

COMPOSITION DU 1^{ER} TRIMESTRE 2023-2024

CLASSE : TSE

EXERCICE 01 :

- I. Le Plan est muni d'un repère orthonormé $(o ; \vec{u}, \vec{v})$.
 1. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (2+6i)z - 16 + 12i = 0$
 2. Soit $P(z) = z^3 - (4+6i)z^2 - (12-24i)z + 32 - 24i$
 - a. Montre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle z_0 .
 - b. Factorise $P(z)$ Puis résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.
- II. On donne les Points A ; B et C d'affixes respectives $Z_A = 2$, $Z_B = 4+2i$ et $Z_C = -2+4i$.
 1. a. calcule le rapport $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ Puis déduis-en la nature du triangle ABC.
b. Détermine l'ensemble (E) des Points du Plan vérifiant $|Z - 4 - 2i| = |Z + 2 - 4i|$.
 2. Soit S la similitude directe telle que $S(A) = A$ et $S(B) = C$.
 - a. Détermine le rapport k et l'angle θ de S.
 - b. Déduis-en l'expression de S.

EXERCICE 02 :

A/ Soit U_n une suite géométrique décroissante U_n tel que

$$\begin{cases} U_0 \times U_3 = 32 \\ U_0 + U_3 = 18 \end{cases}$$

- 1) Calcule U_0 et U_3
- 2) Déterminer la raison de la suite U_n .
- 3) Donner l'expression de la suite U_n en fonction de n.
- 4) On Pose $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Calculer S_n en fonction de n Puis en déduire la somme des 20 Premiers termes de la suite U_n .

B/ Déterminer la forme algébrique de chacun des nombres complexes suivants :

$$A = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}-i)} ; B = \frac{2}{2+\frac{1}{1+i}} ; C = (2+i)(-1+i)(1+2i) ; D = (1+i\sqrt{3})^3(3-i)$$

1. Déterminer la forme trigonométrique et exponentielle des nombres complexes suivants :

$$A = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{-\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{3}}} ; B = 2iE^{-i\frac{\pi}{2}} ; C = 5[\cos(\frac{\pi}{3}) - i \sin(\frac{\pi}{3})]E^{-i\frac{5\pi}{6}}$$

$$D = \sin \alpha + i(1 + \cos \alpha) \text{ avec } \alpha \in [0 ; \pi [$$

2. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$Z_0 = (\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2})^{14} ; Z_1 = 1 + E^{i\alpha} ; Z_2 = 1 - E^{i\alpha} ; T = \frac{Z_1}{Z_2} ; P = Z_1 \times Z_2$$

Problème :

Soit la fonction f la fonction numérique de la variable réelle x définie Par :

$f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x}$. Soit $(\mathbf{C}_f)$ de f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition de $\mathbf{D}_f$ de f.
- 2- Trouver les réels a ; b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$.
- 3- Montrer que la courbe $(\mathbf{C}_f)$ de f admet une asymptote oblique (D) que l'on Précisera.
- 4- Déterminer les limites de f ; calculer sa dérivée $f'(x)$ Puis dresser son tableau de variation.
- 5- Déterminer les coordonnées des Points d'intersection de $(\mathbf{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.
- 6- Etudier la Position de $(\mathbf{C}_f)$ Par rapport à (D).

- 7- Donner une équation de la tangente (**T**) à(**C_f**) au Point d'abscisse $x = -1$.
- 8- Calculer $f(1)$; $f(2)$; Puis $(f^{-1})'(2)$.
- 9- Tracer la courbe (**C_f**) ; (**D**).

GOD BLESS YOU