

UNIVERSITE DE LOME	BACCALAUREAT 2005	DUREE : 4 h
OFFICE DU BACCALAUREAT	MATHEMATIQUES	Coef. : 3
	SERIE D	

Session Normale

Exercice 1 : (3,5 pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 1cm.

On considère les points A, B, C, D d'affixes respectives :

$$Z_A = 8 ; Z_B = 8i ; Z_C = Z_A e^{-i\pi/3} ; Z_D = Z_B e^{i2\pi/3}$$

1. Ecrire Z_A et Z_B sous forme trigonométrique. Donner le module et un argument de Z_C et de Z_D puis écrire ces nombres sous forme algébrique. (1,5 pt)
2. Montrer que les points A, B, C et D sont situés sur un même cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon puis tracer le cercle (C) et placer les points A, B, C , et D . (0,5 pt)
3. On note Z_1 et Z_2 les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$
Montrer que $Z_2 = Z_1 \sqrt{3}$. (0,5 pt)
4. On note Z_3 et Z_4 les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Calculer $|Z_3|$ et $|Z_4|$. (0,5 pt)
5. Montrer que le quadrilatère $ABDC$ est un trapèze isocèle. (0,5 pt)

Exercice 2 : (4,5 pts)

Un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 a été pipé de telle sorte que les six faces ne sont pas équiprobables. On note P_n , $1 \leq n \leq 6$, la probabilité d'obtenir le chiffre n lors d'un lancer du dé.

Les nombres $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ dans cet ordre, sont six termes consécutifs d'une suite arithmétique et que $P_1 \times P_4 = (P_2)^2$.

1. Calculer la probabilité de l'apparition de chaque numéro. (1,5 pt)
2. On lance ce dé une fois et on considère les événements suivants :
A : « Le nombre obtenu est pair »
B : « le nombre obtenu est supérieur ou égal à 3 ».
a. Calculer la probabilité de chacun de ces événements. (0,5 pt)
b. Calculer la probabilité pour que le nombre obtenu soit supérieur ou égal à 3, sachant qu'il est pair. (0,25 pt)
c. Les événements A et B sont-ils indépendants ? (0,25 pt)
3. On utilise ce dé pour un jeu. On dispose :
 - d'une urne U_1 contenant une boule blanche et trois boules noires ;
 - d'une urne U_2 contenant deux boules blanches et une boule noire.

Le joueur lance le dé :

- s'il obtient un nombre pair, il extrait au hasard une boule de l'urne U_1 ;
- s'il obtient un nombre impair, il extrait au hasard une boule de l'urne U_2 ;

On suppose que les tirages sont équiprobables et le joueur est déclaré gagnant lorsqu'il tire une boule blanche, on note G cet événement.

- a. Calculer la probabilité de tirer une boule blanche de l'urne U_1 et en déduire la probabilité de l'événement $G \cap A$. (0,5 pt)
Déterminer ensuite la probabilité de l'événement G. (1 pt)
- b. Le joueur est gagnant. Déterminer la probabilité qu'il ait obtenu un nombre pair lors du lancer du dé. (0,5 pt)

Problème (12,5pts)

I/ Pour tout entier relatif non nul n , on considère la fonction f_n d'une variable réelle définie par : $f_n(x) = x^n \ln|x|$ si $x \neq 0$ et $f_n(0) = 0$

- 1/
 - a) Préciser l'ensemble de définition de f_n . (0,25pt)
 - b) Pour quelles valeurs de n la fonction f_n est-elle continue en tout point de $\mathbb{R}$? (0,5pt)
- 2/ Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$, on appelle (C_n) la courbe représentative de la fonction f_n .
 - a) Etudier les éléments de symétrie de (C_n) suivant la parité de n (1pt)
 - b) Montrer que toutes les courbes (C_n) passent par des points fixes O, A et B où O est l'origine du repère, A est le point d'abscisse positive et B le symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées. (0,75pt)
 - c) Pour quelles valeurs de n la fonction f_n est-elle dérivable pour $x = 0$? (0,5pt)
 - d) Calculer la dérivée de f_n pour $x \neq 0$. Montrer que toutes les courbes (C_n) admettent la même tangente en A. (0,75pt)

3/ Etudier les variations des fonctions f_3 , f_1 et f_2 , puis tracer avec soin les courbes (C_3) , (C_1) et (C_2) dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm). (4,5pts)

4/ Dans la suite du problème, on ne considère que la restriction des fonctions f_n à l'intervalle $[0, +\infty[$.

Soit M_n le point de la courbe (C_n) de coordonnées (X_n, Y_n) où X_n est la valeur stricte positive, pour laquelle f_n présente un extremum.

Montrer que tous les points M_n sont sur une courbe (Γ) dont on précisera l'équation. (0,75pt)

II/ 1) Soit α un nombre réel strictement positif. Calculer $I_n(\alpha) = \int_0^\alpha f_n(x) dx$ (1pt)

2) Dans cette question $n = 2$.

a) Calculer $I_2(\alpha) = \int_0^\alpha f_2(x) dx$ (0,25pt)

Quelle est la limite de $I_2(\alpha)$ lorsque α tend vers zéro? (0,5pt)

Interpréter géométriquement la valeur limite trouvée. (0,25pt)

b) Déterminer un nombre réel β ($\beta > 0$) tel que la valeur moyenne de f_2 sur l'intervalle $[0, \beta]$ soit nulle. Quel point particulier de la courbe (C_2) a pour abscisse β ? (1,5pts)