



Evaluation sommative N°3

Exercice 1 : 5pts

A) Soit S l'application du plan dans lui-même d'écriture complexe : $z' = 2iz + 3 - i$.

1) a) Justifie que S est une similitude directe et précise ses éléments caractéristiques.

b) Détermine l'expression analytique de S .

2) Détermine une équation de l'image par S de la droite $2x - y + 3 = 0$.

3) Détermine une équation de l'image par S du cercle d'équation $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

B) Polynôme complexe à coefficient réel

Un prof de math voudrait obtenir un polynôme complexe à coefficient réel de degré 3 et dont $3 - i$ est une racine pour en faire un exemple pédagogique en classe.

Consignes

1. Trouve un polynôme complexe qui convient à sa préoccupation.

2. Quelle question pourra-t-il poser avec ce polynôme ?

Exercice 2 : 5pts

1) On considère le polynôme P de la variable complexe z défini par :

$$p(z) = z^4 - 2\sqrt{2}z^3 + 15z^2 - 8\sqrt{2}z + 44$$

a) Calcule $P(2i)$ et $P(-2i)$.

b) Montre qu'il existe un polynôme $Q(z)$ du second degré, que l'on déterminera, tel que

$$P(z) = (z^2 + 4)Q(z).$$

2) Résous dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

3) Le plan est rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (unité graphique 2 cm).

a) Place dans ce repère les points A, B, C et D d'affixes respectives $-2i$; $2i$; $\sqrt{2} - 3i$ et $\sqrt{2} + 3i$.

b) Montre que ces quatre points appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

4) Montre qu'il existe une rotation de centre O qui transforme C en D.

Calcule une valeur entière approchée à un degré près d'une mesure de l'angle de cette rotation.

Exercice 3 : 5pts

1) a) Détermine, suivant les valeurs de n le reste de la division par 13 de l'entier 4^n .

En déduis le reste de la division par 13 de l'entier naturel $(60480)^{157}$

b) Donne le système de numération décimale, on considère l'entier naturel $\overline{147x}$

Détermine x pour que $(60480)^{157} + \overline{147x}$ soit divisible par 13.

2) a) Détermine le plus grand diviseur commun des nombres 22 016 et 6 656.

b) Détermine l'ensemble des entiers x tels que $43x \equiv 5[13]$.

c) Résous l'équation $22016x + 6656y = 2560$

d) Quel est le chiffre des unités de l'entiers naturels 13^{1542} écrit dans le système décimal ?

Exercice 4 : 5pts

1. Livres scolaires

Pour encourager ses élèves à choisir des filières scientifiques, le directeur exige 5 livres de maths et 3 livres de physiques à chaque élève de la 10^{ième} CG. Ainsi chaque élève débourse un budget de 147 000F pour les livres désigné.

Consigne

Trouve tous les couples entiers représentant le prix des livres de maths et le prix des livres de physique.

2. Délire mentale

Qu'est-ce qu'il est permis de rêver ! un gars en chômage s'exprime ainsi « si j'avais x moutons, j'allais le partager équitablement entre mes 3 amis, il allait me rester 2 ». Son voisin lui regarda avec envie et lui dis « si tu possédais le double de x moutons, et que tu partages équitablement entre nous 7 qui sont dans ton *grin*, il allait te rester 5 moutons ». Le gars rehaussa sa tête et enchaîne en ces termes « et si j'avais le quadruple de x moutons, alors j'allais partager équitablement entre 11 de mes camarades de classes, il allait me rester 1 seule mouton »

Consigne

Détermine ce nombre x sur lequel ils délirent sachant qu'il est inférieur à 400.