

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2009 MATHÉMATIQUES	DURÉE : 4 h Coef : 3
OFFICE DU BACCALAUREAT	SÉRIE D	

Session Normale

Exercice 1 (3,5 pts)

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise exprimé en millions de francs, pendant huit années consécutives.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Numéro de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires (y_i)	41	67	55	80	95	104	100	122

1. a/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unités : 1 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour vingt millions de francs en ordonnée. (0,5 pt)
b/ Calculer les coordonnées du point moyen G et le représenter sur la figure précédente. (0,5 pt)
2. a/ Calculer à 10^{-3} près par excès, le coefficient de corrélation linéaire de la série (x_i, y_i). Un ajustement affine serait-il justifié ? (1 pt)
b/ Écrire une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés. (On donnera les coefficients à 10^{-3} près par excès). (0,5 pt)
c/ Tracer cette droite dans le même repère que le nuage des points. (0,25 pt)
3. En supposant que la tendance constatée se maintienne, estimer :
a/ le chiffre d'affaires de cette entreprise en 2015. (0,25 pt)
b/ Déterminer l'année où le chiffre d'affaires de cette entreprise dépassera 300 millions de francs. (0,5 pt)

EPREUVES - TG. COM

Exercice 2 : (5 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct ($O, \vec{u}, \vec{v}$). On considère les points :

A d'affixe $a = -4$; B d'affixe $b = 4$; E d'affixe $e = 4i$; C d'affixe c et D d'affixe d tels que les quadrilatères AOEC et BOED soient des carrés.

1. Placer les points précédents dans le repère ($O, \vec{u}, \vec{v}$) et donner les affixes des points C et D. (1 pt)
2. Soit f la transformation du plan qui à tout point M d'affixe z fait correspondre le point M' d'affixe $z' = (1+i)z + 4+4i$.

- a/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f . (1 pt)
- b/ Préciser les points $f(A)$ et $f(O)$. Peut-on prévoir ces résultats ? (1 pt)

Dans la suite de l'exercice, on suppose M un point quelconque du plan distinct du point C.

- c/ Exprimer l'affixe des vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{MC}$ en fonction de l'affixe z de M. (0,5 pt)
- d/ Dédire que $MM' = MC$. (0,5 pt)

- e/ Calculer $\frac{z-c}{z-z'}$ et montrer qu'une mesure de l'angle de vecteurs $(\overrightarrow{MM'}, \overrightarrow{MC})$ est $\frac{\pi}{2}$. (0,75 pt)

- f/ Quelle est la nature du triangle $MM'C$? (0,25 pt)

a/ Donner la loi de probabilité de X .

(1,5 pt)

b/ Calculer la probabilité p pour que X soit positif.

(0,5 pt)

c/ Peut-on espérer gagner à ce jeu ?

(0,5 pt)

d/ Un joueur fait cinq parties successives. Quelle est la probabilité pour qu'il ait exactement trois fois un gain positif lors des cinq parties.

(0,5 pt)

Problème (12 points)

Partie A

Soit u la fonction de la variable réelle x définie par : $u(x) = 2x - \sqrt{1+x^2}$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $u(x) = 0$.

(0,5 pt)

2. Déterminer le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x .

(1 pt)

Partie B

Soit g la fonction de la variable réelle x définie par : $g(x) = x - 2\sqrt{1+x^2}$.

1. a/ Justifier que g est dérivable sur $\mathbb{R}$.

(0,25 pt)

b/ Calculer la dérivée g' de la fonction g .

EPREUVES - TG. CC...

(0,5 pt)

c/ En déduire le signe de $g'(x)$.

(0,5 pt)

2. Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition D puis dresser le tableau de variation de g .

(1 pt)

3. a/ Déterminer les équations des asymptotes à la courbe (C) de g .

(1 pt)

b/ Préciser la position de la courbe (C) par rapport à ses asymptotes.

(1 pt)

4. Construire la courbe (C) de g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité graphique 2 cm).

(1 pt)

Partie C

1. Déterminer la fonction numérique h telle que pour tout réel x , $h(-x) + g(x) = 0$

(0,5 pt)

2. Soit (Γ) la courbe représentative de h . Montrer que $(C) \cup (\Gamma)$ est la courbe d'équation : $y^2 - 2xy - 3x^2 - 4 = 0$.

(0,75 pt)

3. En déduire que le point O est un centre de symétrie de la courbe $(C) \cup (\Gamma)$.

(0,5 pt)

4. Construire alors (Γ) dans le repère précédent.

(0,75 pt)

Partie D

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x\sqrt{1+x^2} + \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

1. a/ Démontrer que pour tout réel x , $\sqrt{1+x^2} > |x|$.

(0,5 pt)

b/ En déduire l'ensemble de définition de f .

(0,5 pt)

2. Calculer la dérivée f' de f puis en déduire une primitive de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

(1 pt)

3. Calculer en centimètre carré l'aire de l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan qui vérifient les inégalités $0 \leq x \leq 1$ et $g(x) \leq y \leq -x$.

(0,75 pt)