}\ S.I$

NB : Maîtriser l'une des règles pour déterminer le sens de $\vec{B}$ et les faces de la bobine.

Exercices

Exercice N° 1

Dans l'expérience schématisée ci - dessous la bobine B_1 est fixe, la bobine B_2 mobile.



1. Préciser les noms des faces des bobines.

2. Quel est le mouvement de la bobine B_2 ?

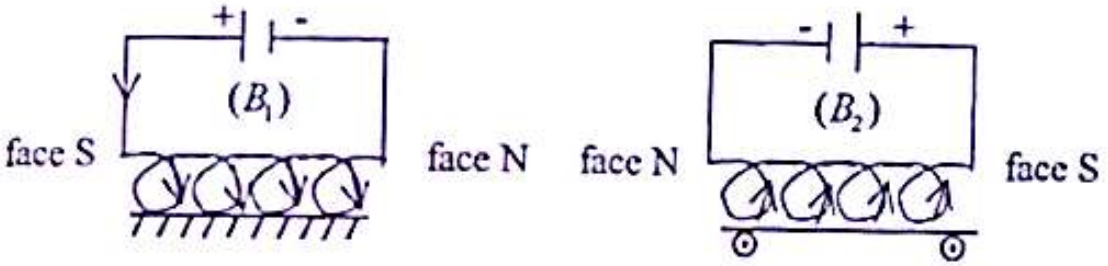
3. Que se passe – t – il si l'on inverse le sens du courant ?
   a) dans les deux bobines ?
   b) dans une seule bobine ?

4. Comment peut – on renforcer l'interaction entre les deux bobines.

Scanned by CamScanner

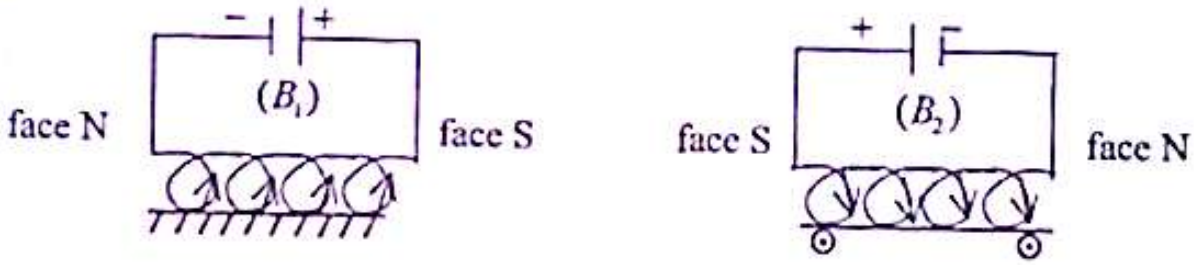
Solution

1. Nom des faces des bobines :



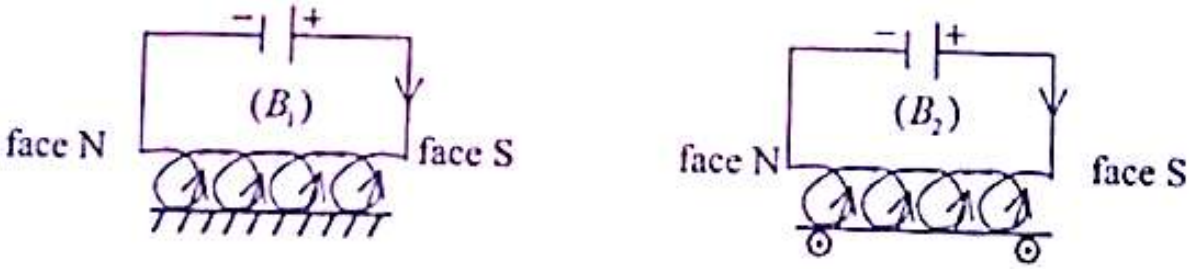
2. La bobine B_2 est repoussée par la bobine B_1 car deux faces de même nom se font face.

3. a)



La bobine B_2 est repoussée par la bobine B_1 car deux faces S sont en vis à vis.

b)



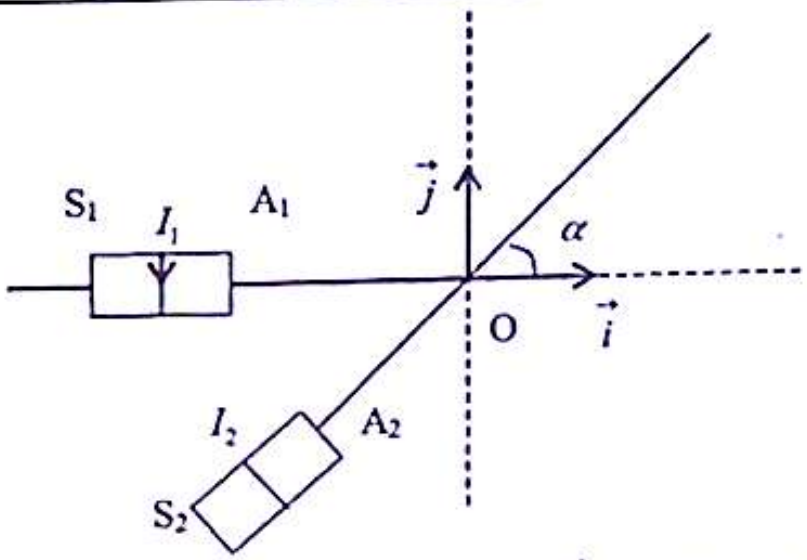
En changeant le sens du courant dans B_1, la bobine B_2 est attirée par la bobine B_1.

4. On renforce l'interaction entre les bobines en augmentant le champ magnétique :
- Soit en augmentant l'intensité du courant qui les parcourt ;
- Soit en introduisant à l'intérieur des bobines un noyau de fer doux.

Exercice N° 2

Deux solénoïdes identiques S et S_2 sont disposés comme le montre la figure ci – dessous. Leurs axes se coupent en O à la distance d = O A_1 = O A_2 des faces les plus proches et font un angle α = 45°.

Scanned by CamScanner

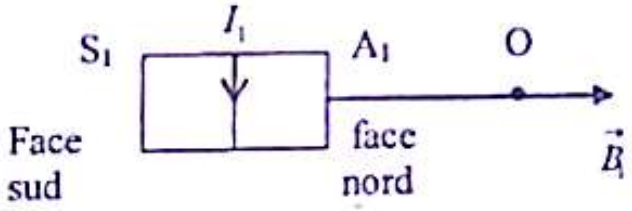


1. Le solénoïde S_1 crée en O un champ magnétique $\vec{B}_1$ de valeur 4.10^{-3} T, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I_1. Préciser la direction et le sens de $\vec{B}_1$.

La face A_1 est – elle sud ou nord ?

2. Le solénoïde S_1 fonctionnant dans les conditions précédentes, on fait passer dans le solénoïde S_2 un courant continu d'intensité I_2. Quel doit être le sens du courant I_2 pour que le champ magnétique total : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ créé par les deux solénoïdes en O ait même direction que $\vec{j}$? Quel est alors le sens du champ $\vec{B}_2$? La face A_2 est – elle sud ou nord ?

3. Calculer la valeur du champ magnétique total B ainsi que celle de l'intensité I_2 sachant que $I_1 = 1{,}2$A.



Solution

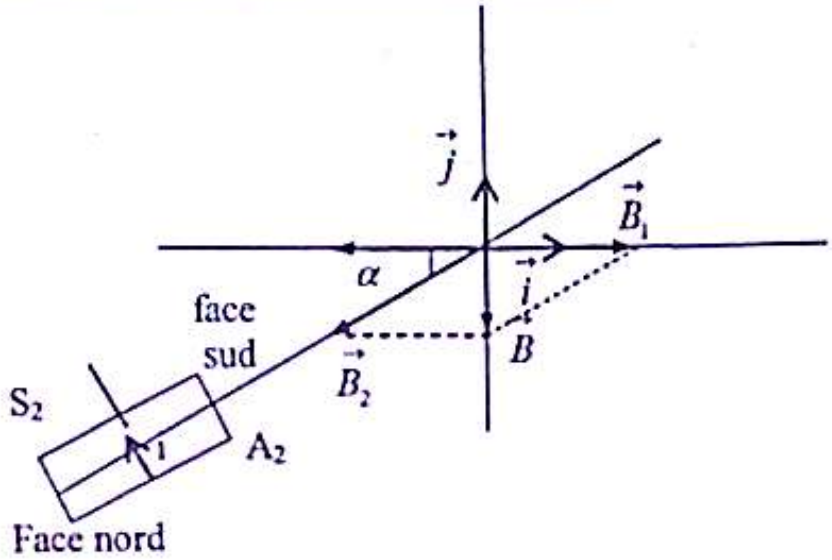
1. Direction et sens de $\vec{B}_1$ (donnés par la règle de la main droite).

$$\vec{B}_1 \begin{cases} \textit{direction : portée par } (O, \vec{i}) \\ \textit{sens : celui du vecteur unitaire } \vec{i} \end{cases}$$

La face A_1 est une face nord.

2. Pour que le champ résultant ait même direction que $\vec{j}$, il faut que le sens de $\vec{B}_2$ soit de O vers S_2.

Scanned by CamScanner



La face A_2 est une face sud.

3. Valeur du champ magnétique total B.

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$

Projection sur $O, \vec{i}$

$$O = B_1 - B_2 \cos\alpha \quad \Rightarrow \quad B_1 = B_2 \cos\alpha.$$

$$B_2 = \frac{B_1}{\cos\alpha} \qquad \text{AN: } B_2 = \frac{4{,}010^{-3}}{\cos 45°} \qquad B_2 = 5{,}66.10^{-3} T$$

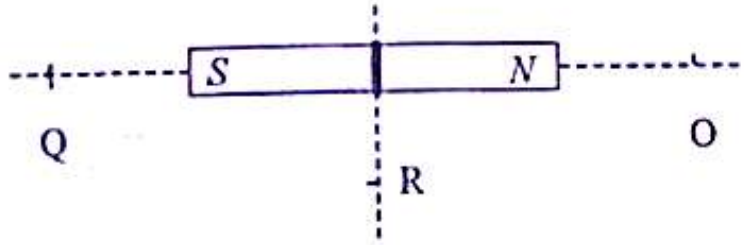
Intensité I_2

$$\left.\begin{array}{l} B_1 = \mu_0 n I_1 \\ B_2 = \mu_0 n I_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{B_2}{B_1} . I_1$$

$$I_2 = \frac{5{,}66.10^{-3}}{4{,}0.10^{-3}} . 1{,}2 \Rightarrow I_2 = 1{,}74 A$$

Exercise N° 3

1. On considère un aimant droit disposé comme l'indique la figure1 suivante.



a) Représenter le spectre magnétique de cet aimant.

Scanned by CamScanner

b) Représenter, en direction et sens, le vecteur champ $\vec{B}$ créé par cet aimant en chacun des points O, P, Q, R.

2. Soient deux aimants droits, A_1 et A_2, identiques au précédent, dont les axes sont perpendiculaires comme l'indique la figure 2.

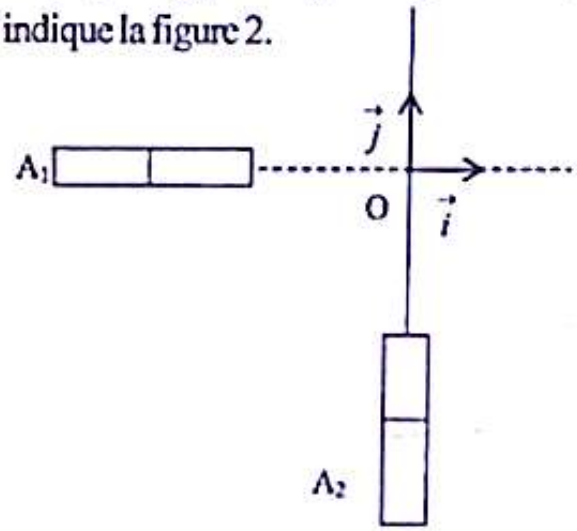


Figure 2

Les deux aimants sont situés à la même distance d'un point O.

Chaque aimant créé, en O, un champ magnétique $\vec{B}_0$, de valeur $B_0 = 2{,}5.10^{-3}$ T.

Donner dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$, l'expression de la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ créé par l'ensemble des aimants en O et calculer son module dans les cas suivants :

a) Les deux pôles Nord dirigés vers O.

b) Le pôle Sud de A_1 et le pôle Nord de A_2 sont dirigés vers O.

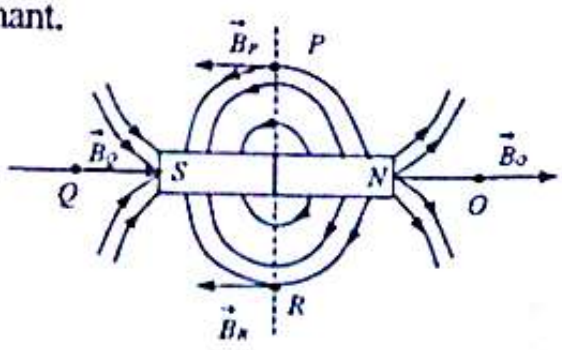
3. Les deux aimants étant toujours à la même distance de O, l'aimant A_2 est déplacé. Son axe fait un angle aigu α avec l'axe de A_1. Les deux pôles Sud des aimants sont dirigés vers le point O.

a) Exprimer, en fonction de α, le module du vecteur champ résultant en O. Calculer cette valeur pour $\alpha = 40°$.

b) Pour quelle valeur de α obtient – on un champ nul en O ?

Solution

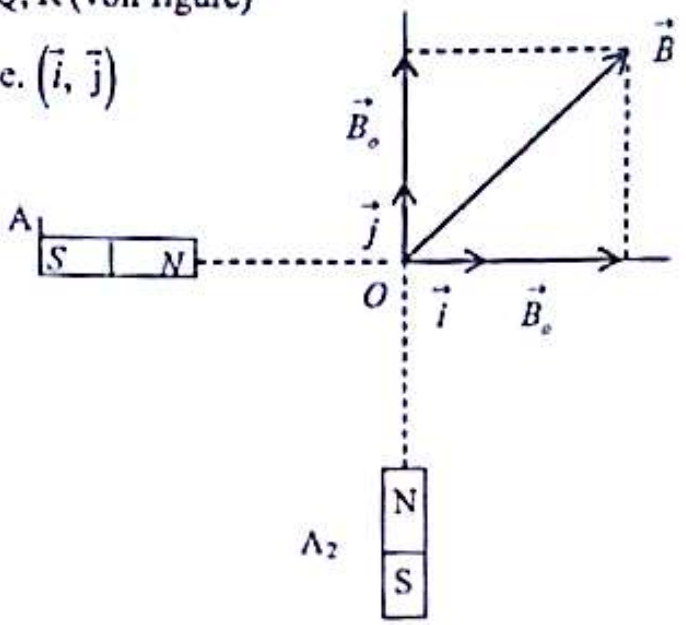
1. a) Représentation du spectre magnétique de l'aimant.



Scanned by CamScanner

b) Vecteur champ $\vec{B}$ en O, P, Q, R (voir figure)

2. a) Expression de $\vec{B}$ dans la base. $(\vec{i}, \vec{j})$



$\vec{B} = B_0 \vec{i} + B_0 \vec{j}$

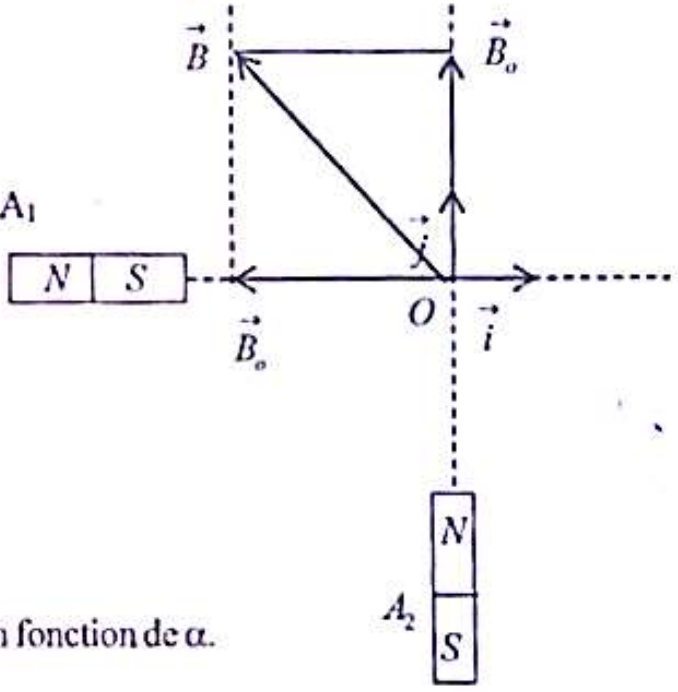
module de B

$B = \sqrt{B_0^2 + B_0^2} = B_0 \sqrt{2}$

AN : $B = 2{,}5.10^{-3} \times \sqrt{2}$;

$B = 3{,}54.10^{-3}$ T

b) Expression de $\vec{B}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.



$\vec{B} = -B_0 \vec{i} + B_0 \vec{j}$

module de B

$B = B_0 \sqrt{2}$; $B = 3{,}54.10^{-3}$ T

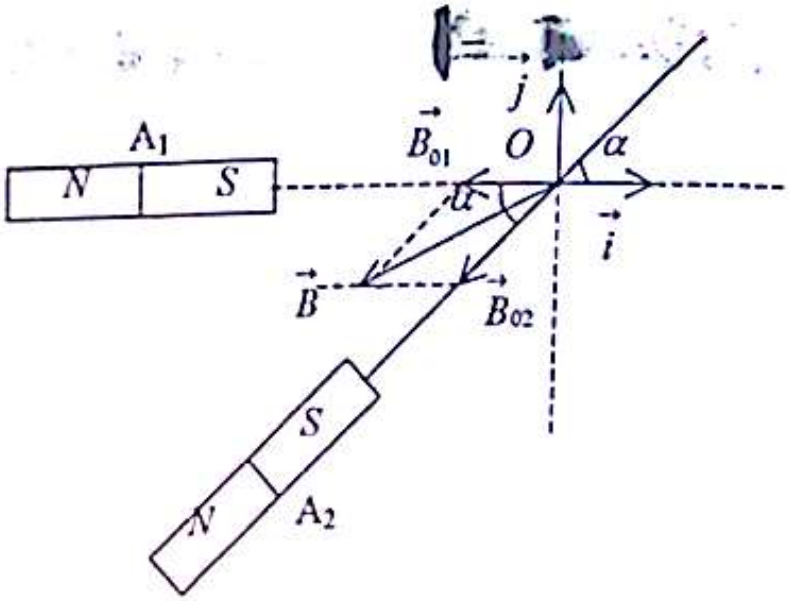
3. a) Module du vecteur champ résultant B_r en fonction de α.

$$\vec{B}_{o1} \begin{vmatrix} -B_o \\ o \end{vmatrix} \qquad \vec{B}_{o2} \begin{vmatrix} -B_o \cos\alpha \\ -B_o \sin\alpha \end{vmatrix}$$

$$\vec{B}_r = (-B_0 - B_0 \cos\alpha).\vec{i} - B_0 \sin\alpha.\vec{j} \Rightarrow \vec{B}_r = -B_0 (1+\cos\alpha)\vec{i} - (B_0 \sin\alpha)\vec{j}$$

$$B_r = \sqrt{[-B_o(1+\cos\alpha)]^2 + (-B_o \sin\alpha)^2}$$

Scanned by CamScanner



$$B_r = B_0\sqrt{(1+\cos\alpha)^2+\sin^2\alpha} \Rightarrow \text{Br.} = B_0\sqrt{2(1+\cos\alpha)}$$

AN: $\alpha=40°$ $B_r = 2{,}510^{-3}\sqrt{2(1+\cos\ 40°)}$ $B_r = 4{,}710^{-3}T$

Remarque: Par la méthode géométrique.

$B_{01} = B_{02} \Rightarrow$ le quadrilatère est un losange. On a $B_r = 2B_0\cos\frac{\alpha}{2}$

AN: $B_r = 2.2{,}510^{-3}\cos\frac{40°}{2} \Rightarrow B_r = 4{,}710^{-3}T$

b) Valeur de α pour que B_r soit nul.

$B_r = 0$ si $1+\cos\alpha = 0$ $(B_0 \neq 0)$ $\cos\alpha = -1 \Rightarrow \cos\alpha = \cos\pi$

$\Rightarrow \alpha = \pi$

Exercice 4 : (BAC Niger 1996, TC)

L'aiguille aimantée d'une boussole est mobile autour d'un axe vertical passant par son milieu *O*.

1. On place dans le même plan horizontal que l'aiguille à une distance d, de celle-ci, un aimant droit dont l'axe est perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille tourne alors d'un angle α =60° (voir figure1).

La composante horizontale du champ magnétique terrestre est $B_H = 2{,}0010^{-5}T$.

a) Représenter sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille et indiquer les pôles de l'aimant droit.

Scanned by CamScanner

b) Déterminer schématiquement les intensités du champ magnétique créé en O par l'aimant et du champ magnétique horizontal résultant.

Echelle : $1{,}00\times10^{-5}$ T représenté par 2,0 cm.

c) Retrouver ces résultats par le calcul.

2. Le champ magnétique de l'aimant droit est remplacé par celui d'un solénoïde dont l'axe XY est perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille aimantée est située au centre du solénoïde et suffisamment éloignée des extrémités. On règle l'intensité I du courant qui traverse le solénoïde de sorte que l'aiguille tourne d'un angle $\beta=30°$ (voir figure2).

a) Représenter sur un schéma les différents champs magnétiques qui agissent sur l'aiguille. Indiquer le sens de circulation du courant électrique dans le solénoïde.

b) Quelle est l'intensité I du courant ?

Données :perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7} SI$; longueur du solénoïde $L = 40$ cm ; nombre de spires du solénoïde $N = 1600$.

Rappel : la valeur du champ magnétique créé à l'intérieur d'un long solénoïde est $B = \mu_0 \frac{NI}{L}$.

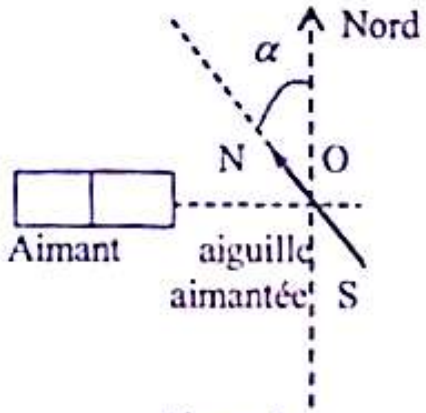


Figure 1

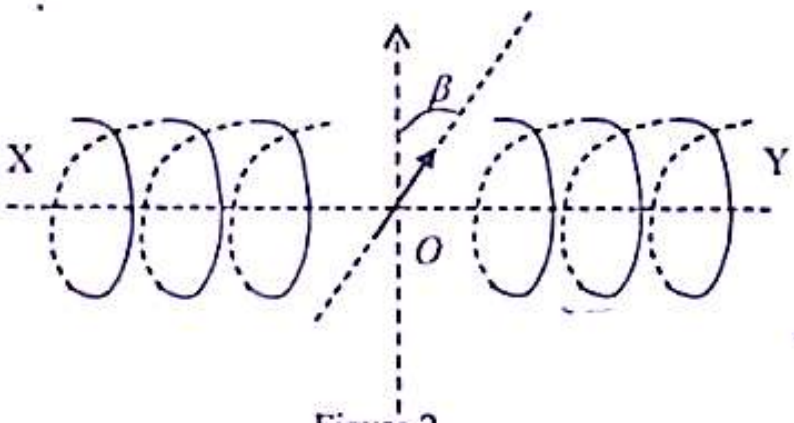


Figure 2

Solution

1. a) Champ magnétique agissant sur l'aiguille.

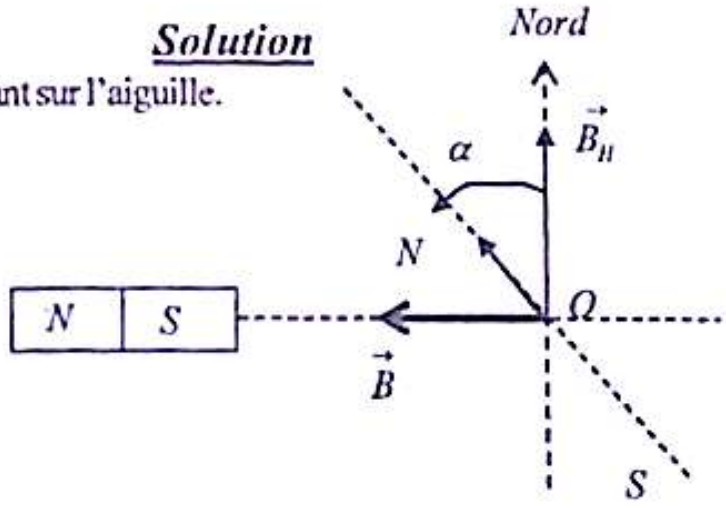


Figure 1

- Les pôles de l'aimant : $\vec{B}$ est dirigé du pôle Nord au pôle Sud de l'aimant. (voir figure1)

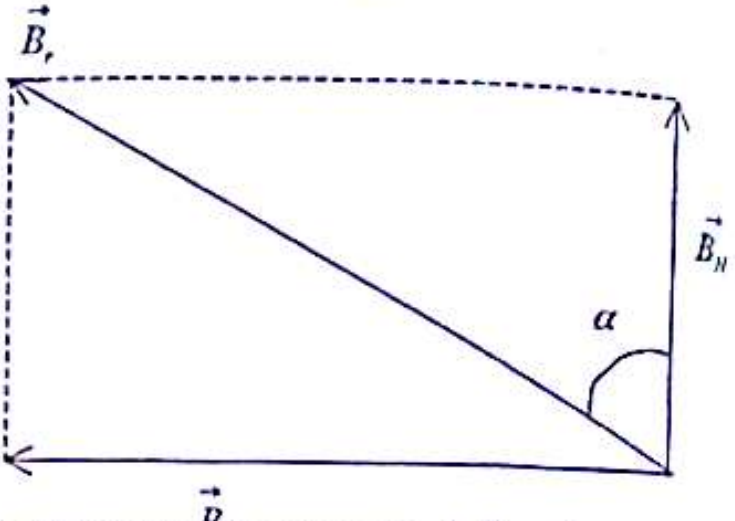
b) Représentation graphique des champs.

Scanned by CamScanner

$B_H = 2{,}0010^{-5}T$, $\vec{B}_H \longrightarrow 4cm$, $\vec{B} \longrightarrow 7cm$; $B = \frac{7}{2}.10^{-5} \Rightarrow B = 3{,}510^{-5}T$

$\vec{B}_r \longrightarrow 8cm$

$B_r = \frac{8}{2}.10^{-5} \Rightarrow B_r = 410^{-5}T$



c) Retrouvons ces résultats par le calcul. Considérons le triangle rectangle formé par $\vec{B}_r$ et $\vec{B}_H$

$\tan\alpha = \frac{B}{B_H} \Rightarrow B = B_H.\tan\alpha$ AN : $B = 210^{-5} \times \tan 60° = 3{,}4610^{-5}$

$B \approx 3{,}510^{-5}T$

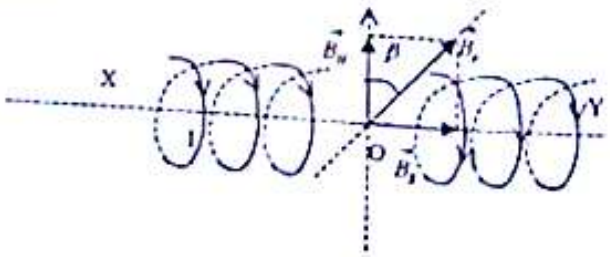
$\cos\alpha = \frac{B_H}{B_r} \Rightarrow B_r = \frac{B_H}{\cos\alpha}$ AN : $B_r = \frac{210^{-5}}{\cos 60°} = 410^{-5}$; $B_r = 410^{-5}T$

2. a) Représentation des différents champs magnétiques agissant sur l'aiguille.
- Sens de circulation du courant (Règle de la main droite.)
b) Intensité I du courant.

$B_S = \mu_0 \frac{NI}{L}$ *selon la figure* : $\tan\beta = \frac{B_S}{B_H} \Rightarrow B_S = B_H.\tan\beta$

$BH.\tan\beta = \mu 0 \frac{NI}{L} \Rightarrow I \frac{B_H.L.\tan\beta}{\mu_0 N}$

$AN : I = \frac{2.10^{-5}.40.10^{-2}\tan 30°}{4\pi.10^{-7}.1600}$ I = 2,310^{-3}A

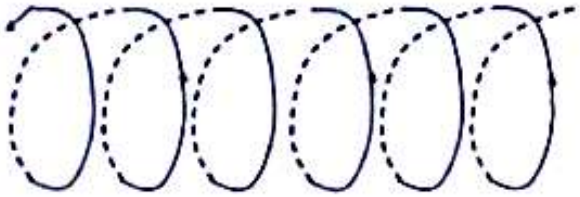


Scanned by CamScanner

Exercice N° 5

Une bobine est parcourue par un courant, comme l'indique le shéma ci -dessous.

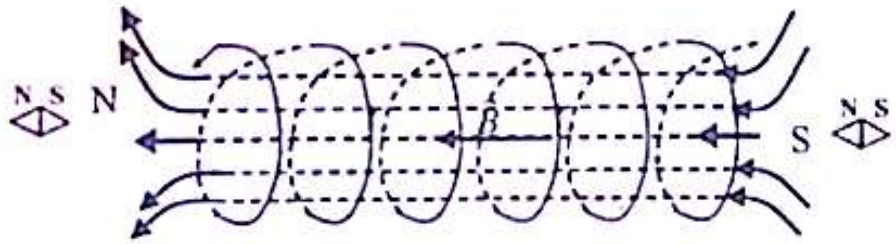
Figure



1. Quelle est la direction du champ $\vec{B}$ à l'intérieur de la bobine ? Représenter les lignes de champ en négligeant le champ magnétique terrestre.
2. Indiquer comment s'orienterait l'aiguille aimantée placée devant chaque face.
3. Donner le nom de chaque face.
4. Donner la relation qui permet de calculer la valeur du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

Solution

1. Direction du champ $\vec{B}$ et representation des lignes de champ (voir schéma : règle de la main droite)



2. Voir schéma
3. Voir schéma
4. Relation donnant le champ magnétique

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

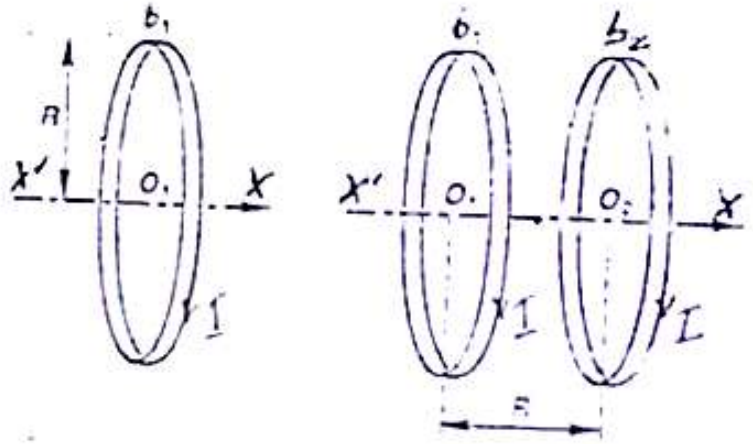
5. μ_0 : perméabilité du vide
   N : nombre de spires
   L : longueur du solénoïde
   I : intensité du courant.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 6

Soit b_1, une bobine plate circulaire parcourue par un courant d'intensitéI. Elle a pour rayon moyen R = 10cm. La mesure du champ magnetique b_1, qu'elle crée, a donné les résultats suivants pour des points situés sur son axe, à la distance x du centre O_1.

x(cm)	0	1	2	3	4	5	7,5	10	15	20
$b_1 10^{-5}$T	12,6	12,4	11,0	10,0	8,98	4,43	6,43	4,42	2,15	1,12



1. Représenter graphiquement en fonction de x les variations du champ magnétique b_1 créé par la bobine b_1, x variant de 0 à 20cm sur la partie O_1x de l'axe de la bobine. (Par symétrie on obtiendrait les correspondants à la partie O_1x; ne pas faire cette construction

Echelle en abscisses: 1cm pour 1cm

en ordonnées: 1cm pour 10^{-5}T.

2. On adjoint à la bobine b_1, une bobine b_2 identique placée parallèlement et dont le centre est situé en O_2. Tel que O_1O_2 = R= 10cm

Les deux bobines sont montées en série et parcourues par un courant de même sens et de même intensité I. (Fig .2)

Indiquer la direction et le sens du champ magnétique $\overline{B} = \overline{B_1} + \overline{B_2}$ qui existe entre les bobines b_1 et b_2 et en déduire par addition graphique la courbe donnant en fonction de x la valeur du champ magnétique sur l'axe des deux bobines.

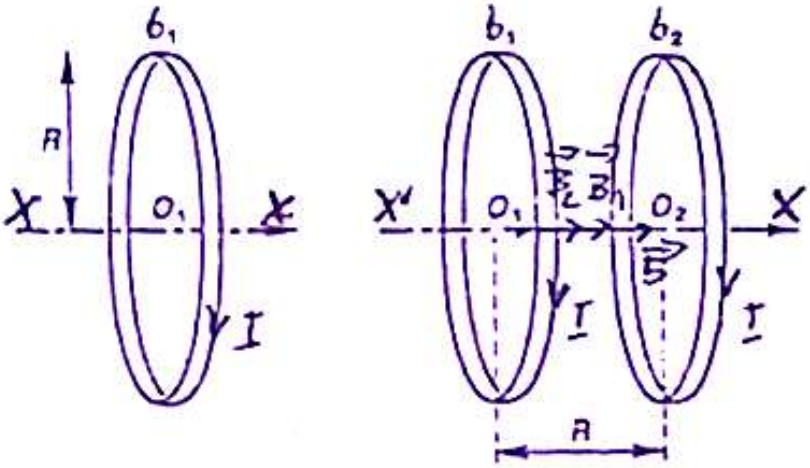
Scanned by CamScanner

3. Quel intérêt présente ce dispositif ? Quel nom donne-t-on à cet ensemble ?

Solution

1. Représentation graphique (voir papier millimètre)

2. Direction et sens de $\vec{R}$



$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ même direction et

même sens

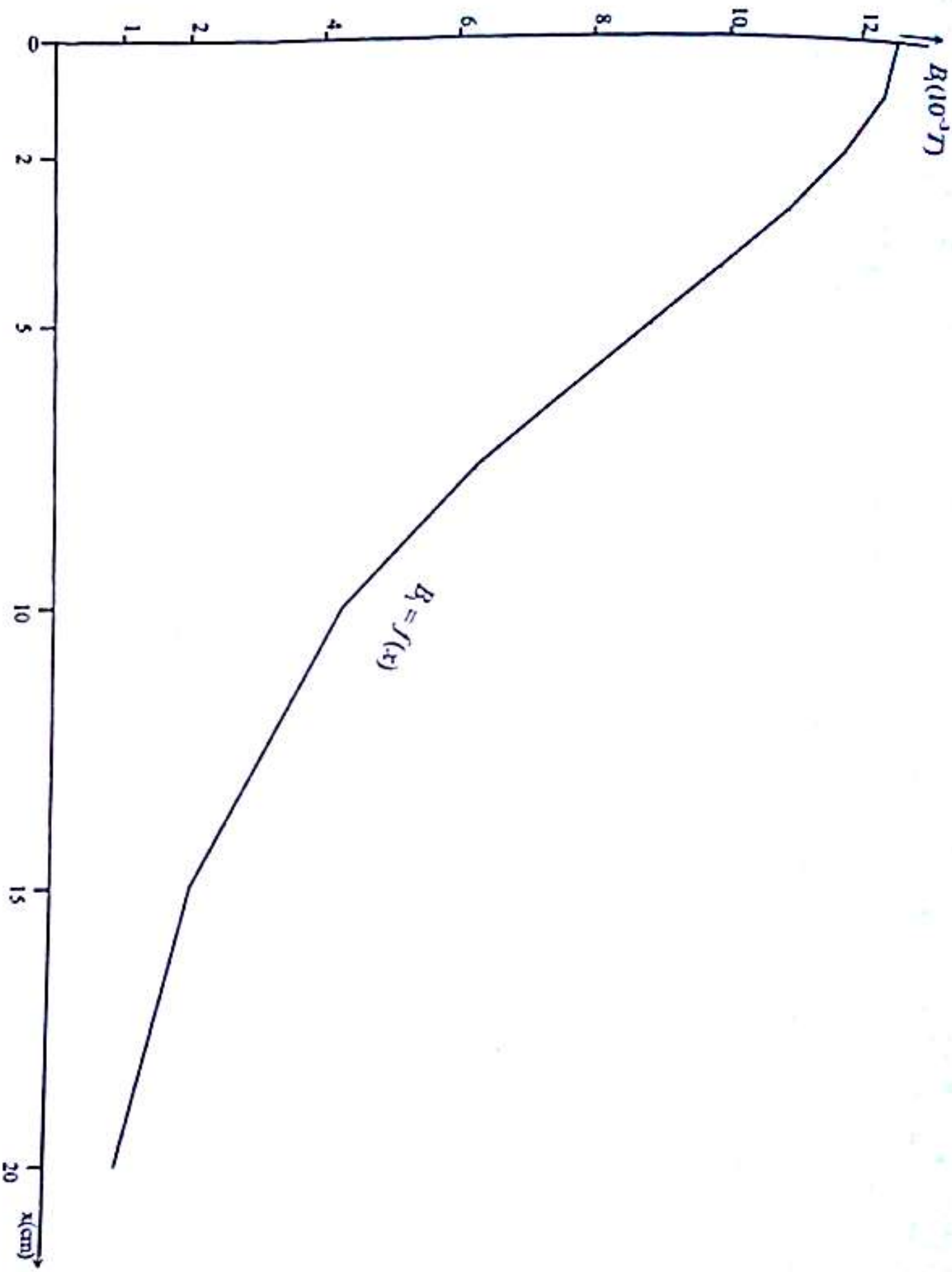
$B = B_1 + B_2$

x	0	1	2	3	4	5	7,5	10
B1	12,6	12,4	11,8	11,0	10,0	8,98	6,43	4,42
B2	4,42	5,15	6	6,95	8	8,98	11,45	12,6
B	17,02	17,65	17,8	17,95	18	17,96	17,88	17,02

Soit un point M entre le deux bobines
M est situé à la distance x de O_1
M est situé à la distance R-x de O_2

3. Intérêt du dispositif.
On remarque qu'à l'intérieur des deux bobines le champ magnétique est constant. Le dispositif permet de réaliser un champ magnétique uniforme ; cet ensemble porte le nom de : bobines de Helmotz.

Scanned by CamScanner



Scanned by CamScanner

Chapitre 2

FORCE DE LORENTZ

RAPPEL DU COURS

I. EXPRESSION : La force de Lorentz est la force s'exerçant sur toute particule chargée en mouvement dans un champ magnétique. $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$.

- Caractéristiques de $\vec{F}$:

- Direction : $\perp$ ($\vec{V}$, $\vec{B}$)

- Sens : tel que (q.$\vec{V}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$) constitue un trièdre direct. Le sens est déterminé par la règle de la main droite.

- Norme : F = | q | $VB \sin\alpha$ avec $\alpha = \left(\vec{V}, \vec{B}\right)$.

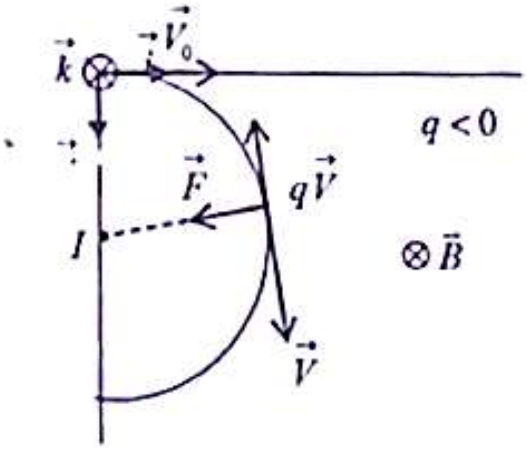
II. ETUDE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE

1. Trajectoire plane

T.C.I $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V} \wedge \vec{B}$ $\quad \vec{a} \perp \vec{B}$ et $\vec{V} \perp \vec{B} \Rightarrow$

Le mouvement a lieu dans le plan contenant $\vec{a}$ et $\vec{V}$ et $\perp$ à $\vec{B}$.



2. Mouvement uniforme : $\vec{a}$ dans la base de Frenet.

$\vec{a} \perp \vec{V}$ et $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$ $\quad \vec{a}_T = \frac{dV}{dt}\vec{T} = \vec{0} \Rightarrow V = cte.$ Donc le mouvement est uniforme

3. Mouvement circulaire :

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V} \wedge \vec{B} = \vec{a}_N$; $\quad \frac{|q|}{m}VB = \frac{V_2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV}{|q|B}$ rayon de courbure constant.

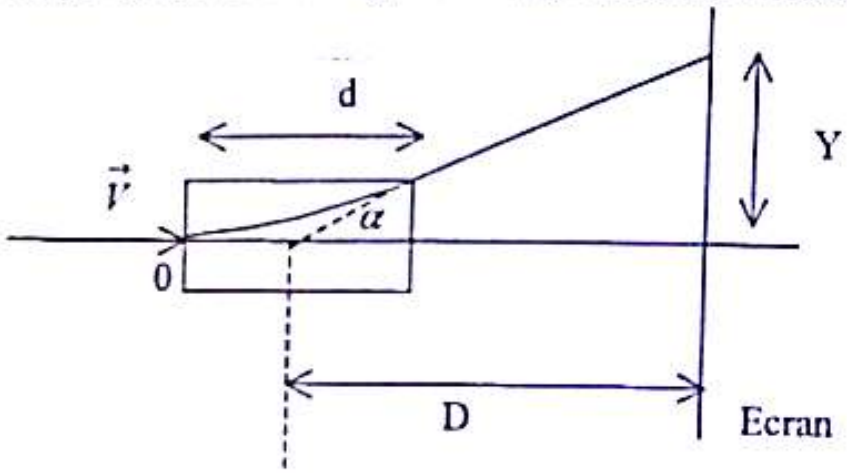
Donc la trajectoire est un cercle. Le mouvement est circulaire uniforme.

Scanned by CamScanner

Exercices

Exercice N° 1

Un faiceau homocinétique d'électrons pénètre en O à la vitesse $\vec{V}$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{V}$, qui est nul à l'extérieur de la région.



Pour les applications numériques V=10⁷ms⁻¹ d = 2 cm D = 20 cm Y = 2,5 cm.

1. Le faiceau est dévié vers le haut. Quel est le sens du vecteur champ $\vec{B}$?

2. Quel est, exprimé, en fonction de la charge massique $q_1 = \frac{q}{m}$ de V et de B le rayon de courbure R de la trajectoire ?

3. A sa sortie du champ, le faiceau semble provenir d'un point I très proche de la région centrale du champ. Le champ magnétique s'exerce sur un trajet de longueur très voisine de d. Exprimer l'angle α de déflexion en fonction de d, q, B et V.

4. On observe une distance de déflexion Y = 2,5cm. Que vaut le champ magnétique ?

Solution

1. Le sens du champ magnétique $\vec{B}$.

La force magnétique $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B} = -e\vec{V} \wedge \vec{B}$

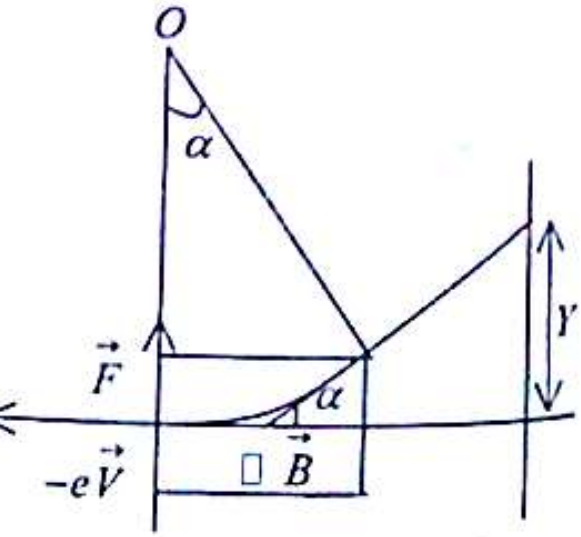
Règle de la main droite : $\vec{B}$ est sortant.

2. Rayon de courbure en fonction de q_1, V et B.

T.C.I : $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -e\vec{V} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{V^2}{R}\vec{n}$

$\frac{|q|}{m}VB = \frac{V^2}{R}$ or $\frac{q}{m} = q_1$



Scanned by CamScanner

$$|q_1|\ VB = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V}{|q_1|\ B}$$

3. L'angle de déflexion α en fonction de d, q_1, V et B.

α petit sinα ≈ tanα ≈ α (rad).

$$\alpha(rad) = \frac{d}{R} = d\frac{|q_1|B}{V}$$

4. Valeur du champ magnétique.

$$\alpha = \frac{Y}{D} = \frac{d|q_1|B}{V} \Rightarrow B = \frac{YV}{Dd|q_1|} = \frac{YVm}{Dd|q_1|}$$

$$B = \frac{2{,}5\,10^{-2} \times 10^{7} \times 9{,}1\,10^{-31}}{20\,10^{-2} \times 1{,}6\,10^{-19} \times 2\,10^{-2}} \Rightarrow B = 3{,}55.10^{-4}\ T$$

Exercice N° 2

A l'aide d'un spectrographe de masse, on veut séparer les isotopes du chlore. Une chambre d'ionisation produit des ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$. Ces ions sont ensuite accélérés entre deux plaques parallèles (P_1) et (P_2). La tension accélératrice a pour valeur U = 20.10³V. On négligera la vitesse des ions lorsqu'ils traversent la plaque (P_1) en O_1.

1. a) Quelle est la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé ? Représenter $\vec{E}$.

b) Montrer que le poids de l'ion $^{35}Cl^-$ est négligeable devant la force électrique à la quelle il est soumis.

c) Calculer les vitesses V_o de $^{35}Cl^-$ et V_o' de $^{37}Cl^-$ en O_2.

Déterminer le rapport $\frac{V_o}{V_o'}$.

2. Les ions pénètrent ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure, d'intensité B = 0,2T.

a) Indiquer sur le schéma le vecteur $\vec{B}$ pour que les ions $^{35}Cl^-$ arrivent en A et $^{37}Cl^-$ en A'. Justifier la construction.

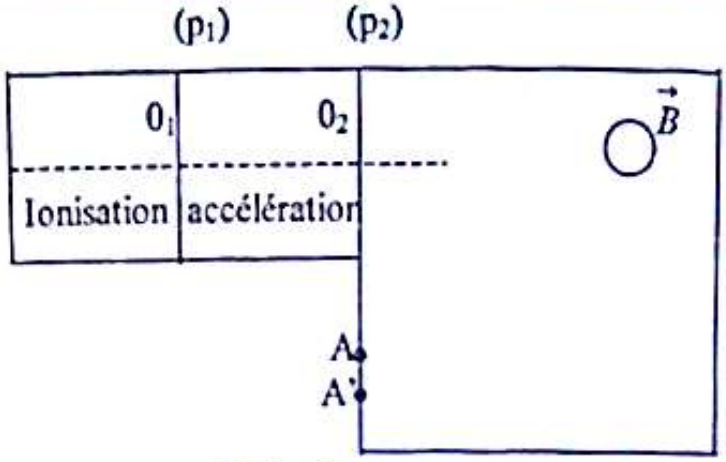
b) Montrer que les trajectoires des ions sont planes ; établir la nature du mouvement, ainsi que la forme des trajectoires.

c) Calculer le rayon de courbure des ions $^{35}Cl^-$.

3. Calculer la distance entre les points d'impact des deux ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$.

Données : masse du nucléon. $m_N = 1{,}6710^{-27} kg$; $g = 10 ms^{-2}$.

Scanned by CamScanner



Solution

. a) $\vec{F} = q\vec{E}$, q < 0 $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont même direction mais de sens contraires $\vec{F}$ étant dirigée le O_1 vers O_2, donc $\vec{E}$ *est orienté de* O_2 *vers* O_1 .Ce qui signifie que P_2 est portée au potentiel le plus élevé.

b) Comparaison entre P et F

$P = mg$ $P = 35\times1,67.10^{-27}\times10 = 5,84.10^{-25}N$

$F = qE = \frac{qU}{d}$ $F = 1,610^{-19}\times\frac{2010^{3}}{10^{-2}} = 3,210^{-13}N$

$\frac{F}{P} = \frac{3,210^{-13}}{5,8410^{-25}} \approx 10^{12} \Rightarrow F >> P$

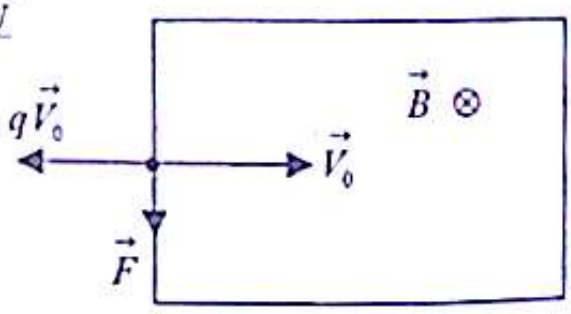
c. Calcul des vitesses.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

$-\frac{1}{2}mV_0^2 = -eU \Rightarrow V_0^2 = \frac{2eU}{m}$ $V_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$V_0' = \sqrt{\frac{2eU}{m'}}$

AN : $V_0 = 3,3.10^4 ms^{-1}$ $V_0' = 3,23.10^4 ms^{-1}$



2. a) Sens de $\vec{B}$

$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

Pour que $\vec{F}$ soit tel que représentée, il faut que $\vec{B}$ soit entrant (règle de la main droite).

b) Trajectoires planes

T.C.I $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp \vec{B}$ et $\vec{V} \perp \vec{B} \Rightarrow$ le mouvement a lieu dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$ et contenant $\vec{a}$ et $\vec{V}$.

Nature du mouvement.

Scanned by CamScanner

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V} \wedge \vec{B} = \vec{a}_N + \vec{a}_T = \frac{V^2}{R}\vec{N} + \frac{dV}{dt}\vec{T} \text{ or } \vec{a} \perp \vec{V} \Rightarrow \frac{dV}{dt}\vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0.$$

D'où $V = cte$ $V = V_0$ le mouvement est uniforme

Trajectoire

$$\frac{V^2}{R} = \frac{|q|VB}{m} \Rightarrow R = \frac{mV_0}{|q|B} = cte$$

La trajectoire est alors circulaire

c) Rayon des ions $^{35}Cl^-$

$$R = \frac{35 \times 1{,}67.10^{-27} \times 3{,}3.10^5}{1{,}6.10^{-19} \times 0{,}2} = 0{,}603m$$

3. Calcul de AA'

$AA' = O_2A' - O_2A = 2R' - 2R \Rightarrow AA' = 2(R' - R)$

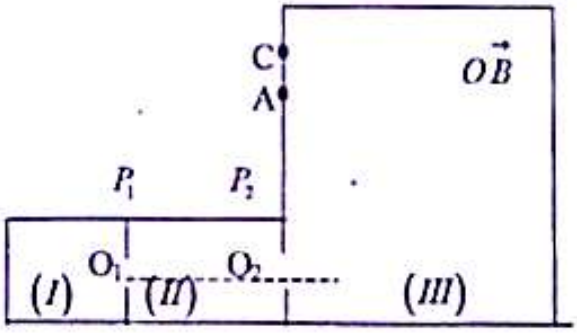
$$R' = \frac{37 \times 1{,}67.10^{-27} \times 3{,}23.10^5}{1{,}6.10^{-19} \times 0{,}2} = 0{,}624m$$

$AA' = 2(0{,}624 - 0{,}603)m = 0{,}042m = 4{,}2cm$

$AA' = 4{,}2cm$

Exercice N° 3

On admettra dans cet exercice que le poids des particules est négligeable devant les autres forces. On désire séparer les isotopes du chlore (Cl) à l'aide d'un spectrographe de masse schématisé ci-dessous :



1. Les ions chlores $^{35}Cl^-$ et $^{x}Cl^-$ sont produits dans une chambre d'ionisation (I), puis dirigés vers une chambre d'accélération (II) entre deux plaques parallèles P_1 et P_2 soumise à une tension $|U_1| = 10^4$v. Au delà de O_2 les ions sont alors séparés grâce à un champ magnétique

Scanned by CamScanner

uniforme $\vec{B}$ de norme0,2T, normal au plan de la figure.

a) Préciser sur un schéma le sens de $\vec{E}$ et le signe de $U_1 = Vp_1 - Vp_2$ qui permet l'accélération des ions.

b) Les deux sortes d'ions pénètrent en O_1 avec une vitesse négligeable. Montrer que ceux-ci ont la même énergie cinétique au point O_2. Calculer la vitesse V_1 de l'ion $^{35}Cl^-$ au point O_2.

c) Exprimer l'intensité V_2 de l'ion $^{x}Cl^-$ en fonction de V_1 et x.

2. Les ions passent en O_2 avec les vitesse V_1 et V_2 précédentes et subissent l'action du champ magnétique $\vec{B}$ normal à ces vecteurs vitesse.

a) Déterminer le sens de $\vec{B}$ pour que les ions arrivent en A et C.

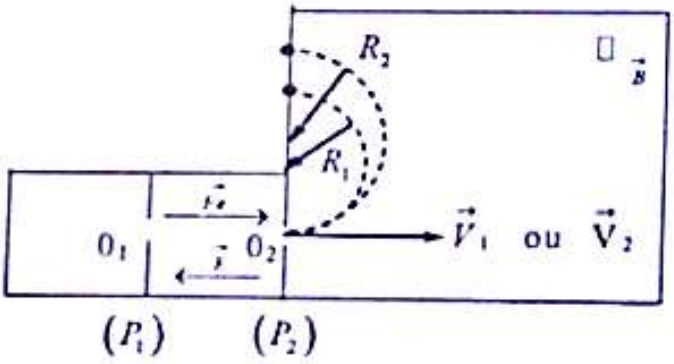
b) Monter que dans la région où règne $\vec{B}$, le mouvement des ions est plan, uniforme et circulaire.

En déduire les expressions des rayons de courbure R_1 et R_2 pour chacune des trajectoires. Calculer R_1.

c) Les ions $^{35}_{17}Cl^-$ et $^{x}_{17}Cl^-$ décrivent des demi – cercles et arrivent respectivement aux points A et C distants de d = 2,4cm. En déduire la valeur de x.

Données : e = $1,6.10^{-19}$C unité de masse atomique μ = $1,67.10^{-27}$ Kg.

Solution



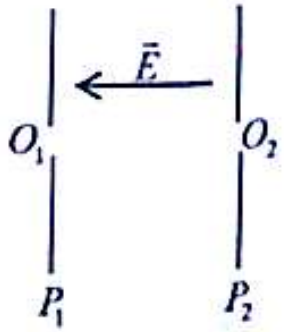
1. a) Sens de $\vec{E}$ et signe de U_1 $\quad \vec{F}_e = q\vec{E}$, $q < 0 \Rightarrow \vec{F}_e$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires

$U_1 = Vp_1 - Vp_2 < 0$

b) Montrons que $^{35}_{17}Cl^-$ et $^{x}_{17}Cl^-$ ont même énergie cinétique en O_2.

T.E.C $\quad \Delta E_C = \sum W_{\vec{F}ext} \quad E_C = W(\vec{F}e)$

$E_C = -eU_1 = cte$



Calculons V_1.

Scanned by CamScanner

Pour l'ion $^{35}_{17}Cl^-$ $\frac{1}{2}mV_1^2 = -eU_1 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{-2eU_1}{m_1}}$

$AN: V_1 = \sqrt{\frac{2\times1,6.10^{-19}\times10^4}{35\times1,67.10^{-27}}} = 2,34.10^5 ms^{-1}$

$V_1 = 2,34.10^5 ms^{-1}$

c) Exprimons V_2 en O_2 en fonction de V_1 et x.

En O_2 les deux ions ont la même énergie cinétique.

$\frac{1}{2}35\mu V_1^2 = \frac{1}{2}X\mu V_2^2 \Rightarrow V_2^2 = V_1^2\frac{35}{X} \Rightarrow V_2 = V_1\sqrt{\frac{35}{X}}$

2. a) Sens de $\vec{B}$ pour que les ions arrivent en A et C.

$\vec{f} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$. $\vec{B}$ est alors sortant. (règle de la main droite).

b) Mouvement plan.

T.C.I $\vec{f} = m\vec{a}$ $\quad q\vec{V}\wedge\vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V}\wedge\vec{B}$

$\left.\begin{array}{l}\vec{a}\perp\vec{B}\\ \vec{V}\perp\vec{B}\end{array}\right\} \Rightarrow$ les particules se déplacent dans le plan $\perp \vec{B}$ et contenant $\vec{a}$ et $\vec{V}$.

- Mouvement uniforme

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V}\wedge\vec{B}$ $\quad \vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T = \frac{V_2}{R}\vec{N} + \frac{dV}{dt}\vec{T}$ or $\vec{a}\perp\vec{V}$

$\Rightarrow a_T = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = V_0 = cte.$

- Trajectoire circulaire

$\vec{a}_N = \vec{a}$ $\quad \frac{|q|}{m}V_0B = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV_0}{|q|B} = cte$

$R_1 = \frac{35\mu V_1}{eB}$ $\quad R_2 = \frac{X\mu V_2}{eB}$

Calcul de R_1 $\quad R_1 = \frac{35\times1,6710^{-27}\times2,3410^5}{1,610^{-19}\times210^{-1}} = 42,710^{-2}m = 42,7cm.$

Scanned by CamScanner

c) Déduction de X

$AC = 2(R_2 - R_1) \Rightarrow R_2 = \frac{d}{2} + R_1$ $\qquad R_2 = 0{,}439\text{m} = 43{,}9\text{cm}$

$$R_2 = \frac{X\mu}{eB} V_1 \sqrt{\frac{35}{X}} \Rightarrow R_2 = \frac{V_1 \mu \sqrt{35X}}{eB} \Rightarrow R_1^2 = \frac{V_1^2 \mu^2}{e^2 B^2} .35X$$

$$X = \frac{R_2^2 e^2 B^2}{35 V_1^2 \mu^2}$$ AN: X = 36,9 ≈ 37 X = 37.

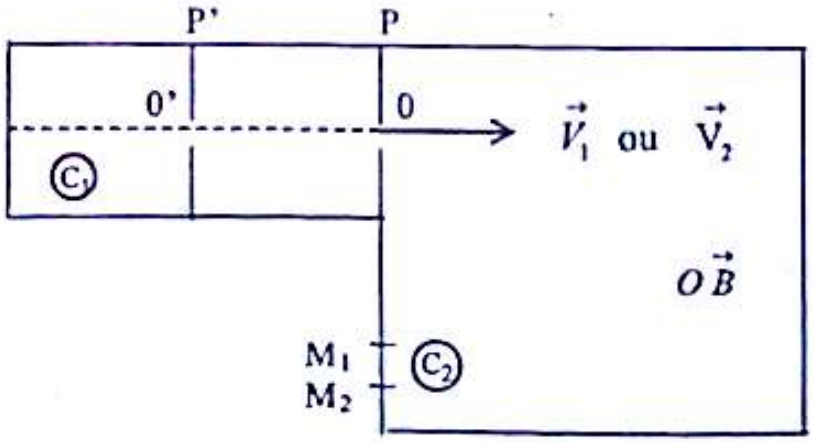
Exercice N° 4

Dans tout l'exercice les particules se déplacent dans le vide et leur poids est négligeable devant les autres forces. Un spectrographe (schéma ci-dessous) permet de séparer les atomes de lithium isotopes ^6Li et ^7Li de masses respectives m_1 et m_2. La chambre d'ionisation (C_1) produit des ions lithium $^6Li^+$ et $^7Li^+$ qui pénétrent en O', avec une vitesse négligeable dans le champ électrique uniforme $\vec{E}$ crée par la différence de potentiel existant entre les deux plaques verticales P' et P. Des ions Li^+ seront accélérés dans le vide jusqu'en O.

1. Quel est le signe de la tension électrique $U = V_{P'} - V_P$ que l'on établit entre P' et P ?.
2. Calculer les vitesses V_1 et V_2 des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ lorsqu'ils atteignent O.
3. En O, les ions Li^+ pénètrent dans la chambre (C_2) où règne un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au plan du schéma. Ils atteindront ensuite la zone de réception indiquée sur le schéma.
   a) Préciser, en justifiant, le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.
   b) Montrer que la trajectoire des ions est plane.
   c) Montrer que le mouvement de chaque ion lithium est uniforme et circulaire.

Calculer les rayons respectifs R_1 et R_2 des trajectoires des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$. En déduire la distance M_1M_2 d'impact des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ dans la zone de réception.

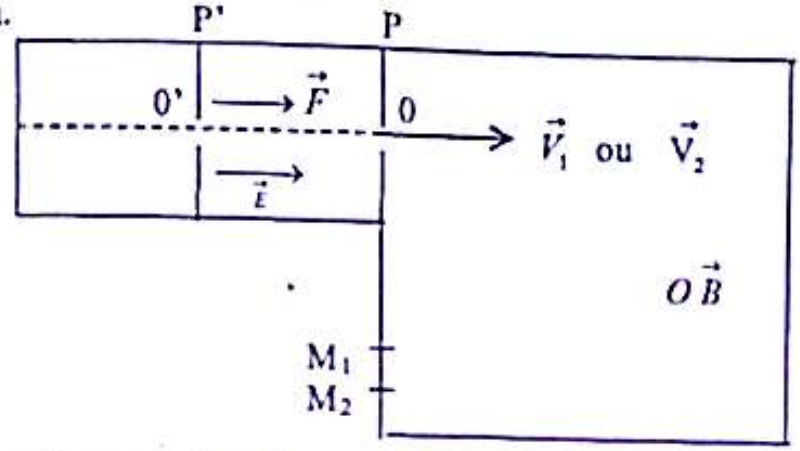
AN : $|U| = 5{,}00.10^3 V$; B = $2{,}00.10^{-3}$ T e = $1{,}60^{-19}$C ; masse d'un nucléon $\mu = 1{,}66.10^{-27}$kg.



Scanned by CamScanner

Solution

1. Signe de la tension.



$U = V_{P'} - V_P$ $\vec{F} = q\vec{E}$ $q > 0$ $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont même sens. Donc $V_{P'} > V_P \Rightarrow U > 0$.

2. Calcul de V_1 et V_2

T.E.C : $^6Li^+$ $\frac{1}{2}m_1V_1^2 = W(\vec{F})$ $\frac{1}{2}m_1V_1^2 = eU$

$$V_1^2 = \frac{2eU}{m_1} \qquad V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$$

$$AN : V_1 = \sqrt{\frac{2\times1,610^{-19}\times510^3}{6\times1,66.10^{-27}}} = \sqrt{\frac{16\times10^{11}}{9,96}} \approx 4,0110^5 ms^{-1}$$

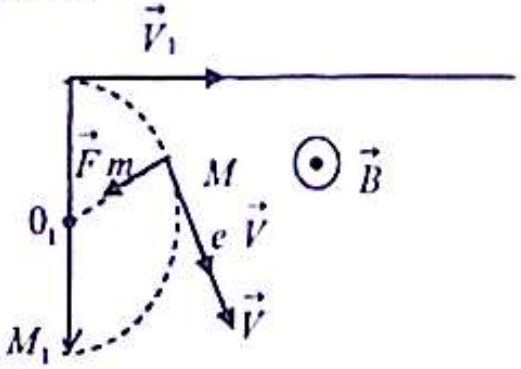
$V_1 = 4,00802410^5 ms^{-1}$ $V_1 = 4,0110^5 ms^{-1}$.

$^7Li^+$ $V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$

$$AN: V_2 = \sqrt{\frac{1,610^{11}}{11,62}} = 3,71070910^5 ms^{-1} \approx 3,7110^5 ms^{-1}$$

$V_2 = 3,7110^5 ms^{-1}$

3. a) Le sens du vecteur $\vec{B}$.



Scanned by CamScanner

$\vec{F}_m = e\vec{V} \wedge \vec{B}$. En appliquant la règle de la main droite on montre que $\vec{B}$ sort du plan.

b) Trajectoire plane.

T.C.I : $\vec{F}_m = e\vec{V} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m}\vec{V} \wedge \vec{B}$

$\left.\begin{array}{l}\vec{a} \perp \vec{B} \\ \vec{V} \perp \vec{B}\end{array}\right\} \Rightarrow$ Le mouvement s'effectue dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$ et contenant $\vec{a}$ et $\vec{V}$.

c) Mouvement uniforme.

$\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{V} \wedge \vec{B}$ $\quad \vec{a} \perp \vec{V}$ ($\vec{V}$ porté par $\vec{T}$)

$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \frac{dV}{dt}\vec{T} + \frac{V^2}{R}\vec{N}$ $\quad \vec{a}_T = \vec{o}$ $\quad \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte.$

.Trajectoire circulaire.

$\vec{a} = \vec{a}_N$ $\quad \frac{e}{m}VB = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV}{eB} = cte$

.Calcul de R_1 : $\quad R_1 = \frac{m_1 V_1}{eB}$

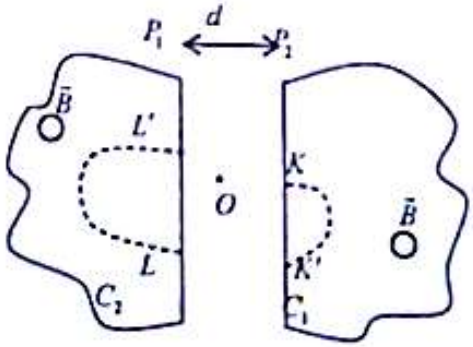
$$R_1 = \frac{6 \times 1{,}6610^{-27} \times 4{,}0110^5}{210^{-1} \times 1{,}610^{-19}} = 12{,}4810^{-2} m$$

$$R_2 = \frac{m_2 V_2}{eB} \qquad R_2 = \frac{7 \times 1{,}6610^{-27} \times 3{,}7110^5}{210^{-1} \times 1{,}610^{-19}} = 13{,}4710^{-2} m.$$

$M_1M_2 = 2(R_2 - R_1)$ $\quad M_1M_2 = 0{,}9910^{-2}$ m $= 0{,}99$cm ≈ 1cm.

Exercice N° 5 : Bac Niger série D 1999

Entre deux parois planes parallèles. P_1 et P_2 soumises à une différence de potentiel (d.d.p) $V_{P_1} - V_{P_2}$ positive règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. De part et d'autre des parois règne un champ magnétique uniforme constant, perpendiculaire au plan de la figure ci-contre.



Scanned by CamScanner

Une particule de masse m et de charge électrique q pénètre en O dans le champ électrique avec une vitesse négligeable, puis, par K dans le champ magnétique où elle décrit la trajectoire (C_1). Soient V_K la vitesse de la particule en K, et U la valeur absolue de la d.d.p.

1. a) En déduire le sens $\vec{E}$, le signe de q et la nature du mouvement de la particule entre O et K.
   b) Donner le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$
   c) Quelle est l'énergie cinétique de la particule aux points K et K' ? Quelle est l'influence de $\vec{B}$ sur le mouvement de la particule ?
   d) Exprimer la distance KK' en fonction de m, q, B et V_K.
2. Dès que la particule sort du champ magnétique, la d.d.p devient négative.
   a) Quelle est alors la nature du mouvement de la particule en allant de P_2 à P_1 ?
   b) Donner l'énergie cinétique de la particule en L en fonction de m, q, V_K et U.
   c) Quel est l'intérêt du passage de la particule dans le champ électrique ?
3. A partir de L la particule décrit la trajectoire (C_2) et sort du champ magnétique par L'.
   a) Exprimer LL' en fonction m, q, B, U et V_K. Comparer LL' et KK'.
   b) Calculer les temps t_1 et t_2 mis pour parcourir respectivement (C_1) et (C_2).

Solution

1. a) - Sens de $\vec{E}$

$V_{P_1} - V_{P_2} > 0 \Rightarrow V_{P_1} > V_{P_2}$.

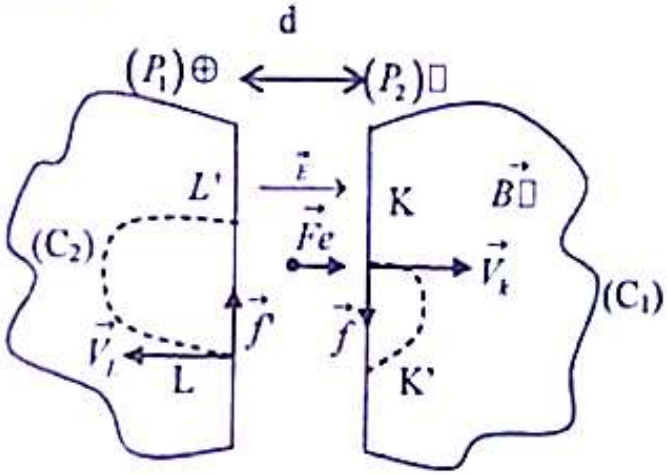
Donc $\vec{E}$ et dirigé de P_1 vers P_2.

- Signe de q

La particule se déplace de O vers K.

$\vec{F}_e$ est dirigé de O vers K.

$\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ ayant même direction et même sens alors $q > 0$.



- Nature du mouvement entre O et K.

Appliquons le T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

Projetons cette relation sur $\vec{OK}$: $a = \frac{q}{m}E$

a = cte, $a > 0 \Rightarrow$ le mouvement de la particule est rectiligne uniformément accéléré entre O et K.

b) Sens de $\vec{B}$

$\vec{B}$ est sortant (règle de la main droite).

c) Energie cinétique de la particule en K et K'

Appliquons le T.E.C : $\Delta E_c = \sum W(F_{ext})$

$\frac{1}{2}mV_K^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = \vec{F}_e \cdot \vec{OK}$ $\quad V_0 = 0$ et $F_e = qE = q\frac{U}{d}$

Scanned by CamScanner

$\frac{1}{2}mV_K^2 = \frac{1}{2}qU \Rightarrow E_c(K) = \frac{1}{2}qU$

Le champ magnétique ne modifie pas la vitesse de la particule ; donc $E_c(K) = E_c(K')$.

- $\vec{B}$ rend le mouvement de la particule circulaire uniforme.

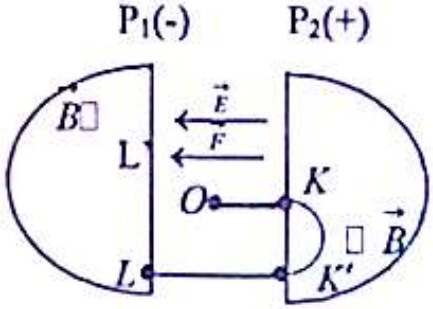
d) Expression de $KK' = f(m, q, B, V_K)$

T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$; $\vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{V}_K \wedge \vec{B} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V}_K \wedge \vec{B}$. $\vec{a} \perp \vec{V}_K \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow \frac{q}{m}V_K.B = \frac{V_K^2}{R_1} \Rightarrow$

$R_1 = \frac{mV_K}{qB}$ $\quad KK' = 2R_1 \Rightarrow KK' = \frac{2mV_K}{qB}$

2. a) Nature du mouvement de P_2 à P_1



$\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont encore même direction, même sens $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ et par projection

$a = \frac{q}{m}E = cte$, $a > 0 \Rightarrow$ le mouvement de La particule est rectiligne uniformément accéléré.

b) Energie cinétique de la particule en L

$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}ext) \Rightarrow E_{C_L} - E_{C_K} = qU$

$E_C(L) = qU + \frac{1}{2}mV_K^2$

c) Le passage de la particule dans le champ électrique permet d'augmenter sa vitesse (ou son énergie cinétique).

3. a) Expression de $LL' = f(m, q, B, U, V_K)$

Par analogie avec la question 1) d) on a $= R_2 = \frac{mV_L}{qB}$

$LL' = 2R_2 \Rightarrow LL' = \frac{2mV_L}{qB}$

Scanned by CamScanner

$$Ec(L)=\frac{1}{2}mV_L^2=qU+\frac{1}{2}mV_K^2\Rightarrow V_L=\sqrt{\frac{2qU}{m}+V_K^2}$$

$$LL'=\sqrt{\frac{2qU}{m}+V_K^2}$$

Comparons LL' et KK'

$$KK'=\frac{2mV_K}{qB}\qquad LL'=\frac{2m}{qB}\sqrt{\frac{2qU}{m}+V_K^2}$$

$$\frac{LL'}{KK'}=\frac{\frac{2m}{qB}\sqrt{\frac{2qU}{m}+V_K^2}}{\frac{2mV_K}{qB}}=\frac{\sqrt{\frac{2qU}{m}+V_K^2}}{\sqrt{V_K^2}}=\sqrt{1+\frac{2qU}{mV_K^2}}$$

$$\frac{LL'}{KK'}>1\Rightarrow LL'>KK'$$

b) Calcul de t_1

Le mouvement étant circulaire uniforme : $t_1=\frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$

$$t_1=\frac{\pi R_1}{V_K}=\frac{\pi mV_K}{qBV_K}=\frac{\pi m}{qB}$$

$$t_2=\frac{\pi R_2}{V_K}=\frac{\pi mV_K}{qBV_K}=\frac{\pi m}{qB}$$

Donc $t_1=t_2$

Scanned by CamScanner

Chapitre 3

FORCE DE LAPLACE

RAPPEL DU COURS

I EXPRESSION :

Une portion de conducteur de longueur ℓ parcourue par un courant électrique d'intensité I dans un champ magnétique B est soumise à une force électromagnétique : $F = I \cdot \ell \wedge B$.

II CARACTÉRISTIQUES DE $\vec{F}$:

- Direction : perpendiculaire à $\left(\vec{\ell} \wedge \vec{B}\right)$
- Sens : tel que $\left(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F}\right)$ constitue un trièdre direct.
- Norme : $F = I\ell B\sin\alpha$ avec $\alpha = \left(\vec{\ell}, \vec{B}\right)$
- Point d'application : milieu de la portion soumise à $\vec{B}$.

NB : Maitriser les règles permettant de déterminer le sens de $\vec{F}$.

Exercices

Exercice N° 1

I. Une tige en cuivre MN, de masse m, homogène et de section constante est placée dans un champ magnétique uniforme B sur une longueur ℓ. Elle est parcourue par un courant constant I. On admettra que la tige ne peut que glisser sans frottement sur les rails CE et AD (figure 1)

1. De quel angle α peut-on incliner les rails AD et CE, et dans quel sens pour que la tige soit en équilibre, dans les cas suivants :
   a) B reste perpendiculaire aux rails.
   b) B reste vertical ?
2. On incline le plan des rails d'un angle $\alpha = 30°$ dans le sens défini à la question 1) a). $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des rails.
   a) Quelle est la nature du mouvement de la tige MN ?
   b) Calculer son accélération et sa vitesse 0,5s après la fermeture du circuit.

II La tige MN, est à présent mobile autour du point M (figure2).

Scanned by CamScanner

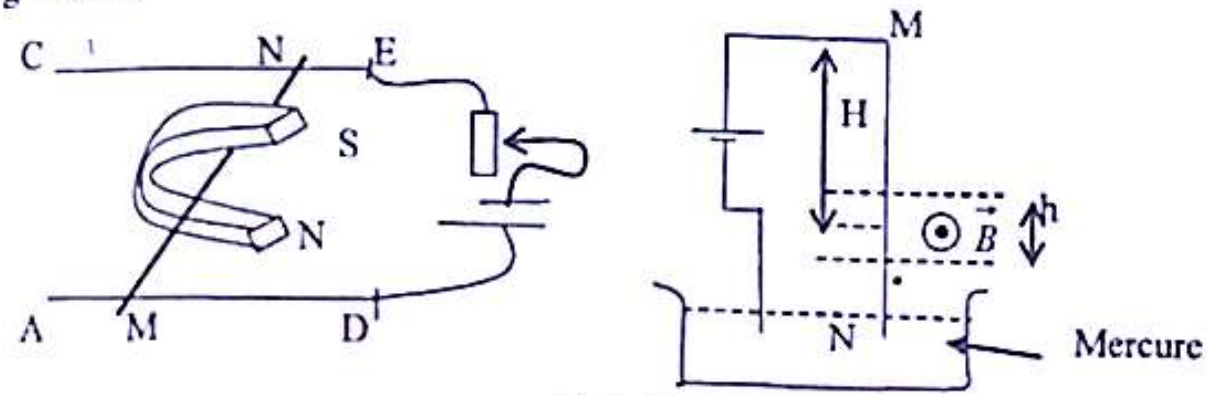
Elle passe entre les branches d'un aimant en U. La largeur des branches est h. Le plan de symétrie horizontal de l'aimant est à la hauteur H au dessous de M. Cet aimant produit un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On passe un courant d'intensité I. La tige dévie d'un angle $\alpha'=20°$.

1. Quel est le sens de déviation de la tige ? Justifier la réponse.
2. Calculer numériquement I

Application numérique : **(I)**: $B=0,5\,T$; $I=2A$; $m=10g$; $\ell=6\,cm$; $g=10ms^{-2}$

(II) : $MN=40cm$; $m=10g$; $h=5\,cm$; $H=30\,cm$; $B=0,037$;

$g=10\,ms^{-2}$



Solution

I) 1. Angle d'inclinaison et sens d'inclinaison

a) $\vec{B}\perp$ aux rails

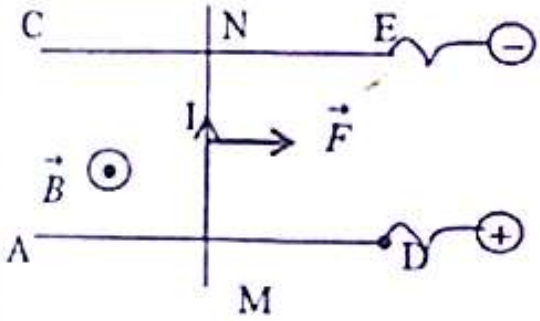


Figure 1

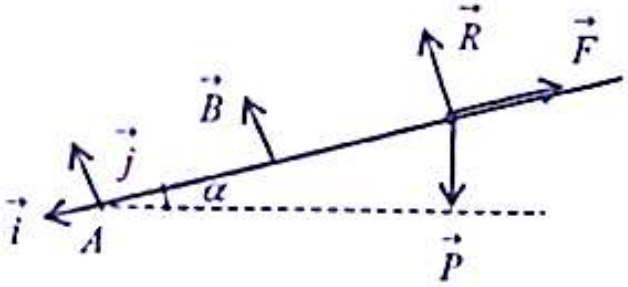


Figure 2

Sur la longueur la force de Laplace est donnée par $\vec{F}=I\cdot\vec{\ell}\wedge\vec{B}$.

Pour maintenir la tige en équilibre sur les rails, il faut relever les extrémités E et D.

Déterminons la valeur de α

A l'équilibre $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$ projection sur $\left(A,\vec{i}\right)$

$psin\alpha - F=0 \quad mgsin\alpha = BI\ell \Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{BI\ell}{mg}$

AN: $\sin\alpha=\dfrac{2\times6.10^{-2}\times0,5}{10.10^{-3}\times10}=0,6\Rightarrow\alpha=36,87°$

Scanned by CamScanner

b) $\vec{B}$ est vertical .(Voir figure 3)

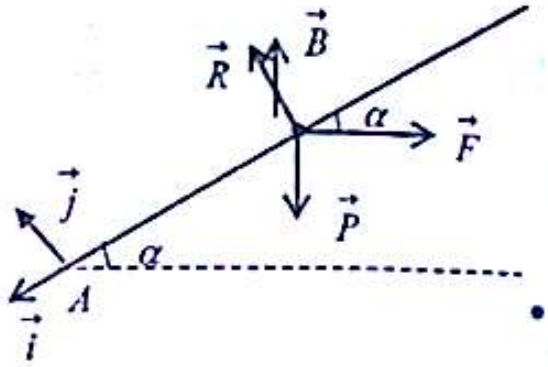


Figure 3

A l'équilibre $\vec{R}+\vec{P}+\vec{F}=\vec{O}$

Projection sur $(A,\vec{i})$

$P\sin\alpha - F\cos\alpha = 0$

$mg\sin\alpha = I\ell B\cos\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{I\ell B}{mg}$

$\tan\alpha = \dfrac{2\times 6.10^{-2}\times 0,5}{10.10^{-3}\times 10} = 0,6 \Rightarrow \alpha = 30,96°$

2. Pour $\alpha = 30°$

a) Nature du mouvement de la tige.

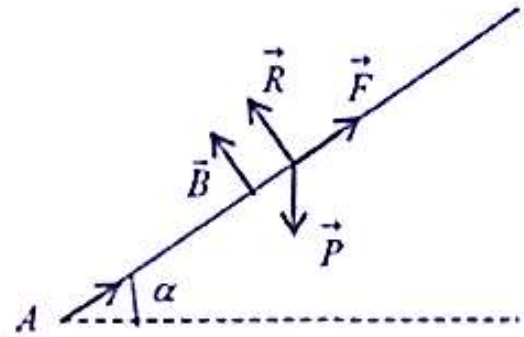


Figure 4

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m\vec{a}$

Projection sur $\left(A,\vec{i}\right)$

$-P\sin\alpha + F = ma \Rightarrow a = \dfrac{F}{m} - g\sin\alpha = \dfrac{BI\ell}{m} - g\sin\alpha.$

$a = C^{te} \Rightarrow$ le mouvement est uniformément varié

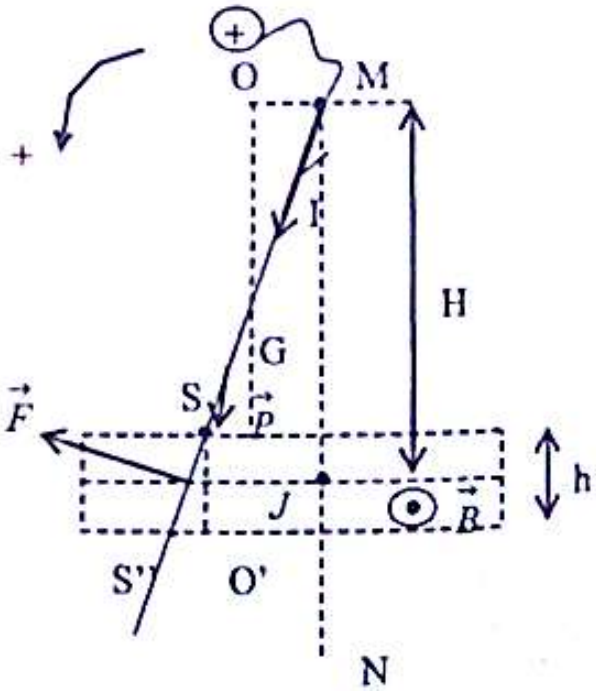
b) Calcul de a.

$a = -10\sin 30° + \dfrac{2\times 6.10^{-2}\times 0,5}{10.10^{-3}} = 1 ms^{-1}$

Calcul de V à $t = 0,5$ s

$V = at + V_0 \qquad V_0 = 0$

$V = a\,t \qquad V = 1\times 0,5 = 0,5 ms^{-1}$



II

1. Sens de déviation de la tige $\vec{F} = I'\overrightarrow{MN}\wedge\vec{B}$

L'utilisation de la règle de la main droite montre que la tige dévie vers la gauche.

Scanned by CamScanner

2. Calcul de I'.

A l'équilibre $M_0(\vec{R}) + M_0(\vec{p}) + M_0(\vec{F}) = 0$

$M_0(\vec{R}) = 0$ ($\vec{R}$ rencontre l'axe)

$M_0(P) = P.MO = mgMG\sin\alpha' = mg\frac{MN}{2}\sin\alpha'$

$M_0(\vec{F}) = -F.MK$ Considérons le triangle (MJK)

$\cos\alpha' = \frac{MJ}{MK} \Rightarrow MK = \frac{MJ}{\cos\alpha'} = \frac{H}{\cos\alpha'}$

$F = I'.SS'B$ Considérons le triangle $(SO'S')$

$\cos\alpha' = \frac{SO'}{SS'} = \frac{h}{SS'} \Rightarrow SS' = \frac{h}{\cos\alpha'}$

$F = \frac{I'hB}{\cos\alpha'}$

D'où à l'équilibre $mg\frac{MN}{2}\sin\alpha' - \frac{I'hB}{\cos\alpha'}.\frac{H}{\cos\alpha'} = 0$

$$mg\frac{MN}{2}\sin\alpha' = \frac{I'hBH}{\cos^2\alpha'} \Rightarrow I' = \frac{mgMN\sin\alpha'\cos^2\alpha'}{2hBH}$$

$$\text{A.N.}: I' = \frac{10.10^{-3}\times 10\times 40.10^{-2}\times \sin 20°\cos^2 20°}{2\times 5.10^{-2}\times 30.10^{-2}\times 0{,}03} = 13{,}42\ A$$

$I' = 13{,}42\ A$

Exercice N° 2 : (Bac série D 1997-Niger)

Dans l'exercice on prendra g = 10N/kg

1. Le dispositif expérimental comporte (figure 1):

- Un conducteur cylindrique AA' de masse m = 20g qui ferme le circuit. Il est disposé perpendiculairement aux rails et peut glisser sans frottement sur les rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme vertical, de module B_1 = 1Tesla. Au milieu de la tige AA' est attaché un fil inextensible, de masse négligeable, parallèle aux rails et relié par l'intermédiaire d'une poulie simple à un solide S de masse M = 50g. Quand on fait passer le courant dans les rails, on constate que la tige AA' est en équilibre.

a) Reproduire la figure n° 1 en vue de face et indiquer les forces qui s'exercent sur la tige AA'.

b) Déterminer le sens du courant dans la tige AA'.

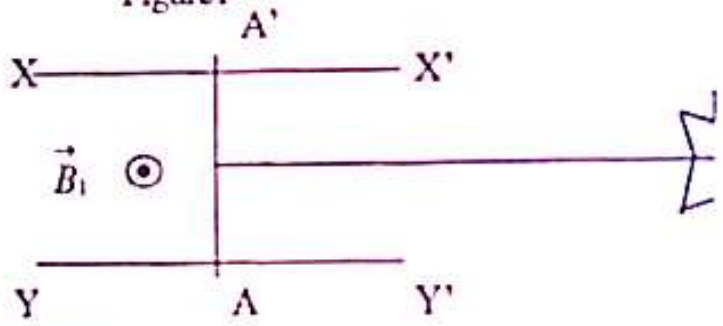
Scanned by CamScanner

2. Le conducteur AA' est maintenant susceptible de se mouvoir dans un plan vertical autour de son extrémité A. L'autre extrémité A' plonge dans un bac de mercure (Hg) qui permet de maintenir le contact électrique avec une générateur de tension continue (Figure n° 2). L'intensité du courant dans le circuit est I. Le dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme, de module B, horizontal et orthogonal au plan de la figure n° 2.

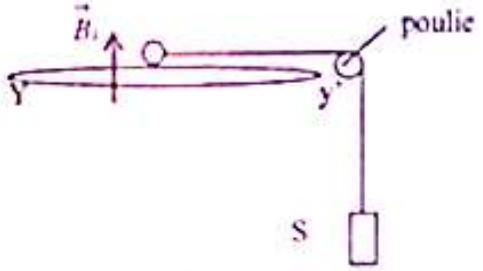
a) Que se passe-t-il dans chacun des cas suivants :
$I = 0$ et $B \neq 0$; $I \neq 0$ et $B = 0$; $I \neq 0$ et $B \neq 0$. Les résultats sont-ils conservés lorsqu'on permute les bornes du générateur ?

b) On néglige la partie de la tige plongée dans le mercure, on admet d'autre part que la ligne d'action de la force électromagnétique passe par le milieu de la tige. Calculer la déviation angulaire de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre dans le cas où $I = 10A$ et $B = 0,1T$.

Figure1

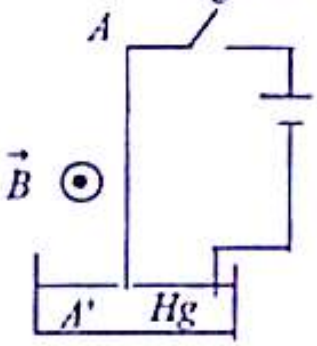


Vue de dessus



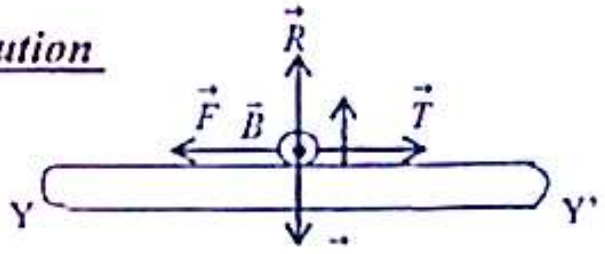
Vue de face

Figure 2



Solution

1. a) Forces s'exerçant sur la tige AA'.



b) Sens du courant : pour que $\vec{F} = I\vec{AA'} \wedge \vec{B}$ ait le sens indiqué, le courant doit circuler de A' vers A (règle de la main droite).

- Intensité du courant

Condition d'équilibre : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$

Projection sur YY' $-F+T=0 \Rightarrow F=T$ $\quad T=mg$.

$BIAA' = mg \Rightarrow \quad I = \dfrac{Mg}{B\,AA'}$

Scanned by CamScanner

$AN: I = \frac{5010^{-3} \times 10}{1 \times 510^{-4}} = 10A$

2. a) .pour $I = 0$ et $B \neq 0$ $F = 0$ pas de déviation de la tige.
.pour $I \neq 0$ et $B = 0$ $F = 0$ pas de déviation de la tige.
.pour $I \neq 0$ et $B \neq 0$ $F \neq 0$ la tige dévie à gauche.

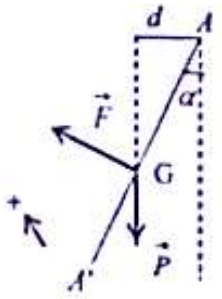
Quand on permute les bornes du générateur la tige dévie à droite (3ème cas)

b) Déviation angulaire.

Condition d'équilibre : $M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{F}) = 0$

- $PAG\sin\alpha + FAG = 0$
- $PAG\sin\alpha = BIAA'AG$

$$\text{Sin}\,\alpha = \frac{BIAA'}{mg} \qquad \sin\alpha = \frac{0{,}1 \times 10 \times 510^{-2}}{2010^{-3} \times 10} = 0{,}25 \Rightarrow \alpha = 14{,}47°.$$



Exercice N° 3 : Bac C Niger 2003

Un conducteur AB de longueur l = 10cm, de masse m = 15g et de résistance R= 4 Ω est posé perpendiculairement sur deux rails parallèles $(C'T)$ et $(C''T')$ de résistance négligeable et contenus dans un plan horizontal. Le conducteur AB peut se déplacer sans frottement sur les rails en restant parallèles à lui même. Le circuit est constitué par les rails et le conducteur est fermé sur un générateur de f.é.m constante E = 10V et de résistance interne r = 1Ω. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

1. Déterminer la direction, le sens et l'intensité de la force électromagnétique $\vec{F}$ qui s'exerce sur le conducteur AB dans les deux cas suivants.

a) $\vec{B}$ est dans le plan des rails et de direction parallèle aux rails.

b) $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des rails.

Dans chaque cas faire un schéma en indiquant le sens du courant, le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ et le vecteur force magnétique $\vec{F}$.

2. Le champs $\vec{B}$ étant perpendiculaire au plan des rails, on relie le milieu J du conducteur AB à une masse m = 25g par l'intermédiaire d'un fil inextensible passant par la gorge d'une poulie O de masse négligeable. On néglige les frottements. La portion de fil JO est parallèle aux rails.

a) Indiquer le sens du courant et celui du champ magnétique $\vec{B}$ pour que la force électromagnétique s'oppose à la chute de la masse m.

b) Calculer l'intensité du champ $\vec{B}$ pour laquelle la masse m reste en équilibre.

Scanned by CamScanner

c) Une fois l'équilibre établi on place une surcharge m' =10g sur la masse m.

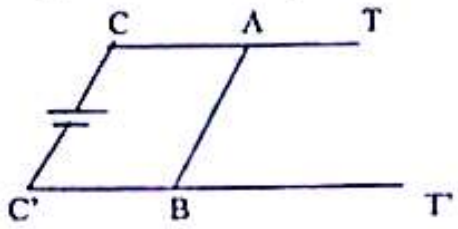


figure 1

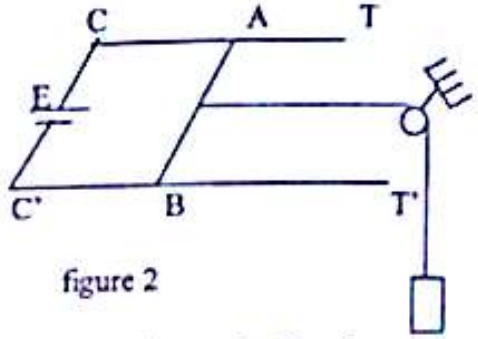


figure 2

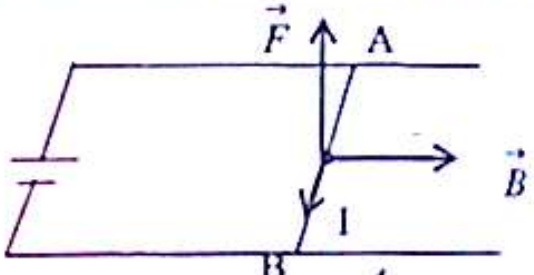
Calculer la vitesse de déplacement de la tige AB une seconde après.On donne g = 10ms^{-2}.

Solution

1) a) $\vec{B}$ est dans la plan des rails et de direction parallèle aux rails. Deux sens sont possibles pour le champ $\vec{B}$.

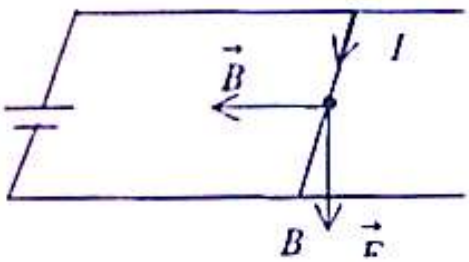
1er cas :

la force $\vec{F}$ est perpendiculaire au plan des rails et orienté vers le haut.



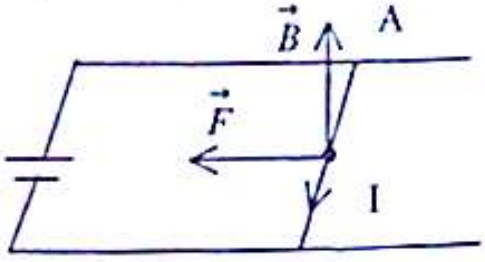
2ème cas :

la force $\vec{F}$ est perpendiculaire au plan des rails et orienté vers le bas.

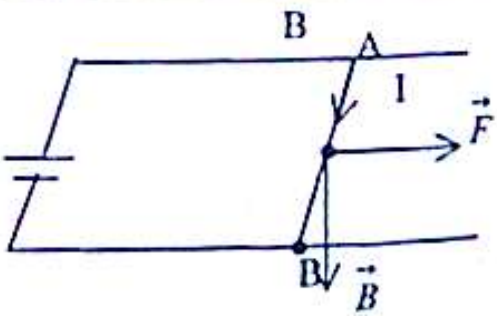


b) $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des rails. Deux sens sont possibles pour le champ $\vec{B}$.

1er cas :
La force est orientée vers la gauche.

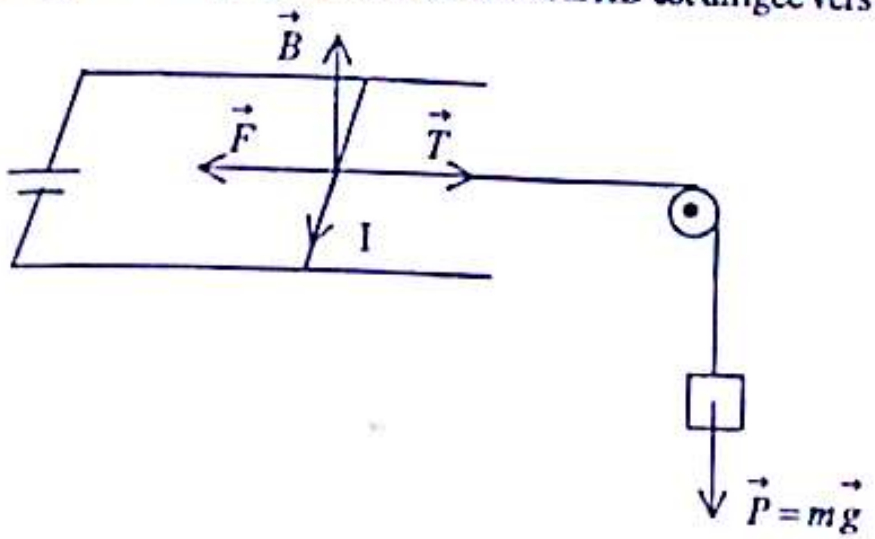


2ème cas :
La force est orientée vers la droite.



Scanned by CamScanner

2) a) La force $\vec{F}$ qui s'oppose au déplacement du conducteur AB est dirigée vers la droite.



b) Le conducteur AB est soumis à l'action de la force magnétique $\vec{F}$ et de la tension $\vec{T}$ du fil.
A l'équilibre

$$\vec{T} + \vec{F} = \vec{O} \quad \Rightarrow T = F \qquad T = I\ell B$$

L'intensité du courant est donnée par la loi d'ohm.

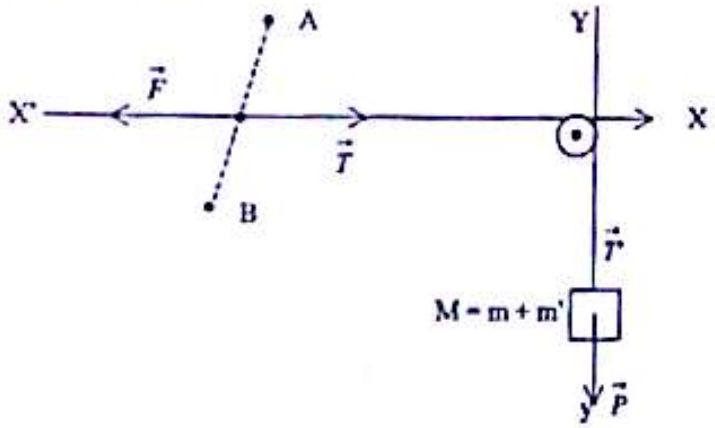
$$E = (R+r)I \quad \text{soit } I = \frac{E}{R+r}$$

Comme la poulie change la direction d'une force sans changer son intensité on a $T = P = mg$.

$$\frac{E\ell\ell}{R+r} = mg \quad \text{d'où} \quad B = \frac{mg(R+r)}{E\ell}$$

$$AN: B = \frac{1510^{-3} \times 10 \times (4+1)}{10 \times 0,1} \qquad B = 1,25T$$

c) La vitesse de la tige après une seconde.



Scanned by CamScanner

- Système : tige AB :

- Bilan Forces $\vec{F}$, $\vec{T}$

T.C.I : $\vec{F}+\vec{T'}=m_t\vec{a}$

Projection sur xx'

$T-F=m_t a$ or $F=mg$ $\quad T=m_t a+mg$

- Système masse M

- Bilan des forces $\vec{P},\vec{T}$

$\vec{P}+\vec{T}'=m\vec{a}'$

Projection sur y'y :

$P-T'=ma' \Rightarrow T'=M(g-a')$ or $T=T'$ et $a=a'$

$(m+m')(g-a)=m_t a+mg$

$a=\dfrac{m'}{m+m'+m_t}g$. $a=$ cte , la tige AB et la masse $M=m+m'$ sont soumises à un

Mouvement uniformément accéléré

$v=at$

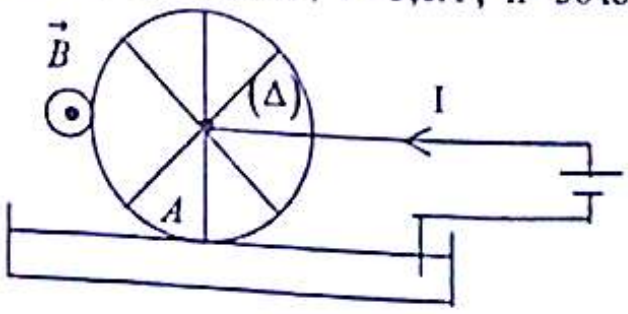
$a=\dfrac{1010^{-3}}{5010^{-3}}10=2ms^{-2}$ $\quad v=2ms^{-1}$

Exercice N° 4

Une roue de Barlow est constituée de rayons rigides en cuivre, de longueur R. Elle est mobile autour d'un axe (Δ) horizontal passant par son centre O. La roue fait partie d'un circuit électrique d'intensité I. Elle est toute entière plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

1. Donner les caractéristiques de la force de Laplace qui s'exerce sur un rayon.
2. La roue entre en rotation autour d'un axe (Δ). Expliquer pourquoi et préciser le sens de rotation.
3. La roue tourne avec une vitesse angulaire constante ω . Calculer la puissance de la force de Laplace.

Données numérique : $B=2,510^{-2}T$; $R=10,0cm$; $I=5,0A$; $n=50$ tours par minute.



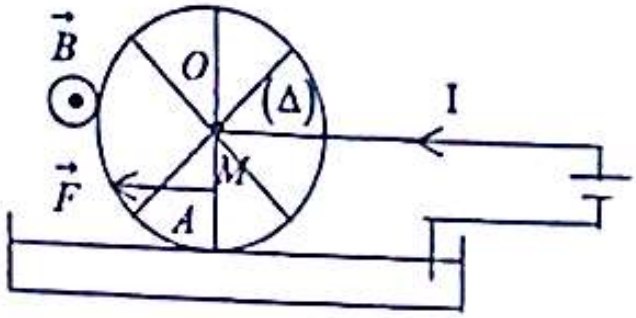
Scanned by CamScanner

Solution

1. Caractéristiques de $\vec{F}$

- Point d'application : milieu du rayon OA
- Direction : horizontale
- Sens : de droite à gauche
- Intensité : $F = I R B$

AN : $F = 1{,}310^{-2} N$



2. $\sum M_{\Delta}\left(\vec{F}_{ext}\right) = M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) \neq 0$, donc la roue se met en mouvement de rotation. Elle tourne dans le sens de l'aiguille d'une montre.

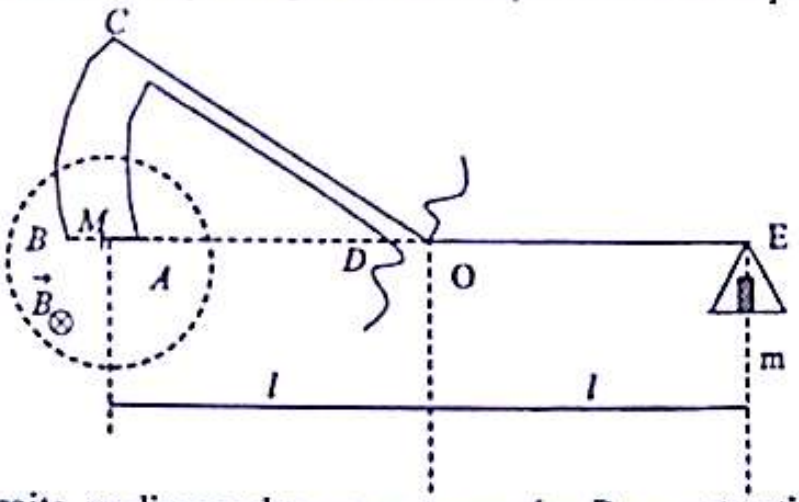
3. Puissance de la force de la Laplace

$$P = M_{\Delta}(\vec{F})\omega = M_{\Delta}(\vec{F}).2\pi n \Rightarrow P = 2\pi n \times F.\frac{R}{2} = \pi n F.R$$

$$AN: P = \pi \times \frac{50}{60} \times 1{,}310^{-2} \times 1010^{-2} \qquad P = 3{,}410^{-3}\ \text{w}$$

Exercice N° 5

Une balance de coton est constituée par un fléau en alliage non magnétique rigide DABCOE, mobile autour d'un axe fixe O. Les bords CB et AD sont des arcs de cercles de centre O. A l'équilibre, AB et OE sont sur une même horizontale. Dans la région limitée par des hachures, on crée un champ magnétique uniforme au voisinage de AB, orthogonal au plan de la figure et dirigé vers l'arrière. Un fil conducteur est fixé le long de ODABCO : il correspond à une portion de circuit électrique dans lequel on peut régler l'intensité qu'on lit sur un ampèremètre.



Sur le plateau de droite, on dispose des masses marquées. Par construction $OM = OE = l$, où M est le milieu de AB. Quand l'intensité du courant est nulle et qu'il n'y a pas de masse dans le plateau, le dispositif est en équilibre.

Scanned by CamScanner

1. a) Indiquer sur un schéma les directions et les orientations des forces qui s'exercent sur le dispositif quand l'équilibre est réalisé pour une intensité I et une masse m. Préciser le sens du courant.

b) Montrer que la condition de l'équilibre se réduit à : $m = \frac{BdI}{g}$, où $d = AB$

2. Des mesures ont donné le tableau suivant :

$I(A)$	0	1	2	3	4	5
$m(g)$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0

a) Tracer la courbe représentative de m en fonction de I.

Echelle : 1cm pour 0,1g ; 1cmpour 0,5A

b) En déduire une valeur du champ $\vec{B}$

Données : d = 2cm ; g = 10ms^{-2}.

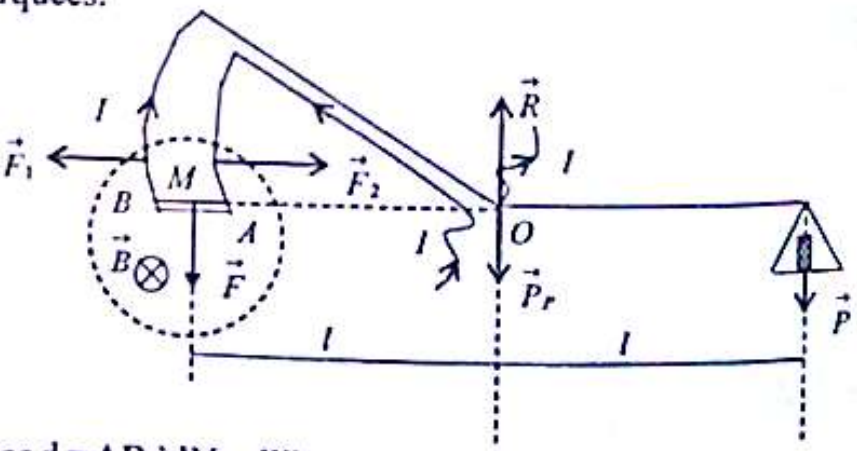
Solution :

1. a) Les directions et les sens des forces.

Les forces appliquées aux système :

- son poids $\vec{P}_r$;
- sl a réaction $\vec{R}$ de l'axe ;
- la force de Laplace $\vec{F}$ exercée sur AB ;
- les forces de Laplace $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$;
- le poids $\vec{P}$ des masses marquées.

Sens du courant (voir figure)



b) Montrer que $m = \frac{BdI}{g}$, avec d = AB à l'équilibre.

Scanned by CamScanner

Appliquons au système le théorème des moments.

$\Sigma M_0(\vec{F}_{ex}) = 0 \Rightarrow M_0(\vec{P}_F) + M_0(\vec{R}) + M_0(\vec{F}) + M_0(\vec{F}_1) + M_0(\vec{F}_2) + M_0(\vec{P}) = 0$ (1)

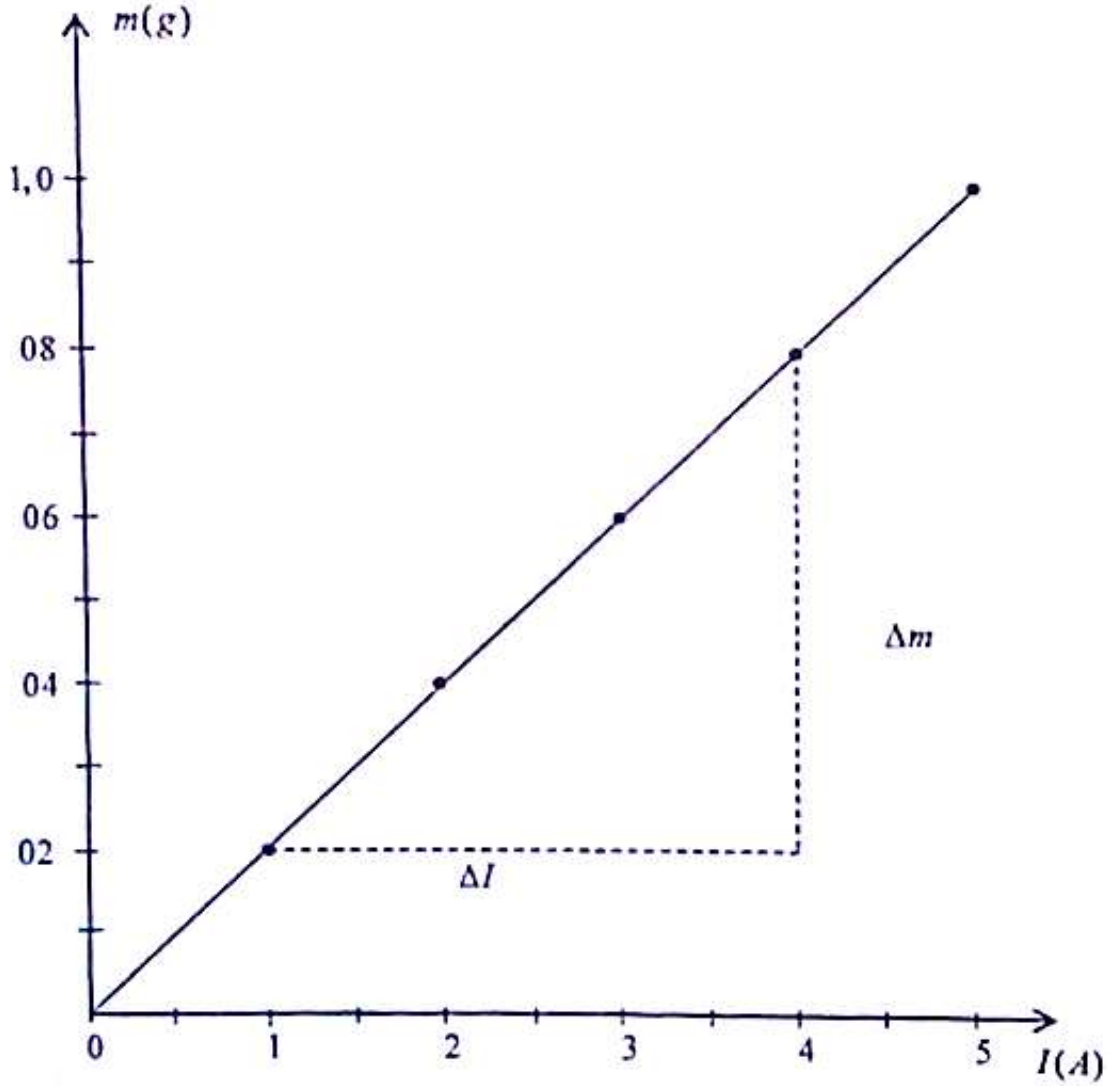
$M_0(\vec{P}_F) = M_0(\vec{R}) = 0$ ($\vec{P}_F$ et $\vec{R}$ passent par l'axe de rotation)

$M_0(\vec{F}_1) + .M_0(\vec{F}_2) = 0$ ($\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ passent par l'axe de rotation)

$\Leftrightarrow M_0(\vec{F}) + M_0(\vec{P}) = 0 \Rightarrow F_1 - P_1 = 0$ soit F = P

$F = IABB = I\,d\,B \quad P = mg \Rightarrow I\,B\,d = mg \Rightarrow m = \frac{Bdl}{g}$

2. a) Tracé de la courbe m = f(I)



Scanned by CamScanner

b) La valeur du champ $\vec{B}$

$m = \frac{BdI}{g} \Rightarrow m = kI$ avec $k = \frac{Bd}{g}$

Selon le tracé m = f(I), ou m = k I, k coefficient directeur de la droite.

$$k = \frac{\Delta m}{\Delta I} \Rightarrow k = \frac{(0,8 - 0,2)10^{-3}}{4 - 1} = 210^{-4} kg / A$$

or $k = \frac{Bd}{g} \Rightarrow B.d = k.g \Rightarrow B = \frac{kg}{d}$

AN: $B = \frac{210^{-4} \times 10}{210^{-2}} = 0,1T$; $B = 0,1T$.

Scanned by CamScanner

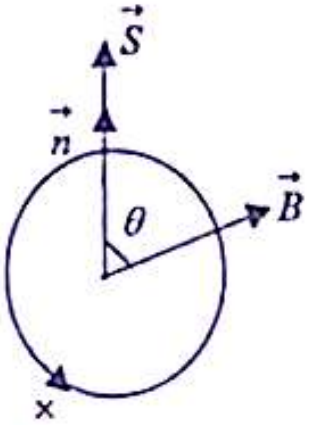
Chapitre 4

INDUCTION - AUTO -INDUCTION

RAPPEL DU COURS

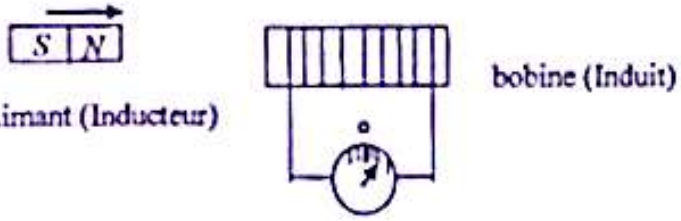
I FLUX MAGNÉTIQUE À TRAVERS UN CIRCUIT

$\Phi = \vec{B}.\vec{S} = BS\cos\theta \qquad \theta = \left(\vec{B}, \vec{n}\right)$



II INDUCTION

1. Expérience



Le mouvement de l'aimant provoque la déviation de l'aiguille.

L'apparition du courant induit est dûe à la variation du flux.

Loi de Lenz

Le sens du courant est tel que, par ses effets, il s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

Loi de Faraday

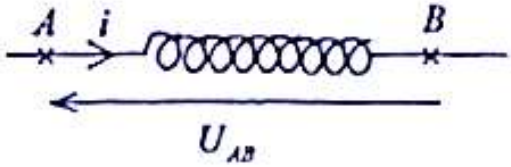
$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

III AUTO – INDUCTION : L'induit et l'inducteur sont confondus.

Flux propre. $\Phi = Li$ L= inductance

- Loi de Faraday Lenz : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$

- Loi d'Ohm



Scanned by CamScanner

$$U_{AB} = ri - e$$

$$U_{AB} = ri + L\frac{di}{dt}$$

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2$$

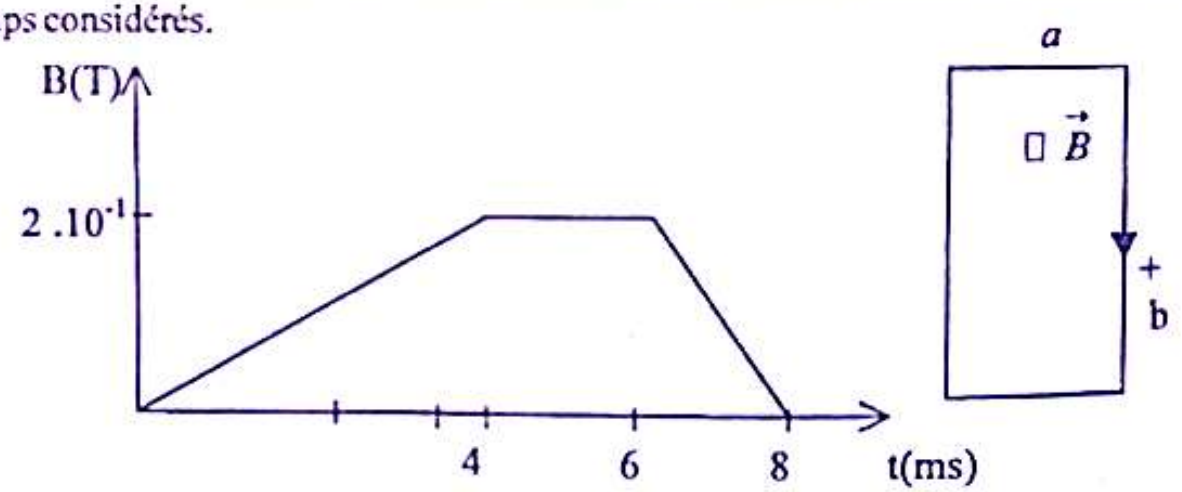
IV ENERGIE EMMAGASINÉE PAR LA BOBINE :

Exercices

Exercices N° 1

On Considère une bobine plate comportant N = 20 spires de forme rectangulaire, ses côtés ayant pour longueur a = 2 cm et b = 3 cm. Cette bobine, placée dans un plan vertical, est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la bobine et sa mesure varie au cours du temps suivant le graphique représenté ci-dessous. On oriente la bobine dans le sens indiqué ci-contre.

1. a) Déterminer les valeurs de la f.e.m induite aux bornes de la bobine.
   b) Représenter la courbe de la f.e.m induite en fonction du temps.
2. Déduire le sens du courant induit circulant dans la bobine (supposée fermée) selon les intervalles de temps considérés.



Solution

1. a) Valeur de la f.e.m induite aux bornes de la bobine.

$e = \frac{-d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = NS\ \vec{B}.\vec{n}$ $\vec{n}$ étant entrant

on a $\Phi = -NSB$

$$e = NS\frac{dB}{dt} = Nab\frac{dB}{dt}$$

Scanned by CamScanner

$t = \in [0,\ 4ms]$ $\quad \dfrac{dB}{dt} = \dfrac{2.10^{-1}}{4.10^{-3}} = 50Ts^{-1}$

$$e = 20 \times 2.10^{-2} \times 3.10^{-2} \times 50 = 0,60V$$

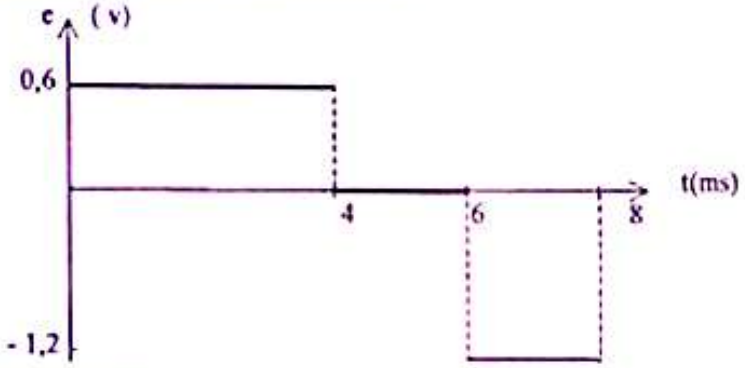
$$e = 0,60V$$

$[4ms;\ 6ms]$ $\quad \dfrac{dB}{dt} = 0 \Rightarrow e = 0V$

$[6ms;\ 8ms]$ $\quad \dfrac{dB}{dt} = -\dfrac{2.10^{-4}}{2.10^{-3}} = -100Ts^{-1}$

$$e = 20 \times 6.10^{-4} \times (-100) = -1,2V$$

b) Représentation de la courbe de la f.e.m induite.



2. Sens du courant dans la bobine.

La bobine étant fermé on a : $U = ri - e = 0 \Rightarrow i = \dfrac{e}{r}$

i et e ont même signe.

$[0;\ 4ms]$ $e > 0 \Rightarrow i > 0$; i circule dans le sens positif indiqué

$[4ms;\ 6ms]$ $e = 0 \Rightarrow i = 0$

$[6ms;\ 8ms]$ $e < 0 \Rightarrow i < 0$ sens opposé à celui indiqué.

Exercice N° 2

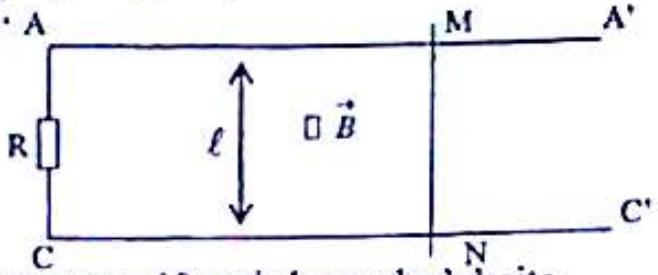
Deux rails conducteurs AA' et CC', parallèles de résistance négligeable, séparée pur une distance $\ell = 25$ cm sont placés dans un plan horizontal.

Une tige métallique rigide, de masse négligeable, perpendiculaire aux rails, peut glisser sans frottement dans une direction parallèles aux rails.

La résistance de la longueur ℓ de cette tige est $r = 0,5\Omega$.

Scanned by CamScanner

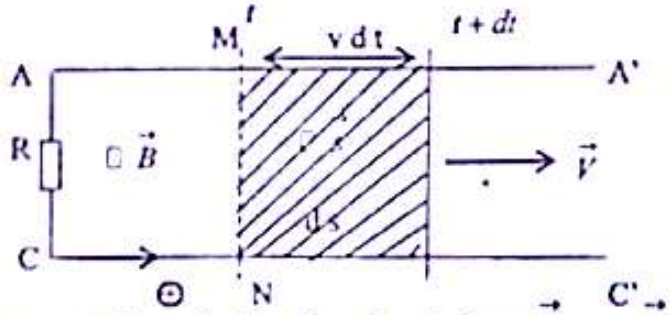
L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme et constant B, perpendiculaire au plan des rails, d'intensité B = 1T.



On déplace la tige à vitesse constante v = 10 ms^{-1}, de gauche à droite.

1. a) Choisir sur le circuit un sens de parcours arbitraire et déterminer le vecteur surface $\vec{S}$.
   b) Calculer le flux du champ magnétique à travers ce circuit pour une position quelconque de la tige MN ; poser $AM = x$
2. En utilisant la loi de Faraday :
   a) Calculer la force électromotrice induite ;
   b) Calculer l'intensité du courant induit ;
   c) Déterminer le sens du courant induit.
3. Retrouver le sens du courant induit en utilisant la loi de lenz.
4. Montrer qu'une force électromagnétique est créée au cours du déplacement du barreau. Dans quel sens est – elle dirigée (répondre sans calcul)

Solution



1. a) En choisissant le sens tel que indiqué sur le schéma, $\vec{S}$ et $\vec{B}$ ont même sens.
   b) Flux magnétique à travers le circuit :

Pour une position telle que $AM = x$

$$\Phi = \vec{B}.\vec{S} = B.x.\ell \qquad 0 = \left(\vec{B}.\vec{S}\right) = 0$$

2. En utilisant la loi de Faraday.
   a) Calcul de la force électromotrice induite.

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad d\Phi = \vec{B}.d\vec{S} = B\ell V dt$$

$$e = -\frac{B\ell V dt}{dt} = -B\ell V \qquad e = -B\ell V$$

Scanned by CamScanner

$AN: \quad e = -1 \times 0,25 \times 10 = -2,5V$

$e = -2,5V$

b) Calcul de l'intensité du courant induit.

$(r + R)\, i - e = 0 \quad \Rightarrow \quad i = -\dfrac{e}{r+R} \qquad i = -\dfrac{2,5}{0,5+0,5} = -2,5A$

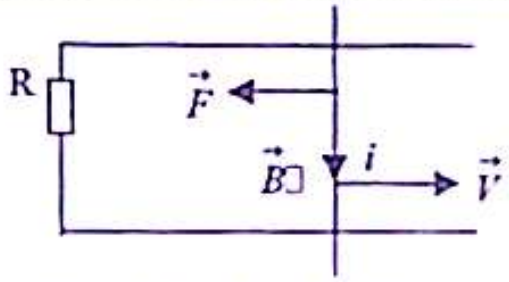
c) Sens de l'intensité i du courant induit.

$i = -2,5\,A$. i circule en sens inverse du sens positif choisi.

3. Sens de i utilisant la loi de Lenz.

i est tel que par ses effets il s'oppose au mouvement de la tige, par conséquent il crée une force $\vec{F} = i \quad \vec{l} \wedge \vec{B}$ de sens opposé à $\vec{V}$. Par la règle de la main droite, on vérifie que i est de sens inverse à celui choisi.

4. L'intensité de cette force électromagnétique créée au cours du déplacement du barreau.



$\vec{F} = i \quad \vec{l} \wedge \vec{B}$

Le sens de $\vec{F}$ est déterminé en utilisant la règle de la main droite.

Exercice N° 3 : Principe d'un alternateur

On négligera le phénomène d'auto-induction.

Une bobine plate est formée de N = 500 spires de fil conducteur isolé. Chaque spire circulaire a une surface 100cm².

La bobine tourne à vitesse angulaire constante autour d'un axe Δ diamétral et vertical dans un champ magnétique uniforme horizontal et constant dans le temps noté B. Figure1

Des contacts électriques mobiles permettent de relier les extrémités A et C du conducteur respectivement à l'entrée Y et à la masse M d'un oscillographe.

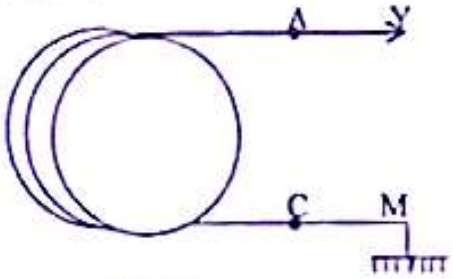


Figure 1

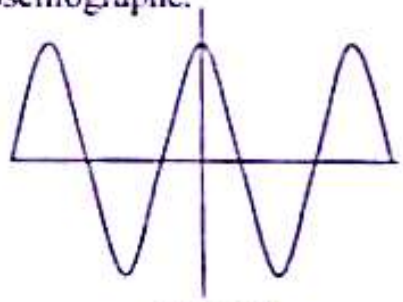


Figure 2

1. Le balayage horizontal étant réglé sur 10 *ms*/division et la sensibilité verticale étant réglée sur 1 V/division. On observe la courbe de la figure 2 sur l'écran de l'oscillographe.

a) Justifier qualitativement l'existence d'une tension entre A et C lors de la rotation de la bobine.

Scanned by CamScanner

b) Déterminer la valeur ω_1 de la vitesse angulaire.

c) Déterminer la valeur B du champ magnétique.

2. On fait tourner la bobine deux fois moins vite. En supposant que le réglage de l'oscilloscope n'est pas modifié, donner en la justifiant, l'allure de la courbe décrite par le spot en précisant sa période et son amplitude.

3. La bobine a une résistance $R = 100\Omega$, on branche entre les extrémités A et C un conducteur ohmique de résistance $R' = 200\Omega$. La bobine tournant à la vitesse angulaire ω_1, calculée dans la première question et l'oscillographe étant toujours branché réglé de la même manière, donner l'allure de la courbe observée sur l'écran en la justifiant.

Solution

1. a) La bobine est située dans une région de champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Orientons la arbitrairement de A vers C ce qui définit le vecteur unitaire $\vec{n}$ normal à la surface.

Le flux magnétique $\Phi = NSB\cos\theta$; $\theta = \left(\vec{B}, \vec{n}\right)$.

Lorsque la bobine tourne θ varie, donc le flux magnétique varie : il apparaît une f.é.m induite.

La bobine en rotation dans le champ magnétique est un générateur.

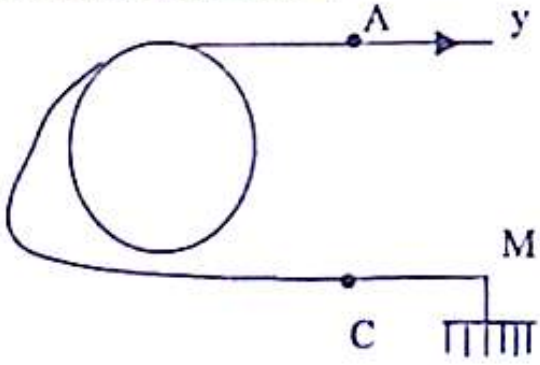
b) Détermination de la valeur ω_1.

La f.é.m induite $e = \dfrac{-d\Phi}{dt}$

$\Phi = NSB\cos\omega_1 t$ $\quad$ $\Phi = \omega_1 t$ $\quad$ $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}\omega_1 NSB\sin\omega_1 t$

Circuit ouvert $i = 0 \Rightarrow U_{AC} = -e$ $\quad$ $U_{AC} = \omega_1 NSB\sin\omega_2 t$

U_{AC} est une tension sinusoïdale de pulsation ω_1



$\omega_1 = \dfrac{2\pi}{T_1}$ $\quad$ $T_1 = 40ms$ $\quad donc \quad$ $\omega_1 = 1,6.40^2 rad\ s^{-1}$

c) Déterminons la valeur du champ magnétique.

Scanned by CamScanner

$$U_{max} = \omega_1 NSB \quad \Rightarrow \quad B = \frac{U_{max}}{\omega_1 NS}$$

Sensibilité verticale : $1V/div \quad \Rightarrow \quad U_{max} = 3V$

$$B = \frac{3}{500.10010^{-4}.1,6.10^2} \qquad B=3,8.10^{-3}T$$

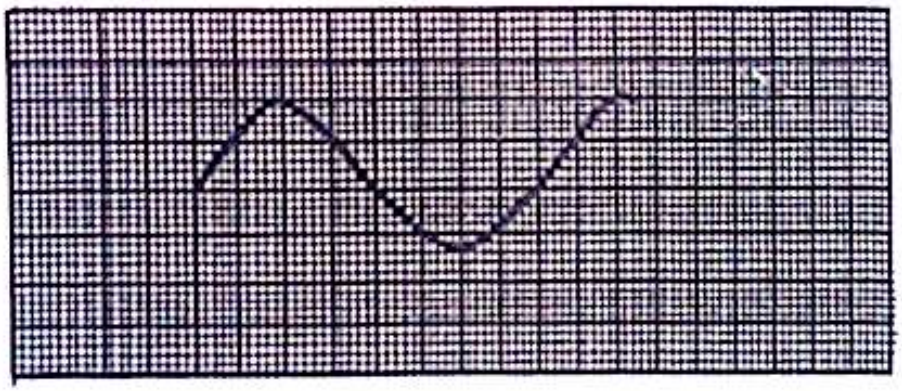
2. Donnons l'allure de la courbe pour $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$

Par rapport à la première question seule la question angulaire change : $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$.

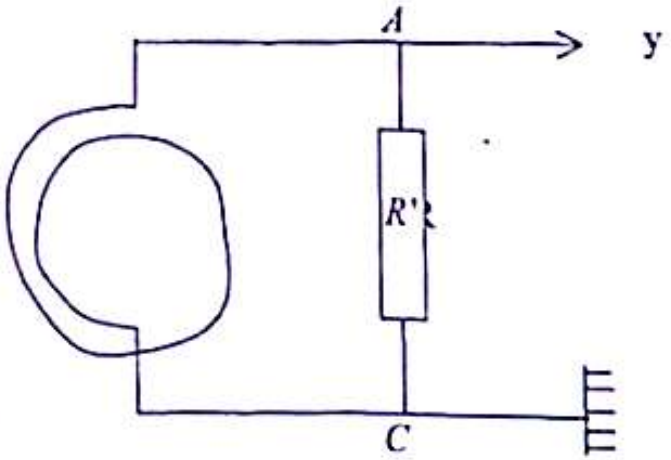
$$U_{AC} = \omega_2 NBS \sin \omega_2 t$$

$$U_{max} = NB\omega_2 = \frac{U_{max}}{2} \qquad U'_{max} = 1,5V$$

Sa période est $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \qquad T_2 = 2T_2 \qquad T_2 = 80ms$



3. Donnons l'allure de la courbe.
Le circuit est fermé.
La bobine est un générateur de f.e.m.
Il circule un courant induit d'intensité i.
Loi d'ohm.



- Aux bornes de la bobine $U_{AC} = Ri - e$

Scanned by CamScanner

- Au bornes du conducteur ohmique $U_{AC} = Ri - e$

Donc $e = (R + R') + i$ avec $e = NSB\,\omega_1 \sin \omega_1 T$

$$i = \frac{NSB\omega_1 \sin \omega_1 t}{R + R'} \qquad I_{max} = \frac{NSB\omega_1}{R + R'} = \frac{U_{max}}{R + R}$$

or $U'_{max} = R' I_{max} \Rightarrow$ $\boxed{U'_{max} = \frac{R'}{R + R'} U_{max}}$

$$U'_{max} = 3 \times \frac{200}{100 + 200} \qquad \boxed{U'_{max} = 2,0V}$$

La période T'' = T = 40 ms

Exercice N° 4

1. Une bobine de section circulaire est constituée par un fil en cuivre de longueur ℓ bobiné régulièrement, on suppose que les spires sont pratiquement situées dans un plan perpendiculaire à l'axe du solénoïde. La longueur de la bobine vaut $l = 1000$ mm, son inductance a pour valeur $L = 85$ mH.
Calculer la longueur ℓ du fil.
2. Cette bobine est montée en série avec un conducteur ohmique aux bornes d'un générateur de tension continue. Lorsque l'on ferme le circuit par l'intermédiaire d'un interrupteur K l'intensité du courant passe de 0 à sa valeur maximale. $I_m = 2A$ en une durée $t_1 = 50\,ms$
Calculer la valeur moyenne de la force électromotrice d'auto – induction.
3. On ouvre maintenant l'interrupteur.
   a) Que peut – on observer ?
   b) Comment annuler cet inconvénient en utilisant une diode et un conducteur ohmique ?
   c) Quel est le rôle du conducteur ohmique dans cette modification ? Pourquoi ne peut – on le remplacer par un simple fil de cuivre.
   d) Montrer que la dérivation introduite ne modifie pas le fonctionnement du régime permanent.
4. Calculer l'énergie électromagnétique libérée dans le circuit lors de l'ouverture de l'interrupteur.

Solution

1. Calculons la longueur ℓ du fil.

$L = \mu 0 \frac{N^2}{l} S$ or $\ell = NC$ — N: nombre de spires

C : longueur d'une spire

$L = N 2\pi R. \Rightarrow R = \frac{L}{2\pi N}$ — R : rayon du solénoïde

Scanned by CamScanner

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi L}{4\pi^2 N^2} = \frac{L}{4\pi N^2} \qquad L = \frac{\mu_0 N^2 L^2}{l 4\pi N^2} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 L^2}{4\pi l}$$

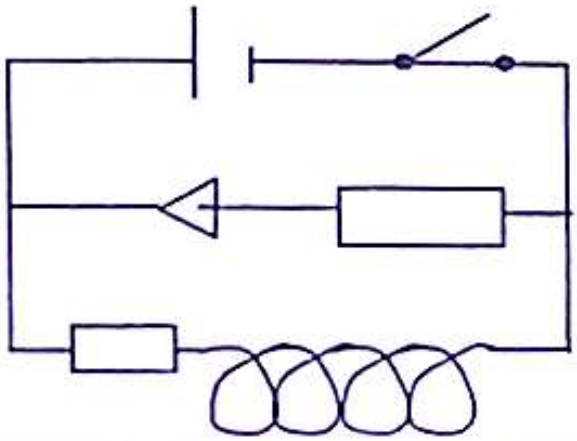
$$L = \sqrt{\frac{4\pi L l}{\mu_0}} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{4\pi \times 1 \times 85.10^{-3}}{4\pi\ 10^{-7}}} \qquad L = 922m$$

2. Calculons la force électromotrice d' auto-indiction

$$e = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} \qquad e = \frac{-85.10^{-3} \times 2}{50.10^{-3}} \qquad e = -3{,}4V$$

3. a) On observe une étincelle.

b) En plaçant une diode et un conducteur ohmique associés en série, en dérivation aux bornes du dipôle constitué par la bobine et le conducteur ohmique.



c) Le rôle du conducteur ohmique est de protéger la diode lorsqu'elle est parcourue par le courant de rupture. Si on le remplace par un fil de cuivre comme la tension est élevée il risque de fondre.

d) En régime permanent la diode est non passante.

4. L'énergie électromagnétique libérée.

$$E_M = \frac{1}{2}LI_m^2 \qquad E_M = \frac{1}{2} \times 85.10^{-3} \times 2^2 \qquad E_M = 0{,}17J$$

Exercice N° 5

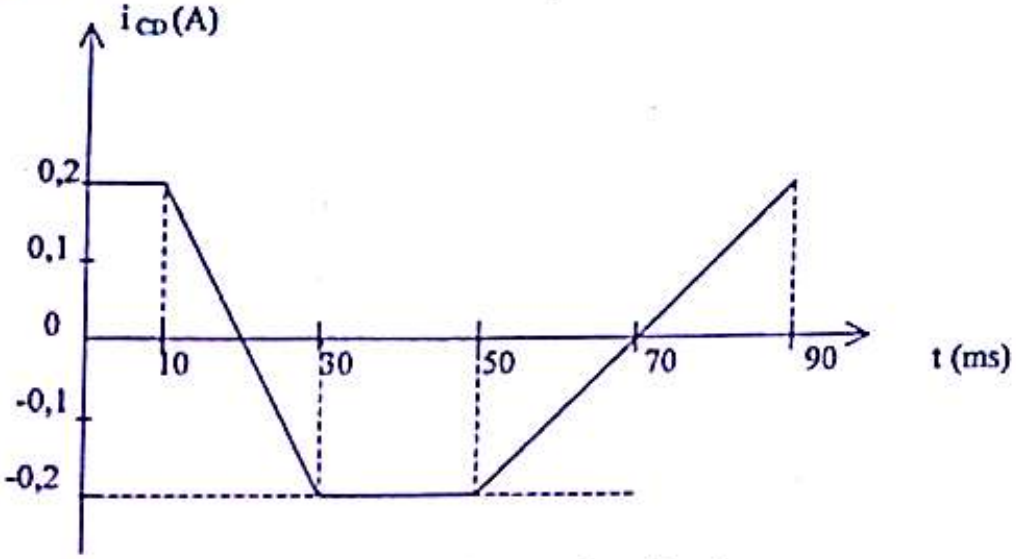
Une bobine de borne C et D est assimilable à un solénoïde théorique. Ses caractéristiques sont : rayon moyen des spires $r = 2{,}5cm$; nombre de spires $N = 400$; longueur totale $l = 40cm$ et résistance $R = 2\Omega$.

On prendra $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} SI$; $\pi^2 = 10$

1. Déterminer littéralement, puis numériquement l'inductance de la bobine.

Scanned by CamScanner

2. Cette bobine est parcourue par un courant dont l'intensité i_{CD} varie avec le temps comme l'indique la figure ci-dessous.



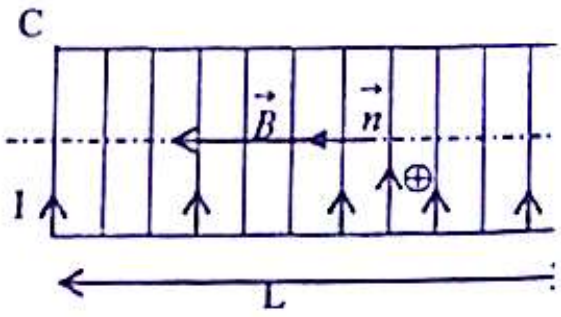
a) Représenter la force électromotrice induite e en fonction du temps.
Echelle : 1cm pour 10ms et 1cm pour 10mv.

b) Donner l'expression littérale de la tension U_{CD} aux bornes de la bobine, en fonction du temps.

3. On dispose de cette bobine, de résistors, d'un générateur (G.B.F) de courant, de fils de connexion et d'un oscillographe.
Quel montage faudrait – il réaliser pour vérifier expérimentalement ces résultats ? Quel est le rôle de chaque dipôle ?

Solution

1. Expression de l'inductance L de la bobine.



$B = \mu_0 ni = \mu_0 \frac{N}{l} i$

$\phi = NBS = \pi r^2 N \mu_0 \frac{N}{l} i$ or $\phi = Li$

D'où $L = \frac{\pi r^2 N^2 \mu_0}{l}$ $\qquad L = \frac{4\pi^2 N^2 r^2}{l} \times 10^{-7}$

AN : $L = 10^{-3}H$

2. a) Représentation de e = f(t).

$$e = -L\frac{di_{CD}}{dt}$$

$0 \leq t \leq 10ms$ $\qquad i_{CD} = 0,2A = cte$

Scanned by CamScanner

$\frac{di_{CD}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow e = 0mV$

.$10ms \leq t \leq 30ms \qquad i_{CD} = at + b$

$t = 10.10^{-3}s \quad \rightarrow \quad i_{CD} = 0,2A$

$t = 30.10^{-3}s \quad \rightarrow \quad i_{CD} = -0,2A$

$$\begin{cases} 0,2 = 10^{-2}a + b \\ -0,2 = 310^{-2}a + b \end{cases} \Rightarrow \quad a = -20As^{-1}$$

$$b = 0,4A$$

$i_{CD} = -20t + 0,4 \qquad \Rightarrow e = -L(-20) = 20L$

$e = 20mv$

.$30ms \leq t \leq 50ms \qquad i_{CD} = -0,2A = cte$

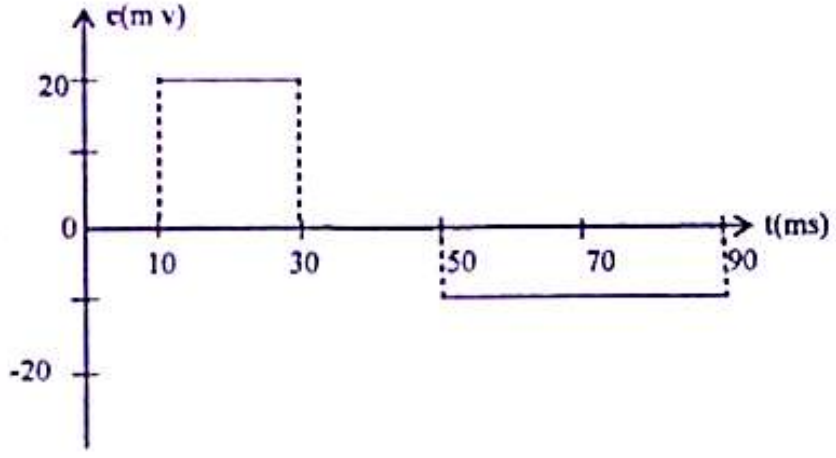
$e = 0mv$

.$50ms \leq t \leq 90ms \qquad i_{CD} = a't + b'$

$a' = 10As\text{-}1 \qquad b = -0,7A$

$i_{CD} = 10t - 0,7 \quad \Rightarrow e = -10L$

$e = -10mv$



b) Expression littérale de U_{CD}

$U_{CD} = Ri - e$

$0 \leq t \leq 10ms \qquad e = 0v \qquad i_{CD} = 0,2A$

$U_{CD} = 0,4V$

Scanned by CamScanner

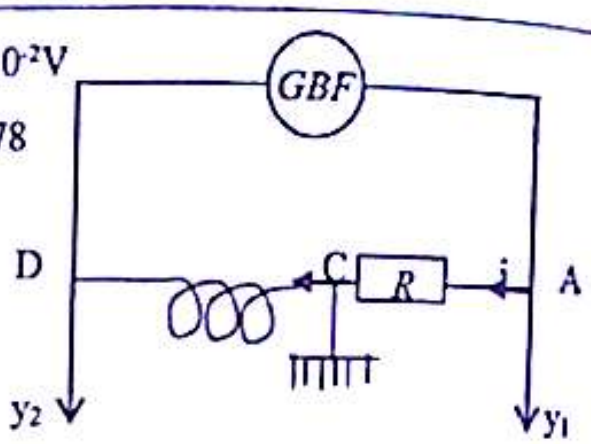
$10ms \leq t \leq 30ms$ $\quad i_{CD} = -20t + 0,4$; $\quad e = 2.10^{-2}V$

$U_{CD} = 2(-20t+0,4) - 2.10^{-2} \Rightarrow U_{CD} = -40t + 0,78$

$30ms \leq t \leq 50ms$ $\quad i_{CD} = -0,2A$; $\quad e = 0V$

$50ms \leq t \leq 90ms$ $\quad i_{CD} = 10t - 0,7$; $e = -10^{-2}V$

$U_{CD} = 20t - 1,39.$



3. Schéma du Montage

. Le GBF délivre des intensités variables.

. La résistance servira de protection car sans elle le GBF sera court-circuité (e=0V) à certaines dates.

. L'oscillographe permet de visualiser la tension aux bornes de la bobine.

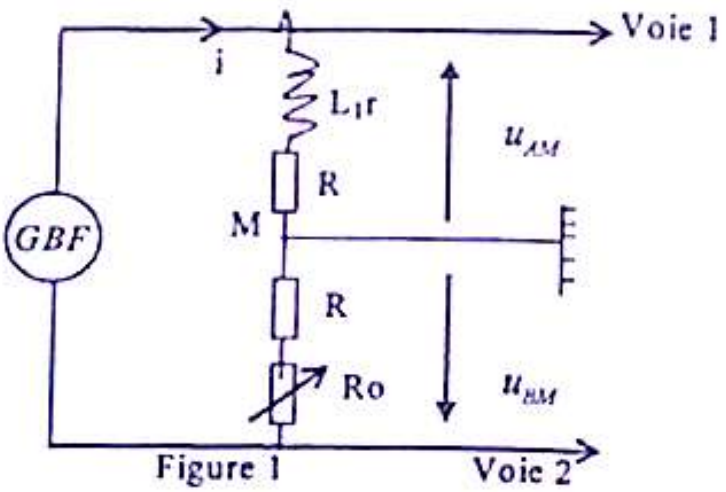
Voie 1 : $U_{AC} = Ri \Rightarrow i = \dfrac{U_{AC}}{R}$ $\quad i = i_{AC}$.

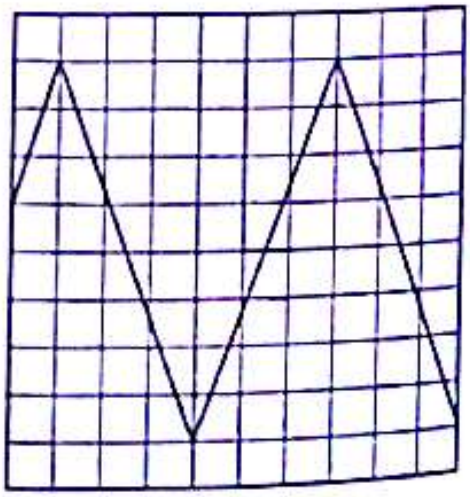
Voie 2 $\quad U_{EC} = -U_{CD} = -(Ri - e) = -Ri + e$

Si $R = 0$ $\quad U_{AC} = e$.

Exercice N° 6

On branche en série aux bornes d'un générateur, une bobine d'inductance L et de résistance r ; deux résistors de résistance $R = 100\Omega$; un résistor de résistance réglable R_0 (voir figure 1).





$u_{BM}(t)$ Figure 2

Scanned by CamScanner

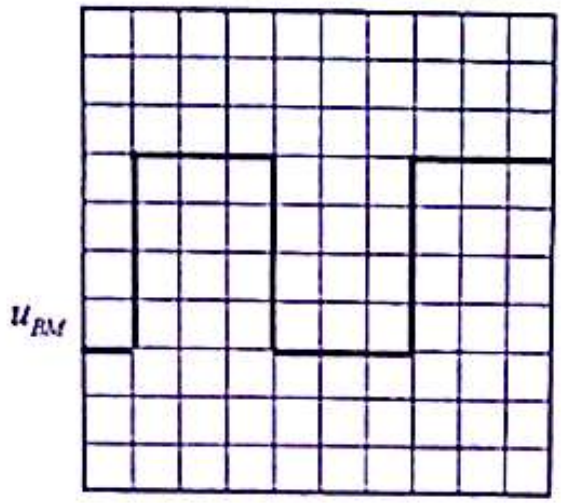


Figure 3

L'oscillographe bicourbe utilisé comporte une touche permettant, lorsqu'elle est actionnée, d'observer sur l'écran la tension notée u_0, somme des tensions reçues sur les voies 1 et 2 :

$u_0 = u_{AM} + u_{BM}$

Données : - Sensibilité sur les deux voies : 1V/division

- Base de temps :0,2ms/division
- En l'absence de tension, les traces horizontales sont au centre de l'écran.

1. Etablir les expressions de u_{AM} et u_{BM} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.
2. En déduire l'expression de u_0 en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.
3. La touche étant actionnée, montrer qu'il existe une valeur R_0 pour laquelle la courbe observée sur l'écran est la représentation de la fonction $L = \frac{di}{dt}$.
4. La condition du 3) étant réalisée, on mesure R_0 avec un ohmmètre et on trouve $R_0 = 9\Omega$.

Les figures 2 et 3 représentant respectivement $u_{AM}(t)$ et $u_0(t)$ sont observées successivement sur l'écran de l'oscillographe.

a) Pourquoi $u_0(t)$ est-elle carrée ?

b) Calculer la période et la fréquence du courant que fait circuler le générateur.

c) Montrer que $u_0 = -\frac{L}{R+R_0}\frac{du_{BM}}{dt}$. Calculer L.

Solution

1. Expression de u_{AM} et u_{BM} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.

$u_{AM} = (R+r)\,i + L\frac{di}{dt}$

$u_{BM} = (R+R_0)\,i \Rightarrow u_{BM} = -(R+R_0)\,i$

Scanned by CamScanner

2. Expression de u_0 en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.

$u_0 = u_{AM} + u_{BM} = (R+r)i + L\frac{di}{dt} - (R+R_0)\,i$

$u_0 = (r-R_0)\,i + L\frac{di}{dt}$

3. Valeur de R_0 pour laquelle $u_0 = L\frac{di}{dt}$

$u_0 = L\frac{di}{dt} \Rightarrow (r-R_0)i = 0 \Rightarrow R_0 = r$

4. a) Montrons que la tension u_0 est carrée.

$u_{BM} = -(r-R_0)\,i$, donc u_{BM} est proportionnelle à i

Selon la figure 2 ; $i = at + b$, $\frac{di}{dt} = a \Rightarrow u_0 = L\,a = \text{cte}$

Si $a > 0$; $u_0 = \text{cte} > 0$

Si $a < 0$; $u_0 = \text{cte} < 0$

Donc la tension u_0 sera représentée par des segments horizontaux égaux. C'est une tension en créneaux.

b) La période T et la fréquence N

Sur les figures 2 et 3 , T correspond à 6 divisions.

$T = 6\times0,2 = 1,2\text{ms}$ $\qquad T = 1,2.10^{-3}\text{ s}$

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,2.10^{-3}}$ $\qquad N = 833,3\text{HZ}$

c) Montrons que $u_0 - \frac{L}{R+R_0}\frac{du_{BM}}{dt}$

$u_{BM} = -(R+R_0)\,i \quad \Rightarrow \quad i = -\frac{u_{BM}}{R+R_0}$

$u_0 = L\frac{di}{dt} \Rightarrow u_0 = +L\left\{-\frac{du_{BM}}{R+R_0}\right\} \Rightarrow u_0 - \frac{L}{R+R_0}\frac{du_{BM}}{dt}$ (1)

Calcul de L

Selon la formule (1) : $L = -(R+R_0)\frac{u_0}{d\frac{u_{BM}}{dt}}$

$u_0 = \pm 2V$ $\qquad u_{BM} = -13333,3t + 4$ ou $u_{BM} = 13333,3t - 12$

$L = \frac{-(100+9)(-2)}{13333,3} = 0,016H$ ou $L = \frac{-(100+9).2}{-13333,3} = 0,016H$; $\qquad L = 1,6.10^{-2}\,H.$

Scanned by CamScanner

ELECTRICITE

Scanned by CamScanner

Chapitre 1

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES

RAPPEL DU COURS

A - Circuit oscillant (L, C)

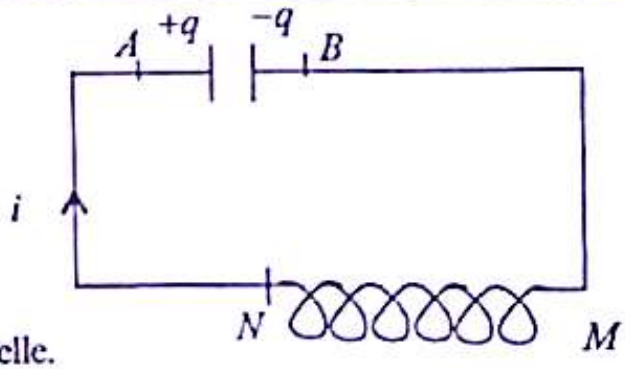
I RAPPELS SUR LE CONDENSATEUR

1. Tension aux bornes d'un condensateur.

$$U = \frac{q}{C}$$

2. Intensité débitée : $i = \frac{dq}{dt}$

II DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UNE BOBINE NON RÉSISTIVE



1. Equation différentielle.

$$u_{AB} = u_{NM} = -u_{MN} \Rightarrow \frac{q}{C} = -L\frac{di}{dt}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \ (1)$$

2. Solution de l'équation différentielle.

$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$ solution de (1)

$$i = q' = -q_m \omega \sin(\omega t + \varphi) \quad i = q_m \omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

Remarque : i est en quadrature avance sur q.

Scanned by CamScanner

III ETUDE ÉNERGÉTIQUE

1. Energie emmagasinée par le condensateur.

$$E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}qU$$

2. Energie emmagasinée par la bobine.

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2$$

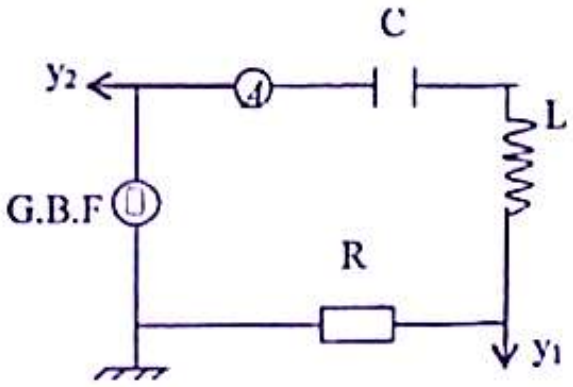
3. Energie totale.

$$E = E_c + E_m$$

$$E = E_{c\max} + E_{m\max} \qquad E = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$$

B Circuit en régime sinusoïdal forcé : (R,L,C)

I OSCILLATIONS FORCÉES



Le circuit (R,L,C) est le siège d'oscillations forcées parce que le G.B.F impose la fréquence des oscillations.

II GRANDEURS EFFICACES : grandeurs lues sur les appareils de mesure.

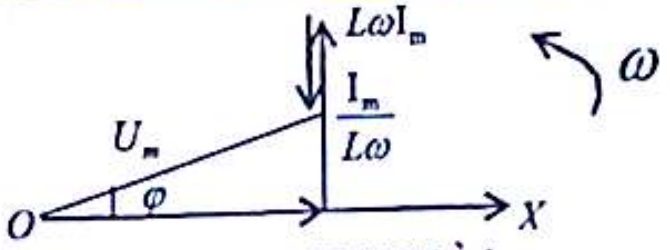
Tension efficace : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ U_m : tension maximale

Intensité efficace $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ I_m : intensité maximale

III IMPÉDANCE D'UN CIRCUIT (R, L, C) $\frac{I(No)}{\sqrt{2}}$

.Impédance $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$ $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

Scanned by CamScanner



IV DÉPHASAGE DE u PAR RAPPORT À i :

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R\frac{I(No)}{\sqrt{2}}} \quad ; \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

Remarques : $\tan\varphi > 0 \Rightarrow L\omega > \frac{1}{c\omega}$; u est en avance sur i. L'effet inductif l'emporte sur l'effet capacitif.

* $\tan\varphi < 0 \Rightarrow L\omega < \frac{1}{c\omega}$; i est en avance sur u.

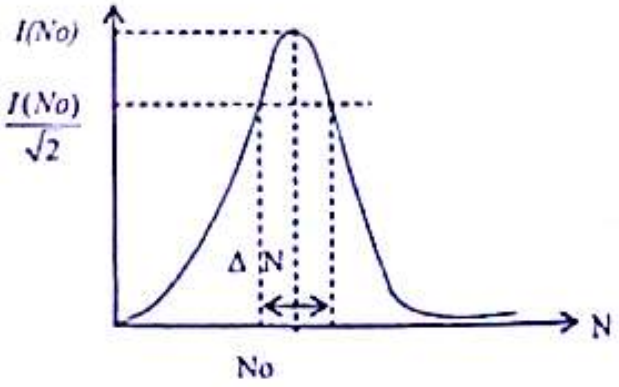
L'effet capacitif l'emporte sur l'inductif

* $\tan\varphi = 0 \Rightarrow L\omega = \frac{1}{c\omega}$; i et u sont en phase ($\varphi = 0$).

On parle de résonance de l'intensité.

V RÉSONANCE DE L'INTENSITÉ

1. Courbe de résonance.



2. Bande passante. C'est le domaine autour de N_0 tel que $I \geq \frac{I(N_0)}{\sqrt{2}}$.

$$\Delta N = \frac{R}{2\pi L}$$

3. Facteur de qualité

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \Rightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Scanned by CamScanner

4. Surtension

$U_C = U_L = QU$ U_C : tension aux bornes du condensateur.

U_L : tension aux bornes de la bobine

C Puissance en régime sinusoïdal forcé

I PUISSANCE INSTANTANÉE

$P(t) = u(t).i(t) = UI[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)]$

II PUISSANCE MOYENNE

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = UI\cos\varphi$$

$\cos\varphi$: facteur de puissance UI : puissance apparente.

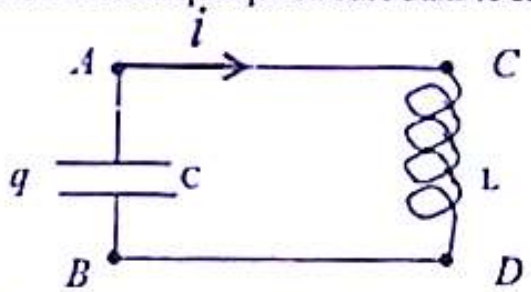
Exercice circuit (L, C)

Exercice N° 1

On suppose que la résistance d'un circuit oscillant LC est négligeable. Le circuit possède une auto-inductance (encore appelée plus simplement inductance) L = 12,7mH et une capacité. $C = 2{,}4\mu F$. On désigne par :

q la charge prise par le plateau (A) du condensateur à l'instant t

i l'intensité du courant électrique qui circule dans le circuit à l'instant t



1. Quelle est l'équation différentielle qui régit l'évolution de la charge q en fonction dutemps ?

2. a) Vérifier qu'à chaque instant la charge q est une fonction sinusoïdale de la forme :

$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

b) Calculer la fréquence propre N_0 du circuit oscillant.

3. a) En supposant qu'à l'instant t = 0 la charge du condensateur était $q_m = 37\,\mu C$, exprimer $q = f(t)$ et $i = g(t)$.

b) Que dire de ces deux fonctions ?

c) Quelle est l'intensité maximale I_m qui circule dans le circuit LC ?

Scanned by CamScanner

Solution

1. Equation différentielle régissant la charge q.

A l'instant t, la tension U_{AB} aux bornes du condensateur est $U_{AB} = \frac{q}{C}$. A ce même instant, la tension U_{CD} aux bornes de la bobine est :

$$U_{CD} = ri - e \text{ avec } e = \frac{-Ldi}{dt}$$

Par hypothèse r □ o d'où $U_{CD} = \frac{-Ldi}{dt}$

* L'additivité des tensions s'écrit :

$$U_{BA} + U_{CD} = 0 \text{ (1) ou encore } \frac{q}{c} + \frac{Ldi}{dt} = 0$$

par définition $i = \frac{dq}{dt}$ d'où $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q}$

L'équation (1) s'écrit $\boxed{\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0}$ (2)

2. Solution de l'équation différentielle.

a) $q = q_m \sin(\omega t + \varphi)$ doit vérifier l'équation (2)

Les dérivées première et seconde s'écrivent :

$$q' = \omega_0 q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$q'' = -\omega_0^2 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 q$$

D'où $\boxed{\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0}$ (3) cette équation différentielle est bien de la même forme que l'équation (2)

$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est bien solution de l'équation (2).

b) Par identification des équations 2 et 3,on obtient :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ avec } \omega_0 = 2\pi N_0 \qquad \text{D'où } N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$AN: \ N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{12,7.10^{-3} \times 2,4.10^{-6}}} \qquad N_0 = 912Hz$$

Scanned by CamScanner

3. Etude des fonctions $q = f(t)$ et $i = g(t)$.

$t = 0 \quad q = q_m$

$q_m = q_m \sin\varphi \qquad \sin\varphi = 1 \Rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$ La charge q s'écrit :

$$q = q_m \sin\left\{\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right\} = q_m \cos\omega_0 t$$

$$q = q_m \cos\sqrt{\frac{1}{LC}}t \qquad q = 3,7.10^{-5}\cos(5,73.10^3 t)$$

- $i = q' = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t)$

$$AN: \quad i = -0,212\sin\left(5,73.10^3 t\right) = 0,212\cos(5,7310^3 t + \frac{\pi}{2})$$

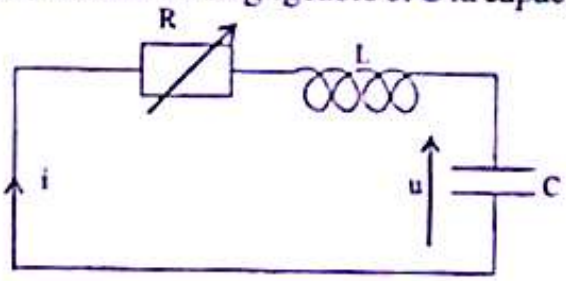
b) Les deux fonctions $q = f(t)$ et $i = g(t)$. sont en quadrature l'une par rapport à l'autre :

Le déphasage est de $\frac{\pi}{2} rad$.

c) L'intensité maximale dans le circuit est : $I_m = \frac{1}{\sqrt{LC}} q_m \qquad I_m = 0,212A$

Exercice N° 2

Dans le circuit de la figure ci-dessous, R est un conducteur ohmique de résistance variable, L l'inductance d'une bobine de résistance négligeable et C la capacité d'un condensateur.



On désigne par u la tension aux bornes du condensateur et i l'intensité du courant dans le circuit.

1. En tenant compte des orientations choisies, établir la relation entre i et u.

2. On suppose la résistance R nulle. La tension initiale aux bornes de condensateur est : $U_0 = 10$ V. La capacité du condensateur est $C = 100\ nF$. L'inductance de la bobine est $L = 100\ mH$.

a) Etablir les expressions de $u(t)$ et $i(t)$. Les constantes seront remplacées par leurs valeurs numériques. En déduire la nature de la tension.

b) Exprimer puis calculer la période propre du circuit.

c) Exprimer les énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine en fonction de t. Montrer que l'énergie totale est constante.

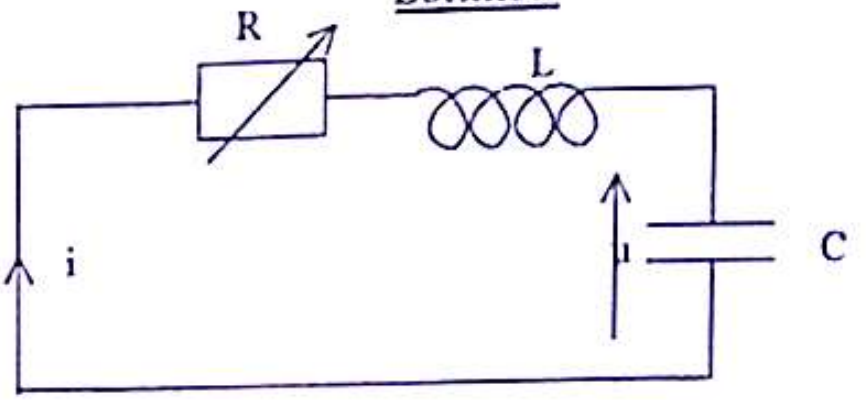
3. On fait varier R, la tension initiale étant U_0 :

Scanned by CamScanner

a) Faire le schéma des oscillogrammes observés pour u(t) dans les cas suivants : R faible ; R très grand. Préciser dans chaque cas le nom du régime obtenu.

b) Quel est le rôle du conducteur ohmique ?

Solution



1. Relation entre i et u.

$$u = \frac{q}{C} \quad et \quad i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = \frac{d(Cu)}{dt} \Rightarrow i = C.\frac{du}{dt}$$

2. $R = 0$

- Expressions de $u(t)$ et $i(t)$
- Equation différentielle du circuit

$$u_{AE} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DE} \Rightarrow u_{AE} = L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + 0 \quad or \quad u_{AE} = 0$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow LC\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$$

Cette équation différentielle admet une solution de la forme.

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

A $t = 0$ $\quad u = U_o$ et $i = 0$

$$i = -CU_m\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} U_o = U_m \cos\varphi \\ 0 = -CU_m\omega\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi > 0 \\ \sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

$U_o = U_m$ $\quad u(t) = U_o \cos\omega t$ $\quad$ avec $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad \omega = 10^4 \text{ rads}^{-1}$

$$\boxed{u(t) = 10\cos 10^4 t}$$

$$\boxed{i(t) = -10^{-2}\sin 10^4 t}$$

Scanned by CamScanner

La tension est sinusoïdale

b) Expression de T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}$$

- Calcul de T

$T = 6{,}28.10^{-4}$s

c) Energie électrique du condensateur.

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}Cu^2 \Rightarrow \mathcal{E}_e = 5.10^{-6}\cos^2 10^4 t$$

- Energie magnétique de la bobine

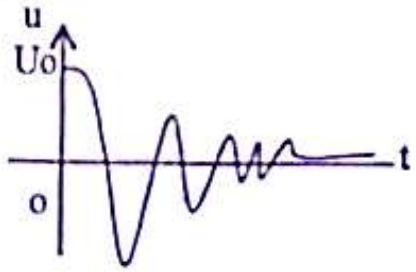
$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow \mathcal{E}_m = 5.10^{-6}\sin^2 10^4 t$$

- Montrons que l'énergie totale est constante

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_m = 5.10^{-6}\left(\cos^2 10^4 t + \sin^2 10^4 t\right)$$

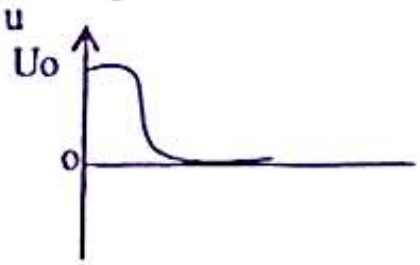
$$\mathcal{E} = 5.10^{-6} J \Rightarrow \mathcal{E} = cte$$

3. a) *R* faible



régime pseudo-périodique

R très grand

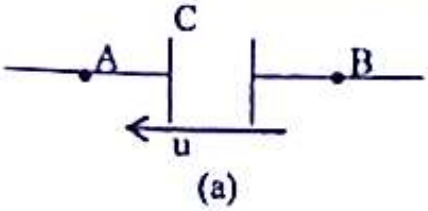


régime apériodique

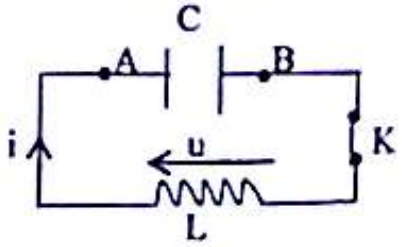
b) Le conducteur ohmique dissipe l'énergie initialement emmagasinée dans le condensateur sous forme de chaleur.

Exercice N° 3

1. Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension constante U : figure (a)



(a)



(b)

Scanned by CamScanner

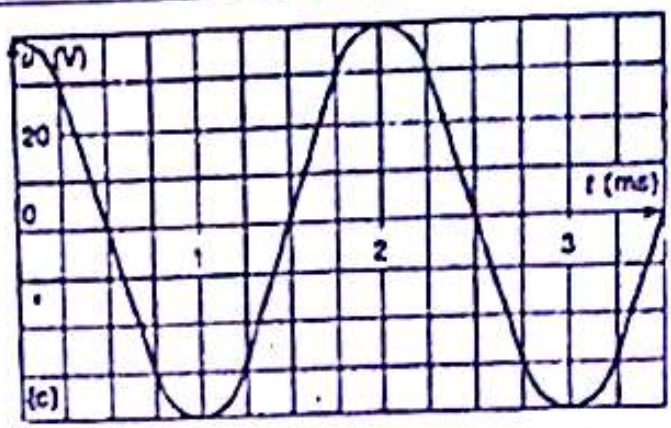


Figure C

Calculer la charge Q portée par l'armature. Ainsi que l'énergie emmagasinée.

$AN : C = 10^{-6}\ F$; $U = 40\ V$

2. Le condensateur C chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'induction L. La résistance du circuit est négligeable (figure b).

On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$. Un oscillographe permet de visualiser la tension aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée figure (c).

a) On note $q(t)$ la charge portée par l'armature A à la date t. L'intensité $i(t)$ du courant comptée positivement dans le sens indiqué sur la figure. A partir de la courbe observée, exprimer $u(t)$ en fonction du temps. Préciser la tension maximale et la pulsation.

b) Calculer l'inductance de la bobine.

c) Représenter graphiquement l'intensité $i(t)$ pour $t \in [0, 3{,}5\text{ms}]$

d) Déterminer les énergies emmagasinée dans le condensateur et dans la bobine à l'instant $t = 0{,}75$ ms.

Solution

1. Charge Q portée par l'armature.

$$U = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = CU$$

$AN : Q = 10^{-6} \times 40 = 4.10^{-5} C$

- Energie emmagasinée.

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}CU^2 \qquad \mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 40^2 = 8.10^{-4} J$$

$$\mathcal{E}_e = 8.10^{-4} J$$

2. a) Exprimons $u(t)$ à partir de la courbe.

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ $\qquad t = 0 \qquad u = U_m$

$$u(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$

$t = 0 \quad u = U_m \qquad U_m = U_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

Scanned by CamScanner

Période T: $\dfrac{4div}{1ms}=\dfrac{8div}{T}\Rightarrow T=\dfrac{8}{4}=2ms$ $\quad div:carreau$

$U_m=40\ V$ $\qquad T=2.10^{-3}s$

$$u(t)=40\cos\frac{2\pi}{2.10^{-3}}t=40\cos(1000\pi t)$$

$$\boxed{u(t)=40\cos(1000\pi t)}$$

b) Inductance L $\qquad \omega^2=\dfrac{1}{LC}\Rightarrow L=\dfrac{1}{\omega^2 C}$

$$L=\frac{1}{4\pi^2N^2C}$$

$$AN:\ L=\frac{1}{4\times10^{-6}\times500^2\pi^2}=0,1H$$

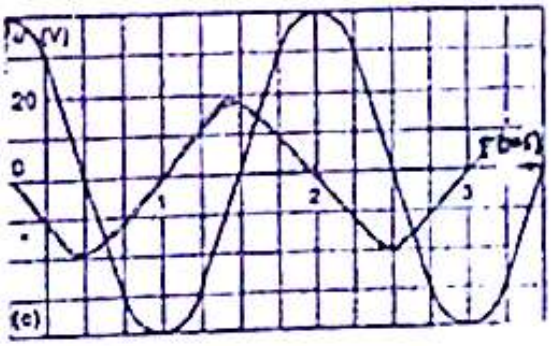
c) Représentation de $i(t)$ entre 0 et 3,5 ms

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}\qquad i(t)=10^{-6}\frac{d}{dt}[40\cos(1000\pi t)]$$

$$i=10^{-6}\text{x}40\text{x}1000\pi\sin(1000\pi t)$$

$$i=4\pi.10^{-2}\sin(1000\pi t)=4.10^{-2}\cos\left[1000\pi t+\frac{\pi}{2}\right]$$

$i(t)$ est en quadrature avance de phase sur u.



d) A t=0,75ms

- Energie emmagasinée dans le condensateur

$$\varepsilon_c=\frac{40}{2}C^2\left[\cos^2(1000\pi t)\right]$$

$$\varepsilon_c=\frac{1600}{2}.10^{-6}\cos^2 1000\pi.\frac{0,75}{1000}800.10^{-6}\cos^2 40,75\pi$$

$$\varepsilon_c=4010^{-4}J$$

- Energie emmagasinée par la bobine

Scanned by CamScanner

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}Li^2$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}L\left[4\pi 10^{-2}.\cos\left\langle 1000\pi t + \frac{\pi}{2}\right\rangle\right]^2 = \frac{4^2\pi 210^{-4}}{2}L\cos^2\left(1000\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\varepsilon_m = 8.10^{-4}\pi^2 L\cos^2\left(1000.\frac{0,75}{1000}\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 3,948.10^{-4}J$$

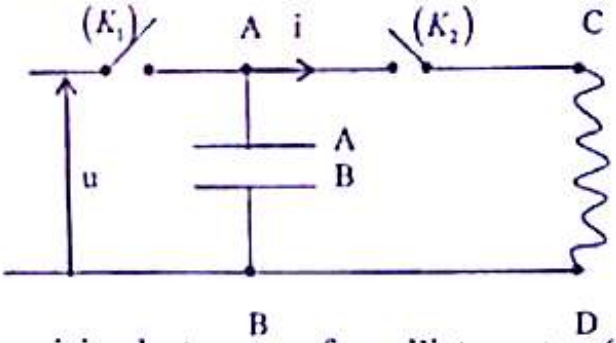
$$\varepsilon_m \approx 4.10^{-4}J$$

Exercice N° 4

Un circuit oscillant est constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,200\ \mu F$ et d'une bobine dont l'auto-inductance est $L = 3,7$ mH. Le tout est maintenu à une température voisine de O°K. Dans ces conditions, le circuit possède une résistance nulle (supraconductivité).

1. Le circuit étant ouvert, on charge le condensateur sous une tension $u = U_m$ avec $U_m = 12,4$ V, puis on ouvre l'interrupteur (K_1).

Calculer la charge initiale Q_m prise par le plateau (A) du condensateur.



2. A un instant pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur (K_2). L'intensité i de courant électrique est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma. On appelle $q(t)$ la charge de l'armature (A) en fonction du temps.

a) Etablir l'équation différentielle de ce circuit oscillant.

b) Calculer la pulsation propre ω_0 du circuit.

3. Donner les expressions des fonctions :

a) $E_c(t)$, énergie stockée dans le condensateur.

b) $E_b(t)$, énergie stockée dans la bobine.

c) Représenter ces deux fonctions pendant la durée de deux périodes.

4. a) Calculer $E_c(t) + E_b(t)$; Conclusion.

b) Vérifier cette conclusion à l'aide de la représentation graphique tracée en (3).

Scanned by CamScanner

Solution

1. Calculons la charge initiale Q_m du condensateur.

$$Q_m = CU_m$$

$AN: Q_m = 0{,}2 10^{-6}.12{,}4 \qquad Q_m = 2{,}48.10^{-6}C$

2. a) Equation différentielle régissant la charge q.

$$U_{BA}+U_{CD}=0 \qquad U_{BA}=\frac{q}{C} \qquad U_{CD}=-e=\frac{Ldi}{dt}$$

$$\frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}=0 \quad \text{ou encore} \quad \boxed{\ddot{q}+\frac{1}{LC}q=0}\ (1)$$

b) Calcul de ω_0.

L'équation différentielle (1) est de la forme : $\ddot{q}+\omega_o^2 q=0$

D'où $\omega_o=\sqrt{\frac{1}{LC}}$

$$AN: \omega_o=\sqrt{\frac{1}{3{,}7.10^{-3}\times 2.10^{-7}}} \qquad \boxed{\omega_o=3{,}7.10^4 rads^{-1}}$$

3. A un instant donné t, la charge prise par le condensateur est une solution de l'équation différentielle (1) soit :

$$q=Q_m\sin(\omega_o t+\varphi)$$

$$t=0 \qquad q=Q_m$$

$$Q_m=Q_m\sin\varphi, \qquad \sin\varphi=1 \text{ et } \varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$q=Q_m\cos(\omega_o t)$$

a) L'énergie stockée par le condensateur en fonction du temps est ;

$$E_c(t)=\boxed{\frac{Q_m^2}{2C}\cos^2(\omega_o t)}$$

$AN: E_c(t)=15{,}4.10^{-6}\cos^2(3{,}7.10^4 t)$

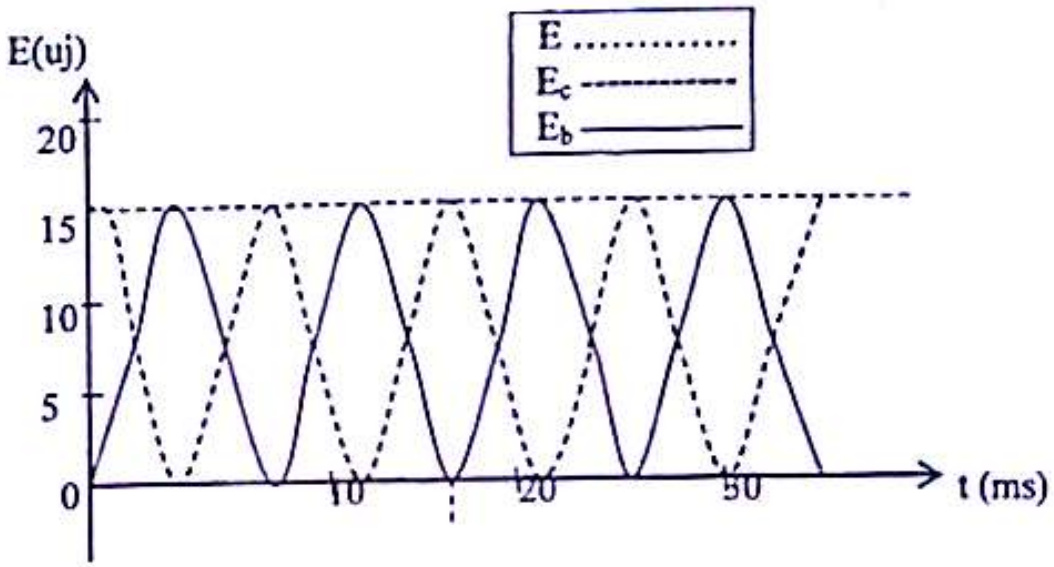
b) L'énergie stockée dans la bobine en fonction du temps est :

$$E_b(t)=\frac{1}{2}Li^2 \text{ avec } i=\frac{dq}{dt}=-Q_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$$

Scanned by CamScanner

$$E_b(t) = \frac{L\omega^2 Q_m^{\ 2}}{2}\sin^2(\omega t) or \omega_0^{\ 2} = \frac{1}{LC} \Rightarrow E_b(t) = \frac{Q_m^{\ 2}}{2C}\sin^2(\omega t)$$

c) Représentation graphique de $E_c(t)$ et $E_b(t)$



4. a) Calculons l'énergie totale.

$$E = E_c(t) + E_b(t)$$

$$E = \frac{Q_m^2}{2C}\cos^2(\omega_o t) + \frac{L\omega_o^2}{2}Q_m^2\sin^2(\omega_o t) \quad \text{or} \quad \omega_o^2 = \frac{1}{LC}$$

$$E = \frac{Q_m^2}{2C}\left(\cos^2\omega_o t + \sin^2\omega_o t\right) \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q_m^2}{2C}$$

$$E = 1{,}54.10^{-5} J$$

b) Sur la représentation graphique, on vérifie bien qu'a chaque instant $E_c(t) + E_b(t) = E$ avec $E = 1{,}54.10^{-5}$ j.

Scanned by CamScanner

Exercices circuit (R, L ,C)

Exercice N° I: Bac Niger 2006 Série D 2ème groupe

On constitue un circuit électrique par la mise en série :

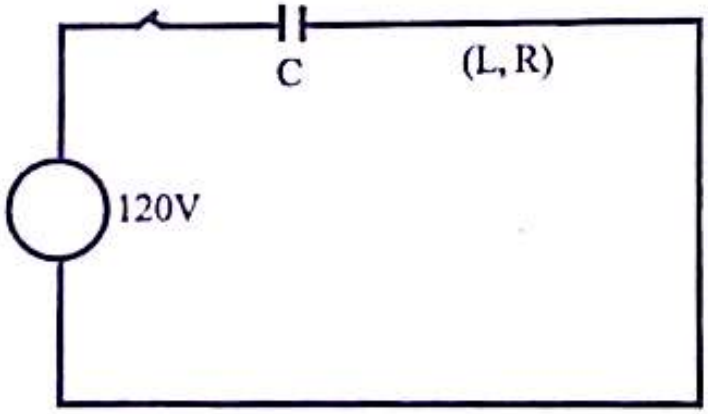
- d'un condensateur de capacité C ;
- d'une bobine de resistance R = 12 Ω et d'inductance L.

Il est alimenté par une d.d.p. sinusoïdale de valeur efficace 120 V et de fréquence N.

1. On donne L = 0,20H ; N = 60 Hz et C = 25 μ F. Calculer :
   - l'impédance Z ;
   - l'intensité efficace ;
   - le déphasage courant-tension φ .
2. On fixe toujours L = 0,20H ; C = 25 μ F et on fait varier la fréquence N.
   a) Calculer :
   - la fréquence de résonance N_0 du circuit ;
   - le facteur de qualité Q de ce circuit ;
   - le bande passante ΔN de ce circuit ;

   b) La fréquence N devenant très faible $(N \to 0,)$; quelles sont les limites de l'impédance Z du circuit et du déphasage courant-tension φ .

   c) La fréquence N devenant très grande $(N \to +\infty)$; quelles sont les limites de l'impédance Z du circuit et du déphasage courant-tension.



) - L'impédance Z : $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

AN: Z = 33 Ω

L'intensité efficace I : $U = ZI \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$

AN : I = 3,64 A

Scanned by CamScanner

- Le déphasage courant-tension :

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

AN : $\tan\varphi = -2,55$; d'où $\varphi = -68,7°$

La tension est en retard sur l'intensité

AN : $\tan\varphi = -2,55$; d'où $\varphi = -68,7°$

La tension est en retard sur l'intensité

2. On fixe: L = 0,20H ; C = 25 μ F rt on fait varier N

a) Calculons :

- de fréquence de raisonance No

A la raisonance on a : $LC\omega_0^2 = 1$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad comme \quad N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$D'où \quad N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad AN : N_0 = 71,2Hz$$

$AN : N_0 = 71,2Hz$ $\qquad D'où \quad \Delta N = \frac{N_0}{Q}$

- Le facteur de qualité Q du circuit :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

AN : Q = 7,45

- La bande passante ΔN du circuit

On sait que $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

$$AN : \quad \Delta N = 9,55Hz \square 10Hz$$

b) Les limites de l'impédance Z du circuit et du déphasage courant-tension.

$Q\ pour\ N \to O_+$

Comme $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ $\quad et \quad \tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$

$\frac{1}{C\omega} \to \infty \qquad D'où \ \tan\varphi - \infty; \varphi \to \frac{\pi}{2}$

c) Les limites de l'impédance Z et du déphasage courant-tension.

φ pour $N \to +\infty \qquad Z \to +\infty$

$$\tan\varphi \to +\infty; \varphi \to +\frac{\pi}{2}$$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 2

Une portion de circuit MP est constituée d'un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$ en série avec un bobine d'inductance L et de résistance r. On branche entre M et P une source de tension sinusoïdale. La tension délivée entre P et M est de la forme $u = U_m \cos \omega t$.

L'intensité dans le circuit est $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$. On branche comme indiqué sur la figure 1, un oscillographe bicourbe. On observe alors sur l'écran la figure 2.

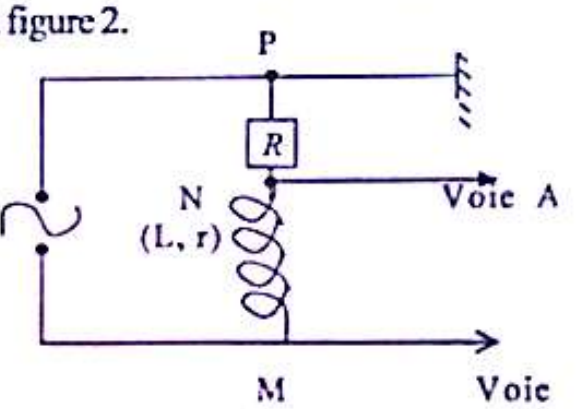


Figure 1

Sensibilité verticale:
Voie A : 1v/div
Voie B : 2 v/div.
Sensibilité horizontale : 1 ms/div.

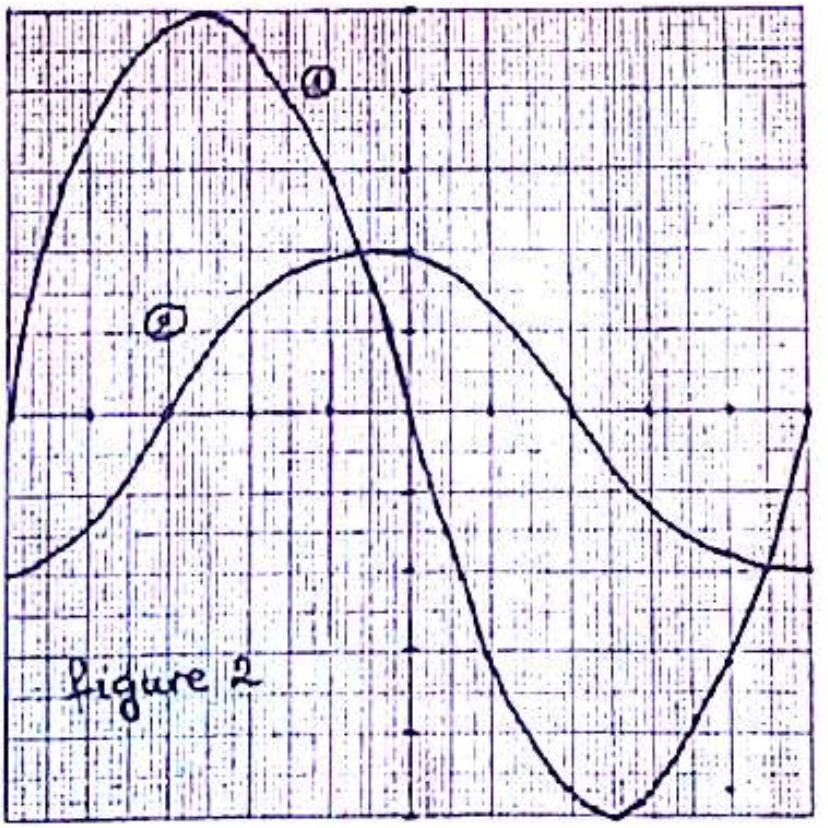


figure 2

1. Justifier que la courbe (1) représente la tension u_{MP} et la courbe (2) représente la tension u_{NP}.
2. Déduire des courbes (1) et (2) :
   a) La pulsation ω ; les valeurs U_m et I_m ; la phase φ.
   b) L'impédance Z de la portion MP.
   c) Déterminer r et L.

Scanned by CamScanner

3. On ajoute maintenant entre M et N un condensateur de capacité C, en série avec la bobine. Déterminer la valeur de C pour qu'il y ait résonance.
Que vaut alors l'impédance Zo de la portion MP ? En déduire Iom (intensité maximale à la résonance). Comparer I_{om} et I_m.
En prenant maintenant 2V/div comme sensibilité pour la voie A (on ne change pas la sensibilité de la voie B) représenter ce que l'on voit sur l'écran de l'oscillographe.
Calculer le facteur de qualité du circuit.

Solution

1 Justification

$$U_{MPm} = U_m = \sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}.I_m$$

$$U_{NPm} = RI_m$$

$U_{MPm} > U_{NPm} \Rightarrow$ la courbe (1) représente la tension u_{MP} et la courbe (2) la tension u_{NP}.

2. Déduisons des courbes :

La pulsation ω

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T \longrightarrow 10div; \qquad T = 10\times 10ms$$

$$\omega = \frac{2\pi}{10.10^{-3}} \Rightarrow \omega = 628rads^{-1}$$

Les valeurs de Um, Im et φ.

$$U_m \longrightarrow 5div(courbe(1)) \Rightarrow U_m = 5\times 2 = 10V \qquad \boxed{U_m = 10V}$$

$$U_{NPm} \longrightarrow 2div \Rightarrow U_{NPm} = 2\times 1 = 2V$$

or $U_{NPm} = I_m.R \Rightarrow I_m = \frac{U_{NPm}}{R}$ $\qquad \boxed{I_m = 0,2A}$

Le décalage horaire ϑ entre les deux courbes correspond à 2 divisions

$$\vartheta = 2\times 1 = 2ms, \quad or \quad \vartheta = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi T}{2\pi} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi\vartheta}{T} \Rightarrow \varphi = \boxed{0,4\pi rad}$$

L'impédance Z de la portion PM

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{10}{0,2} \Rightarrow \boxed{Z = 50\Omega}$$

Scanned by CamScanner

Calcul de r et L.

$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\varphi - R \qquad \boxed{r = 5,45\Omega}$$

$$tg\varphi = \frac{L\omega}{R+r} \Rightarrow L = \frac{(R+r)tg\varphi}{\omega} \qquad \boxed{L = 7,6.10^{-2}\,H}$$

ou $\quad L = \dfrac{\sqrt{Z^2(R+r)^2}}{\omega}$

3. a) Valeur de C à la résonance

$$LC\omega^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} \qquad \boxed{C = 33,5.10^{-6}\,F}$$

b) Impédance Zo.

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow z_o = R+r \Rightarrow \boxed{Z_o = 15,45\Omega}$$

$$I_{om} = \frac{U_m}{R+r} \qquad \boxed{I_{om} = 0,65A}$$

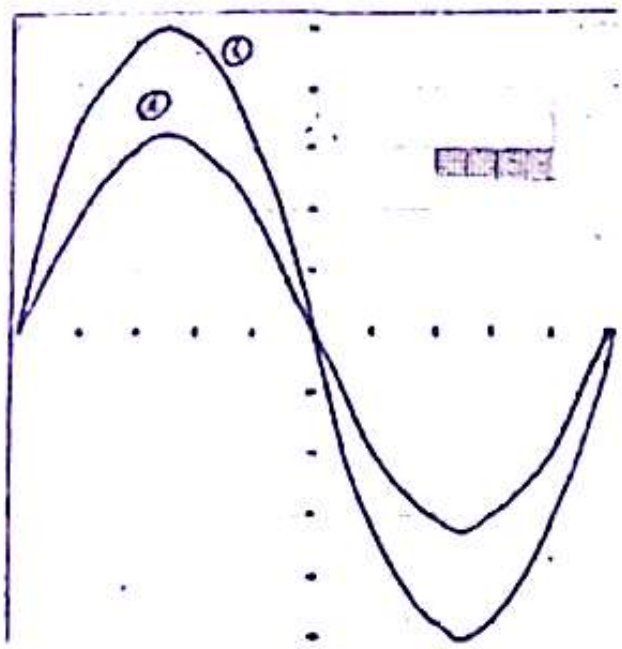
Comparaison : $I_{om} > I_m$

c) Représentation des courbes.

$U_{NPm} = RI_{om} = 10 \times 0,65 = 6,5v$

$U_{NPm} \longrightarrow 3,25div$

$U_{MPm} = U_m \longrightarrow 5div(inchangé)$



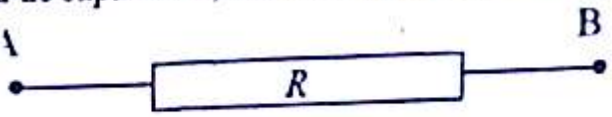
d) Calcul du facteur de qualité.

$$Q = \frac{L\omega}{R+r} \Rightarrow \boxed{Q = 3,1} \quad \text{ou} \quad Q = \frac{1}{(R+r)C\omega}$$

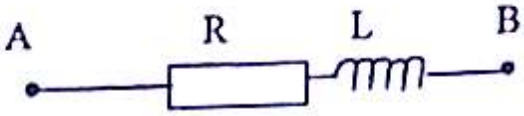
Scanned by CamScanner

Exercice N° 3

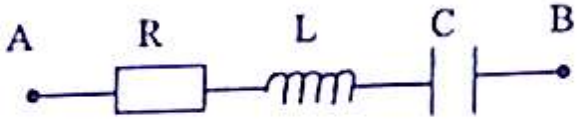
A l'aide d'une résistance pure R, d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance L, d'un condensateur de capacité C, on réalise l'un des montages suivants :



Montage (1)



Montage (2)



Montage (3

1. On établit une différence de potentiel continue entre A et B : On observe le passage d'un courant permanent. Quelle conclusion peut-on faire ?

2. On établit entre A et B une différence de potentiel sinusoïdale : $u = 14{,}14 \sin 100\ \pi t$.
On observe les résultats suivants : passage d'une intensité efficace $I = 2$A et une puissance moyenne $P = 12$ W

a) Quel est, parmi les trois montages proposés, celui qui a été utilisé ?

b) Calculer les caractéristiques des appareil constituant ce montage.

Solution

1. Un courant permanent s'établit entre A et B en courant continu.
Donc le montage ne contient pas de condensateur. On exclut le montage (3)

2. a) Recherche du montage utilisé

- Considérons le montage (1)

$$P_1 = RI^2 = ZI^2 \quad or \quad Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{\sqrt{2}I} ; \qquad P_1 = \frac{U_m}{\sqrt{2}I} I^2 = \frac{U_m}{\sqrt{2}} .I$$

$$P_1 = \frac{14{,}14}{\sqrt{2}} \times 2 \quad \Rightarrow \quad P_1 = 20\text{W}$$

Or la puissance consommée est $P = 12\text{W} \neq P_1$ Donc le montage (1) ne convient pas.

- Le montage utilisé est le montage (2)

Scanned by CamScanner

b) Calcul des caractéristiques du montage.

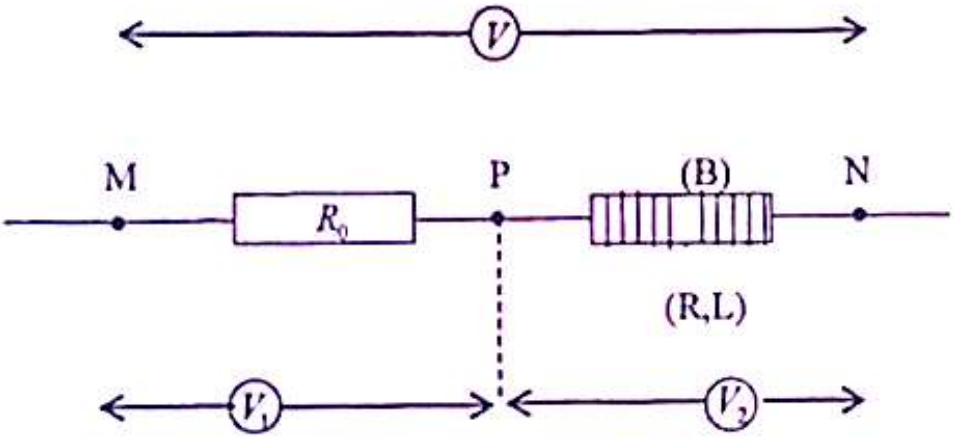
$$P = RI^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} \qquad AN: \quad R = \frac{12}{2^2} \qquad \boxed{R = 3\Omega}$$

$$Z^2 = R^2 + L^2\omega^2 \Rightarrow L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} \quad \text{avec} \quad Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{14,14}{2\sqrt{2}} = 5\Omega$$

$$\boxed{L = 12,7mH}$$

Exercice N° 4 : Partie BAC Niger 1987 série C, E

Un tube T_1 d'éclairage fluorescent peut être représenté par un dipôle électrique MN dont le schéma équivalent est le suivant :



- Une bobine B de résistance R et d'inductance L.
- Une réglette lumineuse dont l'impédance est assimilé pendant le fonctionnement à une résistance Ro.

Cet tube est alimenté par le secteur sous tension alternative sinusoïdale de fréquence f = 50 Hz et de valeur efficace U= 220 V. Les voltmètres V, V_1, V_2 mesurent des tensions efficaces.

Le voltmètre V_1 indique 124V. La puissance absorbée est P = 40W. L'intensité efficace est I = 0,31 A.

1. Calculer l'impédance de ce dipôle MN, ainsi que son facteur de puissance.
2. Calculer la résistance R de la bobine B. Calculer son inductance en fonction de U, f, P, I.
3. Déterminer la tension mesurée par le voltmètre V_2, puis comparer les indications données par les trois voltmètres.

Scanned by CamScanner

Solution

1. Impédance du dipôle MN ;

$$Z_{MN} = \frac{U}{I_1} = \frac{220}{0,31} = 709,67\Omega$$

Facteur de puissance $Cos\varphi = \frac{P}{UI_1} = \frac{40}{220 \times 0,31} = 0,586$

$Cos\varphi \square 0,59$

2. Résistance de la bobine B.

$$R_o = \frac{U_1}{I_1} \qquad R_o = \frac{124}{0,31} = 400\Omega$$

or $P = (R + R_o) I_1^2 \quad \Rightarrow \quad R + R_o = \frac{P}{I_1^2} - R_o \Rightarrow R = \frac{P}{I_1^2} - R_0$

$$R = \frac{40}{1,31^2} - 400 = 16,23\Omega$$

$$R = 16,23\Omega$$

Inductance de la bobine B.

$$Z_{MN}^{\ 2} = (R_0 + R)^2 + L^2\omega^2 \qquad L^2\omega^2 = Z_{MN}^{\ 2} - (R_0 + R)^2 \quad (1)$$

or $Z_{MN} = \frac{U}{I_1}$ et $\cos\varphi = \frac{R + R_o}{Z_{MN}}$ d'où $R + R_o = Z_{MN} \cos\varphi$

En remplaçant Z_{MN} et $R + R_o$ dans (1)

$$L^2\omega^2 = \frac{U^2}{I_1^2}\left(1 - \cos^2\varphi\right) \text{ or } \cos\varphi = \frac{P}{UI_1}$$

$$L^2\omega^2 = \frac{U^2}{I_1^2}\left(1 - \frac{P^2}{U^2 I_1^2}\right) = \frac{1}{I_1^2}\left(U^2 - \frac{P^2}{I_1^2}\right)$$

$$L = \frac{1}{2\pi f I_1}\sqrt{U^2 - \frac{P^2}{I_1^2}}$$

AN: $L = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 0,31}\sqrt{220^2 - \frac{40^2}{0,312}} = 1,83H$

$L = 1,83H$

Scanned by CamScanner

3. Tension U_2

$$U_2 = Z_{PN} I_1 = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}\, I_1$$

$$U_2 = \sqrt{16,2^2 + (1,83 \times 100\pi)^2} \times 0,31$$

$$U_2 = 178,2V$$

On constate qu'il n'y a pas addivité des tensions $U = 220\ V$; $U_1 = 124\ V$; $U_2 = 178,2\ V$

Exercice N° 5 : Bac 2003 Niger, Série D

Soit un condensateur de capacité $C_1 = 6,28\ \mu F$

1. Donner l'expression de la charge q prise par ses armatures quand on établit entre elles une tension constante U_0. Calculer q pour $U_0 = 50V$.

2. Le condensateur étant chargé, on isole ses armatures et on le décharge dans une bobine d'inductance $L_1 = 0,318$ H et de résistance négligeable. Etablir l'équation différentielle des oscillations électriques qui apparaissent dans le circuit et calculer leur fréquence.

3. Entre deux bornes M et N on monte en série une résistance pure $R_1 = 300\Omega$, le condensateur C_1 et la bobine L_1. On maintient entre M et N une différence de potentiel sinusoïdale de valeur efficace $U = 220\ V$ et de fréquence $N = 50$ Hz.

a) Construire le diagramme de Fresnel représentant les valeurs instantanées des tensions aux bornes de chaque dipôle.

b) Calculer l'impédance Z_1 du circuit et l'intensité efficace I_1 du courant qui traverse le circuit.

c) Déterminer le déphasage φ_1 existant entre l'intensité i_1 et la tension u aux bornes du circuit.

4. On remplace le circuit précédent par un circuit analogue avec $R_2 = 50\Omega$, $L_2 = 0,314$ H et $C_2 = 63,7\mu F$. On fait varier la fréquence tout en gardant la différence de potentiel inchangée.

a) Donner l'expression de la pulsation ω_2 pour laquelle l'intensité efficace est maximale. Calculer cette intensité.

b) On appelle coefficient de surtension Q_2 du circuit le rapport entre la tension efficace aux bornes du condensateur et la tension U à la résonance.

- Exprimer Q_2 en fonction de r_2, C_2 et ω_2 d'une part et en fonction de R_2, L_2 et ω_2 d'autre part.
- Calculer Q_2

Solution

1. Donnons l'expressions de la charge q.

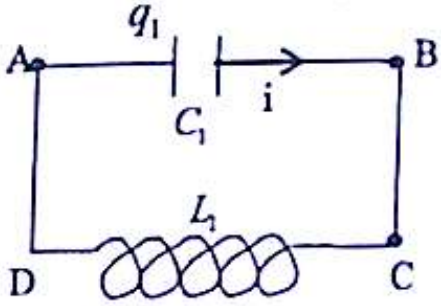
$$q = C_1 U_o$$

AN: $q = 6,28.10^{-6} \times 50$ $\boxed{q = 3,14.10^{-4} C}$

Scanned by CamScanner

2. Etablissons l'équation différentielle.

$U_{AA} + U_{CD} = 0$ $\qquad \frac{q_1}{C} + L_1 \frac{di}{dt} = 0$



or $\quad i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad L_1 \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q_1}{C_1} = 0$

Soit $\quad \ddot{q} + \frac{q}{L_1 C_1} = 0 \quad (1)$

Cette équation admet pour solution des équations de la forme $q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$

$q = -q_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$

$\ddot{q} = -q_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \qquad \ddot{q} = -\omega^2 q$

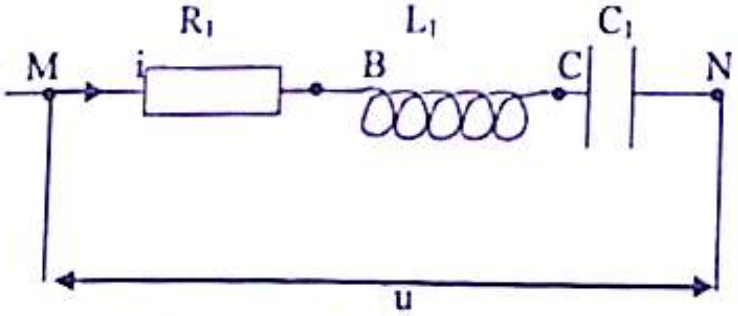
$\ddot{q} + \frac{1}{L_1 C_1} q = 0 \qquad$ d'où $\quad \omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$

$N = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \boxed{N = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}}$

AN $\quad L_1 = 0,318H \qquad C = 6,28.10^{-6} F$

$\boxed{N = 112,62Hz}$

3.



a) Construisons le diagramme de Fresnel

$u = u_{MB} + u_{BC} + u_{CN}$

$u = R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \qquad or \quad dq = idt \; d'où \; q = \int idt$

On a donc $\quad u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$

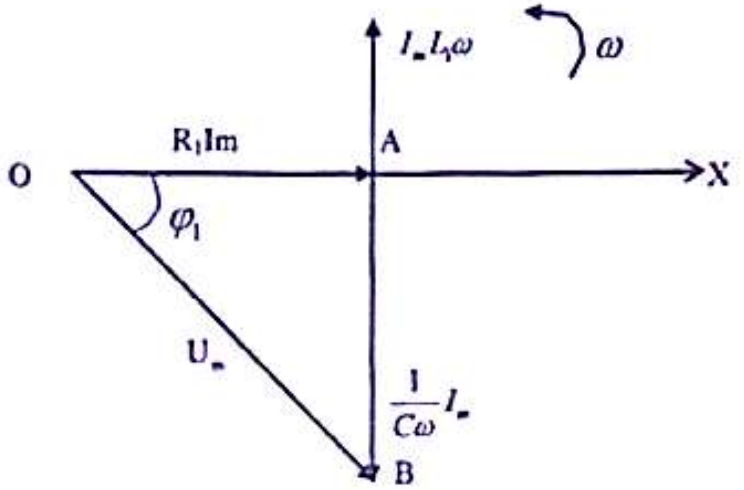
Scanned by CamScanner

Comme $i = I_m \cos \omega t$ et $u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

$$U_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$R_1 = 300\Omega$; $L_1\omega = 99,9\Omega$; $\frac{1}{C_1\omega_1} = 506,7\Omega$

$\frac{1}{C_1\omega_1} > L_1\omega$



b) Calcul de l'impédance Z_1 et de l'intensité efficace I_1

Dans le triangle rectangle (OKJ), on a la relation suivante

$$U_m = \sqrt{R_1^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right)^2}\, I_m \quad avec \quad U_m = Z_1 I_m$$

D'où $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{C_1\omega} - L_1\omega\right)^2}$

AN : $\boxed{Z_1 = 505,58\Omega}$

$$U_m = Z_1 I_m \Rightarrow \frac{U_m}{\sqrt{2}} = Z_1 \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Soit $U = Z_1 I$ d'où $I = \frac{U}{Z_1}$

AN : I = 0,435 A

c) Le déphasage φ_1

Scanned by CamScanner

La tension est en retard par rapport à i_1 : Le déphase est de 53,6°

4. a) Expression de la pulsation ω_2 pour laquelle I_2 est maximale

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)^2}}$$

I_2 maximale si $L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega} = 0$ soit $L_2C_2\omega_2^2 = 1$

On dit que le circuit est à la résonance

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}} \qquad \boxed{\omega_2 = 223,6 rads^{-1}}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{220}{50} \qquad \boxed{I_2 = 4,4A}$$

b) Le coefficient Q_2 de surtension du circuit

En fonction de C_2 ; ω_2 ; R_2

$$Q_2 = \frac{U_c}{U} = \frac{\frac{I_2}{C_2\omega_2}}{R_2I_2} = \frac{1}{C_2\omega_2R_2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{C_2\omega_2R_2}$$

Q_2 en fonction de R_2 ; L_2 ; ω_2

$$C_2L_2\omega^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C_2\omega_2} = L_2C_2 \Rightarrow \frac{1}{C_2\omega_2R_2} = \frac{L_2C_2}{R_2}$$

$$Q_2 = \frac{L_2\omega_2}{R_2}$$

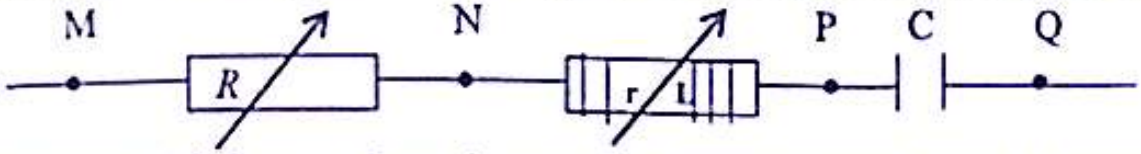
Calcul de Q_2

$$Q_2 = \frac{L_2\omega_2}{R_2} \qquad \boxed{Q_2 = 1,4}$$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 6 : (Partie Bac Niger 1983 série C)

Une portion de circuit MQ comporte en série, un conducteur ohmique de résistance variable R, une bobine de résistance r et d'inductance variable L et un condensateur de capacité C. Une tension sinusoïdale $u = U_m \sin 100\pi t$ est appliquée entre les bornes M et Q (schéma ci-après)



1. La variation de l'inductance L est obtenue en enfonçant plus ou moins le noyau de fer doux dans la bobine. Pour une certaine position de ce noyau, l'intensité efficace est I_1. Soient U_{MP} la tension efficace aux bornes de la portion MP et U_{PQ} la tension efficace aux bornes de la portion PQ. La portion du circuit MQ a une résistance ohmique totale R'.

a) Calculer l'inductance L_1 de la bobine, la capacité C du condensateur et la tension efficace U_{MQ} aux bornes de la portion MQ.

AN : $I_1 = \frac{1}{2\pi} A$ $\quad U_{MP} = 10\sqrt{14} V$ $\quad U_{PQ} = 40V$ $\quad R' = 200\Omega$

b) Calculer le déphasage φ entre l'intensité *i* et la tension *u* aux bornes de la portion MQ.

2. On fait varier l'inductance L de la bobine.

a) Calculer la valeur L_0 de l'inductance pour laquelle l'intensité i est en phase avec la tension u.

b) Calculer les valeurs efficaces de cette intensité pour $R'_1 = 200\Omega$ et $R'_2 = 10\Omega$.

3. La portion de circuit MQ a une résistance ohmique totale R' = 200Ω. L'intensité du courant reprend la valeur I_1 pour une nouvelle valeur L_2 de l'inductance.

a) Montrer que : $L_1 + L_2 = \frac{2}{C\omega^2}$

b) En déduire L_2 pour $L_1 = 0,4$ H

4. La résistance ohmique totale est maintenant R' = 10Ω

a) Calculer l'intensité efficace pour L = 0,4 H on prendra $\frac{1}{L\omega} = 255\Omega$

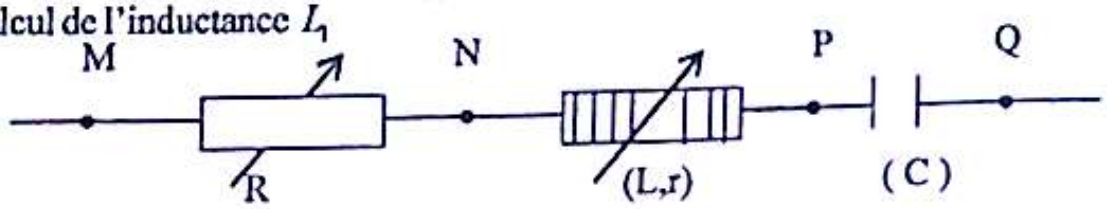
b) Compléter, sans calcul, le tableau suivant et tracer la courbe I = f(L) avec pour échelle : 1 cm pour 0,1 H et 1 cm pour 0,2 A

$L(H)$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
$I(A)$		0,38	0,56	1,02					

Scanned by CamScanner

Solution

1. a) Calcul de l'inductance L_1



Aux bornes de MP $Z_{MP} = \dfrac{U_{MP}}{I_1}$ $\qquad Z_{MP}^2 = R'^2 + L_1^2\omega^2$

$$L_1^2\omega_2 = \frac{U_{MP}^{\ 2}}{I_1^2} - R'^2 \qquad L_1 = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{U_{MP}^{\ 2}}{I_1^2} - R'^2}$$

$$AN: \quad L_1 = \frac{1}{100\pi}\sqrt{100.14.4\pi - 4.10^4} = 0,4H$$

$$L_1 = 0,4H$$

Calcul de C

Entre P et Q $Z_{PQ} = \dfrac{U_{PQ}}{I_1} = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \dfrac{I_1}{\omega U_{PQ}}$

$$AN: \quad C = \frac{1}{2\pi.40.100} = 12,510^{-6}F$$

$$C = 12,5\mu F$$

Calcul de U_{MQ} : $\qquad U_{MQ} = Z_{MQ}I_1 = \dfrac{237,66}{2\pi} = 37,84V$

b) Déphasage entre i et u.

$$\tan\varphi = \frac{L_1\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R'} \text{ or } L_1\omega = 40\pi \text{ et } \frac{1}{C\omega} = \frac{U_{PQ}}{I_1} = 80\pi$$

D'où $\quad \tan\varphi = \dfrac{40\pi - 80\pi}{200} = \dfrac{-\pi}{5} = -0,628 \Rightarrow \varphi = -32°\,8'$

2. a) Si *i* est en phase avec *u*, $\tan\varphi = 0$ et $L_o\omega = \dfrac{1}{C\omega}$ (résonance)

Donc : $L_o = \dfrac{1}{C\omega^2} = \dfrac{1}{C\omega}.\dfrac{1}{\omega} = \dfrac{80\pi}{100\pi} = 0,8H$

Scanned by CamScanner

b) Calcul de l'intensité.

A la résonance Z = R'. Donc $U_{MQ} = R'I_0$

$$I_o = \frac{U_{MQ}}{R'}$$

AN : Si $R_1' = 200\Omega$ $\qquad I_o = \frac{37,84}{200} = 0,198A$

Si $R_2' = 10\Omega$ $\qquad I_o = \frac{37,84}{10} = 3,784A$

3. $R' = 200\Omega$ $\qquad I_1 = \frac{1}{2\pi}A$

a) Pour un circuit R', L, C : $Z^2 = R'^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

$$Z^2 - R'^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

Equation admettant deux solutions

$$\begin{cases} L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = +\sqrt{Z^2 - R'^2} \\ L_2\omega - \frac{1}{C\omega} = -\sqrt{Z^2 - R'^2} \end{cases} \Rightarrow \quad (L_1 + L_2)\omega - \frac{2}{C\omega} = 0$$

D'où $L_1 + L_2 = \frac{2}{C\omega^2}$ avec $L_1 + L_2 = 2L_o$

b) Calcul de L_2 pour $L_1 = 0,4$ H

$$L_2 = \frac{2}{C\omega^2} - L_1 = \frac{2\times 80\pi}{100\pi} - 0,4 = 1,2H \qquad L_2 = 1,2H$$

4. $R' = 10\Omega$

a) L'impédance du circuit est $Z = \sqrt{R'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$$Z = \sqrt{100 + (40\pi - 225)^2} = 129,72\Omega$$

$Z \square 130\Omega$

Scanned by CamScanner

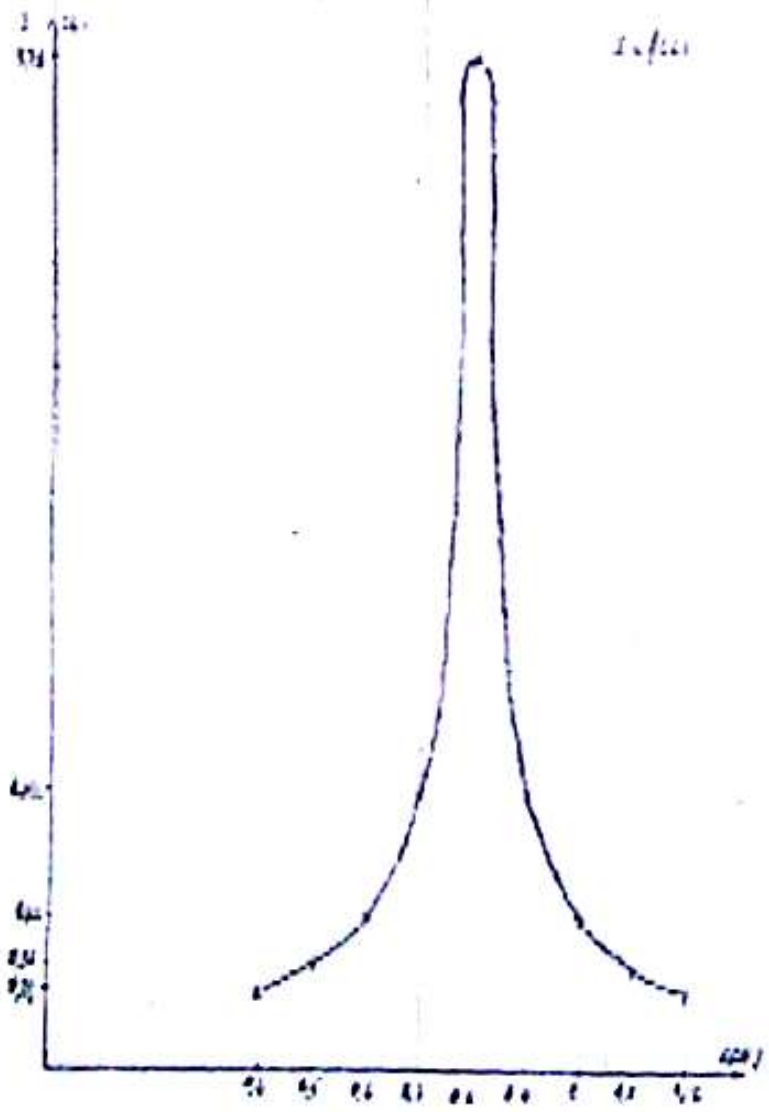
$$U_{MQ} = ZI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_{MQ}}{Z} \qquad I = \frac{37,84}{130} = 0,29A$$

b) Pour compléter le tableau on utilise la relation.

$L_1 + L_2 = 2L_o \quad \Rightarrow \quad L = 1,6 - L_1$ ainsi que $I(L_1) = I(L_2)$

L (H)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
I (A)	0,29	0,38	0,56	1,02	3,78	1,02	0,56	0,38	0,29

Tracé de $I = f(L)$ (Voir papier millimétré : figure à la page suivante)



Scanned by CamScanner

Exercice N°6 : (Bac Niger Série TC 1997)

On dispose des appareils suivants :

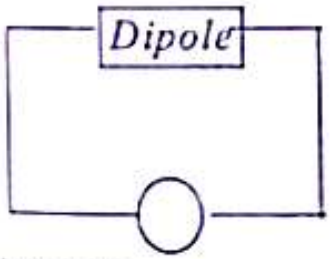
- Un générateur de tension continue $U = 3V$
- Un générateur basses fréquences (GBF) qui impose entre ses bornes une tension sinusoïdale de fréquence N réglable, de valeur efficace constante $U = 3V$.
- D'ampèremètres et de voltmètres commutables en continu et en alternatif (mesure des valeurs efficaces).
- Trois dipôles numérotés 1, 2, 3.

1. On réalise avec chacun des 3 dipôles, en utilisant successivement le générateur de tension continue et le G B F, le montage N° 1 et on mesure l'intensité.

Tableau des résultats

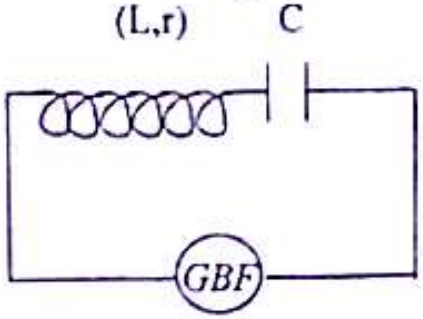
Dipôles	Intensité en continu	Intensité en alternatif
1	215mA	170mA
2	0	5mA
3	30mA	30mA

Montage N°1



Générateur

Montage N°2



a) Indiquer la nature de chacun des dipôles 1, 2 et 3 (justifier la réponse sans calcul).

b) Calculer les résistances R et r respectivement du conducteur ohmique et de la bobine.

2. En utilisant la bobine parmi les trois dipôles étudiés au 1°) et un condensateur de capacité $C = 4,7\ \mu F$ on réalise le montage N°2. On mesure la valeur efficace I de l'intensité du courant dans le circuit ainsi que la valeur efficace Uc de la tension aux bornes du condensateur. Faisant varier la fréquence N de la tension délivrée par le GBF on obtient le tableau suivant :

Scanned by CamScanner

N (Hz)	200	225	250	275	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500	520	540
I (mA)	23	28	38	48	66	90	120	156	192	205	180	120	90	74	65	54	50
U_C (V)	3,5	4	4,5	5,5	6,5	8	11,5	16	17,5	18,5	13	8,5	6,5	5,5	4	3	2,5

a) Reproduire le schéma du montage et compléter par les appareils de mesure nécessaires en indiquant les grandeurs mesurées.

b) Tracer la courbe $I = f(N)$. Echelle : 5mm pour 10Hz ; 25mm pour 50mA. Que représente la courbe ainsi obtenu ?

c) Quelle remarque tirer du graphe $I = f(N)$ par rapport au tableau U_C en fonction de N ?

d) Déterminer graphiquement la fréquence N_0 du circuit et en déduire la valeur de l'induction L de la bobine.

Solution

1. a) Nature des dipôles 1, 2 et 3.

Dipôle 1 : En courant continu $I_1' = 215mA$ et en courant alternatif $I_1 = 170mA$

Le dipôle 1 est une bobine d'inductance L et de résistance r, car si c'est une résistance pure I_1' sera égale à I_1. or $I_1 < I_1'$

Dipôle 2 : En courant continu $I_2' = 0$. Ce dipôle n'est pas traversé par le courant continu, mais le courant alternatif ($I_2 = 5mA$). C'est un condensateur.

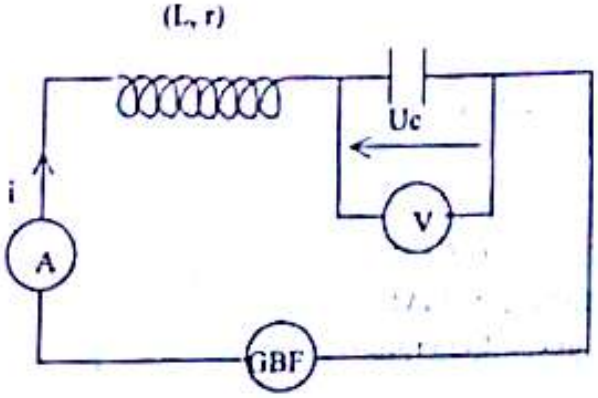
Dipôles3 : $I_3' = I_3$ c'est un conducteur ohmique de résistance R.

b) Calcul des résistances R du conducteur ohmique et r de la bobine.

$$R = \frac{U}{I_3} \Rightarrow R = \frac{3}{30.10^{-3}} \Rightarrow R = 100\Omega$$

$$r = \frac{U'}{I_1'} \Rightarrow r = \frac{3}{215.10^{-3}} \Rightarrow r = 14\Omega$$

2. a) Schéma du montage



Scanned by CamScanner

b) Tracé de la courbe $I=f(N)$ (voir papier millimètré).
La courbe représente la courbe de la résonance d'intensité.

c) Les deux fonctions $I=f(N)$ et $U_C=f(N)$ ont la même allure

d) Déterminons graphiquement N_0 et L.

$N_0 \rightarrow I_0$ (Intensité maximale)

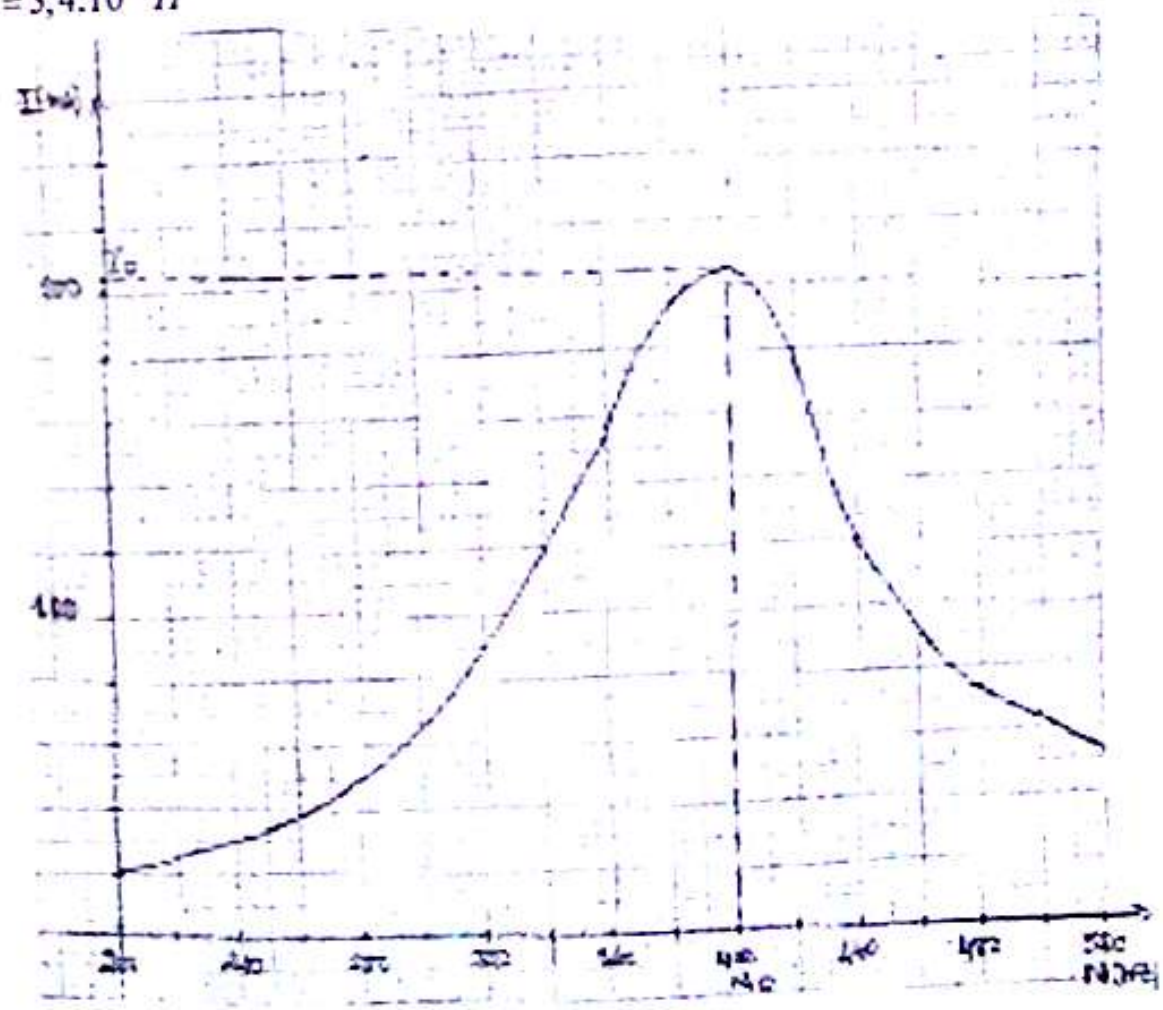
$N_0 = 400\text{Hz}$

Calcul de L

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \qquad \text{soit} \quad L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}$$

AN: $L = \dfrac{1}{4\pi^2 \times (400)^2 \times 4,7.10^{-6}}$

$L = 3,4.10^{-2}\,H$



Scanned by CamScanner

Chimie

Scanned by CamScanner

CHIMIE GENERALE

Scanned by CamScanner

Chapitre 1

SOLUTIONS AQUEUSES - pH

RAPPEL DU COURS

I SOLUTION AQUEUSE

1. Concentration d'une solution.

$$C = \frac{n}{V}$$

n : mol ; V : ℓ ; C : mol l^{-1}

2. Dilution :

La quantité de matière de soluté ne change pas dans une dilution.

$n = n \Rightarrow CV = C_f V_f$

3. Electroneutralité.

Dans toute solution aqueuse ionique, la somme des charges positives est égale à la somme des charges négatives.

II PH DE SOLUTIONS AQUEUSES

1. Définition du pH.

$$pH = -\log[H_3O^+] \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$$

Valable pour $10^{-6} \leq [H_3O^+] \leq 10^{-1}$ mol L^{-1}.

2. pH de l'eau pure.

- Autoprotolyse $\quad 2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$

- Produit ionique $\quad Ke = [H_3O^+][OH^-]$. à 25°C $Ke = 10^{-14}$

$\Rightarrow [H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7}\ mol\ L^{-1} \Rightarrow pH = 7$

3. pH de solution d'acide fort.

a) Définition : Acide fort: acide entièrement dissocié en solution aqueuse.

b) Equation de la réaction avec l'eau.

$AH + H_2O \longrightarrow A^- + H_3O^+$

Scanned by CamScanner

c) pH d'une solution de monoacide.

$pH = -\log n\, C_a$ 10^{-6} mol $L^{-1} \leq C_a \leq 10^{-1}$ mol L^{-1}.

Remarque: pour un polyacide $pH = -\log n\, C_a$ $n = 2,3...$

La dilution 10 fois d'une solution d'acide fort augmente le pH d'une unité.

4. pH d'une solution de base forte.

a) Définition : Base forte: base entièrement dissociée en solution aqueuse.

b) Equation–bilan.

$$NaOH \xrightarrow{eau} Na^+ + OH^-$$

$$KOH \xrightarrow{eau} K^+ + OH^-$$

c) pH d'une solution de monobase forte.

$pH = 14 + \log C_b$ $\qquad 10^{-6}$ mol $L^{-1} \leq C_b \leq 10^{-1}$ mol L^{-1}.

Remarques:

- Pour les polybases $pH = 14 + \log n\, C_b$; $n = 2, 3.....$
- La dilution 10 fois d'une solution de base forte diminue le pH d'une unité.

Exercice N° 1

On dissout 42,75g de sulfate d'aluminium $Al_2(SO_4)_3$ dans l'eau et on obtient une solution de volume 500ml.

1. Ecrire l'équation de dissolution du sulfate d'aluminium dans l 'eau.
2. a) Déterminer la concentration du sel d'aluminium dissout.
   b) Déterminer les concentrations des ions en solution.
   Les ions provenant de l'autoprotolyse étant négligés.
   c) Ecrire et vérifier l'électroneutralité de la solution.
3. On prélève 10ml de la solution précédente.
   a) Déterminer le nombre de moles d'ions Al^{3+} et SO_4^{2-}
   b) Quelle quantité d'eau faut-il y ajouter pour avoir une solution 5fois diluée ?
   c) Qu'indiquerait un pH-mètre, si on plongeait son électrode dans la solution ?

Données : Al :27 g.mol^{-1} ; S : 32 g.mol^{-1} ; O: 16 g.mol^{-1}

Solution

1. Equation de dissolution.

$$Al_2(SO_4)_3 \xrightarrow{H_2O} 2Al^{3+} + 3SO_4^{2-}$$

2. a) Concentration du sel dissout.

$M = (2\times27) + [32+(16\times4)] \times 3 = 342$g.mol^{-1}.

$$C = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{m}{MV} \qquad C = \frac{42,75}{342.C,5} = 0,25 \text{mol } L^{-1}$$

$C = 0,25$ mol L^{-1}.

b) Concentration des ions en solution.

Scanned by CamScanner

Au vu de l'équation - bilan

.$[Al^{3+}] = 2C$ $[Al^{3+}] = 0{,}5 mol\ L^{-1}$

.$[SO_4^{2-}] = 3C$ $[SO_4^{2-}] = 0{,}75\ mol\ L^{-1}$

c) Electroneutralité de la solution.

$\frac{[Al^{3+}]}{[SO_4^{2-}]} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3[Al^{3+}] = 2[SO_4^{2-}]$ R.E.N.(Relation d'électroneutralité)

Vérification $3\times0{,}5 = 2\times0{,}75 \Rightarrow 1{,}5 = 1{,}5$

3. $V_1 = 10ml$ $C = 0{,}25 mol\ L^{-1}$

a) Nombre de moles de Al^{3+}

$n(Al^{3+}) = [Al^{3+}]\times V_1$ $n(Al^{3+}) = 0{,}5\times1010^{-3} = 5.10^{-3}$ mol.

. Nombre de moles de SO_4^{2-}

$n(SO_4^{2-}) = [SO_4^{2-}]\times V_1$ $n(SO_4^{2-}) = 0{,}75\times1010^{-3} = 7{,}5.10^{-3}$ mol.

b) Volume d'eau à ajouter pour obtenir une solution diluée 5 fois.

$C_i V_i = C_f V_f$ $C_f = \frac{Ci}{5}$

$CiVi = \frac{Ci}{5} V_f \Rightarrow V_f = 5Vi = 50ml.$

On ajoute alors 40ml d'eau distillée.

c) Indication du pH-mètre.

$[H_3O^+] + 3[Al^{3+}] = [OH^-] + 2[SO_4^{2-}] \Rightarrow [H_3O^+] = [OH^-]$.

$pH = 7$ est indiqué par le pH-mètre.

Exercice N° 2

On prépare 250ml de solution So en mélangeant à 25°C :

-25 ml d'une solution de NaCl à 0,8 mol L^{-1}..

-50 ml d'une solution de CaBr à 0,5 mol L^{-1}..

-3.10^{-2} mol de chlorure de calcium $CaCl_2$ solide.

-10,3g de bromure de sodium NaBr solide ; puis on complète avec de l'eau distillée.

1. Déterminer la masse de $CaCl_2$ à dissoudre.
2. Décrire les différentes étapes de préparation de So, en précisant le matériel utilisé.
3. Déterminer la concentration molaire de chacun des ions en solution.
4. Ecrire et vérifier la neutralité électrique de la solution.

Données : Na :23gmol^{-1} ; Cl : 35,5gmol^{-1} ; Ca : 40gmol^{-1} ; Br : 80gmol^{-1}.

Scanned by CamScanner

Solution

1. Masse de CaCl à dissoudre.

$m = M_{CaCl_2} . n$; $M_{CaCl_2} = 40+2\times35,5 = 111 g\ mol^{-1}$.

$m = 111 \times 3.10^{-2} = 333.10^{-2}$ g .=3,33g

2. Préparation de la solution.

Dans une fiole jaugée de 250 ml, on introduit :

- 3,33g de CaCl et 10,3g de Na Br pesées avec une balance de précision
- 25ml de solution de NaCl prélevés à l'aide d'une pipette
- 50ml de solution de CaBr prélevés à l'aide d'une pipette

Après avoir agité pour rendre homogène le mélange, on complète à l'eau distillée jusqu'à 250ml.

3. Concentrations molaires des ions en solution.

25ml de solution de NaCl à 0,8 mol l^{-1}.

$NaCl \xrightarrow{H_2O} Na^+ + Cl^-$

$n = 0,8\times2510^{-3} = 20.10^{-3}$ mol $\quad n(Cl^-) = 20.10^{-3}$ mol.

50ml de $CaBr_2$ à 0,5mol L^{-1}..

$CaBr_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2\ Br^-$

$n(Ca^{2+}) = 0,5\times5010^{-3} = 2510^{-3}$ mol $\quad n(Cl^-) = 2\ n(Ca^{2+}) = 50.10^{-3}$ mol.

3.10^{-2} mol de $CaCl_2$

$CaCl_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2Cl^-$.

$n(Ca^{2+}) = 3.10^{-2}$ mol $\quad n(Cl^-) = 6.10^{-2}$ mol.

.10,3g de NaBr $\quad NaBr \xrightarrow{H_2O} Na^+ + Br^-$

$n(Na^+) = \frac{10.3}{103} = 0,1$mol. $\quad n(Br^-) = 0,1$mol

$$[Na^+] = \frac{20.10^{-3} + 0,1}{0,25} = 0,48 mol\ L^{-1}.$$

$$[Cl^-] = \frac{20.10^{-3} + 6.10^{-2}}{0,25} = 0,32 mol\ L^{-1}.$$

$$[Ca^{2+}] = \frac{25.10^{-3} + 3.10^{-2}}{0,25} = 0,22 mol\ L^{-1}.$$

$$[Br^-] = \frac{50.10^{-3} + 0,1}{0,25} = 0,6 mol\ L^{-1}.$$

Scanned by CamScanner

4. Relation d'électroneutralité.

$[Na^+] + 2[Ca^{2+}] = [Cl^-] + [Br^-]$

$[Na^+] + 2[Ca^{2+}] = 0,48 + 2 \times 0,22 = 0,92 mol\ L^{-1}$.

$[Cl^-] + [Br^-] = 0,32 + 0,6 = 0,92 mol\ L^{-1}$.

L'électroneutralité est vérifiée.

Exercice N° 3

1. A 25°C, le produit ionique de l'eau vaut $Ke = 10^{-14}$. A cette température une solution S est telle que $[H_3O^+] = 25.10^{-8}[OH^-]$.

a) Calculer les concentrations molaires des ions H_3O^+ et OH^-

b) Que vaut le pH de la solution S ? Quelle est la nature de cette solution : acide, neutre, basique ?

2. A 70°C, le produit ionique de l'eau vaut $15,5.10^{-14}$.

a) A cette température une solution S, de pH = 6,6 est – elle acide ; neutre ou basique ?

b) Quel est le pH de l'eau pure à cette température ?

3. a) Comment évolue le produit ionique de l'eau avec la température ?

b) Dans le corps humain à 37°C, le sang a un pH = 7,4.

Le sang est – il un liquide neutre, acide ou basique ? Justifier la réponse.

Solution

1. a) Calcul de: $[H_3O^+]$ et $[OH^-]$

$$Ke = [H_3O^+][OH^-] = 25.10^{-8}[OH^-]^2$$

$$[OH^-]^2 = \frac{Ke}{25.10^{-8}} \Rightarrow [OH^-]^2 = \frac{10^{-14}}{25.10^{-8}}$$

$[OH^-]^2 = 4.10^{-8} \Rightarrow [OH^-] = 2.10^{-4} mol\ L^{-1}$.

$[H_3O^+] = 25.10^{-8} \times 2.10^{-4} = 5.10^{-11} mol\ L^{-1}$.

b) pH de la solution S

$pH = -\log[H_3O^+]$ $pH = -\log 5.10^{-11} = 10,3$

$pH = 10,3$

pH > 7, la solution est alors basique

2. A 70°C $Ke = 15,5.10^{-14}$

a) S : pH = 6,6

L'eau pure : $Ke = [OH^-][H_3O^+] = [H_3O^+]^2 \Rightarrow [H_3O^+] = \sqrt{Ke}$

$[H_3O^+] = \sqrt{15,5.10^{-14}} = 3,9.10^{-7} mol\ L^{-1}$.

A cette température le pH de l'eau pure vaut

$pH = -\log 3,9.10^{-7} = 6,4$

$6,6 > 6,4 \Rightarrow$ donc S est une solution basique

3. a) Le produit ionique de l'eau Ke croit avec la température

b) Quand la température augmente, Ke croît. Par contre le pH de l'eau pure diminue.

Donc à 37°C le pH de l'eau pure < 7 (pH de l'eau pure à 25°C)

Scanned by CamScanner

Ainsi le sang de pH = 7,4 est un milieu basique.

Exercice N° 4

Au cours d' une séance de travaux pratiques un élève a déterminé le pH de 5 solutions d'un monoacide fort de concentrations différentes et a dressé le tableau suivant :

Solutions	1	2	3	4	5
Concentration mol L^{-1}.	210^{-2}		$1,510^{-2}$	$2,510^{-3}$	
pH		1,7			2,7

1. Compléter le tableau ci- dessous.
2. Les solutions précédentes sont des solutions d'acide chlorhydrique. Proposer un test d'identification.
3. Déterminer les concentrations de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution 1.
4. On prélève 25cm^3 de la solution1 et on complète à 50cm^3 avec de l'eau. Calculer le pH de la solution ainsi préparée.

Solution

1. Complétons le tableau.

Mono acide fort : pH = -log C

Solutions	1	2	3	4	5
Concentration mol L^{-1}.	$2,510^{-1}$	210^{-2}	$1,510^{-2}$	$2,510^{-3}$	210^{-1}
pH	1.6	1,7	1,8	2,6	2,7

2. Proposons un test d'identification.

- Un papier pH trempé dans la solution prend une couleur rouge.
- On prélève une quantité de solution à laquelle on ajoute une solution de nitrate d'argent ($AgNO_3$) en excès ; il se forme un précipité blanc de AgCl qui noircit à la lumière : la solution contient alors des ions Cl^-.

$$Ag^+ + Cl^- \longrightarrow AgCl \downarrow$$

3. Déterminons les concentrations des espèces présentes dans la solution 1 :

$[H_3O^+] = 2,5.10^{-2}$ mol L^{-1}.

$[OH^-] = 4.10^{-13}$ mol L^{-1}.

Electroneutralité:

$[H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = 1,6.10^{-11} > 10^{-4} \Rightarrow OH^- \text{ ultra minoritaire devant } H_3O^+$$

Scanned by CamScanner

$[Cl^-] \approx [H_3O^+] = 2{,}5.10^{-2}$ mol L^{-1}.

4. Calculons le pH de la solution préparée.

$V_1 = 25cm^3$ $C_1 = 2{,}5.10^{-2}$ mol L^{-1}.

$V_2 = 50cm^3$ $C_2 = ?$

$$C_1V_1 = C_2V_2 \Rightarrow C_2 = \frac{C_1V_1}{V_2}$$

$$C_2 = \frac{2{,}5.10^2 \times 25}{50} \Rightarrow C_2 = 1{,}25.10^{-2} \text{ mol } L^{-1}.\ pH = -\log C_2;\ pH = -\log 1{,}25.10^{-2} = 1{,}9$$

Exercice N° 5

L'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ donne avec l'eau une réaction totale tant que la solution n'est pas saturée. On dissout 0,5g d'hydroxyde de calcium dans 500ml d'eau.

1. Ecrire l'équation de la réaction de $Ca(OH)_2$ avec l'eau.
2. a) Calculer la concentration de la solution A d'hydroxyde de calcium ainsi obtenue.
   b) En déduire la concentration des ions OH^- et le pH de la solution A
3. On ajoute à A, 500ml d'une solution B d'hydroxyde de sodium de pH inconnu. Le pH de la solution C obtenue est 12,2. En déduire le pH inconnu.

On donne : M(Ca) = 40g.mol L^{-1} M(O) = 16g.mol L^{-1}

M(H) = 1g.mol L^{-1}

Solution

1. Equation de la réaction de $Ca(OH)_2$ avec l'eau.

$$Ca(OH)_2 \xrightarrow{eau} Ca^{2+} + 2OH^-$$

2. a) Concentration de la solution A.

$$n_A = \frac{m}{M} = \frac{0{,}5}{74} \Rightarrow n_A = 6{,}76.10^{-3} \text{mol}$$

$$C_A = \frac{n_A}{V} \Rightarrow C_A = 1{,}35.10^{-2} \text{ mol } L^{-1}$$

b) Concentration des ions $[OH^-]$.

$$[OH^-] = 2C_A \Rightarrow [OH^-] = 2{,}7.10^{-2} \text{ mol } L^{-1}$$

pH de la solution

A étant une dibase forte $pH_A = 14 + \log 2C_A$

$PH_A = 12{,}45$

3. Calcul du pH_B

$$C_B = \frac{n_{OH^-}(B)}{V_B} = \frac{n_{OH^-}(C) - n_{OH^-}(A)}{V_B} = \frac{[OH^-]_C.V_C - [OH^-]_A.V_A}{V_B}$$

Scanned by CamScanner

$$C_B = \frac{1,6.10^{-2} \times 1 - 2,7.10^{-2} \times 0,5}{0,5} = 5.10^{-3} \text{mol L}^{-1}$$

$$pH_B = 14 + \log C_B \Rightarrow pH_B = 11,7$$

Exercice N° 6

On prépare deux solutions d'acide chlorhydrique S_1 et S_2 en opérant de la façon suivante :
Solution S_1 : On dissout m_1 gramme (s) de chlorure d'hydrogène (HCl) dans la quantité d'eau nécessaire à l'obtention de 250ml de solution.
Solution S_2 : On introduit, 20ml d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration $C = 0,5 \text{moll}^{-1}$, dans une fiole jaugée de 1 l que l'on remplit avec l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. On trouve que les pH des deux solutions sont égaux.

1. Quelle est la valeur de ce pH ?
2. Quelle est la valeur de m_1 ?
3. Dans la solution S_1 on verse du nitrate d'argent ($Ag^+ + NO_3^-$) en excès.
   a) Qu'observe - t – on ?
   b) Ecrire l'équation - bilan de la réaction qui a lieu.
   c) Déterminer la masse du composé formé.

On donne en $g.mol^{-1}$: H :1 ; Cl : 35,5 ; Ag :108

Solution

1. Valeur du pH

Concentration de la solution S_2

$$C_1V_1 = C_fV_f \Rightarrow C_f = \frac{C_1V_1}{V_f}$$

$$C_f = \frac{0,5 \times 20.10^{-3}}{1} = 10^{-2} \text{mol L}^{-1}$$

$$pH = -\log C_f \Rightarrow pH = 2$$

2. Valeur de m_1

$$m_1 = n_{HCl}.M \text{ or } n_{HCl} = n_{H_3O^+} = [H_3O^+]_{S1}.V_{S1}$$

$$\Rightarrow n_{HCl} = 10^{-2} \times 0,25 \text{ moll}^{-1}$$

$$m_1 = 2,510^{-3} \times 36,5 \Rightarrow m_1 = 9,1310^{-2}\text{g}$$

3. a) On observe la formation d'un précipité blanc laiteux qui noircit à la lumière : AgCl.
   b) Equation-bilan de la réaction

$$Ag^+ + Cl^- \longrightarrow \underline{AgCl}\downarrow$$

Scanned by CamScanner

c) Masse du précité formé.

Le nitrate d'argent étant en excès tous les ions Cl^- vont disparaître dans la solution S_1.

$n_{Cl^-} = n_{H_3O^+} = 2{,}5\,10^{-3}$mol

$n_{Cl^-} = n_{AgCl} \Rightarrow m = n_{AgCl}.M \qquad m = 0{,}36g$

Exercice N° 7

1. On prépare une solution S_1 de soude en faisant dissoudre 6mg de soude en pastilles dans l'eau pure. Le volume de la solution préparée est $V_1 = 30$ml et son pH est égale à 11,7 à 25°c.
   a) Calculer la concentration des différentes espèces chimiques présentes dans la solution S_1
   b) Quelle conclusion pouvez-vous tirer des calculs précédents ?
2. Une solution aqueuse S_2 est préparée à partir de la dissolution de $m_1 = 0{,}2$g d'hydroxyde de calcium Ca(OH) et $m_2 = 2$g d'hydroxyde de potassium (KOH) dans deux litre d'eau distillée.
   a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans S_2. On rappelle que Ca(OH) et (KOH) sont des bases fortes.
   b) Montrer que la solution est électriquement neutre.
   c) En déduire le pH du mélange.

Masses atomiques molaires en $g.mol^{-1}$

H : 1 ; O : 16 ; Na : 23 ; K : 39 ; Ca : 40

Solution

1. m = 6mg V_1 = 30ml pH = 11,7

   a) -concentration des différentes espèces

   - Concentration de la solution.

$$C = \frac{n}{V_1} = \frac{m}{MV_1}\frac{6\,10^{-3}}{40.3010^{-3}} = 5\,10^{-3}\,mol\,L^{-1}$$

   - Equations des réactions

$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$

$2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$

   - Inventaire des espèces en solution

Ions : Na^+, OH^-, H_3O^+

Molécules : H_2O composé : NaOH

   - Calcul des concentrations

$[H_3O^+] = 10^{-11,7} \approx 2\,10^{-12}$ mol L^{-1}

$$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 5\,10^{-3}\,mol\,L^{-1}$$

Electroneutralité de la solution $[OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

Scanned by CamScanner

$\frac{[H_3O^+]}{[OH^-]} = \frac{2.10^{-12}}{5.10^{-3}} = 4.10^{-10} < 10^{-4}$ $\Rightarrow [H_3O^+] << [OH^-]$

$[Na^+] \approx [OH^-]$ $[Na^+] = 510^{-3}\ mol\ L^{-1}$

Conservation de la matière.

$n(NaOH)\text{int} = n(Na^+) + n(NaOH)sol$

$[NaOH] = C - [Na^+] = 510^{-3} - 510^{-3} = 0$

b) Conclusion.

$[NaOH] = 0 \Rightarrow$ la dissociation est totale. L'hydroxyde de sodium est une base forte.

2)m = 0,2g m = 2g

$M_1(Ca(OH)_2) = 74g\ mol^{-1}$

$n_1 = \frac{m_1}{M_1} = \frac{0,2}{74} = 2,7.10^{-3}\ mol$

$M_2(KOH) = 56g\ mol$

$n_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{2}{56} = 3,5710^{-2}\ mol \approx 3,6.10^{-2}\ mol$

a) Concentration molaires des espèces présents dans la solution S_2 :

$Ca(OH)_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2OH^-$

1mol 1mol 2mol

$KOH \xrightarrow{H_2O} K^+ + OH^-$

1mol 1mol 1mol

$[Ca^{2+}] = \frac{nl}{V} = \frac{2,710^{-3}}{2} = 1,3510^{-3}\ mol\ L^{-1}$

$OH^- = \frac{2n_1 + n_2}{V} = \frac{2.2,710^{-3} + 3,610^{-2}}{2} = 2,0710^{-2}\ mol\ L^{-1}$

$[K^+] = \frac{n_2}{V} = \frac{3,610^{-2}}{2} = 1,810^{-2}\ mol\ L^{-1}$

b) Montrons que la solution est électriquement neutre.

$[OH^-] = 2[Ca^{2+}] + [K^+]$

$[OH^-] = 2,0710^{-2}\ mol\ l^{-1}$

$2[Ca^{2+}] + [K^+] = 2\times1,3510^{-3} + 1,810^{-2} = 2,0710^{-2} mol\ l^{-1}$.

La solution est donc électriquement neutre.

c) pH du mélange.

$[OH^-] = 2,0710^{-2}\ mol\ l^{-1}$

$pH = 14 + \log[OH^-] = 14 + \log 2,0710^{-2}$

pH = 12,3.

Scanned by CamScanner

Chapitre 2

COUPLES ACIDE - BASE

RAPPEL DU COURS

I ACIDE FAIBLE : Acide partiellement dissocié en solution aqueuse.

1. Equation-bilan de la réaction avec l'eau.

$$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$$

Coefficient de dissociation $\alpha = \dfrac{[A^-]}{Ca}$

2. Constante d'acidité Ka du couple AH / A^-

$$Ka = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[AH]}$$

3. Formule d'Anderson

$$pH = pKa + \log\frac{[Base]}{[Acide]}$$

II BASE FAIBLE : base partiellement dissociée dans l'eau.

1. Réaction avec l'eau

$$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$$

2. Coefficient de dissociation.

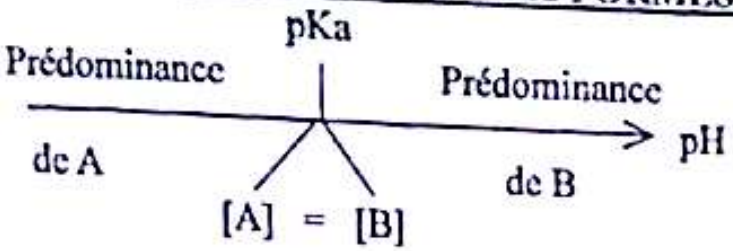
$$\alpha = \frac{[BH^+]}{C_b}$$

III COMPARAISON DE LA FORCE DE DEUX ACIDES FAIBLES ET DE DEUX BASES FAIBLES

De deux acides faibles, le plus fort est celui dont le pKa du couple est le plus petit.
De deux bases faibles, la plus forte est celle dont le pKa du couple est le plus grand.

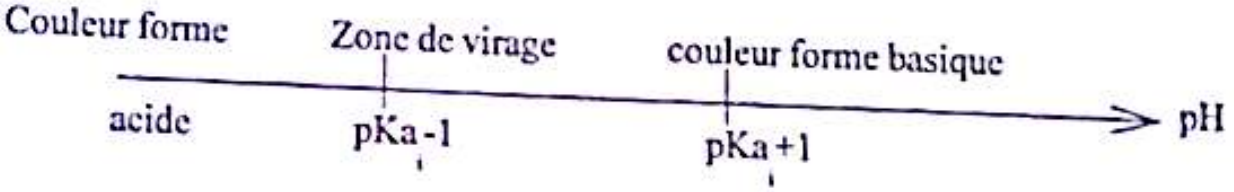
Scanned by CamScanner

IV ZONES DE PRÉDOMINANCE DES FORMES ACIDE ET BASE



V INDICATEURS COLORÉS

1. Définition : Un indicateur coloré est un couple acide base dont l'acide et la base conjuguée sont de couleurs différentes.
2. Zone de virage.



Exercices

Exercice N° 1

1. On dissout dans l'eau 10^{-2} mol d'un acide organique, l'acide benzoïque, C_6H_5COOH, de façon à obtenir un litre de solution. On mesure le pH de cette solution et on trouve pH = 3,1
   a) Préciser toutes les espèces chimiques présentes dans la solution.
   b) Calculer leurs concentrations molaires.
   c) Pourquoi qualifie-t-on cet acide de faible ? quelle est sa base conjuguée ?
   d) Déterminer la constante d'acidité ka de ce couple.
   e) Calculer le pourcentage de molécules C_6H_5COOH ionisées dans la solution.
2. On considère le couple acide cyanhydrique HCN / ion cyanure CN^-, dont le pKa est 9,4. De ces deux couples quel est celui qui possède :
   - L'acide le plus fort ?
   - La base la plus forte ?

Justifier les réponses.

Solution

1. $n = 10^{-2}$ mol $\quad V = 1\,l \Rightarrow C = 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$
   pH = 3,1

a) Inventaires des espèces chimiques en solution

$$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftharpoons C_6H_5COO^- + H_3O^+$$

Ions: $C_6H_5COO^-$, H_3O^+, OH^-

Molécules: C_6H_5COOH, ; H_2O

b) Calculons les concentrations

Scanned by CamScanner

$[H_3O^+] = 10^{-3,1} = 7,94.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

$[OH^-] = 10^{-14+PH} = 10^{-14+3,1} = 1,26.10^{-11}\ mol\ L^{-1}$

- Electro neutralité

$$[C_6H_5COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = \frac{1,26.10^{-11}}{7,94.10^{-4}} = 1,6.10^{-8} < 10^{-4} \Rightarrow [OH^-] << [H_3O^+]$$

$$[C_6H_5COO^-] \square [H_3O^+] = 7,94.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$$

- Conservation de la matière

$$[C_6H_5COOH] = C - [C_6H_5COO^-]10^{-2} - 7,94.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$$

$$[C_6H_5COOH] = 9,2.10^{-3}\ mol\ L^{-1}$$

c) $[C_6H_5COOH] \neq 0$, la dissociation n'est pas totale. C'est pourquoi on qualifie cet acide de faible.
Sa base conjuguée est l'ion : $C_6H_5COO^-$

d) Constante d'acidité Ka du couple

$$Ka = \frac{[H_3O^+][C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} = \frac{(7,94.10^{-4})^2}{9,2.10^{-3}}$$

$$Ka = 6,85.10^{-5}$$

e) Calcul de α

$$\alpha = \frac{[C_6H_5COO^-]}{C} = \frac{7,94.10^{-4}}{10^{-2}} \Rightarrow \alpha = 7,94\%$$

2. $pKa_1(HCN/CN^-) = 9,4$; $pKa_2(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-) = 4,2$

$pka_1 > pka_2 \Rightarrow C_6H_5COOH$ est l'acide le plus fort et CN^- est la base la plus forte

Exercice N° 2

A 25° C, deux solution acide S_1 *et* S_2 ont la même concentration molaire C = $10^{-2}\ mol\ L^{-1}$. S_1 est une solution de chlorure d'hydrogène de pH = 2,0 et S_2 une solution d'acide méthanoïque de pH = 2,9.

1. Ecrire l'équation – bilan des réactions des acides avec l'eau.
2. Montrez que l'une des solutions est une solution d'acide fort et l'autre une solution d'acide faible.
3. Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution d'acide faible.
4. Déduire la constante d'acidité Ka ainsi que le pKa du couple mis en jeu.
5. Sachant que le pKa du couple CH_3COOH / CH_3COO^- vaut 4,8 comparer la force de l'ion éthanoate avec l'ion méthanoate.

Scanned by CamScanner

Solution

1. Equations – bilan des réactions avec l'eau.

$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

$HCOOH + H_2O \rightleftharpoons HCOO^- + H_3O^+$

2. Si l'acide est fort pH = -log C

$-\log C = -\log 10^{-2} = 2$

$pH(S_1) = 2$ donc la solution S_1 est une solution d'acide fort.

$pH(S_2) = 2,9 \neq 2$, S_2 est une solution d'acide faible.

3. Concentrations des espèces en solution.

Ions : H_3O^+, OH^-, $HCOO^-$

Molécules: H_2O, HCOOH

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,9} = 1,26.10^{-3}\ mol\ L^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-4}}{1,26.10^{-3}} = 7,94.10^{-12}\ mol\ L^{-1}$$

Electro neutralité de la solution.

$$[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = \frac{7,94.10^{-12}}{1,26.10^{-3}} = 6,3.10^{-9} < 10^{-4}$$

$$[OH^-] \square [H_3O^+]$$

$$[HCOO^-] \square [H_3O^+] = 1,26.10^{-3}\ mol\ L^{-1}$$

Conservatration de la matière.

$$[HCOOH] = C - [HCOO^-] = 10^{-2} - 1,26.10^{-3}$$

$$[HCOOH] = 8,74.10^{-3}\ \text{mol L}^{-1}$$

4. Constante d'acidité Ka

$$Ka \frac{[H^3O^+][HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{(1,26.10^{-3})}{8,74.10^{-3}} \qquad Ka = 1,82.10^{-4}$$

$pKa = -\log Ka = -\log 1,82.10^{-4}$

$pKa = 3,74$

5. $pKa\ (CH_3COOH / CH_3COO^-) = 4,8$

$4,8 > 3,74$ donc CH_3COO^- est plus forte comme base que $HCOO^-$.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 3

On mesure le pH de 50 cm³ d'une solution d'éthylamine ($C_2H_5 - NH_2$) à 10^{-2} *mol* L^{-1}.
On trouve pH = 11,3. On ajoute alors 450 ml d'eau distillée à la solution précédente.
On homogénéise et on mesure à nouveau, on trouve pH = 10,6.

1. L'éthylamine est-elle une base forte ?
2. Ecrire l'équation d'ionisation de l'éthylamine.
3. Calculer dans les deux cas, les concentrations des espèces présentes en solutions.
4. a) Déduire dans les deux cas le coefficient d'ionisation α et α de l'éthylamine.
   b) Quelle est l'influence de la dilution sur l'équilibre d'ionisation de l'éthylamine ?

Solution

1. L'éthylamine n'est pas une base forte, car le pH de sa solution ne vérifie pas.

   $pH = 14 + \log C_b$.

2. Equation – bilan de l'ionisation de l'éthylamine

   $C_2H_5NH_2 + H_2O \rightleftharpoons C_2H_5 - NH_3^+ + OH^-$

3. Concentrations des espèces en solution.

Espèces en solution : H_3O^+ ; OH^- ; $C_2H_5 - \dot{N}H_3$; $C_2H_5 - NH_2$

Avant dilution

$pH = 11,3 \Rightarrow [H_3O^+] = 5.10^{-12}$ *mol* L^{-1}

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5.10^{-12}} = 2.10^{-3} \text{ mol } L^{-1}$$

On vérifie que $[H_3O^+] \square [OH^-]$

R.E.N

$$[C_2H_5\dot{N}H_3] + [H_3O^+] = [OH^-]$$

$$[C_2H_5\dot{N}H_3] = [OH^-] - [H_3O^+] \Rightarrow [C_2H_5\dot{N}H_3] \square [OH^-] = 2.10^{-3} \text{ mol } L^{-1}$$

C.M $C_b = [C_2H_5\text{-}\dot{N}H_3] + [C_2H_5\text{-}NH_2] \Rightarrow [C_2H_5\text{-}NH_2] = C_b - [C_2H_5\text{-}\dot{N}H_3]$

$[C_2H_5\text{-}NH_2] = 10^{-2} - 2.10^{-3} = 8.10^{-3}$ *mol* L^{-1}

Après dilution

$pH = 10,6 \Rightarrow [H_3O^+] = 2,5.10^{-11}$ *mol* L^{-1}

Scanned by CamScanner

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{2,5.10^{-11}} = 4.10^{-4} molL^{-1}$$

$$[H_3O^+] \square [OH^-]$$

R.E.N $\left[C_2H_5\overset{+}{N}H_3\right] = [OH^-] - [H_3O^+] = [OH^-]$

C.M $\left[C_2H_5\overset{+}{N}H_3\right] = 4.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

$$[C_2H_5NH_2] = C_b - \left[C_2H_5\overset{+}{N}H_3\right]$$

$$[C_2H_5NH_2] = 10^{-3} - 4.10^{-4} = 6.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$$

4. a) Calcul de $\left[C_2H_5\overset{+}{N}H_3\right]$

$$\alpha_1 = \frac{\left[C_2H_5\overset{+}{N}H_3\right]}{C_b} = \frac{2.10^{-3}}{10^{-2}} = 0,2 = 20\%$$

$$\alpha_2 = \frac{4.10^{-4}}{10^{-3}} = 0,4 \qquad \alpha_2 = 40\%$$

b. La dilution fait croître l'ionisation

Exercice N° 4

Le couple CH Cl – COOH / CH Cl – COO^- a pour Ka = $1,1.10^{-3}$ à 25°C.

1. On a prélevé dans un produit pur de commerce une masse m d'acide CH Cl – COOH pour préparer un litre de solution aqueuse S de cet acide. La mesure du pH de la solution préparée donne pH = 2,0 à 25°C.

a) Définir la constante d'un couple acide–base.

b) Recenser les différentes espèces chimiques présentes à l'équilibres dans S, puis calculer leurs concentrations molaires.

c) En déduire la concentration initiale d'acide et la masse m qui a été pesée pour préparer la solution S.

2. a) Donner la définition du coefficient de dissociation ou d'ionisation : α d'un acide. Exprimer la constante d'acidité Ka en fonction de α.

b) Le couple CH – COOH / CH – COO^- a pour constante d'acidité Ka = $1,7.10^{-5}$ à 25°C En utilisant cette donnée, comparer la force des acides éthanoïque et chloroéthanoïque.

Quelle interprétation proposer ?

Données : C : 12g mol^{-1} O : 16g mol^{-1} Cl : 35,5g mol^{-1} H : 1g mol^{-1}

Solution

1) a) Equation – bilan.

$$CH_2Cl - COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_2Cl - COO^- + H_3O^+$$

Expression de Ka: $Ka = \dfrac{[H_3O^+][CH_2Cl - COO^-]}{[CH_2Cl - COOH]}$

b) Espèces en solution

H_3O^+ ; OH^- ; $CH_2Cl - COO^-$; $CH_2Cl - COOH$

Scanned by CamScanner

Concentrations des espèces en solution.

pH = 2 $\Rightarrow$ $[H_3O^+] = 10^{-2}$ mol L^{-1}

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-2}} = 10^{-12}\, mol\ L^{-1}$$

On remarque que $[OH^-] \square [H_3O^+]$

R.E.N

$$[CH_2Cl^-COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$$

$$[CH_2Cl - COO^-] = [H_3O^+] - [OH^-] \square [H_3O^+]$$

$[CH_2Cl - COO^-] = 10^{-2}$ mol L^{-1}

$$Ka = \frac{[H_3O^+][CH_2Cl - COO^-]}{[CH_2Cl - COOH]} \Rightarrow [CH_2Cl - COOH] = \frac{[H_3O^+][CH_2Cl - COO^-]}{Ka}$$

c) Déduction de C_a.

C.M $\quad C_a = [CH_2Cl - COOH] + [CH_2Cl - COO^-]$

$C_a = 9.10^{-2} + 10^{-2} = 10^{-1}$ mol L^{-1}

Détermination de m

$$C_a = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{m}{MV} \Rightarrow m = MV\ C_a$$

$$[CH_2Cl - COOH] = \frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{1,1.10^{-3}} = 9.10^{-2}\, molL^{-1}$$

$$m = 94,5 \times 1 \times 10^{-1} = 9,45g$$

2. a) Définition de α : $\quad \alpha = \frac{[CH_2Cl - COO^-]}{C_a}$

Ka en fonction de α

$$Ka = \frac{[H_3O^+][CH_2Cl - COO^-]}{[CH_2Cl - COOH]} = C_a \cdot \frac{\alpha^2}{1-\alpha}$$

b) L'acide $CH_2Cl - COOH$ est plus fort que $CH_3 - COOH$.

Le présence de l'atome de Cl augmente l'acidité.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 5

On prépare trois solutions aqueuses S_1, S_2, et S_3 du même acide noté AH.
La solution S_1 est de concentration C_0 ; la solution S_2 est de concentration $10^{-1}\,C_0$ et la solution S_3 est de concentration $10^{-2}\,C_0$. On mesure pour chaque solution le pH à 25 °C et l'on trouve respectivement les valeurs : 4,25 pour S_1 ; 4,75 pour S_2 et 5,25 pour S_3

1. A partir de ces données, montrer que l'acide est faible.
2. Ecrire l'équation bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.
3. a) Quelles sont les espèces chimiques présentes dans les solutions.
   b) Sachant que la concentration de S_2 est de 10^{-3} mol L^{-1}, déterminer la concentration molaire de chaque espèce dans celle-ci.
   c) Calculer le pKa du couple AH / A^-

Solution

1. Montrons que l'acide est faible

Si l'acide est fort pH = - log C

Solution S_1 : $pH_1 = -\log C$ $\qquad pH_1 = 4{,}25$

Solution S_2 : $pH_2 = -\log 10^{-1}\,C_0 = -\log C_0 + 1 = pH_1 + 1$

$pH_2 = 4{,}25 + 1 = 5{,}25 \qquad 5{,}25 \neq 4{,}75$

La relation n'étant pas vérifiée, l'acide AH est un acide faible.

2. Equation - bilan de la réaction de l'acide avec l'eau

$$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$$

3. a) Espèces chimiques présentes dans les solutions

Ions : H_3O^+, OH^-, A^- Molécules H_2O, AH

b) Concentration des espèces présentes dans la solution S_2.

$$[H_3O^+] = 10^{-PH} \qquad [H_3O^+] = 10^{-4,75} \Rightarrow [H_3O^+] = \boxed{1,78.10^{-5}\,molL^{-1}}$$

$$[OH^-] = \frac{Ke}{H_3O^+} \Rightarrow [OH^-] = \boxed{5,6.10^{-10}\,molL^{-1}}$$

Relation d'électro neutralité

$$[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+] \Rightarrow [A^-] = [H_3O^+] - [OH^-]$$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = \frac{5,6.10^{-10}}{1,78.10^{-5}} = 3,16.10^{-5} < 10^{-4} \Rightarrow [OH^-] \square [H_3O^+]$$

On néglige [OH^-]

$$[A^-] \approx [H_3O^+] \Rightarrow [A^-] = 1,78.10^{-5}\,molL^{-1}$$

Scanned by CamScanner

Conservation de la matière.

$C_2 = [A^-] + [AH] \Rightarrow [AH] = C_2 - [A^-]$

$[AH] = 10^{-3} - 1{,}78.10^{-5} \Rightarrow [AH] = 9{,}8.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

c) Calcul du pKa du couple AH / A^-

$$pH = pKa + \log\frac{[A^-]}{[AH]} \Rightarrow pKa = pH - \log\frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$pKa = 4{,}75 - \log\frac{1{,}78.10^{-5}}{9{,}8.10^{-4}} \qquad \boxed{pKa = 6{,}5}$$

Exercice N° 6

Le pH d'une solution aqueuse de méthanoate de sodium H – COONa, de concentration C = 0,1 mol L^{-1} est égal à 8,4.

1. Ecrire l'équation – bilan de la réaction qui accompagne la dissolution de ce composé dans l'eau. L'eau joue t-elle le rôle d'un acide, ou d'une base, lors de cette opération ?
2. Calculer les concentrations de toutes les espèces chimiques présentes en solution.
3. En déduire la valeur du pKa du couple H – COOH / H – COO^-.
4. La constante d'acidité Ka du couple CH Cl – COOH / CH Cl COO^- vaut $1{,}3.10^{-3}$
Comparer les forces des acides méthanoïque et chloroéthanoïque ainsi que celle des bases $HCOO^-$ et CH Cl – COO^-
5. Sur deux axes gradués en unités de pH, indiquer les zones de prédominance des espèces mises en jeu dans les deux couples.
6. Quelles sont les espèces prédominantes pour pH = 3,5.

Solution

1. Equation-bilan de la réaction

$$HCOO\,Na \xrightarrow{eau} H - COO^- + Na^+$$

$$HCOO^- + H_2O \rightleftharpoons HCOOH + OH^-$$

L'eau joue le rôle d'acide puisqu'elle cède un proton H^+ à l'ion $HCOO^-$.

2. Concentration des espèces en solution.

$[H_3O^+] = 4.10^{-9}\ mol\ L^{-1}$ $\quad [OH^-] = 2{,}5.10^{-6}\ mol\ L^{-1}$

$[Na^+] = C = 10^{-1}\ mol\ L^{-1}$ $\quad [HCOO^-] \approx [Na^+] - [OH^-]$

Comme $[Na^+] >> [OH^-]$, $\quad [HCOO^-] \approx [Na^+] = 10^{-1}\ mol\ L^{-1}$.

$[HCOOH] = C - [HCOO^-]$

$= C - [Na^+] + [OH^-]$

$\approx [OH^-]$

$[HCOOH] \approx 2{,}5.10^{-6}\ mol\ L^{-1}$.

3. Valeur du pKa du couple H – COOH / H – COO^-

Scanned by CamScanner

$$Ka = \frac{[H_3O^+][H-COO^-]}{[HCOOH]} = \frac{4.10^{-9} \times 10^{-1}}{2,5.10^{-6}} = 1,6.10^{-4}$$

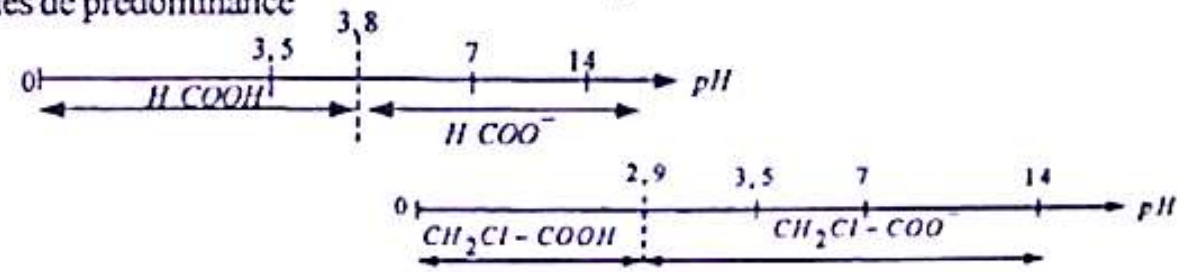
$$pKa = -\log Ka \Rightarrow \boxed{pKa = 3,8}$$

4. $Ka = 1,3.10^{-3} \Rightarrow pKa = 2,9$

$pKa(CH_2Cl-COOH/CH_2Cl-COO^-) < pKa(H-COOH/H-COO^-) \Rightarrow$ l'acide chloro éthanoïque est plus fort que l'acide méthanoïque.

Donc $H-COO^-$ est une base plus forte que $CH_2Cl-COO^-$.

5. Zones de prédominance



6. Si pH = 3,5, HCOOH et $CH_2Cl-COO^-$ prédominent.

Exercice N° 7 : BAC Niger 1996 Série D

Soit S_1 une solution d'ammoniac ($Ka_1 = 5.10^{-10}$) de concentration $C_1 = 1,0.10^{-2}$ mol L^{-1} et de pH = 10,6 et S_2 une solution de diéthylamine ($Ka_2 = 3,2.10^{-11}$) de concentration $C_2 = 1,0.10^{-2}$ molL^{-1} et de pH = 11,2.

1. Écrire les réactions d'ionisation de l'ammoniac et de la diéthylamine avec l'eau.
2. Donner l'expression littérale de Ka_1 et Ka_2.
3. Après avoir calculer pKa_1 et pKa_2 comparer la basicité de l'ammoniac à celle de la diéthylamine.
40 Calculer les coefficient α_1 et α_2 caractérisant respectivement l'avancement des réactions d'ionisation de l'ammoniac et de la diéthylamine

$$\alpha = \frac{\text{quantité de base ayant réagit}}{\text{quantité totale de base mise en solution}}$$

5. On mélange 50 cm³ de S_1 et 50 cm³ de S_2 pour obtenir 100 cm³ d'une solution S dont le pH est égal à 11.
Donner les nouvelles valeurs α'_1 et α'_2 des coefficients d'ionisation de l'ammoniac et de la diéthylamine dans le mélange.

Solution

1. Réactions d'ionisation de l'ammoniac et de la diéthylamine

$$NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$$

$$(C_2H_5)_2NH + H_2O \rightleftharpoons (C_2H_5)_2\overset{+}{N}H_2 + OH^-$$

Scanned by CamScanner

2. Expression littérale de Ka_1 et Ka_2

$$Ka_1 = \frac{[H_3O^+][NH_3]}{[NH_4^+]} \qquad Ka_2 = \frac{[H_3O^+][(C_2H_5)_2NH]}{[(C_2H_5)_2\overset{+}{N}H_2]}$$

3. Calcul de pKa et pKa .

$pKa = -\log Ka = -\log 5.10^{-10} \Rightarrow pKa = 9,3$

$pKa = -\log Ka = -\log 3,2.10^{-11} \Rightarrow pKa = 10,5$

pKa > pKa , la diéthylamine est une base plus forte que l'ammoniac.

4. Calcul des coefficient α_1 et α_2.

$$\alpha_1 = \frac{n_{NH_4^+}}{n_{NH_3 introduit}} = \frac{[NH_4^+]}{C_1} = \frac{[OH^-]}{C_1}$$

$[H_3O^+]_1 = 10^{-10,6} = 2,5.10^{-11}$ mol L^{-1}

$$[OH^-]_1 = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 4.10^{-4} molL^{-1}$$

$$\alpha_1 = \frac{4.10-4}{10-2} \Rightarrow \alpha_1 = 4\%$$

$$\alpha_2 = \frac{n_{(C_2H_5)_2\overset{+}{N}H_2}}{n_{(C_2H_5)_2NH_{int}}} = \frac{[(C_2H_5)_2\overset{+}{N}H_2]}{C_2} = \frac{[OH^-]_2}{C_2}$$

$[H_3O^+]_1 = 10^{-11,2} = 6,3.10^{-12}$ mol L^{-1}

$$[OH^-]_2 = \frac{10^{-14}}{6,3.10^{-12}} = 1,6.10^{-3} molL^{-1}$$

$$\alpha_2 = \frac{1,6.10^{-3}}{10^{-2}} \Rightarrow \alpha_2 = 16\,\%$$

5. Calcul de α'_1 et α'_2

$$\alpha'_1 = \frac{[OH^-]mel}{C'_1} \qquad \alpha'_2 = \frac{[OH^-]mel}{C'_2}$$

$[H_3O^+]mel = 10^{-PH} = 10^{-11} mol\ L^{-1}$ $\qquad [OH-]mel = 10^{-3}\ mol\ L^{-1}$

$$C'_1 = \frac{C_1V}{2V} = \frac{C_1}{2} \quad C'_2 = \frac{C_2V}{2V} = \frac{C_2}{2}$$

Scanned by CamScanner

Comme

$$C_1 = C_2 \Rightarrow C_1' = C_2' \Rightarrow \alpha'_1 = \alpha'_2$$

$$\alpha'_1 = \alpha'_2 \frac{[OH^-]mel}{\frac{C_1}{2}} = \frac{2[OH^-]mel}{\frac{C_1}{2}}$$

$$\alpha'_1 = \alpha'_2 = \frac{2\times10^{-3}}{10^{-2}} \Rightarrow \alpha'_1 = \alpha'_2 = 20\,\%$$

Exercice N° 8 : BAC Niger 2002 Série D

A) Le tableau 1 présente les dilutions réalisées à partir d 'une solution mère So de concentration molaire Co = 10^{-1} mol L^{-1}

Tableau 1

Solutions obtenues	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
Volumes de Solution S_0 prélevée (ml)	5	5	5	5	5	5
Volume d'eau distillée (ml) ajouté	5	20	45	95	195	495
Concentration de la solution obtenue (mol /L)						

1. Reproduire et compléter le tableau.
2. Comment varie la concentration molaire de la solution avec la dilution ?

B) Le tableau 2 regroupe les valeurs de pH de deux solutions aqueuses, d'acide chlorhydrique et d'acide méthanoïque, à différentes concentrations.

Tableau 2

C (mol / l)	5.10^{-2}	2.10^{-2}	10^{-2}	5.10^{-3}	$2,5.10^{-3}$	10^{-3}
pH_1	1,30	1,70	2,00	2,30	2,60	3,00
pH_2	2,50	2,70	2,85	3,00	3,15	3,35
- log C						

1. Reproduire et compléter le tableau 2
2. A quelles solutions correspondent pH_1 et pH_2 ? Justifier
3. Tracer la courbe représentant les variations du pH de la solution d'acide méthanoïque en fonction de – log C. En déduire la relation entre pH et log C.

Echelles : en abscisses : 5 cm par unité de – log C ; en ordonnées : 5 cm par unité de pH.

Scanned by CamScanner

4. a). Ecrire l'équation de la réaction correspondant à la mise en solution de l'acide méthanoïque dans l'eau. Donner l'expression littérale de la constante d'acidité Ka du couple acide / base.

b). Montrer la relation $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} \square \frac{[H_3O^+]}{C}$, C étant le concentration de la solution aqueuse d'acide méthanoïque. Etablir la relation entre le pH, le pKa et log C. La comparer à la relation trouvée à la question B – 3). En déduire le pKa du couple considéré.

Solution

A) 1. Complétons le tableau I

$C_oV_o = C.V \Rightarrow C = \frac{C_oV_o}{V} = \frac{10^{-1}.5}{V} = \frac{5.10^{-1}}{V}$

avec V = Vo + Veau

Solutions obtenues	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
Volumes de Solution So prélevée (ml)	5	5	5	5	5	5
Volume d'eau distillée (ml)	5	20	45	95	195	495
Concentration de la solution obtenue (mol / l)	5.10^{-2}	2.10^{-2}	10^{-2}	5.10^{-3}	$2,5.10^{-3}$	10^{-3}

2. La concentration molaire de la solution diminue avec la dilution.

B) 1. Complétons le tableau 2.

C (mol / l)	5.10^{-2}	2.10^{-2}	10^{-2}	5.10^{-3}	$2,5.10^{-3}$	10^{-3}
pH_1	1,30	1,70	2,00	2,30	2,60	3,00
pH_2	2,50	2,70	2,85	3,00	3,15	3,35
- log C	1,30	1,70	2,00	2,30	2,60	3,00

2. On constante que - log C = pH_1 (acide fort)

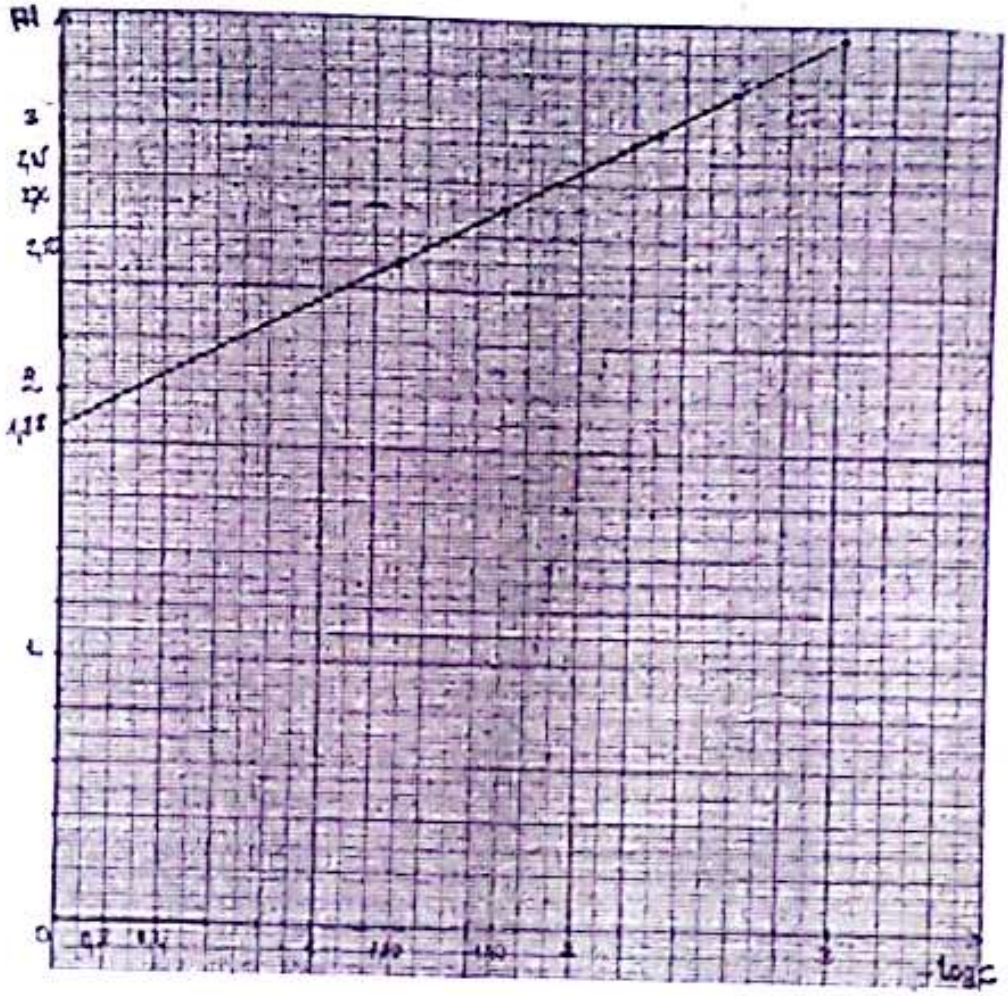
- log C ≠ pH_2 (acide faible)

pH_1 correspond à l'acide chlorhydrique.

pH_2 correspond à l'acide méthanoïque.

Scanned by CamScanner

3. Tracé de la courbe pH = - log C pour la solution d'acide méthanoïque.



Relation entre pH et log C

pH = a (- log C) + b

- log C = 0 pH = b = 1,88

$$pH = 2,5 \Rightarrow 2,5 = 1,3\,a + 1,88 \Rightarrow a = \frac{2,5 - 1,88}{1,3} = 0,48$$

pH = 0,48 (- log C) + 1,88

4. a) 1. $HCOOH + H_2O \rightleftharpoons HCOO^- + H_3O^+$

Expression littérale de Ka

$$Ka = \frac{[H_3O^+][HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

Scanned by CamScanner

b) Montrons que $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} \square \frac{[H_3O^+]}{C}$

Selon la conservation de la matière $C = [HCOOH] + [HCOO^-]$

L'acide étant faible, la dissociation est partielle $\Rightarrow [HCOO^-] << [HCOOH]$

$\Rightarrow C \approx [HCOOH]$ (1)

D'après l'électro neutralité $[H_3O^+] = [HCOO^-] + [HO^-]$

$[HO^-] << [H_3O^+]$

D'où $[H_3O^+] \approx [HCOO^-]$ (2)

(1) et (2) $\frac{[H_3O^+]}{C} \square \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$

Relation entre pH, le pKa et log C

$$Ka = \frac{[H_3O^+][HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C} \Rightarrow \log Ka = \log \frac{[H_3O^+]^2}{C}$$

$= 2 \log [H_3O^+] - \log C$

$- \log Ka = - 2 \log [H_3O^+] + \log C$ $pKa = 2\,pH + \log C \Rightarrow pH = - \frac{1}{2} \log C + \frac{1}{2} pKa$

Valeur du pKa

Selon la courbe $pH = 0{,}48 (- \log C) + 1{,}88$ $\qquad pH = \frac{1}{2} (- \log C) + \frac{1}{2} pKa$

D'où $\frac{1}{2} pKa = 1{,}88 \Rightarrow pKa = 1{,}88 \times 2$ $\qquad PKa = 3{,}76 \approx 3{,}8$

Scanned by CamScanner

Chapitre 3

RÉACTIONS ACIDE - BASE

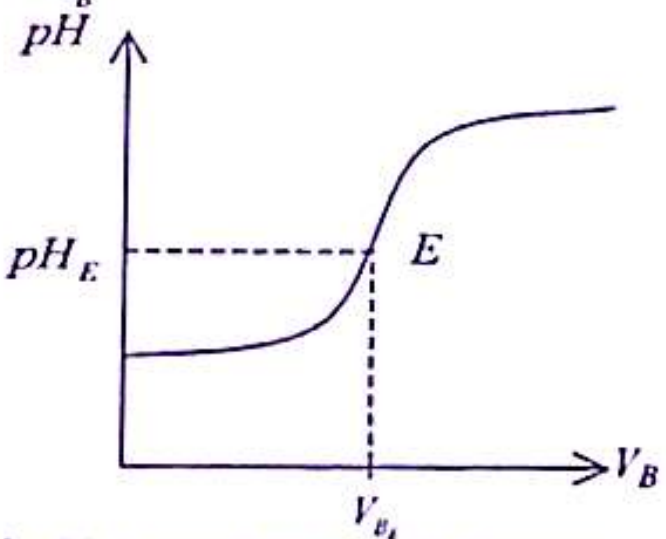
RAPPEL DU COURS

I RÉACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE

1. Equation – bilan

$$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$$

2. Allure de la courbe $pH = f(V_B)$



. La courbe présente un point d'inflexion E dit point d'équivalence.
. E est déterminé graphiquement par la méthode des tangentes.
. Au point E : pH = 7

$$C_a V_a = C_b V_{b_E}$$

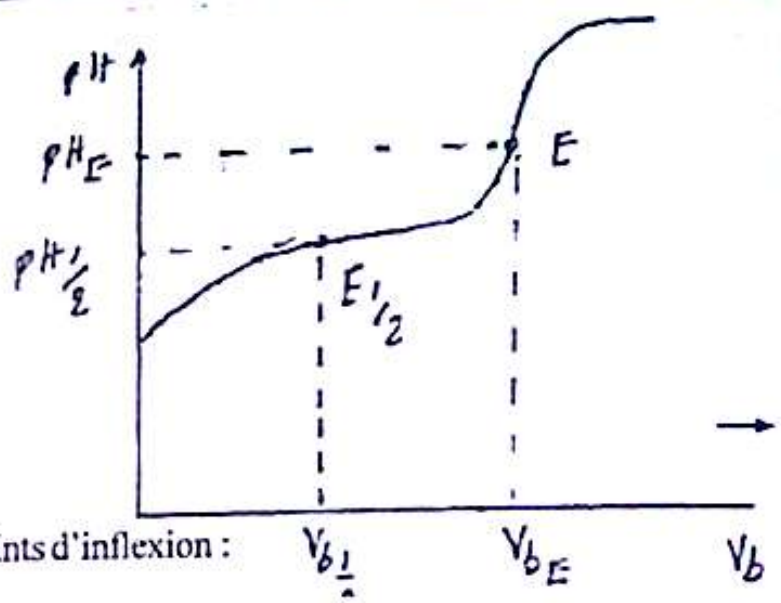
II RÉACTION ENTRE UN ACIDE FAIBLE ET UNE BASE FORTE

1. Equation – bilan

$$AH + OH^- \longrightarrow A^- + H_2O$$

2. Allure de la courbe $pH = f(V_b)$

Scanned by CamScanner



La courbe présente deux points d'inflexion :
.Le point d'équivalence

$$E\left|\begin{array}{l} V_{b_E} \\ pH_E > 7 \end{array}\right.$$

.Le point de demi-équivalence

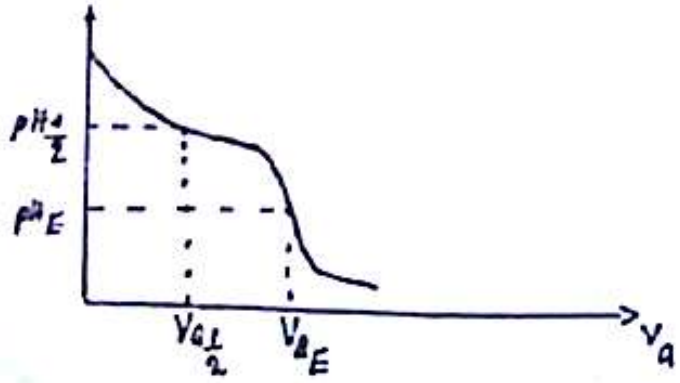
$$E_{1/2}\left|\begin{array}{l} V_{B_{1/2}} = \dfrac{V_{BE}}{2} \\ pH_{1/2} = pKa \end{array}\right.$$

III RÉACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FAIBLE :

1. Equation – bilan :

$$B + H_3O^+ \rightleftharpoons BH^+ + H_2O$$

2. Allure de la courbe:



Scanned by CamScanner

La courbe présente deux points d'inflexion :

$$E\left|\begin{array}{l} V_{aE} \\ pH_E < 7 \end{array}\right.$$

$$E_{1/2}\left|\begin{array}{l} V_{a1/2} = \dfrac{V_{aE}}{2} \\ pH_{1/2} = pKa \end{array}\right.$$

IV SOLUTIONS TAMPON :

1. Définition : Une solution tampon est une solution constituée d'un mélange équimolaire d'un acide faible A et de sa base conjuguée B.

$n_A = n_B \Rightarrow [A] = [B]$ pH = pka

2. Propriétés:

- Le pH d'une solution tampon varie très peu lors d'une dilution modérée.
- Le pH d'une solution tampon varie peu lors d'une addition modérée d'un acide fort ou d'une base forte

Exercices

Exercice N° 1 : BAC Niger 98 Série D

On considère les solutions S_1 et S_2 de deux monoacides.

La mesure du pH de ces deux solutions donne la même valeur 2,4 à 25°C.

1. De chaque solution, on prélève 10ml que l'on dilue avec de l'eau distillée jusqu'à 50ml. Le pH de la solution diluée de S_1 est 3,1, celui de la solution diluée de S est 2,65.

a) Montrer que l'une des solutions S_1, S_2 est une solution d'acide faible et l'autre une solution d'acide fort.

b) Calculer la concentration de la solution initiale de l'acide fort.

2. On dose par pH-mètre des volumes égaux des solutions S_1 et S_2 à l'aide d'une même solution d'hydroxyde de sodium. La solution S_2 nécessite un volume de solution d'hydroxyde de sodium 25 fois plus grand que celui nécessité par la solution S_1.

a) Calculer la concentration de l'acide faible dans la solution initiale.

b) A pH = 2,4, calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution initiale d'acide faible.

c) Calculer le pKa de l'acide faible.

Solution :

$S_1 : pH_1 = 2,4$ $\quad S_2 : pH_2 = 2,4$

1) $V_1 = 10ml$ $\quad V_f = 50ml$

$S'_1 : pH'_1 = 3,1$ $\quad S'_2 : pH'_2 = 2,65$

Scanned by CamScanner

a) Recherche de la solution d'acide fort: $\Rightarrow C_1' = 10^{-3,1} = 7,94.10^{-4}$ mol/L $\Rightarrow C_1' = \frac{C_1}{5}$

Si S_1 est fort : $pH = -\log C_1 \Rightarrow C_1 = 10^{-pH_1} = 10^{-2,4}$

$C_1 = 3,98\ 10^{-3}$ mol L^{-1}

Principe de dilution: $C_i V_i = C_f V_f$

$C_1 V_1 = C'_1 V'_1 \Rightarrow C_1' = \frac{C_1}{5}$

$pH'_1 = 3,1 \Rightarrow C_1' = 10^{-2,4} = 7,94.10^{-4}$ mol/L $\Rightarrow C_1' = \frac{C_1}{5}$ donc la solution S_1 est une solution d'acide fort.

Si S_2 est une solution d'acide fort :

$C_2 = 10^{-pH_2} = 10^{-2,4} = 3,98\ 10^{-3}$ mol L^{-1}

Dilution : $C_2' = \frac{C_2}{5}$

$PH'_2 = 2,65 \Rightarrow C'_2 = 10^{-2,65} = 2,24\ 10^{-4}$ mol L^{-1}.

$C_2' \neq \frac{C_2}{5}$ donc la solution S_2 est une solution d'acide faible

b) Concentration de la solution S d'acide fort.

$C_1 = 3,98\ 10^{-3}$ mol L^{-1} $\approx 4\ 10^{-3}$ mol L^{-1}

2. a) Concentration de l'acide faible dans la solution initiale :

A l'équivalence : $C_1 V_1 = C_b V_b$ pour S_1

$C_2 V_2 = C_b V'_b$ pour S_2

$V'_b = 25V_b$ $\quad V_1 = V_2$

$\frac{C_1 V_1}{C_2 V_2} = \frac{C_b V_b}{C_b 25 V_b} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{25}$

$C_2 = 25\ c_1$ $\quad C_2 = 10^{-1}$ mol l^{-1}

b) $pH \stackrel{2}{=} 2,4$

Calculons la concentration de toutes les espèces chimiques en solution.

Soit AH l'acide faible

$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

$[H_3O^+] = 10^{-2,4} = 3,98.10^{-3}$ molL^{-1} $\approx 4\ 10^{-3}$ mol L^{-1}

$[OH^-] = 10^{-14+pH} = 2,5\ 10^{-12}$ mol L^{-1}

Scanned by CamScanner

Electroneutralité

$[H_3O^+] = [A^-] + [OH^-]$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = \frac{2{,}5\,10^{-12}}{4\,10^{-3}} = 6{,}25\,10^{-10} < 10^{-4}$$

Les ions OH^- sont ultra minoritaires devant les ions H_3O^+

$[A^-] \approx [H_3O^+] = 4\,10^{-3}$ mol l^{-1}

Conservation de la matière

$[AH] = C - [A^-] = 10^{-1} - 4\,10^{-3}$

$[AH] = 9{,}6\,10^{-2}$ mol L^{-1}

c) Calcul du pKa

$$pH = pKa + \log\frac{[A^-]}{[AH]} \Rightarrow pKa = pH - \log\frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$pKa = 2{,}4 - \log\frac{4\,10^{-3}}{9{,}6\,10^{-2}} \quad \Rightarrow \quad pKa \approx 3{,}8$$

Exercice N° 2

1. On dispose d'une solution S_1 de monoacide carboxylique AH de concentration C_1 et de pH = 2,4. A partir de S_1, on prépare une solution S_1' de concentration $C_1' = \frac{C_1}{10}$, le pH de S_1' est 2,9.

a) Justifier que l'acide est faible.

b) Ecrire l'équation bilan de la réaction entre AH et l'eau.

c) Déterminer les concentrations des espèces en solution dans S_1. $C' = 10^{-2}$ $moll^{-1}$; déduire que le pka du couple AH/A^- est 3,74.

2. Sachant que pour préparer 500ml de S_1, il a fallu dissoudre dans l'eau 2,3g d'acide pur. Calculer la masse molaire de cet acide, donner sa formule puis son nom.

3. 20cm^3 de la solution précédente sont dosés par une solution de soude de concentration $C = 2.10^{-1}$ mol L^{-1}

a) Ecrire l'équation de la réaction de dosage.

b) Quel volume de soude faut-il verser pour être à l'équivalence ?

4. Pour effectuer le dosage précédent un expérimentateur utilise un indicateur coloré l'hélianthine. Lorsque celui-ci vire du rouge au jaune, le pH du mélange est 4,4.

L'expérimentateur émet alors cinq hypothèses :

- je suis avant la demi-équivalence
- je suis à la demi-équivalence
- je suis entre la demi-équivalence et l'équivalence
- j'ai dépassé l'équivalence.

Parmi ces hypothèses, laquelle retiendrez-vous et pourquoi ?

Parmi ces hypothèses, laquelle retiendrez-vous et pourquoi ?

Scanned by CamScanner

5. Quel volume V_2 de solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_2 = 10^{-1}$ mol L^{-1} faut-il ajouter à V = 100cm³ de la solution S_1 d'acide carboxylique de concentration $C_1' = 10^{-2}$ mol L^{-1} pour obtenir une solution de pH = 3,74.

Solution

1. a) Justifions que l'acide est faible :

Si acide est fort $pH' = -\log C_1' = -\log \frac{C_1}{10}$

$PH' = -\log C_1 + \log 10 \Rightarrow \quad pH' = 3,4.$

$3,4 \neq 2,9 \Rightarrow$ l'acide est faible.

b) Equation bilan de la réaction entre AH et l'eau :

$$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$$

c) Déterminons les concentrations des espèces dans S_1 :

$C_1' = 10^{-2}$ mol $l^{-1} \Rightarrow \quad C_1 = 10^{-1}$ mol L^{-1}

$[H_3O^+] = 10^{-2,4} = 3,98\ 10^{-3}$ mol L^{-1}

$[OH^-] = 2,51\ 10^{-12}$ mol L^{-1}

Electroneutralité

$[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = 6,3\ 10^{-9} < 10^{-4}$$

$[A^-] \approx [H_3O^+] = 3,98\ 10^{-3}$ mol l^{-1}

$[AH] = C_1 - [A^-] = 10^{-1} - 3,98\ 10^{-4} = 9,6\ 10^{-2}$ mol L^{-1}

- pka du couple

$$pH = pKa + \log \frac{[A^-]}{[AH]} \Rightarrow pKa = pH - \log \frac{[AH]}{[A^-]}$$

$$pKa = 2,4 + \log \frac{9,6\,10^{-2}}{3,98\,10^{-3}} \qquad pKa = 3,74$$

2. Masse molaire de l'acide:

$$n = CV = \frac{m}{M} \Rightarrow M = \frac{m}{CV} = \frac{2,3}{0,1.0,5} ; \qquad \underline{M = 46g\ mol^{-1}}$$

Scanned by CamScanner

La Formule puis le nom :

$M(C_nH_{2n}O_2) = 46g\ mol^{-1}$

$14n + 32 = 46 \Rightarrow n = \frac{46-32}{14} = 1$

HCOOH: acide méthanoique

3. a) - Equation-bilan

$HCOOH + (Na^+ + OH^-) \rightarrow HCOO^- + Na^+ + H_2O$

b) Volume à l'équivalence V_{bE}

A l'équivalence $C_aV_a = C_bV_{bE} \Rightarrow V_{bE} = \frac{C_aV_a}{C_b} = \frac{10^{-1}.20\ 10^{-3}}{2\ 10^{-1}}$

4. $pH_E > 7$ $\quad V_{bE} = 10ml$ $\quad pH_{E/2} = 2,8$

pH = 4,4 : je suis entre la demi-équivalence et l'équivalence.

5. pH = pKa ≈ 3,74 $\Rightarrow$ $[HCOO^-] = [HCOOH]$

On ajoute la solution d'hydroxyde de sodium jusqu'à la demi-équivalence.

$C_2V_2 = 1/2C_1'V \Rightarrow V_2 = \frac{C_1'V}{2C_2} = \frac{10-2.0,1}{2.0,1}$

V = 5 ml

Exercice N° 3 : BAC Niger 1999

Dans une fiole jaugée de 250 ml, on verse 10 ml d'une solution A_0 d'acide chlorhydrique de concentration C_0 inconnue et on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. On obtient ainsi une solution A_1 de concentration C_1.

1. Dans un bécher contenant 20 ml de la solution A_1, on ajoute progressivement à l'aide d'une burette graduée, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$. V_b étant le volume de solution d'hydroxyde de sodium ajouté, les mesures de pH effectuées sont les suivantes :

V_b(ml)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	19	19,5	20
pH	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,3	3,6	4,2	7

V_b(ml)	20,5	21	22	24	26	28	30
pH	9,4	10,1	10,5	10,9	11	11,1	11,2

Scanned by CamScanner

a) Tracer la courbe pH = f(V_B). Echelle : 1 cm pour 2 ml

1cm pour une unité de pH.

b) Donner les caractéristiques de cette courbe.

c) Déterminer graphiquement le volume à équivalence. En déduire la concentration C_1.

d) Calculer la concentration C_0.

2. Si au lieu de le suivre le dosage au moyen d'un pH-mètre, on utilisait les indicateurs colorés suivants :

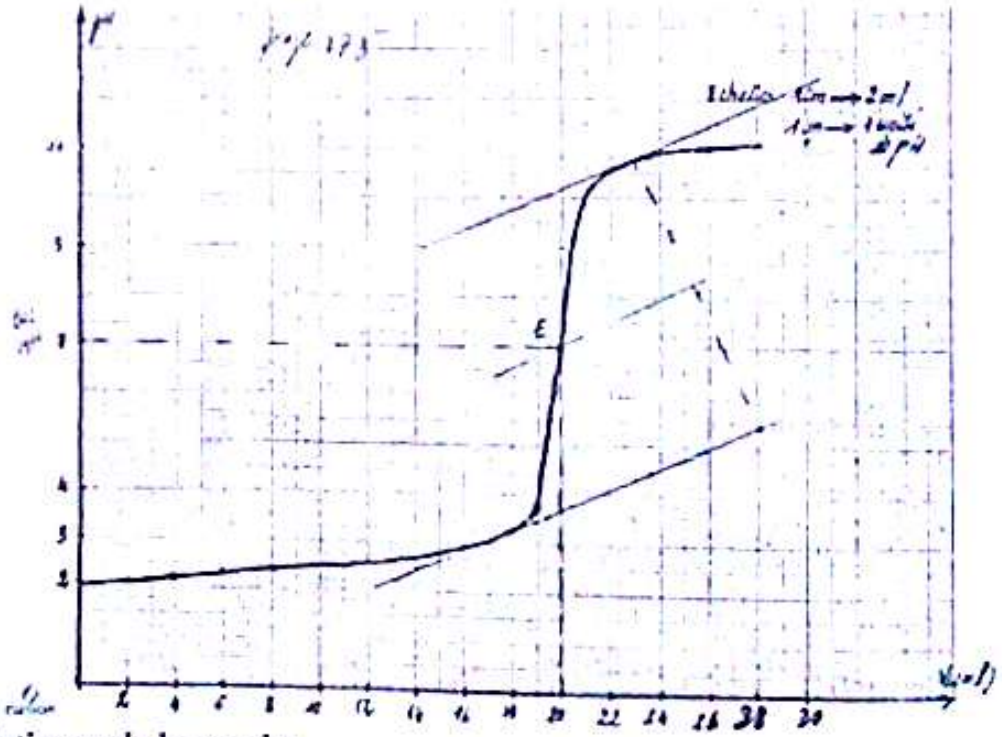
Indicateur	Hélianthine	Bleu de bromothymol	Phénolphtaléine
Zone de virage	3,1 - 4,4	6 - 7,6	8,2 – 10,0

a) Lequel de ces indicateurs serait le mieux adapté pour ce dosage ? Pourquoi ?

b) Quels inconvénients – y aurait – il à utiliser les deux autres indicateurs ?

Solution :

1. a) Tracer de la courbe pH = f(V_b)



b) Caractéristiques de la courbe.

La courbe présente trois parties :

Première partie : $0 \leq V_b \leq 19,5$ ml : croissance lente de la courbe, concavité, tournée vers le haut.

Scanned by CamScanner

.Deuxième partie : $19,5 \leq V_b \leq 20,5$ ml croissance rapide de la courbe correspondant au saut de pH. La courbe change de concavité.
Troisième partie : $V_b \geq 20,5$ ml croissance lente de la courbe, concavité tourné vers le bas.
La courbe présente donc un point d'inflexion : le point d'équivalence E :

c) Détermination graphique du volume à l'équivalence.

$$E\begin{cases} V_{bE}=20ml \\ pH=7 \end{cases}$$

- Concentration C_1

A l'équilibre $C_1V_A = C_bV_{bE}$

$$C_1 = \frac{C_bV_{bE}}{V_A} = \frac{10^{-2}.20.10^{-3}}{20.10^{-3}} \quad C_1 = 10^{-2}\, mol\ L^{-1}$$

d) Calcul de C_0 ?

Principe de la dilution

$$C_0V_0 = C_1V_1 \quad \Rightarrow \quad C_0 = \frac{C_1V_1}{V_0}$$

$$C_0 = \frac{10^{-2}.250.10^{-3}}{10.10^{-3}} \Rightarrow C_0 = 2,5.10^{-1}\, mol\ L^{-1}$$

2. a) Le bleu de bromothymol est l'indicateur coloré adapté. Le pH à l'équivalence est compris dans sa zone de virage.

b) En utilisant l'hélianthine, il – y – aura virage de l'indicateur avant le point d'équivalence et en utilisant la phénolphtaléine le virage de l'indicateur se fera après le point d'équivalence avec l'hélianthine on commet une erreur par défaut, la phénolphtaléine une erreur en excès.

Exercice N° 4 : BAC Niger 1995

Pour doser une solution d'acide éthanoïque de concentration C_A inconnue, on y prélève un volume $V_A = 20$ cm³ auquel on ajoute, par petites quantités, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B = 0,1\ mol\ L^{-1}$. La mesure du pH de la solution en fonction du volume V_B d'hydroxyde de sodium versé donne le tableau suivant :

V_B (cm³)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
pH	2,8	3,3	3,6	3,8	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,7	4,8

Scanned by CamScanner

V_B (cm³)	14	15	16	17	18	19	20	21	21,5	22	22,5	23	24	25	28
pH	4,9	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3	5,5	5,9	6,2	7,0	10,7	11,2	11,6	11,8	12

1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions d'acide éthanoïque et d'hydroxyde de sodium.
2. Tracer la courbe de variation du pH de la solution en fonction du volume V_B versé.
Echelle : 0,5 cm pour 1cm³ en abscisse ; 1cm par unité de pH en ordonnée.
3. Déduire de cette courbe :
   a) Les coordonnées du point d'équivalence E par la méthode des tangentes ;
   b) La concentration C_A de la solution d'acide éthanoïque.
4. Expliquer pourquoi la solution est basique à l'équivalence.
5. Déterminer la concentration de chaque espèce chimique présente dans la solution à la demi-équivalence. En déduire le pk_A du couple $CH_3CO_2H / CH_3CO_2^-$.
6. Parmi les indicateurs colorés suivants, lequel prendriez – vous pour faire ce dosage ? justifier votre réponse

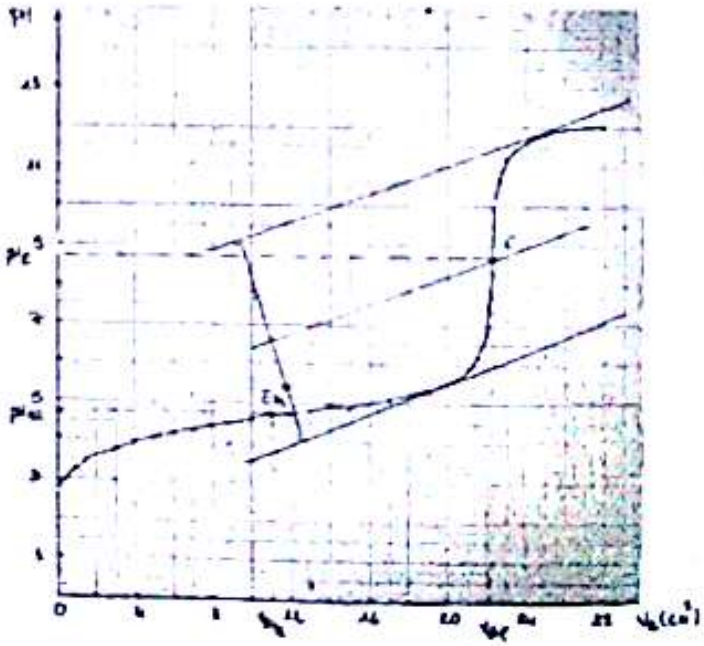
Indicateur	Hélianthine	Bleu de bromothymol	Phénol phtaléine
Zone de virage	3,1 – 4,4	6,2 – 7,6	8,0 – 9,9

Solution

1. Equation – bilan de la réaction.

$$CH_3 - COOH + (Na^+ + OH^-) \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+ + H_2O$$

2. Tracé de la courbe pH = f(V_B)



Scanned by CamScanner

3. Déduisons graphiquement :

a) Les coordonnées du point d'équivalence E. (Voir figure)

$$E \begin{cases} V_{bE} = 22,2cm^3 \\ pH_E = 8,7 \end{cases}$$

b) Concentration C_A de la solution d'acide éthanoïque.

A l'équilibre,

$$n_{CH_3COOH} = n_{OH^-}$$

$$C_A V_A = C_B V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A}$$

$$C_A = \frac{0,1.22,2.10^{-3}}{20.10^{-3}} \Rightarrow C_A = 1,1.10^{-1}\, mol\, L^{-1}$$

4. Le mélange à l'équivalence est constitué des espèces majoritaires CH_3COO^- et Na^+. CH_3COO^- est une base. Donc la solution est basique (pH > 7).

5. La concentration des espèces chimiques à la demi – équivalence.

$$E_{1/2} \begin{cases} V_{b\frac{1}{2}} = 20ml \\ pH_{E_{1/2}} = 4,75 \end{cases}$$

6. Espèce Chimiques :

Ions : H_3O^+ , OH^- , CH_3COO^- , Na^+ Molécules : H_2O, CH_3COOH

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 1,78.10^{-5}\, mol\, L^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} \Rightarrow [OH^-] = 5,6.10^{-10}\, mol\, L^{-1}$$

$$[Na^+] = \frac{C_B V_{B\frac{1}{2}}}{V_A + V_{B\frac{1}{2}}} \Rightarrow [Na^+]\, 3,6.10^{-2}\, mol\, L^{-1}$$

R.E.N

$$[CH_3COO^-] + [OH^+] = [H_3O^+] + [Na^+]$$

$$[CH_3COO^-] = [Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-] \qquad [OH^-] << [Na^+]$$

$$[CH_3COO^-] \approx [Na^+] + [H3O^+]$$

$$[CH_3COO^-] \approx [Na^+] \Rightarrow [CH_3COO^-] \approx 3,6.10^{-2}\, mol\, L^{-1}$$

Scanned by CamScanner

C.M $C_A' = [CH_3COOH^-] + [CH_3COO^-]$

$[CH_3COOH] = \frac{C_A V_A}{V_A + B_{B\frac{1}{2}}} - [CH_3COO^-] \Rightarrow [CH_3COOH] = 3{,}6.10^{-2}\ mol\ L^{-1}$

$pH = pKa + \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$, comme [CH3COO-] □ [CH3COOH]

$pH = pKa$

pKa = 4,75

6. L'indicateur coloré approprié est celui dont le pH_E est compris dans sa zone de virage.

$pH_E = 8{,}7$ $\quad 8{,}0 < 8{,}7 < 9{,}9 \Rightarrow$ l'indicateur coloré approprié est la phénol phtaléine.

Exercice N° 5

On dose 15 ml d'une solution d'éthylamine ($C_2H_5 - NH_2$) par une solution d'acide chlorhydrique de concentration Ca = 0,1 $mol\ L^{-1}$. Les résultats suivants ont été relevés :

Volume d'acide Va(ml)	0	1	2	3	4	5	6	7	7,5	8,5	9	9,5	10	12
pH	11,8	11,5	11,3	11,1	10,9	10,7	10,5	10,3	10,1	9,5	6,1	2,7	2,3	2

1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental utilisé pour ce dosage.
2. Ecrire l'équation – bilan de la réaction qui a lieu.
3. a) Tracer le graphe pH = f(Va)

Echelle 1cm ⟶ 1 ml

1cm ⟶ 1unité de pH

b) Par la méthode des tangentes, déterminer le point d'équivalence.

c) Déduire la concentration de l'éthylamine.

d) A partir du graphe montrer que l'éthylamine est une base faible.

4. Déterminer le pKa du couple $C_2H_5 - NH_3 - \overset{+}{N}H3/C_2H_5 - NH_2$.

5. Déterminer la composition du mélange à l' équivalence.

6. On dispose des indicateurs colorés suivants.

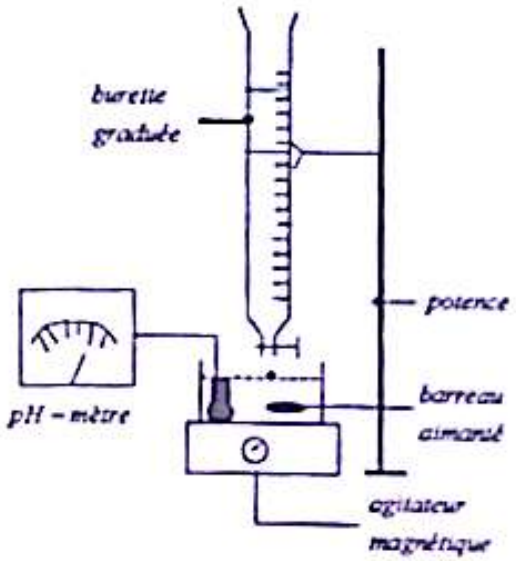
- Rouge de crésol : 7,2 —— 8,8
- Phénolphtaleine : 8,0 —— 10,0
- Rouge de méthyle : 4,2 —— 6,2

Quel est l'indicateur coloré qui est approprié pour ce dosage ?

Scanned by CamScanner

Solution

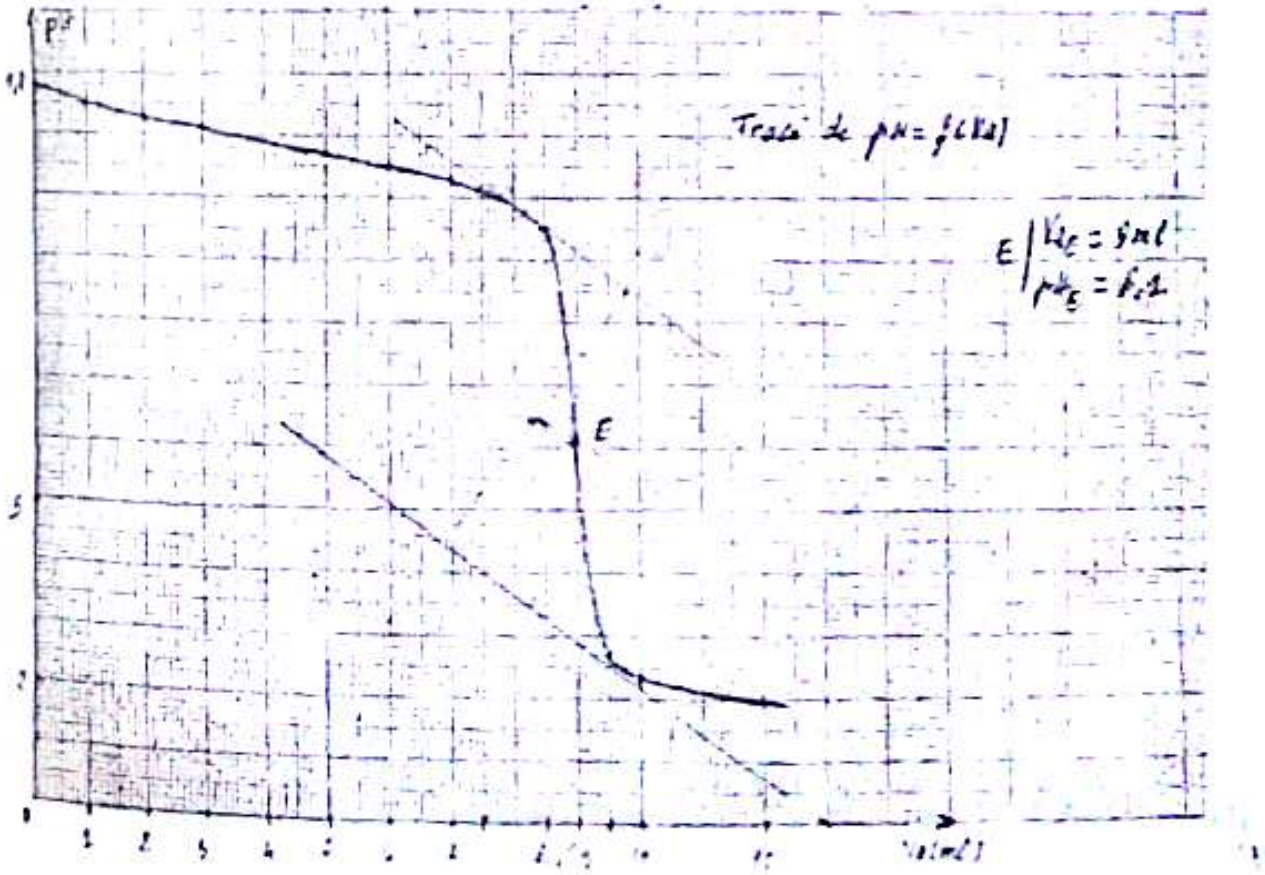
1. Schéma annoté du dispositif



2. Equation – bilan.

$$C_2H_5 - NH_2 + H_3O^+ \rightleftharpoons C_2H_5 - NH_3^+ + H_2O$$

3. a) Tracé du graphe pH = f (Va)



Scanned by CamScanner

b) Détermination du point d'équivalence par la méthode graphique.

$$E\left|\begin{array}{l} V_{aE} = 9ml \\ pH_E = 6,1 \end{array}\right.$$

c) Concentration de l'éthylamine.

A l'équivalence on a $n_{H_3O^+} = n_{C_2H_5-NH_2}$

$$C_a V_{aE} = C_b V_b \Rightarrow C_b = C_a \cdot \frac{V_{aE}}{V_b}$$

$$C_b = 0,1 \times \frac{9}{15} = 0,06 mol\,l^{-1}$$

$$C_b = 6.10^{-2} mol\,l^{-1}$$

d) La courbe pH = f(Va) présente deux points d'inflexion. Donc, l'éthylamine est une base faible.

4. Détermination du pKa du couple $C_2H_5-\overset{+}{N}H_3 / C_2H_5-NH_2$

A la demi – équivalence pH = pKa.

$$V_{a\frac{1}{2}} = \frac{9}{2} = 4,5ml \qquad pH_{\frac{1}{2}} = 10,8$$

d' où pKa = 10,8

5. Composition du mélange à l'équivalence.

pH = 6,1

Inventaire des espèces en solution

Ions : H_3O^+ ; OH^- ; Cl^- ; $C_2H_5-\overset{+}{N}H_3$

Molécules: H_2O ; $C_2H_5-NH_2$

.pH = 6,1 $\Rightarrow$ $[H_3O^+] = 10^{-6,1} = 7,94.10^{-7}\ mol\ L^{-1}$

$$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{7,94.10^{-7}} = 1,26.10^{-8} mol\ L^{-1}$$

$$[Cl^-] = \frac{C_a V_{aE}}{V_{aE} + V_b} \Rightarrow [Cl^-] = \frac{0,1.9}{9+15} = 3,75.10^{-2} mol\ L^{-1}$$

.Electroneutralité

$$[Cl^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [C_2H_5-\overset{+}{N}H_3]$$

$$\frac{[OH^-]}{[Cl^-]} = 3,36.10^{-7} < 10^{-4} \Rightarrow [OH^-] << [Cl^-]$$

Scanned by CamScanner

$[C_2H_5-NH_3^+] = [Cl^-]-[H_3O^+] \Rightarrow [Cl^-] = 3{,}75.10^{-2}\ mol\ L^{-1}$

Conservation de la matière.

$${}^{n}C_2H_5-NH_2\,\text{int} = {}^{n}C_2H_5-NH_2 + {}^{n}C_2H_5-\overset{+}{N}H_3$$

$$[C_2H_5-NH_2] = \frac{C_bV_b}{V_{aE}+V_b} - \left[C_2H_5-\overset{+}{N}H_3\right]$$

$$[C_2H_5-NH_2] = \frac{C_bV_b}{V_{aE}+V_b} - [Cl^-] + [H_3O^+] \approx [H_3O^+]$$

$$[C_2H_5-NH_2] = 7{,}94.10^{-7}\ mol\ L^{-1}$$

On remarque qu'à l'équivalence les ions Cl^- et $C_2H_5-NH_3^+$ sont majoritaires. D'où le caractère acide du mélange à l'équivalence.

6. L'indicateur coloré approprié est celui dont la zone de virage contient le pH du point d'équivalence. Ainsi le rouge de méthyle est l'indicateur coloré approprié.

Exercice N° 6

Données:

A : Solution d'hydroxyde de sodium.

B : Solution d'ammoniac.

C : Solution de triéthylamine.

Afin de classer par ordre de basicité croissante les trois solutions A, B, C on utilise une même solution d'acide chlorhydrique de concentration $C_1 = 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$.

Les trois solution A,B,C sont de même concentration $C_2 = 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$ et utilisées à volume identique $V_2 = 10$ ml lors des dosages. On a obtenu les résultats suivants.

Volume d'acide versé (ml)	0	5	9,5	10	10, 5	15
pH de A	12	11,4	10,4	7	3,6	2,7
pH deB	10,6	9,2	7,9	5,7	3,7	2,7
pH de C	10,3	10,8	9,7	6,5	3,7	2,7

1. a) En comparant le pH initial de chacune des solutions A,B,C peut – on déjà préciser leur force relative ? Justifier sans calcul votre réponse.

b) Qu'appelle – t – on équivalence acido – basique ? A partir d'un exemple de votre choix, donner le volume versé à l'équivalence.

2. a) On considère la solution B. Ecrire l'équation – bilan de la réaction de l'ammoniac avec de l'eau.

En utilisant le pH initial de B, déterminer le pKa du couple acide – base mis en jeu.

Scanned by CamScanner

b) A l'aide du tableau peut – on retrouver le pKa ? Justifier votre réponse.

c) Le tableau des valeurs permet – il de donner le pKa du couple acide – base présent dans la solution C ? Si oui, donner sa valeur. Ecrire ce couple acide – base.

d) Classer alors les solutions A, B, C par force croissante. Justifier votre réponse. Le classement est – il en accord avec celui de la question 1) a) ?

Solution

1. a)

pH_A	pH_B	pH_C
12	10,6	11,3

A concentration égale, la base forte a le plus grand pH ; et l'amine est plus forte que l'ammoniac.

b) L'équivalence acido – basique correspond à la situation où la quantité de matière de l'acide est égale à la quantité de matière de la base.

$C_aV_a = C_bV_b$

$$V_a = \frac{C_bV_b}{C_a} \quad V_a = \frac{10^{-2}}{10^{-2}} \times 10 \Rightarrow V_a = 10ml$$

2. a) Ecrire l'équation – bilan.

$$NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + HO^-$$

• Espèces en solution : H_3O^+ ; OH^- ; NH_4^+ ; NH_3

.pH = 10,6 $\Rightarrow [H_3O^+] = 2,5.10^{-11}\ mol\ L^{-1}$ $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2,5.10^{-11}} = 4.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

R.E.N $[H_3O^+] + [NH_4^+] = [OH^-] \Rightarrow [NH_4^+] = [OH^-] - [H_3O^+]$

$[NH_4^+]$ $[OH^-] = 4.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

C.M $[NH_3] = C_2 - [NH_4^+]$ $[NH_3] = 10^{-2} - 4.10^{-4} = 9,6.10^{-3}\ mol\ L^{-1}$

Calcul du pKa $pH = pKa + \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$

$$pKa = pH - \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$$

b) Oui à l'aide du tableau on peut retrouver le pKa, car à la demi – équivalence pH = pKa

$V_{aE/2} = 5ml \Rightarrow pKa = 9,2.$

Scanned by CamScanner

c) A la demi – équivalence $pH_{\frac{1}{2}} = 10,8$

pKa = $pH_{\frac{1}{2}} = 10,8$

couple $(C_2H_5)_3NH^+ / N(C_2H_5)_3N$

d) A : base forte. C'est la plus basique

pKa $(C_2H_5)_3NH / N(C_2H_5)_3 >$ pKa (NH_4^+ / NH_3) d'où $(C_2H_5)_3N$ est plus basique que NH

Oui ce classement est en accord avec celui de la question 1) a).

Exercice N° 7

Quatre flacons contiennent des solutions aqueuses différentes, de même concentration molaire C.

Solutions	S1	S2	S3	S4
Corps dissous	Acide éthanoïque	Acide méthanoïque	Acide nitrique	Hydroxyde de sodium

On donne : pKa = 4,8 pour le couple CH_3-COOH/CH_3-COO^-

pKa = 3,8 pour le couple $HCOOH / HCOO^-$

1. A l'aide d'un pH – mètre de grande précision, on mesure les pH des solutions S_2 et S_3

On obtient respectivement $pH_2 = 2,6$ et $pH_3 = 1,3$.

Montrer qu'à partir de l'une de ces mesures, on peut déterminer simplement la valeur de C.

2. On veut fabriquer 50,0 cm^3 de solution tampon de pH = 3,8 à l'aide des quatre solutions précédentes. Indiquer avec précision la méthode utilisée.

3. a) Définir l'équilibre acido – basique.

Quels volumes de solution S_4 faut – il ajouter respectivement à $V_1 = 20,0\ cm^3$ de solution S_1, $V = 20,0 cm^3$ de solution S_2 et $S_3 = 20,0\ cm^3$ de solution S_3 pour réaliser des mélanges à l'équivalence ?

b) Classer par rapport à la valeur pH = 7, par ordre croissant de pH, les trois solutions obtenues à l'équivalence. Justifier ce classement sans calculer la valeur du pH.

Solution

1. S_2 : $pH_2 = 2,6$ acide faible

S_3 : $pH_3 = 1,3$ acide forte

Calcul de C.

Pour un acide fort (S_3) : pH = -log C $\Rightarrow$ $C = 10^{-pH_3}$

Scanned by CamScanner

$AN : C = 10^{-1,3} \Rightarrow C = 5.10^{-2}\ mol\ L^{-1}$

2. Préparation de solution tampon.

pH = 3,8 V = 50 cm³

On mélange les solutions S_2 et S_4 jusqu'à la demi – équivalence.

$n_{OH^-} = 1/2 n_{HCOOH} \Rightarrow C.V_4 = 1/2 CV_2 \Rightarrow V_4 = \frac{V_2}{2}$

or $V_2 + V_4 = V \Rightarrow V_2 = 1/2\,V$

$AN: V_2 = \frac{2 \times 50}{3} = 33,3cm^3$

S_2 : HCOOH $V_2 = 33,3$ cm³

S_4 : ($Na^+ + OH^-$) $V_3 = 16,7cm^3$

3. a) Définition de l'équivalence acido – basique.

L'équivalence, c'est quand la quantité de matière d'acide est égale à la quantité de matière de la base.

- Les concentrations étant égales, on doit utiliser le même volume de S. En effet

$$\left.\begin{array}{l} CV_1 = CV_4 \\ CV_2 = CV_4 \\ CV_3 = CV_4 \end{array}\right\} \Rightarrow V_4 = V_1 = V_2 = V_3 \qquad V_4 = 20cm^3$$

b) A l'équivalence, pour le dosage de

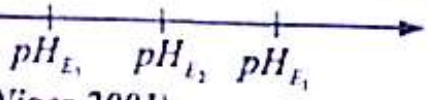
$S_1 : pH_{E_1} > 7$; $S_2 : pH_{E_2} > 7$; $S_3 : pH_{E_3} = 7$

Justification : S est une solution d'acide fort (pH $_{E3}$ = 7)

S^3 est une solution d'acide faible et

S$^1_2$ est une solution d'acide faible, mais S est un acide plus fort que S$_1$

$pH_{E_1} > pH_{E_2}$



Exercice N° 8 : (Bac Niger 2001)

On dispose de trois flacons A, B, et C contenant des solutions aqueuses d'acide chlorhydrique, d'acide éthanoïque et d'acide mono chloroéthanoique, de même concentration molaire Ca. Pour les identifier, on procède aux expérience suivantes :

1. On prélève un volume Vo = 5 ml de chacune des solutions, auquel on ajoute une solution de nitrate d'argent (Ag^+, NO^-) en excès.

Avec la solution prélevée du flacon B, on observe la formation d'un précipité blanc B qui, lavé et séché, a une masse de 14,35 mg.

1.1 Ecrire l'équation – bilan de la réaction de formation du précipité.

1.2 Identifier la solution du flacon B.

1.3 Calculer la concentration molaire Ca.

Scanned by CamScanner

2. A 25°C, on mesure le pH des deux autres solutions : on trouve pH = 2,3 pour le flacon A et pH = 3,2 pour le flacon C.
2.1 Identifier ces solutions en justifiant les réponses.
2.2 Calculer le pKa du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.
3. On ajoute jusqu'à l'équivalence acido – basique une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C = 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$ à 20 ml de chacune des solutions. La valeur du pH de l'une des solutions à l'équivalence est prévisible. De quelle solution s'agit – il ? Précise cette valeur de pH.
4. On prélève 20ml de chacune des solutions B et C. On y verse progressivement la solution d'hydroxyde de sodium et on mesure le pH en fonction du volume Vb de base versé.
4.1 Donner l'allure des courbes pH = f (Vb).
4.2 Identifier les coordonnées du point de demi – équivalence dans le cas de l'acide faible
On donne (en g.mol-1) : M (H) = 1 ; M (Ag) = 108 ; M (Cl) = 35,5.

Solution

1. 1.1 Equation – bilan

$Ag^+ + Cl^- \longrightarrow AgCl\downarrow$

1.2 Le flacon B contient l'acide chlorhydrique
1.3 Calcul de Ca

$Ag^+ + Cl^- \longrightarrow AgCl$
1 mole 1mole 1mole

$n_{AgCl} = \frac{m}{M(AgCl)}$ or selon l'équation – bilan $n_{Cl^-} = n_{AgCl}$

$Ca = \frac{n_{Cl^-}}{V_0} = \frac{m}{M(AgCl)V_0}$

$NB : Ca = \frac{14,35.10^{-3}}{143,5.5.10^{-3}} = 2.10^{-2}\ mol\ L^{-1}$

$Ca = 2.10^{-2}\ mol\ L^{-1}$

2. 2.1 De deux acides, le plus acide est celui qui a le plus petit pH à concentration égale.
l'acide monochloréothanoique est plus fort que l'acide éthanoïque à concentration égale.
Flacon A : acide monochloréothanoique
Flacon C : acide éthanoïque
2.2 Calcul du pKa du couple CH_3COOH / CH_3COO^-
C : pH = 3,2
Ions : H_3O^+, OH^-, $CH_3 - COO^-$ Molécules : H_2O, CH_3COOH
$[H_3O^+] \triangleq 10^{-3,2} = 6,3.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$
$[OH^-]$ $1,6.10^{-11}\ mol\ L^{-1}$

Scanned by CamScanner

R.E.N $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

$[OH^-] << [H_3O^+] \Rightarrow [CH_3COO^-]$ ▯ $[H3O+] \Rightarrow [CH_3 - COO^-] = 6{,}3.10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

C.M $Ca = [CH_3 - COOH] + [CH_3 - COO^-]$

$[CH_3 - COOH] = 2.10^{-2}\ mol\ L^{-1}$

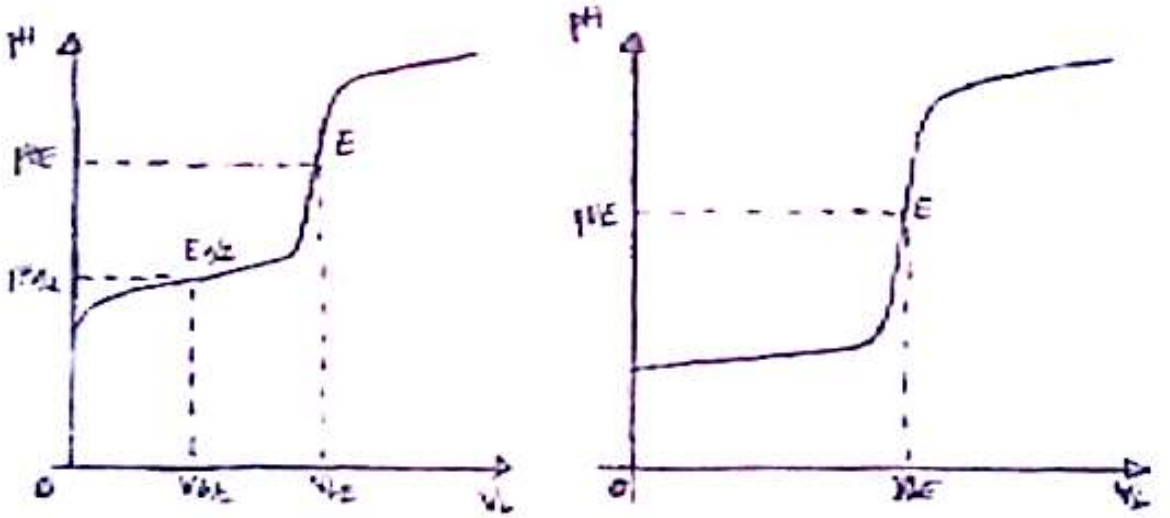
$$pKa = pH - \log \frac{[CH_3 - COO^-]}{[CH_3 - COOH]}$$

$$AN : pKa = 3{,}2 - \log \frac{6{,}3.10^{-4}}{2.10^{-2}}$$

$pKa = 4{,}7$

3. Il s'agit de la solution d'acide chlorhydrique (acide fort).
pH = 7 .

4. 4.1 Allure des courbes $pH = f(V_b)$



4.2 coordonnées du point de demi – équivalence $E_{1/2}$.

A l'équivalence $C_a V_a = C_b V_{bE} \Rightarrow V_{bE} = \frac{C_a V_a}{C_b} = \frac{2.10^{-2} \times 20}{10^{-2}} = 40ml$

A la demi – équivalence $pH_{1/2} = pKa$ $\quad V_{b_{1/2}} = \frac{V_{bE}}{2}$

$$E_{1/2} \begin{cases} V_{b_{1/2}} = 20ml \\ pH_{E_{1/2}} = 4{,}7 \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 9 : Bac Série D 2005 2ème groupe

On dispose de cinq solutions de même concentration 10^{-2} mol.L^{-1}

A: solution d'acide propanoïque;
B: solution de propanoate de sodium;
C: solution d'hydroxyde de sodium;
D: solution d'acide chlorhydrique;
E. solution de chlorure de sodium.

On mesure leur pH à 25°C, les valeurs obtenues sont: 2; 3; 5; 7; 8,5; 12.

1. Attribuer en justifiant, à chaque solution son pH.
2. On mélange 50ml de A et 50 ml de B, on obtient ainsi 100ml d'une solution F dont le pH est 4,9.
Recenser les espèces chimiques présentes dans F et calculer leur concentration.
3. Quelle est la caractéristique de la solution F ? Comment varie le pH si on ajoute à F quelques gouttes de C, de D ou de E?
4. Calculer le pKa du couple acide propanoïque / ion propanoate.
5. On veut préparer 100ml de F à partir d'un autre mélange. En choisissant parmi les cinq solutions aqueuses proposées, préciser la nature et le volume des solutions à utiliser. Justifier.

Solution

1. pH = 2 : solution d'acide chlorhydrique car le pH de l'acide fort vérifie la relation pH = -log c

pH = 12 : solution d'hydroxyde de sodium, base forte : pH = 14 +log c

pH = 7 : solution chlorure de sodium ; solution neutre

pH = 8,5 : solution de propanoate de sodium, sel d'acide faible et de base forte.

pH = 3,5 : solution d'acide propanoïque ; solution d'acide faible

2. 50ml de $CH_3CH_2CO_2H$ + 50mol de $CH_3CH_2CO_2Na$

Les espèces chimiques en solution sont:

H_3O^+ ; OH^- ; $CH_3CH_2COO^-$; CH_3CH_2COOH ; Na^+ ;

$[H_3O^+] = 10^{-4,9} = 1,25.10^{-5}\ mol.L^{-1}$;

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-4,5}} = 7,9.10^{-10}\ mol.L^{-1}$$

$[OH^-] + [C_2H_3O_2^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ □ $[Na^+] = 0,5.10^{-2}\ mol$

$[CH_3CH_2COOH]$ □ $0,5.10^{-2}\ mol$

3. pKa = pK = 4,9

4. F: solution tampon. Le pH varie peu pour un ajout modéré d'acide, de base ou par dilution modéré.

5. Les choix possibles pour préparer une solution tampon.

Scanned by CamScanner

1er cas: A et C

$$CH_3CH_2CO_2H + Na^+.OH^- \rightarrow CH_3CH_2CO_2^-Na^- + H_2O$$

A C

A la démi équivalence

$$\begin{cases} V_A = 2V_C \\ V_A + V_C = 100 \end{cases}$$

$V_C = 33,3ml$ C

$V_A = 66,6ml$ A

2ème cas : B et D

$$CH_3CH_2CO_2Na + (H_3O^+, Cl^-) \rightarrow CH_3CH_2COOH + Na^+, Cl^-$$

66,66ml de B

33,33ml de D

Exercice N° 10 : Bac Niger 2005 série D

L'organisme humain ne synthétise pas l'acide ascorbique communément appelé vitamine C, pourtant nécessaire pour la réparation des tissus blessés suite à certaines infections. Il est présent dans de nombreux fruits et légumes (citron, orange, tomate,...) et vendu en pharmacie. C'est un acide faible de formule $C_6H_7O_6H$.

1. Définir un acide faible et écrire l'équation bilan de sa réaction avec l'eau. L'acide sera noté AH.

2. On dissout un comprimé de vitamine C dans 100 ml d'eau distillée pour obtenir une solution S_0. On prélève 10 ml de solution S_0, on y ajoute environ 20 ml d'eau distillée, et on dose l'acide avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire 2.10^{-2} mol.l^{-1}

$V_b$ml	0	3	4	6	7	8	10	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15	16	18	20
pH	3	3,6	3,8	4	4,1	4,2	4,4	4,7	4,8	5,3	6,4	7,7	9	10,4	10,9	11,3	11,5

a). Tracer la courbe pH= f(V_b).

Echelle : en abscisse : 1 cm pour 1 ml

en ordonnée : 1 cm pour 1 unité pH

b). Définir l'équivalence acido-basique pour ce dosage.

c). Déterminer :

- la concentration molaire en acide ascorbique de la solution S_0 ;
- la constante d'acidité du couple AH / A^- ;
- la masse d'acide ascorbique dans un comprimé de vitamine C.

d). Les 20 ml d'eau distillée ajoutée interviennent-ils :

- dans le calcul de la concentration d'acide ascorbique dans S_0 ?
- dans la valeur initiale du pH de la solution à doser ?
- dans la valeur du pH à l'équivalence ?
- dans la valeur du pH à la demi-équivalence ?

Chaque réponse doit être justifiée brièvement.

Scanned by CamScanner

3. En utilisant les zones de virage des indicateurs colorés A, B, et C, dire en justifiant quel est l'indicateur approprié pour ce dosage.

Indicateur	Teinte acide	Zone de virage	Teinte basique
A	Rouge	3,1 - 4,4	Jaune
B	Rouge	4,2 – 6,2	Jaune
C	Jaune	7,2 -8,8	Rouge

Données : masses molaires en g. mol^{-1} : $M_C = 12$; $M_H = 1$; $M_O = 16$

Solution

1. Un acide faible est un acide qui se dissocie partiellement dans l'eau:

$$AH + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + A^-$$

2. a) Tracé de la courbe pH =f(V_b) : voir papier millimètré

b) l'équivalence acide bassique est atteinte lorsque le nombre d'ions OH^- versés est égal au nombre de molécules AH dans les 10 ml de la solution à doser.

c) De le courbe, on tire que le volume de base versé à l'équilivalence est 14,1ml.

$$c_a v_a = c_b v_b \Rightarrow c_a = \frac{c_b v_b}{v_a}$$

$$c_a = \frac{2.10^{-2} \times 14,1}{10} = 0,028 mol\ L^{-1}$$

$\frac{1}{2} V_b = 7,05 m\ell$. correspond sur le courbe à pH = 4,1 à la demie-équivalence

pH = pKa = 4,1

pka =-log Ka $\Rightarrow$ Ka=7.910^{-5}

Soit m la masse d'acide ascorbique (dissous) dans un comprimé.

$$n = \frac{m}{M} \qquad m = nM \qquad m = 0,0028 \times 176$$

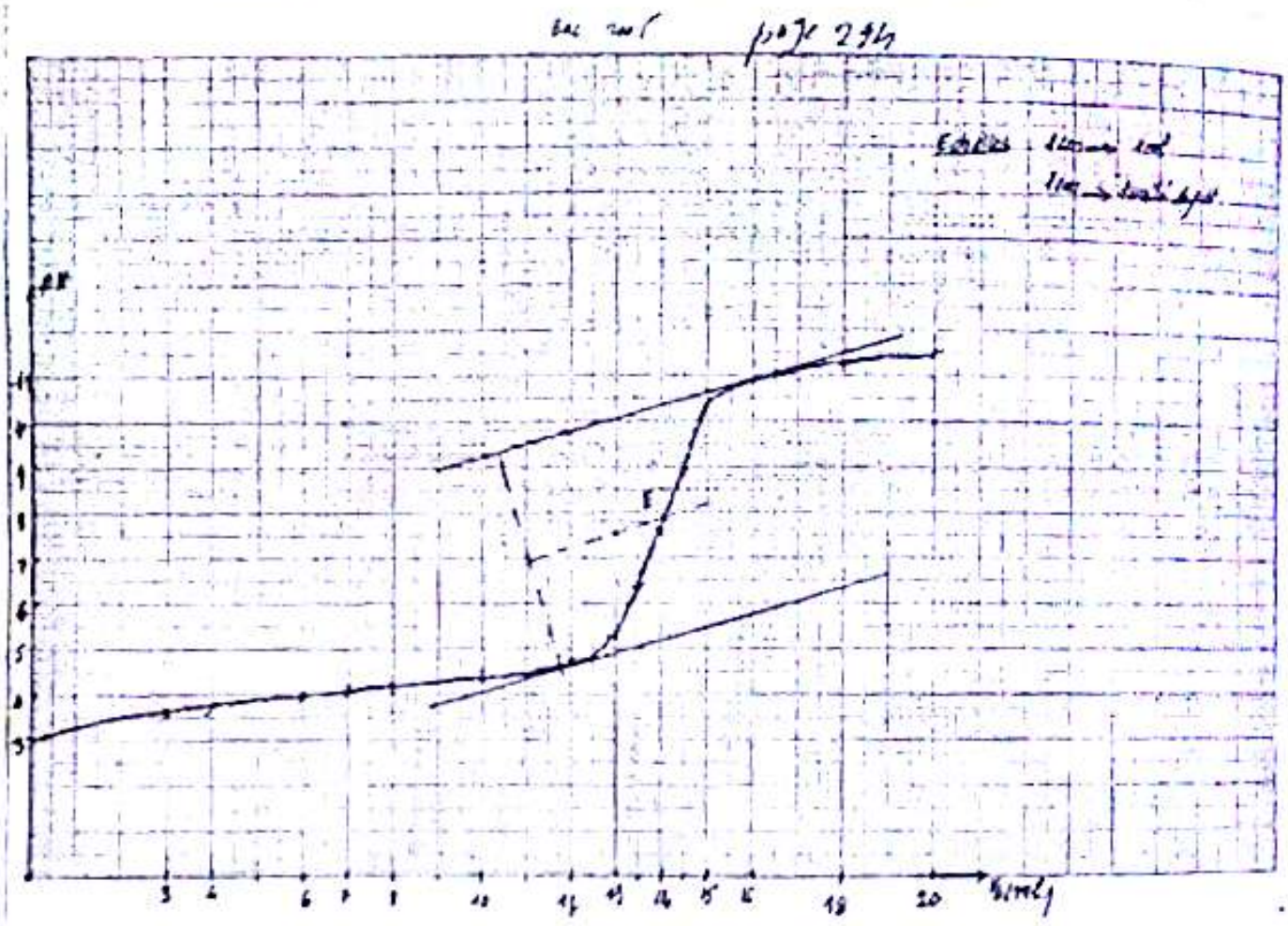
$$m = 4,9 g.$$

d) Les 20 ml d'eau distillée ajoutée.

- Intervienne dans le calcul de la concentration de S_0 car la dilution modifie la concentration.
- Intervient dans la valeur initiale du pH de la solution à doser. Car le pH est fonction de la concentration de la solution.
- Intervient dans la valeur du pH à l'équivalence. Car la pH à l'équivalence est fonction de la concentration.
- N'intervient pas dans la valeur du pH à la demi - équivalence : car demi-équivalence pH = pka = cte.

Scanned by CamScanner

3. L'indicateur approprié est C car sa zone de virage encadre le pH_E.



Scanned by CamScanner

CHIMIQUE ORGANIQUE

Scanned by CamScanner

Chapitre 1

LES ALCOOLS

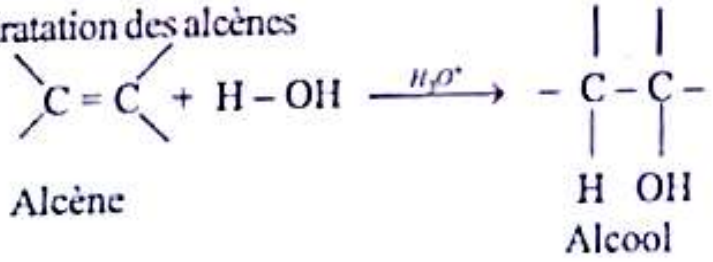
RAPPEL DU COURS

I FORMULE GÉNÉRALE – NOMENCLATURE

1. Formule générale R - OH ou C_nH_{2n+1}-OH ou $C_nH_{2n+2}O$
2. Nomenclature : la terminaison « ol » caractérise les alcools.
   Exemple : CH_3OH : méthanol CH_3-$CH_2$0H : éthanol

II PRÉPARATION

Hydratation des alcènes



Alcène — Alcool

NB: Tenir compte de la règle de Markov-Nikov

3. Classes des alcools

•Alcool primaire $R-CH_2-OH$

•Alcool secondaire $R-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}}-R'$

•Alcool Tertiaire $R-\overset{\displaystyle OH}{\overset{|}{\underset{\displaystyle R'}{\underset{|}{C}}}}-R'$

Scanned by CamScanner

4. Principales réactions.

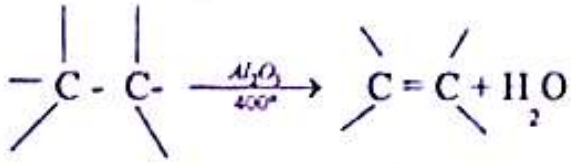
a) Réduction par le sodium

$$R - OH + Na \longrightarrow RO^- + Na^+ + 1/2H_2\uparrow$$

Alcoolate de sodium

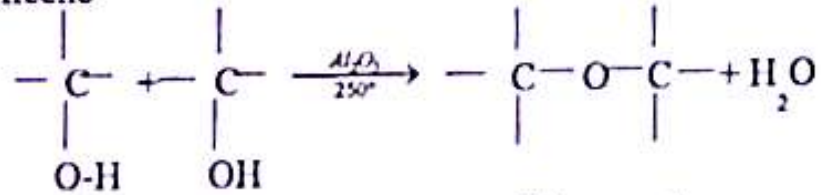
b) Déshydratation

- Intramoléculaire



H OH Alcène

- Intermoléculaire



O-H OH Etheroxyde

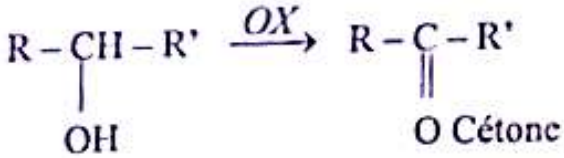
c) Oxydation ménagée :

- Alcool primaire

$$R - CH_2OH \xrightarrow{OX} R - CHO \xrightarrow{OX} R - COOH$$

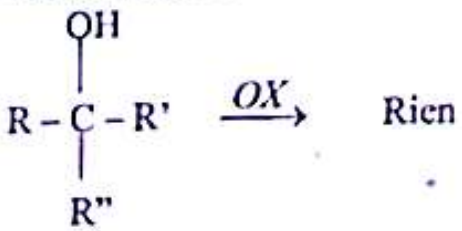
Aldéhyde Acide carboxylique

- Alcool secondaire



OH O Cétone

- Alcool tertiaire



R"

Scanned by CamScanner

Identification des produits obtenus par oxydation

	Aldéhyde	Cétone
2 – 4 DNPH	Précipité jaune	Précipité jaune
Réactif de Schiff	Coloration rose	-
Réactif de tollens	Dépôt d'argent	-
Liqueur de Fehling	Précipité rouge brique	-

Exercices

Exercice N° 1 : (BAC Niger 2003 2ème groupe)

1. Quelle est la formule générale d'un alcool dérivant d'un alcane à n atomes de carbone ?
2. L'analyse centésimale d'un alcool A donne les pourcentages en masse suivants : carbone 64,85% et hydrogène 13,51 %.

a) Déduire la formule brute de A.

Est – il nécessaire pour établir la formule brute de A, de connaître les deux pourcentages fournis ? justifier votre réponse.

Donner les formules semi-développées et les noms de tous les alcools isomères.

3. L'oxydation ménagée de A par une solution de dichromate de potassium utilisé en défaut fournit un corps B qui fait rosir le réactif de schiff et forme un précipité jaune avec la 2,4 D N P H. Lorsqu'on fait passer les vapeurs de l'alcool A sur l'alumine Al_2O_3 à 300°c on observe la formation d'un alcène ramifié C.

En déduire :

- Le nom de l 'alcool A
- Les noms et formules semi- développées du composé B et de l 'alcène C .

Masses atomiques molaire en g mol^{-1}

M(H) =1, M(C) =12 ; M(O) =16

Solution

1. Formule générale d'un alcool.

R - OH ou $C_nH_{2n+1}OH$

2. a) Formule brute de A.

M (A) = 14n + 18

$$\frac{12n}{14n+18} = 0,6485 \Rightarrow 12n = 0,6485\,(14n + 18)$$

Scanned by CamScanner

$12n = 9{,}079n + 11{,}673 \quad 2{,}921n = 11{,}673$

$n = 3{,}99 \approx 4 \quad$ A: $C_4H_{10}O$

Pour établir la formule brute, il n'est pas nécessaire de connaître les deux pourcentages. La connaissance du seul pourcentage du carbone ou de l'hydrogène suffit pour établir la formule brute.

b) Formules semi-développées.

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$ Butan-1-ol

$CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_3$ butan-2-ol

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-OH$ 2 – méthylpropan –1- ol

$CH_3-C(CH_3)(OH)-CH_3$ 2 – méthylpropan – 2 – ol

3. L'oxydation de A conduisant à un aldéhyde, A est alors un alcool primaire ramifié .

A- $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-OH$ 2 - méthyl propan -1-ol

B- $CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-H$ 2 – méthylpropanal

C- $CH_3-C(CH_3)=CH_2$ 2- méthylpropène

Exercice N° 2 : BAC Niger 1995- Série D

L'hydratation d'un alcène A conduit à un composé B renfermant en masse 26,7% d'oxygène.

1. Quelle est la fonction de B ?
2. Déterminer sa formule brute. Quelles sont les différentes formules semi-développées possibles ?
3. L'oxydation de B par du dichronate de potassium en milieu acide donne un composé C. Le composé C réagit avec la D.N.P.H, mais est sans action sur le réactif de Schiff.

Scanned by CamScanner

a) Déduire, en justifiant, la formule semi-développée de C ; donner le nom de C.

b) Ecrire l'équation–bilan de l'oxydation de B par le dichromate de potassium en milieu acide. (réaction entre le couple $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ et le coup le C/B).

4. Donner les formules développées et les noms de l'alcène A et du composé B.

Solution

1. B est un alcool.

2. Formule brute de B.

$B : C_nH_{2n+2}O \Rightarrow M(B) = 14n + 18$

$$\frac{16}{14n+18} = 0{,}267 \Rightarrow 16 = 0{,}267(14n + 18)$$

$16 = 3{,}738n + 4{,}806$

$3{,}738n = 11{,}194 \Rightarrow n = \frac{11{,}194}{3{,}758} = 2{,}99$

$n = 3$ Formule brute de B : C_3H_8O

Formules semi-développées possibles.

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$ propan -1-ol

$CH_3 - CH(OH) - CH_3$ propan -2-ol

3. a) C produit de l'oxydation de B, réagissant avec la 2-4 DNPH mais pas avec le réactif de Schiff, est alors une cétone.

C : $CH_3-C(=O)-CH_3$ propanone

b) L'équation –bilan de l'oxydation de B

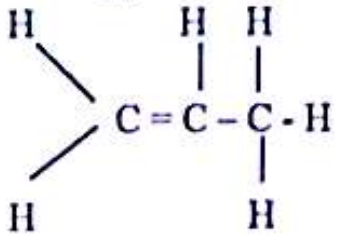
$3\times(CH_3-CH(OH)-CH_3 \rightarrow CH_3-C(=O)-CH_3 + 2H^+ + 2e^-)$

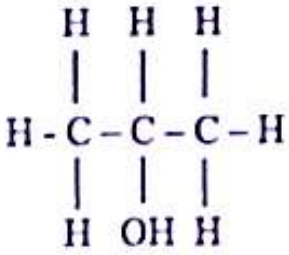
$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3CH_3-CH(OH)-CH_3 + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3CH_3-C(=O)-CH_3 + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

Scanned by CamScanner

4. Formules développées de A et B.

A  propène

B  propan –2 – ol

Exercice N° 3

1. On considère le butène. Ecrire les formules semi-développées et nommer tous les isomères.
2. On hydrate, en présence d'un catalyseur, le but-2-ène.
   a) Nommer l'alcool obtenu. Préciser sa classe. Représenter, en perspective, ses deux stéréo- isomères.
   b) L'alcool obtenu est oxydé par une solution de dichromate de potassium en milieu acide.
- Ecrire les deux demi- équations électroniques qui interviennent, puis l'équation bilan de l'oxydoréduction. On rappelle que l'un des couples mis en jeu est $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$.
- Comment constate-on expérimentalement qu'il y a eu réduction de l'ion dichromate $Cr_2O_7^{2-}$ en ion chromique Cr^{3+} ?
- Comment peut-on caractériser le produit organique obtenu ?

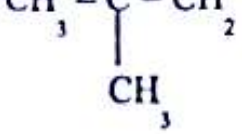
3. On hydrate maintenant en présence de catalyseur le butène – 1
   a) Nommer les alcools susceptibles de se former. L'un des alcools est majoritaire. Lequel ?
   b) On oxyde de façon ménagée l'alcool obtenu minoritairement.
- Quelle est la signification du mot « ménagée » ?
- Ecrire les formules semi-développées et les noms des corps organiques susceptibles de se former au cours de cette oxydation.

Solution

1. Formules semi-développées.

$CH_3 - CH_2 - CH = CH_2$ But-1-ène

$CH_3 - CH = CH - CH_3$ but-2-ène

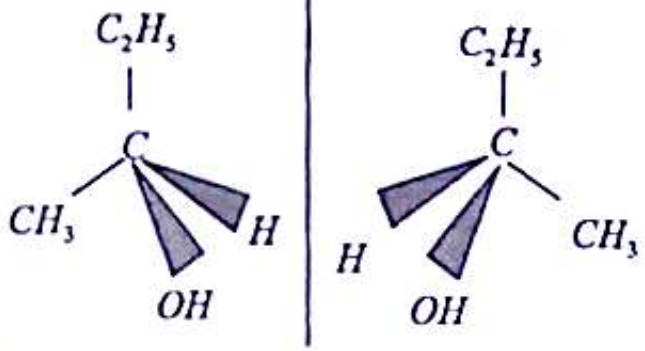
 2 – methylpropène

Scanned by CamScanner

2. a) L'hydratation du but-2-ène donne l'alcool.

$CH_3-CH_2-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$ butan-2-ol alcool secondaire.

Représentation des stéréo isomères.



Miroir plan

b) Oxydation du butan-2-ol

- Equation : $3 \times (CH_3-CH_2-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3) \rightarrow CH_3-CH_2-\underset{\underset{O}{||}}{C}-CH_3 + 2H^+ + 2e^-)$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3CH_3-CH_2-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3 + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3CH_3-CH_2-\underset{\underset{O}{||}}{C}-CH_3 + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

- On constate la réduction de l'ion $Cr_2O_7^{2-}$ par le changement de coloration qui passe de l'orange au vert.

- Caractérisation du produit

Test à la 2,4 -D.N.P.H : positif

Test au réactif de schiff : négatif.

3. Hydratation du but-1-ène

a) $CH_3-CH_2-CH=CH_2 + H_2O \longrightarrow CH_3-CH_2-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$ (butan-2-ol (majoritaire)) $+ CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$ (butan-1-ol)

b) Oxydation ménagée: oxydation s'effectuant à température ambiante. Elle a lieu sans destruction de la chaine carbonée.

L'oxydation donne : $CH_3-CH_2-CH_2-\overset{\overset{O}{||}}{C}-H$ Butanal

$CH_3-CH_2-CH_2-\overset{\overset{O}{||}}{C}-OH$ acide butanoïque.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 4

L'hydratation d'un alcène C_nH_{2n} conduit à un seul composé organique A renfermant 21,6% en masse d'oxygène.

1. Quelle est la fonction de A ?
2. a) Déterminer la formule brute de A.
   b) Quelles sont les formules semi-développées compatibles avec cette formule brute ? Indiquer les molécules chirales.
3. a) L'alcène de départ ne conduit qu'à un seul composé d'hydratation. Quelle est alors parmi les formules de la question 2 celle qui convient ? En déduire l'alcène initial.
   b) On prélève quelques cm^3 de cet alcool sur lesquels on verse une solution de dichromate de potassium acidifiée.
   - Ecrire l'équation – bilan de la réaction d'oxydoréduction qui a lieu.
   - Quels tests permettent d'identifier sans ambiguïté, le composé organique qui s'est formé ?
4. Le composé A réagit avec un morceau de sodium anhydre. Ecrire l'équation – bilan de la réaction qui a lieu. Nommer le composé qui s'est formé.

Données : masses molaires atomiques en g/mol M(C) = 12 ; M(O) = 16 ; M(H) = 1

Solution

1. A est un alcool
2. a) Formule brute de A :

Elle est de la forme $C_nH_{2n+2}O$

$M(A) = 14n + 18$

$$\frac{14n+18}{100} = \frac{16}{21,6} \Rightarrow 14n + 18 \frac{1600}{21,6} \approx 74$$

$n = 4 \Rightarrow A : C_4H_{10}O$

b) Formules semi-développées de A :

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$

butan ol-1

$CH_3 - CH(CH_3) - CH_2OH$

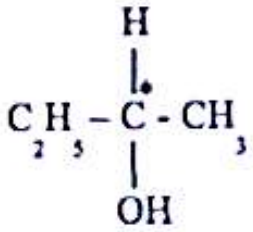
méthyl propanol-1

$CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3$ butanol-2

$CH_3 - C(OH)(CH_3) - CH_3$ méthylpropan ol-2

Scanned by CamScanner

Seul le butanol -2 est chirale, car elle possède un atome de carbone asymétrique.



3. a) L'alcool doit provenir d'un alcène symétrique.

Formule de A : $CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3$

L'alcène initial $CH_3 - CH = CH - CH_3$

b) Equation bilan de la réaction d' oxydoréduction.

$$3\times(CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3 \rightarrow CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_3 + 2H^+ + 2e^-)$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3CH_3CH_2CH(OH) - CH_3 + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_3 + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

-Tests a effectuer pour identifier le composé formé B

B + 2,4 DNPH ⟶ précipité jaune

. B + réactif de schiff : négatif.

4. Equation-bilan de la réaction entre A et le sodium

$$CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3 + Na \longrightarrow CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CHO^-} + Na^+ + \frac{1}{2}H_2\uparrow$$

Butanolate-2 de sodium

Exercice N° 5

On dispose de deux mono-alcools saturés A et B.

1. On traite ces deux alcools par une solution diluée de dichromate de potassium en milieu sulfurique. Les deux solutions deviennent vertes. Que peut-on en déduire ?

2. Les composés organiques A' et B' extraits respectivement des deux solutions donnent un précipité avec la 2,4- DNPH.

Quelles peuvent être les fonctions de A' et B' ?

Scanned by CamScanner

3. On répète les expériences précédentes avec d'autres échantillons des deux alcools, mais avec une solution concentrée de dichromate de potassium en excès. Les produits organiques obtenus sont notés A" et B". A" donne un précipité avec la 2,4-DNPH alors que B" n'en donne pas.

a) Quelles sont les fonctions de A" et B" ? Montrer que A" et A' sont identiques.

b) A comporte le minimum d'atomes de carbone compatible avec sa classe. Donner les noms et les formules semi-développées de A et A'.

c) La masse molaire de B" est 88 $g.mol^{-1}$. Déterminer la formule brute de B". Donner les formules semi-développées et les noms des isomères possibles pour B" et pour B.

On donne (en $g.mol^{-1}$) : M (C) = 12 ; M (O) = 16 ; M (H) = 1

Solution

1. La coloration verte prouve que les deux alcools ont été oxydés. Les ions dichromate $Cr_2O_7^{2-}$ (orange) ont été réduits en Cr^{3+} (vert).

2. Les tests positifs de A' et B' avec le 2,4-DNPH montrent que A' et B' peuvent être des aldéhydes ou des cétones.

3. A" + 2,4-DNPH → précipité jaune.

B" + 2,4-DNPH → rien

a) Fonctions chimique de A" et B".

A" est une cétone

B" est une acide carboxylique

Par oxydation ménagée, un alcool secondaire donne une cétone quelque soit la quantité d'oxydant. Donc A' et A" sont identiques

b) Noms et formules semi-développées de A et A'.

A' étant une cétone, A est donc un alcool secondaire

Il faut au moins 3 atomes de carbone pour avoir un alcool secondaire

A $CH_3-CHOH-CH_3$ propanol –2 (ou propan-2-ol)

A' $CH_3-CO-CH_3$ propanone

c) $M(B'') = 88 g.mol^{-1}$

- Formule brute de B".

$$C_nH_{2n+1}-COOH \Rightarrow M(B'') = 14n+46$$

$$14n+46 = 88 \Rightarrow n = 3$$

B" C_3H_7-COOH $(C_4H_8O_2)$.

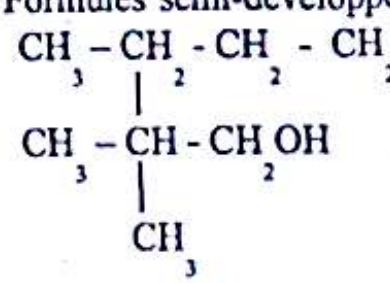
- Formule semi-développées possibles de B".

$CH_3-CH_2-CH_2-COOH$ acide butanoique

$CH_3-CH(CH_3)-COOH$ acide méthyl-2 propanoique

Scanned by CamScanner

- Formules semi-développées possibles de B



butanol-1 ou butan –1 –ol

2 – methyl propan – 1 –ol

Exercice N° 6 : Bac Niger 2002

On introduit 2,22 g d'un alcool absolu, a chaîne carbonée saturée non cyclique, dans un tube à essais avec un excès de sodium pur.

1. Ecrire l'équation – bilan de la réaction.
2. Dans les conditions de l'expérience, on a recueilli 360 ml de gaz formé au cours de la réaction.
   2.1. Calculer la masse molaire de l'alcool et donner sa formule brute.
   2.2. Donner les formules semi-développées des isomères possibles de cet alcool.
   2.3. Indiquer, en justifiant, les isomères qui présentent une activité optique. Donner pour les stéréo-isomères correspondants une représentation qui les différencie.
3. L'oxydation ménagée de l'alcool A conduit à un corps B qui réagit avec la 2,4-DNPH et avec le nitrate d'argent ammoniacal. Sachant que l'alcool A a une chaîne carbonée ramifiée, préciser sa formule semi-développé et donner son nom.

On donne les masses atomiques molaires en g/mol : M (H) = 1 ; M (C) = 12 ; M (O) = 16 ; et le volume molaire normal 24 litres.

Solution

1. Equation – bilan de la réaction.

$$R-OH + Na \rightarrow RO^- + Na^+ + \frac{1}{2}H_2\uparrow$$

2-1- Masse molaire et formule brute de A

$$R-OH + Na \rightarrow RO^- + Na^+ + \frac{1}{2}H_2\uparrow$$

1 mole ½ mol

$$n_A = 2n_{H_2} \quad \text{or} \quad n_{H_2} = \frac{V_{H_2}}{V_m} \quad \Rightarrow \quad n_A = \frac{2V_{H_2}}{V_m}$$

$$AN \quad M_A = \frac{2,22 \times 24}{2 \times 360.10^{-3}} = 74$$

Scanned by CamScanner

$M_A = 74\ g.mol^{-1}$

Formule brute

$A : C_nH_{2n+2}O$ $\qquad M_A = 14n + 18$

$\Rightarrow n = 4$

$14n + 18 = 74$

$A : C_4H_{10}O$

2.2 Formules semi-développées possibles de A

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2OH$

$CH_3 - CH(CH_3) - CH_2OH$

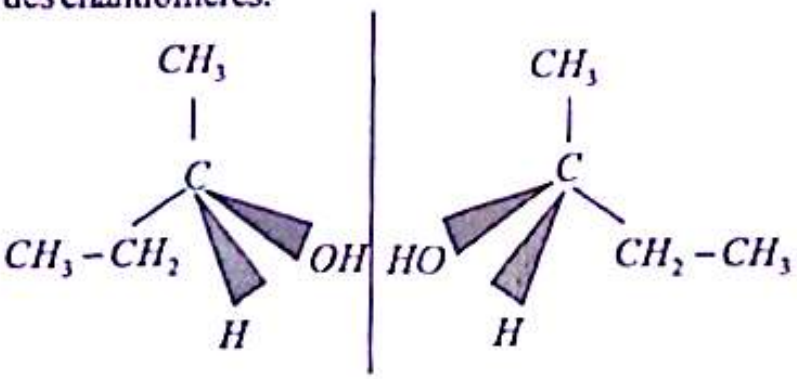
$CH_3 - CH_2 - CHOH - CH_3$

$CH_3 - C(OH)(CH_3) - CH_3$

2-3 Activité optique

$CH_3 - CH_2 - \dot{C}HOH - CH_3$ est doué d'activité optique car le carbone fonctionnel est un atome de carbone asymétrique.

Représentation des énantiomères.



3. Formule semi-développée et nom de A.

$A \xrightarrow{oxydation} B$ B + 2,4-DNPH test positif

B + nitrate d'argent ammaniacal test positif

B est un aldéhyde. A est donc un alcool primaire à chaîne ramifiée.

A: $CH_3 - CH(CH_3) - CH_2OH$ 2-méthyl propan –1- ol ou méthyl –2 propanol-1.

Scanned by CamScanner

Exercice N° 7

Deux produits isomères A et B à chaine linéaire ont pour formule brute $C_4H_{10}O$. Pour les identifier on réalise les réactions suivantes:

- A et B réagissent avec le sodium en donnent un dégagement gazeux;
- A par chauffage sur l'alumine donne un seul alcène C;
- B par chauffage sur l'alumine donne un mélange de deux alcènes C et D.
- L'oxydation de A par le dichromate de potassium en milieu acide donne entre autre, un produit qui réagit avec le réactif de Tollens.
- L'oxydation de B dans les mêmes conditions conduit à un produit ne réagissant ni avec le réactif de Tollens, ni avec la liqueur de Felhing, mais seulement avec la D.N.P.H

1. Donner les formules semi développées et les noms des composés A et B.
2. Ecrire les équations bilan correspondant aux différentes étapes.
3. Quels sont les produits obtenus par hydratation des alcènes C et D
4. Quels autres isomères de A et B peut-on écrire? les nommer.

Solution

1. A alcool primaire: $CH_4 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$ butan-1-ol

B alcool secondaire : $CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3$ butan-2-ol

2. Equation bilan des différentes réactions.

• Réaction avec le sodium

$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH + Na \rightarrow CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - O^- + Na^+ + \frac{1}{2}H_2$$

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{OH}{|}}{CH} - CH_3 + Na \rightarrow CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{O^-}{|}}{CH} - CH_3 + Na^+ + \frac{1}{2}H_2$$

Déshydration de :

$$\text{A: } CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH \xrightarrow[\Delta]{Al_2O_3} CH_3 - CH_2 - CH = CH_2 + H_2O$$

(C)

$$\text{B: } CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3 \xrightarrow[\Delta]{Al_2O_3} \begin{cases} CH_3 - CH_2 - CH = CH_2 + H_2O \\ CH_3 - CH = CH - CH_3 \end{cases}$$

(D)

• Oxydation de :

A. $$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3\times(CH_3 - (CH_2)_2 - CH_2 - OH \rightarrow CH_2 - (CH_2)_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - H + 2H^+ + 2e^-)$$

$$3CH_3 - (CH_2)_2 - CH_2 - OH + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3CH_3 - (CH_2)_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - H + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

Scanned by CamScanner

3. Hydratation de C :

$CH_3-CH_2-CH=CH_2+H_2O\rightarrow A+B$Hydratation de D :

$CH_3-CH=CH-CH_3+H_2O\rightarrow A$

4. Autres isomères de A et B

$CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}}-CH_2-OH$ $2-méthylpropan-1-ol$

$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{\overset{\overset{}{|}}{C}}-CH_3$ $2-méthylpropan-2-ol$

Scanned by CamScanner

Chapitre 2

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DÉRIVÉS

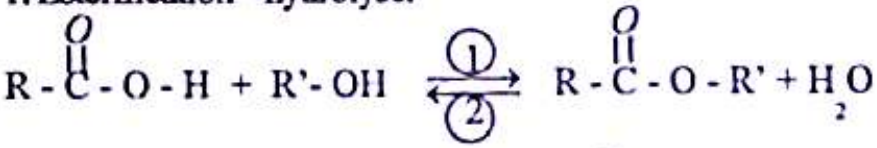
RAPPEL DU COURS

I FORMULE GÉNÉRALE-NOMENCLATURE

1. Formule générale : R-COOH ou C H - COOH
2. Nomenclature : La terminaison "oique" caractérise les acides carboxyliques

II PRINCIPALES RÉACTIONS

1. Estérification – hydrolyse.



1 Estérification Ester

2 Hydrolyse

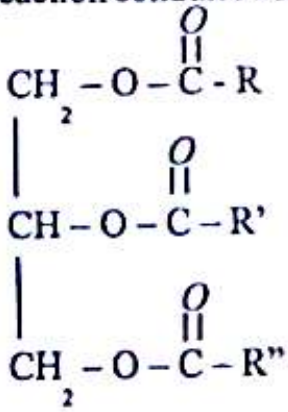
- Caractéristiques : L'estérification est une réaction : lente, limitée et athermique.

2. Saponification des esters.



Carboxylate

Cette réaction conduit au savon quand les esters sont des corps gras :



Formule du corps gras.

Scanned by CamScanner

III DÉRIVÉS DES ACIDES CARBOXYLIQUES

1. Chlorure d'acyle

Formule générale $R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$

Nomenclature : la terminaison "oyle" caractérise les chlorures d'acyles

Préparations

- $R-COOH + SOCl_2 \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl + SO_2\uparrow + HCl\uparrow$

chlorure de thionyle

- $R-COOH + PCl_5 \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl + POCl_3 + HCl\uparrow$

pentachlorure de phosphore

Estérification avec les chlorures d'acyle

$$R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl + R'-OH \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-R' + HCl$$

Cette réaction est rapide, totale et exothermique.

2. Anhydride d'acide

Formule générale: $R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-R$

Nomenclature : Anhydride plus le nom de l'acide carboxylique correspondant

Préparation:

$$2R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH \xrightarrow[ou\ P_2O_5]{P_4O_{10}} R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-R + H_2O$$

Estérification avec les anhydrides

$$R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-R + R'-OH \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-R' + R-COOH$$

Cette réaction est rapide et totale.

Scanned by CamScanner

Exercices

Exercice N° 1

1. Un alcène A hydraté donne deux composés B et B' (majoritaire) :
B : méthyl – 3 butanol – 1 et B' : méthyl – 3 butanol – 2.
   a) Ecrire les formules semi-développées de B et B'.
   b) Déduire la formule semi-développée et le nom de A.
2. Dans deux tubes 1 et 2 contenant respectivement B et B', on verse une solution acidifiée de dichromate de potassium en défaut, puis on extrait les phases organiques.
   a) Donner les noms et les formules des composés organiques extraits des tubes 1 et 2.
   b) Ecrire les équations d'oxydoréduction qui ont lieu dans le tube 2.
   c) Dans le tube 1, en versant l'oxydant en excès, on obtient un composé D. Donner le nom et la formule semi-développée de D.
3. Dans un tube on verse 0,6 mole de D et 0,6 mole de propanol - 1.
   a) Ecrire l'équation – bilan de la réaction qui a lieu. Donner le nom du composé obtenu.
   b) Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?
   c) Proposer une autre voie de synthèse de E avec un bon rendement.

Solution

1. a) Formules semi-développées de B et B'

B : $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_2 - OH$ B' : $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CHOH - CH_3$

b) Formules semi-développées et nom de A

A : $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH = CH_2$ méthyl-3 butène – 1

2. a) A: Noms et formules semi-développées des composés organiques extraits des tubes 1 et 2

.Tube 1

B $\xrightarrow[\text{défaut}]{Cr_2O_7^{2-}}$ Aldéhyde : $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CHO$ méthyl – 3 but anal.

Tube 2

B' $\xrightarrow[\text{défaut}]{Cr_2O_7^{2-}}$ Cétone : $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - CH_3$ méthyl – 3 butanone - 2.

Scanned by CamScanner

b) Equations d'oxydoréductions dans le tube 2.

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3 \times (CH_3 - \underset{\displaystyle CH}{\overset{\displaystyle CH_3}{|}} - CHOH - CH_3 \longrightarrow CH_3 - \underset{\displaystyle CH}{\overset{\displaystyle CH_3}{|}} - CO - CH_3 + 2H^+ + 2e^-)$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ + 3CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - CHOH - CH_3 \longrightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O + 3CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - C(=O) - O - CH_3$$

c) Formule et nom de D.

D est un acide carboxylique

D : $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - CH_2 - COOH$ acide méthyl – 3 butanoïque

3. a) Equation – bilan de la réaction.

$$CH_3 - \underset{\displaystyle CH}{\overset{\displaystyle CH_3}{|}} - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\overset{\displaystyle C(=O)}{|}} + CH_3 - CH_2 - CH_2OH \rightleftharpoons CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - CH_2 - \underset{\displaystyle O-CH_2-CH_2-CH_3}{\overset{\displaystyle C(=O)}{|}} + H_2O$$

(E)

E : méthyl – 3 butanoate de propyle

b) La réaction est lente, limitée et athermique.

c) Autre voie de synthèse de E.

- Propanol – 1 + chlorure de méthyl-3 butanoyle

$$CH_3 - \underset{\displaystyle CH}{\overset{\displaystyle CH_3}{|}} - CH_2 - \underset{\displaystyle Cl}{\overset{\displaystyle C(=O)}{|}} + CH_3 - CH_2 - CH_2OH \longrightarrow CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - CH - \underset{\displaystyle O-CH_2-CH_2-CH_3}{\overset{\displaystyle C(=O)}{|}} + HCl$$

- Propanol – 1 + anhydride de méthyl – 3 butanoique

$$CH_3 - \underset{\displaystyle CH}{\overset{\displaystyle CH_3}{|}} - CH_2 - C(=O) - O - C(=O) - CH_2 - \underset{\displaystyle CH}{\overset{\displaystyle CH_3}{|}} - CH_3 + CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$$

$$\longrightarrow CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - CH_2 - C(=O) - O - CH_2 - CH_2 - CH_3 + CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle CH}{|}} - CH_2 - COOH$$

Scanned by CamScanner

Exercice N° 2

1. L'hydratation du but-1-ène conduit à un mélange de deux composés organiques C_1 et C_2 Ecrire les formules semi-développées de C_1 et C_2 et les nommer.
2. L'oxydation de C_2 (composé obtenu de façon prépondérante) au dichromate de potassium conduit à un composé organique D.
   a) Donner la famille de D. Ecrire sa formule semi-développée et le nommer.
   b) Proposer des tests d'identification de D.
   c) Ecrire l'équation bilan de la réaction.
3. On fait agir sur C_1 un acide carboxylique ; on obtient alors un composé organique E de formule brute $C_6H_{12}O_2$
   a) Comment s'appelle ce type de réaction ? Quelles sont ses caractéristiques ?
   b) Donner la formule semi-développée et nommer le composé E.
   c) Ecrire l'équation – bilan de cette réaction.
4. Le composé E peut être obtenu à partir d'un anhydride d'acide et d'un alcool.
   a) Ecrire la formule semi-développée et donner le nom de l'anhydride utilisé.
   b) Ecrire l'équation –bilan de synthèse de E à partir de l'anhydride.
   c) Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

Solution

1. Formules semi-développées et noms de C et C

C_1 : $CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2OH$ Butan – 1 – ol

C_2 : $CH_3 - CH_2 - CHOH - CH_3$ butan- 2 - ol

2. a) C est un alcool secondaire. Donc D appartient à la famille des cétones.
   - Formule semi-développée D : $CH_3 - CH_2 - CO - CH_3$
   - Nom : butanone

   b) Tests d'identification de D

D + 2,4 – DNPH ⟶ précipité jaune

D + liqueur de Fehling ⟶ rien

NB: A la place de la liqueur de Fehling, on peut utiliser, le réactif de Schiff, ou le réactif de Tollens.

c) Equation – bilan de la réaction

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$x3\ (CH_3 - CH_2 - CHOH - CH_3 \longrightarrow CH_3 - CH_2 - CO - CH_3 + 2H^+ + 2e^-)$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ + 3CH_3 - CH_2 - CHOH - CH_3 \longrightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O + 3CH_3 - CH_2 - CO - CH_3$$

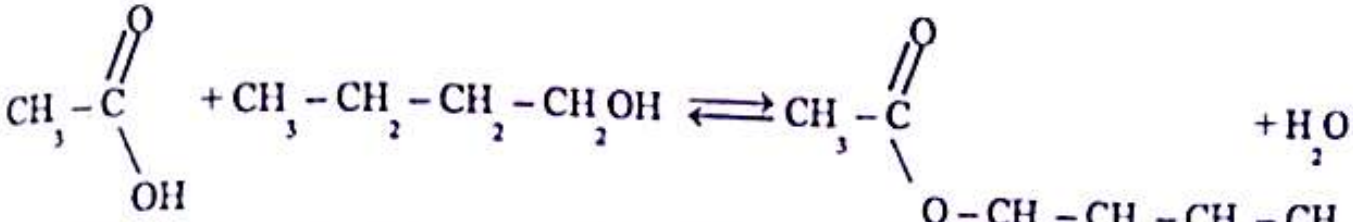
3. a) C'est une réaction lente, limitée et athermique.

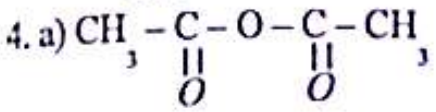
   b) Formule semi-développée et nom de E

E : $CH_3 - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - O - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_3$ éthanoate de butyle.

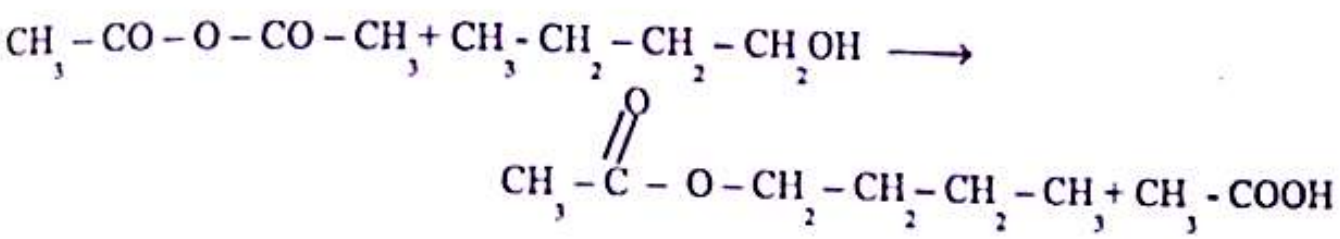
Scanned by CamScanner

c) Equation – bilan de la réaction.



4. a)  anhydride éthanoique

b) Equation-bilan de la réaction.



c) La réaction est rapide, totale et exothermique.

Exercice N° 3

On dispose de deux composés organiques non cycliques : A de formule brute C_2H_6O et B de formule brute C_3H_8O.

1. Les composés A et B, en excès, sont soumis à l'action d'une faible quantité de solution de dichromate de potassium en milieu acide. Ils donnent deux nouveaux composés de solution A_1 et B_1 réagissant avec la liqueur de Fehling et la 2,4 (D.N. P.H.)

a) Indiquer les formules sémi-développées et les noms de A, B, A_1 et B_1.

b) Le composé A est soumis à l'action d'un excès de solution de dichromate de potassium en milieu acide.

Indiquer le nom et la formule sémi-développée du composé C ainsi formé.

2. Les composés B et C mis en présence réagissent ensemble. Indiquer les caractéristiques de la réaction. Ecrire l'équation bilan de la réaction. Donner les noms des produits obtenus.

3. a) Le corps C est soumis à l'action du décaoxyde de tétraphosphore P_4O_{10} à chaud. Donner la formule sémi-développée du corps D formé.

b) Le corps D peut réagir avec B. Ecrire l'équation de la réaction. Donner les noms des produits obtenus. Comparer les caractéristiques de cette réaction à celles de la réaction considérée en 2.

Solution

1. a) Indiquons les formules de A, B, A_1 et B_1.

A_1 et A_2 sont aldéhydes $\Rightarrow$ A et B sont des alcools primaires.

A : $CH_3 - CH_2 - OH$ B : $CH_3 - CH_2 - CH_2 -$

Scanned by CamScanner

Ethanol propanol – 1

$A_1 : CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - H$ $B_1 : CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - H$

Ethanal propanal

b) Formule et nom de C.

$A \xrightarrow[\text{excès}]{Cr_2O_7^{2-}} C$ $C : CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - OH$ acide éthanoïque.

2. Equation bilan de la réaction entre B et C.

$$CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - OH + CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH \rightleftharpoons \underset{\text{éthanoate de propyle}}{CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - CH_2 - CH_2 - CH_3} + \underset{\text{eau}}{H_2O}$$

La réaction est lente, limitée, athermique.

3. a) La formule semi-développée de D.

$$C + P_4O_{10} \longrightarrow D$$

$$2CH_3COOH \xrightarrow{P_4O_{10}} \underset{\text{(D)}}{CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_3} + H_2O$$

Anhydride éthanoique.

b) Equation-bilan de la réaction entre D et B

$$CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_3 + CH_3 - CH_2CH_2 - OH \longrightarrow \underset{\text{éthanoate de propyle}}{CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - CH_2 - CH_2 - CH_3} + CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - OH$$

acide éthanoïque

Cette réaction est totale et rapide, alors que la réaction précédente est lente et limitée.

Exercice N° 4

On veut déterminer la formule d'un acide carboxylique A, à chaîne carbonée saturée. On dissout une masse m = 3,11 g de cet acide dans de l'eau pure ; la solution obtenue a un volume V = 1ℓ. On en prélève un volume V_A = 10 cm³ que l'on dose à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium (ou soude) de concentration $C_B = 5{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1}.

L'équivalence est atteinte quand on a versé un volume V_B = 8,4 cm³ de solution d'hydroxyde de sodium.

1. Calculer la concentration C_A de la solution acide.
2. En déduire la formule brute de l'acide A, sa formule sémi-développée et son nom.
3. a) On fait agir sur A un agent chlorurant puissant, le pentachlorure de phosphore PCl_5, par exemple. Donner la formule sémi - développée et le nom du composé obtenu à partir de l'acide.

Scanned by CamScanner

b) On fait agir sur A un agent déshydratant puissant (P_4O_{10}). Donner la formule sémi-développée et le nom du composé obtenu à partir de l'acide A.

c) On fait agir sur l'acide A un alcool, le butanol-1. Donner la formule semi-développée et le nom du composé obtenu à partir de l'acide A.

Solution

1. Calcul de la Concentration C_A.

A l'équivalence on $C_AV_A = C_BV_B \Rightarrow C_A = C_B.\frac{V_B}{V_A}$

$$C_A = 5.10^{-2} \times \frac{8,4}{10} = 4,2.10^{-2} mol.l^{-1}$$

2. Formule brute de A

$$C_A = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{m}{MV} \Rightarrow M = \frac{m}{VC_A}$$

$$M = \frac{3,11}{1 \times 4,2.10^{-2}} = \frac{311}{4,2} = 74 g.mol^{-1}$$

Formule brute $C_nH_{2n}O$

$^2 14n + 32 = 74 \quad 14n = 74 - 32$

$14n = 42 \Rightarrow n = 3$

$C_3H_6O_2$

Formule sémi-développée : $CH_3 - CH_2 - COOH$ acide propanoique.

3. a) A traité avec PCl donne un chlorure d'acyle de formule sémi-développée :

$CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - Cl$; de nom, chlorure de propanoyle.

b) A traité avec P_4O_{10} donne un anhydride de F.S.D :

$CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_2 - CH_3$ anhydride propanoique

c) En faisant agir le butanol –1 sur A on obtient en ester de F.S.D :

$CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_3$ Propanoate de butyle.

Scanned by CamScanner

Exercice N°5 : (BAC Niger 1997)

1. On traite par le chlorure de thionyle $SOCl_2$ un composé organique saturé A. La réaction conduit à la formation d'un composé B et d'un dégagement de dioxyde de soufre et de chlorure d'hydrogène.

a) Quelle est la fonction chimique de A ?

b) Donner la formule générale de A ainsi que celle de B.

Ecrire l'équation – bilan de la réaction.

2. L'action du composé A sur un alcool saturé C de masse molaire 74 g mol^{-1} conduit à la formation simultanée de l'eau et d'un composé D.

a) De quel type de réaction s'agit-il et quelles sont ses propriétés ? Quel serait l'effet d'une élévation de température sur cette réaction ?

b) Donner les formules sémi-développées de tous les isomères de C et les nommer.

c) L'isomère utilisé peut être oxydé en un corps E qui réagit avec la D.N.P.H mais pas avec le réactif de Schiff. De quel isomère s'agit-il ?

d) Sachant que le pourcentage en masse d'oxygène dans D est 27,58 %

- Déterminer la masse molaire et la formule brute de D ; en déduire la formule sémi-développée et le nom du composé A.

- Ecrire, en formule sémi-développée, l'équation bilan de l'action de A sur C.

e) On veut obtenir le même composé D à partir du même alcool et du composé B. Ecrire, l'équation–bilan de cette réaction en formule semi-développée. Quelles sont ses propriétés ?

f) Montrer que C possède deux (2) énantiomères. Donner la représentation de fischer de ces deux énantiomères

Solution

1. $A + SOCl_2 \longrightarrow B + SO_2\uparrow + HCl\uparrow$

a) Fonction chimique de A

A est un acide carboxylique.

b) Formules générales de A et B

$$A : R - COOH \longrightarrow B : R - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - Cl$$

Equation-bilan

$$R - COOH + SOCl_2 \longrightarrow R - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - Cl + SO_2\uparrow + HCl\uparrow.$$

2. $A + C \rightleftharpoons D + H_2O$

a) Il s'agit d'une réaction d'estérification.

Propriétés : lente, limitée, athermique

L'élevation de température permet de parvenir plus rapidement à l'équilibre, sans pour autant en modifier la composition.

b) Formules sémi-développées des isomères de C

- Formule brute de C : $C_nH_{2n+2}O$

Scanned by CamScanner

$M(C) = 14n + 18 \Rightarrow n = 4$

C : $C_4H_{10}O$

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$ $\qquad$ $CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3$

Butanol-1 $\qquad$ butanol-2

$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2OH$ $\qquad$ $CH_3 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{\overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{C}}}} - CH_3$

Méthyl-2 propanol-1 $\qquad$ méthyl-2 propanol-2

c) Isomère C

E + DNPH ⟶ positif $\qquad$ E + Réactif de Schiff ⟶ négatif

E est une cétone. L'isomère est un alcool secondaire.

C'est le butanol-2 : $CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3$

d) Masse molaire et formule brute de D

D : $C_nH_{2n}O_2$

$$\frac{M}{100} = \frac{32}{27,58} \Rightarrow M = \frac{3200}{27,58} \qquad M = 116 gmol^{-1}$$

- Formule brut de D

$$M = 14n + 32 = 116 \Rightarrow n = \frac{116 - 32}{14}$$

D : $C_6H_{12}O_2$

- Formule sémi-développée et nom de A

$CH_3 - COOH$ acide éthanoïque. $\qquad n = 6$

- Equation de la réaction de A sur C

$$CH_3COOH + CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3 \rightleftharpoons CH_3 - \overset{\displaystyle O}{\overset{||}{C}} - O - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3 + H_2O$$

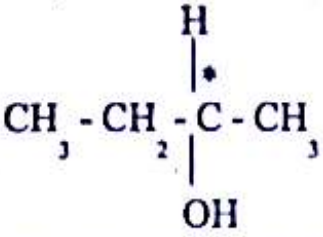
e) Equation de la réaction entre C et B

$$CH_3 - \overset{\displaystyle O}{\overset{||}{C}} - Cl + CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3 \longrightarrow CH_3 - \overset{\displaystyle O}{\overset{||}{C}} - O - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3 + HCl$$

- Propriétés: rapide, totale et exothermique.

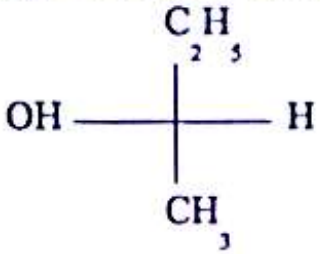
Scanned by CamScanner

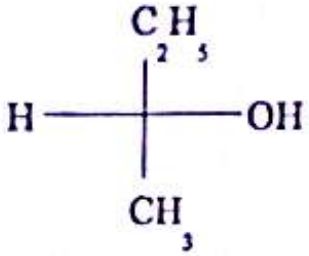
f) C est une molécule chirale.



Elle posséde 2 énantiomères

Représentattion de Fischer





Exercice N° 6 : (Bac Niger 2000)

1.On cherche à identifier quatre composés A, B, C et D. Les résultats des différents tests sont regroupés dans le tableau suivant :

Composé / Réactif	A	B	C	D
Dichromate de potassium en milieu acide	Solution orange	Solution verte	Solution verte	Solution orange
2,4 - DNPH	Précipité jaune	Précipité jaune	Pas de réaction	Solution jaune

Attribuer à chaque composé sa fonction en justifiant la réponse.

2. C est un composé saturé, de masse molaire M = 60 g mol^{-1}. L'action du dichromate de potassium sur C peut donner le composé B ou le composé D. Déterminer les formules sémi-développées et les noms de B, C et D.

3. Ecrire l'équation de la réaction de C sur D et donner le nom du produit obtenu.

4. Ecrire l'équation de la réaction du pentachlorure de phosphore PCL_5 sur D et donner le nom du produit obtenu.

Solution

1. Identification des quatre composés.

Composé A : $A + K_2Cr_2O_7$: Pas de changement de couleur. A n'est pas un réducteur. Comme le test à la 2,4 – DNPH est positif, A est une cétone.

Composé B : $B + K_2Cr_2O_7$: Coloration verte. B est un réducteur. Le test à la 2,4 – DNPH étant positif, B est un aldéhyde.

Composé C : $C + K_2Cr_2O_7$: Coloration verte. C est un réducteur. Le test à la 2,4 – DNPH est négatif. Donc C est un alcool.

Composé D : $D + K_2Cr_2O_7$: Pas de changement de coloration. D n'et pas un réducteur. En milieu acide le 2,4 – DNPH est jaune. Donc D est un acide carboxylique.

Scanned by CamScanner

2. C est un alcool de formule générale $C_nH_{2n+2}O$

$M = 14n + 18 \Rightarrow 14n + 18 = 60$

$n = 3$

C a pour formule brute C_3H_8O

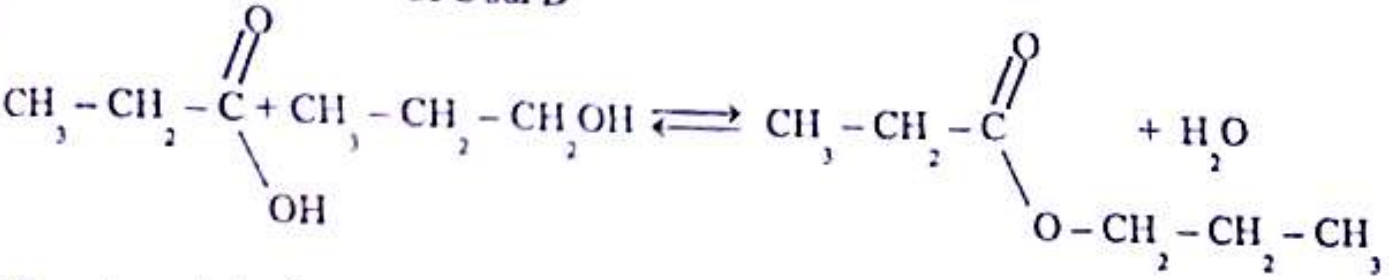
C → B ou D C est un alcool primaire

C : $CH_3 - CH - CH_2OH$ Propanol – 1 (ou propan-1 – ol)

B : $CH_3 - CH_2 - CHO$ Propanal

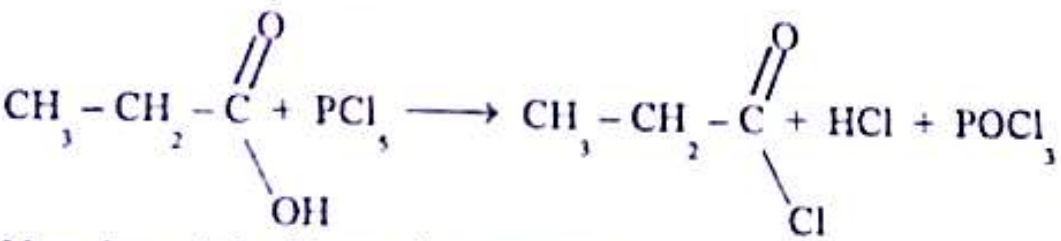
D : $CH_3 - CH - COOH$ acide propanoique

3. Equation de la réaction de C sur D



Nom du produit obtenu: Propanoate de propyle

4) Action du PCl_5 sur D



Nom du produit: chlorure de propanoyle

Exercice N° 7 : (Bac Niger 2003)

1. AH est un acide carboxylique α chloré (l'atome du chlore est fixé sur le carbone n°2) ; sa masse est de 122,5 g.

a) Donner la formule brute de AH.

La molécule AH renferme un carbone asymétrique.

b) Nommer AH.

c) Donner une représentation des stéréo-isomères possibles de AH.

2. AH est obtenu à la suite d 'une réaction d'hydrolyse d'un ester. Cette réaction est contrôlée par des mesures de pH du milieu à intervalles de temps réguliers.

a) Comment évolue le pH du milieu en fonction du temps ? A un instant t on trouve pH = 2,7 et la concentration en acide est $Ca = 3.10^{-2}$ mol L^{-1}.

b) Calculer le pKa du couple acide-base auquel appartient AH.

3. L'hydrolyse de l'ester a donné l'acide AH et un composé W dont l'oxydation par le dichromate de potassium acidifié conduit a un composé X aliphatique renfermant trois atomes de carbone. X donne un test positif à la 2,4 dinitrophénylhydrazine et un test négatif avec la liqueur de Fehling à chaud.

Nommer X. En déduire la formule chimique et le nom de W.

Scanned by CamScanner

Solution

1. a) Formule brute de A :

AH est un monoacide carboxylique α chloré, aliphatique.

A : $C_nH_{2n}ClCO_2H$

$14n + 35,5 + 12 + 32 + 1 = 122,5 \Rightarrow n = 3$

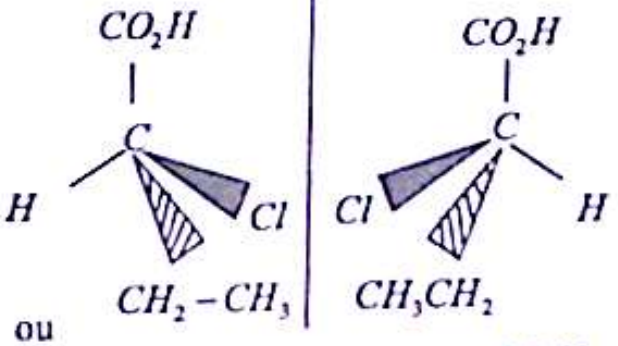
A: $C_3H_6ClCO_2H$

b) Nom de AH

AH renferme un carbone asymétrique.

$CH_3 - CH_2 - \overset{*}{C}H(Cl) - CO_2H$ acide chloro -2 butanoique

c) Représentation des stéréo isomères possibles.



ou



2. Ester + eau $\rightleftharpoons$ acide + alcool

a) La réaction étant celle de la formation de l'acide, lorsque sa concentration augmente, le pH diminue.

b) pKa du couple acide-base

$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

$[H_3O^+] = 10^{-2,7} \approx 2.10^{-3} moll^{-1}$

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O]} = 10^{-14+2,7} = 5.10^{-12} moll^{-1}$

Electroneutralité

Scanned by CamScanner

$$[OH^-]+[A^-]=[H_3O^+]$$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]}=\frac{5.10^{-12}}{2.10^{-3}}=2,5.10^{-9}<10^{-4}\Rightarrow[OH^-]\text{négligeable devant}[H_3O^+]$$

$$[A^-]\square[H_3O^+]=2.10^{-3}moll^{-1}$$

Conservation de la matière

$$[AH]=Ca-[A^-]=3.10^{-2}\_2.10^{-3}=2,8.10^{-2}mol/l$$

$$pH=pKa+\log\frac{[A^-]}{[AH]}\Rightarrow pKa=pH-\log\frac{[A^-]}{[AH]}$$

3) Formule et noms de X et W

$$CH_3-CH_2-\underset{\underset{Cl}{|}}{CH}-CO_2R+H_2O \rightleftharpoons CH_3-CH_2-\underset{\underset{Cl}{|}}{CH}-CO_2H+ROH$$

W

$$W \xrightarrow{Cr_2O_7^{2-}} X$$

X: $CH_3-\underset{\underset{O}{||}}{C}-CH_3$ Propanone

W: $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$ propanol - 2

Exercice N° 8 : Bac Niger serie D 1996

Soit $C_nH_{2n+2}O$ la formule brute d'un composé N à chaine ramifiée. En milieu acide ce composé réagit avec une solution de dichromate de potassium pour donner un composé P et un composé Q.

1. Sachant que le composé P réagit avec la liqueur de felhing ou le réactif de Tollens, indiquer les fonctions chimiques des composés N, P et Q
2. Déterminer les formules semi développées des composés N, P et Q sachant que le composé Q a pour masse molaire $M_Q = 88g/mol$.
3. Q réagit avec le pentachlorure de phosphore (PCl_5) pour donner un composé organique R. Donner la formule semi développée et le nom de R.
4. R réagit avec N pour donner le composé S de formule $C_8H_{16}O_2$ Ecrire l'équation bilan de cette réaction.
Donner le formule semi développée et le nom de S. Quelles sont les propriétés de cette réaction ?
5. S peut aussi être obtenu par réaction de N sur Q.
Ecrire l'équation bilan de cette réaction en formule semi-développée. Quelles sont les propriétés de cette réaction.

Scanned by CamScanner

Solution

1. N est un alcool (primaire).
   P est un aldéhyde.
   Q est un acide carboxylique.

2. Déterminer la formule semi développé de Q

Formule brute de Q: $C_nH_{2n}O_2$ $M(Q)=14n+32=88 \Rightarrow 14n=56 \Rightarrow n=4$

F.S.D de Q

F.S.D de P $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{||}}{C}-H$ F.S.D de N $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-OH$

3. F.S.D et nom de R

R est un chlorure d'acyle de F.S.D $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{||}}{C}-Cl$

chlorure de méthyl propanoyle

4. Equation-bilan de la réaction entre R et N.

$$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-C-Cl+CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-OH \rightarrow CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-C-O-\overset{\overset{O}{||}}{CH_2}-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3+HCl$$

Nom de S méthylpropanoate de méthylpropyle.

Réaction rapide et totale.

5. Equation-bilan de la réaction entre N et Q

$$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{\overset{\overset{O}{||}}{CH}}-C-OH+CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-OH \quad CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{\overset{\overset{O}{||}}{CH}}-C-O-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3+H_2O$$

Cette réaction est lente, limitée est athermique.

Exercice N° 9 : Bac Niger Série D 1994

1. La molécule d'un composé organique A de formule $C_nH_{2n}O$, contient 27,58% en masse d'oxygène. Donner la formule brute de A.

on donne: C = 12g/mol ; O = 16g.mol^{-1}l ; H = 1g.mol^{-1}

2. On fait réagir A avec la 2,4.D.N.P.H et le réactif de schiff.

On obtient un précipité jaune pour le premier test, une coloration rose pour le deuxième test.

   a) quelle est la fonction du composé A? Donner sa formule semi développée et son nom.
   b) Comment s'appelle le produit de la réaction de A sur la 2,4 D.N.P.H?

3. Par action du dichromate de potassium en milieu acide sur le composé A on obtient un corps B.

   a) Donner la formule semi développée et le nom de B.
   b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

4. B réagit sur un alcool C pour donner un corps D et de l'eau. D a une masse molaire de 116g. Le produit de l'oxydation de C par le dichromate de potassium en milieu acide ne réagit pas avec le réactif de Tollens, ni avec les indicateurs colorés usuels. Donner les formules semi développées et les noms de C et D.

5. B réagit avec le chlorure de thionyle $SOCl_2$ pour donner un composé E.

Scanned by CamScanner

a) Ecrire l'équation bilan de cette réaction.

b) le corps D peut être obtenu par action de E sur l'alcool C. Ecrire l'équation bilan et préciser les propriétés de cette réaction.

Solution

1. Formule brute de A. A: $C_nH_{2n}O$

n = 3 F.B de A : C_3H_6O

2. a) A est un aldéhyde

F.S.D de A : $CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H$ propanal

b) Le produit de la réaction de A sur la 2,4 D.N.P.H s'appelle: la 2,4 dinitrophénylhydrazone

3. a) Formule semi développée de B $CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ acide propanoïque

b) Equation bilan de la réaction

$$3\left(CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H+H_2O\rightarrow CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH+2H^++2e^-\right)$$

$$Cr_2O_7^{2-}+14H^++6e^-\rightarrow 2Cr^{3+}+7H_2O$$

$$\frac{16}{14n+16}=0,2758\Rightarrow 0,2758(14n+16)=16\Rightarrow 3,86n+4,4=16\Rightarrow n=\frac{16-4,4}{3,86}$$

$$3CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H+Cr_2O_7^{2}+8H^+\rightarrow 3CH_3-CH_2-COOH+2Cr^{3}+4H_2O$$

4. C est un alcool secondaire.

D est un ester sa formule brute. $C_nH_{2n}O_2$; M(D) = 14n+32 = 116

$$14n = 116 - 32 \Rightarrow n=\frac{116-36}{14}=6$$

F.S.D de D: $CH_3-CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3$ Propanote d'isopropyl

C: $CH_3-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3$ propan - 2 - ol

5. a) Ecrire l'équation-bilan.

$$CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH+SOCl_2\rightarrow CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl+SO_2+HCl$$

(E)

b) Equation-bilan de la réaction de E sur C.

$$CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl+\underset{OH}{CH_3-CH-CH_3}\rightarrow \underset{CH_3}{CH_3-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH-CH_3}+HCl$$

Cette réaction est rapide, totale est exothermique.

Scanned by CamScanner

Chapitre 3

LES AMINES

RAPPEL DU COURS

I FORMULE GÉNÉRALE-CLASSES

1. Formule générale.

$C_n H_{2n+3} N$

2. Classes des amines.

- Amines primaires R - NH_2
- Amines secondaires R - NH - R'
- Amines tertiaires



R, R', R" sont des groupes alkyles ou aromatiques

II NOMENCLATURE DES AMINES

1. Amines primaires

- Remplacer « e » par « amine » dans le nom de l'alcane correspondant; ou
- Alkylamine

Exemple : $CH_3-CH_2-NH_2$ éthanamine ou éthylamine

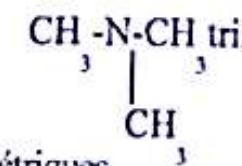
2. Amines secondaires. Amines tertiaires

* Amines symétriques

Dialkylamine

Trialkylamine

Exemples: 1 $CH_3-NH-CH_3$ diméthylamine

2  triméthylamine

* Amines disymétriques
  - Secondaires N-alkylalcanamine
  - Tertiaires : N - alkyl (R') N - alkyl (R") alcanamine

NB : alcanamine donnée par la chaîne carbonée la plus longue.

Scanned by CamScanner

Exemples

$CH_3-CH_2-NH-CH_3$ N-méthyléthanamine.

$CH_3-CH_2-CH_2-N(CH_3)-CH_2-CH_3$

N-éthyl, N-méthylpropanamine

III PROPRIÉTÉS DES AMINES

La présence d'un doublet d'électrons non liant sur l'atome d'azote explique les propriétés suivantes :

1. Caractère basique des amines

$$R-\ddot{N}H_2 + H_2O \rightleftharpoons R-\overset{+}{N}H_3 + OH^-$$

2. Caractère nucléophile : Il est à l'origine des réactions suivantes :

- Alkylation

$$R-\ddot{N}H_2 + R'-X \longrightarrow R-\ddot{N}H-R' + HX$$

- Acylation

$$R-\ddot{N}H_2 + R'-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl \longrightarrow R-NH-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-R' + HCl$$

Amide secondaire

Remarque : Avec NH_3 on obtient une amide primaire.

Avec une amine secondaire on obtient une amide tertiaire.

Exercices

Exercice N° 1

Une amine primaire A, de formule brute $C_5H_{13}N$, est optiquement active.

1. Entre quelles formules semi-développées peut-on hésiter pour A ?
2. Traitée par l'iodométhane en excès, l'amine A conduit à un iodure d'ammonium quaternaire B.

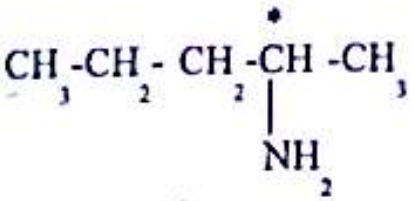
B peut, par ailleurs, être obtenu par action de l'iodo-2 pentane sur la triméthylamine.

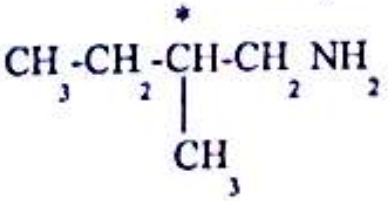
a) Donner la formule semi-développée de B, et en déduire celle de l'amine A.

b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'iodo-2 pentane et la triméthylamine.

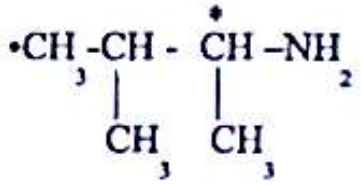
Solution

1. Formules semi-développées possibles de A.

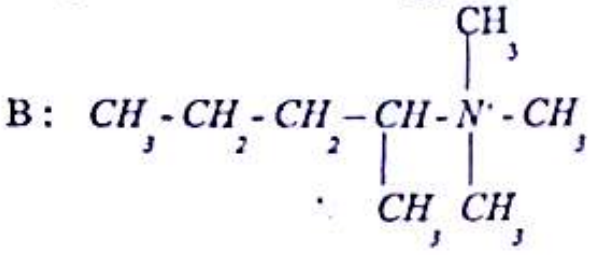




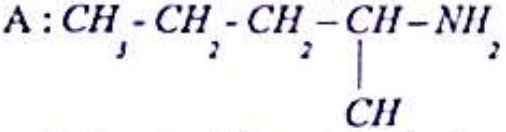
Scanned by CamScanner



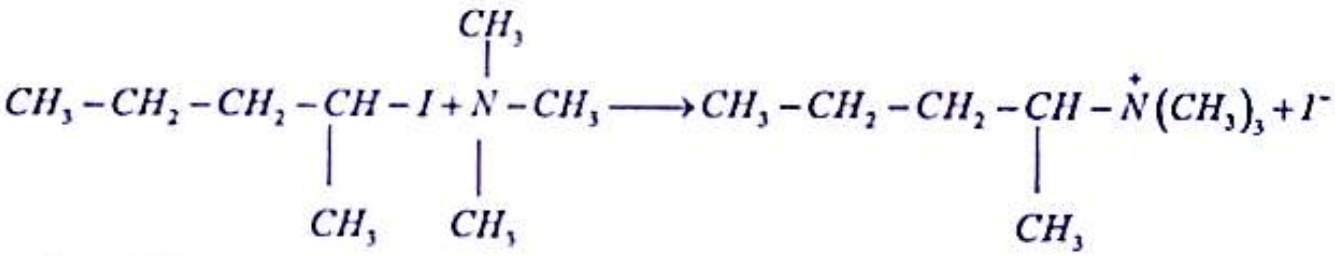
2. a) Formule semi-développée de B.



Formule semi-développée de A.



b) Equation bilan de la réaction.



Exercice N° 2

1. En combien de classes les amines peuvent-elles être réparties ? Donner un exemple de chaque classe en précisant le nom du corps.

2. Pour obtenir la formule brute d'une amine saturée, on dissout 0,59 g de l'amine dans un peu d'eau ; puis on ajoute de l'acide chlorhydrique de concentration molaire 0,5mol L^{-1}. L'équivalence acido-basique est obtenue pour 20 cm^3 de la solution acide.

a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions d'amine et d'acide chlorhydrique.

b) Calculer la masse molaire de l'amine et en déduire sa formule brute.

c) Ecrire les formules semi-développées possibles des amines isomères et indiquer la classe d'amine à la quelle appartient chacune d'elles.

d) A partir d'acide éthanoïque et de l'une des amines précédentes (on choisira l'amine primaire ayant une chaîne carbonée linéaire), On peut obtenir une amide. Ecrire une équation de la réaction d'obtention de ce dérivé.

NB : Les amines sont saturées et non cycliques.

Solution

1. Les amines se répartissent en trois classes :amines primaires, secondaires et tertiaires.

Scanned by CamScanner

Les résultats des différents dosages sont consignés dans le tableau suivant :

Exemples :

- Amine primaire : CH_3-NH_2 méthylamine
- Amine secondaire : $CH_3-NH-CH_3$ diméthylamine
- Amine tertiaire : $CH_3-CH_2-N(CH_3)-CH_3$ N, N – diméthyl éthanamine

2. a) Equation-bilan de la réaction.

$$C_nH_{2n+3}N+\left(H_3O^+ + Cl^-\right)\longrightarrow C_nH_{2n+4}N^+ + Cl^- + H_2O$$

b) Masse molaire de l'amine

A l'équivalence

$$n_A = n_{H_3O^+} \Rightarrow n_A = CaVa_E$$

$$n_A=\frac{m}{M_A}\Rightarrow M_A=\frac{m}{n_A}=\frac{m}{CaVa_E} \qquad M_A=\frac{0{,}59}{0{,}5\times 2010^{-3}} \qquad M_A = 59\,g\,mol^{-1}$$

- Formule brute de A

$A : C_nH_{2n+3}N \Rightarrow M_A = 14n + 17;$ $\qquad 14n + 17 = 59 \Rightarrow n = 3$

$A : C_3H_9N$

c) Formules semi-développées possibles et classes de A.

$CH_3-CH_2-CH_2-NH2$ propylamine ou propanamine-1 (amine primaire)

$CH_3-CH(NH_2)-CH_3$ propanamine-2(amine primaire)

$CH_3-CH_2-NH-CH_3$ N-méthyléthanamine (amine secondaire)

$CH_3-N(CH)-CH_3$ N, N-Diméthyl méthanamine ou triméthylamine (amine tertiaire)

d) Equation-bilan de la réaction.

$$CH_3-C(=O)-OH + CH_3-CH_2-CH_2-NH_2 \longrightarrow CH_3-C(=O)-NH-CH_2-CH_2-CH_3 + H_2O$$

amide

Scanned by CamScanner

Exercice N° 3

L'analyse d'un échantillon pure d'un composé mono azoté A donne 23,7% en massed'azote.

1. a) Ecrire la formule générale d'une amine saturée comportant n atomes de carbone.

b) Déterminer la formule brute du composé A.

c) Donner toutes les formules semi-developpées qui satisfont à cette formule brute. Nommer les amines et préciser leurs classes.

2. Le composé A est une amine primaire linéaire.

a) Quel est le composé A ?

b) On fait réagir A avec un chlorure d'acyle B, et on obtient un composé C. Comment s'appelle cette réaction ? Que met-elle en évidence ? Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu.

c) Déterminer B et C sachant que la masse molaire du composé C est de 101gmol^{-1}.

3. On fait réagir A avec le fluorure d'éthane. On obtient un mélange d'amine secondaire et d'amine tertiaire.

a) Comment s'appelle cette réaction ?

b) Ecrire les équations-bilan de ces réactions.

N :14gmol^{-1} ; H :1gmol^{-1} ; C :12gmol^{-1}

Solution

1. a) Formule générale d'une amine saturée; $C_nH_{2n+3}N$

b) Formule brute du composé A; $M(A) = 14n+17$

$$\frac{14}{14n+17} = \frac{23,7}{100} \Rightarrow 23,7(14n+17) = 1400; \quad 331,8n+402,9 = 1400 \Rightarrow n = \frac{1400-4029}{3318} = 3$$

A : C_3H_9N

c) Formules sémi - développées.

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH_2$: Pronamine-1, Amine primaire

$CH_3 - CH(NH_2) - CH_3$: propanamine-2, Amine primaire

$CH_3 - CH_2 - NH - CH_3$: N-méthyléthanamine, Amine secondaire

$CH_3 - N(CH_3) - CH_3$: Triméthylamine, Amine Tertiaire

2. A amine primaire linéaire.

a) Composé A : $CH_3-CH_2-CH_2-NH_2$

Scanned by CamScanner

b) A réagissant avec un chlorure d'acyle, la réaction s'appelle:acylation. Elle met en évidence le caractère nucléophile des amines.

Equation-Bilan :

$$CH_3-CH_2-CH_2-\ddot{N}H_2 + R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl \longrightarrow R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-CH_2-CH_2-CH_3 + HCl$$

c) Determination de : C : M(C) = 4 x 12 + 14 + 16 + 8 + m(R)

m(R) + 86 = 101 $\Rightarrow$ m(R) = 15 R : - CH_3

C: $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-CH_2-CH_2-CH_3$ B: $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$

3. a) Cette réaction s'appelle alkylation

b) Equation-bilan

$$CH_3-CH_2-CH_2-\ddot{N}H_2 + CH_3-CH_2-F \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-\ddot{N}H-CH_2-CH_3 + HF$$

$$CH_3-CH_2-CH_2-\ddot{N}H-CH_2-CH_3 + CH_3-CH_2-F \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-\underset{\underset{C_2H_5}{|}}{\ddot{N}}-C_2H_5 + HF$$

Exercice N° 4 : (BAC Niger série D 1997)

Soit E une amine saturée contenant 19,2% en masse d'azote.

1. Déterminer la formule brute de cette amine.
2. Donner les différentes formules semi développées possibles en se limitant aux amines primaires et tertiaires et les nommer.
3. La réaction de l'amine E avec un halogénure d'alkyle conduit à un seul type de composé.
   a) Quel est le nom de cette amine ?
   b) Ecrire l'équation-bilan de cette réaction et donner le nom général du composé obtenu.
4. E réagit sur l'iodoéthane.

a) Ecrire l'équation-bilan de cette réaction. Indiquer le nom du composé obtenu.

b) Quel caractère des amines cette réaction met –elle en évidence? Comment s'appelle-t-elle?

Solution

1. Formule brute de E ;

$C_n H_{2n+3} N \Rightarrow M(E) = 14n+17$

$$4\,\frac{14}{14n+17} = 0,192 \qquad 0,192(14n+17) = 14; \qquad 2,688n+3,264 = 14 \Rightarrow n = 3,99.;\ n = 4$$

$C_4 H_{11} N$

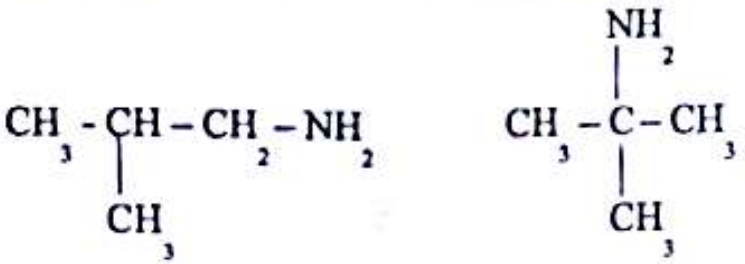
2. Formules semi- développées possibles.

Amines primaires :

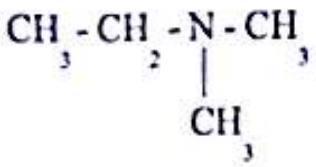
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$ butanamine - 1

$CH_3-CH_2-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-CH_3$ butanamine - 2

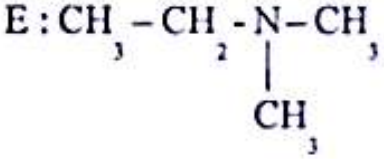
Scanned by CamScanner



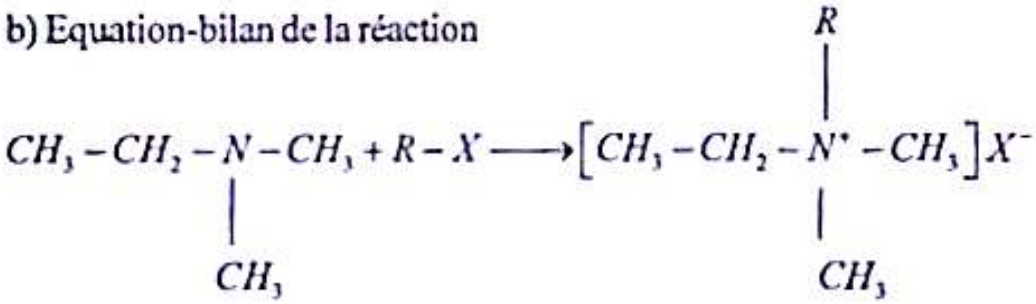
Méthyl-2 propanamine-1 Méthyl-2 propanamine-2

Amines tertiaires:  N, N - diméthyl éthanamine

3. a) L'alkylation de E ne conduisant qu'à un seul composé, alors E est une amine tertiaire.

E :  N, N - diméthyléthanamine

b) Equation-bilan de la réaction



Nom général du composé: halogénure d'ammonium quaternaire.

4. E réagit sur l'iodoéthane : 

a) Equation-bilan :

Iodure de diéthyldiméthylammonium.

b) Cette réaction met en évidence le caractère nucléophile des amines.

Ce type de réaction est appelé alkylation.

Scanned by CamScanner

Chapitre 4

LES ACIDES A - AMINÉS

RAPPEL DU COURS

I FORMULE GÉNÉRALE

$$R - \underset{NH_2}{CH} - COOH$$

II NOMENCLATURE :

On peut nommer certains acides α - aminés en appliquant la nomenclature systématique.

Exemples

1. $H - \underset{NH_2}{CH} - COOH$ acide amino - 2 éthanoïque (Gly)

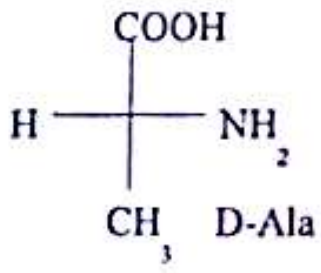
2. $CH_3 - \underset{NH_2}{CH} - COOH$ acide amino – 2 propanoique (Ala)

3. $CH_3 - \underset{CH_3}{CH} - \underset{NH_2}{CH} - COOH$ acide amino - 2 méthyl - 3 butanoïque (Val)

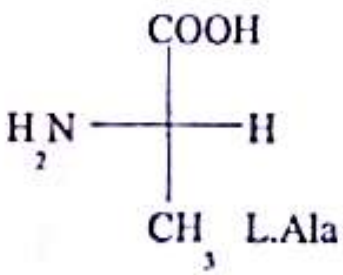
III REPRÉSENTATION D'UNE MOLÉCULE D'ACIDE A - AMINÉ SELON FISCHER

Exemples :

a)



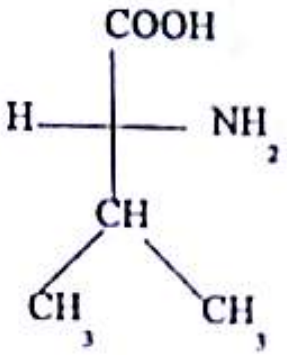
D-Ala



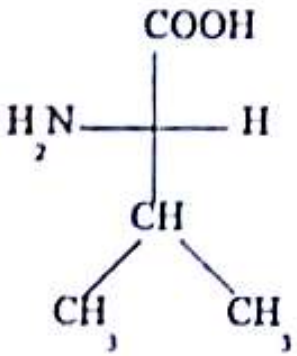
L.Ala

Scanned by CamScanner

b)



D- Val



L – Val

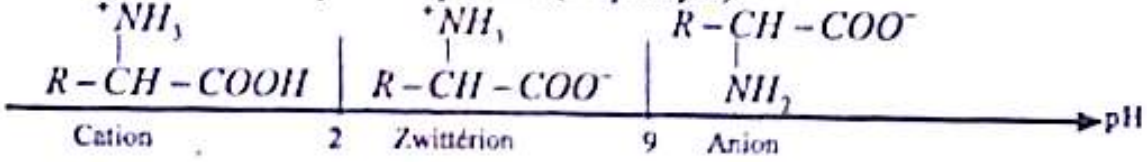
Les molécules des acides α - aminés, à l'exception de la glycine sont chirales. Elles peuvent être représentées selon Fischer.

IV FORMES DES ACIDES A - AMINÉS :

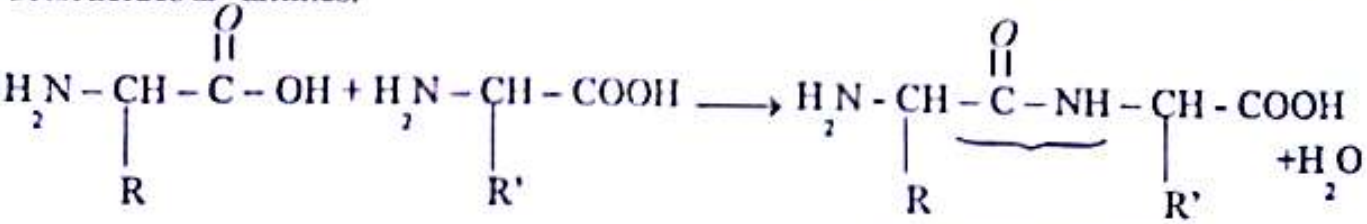
- A l'état pur, on les trouve sous forme d'ions dipolaires : Amphion ou zwittérion.



- En solution aqueuse le zwittérion est l'espèce prédominante.
- Le zwittérion est un composé amphotère (ampholyte).



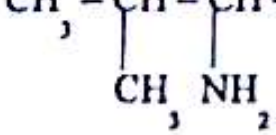
V LIAISON PEPTIDIQUE : Elle résulte de la condensation entre - COOH et – NH_2 de deux acides α - aminés.



Exercices

Exercice N° 1

1. L'acide α - aminé A, de nom usuel valine, a pour formule semi-développée :



Scanned by CamScanner

a) Donner le nom systématique de cet acide α - aminé dans la nomenclature internationale.

b) Cette molécule est-elle chirale ? En utilisant la projection de Fischer, représenter les configurations D et L de A.

c) Quelle est la composition centésimale de l'acide α - aminé A ?

2. En éliminant une molécule de dioxyde de carbone on obtient une amine B.

a) Ecrire l'équation bilan de la réaction. Préciser le nom et la classe de l'amine obtenue.

b) On fait réagir le chlorure de propanoyle sur l'amine B.

Ecrire l'équation bilan de la réaction.

Quelle est la fonction du composé organique obtenu ? Préciser le nom.

3. La réaction de condensation de l'acide α - aminé A avec l'acide amino – 2 propanoïque conduit à deux isomères d'un dipeptide.

a) Ecrire l'équation-bilan de condensation.

b) Quelle fonction doit-on bloquer et activer pour avoir uniquement Val – Ala ?

Solution

1. a) Nom systématique de la valine :

acide amino 2- méthyl 3- butanoïque .

b) Oui la molécule est chirale, car elle contient un carbone asymétrique.

Représentation de Fischer.



D- Val L – Val

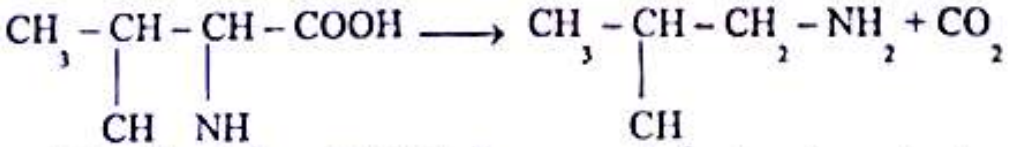
c) Composition centésimale de A.

$M(A) = 5 \times 12 + 14 + 2 \times 16 + 1 \times 11 = 117\ g\ mol^{-1}$

. % C : $\frac{60}{117} = 0,5128 = 51,28\%$.% H : $\frac{11}{117} = 9,40\%$

.% N: $\frac{14}{117} = 0,1196 = 11,96\%$. % O : $\frac{32}{117} = 27,35\%$

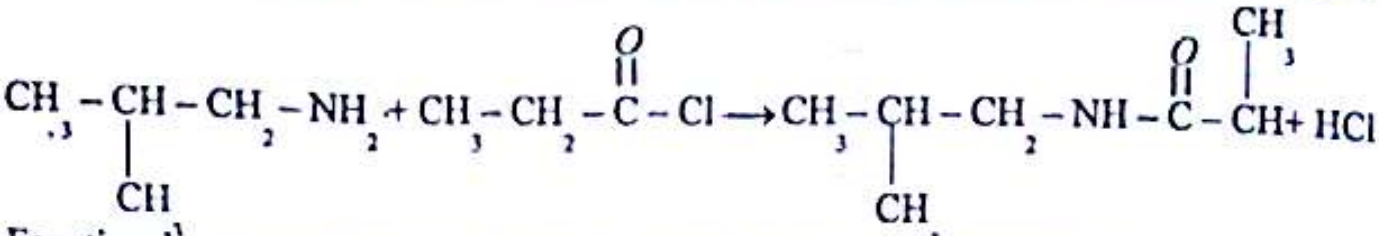
2. a) Equation – bilan de la réaction de décarboxylation.



Nom de l'amine obtenu. Méthyl – 2 propanamine – 1 , amine primaire.

b) Equation – bilan de la réaction.

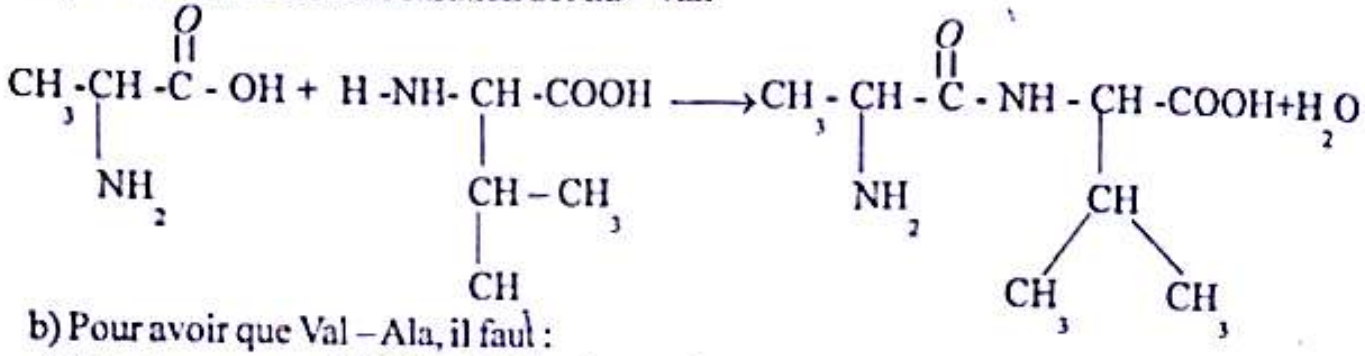
Scanned by CamScanner



Fonction du composé : amide. Nom : N - propyl – méthyl – 2 propanamide.

3. a) acide amino –2 propanoique : $CH_3-CH(NH_2)-COOH$ (Ala)

- Equation – bilan de condensation de Ala – Val.



b) Pour avoir que Val – Ala, il faut :

- Activer le groupe – COOH de Val en le transformant en chlorure d'acyle.
- Bloquer le groupe – COOH de Ala et le groupe – NH_2 de Val.

Exercice N° 2

Soient les deux acides α aminés NH_2-CH_2-COOH nom usuel Glycine (Gly) et $CH_3-CH(NH_2)-COOH$: Alanine (Ala).

1. Justifier le terme α - aminé et donner les noms selon la nomenclature internationale.
2. On peut faire la synthèse du dipeptide Gly – Ala.
   a) Ecrire l'équation – bilan correspondante . Indiquer la liaison peptidique.
   b) La molécule du dipeptide synthétisée est – elle chirale ? Justifier votre réponse.
   c) Quelles sont les fonctions que l'on doit bloquer et activer pour obtenir que le dipeptide Gly - Ala ? Citer un moyen de blocage et d'activation de - COOH.
3. Ecrire la formule de l'espèce chimique majoritaire de la glycine H_2N-CH_2-COOH en solution aqueuse dans les cas suivants :

pH = 1,8 ; pH = 8 ; pH= 11

On donne : $pka_1 = 2,3$ pour le couple acide conjugué du zwittérion /zwittérion ; $pKa_2 = 9,7$ pour le couple zwittérion / base conjuguée du zwittérion.

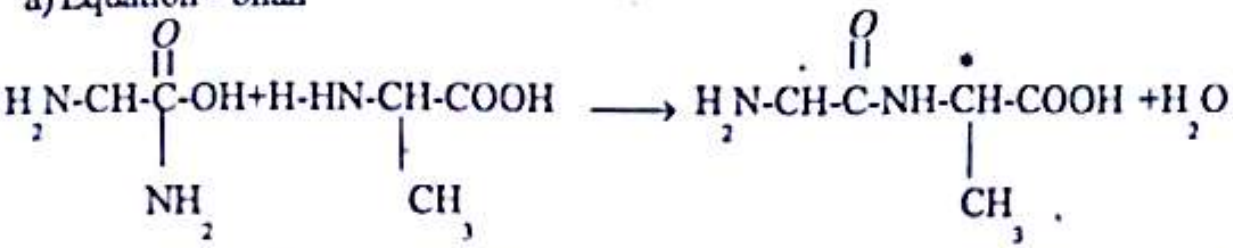
Solution

1. Les acides sont dits α – aminés parce que le groupe – NH_2 se trouve en position α du groupe – COOH. H_2N-CH_2-COOH acide amino - 2 éthanoique. (Gly).
$CH_3-CH(NH_2)-COOH$ acide amino – 2 propanoique – (Ala).

Scanned by CamScanner

2. Synthèse de Gly – Ala

a) Equation – bilan

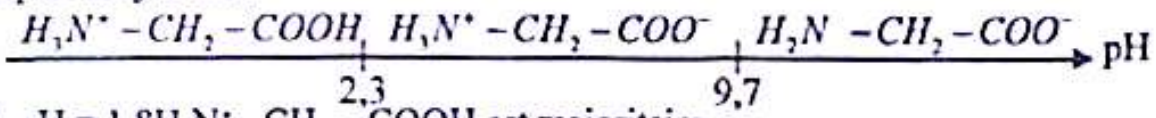


b) La molécule de Gly -Ala est chirale, car elle contient un atome de carbone asymétrique.

c) Pour obtenir que le dipeptide Gly - Ala il faut :

- Activer le groupe – COOH de Gly en le transformant en chlorure d'acyle.
- Bloquer le groupe – COOH de Ala en le transformant en ester ou le groupe – NH_2 de Ala en le transformant en amide.

3. Espèce majoritaire.



- à pH = 1,8 $H_3N^+ - CH_2 - COOH$ est majoritaire
- à pH = 8 $H_3N^+ - CH_2 - COO^-$ majoritaire
- à pH = 11 $H_2N - CH_2 - COO^-$ majoritaire

Exercice N° 3

On considère un dipeptide obtenu par condensation d'une molécule de glycine et d'une molécule d'un autre acide α - aminé A . La molécule de A ne comporte que des atomes C, O, H et N et possède un seul atome de carbone asymétrique.

1. Sachant que le dipeptide a une masse molaire. M = 146 g mol^{-1}.

a) Déterminer les formules semi-développées possibles du dipeptide, donner la formule de A et son nom dans la nomenclature officielle. (Envisager les deux isomères).

b) Représenter les deux énantiomères de A à l'aide de la représentation de Fischer.

2. On désire obtenir uniquement le dipeptide P_1 dans lequel la glycine est l'acide aminé N – terminal.

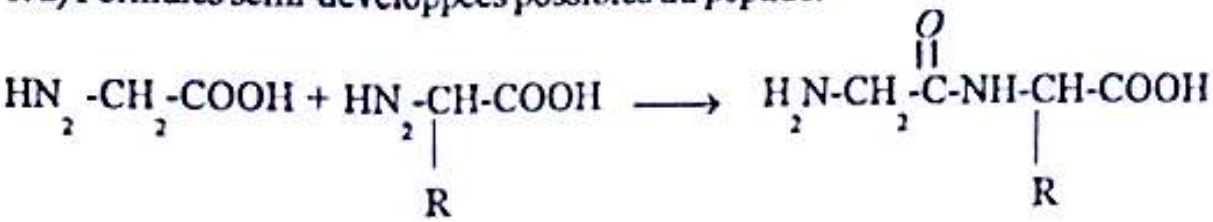
a) Comment doit – on procéder ? Décrire schématiquement les grandes étapes de la synthèse.

b) De quelle façon peut – on activer la fonction acide carboxylique ? Quel est l'intérêt de cette activation ? Combien d'atomes de carbone asymétrique possède le dipeptide P_1 ? Les représenter par un astérisque * sur la formule de P_1.

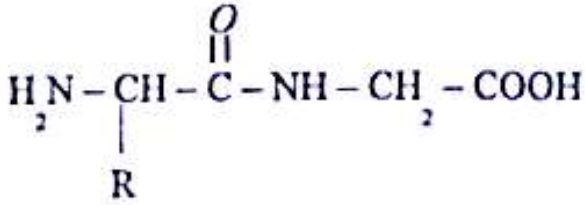
Scanned by CamScanner

Solution

1. a) Formules semi-développées possibles du peptide.

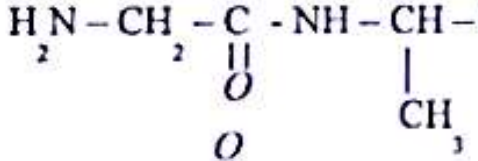


ou

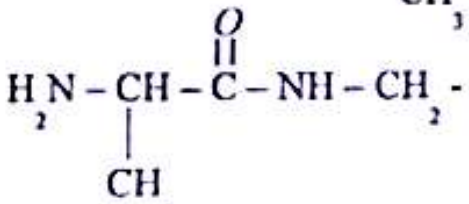


$M(P) = 12 \times 4 + 14 \times 2 + 16 \times 3 + 1 \times 7 + 14n + 1 = 132 + 14n$

$132 + 14n = 146 \Rightarrow n = \frac{146-132}{14}$; $n = 1$; $R : -CH_3$



Gly – Ala.

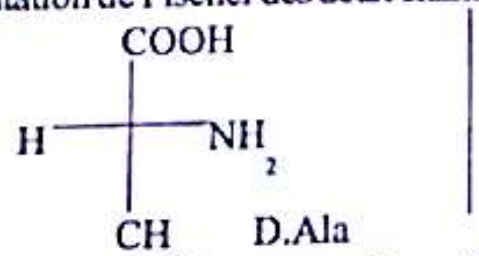


Ala – Gly.

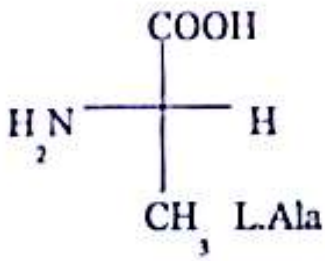
- Formule de A :



Représentation de Fischer des deux énantiomères.

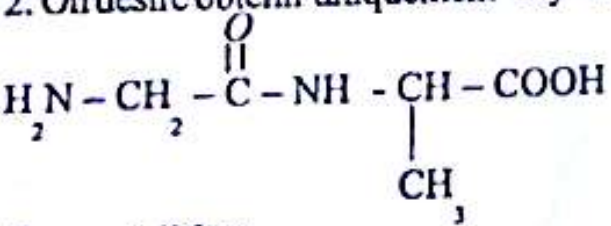


D.Ala



L.Ala

2. On désire obtenir uniquement Gly – Ala.



Pour cela il faut.

- Bloquer la fonction COOH de Ala en la transformant en ester.

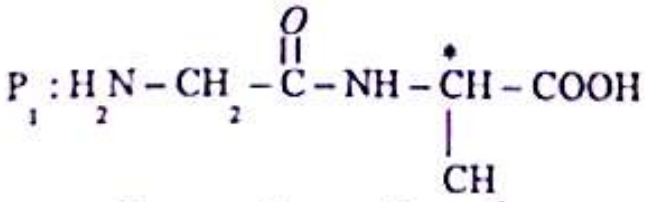
Scanned by CamScanner

- Bloquer la fonction -NH de gly en la transformant en amide.
- Activer la fonction -COOH de gly en la transformant en chlorure d'acyle.

. Après la réaction régénérer les fonctions bloquées.

b) On active la fonction acide carboxylique par action de $SOCl_2$ ou PCl_5, on transforme ainsi la fonction acide carboxylique en chlorure d'acyle.

Cette activation a pour intérêt de rendre le groupe – COOH plus réactif.



P_1 possède un seul atome de carbone asymétrique.

Exercice N° 4

La leucine et l'isoleucine sont deux acides α - aminés de formule R – CH(NH$_2$) – COOH dont les groupes alkyle R diffèrent. Le groupe alkyle de la leucine est noté R_1 celui de l'isoleucine R_2

1. La masse molaire des deux acides α aminés est : M = 131g mol^{-1}.

En déduire la formule brute du groupe alkyle.

2. a) Les groupes R_1 et R_2 possèdent chacun une seule ramification. La leucine possède un atome de carbone asymétrique et l'isoleucine en comporte deux.

Ecrire la formule semi-développée de chacun des deux acides α–aminés.

b) Donner la représentation de Fischer des deux énantiomères de la leucine (pour ne pas alourdir l'écriture, on symbolisera dans cette question et les suivantes, les groupes alkyles par R_1 et R_2).

Préciser quel est l'isomère D et quel est l'isomère L?

3. Montrer que la réaction de condensation de la leucine sur l'isoleucine conduit formellement à deux peptides P_1 et P_2 (on ne tiendra compte de l'isomérie optique ni dans cette question ni dans les suivantes).

4. En fait, la réalisation expérimentale de la réaction entre la leucine et l'isoleucine conduit à quatre peptides pourquoi ?

5. On désire synthétiser un des peptides P_1 ou P_2. Indiquer succinctement quels sont les moyens expérimentaux qui permettent d'en obtenir que P_1 (ou P_2)?

On donne : M(H) = 1g mol^{-1}, M (C) = 12g mol^{-1} M (N) = 14g mol^{-1},
M(O) = 16g mol^{-1}

Solution

1. Formule brute du groupe alkyle.

$\Rightarrow 14n + 1 + 24 + 32 + 14 + 4 = 131$

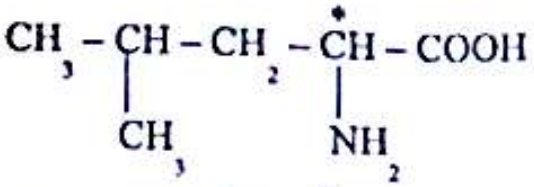
$C_nH_{2n+1}-CH(NH_2)-COOH$

$n = \dfrac{131-75}{14} \Rightarrow n = 4$

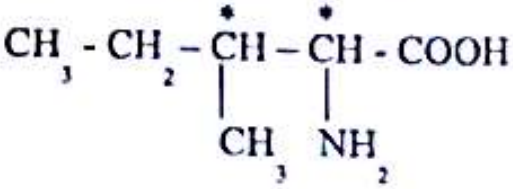
R_1 : $-C_4H_9$

Scanned by CamScanner

2. a) Formules semi-développées des deux acides α–aminés.

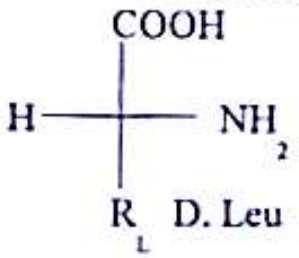


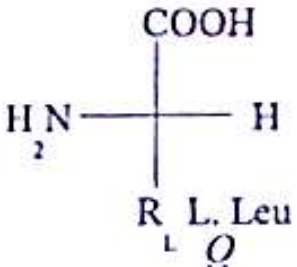
Leucine

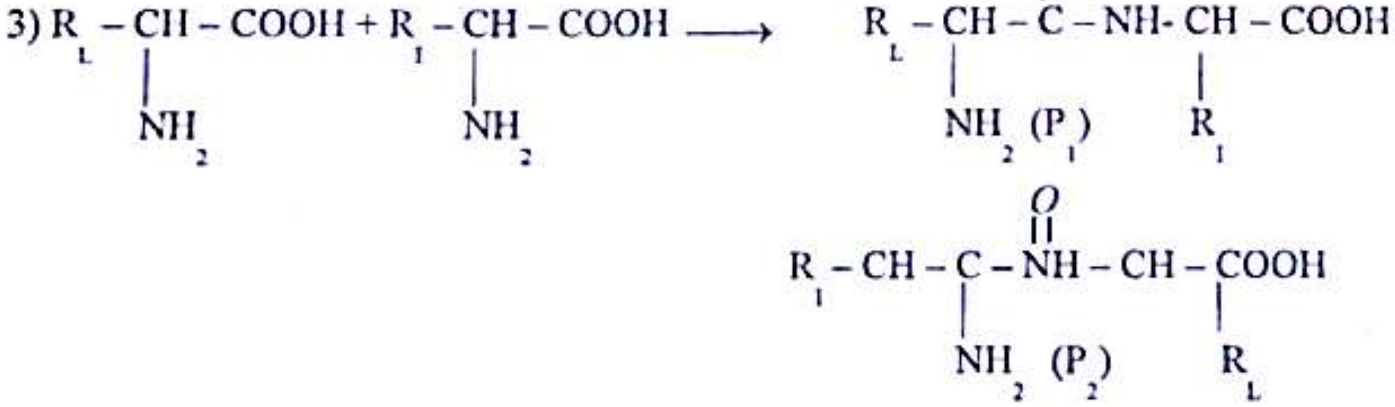


Isoleucine

b) Représentation de Fischer de la leucine.





3) 

4. La réaction conduit à quatre (4) peptides parce que deux molécules de leucine ou d'isoleucine peuvent réagir entre-elles.

5. Supposons qu'on désire synthétiser seul P_1, Il faut :

- Bloquer les fonctions acide carboxylique de l'isoleucine et amine de la leucine.
- Activer la fonction -COOH de la leucine en le transformant en chlorure d'acyle.
- Après la réaction régénérer les fonctions bloquées.

Scanned by CamScanner

Chapitre 5

CINÉTIQUE CHIMIQUE

RAPPEL DU COURS

La cinétique chimique a pour objet l'étude du déroulement des réactions chimiques au cours du temps.

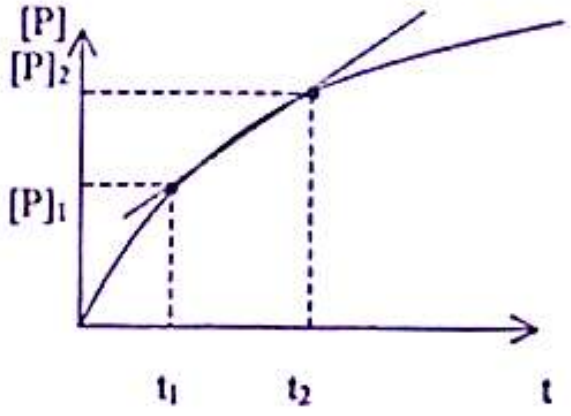
I VITESSE DE FORMATION D'UN PRODUIT, VITESSE DE DISPARITION D'UN RÉACTIF

1. Vitesse de formation d'un produit P

• Vitesse moyenne

$$v_{moy} = \frac{[P]_2 - [P]_1}{t_2 - t_1} \quad \text{ou} \quad v_{moy} = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

v_{moy} : $mol.l^{-1}.s^{-1}$ ou $mol.s^{-1}$



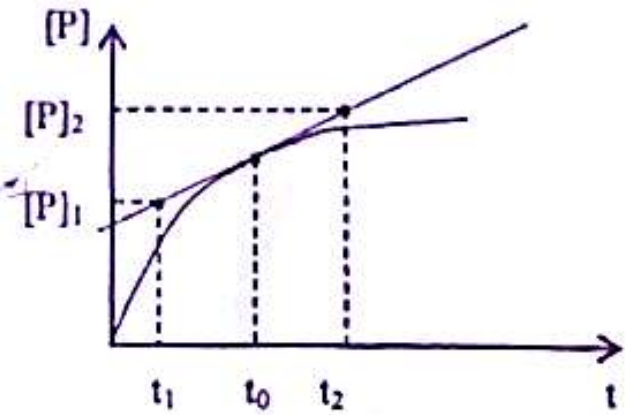
• Vitesse instantanée

$$v(t) = \frac{d[P]}{dt} \quad \text{ou} \quad v(t) = \frac{dn}{dt}$$

$mol.l^{-1}.s^{-1}$ $\quad$ $mol.s^{-1}$

Détermination pratique de v (t) :

$$Vt = \frac{[P]_2 - [P]_1}{t_2 - t_1}$$



Scanned by CamScanner

2. Vitesse de disparition d'un réactif R.

• Vitesse moyenne

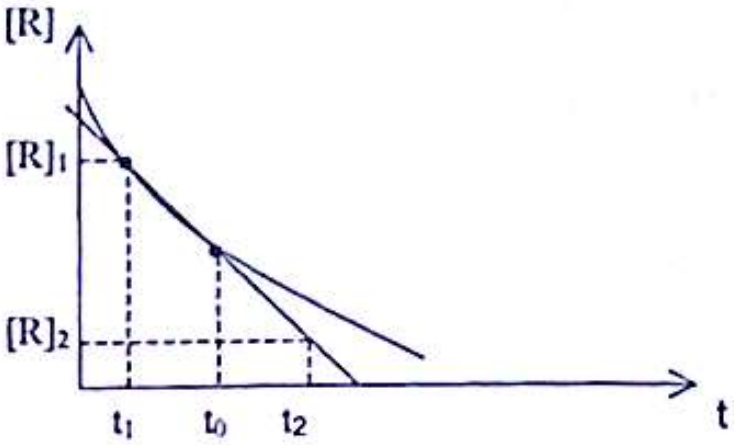
$$v_{moy} = -\frac{[R]_2 - [R]_1}{t_2 - t_1} \text{ ou } v_{moy} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

• Vitesse instantanée

$$v(t) = -\frac{d[R]}{dt} \text{ ou } v(t) = -\frac{dn}{dt}$$

Détermination pratique de v (t) :

$$Vt = \frac{[R]_2 - [R]_1}{t_2 - t_1}$$



II FACTEURS CINÉTIQUES

- Ce sont des grandeurs sur lesquelles on peut jouer pour modifier la vitesse d'une réaction chimique.
- La température, la concentration et les catalyseurs sont des facteurs cinétiques. Ainsi la vitesse de formation d'un produit ou de disparition d'un réactif augmente avec la température et la concentration.
- Le catalyseur est une substance qui accélère la vitesse d'une réaction sans rentrer dans l'équation-bilan.

Exercices

Exercice N° 1

On chauffe un mélange renfermant une mole d'acide éthanoïque et une mole d'un alcool inconnu R-OH où R est un radical alkyle.

1. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction. Rappeler brièvement ses caractéristiques.
2. On dose toutes les heures l'acide restant dans le mélange. Le tableau suivant donne les résultats:

t (heures)	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de moles d'acide restant (mol)	0,57	0,42	0,37	0,34	0,335	0,33	0,33

a) Tracer la courbe qui donne en fonction du temps le nombre de mol n_E d'ester qui s'est formé. échelle : 1cm pour 1h ; 1cm pour 0,1 mole.

b) Quelle est la vitesse moyenne de formation de l'ester entre les instants $t_1 = 2$ heures et $t_2 = 5$ heures ?

Scanned by CamScanner

c) Déterminer à la date t = 3 heures la vitesse instantanée de formation de l'ester.

3. On fait ensuite l'analyse quantitative de cet ester. Le pourcentage en masse d'oxygène est de 31,37%.

a) Quelle est la formule brute de cet ester ?

b) Quelle est la formule brute de l'alcool utilisé ? En déduire les formules semi développées et les noms possibles de l'alcool.

4. Les résultats de la question 2) permettent-ils d'en déduire l'alcool utilisé. Pourquoi ?

5. Quels sont alors la formule semi-développée et le nom de l'ester obtenu ?

On donne en $g.mol^{-1}$: M(O) =16 ; M(C) =12 ; M(H) = 1.

Solution

1. Equation-bilan de la réaction :

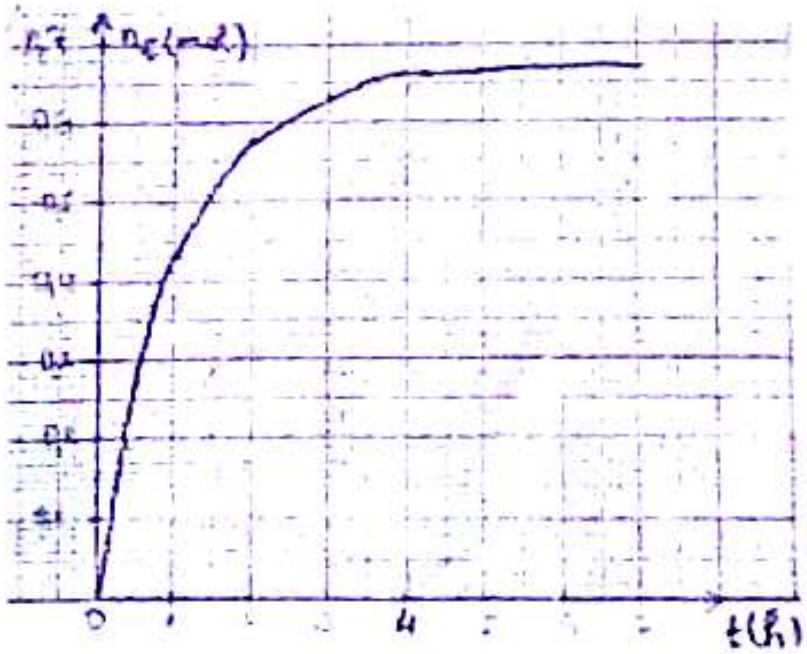
$$CH_3 - COOH + R - OH \rightleftharpoons CH_3 - C(=O) - O - R + H_2O$$

- Caractéristiques : lente , limitée, athermique

2. a) Tracé de la courbe $n_E = f(t)$ (voir papier millimétre)

Calculons le nombre de mol d'ester n_E : $n_E = 1 - n_{ac}$

t(h)	1	2	3	4	5	6	7
n_E (mol)	0,43	0,58	0,63	0,66	0,66	0,67	0,67



Scanned by CamScanner

b) Vitesse moyenne entre t_1 et t_2.

$$Vmoy = \frac{n_E(5h) - n_E(2h)}{5-2} \quad Vmoy = 2{,}8310^{-3}\ mol.l^{-1}h^{-1}$$

c) Vitesse à l'instant t = 3h.

$$V(3h) = \frac{0{,}71 - 0{,}6}{3} \ ; V(3h) = 3{,}6710^{-2}\ mol.l^{-1}h^{-1}$$

3. a) Formule brute de E

$C_nH_{2n}O$ la formule générale de E

$$\frac{M}{100} = \frac{m(O)}{31{,}37} \Rightarrow \frac{14n+32}{100} = \frac{32}{31{,}37} \Rightarrow 14n + 32 = \frac{3200}{31{,}37} = 102 \Rightarrow \quad n = 5$$

E : $C_5H_{10}O_2$

b) Formule brute de l'alcool.

L'acide ayant 2 atomes de carbone, l'alcool possède donc 3.

D'où on a : C_3H_8O

Formules semi-développées possibles

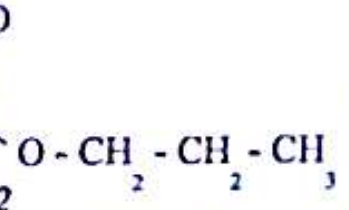
$CH_3 - CH_2 - CH_2OH$ Nom : propanol-1

$CH_3 - CHOH - CH_3$ Nom : propanol-2

4. A l'équilibre $n_E = 0{,}67 = \frac{2}{3} n_A$

L'alcool est un alcool primaire de formule $CH_3 - CH_2 - CH_2OH$

Formule semi-développée et nom de l'ester.



E : $CH_3 - C(=O) - O - CH_2 - CH_2 - CH_3$ Ethanoate de propyle.

Exercice N° 2

On veut étudier la cinétique d'une réaction de saponification. Pour cela, on réalise un mélange équimolaire d'ester et d'hydroxyde de sodium dans un solvant approprié. A l'instant de date t = 0, chaque réactif a pour concentration $5.10^{-2} mol.L^{-1}$.

1. Compléter l'équation – bilan de la réaction.

$R\text{-}COOR' + HO^- \longrightarrow$

2. Le mélange est maintenu dans un bain à température constante, θ, et des prises d'essai de $10cm^3$ sont effectuées de temps en temps. On dose les ions HO^- restant par de l'acide chlorhydrique de concentration molaire $10^{-2} mol.L^{-1}$.

Scanned by CamScanner

Date(mn)	4	9	15	24	37	53	83	143
Volume(cm^3) d'acide chlorhydrique à 10^{-2} mol.L^{-1}	44,1	38,6	33,7	27,9	22,9	18,5	13,6	8,9

Calculer pour chaque prélèvement la concentration molaire d'ester restant : [R-COOR']
On expliquera les calculs pour le premier prélèvement puis on donnera les autres valeurs sous la forme d'un tableau.

3. Tracer sur une feuille de papier millimétré la courbe [R-COOR'] = f(t) en respectant l'échelle suivante :

1 cm pour 10min et 1cm pour 2.10^{-3}mol.L^{-1}

4. Calculer la vitesse de disparition de l'ester R-COOR' à la date t = 50mn.

5. On appelle temps de demi-réaction, $t_{1/2}$, le temps au bout duquel la moitié de l'ester a été saponifiée. A l'aide de la courbe déterminer le temps de demi-réaction.

Solution

1. L'équation – bilan s'écrit.

$$R - COOR' + HO^- \longrightarrow R - COO^- + R' - OH$$

2. Soit C la concentration molaire de l'hydroxyde de sodium dans la prised'essai de volume V_B ; C la concentration molaire de l'acide chlorhydrique nécessaire pour atteindre l'équivalence acido-basique.

A. L'équivalence : $C_A V_{AE} = C_B V_B \Rightarrow C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B}$

Pour le premier prélèvement

$$C_B = \frac{10^{-2} \times 44,1}{10} = 4,41.10^{-2} mol.l^{-1}$$

D'après l'équation –bilan, l'ester et l'ion hydroxyde réagissent mole à mole.

Comme les concentrations initiales en ester et en ions hydroxydes sont égales.

A chaque instant : [ester] = C_B

T(mn)	0	4	9	15	24	37	53	83	143
VA cm^3		44,1	38,6	33,7	27,9	22,9	18,5	13,6	8,9
CB 10^{-3} mol.l^{-1}		44,1	38,6	33,7	27,9	22,9	18,5	13,6	8,9
[R-COOR'] 10^{-3}mol.l^{-1}	50	44,1	38,6	33,7	27,9	22,9	18,5	13,6	8,9

3. Tracé de la courbe [ester] = f(t) (voir papier millimétré).

4. Vitesse de disparition à l'instant t = 50mn.

Scanned by CamScanner

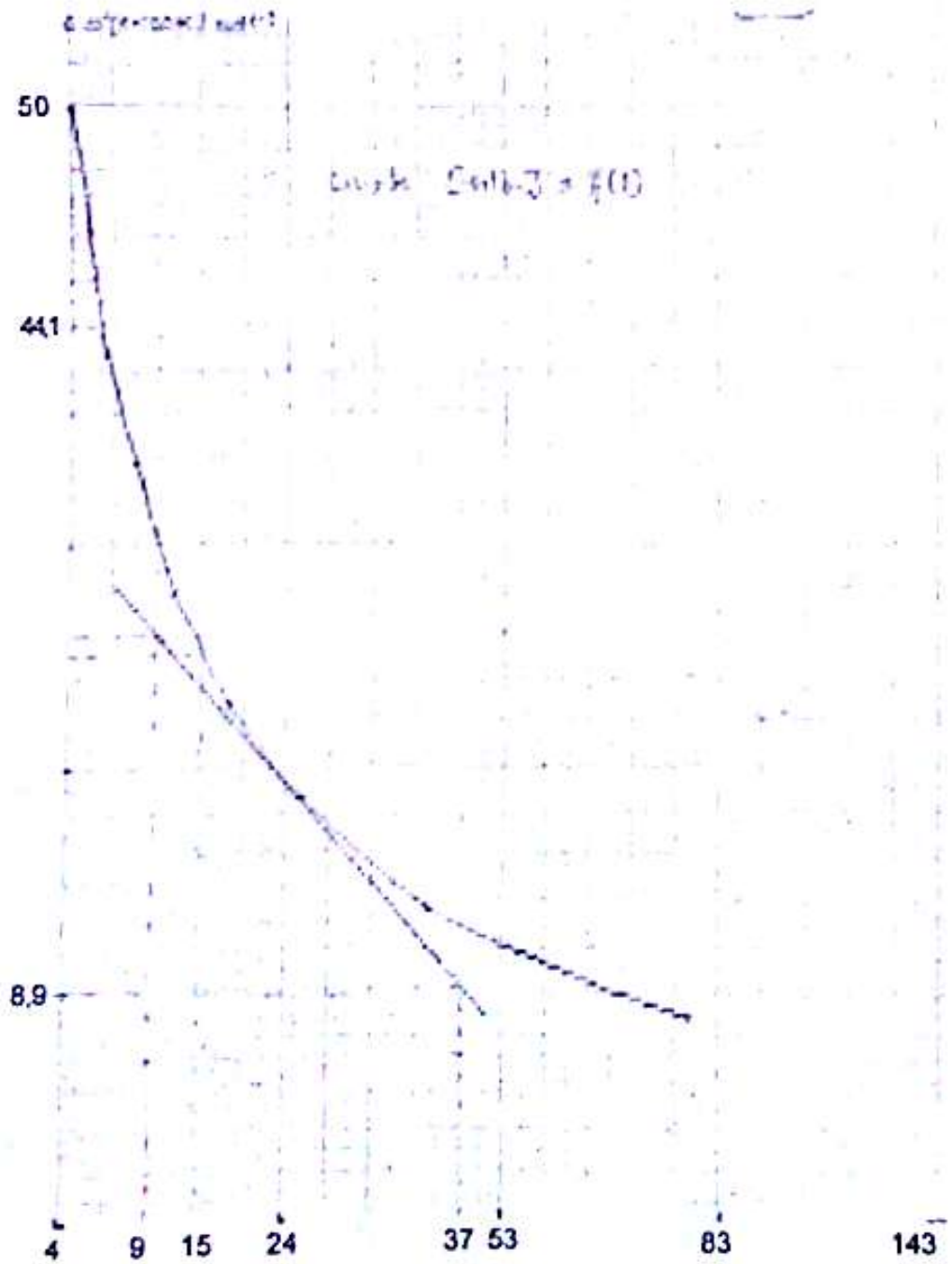
$$V(t = 50min) = -\frac{[R_2]-[R_1]}{t_2 - t_1} = -\frac{(10-26)10^{-3}}{91-20} \Rightarrow V(t = 50min) = 2{,}25.10^{-4}\,mol.l^{-1}min^{-1}$$

5. Temps de démi-réaction.

A $t = 0$ $[ester]_0 = 50.10^{-3}$mol.l-1

Donc à $t = t_{1/2}$ la concentration molaire de l'ester est la moitié soit 25.10^{-3} mol.l-1

$\Rightarrow t_{1/2} = 34min$



Scanned by CamScanner

Exercice N° 3 : (Bac série D Niger 2001)

1. Un ester peut être préparé par action d'un acide carboxylique sur un alcool ou par action d'un chlorure d'acyle sur un alcool. La deuxième méthode est la plus utilisée dans l'industrie. Pourquoi ?

2. On fait agir 2,13g d'un chlorure d'acyle à chaîne carbonée saturée et l'éthanol en accès Il se forme un composé organique A et du chlorure d'hydrogène.

2-1. Ecrire l'équation – bilan de cette réaction.

2-2. On utilise une solution d'hydroxyde de sodium à 0,4mol/l pour doser une solution aqueuse du chlorure d'hydrogène précédemment obtenu. Le virage du bleu de bromothymol est constaté pour un volume de 50 ml de la solution d'hydroxyde de sodium.
Calculer la masse du chlorure d'acyle. En déduire les formules semi-developpées possibles de l'ester et les noms correspondants.

3. A un instant t = 0, on prépare un litre de solution aqueuse en mélangeant 10^{-2} mole de l'ester à chaîne carbonée linéaire et 10^{-2} mole d'hydroxyde de sodium.

3-1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction et donner son nom.

3-2 L'étude cinétique de cette réaction a permis de déterminer la concentration C d'alcool formé en fonction du temps t(voir tableau suivant) :

t(min)	0	1	3	5	7	10	15	21	25
C (4.10^{-3} mol.l^{-1})	0	1,1	2,6	3,7	4,5	5,4	6,4	7,1	7,5

3-2-a Tracer la courbe C = f(t) ; échelle : 1 cm pour 1min ; 1cm pour 10^{-3} mol.l^{-1}

3-2-b Déterminer les vitesses de la réaction aux instants t = 3min et t = 12min.

3-2-c Déterminer le pourcentage d'ester ayant réagit à t = 12min.

4. Le phosphore catalyse la substitution par un halogène d'un hydrogène situé en position α par rapport au groupe -COOH . Sur le corps obtenu à la question 3, on fait agir du dibrome en présence de phosphore. Il se forme un composé B et du HBr .

4.1.Ecrire l'équation de la réaction et nommer le composé B.

4.2. Par une réaction de substitution nucléophile, un excès d'ammoniac transforme le composé B en un composé amphotère bien connu. Donner la formule et la fonction de ce composé.

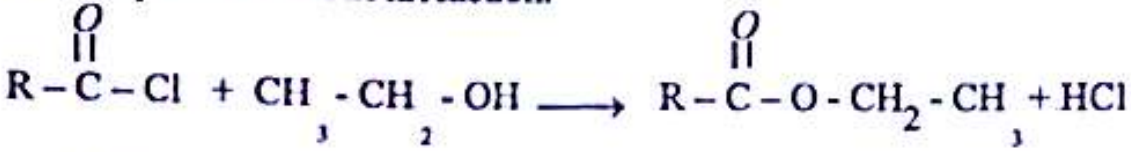
On donne (en g.mol^{-1}) : M(H) = 1 ; M(C) = 12 ; M(O) = 16 ; M(cl) = 35,5

Scanned by CamScanner

Solution

1. La deuxième méthode est préférée dans l'industrie parce qu'elle est rapide et totale. Donc elle donne un bon rendement.

2. 2.1 Equation-bilan de la réaction.



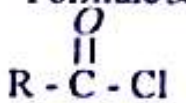
2.2 Nombre de moles de NaOH : $0,4 \times 50.10^{-3} = 2.10^{-2}$ mole

A l'équivance : $n_{HCl} = n_{NaOH}$; selon l'équation-bilan $n_{HCl} = n_{RCOCl} = 0,02$mol.

Masse molaire du chlorure d'acyle.

$$M = \frac{2;13}{0,02} = 106,5 \text{ g/mol}$$

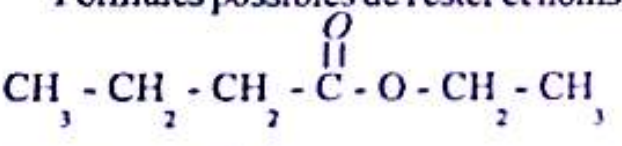
Formule semi développée de l'ester.



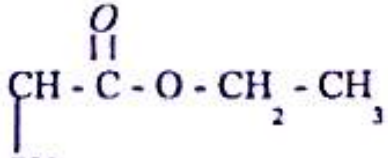
$\Rightarrow M = 4n + 1 + 12 + 16 + 35,5 = 106,5$

$n = 3$ $\quad R = -C_3H_7$

Formules possibles de l'ester et noms correspondants.

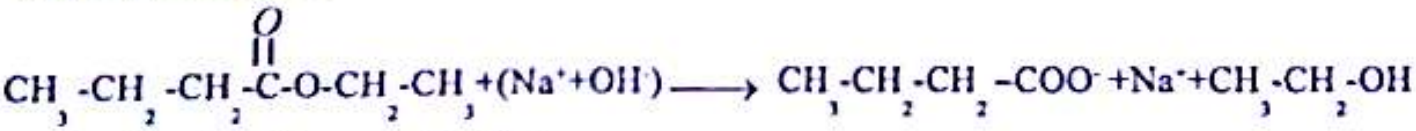


butanaote d'éthyle



Méthyl – 2 propanoate d'éthyle

3. 3.1 Equation-bilan



La réaction s'appelle saponification.

3.2 Tracé de C = f(t) (voir papier millimétré)

3.2.a $V(t_1 = 3 \text{ min}) = 6,25.10^{-4} \text{ mol L}^{-1}\text{min}^{-1}$

3-2.b $V(t_2 = 12 \text{ min}) = 3.10^{-4} \text{ mol L}^{-1}\text{min}^{-1}$

3.2.c Pourcentage d'ester ayant réagi à l'instant t = 12min

Concentration de l'éthanol à t = 12min est $5,9.10^{-3}$ mol L^{-1}.

.% d'ester ayant réagi $= \frac{5,9.10^{-3}}{10^{-2}} \times 100 = 59\%$.

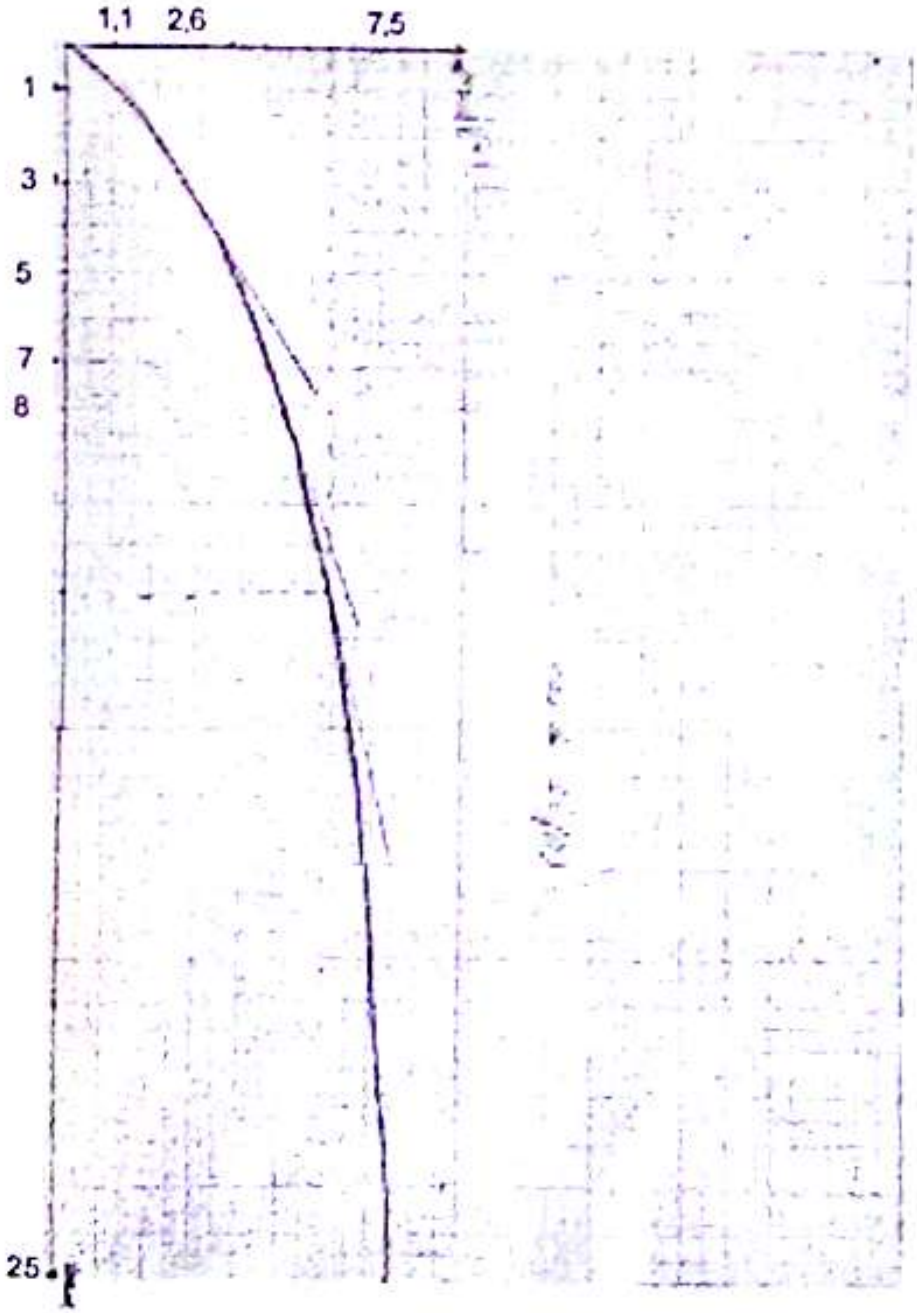
Scanned by CamScanner

4. 4-1) Equation –bilan de la réaction.

$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - COO^- + Br_2 \longrightarrow CH_3 - CH_2 - \underset{Br}{CH} - COO^- + HBr.$$

Ion bromo-2 butanoate.

4.2) $CH_3-CH_2-\underset{Br}{CH}-COO^- + NH_3 \longrightarrow CH_3-CH_2-\underset{{}^+NH_3}{CH}-COO^- + Br^-$.



Scanned by CamScanner

Exercice N° 4 : (Bac Niger 2003)

La réaction d'oxydation des ions I^- par les ions peroxodisulfate ($S_2O_8^{2-}$) est lente et totale. Elle fait intervenir les couples rédox I_2/I^- et $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$

1. Ecrire les demi-équations électroniques des couples rédox en présence. En déduire l'équation – bilan de la réaction.

2. On mélange à l'instant t = O un volume $V_1 = 40ml$ d'une solution aqueuse d'iodure de potassium de concentration $C_1 = 0,5mol/l$ et un volume $V_2 = 10ml$ d'une solution aqueuse de peroxodisulfate de potassium de concentration $C = 10^{-1}$ mol/L. Calculer les concentrations initiales des ions iodure et peroxodisulfate dans le mélange.

3. On prélève à différentes dates t des volumes $V_0 = 2ml$ du mélange que l'on refroidit immédiatement dans l'eau glacée. A chaque prélèvement on ajoute un peu d'empois d'amidon et on dose le diiode formé par une solution aqueuse de thiosulfate de sodium ($2Na + S_2O_3^{2-}$) de concentration $C = 5.10^{-3}$ mol/L.

Dans le tableau ci- dessus on a regroupé les différentes valeurs V du volume de solution de thiosulfate de sodium nécessaire au dosage des différents prélèvements de volume V_0.

t(min)	4	8	12	16	20	24	28	32	36
V(ml)	6,8	10,5	12,5	14,3	15,2	15,5	15,8	16	16
$[I_2].10^{-3}$mol/L									

a) Pourquoi, prend-on la précaution de refroidir chaque prélèvement ?

b) Etablir l'équation-bilan de la réaction d'oxydoréduction sachant que les couples Rédox en présence sont :

I_2/I^- et $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$

c) Etablir la relation $[I_2] = CV/2V_0$.

4. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.

5. a) Tracer le graphe $I_2 = f(t)$. Echelle : 1cm pour 2min ; 1cm pour 10^{-3} mol/l.

b) Calculer la vitesse de formation du diiode à la date t = 10min ; t = 20min et t = 34min Conclure.

Scanned by CamScanner

Solution

1. Démi-équations électroniques

$2I^- \rightleftharpoons I_2 + 2e^-$

$S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightleftharpoons 2SO_4^{2-}$

- Equation-bilan

$S_2O_8^{2-} + 2I^- \longrightarrow 2SO_4^{2-} + I_2$

2. Concentrations initiales des ions I^- et $S_2O_8^{2-}$

$KI \longrightarrow K^+ + I^-$

$K_2S_2O_8 \longrightarrow 2K^+ + S_2O_8^{2-}$

$$[I^-] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = \frac{0,5\times 40}{40+10} \Rightarrow [I^-] = 0,4\ mol/L$$

$$[S_2O_8^{2-}] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = \frac{0,1\times 10}{40+10} \Rightarrow [S_2O_8^{2-}] = 2.10^{-2}\ mol/L$$

3. a) Afin d'arrêter la réaction.

b) Equation-bilan de la réaction.

$I_2 + 2S_2O_3^{2-} \longrightarrow S_4O_6^{2-} + 2I^-$

1mol 2mol

c) Etablissons la relation $[I_2] = \frac{CV}{2V_0}$

$I_2 + 2S_2O_3^{2-} \longrightarrow S_4O_6^{2-} + 2I^-$

1mol 2mol

$$\frac{n(I_2)}{1} = \frac{n(S_2O_3^{2-})}{2} \Rightarrow [I_2]V_0 = \frac{CV}{2}$$

$$[I_2] = \frac{CV}{2V_0}$$

4. Complétons le tableau.

t(min)	4	8	12	16	20	24	28	32	36
V(ml)	6,8	10,5	12,5	14,3	15,2	15,5	15,8	16	16
$[I_2]10^{-3}$mol/	8,5	13,1	15,6	17,9	19,0	19,4	19,8	20	20

Scanned by CamScanner

5. a) Voir papier millimétré

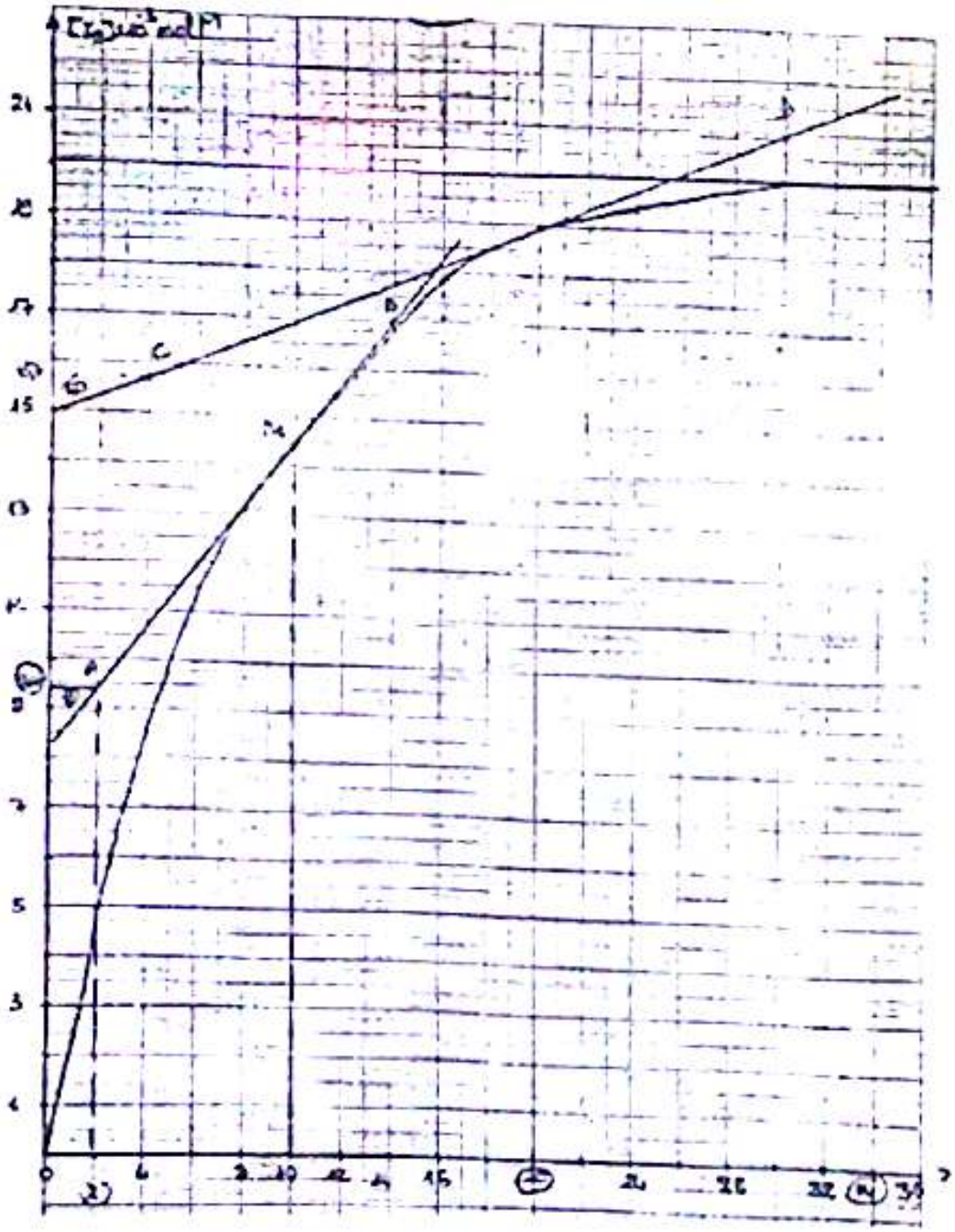
b) Vitesse de formation de I

t = 10min V (t) = $6,3 10^{-4}$ ^{2}mol .l^{-1} min^{-1}

t = 20min V (t) = 2.10^{-4} mol.l^{-1} min^{-1}

t = 34min V (t) = 0 mol.l^{-1}. min^{-1}

Conclusion : la vitesse diminue au fil du temps.



Scanned by CamScanner



Scanned by CamScanner