

SUJET :

Le sujet comporte deux exercices et un problème que l'élève traitera dans l'ordre de son choix. Les calculatrices scientifiques non programmables sont autorisées. L'élève doit rédiger clairement, justifier ses raisonnements et indiquer correctement les numéros des exercices et des questions traitées. Une présentation soignée et des figures bien réalisées seront appréciées. Une mauvaise réponse ne rapporte aucun point tandis que toute question non répondue entraîne une pénalité de 1 point. Il ne sera tenu compte que la clarté et la précision des raisonnements de l'élève sur sa copie. Toute démarche sérieuse sera prise en compte dans l'appréciation générale de la copie

EXERCICE 1 : 6 Points

I. On considère un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}; \vec{v})$ du plan complexe. Soit A, B et C trois points

d'affixes respectives : $z_A = -i(\sqrt{3} + i)$, $z_B = \sin \frac{\pi}{3} + i \cos \frac{\pi}{3}$ et $z_C = (1 - i)^2 \left(\frac{\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2}} \right)$.

1. Mets sous la forme algébrique et exponentielle z_A , z_B et z_C .
2. Détermine la nature du triangle OAD avec $z_D = 1$.

II.

1. Résous dans $\mathbb{N}$ l'équation : $C_n^4 - 5C_n^{n-3} = 0$.
2. Les dépenses x_i et les chiffres d'affaires y_i bimensuels d'une grande entreprise ont donné en 2026 la nomenclature suivante, après une étude statistique ; les montants étant exprimés en dizaines de millions de francs CFA.

x_i	12	17	11	13	31	20
y_i	99	130	92	108	232	150

- a. Place le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ pour $1 \leq i \leq 6$ dans un plan muni d'un repère orthogonal.
- b. Détermine une équation de la droite de régression de y en x par la méthode de Mayer.
- c. Détermine les deux droites de régression de y en x et de x en y par la méthode des moindres carrés.
- d. Calcule le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique. Que peut-on en déduire ?
- e. Quel est en deux mois : La dépense pour un chiffre d'affaire bimensuel de 2 milliards de FCFA ? Et le chiffre d'affaire si la dépense bimensuelle est de 300 millions ?

EXERCICE 2 : 4 Points

1. Résous l'équation différentielle $(E_1) : y' = -2y$.
2. On considère l'équation différentielle $(E_2) : y' = -2y + (2x + 3)e^{-x} + 4$.
 - a. Montre que la fonction $f : x \mapsto 2xe^{-x} + e^{-x} + 2$ est solution de (E_2) .
 - b. Démontre qu'une g est solution de (E_2) si et seulement $g - f$ est solution de (E_1) .
 - c. En déduis la solutions g de (E_2) qui prend la valeur 4 en 0.
3. On donne les intégrales $I = \int_0^\pi e^{-2t} \cos^2(t) dt$ et $J = \int_0^\pi e^{-2t} \sin^2(t) dt$
Calcule $I + J$ et $I - J$. Et en déduis les valeurs exactes de I et J .

PROBLÈME : 10 Points

PARTIE A :

1. Soit la fonction numérique g définie sur $]0 ; +\infty[$, par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.
 - a. Dresse le tableau de variations de g et calcule $g(1)$.
 - b. En déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .
2. Soit f la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$, par : $f(x) = x - 3 - \frac{\ln x}{x}$.
 - a. Détermine les limites de f en 0 et en $+\infty$.
 - b. Montre que $f'(x)$ a le signe de $g(x)$. En déduis le tableau de variation de f .
 - c. Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β . On donnera en justifiant un encadrement d'amplitude 0,1 de chacune d'elles.
3. On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.
 - a. Détermine une équation de la droite (D) asymptote à (C) en $+\infty$.
 - b. Étudie les positions relatives de (C) par rapport à (D) .
 - c. Détermine les coordonnées du point A de (C) où la tangente est parallèle à (D) .
 - d. Trace (C) et (D) dans le même repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
4. Calcule l'aire A du domaine du plan limité par la courbe (C) de f ; la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

PARTIE B :

Au niveau de l'entreprise Génie Tech, les employés débutent avec un salaire mensuel de 170500F CFA.
Le choix entre deux propositions A et B est offert :

Proposition A : « Une augmentation de 10000F tous les mois. »

Proposition B : « Une augmentation de 1% tous les mois. »

1. Détermine les salaires de trois premiers mois d'un employé pour chacune des deux propositions.
2. M. TOURE choisit la proposition A et M. HAIDARA choisit proposition B. Chacun travaille 40 ans dans l'entreprise chez Génie Tech.
 - a. Calcule la somme totale gagnée par chacun durant ces 40 années de service.
 - b. Quelle proposition est la plus avantageuse après 40 ans de service ?