

Cours – Limites, dérivation et fonctions

Les formes indéterminées

$$+\infty - \infty \quad ; \quad \frac{\infty}{\infty} \quad ; \quad \frac{0}{0} \quad ; \quad 0 \times \infty$$

Faites attention ceux en dessous ce ne sont pas des formes indéterminées

$$+\infty + \infty = +\infty$$

$$-\infty - \infty = -\infty$$

$$+\infty + a = +\infty \quad ; a \in \mathbb{R}$$

$$(+\infty) \times (+\infty) = +\infty$$

$$(+\infty) \times (-\infty) = -\infty$$

$$(-\infty) \times (-\infty) = +\infty$$

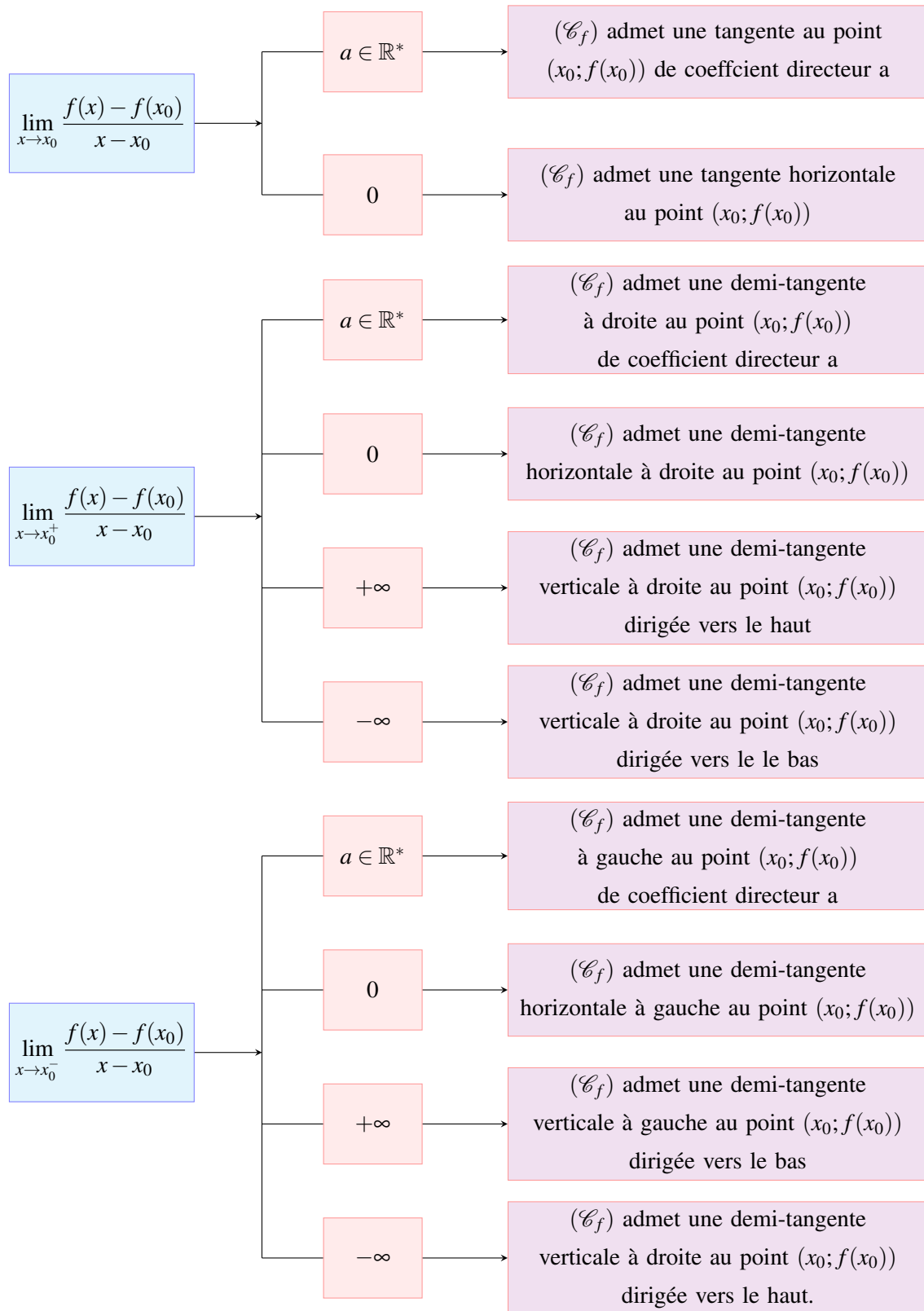
$$\infty \times a = \infty \quad a \in \mathbb{R}^* \quad \text{respecter la règle de signes}$$

$$\frac{\infty}{0} = \infty \quad \text{respecter la règle de signes}$$

$$\frac{a}{\infty} = 0$$

$$\frac{a}{0} = \infty \quad ; a \in \mathbb{R}^* \quad \text{respecter la règle de signes}$$

Récapitulatif



Les formes indéterminées – Règles – Fonctions polynomiale et rationnelle

Les formes indéterminées			
$(+\infty) - (+\infty)$ $(+\infty) + (-\infty)$	$0 \times \infty$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0}{0}$
Règles			
$\frac{a}{\pm\infty} \rightarrow 0$	$\frac{"a \neq 0"}{0} \rightarrow \pm\infty$	$(+\infty) + a \rightarrow +\infty$	$(-\infty) + a \rightarrow -\infty$
$(+\infty)^n \rightarrow +\infty$	$(-\infty)^n \rightarrow \begin{cases} +\infty ; si\ n\ est\ paire \\ -\infty ; si\ n\ est\ impaire \end{cases}$	$a \times (-\infty) \rightarrow \begin{cases} -\infty ; si\ a > 0 \\ +\infty ; si\ a < 0 \end{cases}$	$a \times (+\infty) \rightarrow \begin{cases} +\infty ; si\ a > 0 \\ -\infty ; si\ a < 0 \end{cases}$
Une fonction polynomiale			
Règle (1)		Règle (2)	
$\lim_{x \rightarrow a} P(x) = P(a)$		$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n)$	
Une fonction rationnelle			
Règle (1)			
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{a_n x^n}{b_m x^m} \right)$			
Règle (2)			
• $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ou • $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ ou • $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ (On remplacer x par x_0 à l'expression du $f(x)$)			
Et il y a trois cas :			
1er cas	2ème cas	3ème cas	
$\frac{a \neq 0}{0}$ La limite est : $\pm\infty$ ♦ On calcule la limite du numérateur. ♦ On calcule la limite du dénominateur. ♦ On détermine le signe par l'étude du signe de Quotient.	$\ell \in \mathbb{R}$ La limite est le nombre ℓ	$\frac{0}{0}$ On réduit par $(x - x_0)$,par l'utilisation ♦ Division euclidienne ♦ Factorisation ♦ Identités remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	

Une fonction rationnelle – Fonctions trigonométriques

Une fonction rationnelle	
Règle (1)	
Pour trouver la limite : $\lim \left(\sqrt{u(x)} \right)$ Il faut d'abord trouver la limite : $\lim (u(x))$ Et il y a deux cas :	
1er cas	2ème cas
Si $\lim u(x) = +\infty$ alors $\lim \sqrt{u(x)} = +\infty$	Si $\lim u(x) = a$ tel que $a \geq 0$ alors : $\lim \sqrt{u(x)} = \sqrt{a}$
Règle (2)	
Après remplacement, si nous obtenons la forme indéterminée $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ on fait la factorisation par x à l'intérieur d'une racine.	Après remplacement, si nous obtenons la forme indéterminée $\frac{0}{0}$ on fait le conjugué.
Rappel	
$\sqrt{x^2} = x = \begin{cases} x ; & \text{si } x \rightarrow +\infty \\ -x ; & \text{si } x \rightarrow -\infty \end{cases}$	Le conjugué de $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ est $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ Le conjugué de $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ est $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
Règle (3)	
Lorsque on calcule la limite : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} + ex + d \right)$, si nous obtenons la forme indéterminée $(+\infty) + (-\infty)$ alors on calcule le nombre $T = \sqrt{a} + e$; il y a deux cas :	
1er cas	2ème cas
♦ Si $T = 0$ on fait le conjugué.	♦ Si $T \neq 0$ on fait la factorisation.
Règle (4)	
Lorsque on calcule la limite : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} + ex + d \right)$, si nous obtenons la forme indéterminée $(+\infty) + (-\infty)$ alors on calcule le nombre $T = -\sqrt{a} + e$; il y a deux cas :	
1er cas	2ème cas
♦ Si $T = 0$ on fait le conjugué.	♦ Si $T \neq 0$ on fait la factorisation.
Fonctions trigonométriques	
Règle (1)	
S'il existe à l'intérieur tan ou cos ,ou sin tend vers 0 et nous obtenons la forme indéterminée $\frac{0}{0}$ alors on utilise les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{x} = a \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{x} = a \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x^2} = \frac{a^2}{2}$	
Règle (2)	
Si $x \rightarrow x_0$ et nous obtenons la forme indéterminée, on pose $t = x - x_0$ et on utilise les propriétés de la trigonométrie $(x \rightarrow x_0) \Leftrightarrow (t \rightarrow 0)$ et $(x = t + x_0) \Leftrightarrow (t = x - x_0)$	
Règle (3)	

fiche n°25 – INTERPRETATION DES LIMITES

Cas où $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$

La courbe de f admet un « point limite » $A(a, \ell)$ (ou point d'arrêt).

On obtient le coefficient directeur de la tangente en A en étudiant la limite de $\frac{f(x) - \ell}{x - a}$ quand x tend vers a (ou des demi-tangentes si l'on étudie les limites à gauche ou à droite de a).

Cas où $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

La courbe de f admet une asymptote verticale d'équation $x = a$.

Cas où $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \ell$

La courbe de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = \ell$.

Cas où $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

Les courbes de f et de g sont asymptotes si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = 0$.

En particulier, la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe de f si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax - b] = 0$.

Etude de la branche infinie : on étudie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$: branche parabolique de direction Oy .

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$: branche parabolique de direction Ox .

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a \ (a \neq 0)$: on étudie $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax]$.

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = \infty$: direction asymptotique $y = ax$.

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = b$: asymptote oblique d'équation $y = ax + b$.

FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES (FORMES GÉNÉRALES)	
1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$	2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$	4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{ax} = 1 \text{ (a} \neq 0 \text{)}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{(ax)^2} = \frac{1}{2}$	6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{ax} = 1$
FONCTIONS LOGARITHMES (LN)	
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$	8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$	10. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x - 1} = 1$	12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1$
FONCTIONS EXPONENTIELLES	
13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$	16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{ax} = 1$
CROISSANCES COMPARÉES ET PUISSANCES	
19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \text{ (n} > 0 \text{)}$	20. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0 \text{ (n} > 0 \text{)}$
21. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0 \text{ (n} > 0 \text{)}$	22. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x) = 0 \text{ (n} > 0 \text{)}$
23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$	24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$

LES ASTUCES POUR CALCULER LES LIMITES RAPIDEMENT

① FACTORISATION

Factoriser pour simplifier avant de calculer la limite.

$$\text{Ex : } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

② SIMPLIFICATION AVANT CALCUL

Simplifier l'expression au maximum avant de passer à la limite.

$$\text{Ex : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$$

③ UTILISATION DU CONJUGUÉ

Éliminer les racines en multipliant par le conjugué.

$$\text{Ex : } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{2}$$

★ RÉSUMÉ EXPRESS

- ☒ Observer
- ☒ Identifier la forme
- ☒ Choisir la bonne astuce
- ☒ Appliquer et simplifier
- ☒ Conclure proprement

LES ASTUCES POUR CALCULER LES LIMITES RAPIDEMENT

④ IDENTIFICATION DES FORMES INDÉTERMINÉES

Reconnaître les formes indéterminées pour choisir la bonne méthode.

Formes :

$$\frac{0}{0} ; \frac{\infty}{\infty} ; \infty - \infty ; 0 \times \infty ; 1^\infty$$

⑤ MÉTHODES RAPIDES POUR

$$\frac{0}{0} + \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty \dots$$

Choisir la méthode la plus adaptée :

- ☒ Factorisation
- ☒ Équivalents
- ☒ Conjugué
- ☒ Développement limité
- ☒ L'Hôpital

⑥ UTILISATION DES ÉQUIVALENTS

Remplacer par un équivalent simple quand x tend vers la valeur.

$$\text{Ex : } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ car } \sin x \sim x$$

⑦ DIVISION PAR LE TERME DOMINANT

Diviser le numérateur et le dénominateur par le terme de plus haut degré.

$$\text{Ex : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x}{5x^2 - x} = \frac{3}{5}$$

⑧ RÈGLE DE L'HÔPITAL

Pour les formes $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$, dériver numérateur et dénominateur.

$$\text{Ex : } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

⑨ DÉVELOPPEMENT LIMITÉ

Utiliser le DL pour approcher finement une fonction.

$$\text{Ex : } \sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} + o(x) \text{ quand } x \rightarrow 0$$

⑩ CHANGEMENT DE VARIABLE

Poser $X = g(x)$ pour transformer la limite en une forme plus simple.

$$\text{Ex : } x = 2 + t, t \rightarrow 0$$

⑪ UTILISATION DES LIMITES USUELLES

Connaître et utiliser les limites de base.

Exemples :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

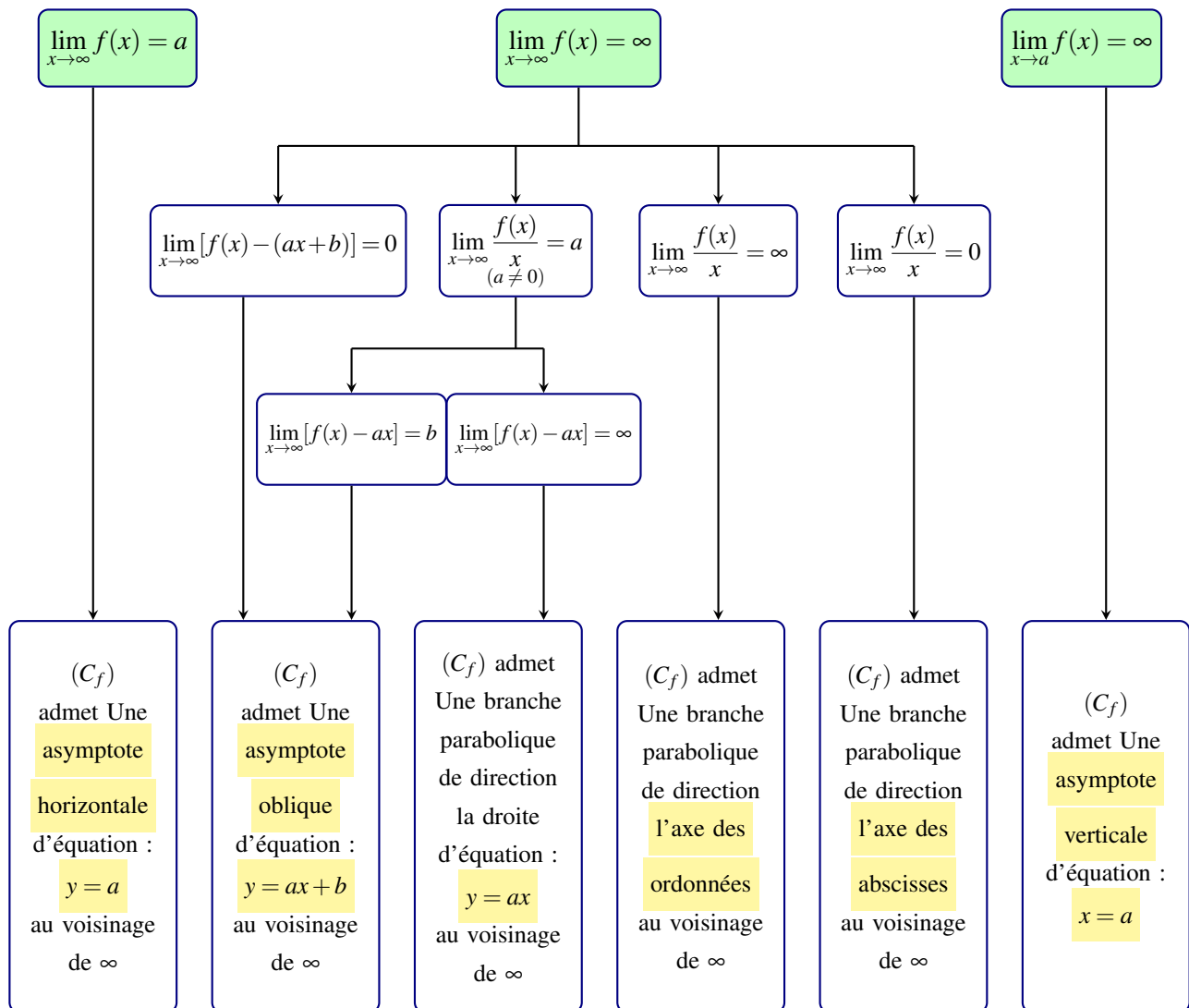
$$\lim_{x \rightarrow 0} e^x = 1$$

1 erreur

= 1 point perdu
au BAC !

Maîtrise ces astuces et les limites deviendront tes **EXERCICES LES PLUS FACILES** !

BRANCHES INFINIES



EXAM TIP !

Identifie d'abord la forme de la limite (finie ou infinie). Puis suis les flèches jusqu'à la conclusion.

MÉMO À RETENIR

- $\lim f(x) = a$ (finie) $\rightarrow$ asymptote horizontale
- $\lim [f(x) - (ax + b)] = 0 \rightarrow$ asymptote oblique
- $\lim \frac{f(x)}{x} = a \quad (a \neq 0)$ puis :
 - $\lim [f(x) - ax] = b \rightarrow$ branche parabolique
dir. droite $y = ax$
 - $\lim [f(x) - ax] = \infty \rightarrow$ branche parabolique
dir. axe des ordonnées
- $\lim \frac{f(x)}{x} = \infty \rightarrow$ branche parabolique
dir. axe des ordonnées
- $\lim \frac{f(x)}{x} = 0 \rightarrow$ branche parabolique
dir. axe des abscisses
- $\lim f(x) = \infty \quad (x \rightarrow a) \rightarrow$ asymptote verticale

ERREURS COURANTES ×

- Oublier de vérifier si $a \neq 0$.
- Confondre les directions : ordonnées $\leftrightarrow$ abscisses.
- Ne pas conclure au voisinage de ∞ ou de a .

LIMITES DE FONCTIONS – TOUT CE QU'IL FAUT SAVOIR !

1 LIMITES USUELLES

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty \quad (n > 0)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} -\infty & \text{si } n \text{ impair} \\ +\infty & \text{si } n \text{ pair} \end{cases}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} k = k \quad (k \in \mathbb{R})$

À RETENIR

Les puissances positives croissent vers $+\infty$.
 $\frac{1}{x}$ tend vers 0 quand x devient très grand.

2 EXPONENTIELLE ET LOGARITHME

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

À RETENIR

e^x croît très vite.
 $\ln x$ croît lentement et n'est défini que pour $x > 0$.
 $\ln x \rightarrow -\infty$ quand $x \rightarrow 0^+$.

3 CROISSANCES COMPARÉES EN $+\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad (n > 0)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0 \quad (n > 0)$

RÈGLE FONDAMENTALE :

$$\ln(x) \ll x^\alpha \ll e^x \quad (\alpha > 0)$$

À RETENIR

Le logarithme croît plus lentement que toute puissance.
L'exponentielle croît plus vite que toute puissance.

4 CROISSANCES COMPARÉES PARTICULIÈRES

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0 \quad (n > 0)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad (n > 0)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{\ln x} = +\infty \quad (n > 0)$

À RETENIR

Ces limites apparaissent souvent dans les exercices.
Elles permettent de comparer la vitesse de croissance de plusieurs fonctions.

5 LIMITES REMARQUABLES (TRIGONOMÉTRIE)

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

À RETENIR

Indispensables dans les développements limités et les exercices de trigonométrie.

6 LIMITES AVEC L'EXPONENTIELLE

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{x} = a \quad (a \in \mathbb{R})$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - ax}{x^2} = \frac{a^2}{2}$

À RETENIR

Très fréquentes dans les exercices de limites et dérivées.

7 LIMITES AVEC LE LOGARITHME

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - (x-1)}{(x-1)^2} = -\frac{1}{2}$

À RETENIR

Très utiles pour les développements et les formes indéterminées.

8 LIMITES CLASSIQUES LIÉES À e

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a \quad (a \in \mathbb{R})$

À RETENIR

Ces limites définissent le nombre $e \approx 2,718$.

9 FORMES INDÉTERMINÉES

$$\infty - \infty \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \frac{0}{0} \quad 0 \times \infty \quad 1^\infty \quad 0^0 \quad \infty^0$$

Une transformation algébrique (factorisation, rationalisation, etc.) est souvent nécessaire avant de conclure.

10 THÉORÈME DES GENDARMES

Si f , g et h sont définies au voisinage de a (sauf peut-être en a) telles que :

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

alors $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$

11 RÉCAPITULATIF DES LIMITES LES PLUS IMPORTANTES

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$	③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	④ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$	⑤ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$
⑥ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	⑦ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	⑧ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$	⑨ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$	⑩ $\ln(x) \ll x^n \ll e^x$ ($n > 0$)

LE CALCUL DE LIMITES – RÉSUMÉ COMPLET

① DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel ou $+\infty$ ou $-\infty$.

• $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ signifie que $f(x)$ est aussi proche que l'on veut de L quand x est assez proche de a .

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ signifie que $f(x)$ se rapproche de L quand x devient de plus en plus grand.

② TYPES DE LIMITES

- Limite en un point fini a : $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- Limite à droite : $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$
- Limite à gauche : $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
- Limite à l'infini : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ ssi } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

③

FORMES INDÉTERMINÉES

Les formes indéterminées les plus courantes sont :

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty, \infty - \infty, \frac{\infty}{0}, \frac{0}{\infty}, 1^\infty, 0^0, \infty^0$$

Ces formes ne permettent pas de conclure directement. Il faut lever l'indétermination.

④

COMMENT LEVER L'INDÉTERMINATION ?

- ① Factoriser : extraire le facteur commun.
- ② Simplifier : réduire l'expression.
- ③ Rationaliser : multiplier par le conjugué.
- ④ Développer : utiliser les identités remarquables.
- ⑤ Changement de variable : si nécessaire.
- ⑥ Encadrer : utiliser des inégalités.
- ⑦ Règle de l'Hôpital : pour $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$ si f et g sont dérivables près de a (ou à $\pm\infty$) et $g'(x) \neq 0$.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ (si forme } \frac{0}{0} \text{ ou } \frac{\infty}{\infty})$$

⑤ LIMITES USUELLES

Fonction	Limite	Fonction Limite
$\lim_{x \rightarrow a} k = k$	$(k \in \mathbb{R})$	$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f + \lim_{x \rightarrow a} g$
$\lim_{x \rightarrow a} x = a$		$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f - \lim_{x \rightarrow a} g$
$\lim_{x \rightarrow a} kx = ka$		$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f \times \lim_{x \rightarrow a} g$
$\lim_{x \rightarrow a} (x - a) = 0$		$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f}{\lim_{x \rightarrow a} g} \quad (\lim_{x \rightarrow a} g \neq 0)$
$\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$	$(n \in \mathbb{N})$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{ax + b}{cx + d} = \frac{ca + d}{ca + d} \quad (ca + d \neq 0)$
$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{x} = \sqrt{a}$	$(a \geq 0)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$	$(a \neq 0)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

⑥

COMPARAISON À L'INFINI

- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (resp. $-\infty$) et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = k$ ($k \neq 0$), alors
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $a > 0$, alors
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} af(x) = +\infty$
Si $a < 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} af(x) = -\infty$

⑦ LIMITES IMPORTANTES À L'INFINI

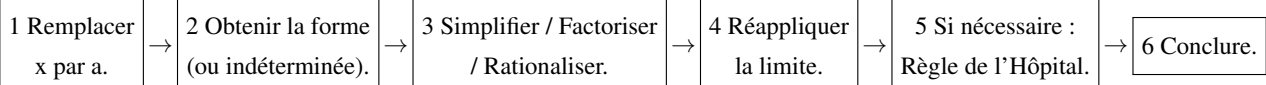
Fonctions rationnelles

- Si $P(x)$ et $Q(x)$ sont des polynômes et $Q(x) \neq 0$ pour x assez grand :
- Si $\deg P < \deg Q$ alors
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$
- Si $\deg P = \deg Q$ alors
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_n}{b_n}$
(a_n et b_n coefficients dominants)
- Si $\deg P > \deg Q$ alors
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \pm\infty$ (selon les signes)

Fonctions usuelles

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty \quad (n > 0)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad (n > 0)$
- $\lim_{x \rightarrow [\text{illisible}]} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad (n \in \mathbb{N})$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ si $a > 1$
 $= 0$ si $0 < a < 1$

⑧ MÉTHODOLOGIE POUR CALCULER UNE LIMITE



⑨ ASTUCES À RETENIR

- ✓ Simplifie toujours avant de calculer la limite.
- ✓ Vérifie les limites à droite et à gauche si la fonction n'est pas définie en a .
- ✓ Pour $\sqrt{x}$, il faut $x \geq 0$ (vérifie le domaine).
- ✓ Pour les fonctions trigonométriques :
 $-1 \leq \sin x \leq 1$ et $-1 \leq \cos x \leq 1$.
- ✓ Pour lever $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$, la dérivation (Hôpital) est très puissante mais à utiliser avec prudence.

⑩

ERREURS FRÉQUENTES

- × Remplacer directement sans vérifier le domaine.
- × Confondre $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ avec $f(a)$.
- × Oublier de vérifier la forme indéterminée.
- × Appliquer la règle de l'Hôpital alors que les conditions ne sont pas vérifiées.

⑪ EXEMPLES RAPIDES

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4 \\ 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1 \text{ (limite usuelle)} \\ 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{5x^2 - 2} &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

TABLEAU DES DÉRIVÉES ET RÈGLES FONDAMENTALES

Mathématiques Avancées

FONCTION: $f(x)$	DÉRIVÉE: $f'(x)$	DOMAINE DE DÉRIVABILITÉ
a	0	$\mathbb{R}$
$ax + b$	a	$\mathbb{R}$
$x^n \ (n \in \mathbb{N})$	$n \cdot x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^n} \ (n \in \mathbb{N}^*)$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$\sqrt[3]{x}$	$\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$	$]0, +\infty[$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty[\ (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\{\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}\}$
$\text{Arctan}(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$
$ku(x)$	$ku'(x)$	D_u'
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$	$D_u' \cap D_v$
$u(x) \cdot v(x)$	$u'(x) \cdot v'(x) + u(x) \cdot v'(x)$	$D_u' \cap D_v$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2}$	$D_u' \cap D_v'$ (pour $v \neq 0$)
$u(ax + b)$	$au'(ax + b)$	$\mathbb{R}$
$u \circ v(x)$	$v'(x)u'(v(x))$	$\{x \in D_v' \mid v(x) \in D_u\}$
$u^n(x)$	$nu'(x)u^{n-1}(x)$	$D_u' \ (n \in \mathbb{N})$
$\sqrt{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$	$D_u' \ (u > 0)$
$\sqrt[3]{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{3 \cdot \sqrt[3]{u(x)}^2}$	$D_u' \ (u > 0)$
$\sqrt[n]{u(x)}$ n est un entier naturel supérieur ou égal à 2	$\frac{u'(x)}{n \cdot \sqrt[n]{u(x)}^{n-1}}$	$D_u' \ (u > 0 \text{ pour } n \in \mathbb{N},$ $u \neq 0, \text{ uénn pour mode } n)$
$\sin(u(x))$	$u'(x)\cos(u(x))$	D_u
$\cos(u(x))$	$-u'(x)\sin(u(x))$	D_u

Déterminer le domaine de définition d'une fonction

DÉTERMINER LE DOMAINE DE DÉFINITION D'UNE FONCTION

① FONCTIONS POLYNÔMES

Un polynôme est défini pour tout réel.

Exemples :

$$f(x) = 3x^4 - 2x + 7 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = -5x^3 + x^2 - 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

⑤ FONCTIONS LOGARITHMES

L'argument du logarithme doit être strictement positif.

$$f(x) = \ln(u(x)) \Rightarrow u(x) > 0$$

Exemple : $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 3)$

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

$$(x-1)(x-3) > 0$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$(x-1)(x-3)$		$+$	$-$	$+$

$$\text{Donc } D_f =]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$$

⑦ FONCTIONS EXPONENTIELLES

L'exponentielle est définie pour tout réel.

$$f(x) = e^{u(x)} \text{ ou } f(x) = a^{u(x)} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

Exemples :

- $f(x) = e^{2x+1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

- $g(x) = 3^{x^2-4x} \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$

RÈGLE D'OR :

Le domaine de définition regroupe toutes les valeurs qui rendent la fonction EXISTANTE et RÉELLE.

⑨ FONCTIONS AVEC VALEUR ABSOLUE

La valeur absolue est définie pour tout réel.

$$f(x) = |u(x)| \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

Exemple : $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

$$D_f = \mathbb{R}$$

② FONCTIONS RATIONNELLES

Le dénominateur ne doit jamais être nul.

$$\text{Soit } f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} / Q(x) = 0\}$$

Exemple : $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$

$$x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) \neq 0$$

$$x \neq 2 \text{ et } x \neq -2$$

$$\text{Donc } D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$$

③ FONCTIONS RACINES

Le radicand (expression sous la racine) doit être ≥ 0 .

$$f(x) = \sqrt{u(x)} \Rightarrow u(x) \geq 0$$

Exemple : $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x-2)(x-3) \geq 0$$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$(x-2)(x-3)$		$+$	$-$	$+$

$$\text{Donc } D_f =]-\infty; 2] \cup [3; +\infty[$$

④ FONCTIONS RACINES D'ORDRE IMPAIR

La racine d'ordre impair est définie pour tout réel.

$$f(x) = \sqrt[n]{u(x)} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

Exemples :

- $f(x) = \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

- $g(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 3x - 1} \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$

⑥ FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

- $\sin x, \cos x, \tan x$ sont définies pour tout réel sauf $\tan x$ qui n'est pas définie quand $\cos x = 0$.

- $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } D_{\tan} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Exemple : $f(x) = \tan x$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

⑧ FONCTIONS COMPOSÉES

On combine les contraintes de chaque fonction.

Exemple : $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x^2-4}$

Conditions :

(1) $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$

(2) $x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2 \text{ et } x \neq 2$

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
D_f		$\times$	0	$\times$	

$$\text{Donc } D_f =]-\infty; -2[\cup]1; 2[\cup]2; +\infty[$$

ASTUCES GÉNÉRALES

- ✓ Repérer les interdictions : dénominateur, racine, logarithme, tangente...
- ✓ Résoudre les inéquations ou équations obtenues.
- ✓ Exprimer le domaine avec des intervalles.
- ✓ Vérifier toujours la solution dans le contexte du problème.

Les erreurs qui détruisent tes notes – Mauvaise lecture des graphes

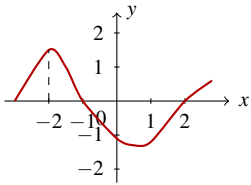
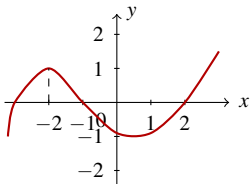
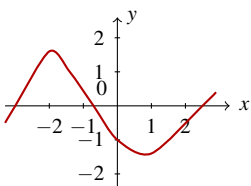
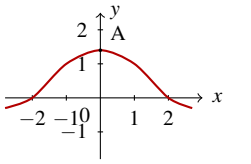
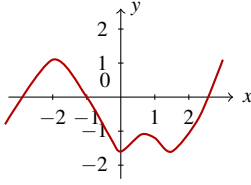
LES ERREURS QUI DÉTRUISENT TES NOTES

2^{ème} BAC

MATH

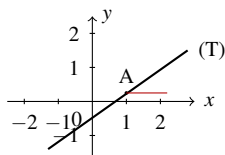
× MAUVAISE LECTURE DES GRAPHES

. 80% des élèves perdent des points pour les mêmes erreurs... NE LES REFAIS PLUS !

× ERREUR	EXEMPLE	✓ CORRECTION
1 Mal lire l'image d'un nombre (ordonnée) (confondre $f(a)$ et a)	Soit la fonction f ci-dessous : Lire $f(1)$  (mauvaise réponse : 1)	On lit l'ordonnée du point d'abscisse 1 : $f(1) = 2$ Toujours lire la VALEUR en y (hauteur) !
2 Mal lire l'image d'un nombre négatif (ou oublier le signe)	Lire $f(-2)$  (mauvaise réponse : 1)	On lit l'ordonnée du point d'abscisse -2 : $f(-2) = -1$ Attention aux abscisses négatives !
3 Confondre zéro de la fonction et ordonnée nulle (confondre x et y)	Déterminer les solutions de $f(x) = 0$  (mauvaise réponse : $x = -1$ et $x = 2$)	Les solutions sont les abscisses des points où la courbe coupe l'axe des abscisses : $x = -2$ et $x = 1$ Chercher les points où $y = 0$!
4 Confondre maximum et minimum (lire l'inverse)	Point A : maximum ou minimum ?  (mauvaise réponse : minimum)	Le point A est un MAXIMUM local car la fonction est plus petite autour. Regarde la forme autour du point !
5 Mal lire les variations (croissante / décroissante) (lire dans un seul sens)	Étudier les variations de f  (mauvaise réponse : croissante sur tout l'intervalle)	La fonction : ✓ croît sur $[-2; -1]$ ✓ décroît sur $[-1; 1]$ ✓ croît sur $[1; 2]$ Regarder les sens de variation !

6 Mal lire une tangente
pente ou coefficient directeur)

Déterminer le coefficient directeur de la
tangente en A



(mauvaise réponse : 1)

La pente de (T) vaut :

$$m = \frac{2}{1} = 2$$

Bien lire les
 Δx et Δy !

CONSEIL D'OR :

- ✓ Lis bien l'énoncé et ce qu'on te demande
- ✓ Repère les axes et les valeurs importantes
- ✓ Entraîne-toi avec plusieurs graphes
- ✓ Vérifie toujours ta réponse avant de rendre !

Évite ces erreurs
et gagne
des **POINTS FACILES** !

Bon courage !

LES SECRETS DES COURBES

Rappel :

- $f(x) > 0 \Rightarrow$ courbe au-dessus de l'axe des abscisses
- $f(x) < 0 \Rightarrow$ courbe en dessous de l'axe des abscisses
- $f(x) = 0 \Rightarrow$ points d'intersection avec l'axe des abscisses



Astuce rapide

- 1) Chercher toujours les zéros de $f(x)$ pour placer les points d'intersection avec l'axe Ox.
- 2) Étudier le signe de $f(x)$ sur chaque intervalle délimité par ces zéros.
- 3) Repérer les extremums (max, min) pour bien dessiner la courbe.

1) COURBE DE LA FONCTION $f(x) = x^3 - 12x$

- **Factorisation** : $f(x) = x(x^2 - 12) = x(x - 2\sqrt{3})(x + 2\sqrt{3})$

- **Signe de $f(x)$** :

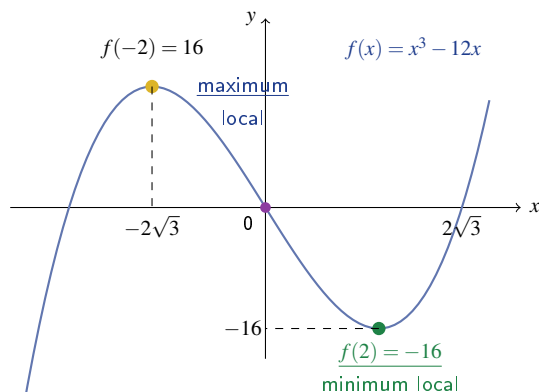
x	$-\infty$	$-2\sqrt{3}$	0	$2\sqrt{3}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0	+

- **Dérivée** : $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4)$

Zéros de f' : $x = -2$ et $x = 2$

- **Variations** :

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	16	-16	$+\infty$



À retenir

La courbe coupe l'axe Ox en $-2\sqrt{3}$, 0, $2\sqrt{3}$

2) COURBE DE LA FONCTION $g(x) = 3x^2 - 12$

- **Forme canonique** : $g(x) = 3(x^2 - 4) = 3(x - 2)(x + 2)$

Zéros : $x = -2$ et $x = 2$

- **Signe de $g(x)$** :

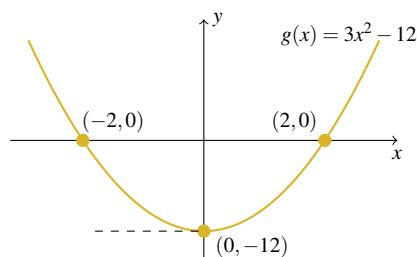
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	+

- **Dérivée** : $g'(x) = 6x$

Zéro de g' : $x = 0$

- **Variations** :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	-12	$+\infty$



À retenir

Parabole tournée vers le haut
sommet : $(0, -12)$
axe de symétrie : $x = 0$

3) COURBE DE LA FONCTION $h(x) = 6x$

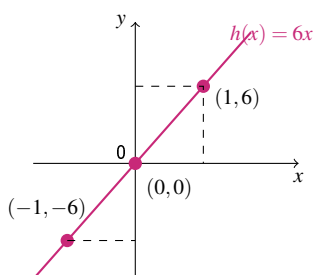
- **Nature** : h est une fonction linéaire.

- Droite passant par l'origine $(0,0)$ et de pente 6 [illisible].

- **Variations** : $h'(x) = 6 > 0$ donc h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Points pratiques

- Si x augmente $\Rightarrow h(x)$ augmente.
- $h(1) = 6$, $h(2) = 12$, $h(-1) = -6$



À retenir

Droite croissante plus la pente est grande, plus la droite est inclinée.



TECHNIQUES DE CALCUL RAPIDES

- ✓ Factoriser avant de chercher les zéros.
- ✓ Étudier le signe avec un tableau.
- ✓ Dériver pour trouver les extremums.
- ✓ Utiliser la forme canonique pour les paraboles.
- ✓ Tracer proprement en plaçant les points clés !

RÉSUMÉ EXPRESS

- Chercher les racines
- Faire le tableau de signe
- Étudier les variations
- Tracer avec précision

N'oublie pas !

- Pratique régulièrement
- Comprends chaque étape
- Sois méthodique
- Tu vas y arriver !



DOMAINE DE DÉFINITION DE TOUTE FONCTION

1. DÉFINITION

• Soit f une fonction définie par une expression. Le domaine de définition de f , noté D_f , est l'ensemble de tous les réels x pour lesquels $f(x)$ a un sens (c'est-à-dire, pour lesquels l'expression de $f(x)$ est définie).

IDÉE CLÉ

On cherche tous les nombres réels x qui ne rendent pas l'expression interdite.

2. RÈGLES POUR DÉTERMINER D_f

Dénominateur $\neq 0$	Si une fraction $\frac{A(x)}{B(x)}$ est définie, alors on doit avoir $B(x) \neq 0$. △!
Racine paire	Si $\sqrt{A(x)}$ est définie, alors $A(x) \geq 0$. ✓
Logarithme	Si $\ln(A(x))$ est définie, alors $A(x) > 0$. ✓
Tangente	Si $\tan(A(x))$ est définie, alors $\cos(A(x)) \neq 0$ c.-à-d. $A(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. ✓
Exponentielle	Si $a^{A(x)}$ est définie avec $a > 0, a \neq 1$, alors aucune condition supplémentaire sur $A(x)$. ✓
Valeur absolue	$ A(x) $ est définie pour tout réel x . ✓

3. EXEMPLES

1) $f(x) = \frac{1}{x-3}$
Condition : $x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$
Donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

2) $g(x) = \sqrt{x-2}$
Condition : $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$
Donc $D_g = [2; +\infty[$

3) $h(x) = \ln(x+1)$
Condition : $x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$
Donc $D_h =]-1; +\infty[$

4) $k(x) = \tan(x)$
Condition : $\cos(x) \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
Donc $D_k = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

5) $m(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+1}$
Conditions : $\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ ou } x \geq 2 \\ x \neq -1 \end{cases}$
Donc $D_m =]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[\setminus \{-1\}$

À RETENIR

- Le domaine de définition est la première étape avant toute étude d'une fonction.
- Toujours vérifier les valeurs interdites !

RÉSUMÉ

Le domaine de définition D_f regroupe tous les réels x qui ne rendent pas l'expression de $f(x)$ impossible.

LES 25 FORMULES DES FONCTIONS À MAÎTRISER – PARTIE 2

1 FONCTION AFFINE $f(x) = ax + b$ $(a, b \in \mathbb{R})$	2 FONCTION QUADRATIQUE $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$	3 FONCTION RACINE CARRÉE $f(x) = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$	4 FONCTION VALEUR ABSOLUE $f(x) = x = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$	5 FONCTION INVERSE $f(x) = \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$
6 FONCTION PUISSANCE $n \in \mathbb{N}$ $f(x) = x^n$	7 FONCTION RACINE n-ième $f(x) = \sqrt[n]{x}$ Si n est pair : $x \geq 0$ Si n est impair : $x \in \mathbb{R}$	8 FONCTION EXPONENTIELLE $f(x) = e^x$ $(e \approx 2,718)$	9 FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN $f(x) = \ln x$ $(x > 0)$	10 FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL $f(x) = \log x$ $(x > 0)$
11 CHANGEMENT DE BASE DES LOGARITHMES $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ Conditions : $a > 0, a \neq 1,$ $b > 0, c > 0, c \neq 1$	12 DÉRIVÉE DE x^n $f(x) = x^n$ $f'(x) = nx^{n-1}$	13 DÉRIVÉE DE e^x $f(x) = e^x$ $f'(x) = e^x$	14 DÉRIVÉE DE $\ln x$ $f(x) = \ln x$ $f'(x) = \frac{1}{x}$ $(x > 0)$	15 DÉRIVÉE DE $\log_a x$ $f(x) = \log_a x$ $f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$ $(x > 0, a > 0, a \neq 1)$
16 DÉRIVÉE D'UN PRODUIT $f(x) = u(x)v(x)$ $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$	17 DÉRIVÉE D'UN QUOTIENT $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ $f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ $(v(x) \neq 0)$	18 DÉRIVÉE D'UNE COMPOSÉE $f(x) = u(g(x))$ $f'(x) = u'(g(x)) \cdot g'(x)$	19 INTÉGRALE DE x^n $(n \neq -1)$ $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	20 INTÉGRALE DE $\frac{1}{x}$ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ $(x \neq 0)$
21 INTÉGRALE DE e^x $\int e^x dx = e^x + C$	22 COMPOSITION DES FONCTIONS $(f \circ g)(x) = f(g(x))$	23 FONCTION PAIRE $f(-x) = f(x)$ (symétrie par rapport à l'axe des ordonnées)	24 FONCTION IMPAIRE $f(-x) = -f(x)$ (symétrie par rapport à l'origine)	25 TRANSLATION D'UNE FONCTION $g(x) = f(x-a) + b$ → translation de f de vecteur (a, b)

À RETENIR ! ✓ Connaître les formes de base. ✓ Maîtriser les dérivées et intégrales usuelles. ✓ Comprendre les compositions et transformations. ✓ S'entraîner régulièrement !

RAPPELS RAPIDES • $\ln x = \log_e x$ • $\log x = \log_{10} x$ • $e^{\ln x} = x \ (x > 0)$ • $\ln(e^x) = x$ • $\log_a(a^x) = x \ (a > 0, a \neq 1)$ • $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ • $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

NOTATIONS $\mathbb{R}$: ensemble des réels $\mathbb{N}$: entiers naturels $\mathbb{N}^*$: entiers naturels non nuls e : nombre d'Euler ($\approx 2,718$) ln : logarithme népérien (base e) log : logarithme décimal (base 10) C : constante d'intégration
--

△! REMARQUES IMPORTANTES • Pour $\sqrt[n]{x}$: - Si n est pair : $x \geq 0$ - Si n est impair : $x \in \mathbb{R}$	• Toujours vérifier les conditions de définition avant d'appliquer une formule !
--	--

MAÎTRISE LES FONCTIONS, RÉUSSIS TON BAC !