

Session Normale

Exercice 1 (3,5pts)

On place dans une urne une boule jaune, p boules blanches et q boules noires. On tire au hasard une boule de l'urne, les tirages étant équiprobables.

Soient les événements :

A : « La boule obtenue est jaune »

B : « La boule obtenue est blanche »

C : « La boule obtenue est noire »

a) Calculer la probabilité $P(A)$, $P(B)$ et $P(C)$ de chacun des événements A, B et C en fonction de p et de q . (0,75pts)

b) Déterminer p et q sachant que $P(A) = \frac{1}{21}$, et que $P(A)$, $P(B)$ et $P(C)$ sont dans cet ordre des termes consécutifs d'une suite géométrique. (1,25pts)

On pose $p = 4$ et $q = 16$.

Deux garçons G1 et G2 utilisent cette urne pour réaliser le jeu suivant : deux boules tirées de l'urne simultanément. G2 reçoit 120 francs de G1 si les deux boules sont de la même couleur et G1 reçoit 180 francs de G2 si les deux boules sont de couleurs différentes.

X la variable aléatoire égale au gain algébrique de G1.

a) Déterminer la loi de probabilité de X. (1pt)

b) Calculer l'espérance mathématique de X. Le garçon G1 a-t-il intérêt à jouer ? (0,5pt)

Exercice 2 (4pts)

1/ Montrer que l'ensemble des points M du plan complexe dont l'affixe $z = x + iy$ (où x et y sont des réels) vérifie la relation :

$$(2 + 3i)z + (-2 + 3i)\bar{z} - 12i = 0 \quad (1)$$

une droite (D) que l'on déterminera par une équation cartésienne et aussi par un point et un vecteur directeur. Représenter cette droite dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, l'unité graphique étant 1 cm. (1,25pts)

2/ Montrer qu'il existe un seul réel z_0 et un seul imaginaire pur z_1 qui vérifient la relation (1). Calculer z_0 et z_1 (0,75pt)

3/ Soit A et B les points du plan complexe d'affixes respectives $-\frac{4}{3}i$ et $4 + \frac{4}{3}i$

Montrer que la droite (D) est médiatrice du segment [AB]. (0,75pt)

4/ Déterminer l'ensemble des points M du plan complexe dont l'affixe z vérifie la relation :

$$\left| -\frac{4}{3}i - z \right| = \left| 4 + \frac{4}{3}i - z \right| \quad (0,5pt)$$

5/ Déterminer et représenter sur le graphique précédent l'ensemble des points M du plan complexe dont l'affixe z vérifie : $\arg\left(\frac{-4i - 3z}{12 + 4i - 3z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ (0,75pt)

notre Boy My Swager Name

Partie A :

- 1 - Déterminer l'ensemble de définition D de f et étudier la parité de f. (0,75 pt)
- 2 - Montrer que pour tout x de D, on a :
$$f(x) = 2x + \frac{1}{2} + \frac{1}{e^x - 1}$$
 (0,5 pt)
- 3 - Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$ (0,75 pt)
- 4 - a- Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x + \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe (C) de f en $+\infty$ (0,5 pt)
b- Étudier la position de (C) par rapport à (Δ) (0,75 pt)
c- Déterminer les autres asymptotes à la courbe (C). (0,5 pt)

Partie B :

- 1 - Résoudre dans R l'inéquation : $2e^{2x} - 5e^x + 2 > 0$; (0,75 pt)
- 2 - Déterminer la fonction dérivée de f et dresser le tableau de variation de f. (1 pt)
- 3 - Tracer (C) ainsi que ses asymptotes dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (1 pt)
- 4 - Déterminer l'intersection de (C) et de la droite (D_m) d'équation $y = 2x + m$ où m est un paramètre réel. (1 pt)

Partie C :

Soit n un entier naturel supérieur à 1.

On définit : $I_n = \int_{\ln(n)}^{\ln(n+1)} \frac{e^t}{e^t - 1} dt$

- 1 - a- A l'aide de la courbe représentative (C) de f, donner une interprétation graphique du nombre I_n . (0,5 pt)
b- Prouver que $I_n = \ln\left(\frac{n}{n-1}\right)$ pour tout n supérieur à 1. (0,5 pt)
c- Calculer les limites de I_n lorsque n tend vers 1 et lorsque n tend vers $+\infty$ (0,5 pt)

- 2 - On considère $S_n = I_2 + I_3 + I_4 + \dots + I_n$.

A l'aide de la courbe (C) de f, donner une interprétation graphique du nombre S_n .
Calculer S_n . (1 pt)

- 3 - Calculer en cm^2 , l'aire $A(n)$ de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite d'équation $y = 2x + \frac{1}{2}$ et les droites d'équation $x = \ln 2$ et $x = \ln(n+1)$.
Déterminer la limite de $A(n)$ lorsque n tend vers $+\infty$. (1 pt)