

## Arbres de probabilité

FEDUC

SAVOIR AUJOURD'HUI,

RÉUSSIR DEMAIN

### 1. À QUOI ÇA SERT ?

Un arbre de probabilité permet de représenter une expérience aléatoire en plusieurs étapes (tirages, lancers, choix successifs...).

Il aide à organiser les chances et à calculer facilement les probabilités.

## ARBRES DE PROBABILITÉ

L'OUTIL CLÉ POUR RÉUSSIR AU BAC

COMPRENDRE – APPLIQUER – RÉUSSIR

### 2. RÈGLES DE BASE

**Somme des probabilités à chaque nœud**

À chaque nœud, la somme des probabilités des branches issues de ce nœud est égale à 1.

**Probabilité d'un chemin**

La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités le long de ce chemin.

**Probabilité totale** (formule des probabilités totales)

Si les événements  $A_1, A_2, \dots, A_n$  forment une partition de  $\Omega$  :

$$\sum P(\text{branches}) = 1$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \times P(B|A_i)$$

### 3. EXEMPLE CLASSIQUE : TIRAGE DE 2 BOULES SANS REMISE

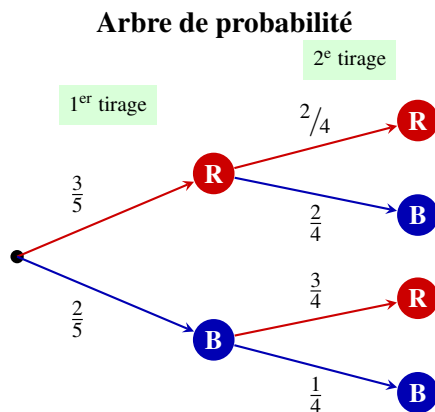
#### Énoncé

Une urne contient :

- 3 boules rouges (R)
- 2 boules bleues (B)

On tire 2 boules sans remise.

Construire l'arbre et calculer certaines probabilités.



#### Probabilités des chemins

**R puis R :**

$$P(R \cap R) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

**R puis B :**

$$P(R \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

**B puis R :**

$$P(B \cap R) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

**B puis B :**

$$P(B \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

#### Remarque :

La somme des probabilités des 4 chemins =  $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = 1$  ✓

**Probabilité d'obtenir au moins une rouge :**

$$P(\text{au moins une R}) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$$

#### 4. MÉTHODE À SUIVRE

##### Lire attentivement l'énoncé

Identifier : l'expérience, les étapes, les événements.

##### Construire l'arbre étape par étape

Écrire les événements sur les branches.

##### Vérifier la somme à chaque nœud

La somme des probabilités = 1.

##### Calculer la probabilité d'un chemin

Multiplier les probabilités le long du chemin.

##### Additionner les chemins si nécessaire

Pour obtenir la probabilité d'un événement global.

##### Conclure et interpréter le résultat

#### 6. CONSEILS POUR LE BAC

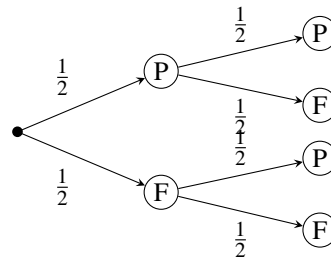
- ✓ Toujours bien nommer les événements.
- ✓ Soigner l'arbre : propre et complet.
- ✓ Écrire les calculs clairement.
- ✓ Vérifier que la somme des issues = 1.
- ✓ Présenter la réponse avec une phrase.

#### 5. AUTRE EXEMPLE : 2 LANCERS D'UNE PIÈCE

On lance une pièce équilibrée 2 fois.

$$P(\text{Pile}) = P(\text{Face}) = \frac{1}{2}$$

Arbre de probabilité



Probabilités des issues

$$\text{P puis P} : \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{P puis F} : \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{F puis P} : \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{F puis F} : \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Probabilité d'avoir exactement 1 pile :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

#### 7. FORMULES CLÉS À RETENIR

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  ( $P(B) > 0$ )
- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$
- Probabilités totales :  $P(B) = \sum P(A_i) \times P(B|A_i)$

#### 8. À RETENIR

- ★ Arbre = Étapes successives
- ★ Chemin = Multiplication
- ★ Plusieurs chemins = Addition
- ★ Somme à chaque nœud = 1
- ★ Outil puissant pour le BAC !

★ AVEC MÉTHODE ET ENTRAÎNEMENT, LA RÉUSSITE EST ASSURÉE ! ★

# PROBABILITÉ

## LES TYPES DE TIRAGES

Le choix du type de tirage change tout !

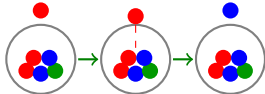
★ COMPRENDRE – MAÎTRISER – RÉUSSIR ★

### ① TIRAGE AVEC REMISE

Après chaque tirage, on remet la boule dans l'urne avant de tirer la suivante.

#### ILLUSTRATION :

① 1<sup>er</sup> tirage    ② On remet la boule    ③ 2<sup>e</sup> tirage



#### EXEMPLE :

Urne : 3 boules rouges (R), 2 boules vertes (V)

On tire 2 boules successivement avec remise.

Chaque tirage : 5 possibilités (3R, 2V)

Nombre total de couples possibles (ordre important):

$$5 \times 5 = 25 \text{ couples}$$

Exemple de couple possible : (R,V) ; (V,R) ; (R,R) ; ...

Les tirages sont indépendants.

Les probabilités restent les mêmes.

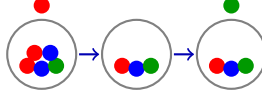
### ② TIRAGE SANS REMISE

Après chaque tirage, on ne remet pas la boule dans l'urne.

#### ILLUSTRATION :

① 1<sup>er</sup> tirage    ② On ne remet pas la boule

③ 2<sup>e</sup> tirage



#### EXEMPLE :

Urne : 3 boules rouges (R), 2 boules vertes (V)

On tire 2 boules successivement sans remise.

- 1<sup>er</sup> tirage : 5 possibilités
- 2<sup>e</sup> tirage : 4 possibilités (car 1 boule en moins)

Nombre total de couples possibles (ordre important):

$$5 \times 4 = 20 \text{ couples}$$

Exemple de couple possible : (R,V) ; (V,R) ; (R,R) ; ...

Les tirages sont dépendants.

Les probabilités changent à chaque tirage.

### ③ TIRAGE SIMULTANÉ

On tire plusieurs boules en même temps. L'ordre n'a pas d'importance.

#### ILLUSTRATION :

① On tire 2 boules en même temps



#### EXEMPLE :

Urne : 3 boules rouges (R), 2 boules vertes (V)

On tire 2 boules en même temps. L'ordre n'a pas d'importance.

Nombre total de couples possibles :

$$C(5, 2) = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \text{ couples}$$

Exemple de couple possible : {R,V} ; {R,R} ; {V,V} ; ...

Les tirages sont simultanés.

L'ordre ne compte pas.

## RÉCAPITULATIF

| Type de tirage | Remise ? | Indépendance | Ordre important ? | Nombre de possibilités                       |
|----------------|----------|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| Avec remise    | ✓ Oui    | Indépendants | Oui               | $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_p$     |
| Sans remise    | ✗ Non    | Dépendants   | Oui               | $n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$ |
| Simultané      | ✗ Non    | —            | Non               | $C(n, p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}$              |

★ n : nombre total d'éléments dans l'urne, p : nombre d'éléments tirés

## CONSEILS

- ✓ Lis bien l'énoncé.
- ✓ Identifie le type de tirage.
- ✓ Choisis la bonne méthode.
- ✓ Vérifie tes résultats.

**LA MÉTHODE JUSTE =  
LA RÉUSSITE ASSURÉE !**

| I. NOTIONS DE BASE                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | II. FORMULES UTILES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | III. TECHNIQUES ET ASTUCES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Expérience aléatoire</b> : une expérience dont le résultat est incertain.</li> <li>• <b>Univers (<math>\Omega</math>)</b> : l'ensemble de tous les résultats possibles.</li> <li>• <b>Une issue</b> : un résultat élémentaire.</li> <li>• <b>Événement</b> : un sous-ensemble de <math>\Omega</math>.</li> <li>• <b>Probabilité</b> : pour tout événement A,</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <math display="block">P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}</math> </div> <p>Donc <math>0 \leq P(A) \leq 1</math><br/> <math>P(\Omega) = 1</math> et <math>P(\emptyset) = 0</math></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Factorielle</b> : <math>n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1</math><br/>avec <math>0! = 1</math></li> <li>• <b>Combinaison</b> :<br/><math display="block">C(n, p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}</math></li> <li>• <b>Permutation</b> : <math>A(n, p) = \frac{n!}{(n-p)!}</math></li> <li>• <b>Probabilité d'un événement A</b> :<br/><math display="block">P(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}</math></li> <li>• <b>Complémentaire</b> :<br/><math display="block">P(\bar{A}) = 1 - P(A)</math></li> <li>• <b>Réunion</b> : si A et B incompatibles,<br/><math display="block">P(A \cup B) = P(A) + P(B)</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>★ Lire attentivement l'énoncé et identifier : <ul style="list-style-type: none"> <li>– le type de tirage</li> <li>– le nombre d'éléments tirés (p)</li> </ul> </li> <li>★ Faire un schéma (urne, boules...)</li> <li>★ Organiser les cas : tableau, arbre, liste...</li> <li>★ Vérifier l'ordre : important ou non ?</li> <li>★ Simplifier les calculs (factorielle, simplification)</li> <li>★ Toujours conclure avec une phrase réponse claire.</li> </ul> |

### EXEMPLES RAPIDES :

|                                                                                                                                 |                                                                                                                                 |                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>① Avec remise :</b><br>Urne : 2R, 1V $\rightarrow n=3$<br>Tirer 2 boules avec remise<br>Nombre de couples = $3 \times 3 = 9$ | <b>② Sans remise :</b><br>Urne : 2R, 1V $\rightarrow n=3$<br>Tirer 2 boules sans remise<br>Nombre de couples = $3 \times 2 = 6$ | <b>③ Simultané :</b><br>Urne : 2R, 1V $\rightarrow n=3$<br>Tirer 2 boules en même temps<br>Nombre de couples = $C(3, 2) = 3$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Travaille avec méthode,  
la réussite est à ta portée !

♥ **COMPRENDRE AUJOURD'HUI, RÉUSSIR DEMAIN !**

# Probabilités – Pile ou Face

**NOURMATHS**

## PROBABILITÉS

PILE FACE

Rappel :  
Une expérience  
aléatoire est une  
expérience dont le  
résultat est incertain.

Pile ou Face – Lancer d'une ou deux  
monnaies

**COMPRENDRE - MAÎTRISER - RÉUSSIR**

### FORMULE CLÉ

$$P(\text{événement}) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

#### 1 UNE SEULE PIÈCE

Expérience : lancer une pièce équilibrée.

Issues possibles : Pile (P) ou Face (F).

Univers des possibles

$$\Omega = \{P, F\}$$

| Issue    | Probabilité   |
|----------|---------------|
| Pile (P) | $\frac{1}{2}$ |
| Face (F) | $\frac{1}{2}$ |

✓ Pièce équilibrée : toutes les issues ont la même probabilité.

#### 2 DEUX PIÈCES

Expérience : lancer deux pièces équilibrées.

On note les résultats dans l'ordre (1<sup>ère</sup> pièce, 2<sup>ème</sup> pièce).

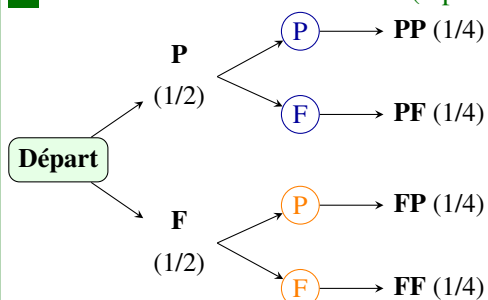
Univers des possibles

$$\Omega = \{PP, PF, FP, FF\}$$

| Issue | Signification  | Probabilité   |
|-------|----------------|---------------|
| PP    | 2 piles        | $\frac{1}{4}$ |
| PF    | Pile puis Face | $\frac{1}{4}$ |
| FP    | Face puis Pile | $\frac{1}{4}$ |
| FF    | 2 faces        | $\frac{1}{4}$ |

✓ Toutes les issues sont équiprobables car les pièces sont équilibrées.

#### 3 ARBRE DE PROBABILITÉ (2 pièces)



✓ Pour obtenir la probabilité d'une issue, on multiplie les probabilités le long du chemin.

#### 4 PROBABILITÉS IMPORTANTES (2 pièces)

| Événement             | Probabilité                                         |
|-----------------------|-----------------------------------------------------|
| 2 piles               | $P(PP) = \frac{1}{4}$                               |
| 2 faces               | $P(FF) = \frac{1}{4}$                               |
| 1 pile et 1 face      | $P(PF \text{ ou } FP) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  |
| Au moins une pile     | $P(PP \text{ ou } PF \text{ ou } FP) = \frac{3}{4}$ |
| Au moins une face     | $P(PF \text{ ou } FP \text{ ou } FF) = \frac{3}{4}$ |
| Aucune face (2 piles) | $P(PP) = \frac{1}{4}$                               |
| Aucune pile (2 faces) | $P(FF) = \frac{1}{4}$                               |

#### 5 MÉTHODE (CHECKLIST)

- ① Identifier l'expérience aléatoire.
- ② Lister toutes les issues possibles (univers  $\Omega$ ).
- ③ Vérifier si les issues sont équiprobables.
- ④ Déterminer les issues favorables à l'événement.
- ⑤ Appliquer la formule :  $P = \frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$

#### 6 EXEMPLES GUIDÉS

- ① Probabilité d'obtenir au moins une pile avec 2 pièces.
- ② Probabilité d'avoir exactement une face (avec 2 pièces).

Issues favorables : PP, PF, FP

(3 issues)

$$P = \frac{3}{4}$$

Issues favorables : PF, FP

(2 issues)

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

## 7 EXEMPLES RAPIDES

① Une pièce équilibrée :

$$P(\text{Face}) = \frac{1}{2}$$

② Deux pièces : probabilité d'avoir au moins une face.

$$\begin{aligned} P(\text{au moins une face}) &= 1 - P(\text{FF}) \\ &= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

③ Trois pièces : probabilité d'obtenir 3 piles.

$$P(3 \text{ piles}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

## 8 À RETENIR

Bien lister les issues possibles.

Pièce équilibrée :

$$P(P) = P(F) = \frac{1}{2}$$

Utiliser un arbre pour ne rien oublier.

Compter, appliquer la formule et vérifier.

La pratique rend parfait !

**FEDUC**

SAVOIR

AUJOURD'HUI,

RÉUSSIR DEMAIN

**VARIABLES ALÉATOIRES****L'OUTIL CLÉ DES PROBABILITÉS****COMPRENDRE – MAÎTRISER – RÉUSSIR AU BAC****À RETENIR !**

- ✓ Associe un nombre à chaque issue
- ✓ Tableau de loi : valeurs + probabilités
- ✓ Somme des probabilités = 1
- ✓ Espérance = moyenne théorique
- ✓ Variance = dispersion
- ★ Lien avec la loi binomiale

**1. DÉFINITION**

Une variable aléatoire ( $X$ ) associe un nombre réel à chaque issue d'une expérience aléatoire.

**Exemple :**

On lance une pièce 2 fois et on note  $X$  le nombre de piles obtenus.

- 0 pile  $\rightarrow X = 0$
- 1 pile  $\rightarrow X = 1$
- 2 piles  $\rightarrow X = 2$

×2

**2. LOI DE PROBABILITÉ**

La loi de probabilité de  $X$  est donnée par un tableau qui associe à chaque valeur  $x_i$  la probabilité  $P(X = x_i)$ .

|              |               |               |               |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| $x_i$        | 0             | 1             | 2             |
| $P(X = x_i)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

Condition :  $\sum P(X = x_i) = 1$

Ici :  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1$  ✓

**3. ESPÉRANCE (MOYENNE THÉORIQUE)**

L'espérance de  $X$  est :

$$E(X) = \sum x_i \times P(X = x_i)$$

Exemple précédent :

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 0 + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 1$$

En moyenne, on obtient 1 pile sur 2 lancers.

**4. VARIANCE ET ÉCART-TYPE**

Variance :

Mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne.

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

avec  $E(X^2) = \sum x_i^2 \times P(X = x_i)$

Écart-type :

Racine carrée de la variance.

$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

Exemple précédent :

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{1}{4} + 1^2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{1}{4} = 0 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = \frac{3}{2} - 1^2 = \frac{1}{2} \quad \text{donc} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$$

**5. LIEN AVEC LA LOI BINOMIALE**

Si  $X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$  (noté  $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ ), alors :

$$E(X) = np \quad | \quad V(X) = np(1 - p)$$

**Exemple :**

On lance une pièce équilibrée 5 fois.

$X$  = nombre de piles obtenus.

$$p = \frac{1}{2}, n = 5 \quad \begin{cases} E(X) = np = 5 \times \frac{1}{2} = 2,5 \\ V(X) = np(1 - p) = 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1,25 \end{cases}$$

**6. MÉTHODE POUR ÉTUDIER UNE VARIABLE ALÉATOIRE**

- ① Définir clairement la variable aléatoire  $X$ .
- ② Identifier les valeurs possibles que peut prendre  $X$ .
- ③ Calculer la probabilité de chaque valeur.
- ④ Construire le tableau de la loi de  $X$ .
- ⑤ Vérifier que la somme des probabilités = 1.
- ⑥ Calculer  $E(X)$ ,  $V(X)$  et éventuellement  $\sigma$ .

## 7. EXEMPLE COMPLET : LANCER D'UN DÉ

On lance un dé équilibré à 6 faces et on note  $X$  le résultat obtenu.

1. Valeurs possibles :  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. Loi de probabilité : chaque face est équiprobable.

|              |               |               |               |               |               |               |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $x_i$        | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             |
| $P(X = x_i)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

3. Espérance :

$$E(X) = \sum x_i P(X = x_i) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5$$

4. Variance :

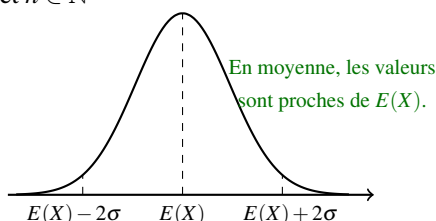
$$E(X^2) = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2}{6} = \frac{1+4+9+16+25+36}{6} = \frac{91}{6}$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{91}{6} - (3,5)^2 = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{35}{12} \approx 2,917$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{35}{12}} \approx 1,707$$

## 8. PROPRIÉTÉS IMPORTANTES

- ▶  $0 \leq P(X = x_i) \leq 1$  pour tout  $x_i$
- ▶  $\sum_{i=1}^n P(X = x_i) = 1$
- ▶  $E(aX + b) = aE(X) + b$  ( $a, b$  réels)
- ▶  $V(aX + b) = a^2V(X)$
- ▶ Si  $X$  suit  $\mathcal{B}(n, p)$  alors  $0 \leq p \leq 1$  et  $n \in \mathbb{N}^*$



## 9. MINI RÉCAPITULATIF

|            |                                                          |
|------------|----------------------------------------------------------|
| Définition | Associe un nombre à chaque issue                         |
| Loi        | Tableau des valeurs et de leurs probabilités (somme = 1) |
| Espérance  | $E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$                             |
| Variance   | $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$                               |
| Écart-type | $\sigma = \sqrt{V(X)}$                                   |
| Binomiale  | $E(X) = np$ et $V(X) = np(1 - p)$                        |

### CONSEIL FEDUC

Maîtrise les définitions, les formules et fais des tableaux clairs !

★ LA COMPRÉHENSION AUJOURD'HUI, ★  
LA RÉUSSITE DEMAIN !

## 10. EXERCICE FLASH

On lance une pièce équilibrée 3 fois.

On note  $X$  le nombre de piles obtenus.

- ① Donner la loi de  $X$ .
- ② Calculer  $E(X)$ .
- ③ Calculer  $V(X)$ .
- ④ Calculer  $\sigma$ .

**FEDUC**  
SAVOIR AUJOURD'HUI,  
RÉUSSIR DEMAIN

# ≡ RÉSUMÉ PROBABILITÉ – TERMINALE ≡

## 1) NOTIONS DE BASE

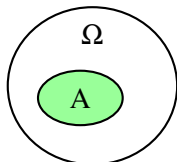
$\Omega$  : univers

$A \subset \Omega$  : événement

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

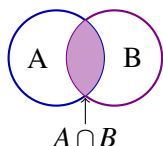
$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$



## 3) ÉVÉNEMENT CONTRAIRE

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

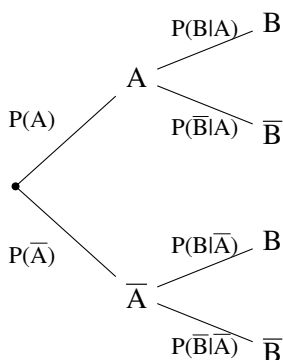


## 5) PROBABILITÉ CONDITIONNELLE

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

## 7) ARBRE DE PROBABILITÉ

- Probabilité d'un chemin = **PRODUIT**
- Probabilité finale = **SOMME** des chemins



Exemple :  
 $P(A \cap B) =$   
 $P(A) \times P(B|A)$   
 $P(\bar{A} \cap B) =$   
 $P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A})$   
 $\dots$   
 $P(B) =$  somme des chemins menant à  $B$

## 2) PROBABILITÉ SIMPLE

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

## 4) UNION & INTERSECTION

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Si  $A$  et  $B$  incompatibles ( $A \cap B = \emptyset$ ) :

$$\hookrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

## 6) ÉVÉNEMENTS INDÉPENDANTS

$$A \text{ et } B \text{ indépendants} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

## 8) FORMULE DE BAYES

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

## ASTUCE BAC

- ✓ Toujours écrire la formule
- ✓ Faire un schéma si possible
- ✓ Donner le résultat final clair

## 1 RÈGLES DE BASE

- $P(\Omega) = 1$  La probabilité de l'univers  $\Omega$  (événement certain) est 1.
- $0 \leq P(A) \leq 1$  La probabilité d'un événement  $A$  est comprise entre 0 et 1.
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$  La probabilité de l'événement contraire  $\bar{A}$ .

### À RETENIR

- Toujours :  $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\Omega) = 1$  (certain)
- $P(\emptyset) = 0$  (impossible)

## 2 PROBABILITÉS SUR DES ÉVÉNEMENTS

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
Probabilité de l'union de deux événements.
- $P(A \cap B)$   
Probabilité de l'intersection de  $A$  et  $B$ .

### ✓ PROBABILITÉ CONDITIONNELLE

$$P_B(A) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ si } P(B) \neq 0$$

Probabilité de  $A$  sachant que  $B$  est réalisé.

$$\star \text{ RAPPEL : } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ si } P(A) \neq 0$$

## 3 VARIABLE ALÉATOIRE DISCRÈTE

Soit  $X$  une variable aléatoire discrète prenant les valeurs  $x_i$  avec les probabilités  $p_i = P(X = x_i)$ .

### ESPÉRANCE

$$E(X) = \sum_i x_i p_i$$

### VARIANCE

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

où  $E(X^2) = \sum_i x_i^2 p_i$

### À RETENIR

- L'espérance est la moyenne théorique de  $X$ .
- La variance mesure la dispersion autour de la moyenne.

## 4 LOI BINOMIALE

Si  $X \sim \mathcal{B}(n, p)$  (paramètres  $n$  et  $p$ ) :  

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$
 pour  $k = 0, 1, \dots, n$

où  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$   
 (coefficient binomial)

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $X \sim \mathcal{B}(n, p)$

### △ À RETENIR

- $n$  : nombre d'épreuves indépendantes.
- $p$  : probabilité de succès.
- $np$  : nombre moyen de succès.

## 5 PROPRIÉTÉS UTILES

### ÉVÉNEMENTS

#### INCOMPATIBLES

Si  $A \cap B = \emptyset$  alors

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

### INÉGALITÉ DE

#### BONFERRONI

Pour tout  $A, B$  :

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

(égalité si  $A$  et  $B$  sont

incompatibles)

### RÉPÉTITION

#### (ÉVÉNEMENTS INDÉPENDANTS) TOTALES

Si  $A$  et  $B$  sont

indépendants :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

### LOI DES PROBABILITÉS

#### TOTALES

Si  $(B_i)_{i \in I}$  est une partition de  $\Omega$  et  $P(B_i) > 0$  pour tout  $i$  :

$$P(A) = \sum_{i \in I} P(A|B_i)P(B_i)$$

### ✓ À RETENIR

- ✓ Les probabilités sont toujours comprises entre 0 et 1.
- ✓ L'union, l'intersection et le complément sont les opérations de base.
- ✓ La probabilité conditionnelle permet d'intégrer une information.
- ✓ L'espérance et la variance résument le comportement d'une variable.
- ✓ La loi binomiale modélise le nombre de succès dans  $n$  essais de Bernoulli.

### SYMBOLES UTILES

$\Omega$  : univers  
 $\emptyset$  : événement impossible  
 $\bar{A}$  : événement contraire de  $A$   
 $A \cup B$  : union de  $A$  et  $B$   
 $A \cap B$  : intersection de  $A$  et  $B$   
 $P(A|B)$  : probabilité de  $A$  sachant  $B$

### △ ATTENTION

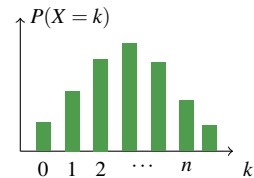
- Toujours vérifier que la somme des probabilités d'une partition vaut 1.
- En probabilité conditionnelle, vérifier que le dénominateur n'est pas nul.
- Ne pas confondre indépendance et incompatibilité !

**AE ANALYSE ÉCONOMIQUE** COMPRENDRE · ANALYSER · RÉUSSIR

COMPRENDRE les concepts ANALYSER les problèmes RÉUSSIR ses objectifs

# LOI BINOMIALE

## TOUT CE QU’IL FAUT SAVOIR !



### 1 DÉFINITION

- **Schéma de Bernoulli** :  $n$  épreuves indépendantes, chacune avec probabilité  $p$  de succès (et  $1 - p$  d’échec).
- $X$  = nombre de succès.
- On note :  $X \sim B(n ; p)$

#### À RETENIR

- ✓  $n$  épreuves indépendantes.
- ✓ Probabilité de succès constante  $p$  à chaque épreuve.
- ✓  $X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ .

### 2 PROBABILITÉS

Pour  $k$  entier,  $0 \leq k \leq n$  :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

où :

- $p^k$  : probabilité d’avoir  $k$  succès
- $(1 - p)^{n-k}$  : probabilité d’avoir  $n-k$  échecs

On écrit aussi :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

#### ★ RAPPEL

$\binom{n}{k}$  : coefficient binomial, nombre de façons de choisir  $k$  succès parmi  $n$  épreuves.

### 3 PARAMÈTRES

• **Espérance** :

$$E(X) = n \cdot p$$

• **Variance** :

$$V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

• **Écart-type** :

$$\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

### 4 PROBABILITÉS CUMULÉES

- $P(X \leq k) = P(X = 0) + \dots + P(X = k)$
- $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$

• Pour  $a \leq X \leq b$  :

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{i=a}^b P(X = i)$$

### 5 EXEMPLE

On lance 5 fois une pièce équilibrée :

- $X$  = nombre de piles
- Probabilité d’obtenir exactement 3 piles :

$$\begin{aligned} P(X = 3) &= \binom{5}{3} \cdot (0,5)^3 \cdot (0,5)^2 \\ &= \frac{5!}{3!2!} \cdot (0,5)^5 = \frac{10}{32} \approx 0,3125 \end{aligned}$$

- Espérance :  $E(X) = 5 \times 0,5 = 2,5$

$$X \sim B(5 ; 0,5)$$

#### INTERPRÉTATION

En moyenne, sur 5 lancers, on obtient 2,5 piles.

La probabilité d’obtenir exactement 3 piles est d’environ 31,25 %.

### ✓ À RETENIR

- ✓ La loi binomiale modélise le nombre de succès dans  $n$  épreuves indépendantes de Bernoulli.
- ✓ Les paramètres sont  $n$  (nombre d'épreuves) et  $p$  (probabilité de succès).
- ✓ Les formules de probabilité permettent de calculer n'importe quelle probabilité sur  $X$ .
- ✓ L'espérance, la variance et l'écart-type donnent des informations essentielles sur la distribution.

### △ CONDITIONS D'APPLICATION

- Épreuves indépendantes.
- Chaque épreuve a deux issues : succès (probabilité  $p$ ) ou échec (probabilité  $1 - p$ ).
- La probabilité de succès  $p$  est constante pour toutes les épreuves.
- Le nombre d'épreuves  $n$  est fixé à l'avance.

**AE ANALYSE ÉCONOMIQUE** COMPRENDRE · ANALYSER · RÉUSSIR

**COMPRENDRE** les concepts   **ANALYSER** les problèmes   **RÉUSSIR** ses objectifs

# PROBABILITÉS

Source :  
BACC PRÉPARATION

## 1. PROBABILITÉS

Soit  $\Omega$  l'univers d'une expérience aléatoire.

Une probabilité est une application  $P$  définie sur  $P(\Omega)$  telle que :

$$1^\circ) \forall A \in P(\Omega), 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2^\circ) P(\Omega) = 1$$

3°) Si  $(A_i)_{i \in I}$  est une famille d'événements de  $P(\Omega)$  deux à deux incompatibles alors :

$$P\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \sum_{i \in I} P(A_i)$$

Remarques :

- $P(\emptyset) = 0$
- Si  $A$  et  $B$  incompatibles alors  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

## 2. PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

Soient  $A$  et  $B$  deux événements avec  $P(B) > 0$ .

La probabilité de  $A$  sachant  $B$  est :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Donc :  $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A) = P(A) \times P_A(B)$

Remarques :

- $P_B(\Omega) = 1$  ;  $P_B(\emptyset) = 0$
- Si  $A$  et  $B$  indépendants alors  $P_B(A) = P(A)$   
(ou encore  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ )

Formule des probabilités totales :

Si  $(B_1, B_2, \dots, B_n)$  est une partition de  $\Omega$  alors pour tout  $A \subset \Omega$  :

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i) \times P_{B_i}(A)$$

## 3. ARBRE DE PROBABILITÉ

Un arbre de probabilité est un schéma permettant de représenter une expérience aléatoire à plusieurs épreuves successives.

Les nombres sur les branches sont des probabilités.

Règles :

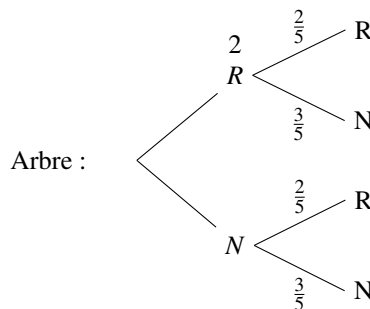
- La somme des probabilités issues d'un même nœud est égale à 1.
- La probabilité d'un chemin (issue) est le produit des probabilités le long de ce chemin.

Exemple :

Une urne contient 2 boules rouges (R). et 3 boules noires (N).

On tire une boule, on remet, puis on tire une deuxième boule.

R : tirer rouge ; N : tirer noire.



Remarque : La somme des probabilités des issues = 1.

$$\frac{4}{25} + \frac{6}{25} + \frac{6}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

| Issues   | Probabilités                                    |
|----------|-------------------------------------------------|
| $(R, R)$ | $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$ |
| $(R, N)$ | $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$ |
| $(N, R)$ | $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ |
| $(N, N)$ | $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$ |

#### 4. LOI BINOMIALE

On répète  $n$  fois de manière indépendante une épreuve de Bernoulli de paramètre  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ).

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de succès obtenus.

Alors  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $(n, p)$  et pour tout  $k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$  :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Propriétés :

- $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

Exemple :

Dans une épreuve, la probabilité de succès est  $p = 0,3$ .

On répète  $n = 5$  fois cette épreuve.

Alors  $X \sim B(5, 0,3)$  et :

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= \binom{5}{2} (0,3)^2 (0,7)^3 \\ &= 10 \times 0,09 \times 0,343 = 0,3087 \end{aligned}$$

#### 5. ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE

Soit  $X$  une variable aléatoire prenant les valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  avec  $P(X = x_i) = p_i$ .

L'espérance mathématique de  $X$  est :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Propriétés :

- $E(aX + b) = aE(X) + b$
- Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires alors :  
 $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
- Si  $X$  suit  $B(n, p)$  alors  $E(X) = np$ .

Exemple :

Une variable  $X$  a pour loi :

|              |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$        | -2  | 0   | 3   | 5   |
| $P(X = x_i)$ | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,3 |

$$\begin{aligned} E(X) &= (-2) \times 0,1 + 0 \times 0,2 + 3 \times 0,4 + 5 \times 0,3 \\ &= -0,2 + 0 + 1,2 + 1,5 = 2,5 \end{aligned}$$

La pratique régulière  
fait la réussite !  
Courage et confiance.

Source : BACC PRÉPARATION

# Les 30 formules de probabilités indispensables au Bac

## LES 30 FORMULES DE PROBABILITÉS

MATHZOME

### INDISPENSABLES AU BAC

|                                                                                                                                         |                                                                                                                                           |                                                                                                        |                                                                                                               |                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1 Événement et univers</b><br><br>$\Omega$ : univers<br>(ensemble des issues)<br><br>$A$ : événement<br>(sous-ensemble de $\Omega$ ) | <b>2 Cardinal (nombre de cas)</b><br><br>$ \Omega $ : nombre d'issues<br><br>$ A $ : nombre d'issues de l'événement $A$                   | <b>3 Probabilité d'un événement</b><br><br>$P(A) = \frac{ A }{ \Omega }$ avec $0 \leq P(A) \leq 1$     | <b>4 Événement contraire</b><br><br>$\bar{A} = \Omega \setminus A$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$                    | <b>5 Événements incompatibles</b><br><br>Si $A \cap B = \emptyset$<br>alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$                                              |
| <b>6 Événements complémentaires</b><br><br>Si $A$ et $\bar{A}$ sont complémentaires :<br><br>$P(A \cup \bar{A}) = 1$                    | <b>7 Addition des probabilités</b><br><br>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$                                                       | <b>8 Probabilité conditionnelle</b><br><br>$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ avec $P(B) > 0$         | <b>9 Indépendance</b><br><br>$A$ et $B$ sont indépendants<br>si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$                      | <b>10 Probabilité d'une intersection (indépendance)</b><br><br>Si $A$ et $B$ sont indépendants :<br><br>$P(A \cap B) = P(A)P(B)$                     |
| <b>11 Schéma de Bernoulli</b><br><br>Succès de probabilité $p$<br>et échec de probabilité $q = 1 - p$                                   | <b>12 Probabilité de k succès dans n épreuves (Bernoulli)</b><br><br>$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$                                | <b>13 Combinaison (binôme de Newton)</b><br><br>$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$                   | <b>14 Formule de Bayes</b><br><br>$P(A B) = \frac{P(A)P(B A)}{P(B)}$                                          | <b>15 Formule des probabilités totales</b><br><br>Si $(B_1, \dots, B_n)$ est une partition de $\Omega$ :<br><br>$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A B_i)P(B_i)$ |
| <b>16 Loi hypergéométrique</b><br><br>$P(X = k) = \frac{\binom{K}{k} \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ (Tirage sans remise)              | <b>17 Loi binomiale</b><br><br>$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ (Épreuves avec remise)                                               | <b>18 Espérance</b><br><br>$E(X) = \sum x_i p_i$ (Moyenne théorique)                                   | <b>19 Variance</b><br><br>$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$                                                          | <b>20 Écart-type</b><br><br>$\sigma = \sqrt{V(X)}$                                                                                                   |
| <b>21 Loi de Poisson</b><br><br>$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$ ( $\lambda > 0$ )                                        | <b>22 Géométrie binomiale</b><br><br>Si on répète $n$ fois une épreuve de Bernoulli de paramètre $p$ : $P(X = k)$ reste la loi binomiale. | <b>23 Approximation normale</b><br><br>Si $n$ est grand :<br>$X \approx \mathcal{N}(np, npq)$          | <b>24 Espérance de somme</b><br><br>Si $X$ et $Y$ sont deux variables :<br><br>$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$       | <b>25 Variance de somme</b><br><br>Si $X$ et $Y$ sont indépendantes :<br><br>$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$                                                |
| <b>26 Probabilité d'événement composé (négations)</b><br><br>$P(\bar{A}^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$ (De Morgan)                      | <b>27 Théorème des probabilités composées</b><br><br>$P(A \cap B) = P(A)P(B A)$                                                           | <b>28 Probabilité conditionnelle inverse</b><br><br>$P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ( $P(A) > 0$ ) | <b>29 Arbres de probabilités</b><br><br>✓ Représentent les situations successives<br>✓ Facilitent les calculs | <b>30 Jeux de hasard et espérance</b><br><br>$E(X) = \sum x_i p_i$ (Gain moyen)                                                                      |

### À RETENIR !

- ✓ Toujours commencer par définir l'univers  $\Omega$  et l'événement A.
- ✓ Vérifier les conditions (indépendance, répétitions, etc.).
- ✓ Utiliser la formule adaptée à la situation (addition, conditionnelle, Bernoulli...).

### ASTUCE MATHZOME

Pour les problèmes de proba, dessine toujours un schéma ou un arbre de probabilités : ça simplifie tout !

### OBJECTIF BAC

- ✓ Comprendre les notions clés.
- ✓ Maîtriser les 30 formules essentielles.
- ✓ Réussir les exercices et les sujets du Bac avec confiance !

**MATHZOME | RÉVISE • COMPRENDS • RÉUSSIS**

## Les 30 formules de probabilités à maîtriser – Partie 2

### RAPPEL

$\Omega$  : univers  
 $A, B$  : événements  
 $P(A)$  : probabilité de  $A$   
 $0 \leq P(A) \leq 1$   
 $P(\Omega) = 1$   
 $P(\emptyset) = 0$

## MATHZOME

RÉVISE. COMPRENDS. RÉUSSIS !

### NOTATIONS

- $\bar{A}$  : événement contraire de  $A$
- $\cup$  : union ( $A$  ou  $B$ )
- $\cap$  : intersection ( $A$  et  $B$ )
- $A \setminus B$  :  $A$  sans  $B$
- $|A|$  : nombre d'issues de  $A$

## LES 30 FORMULES DE PROBABILITÉS À MAÎTRISER

### PARTIE 2 / NOUVELLE SÉLECTION

#### 1. RÈGLES GÉNÉRALES

**1**  $P(\Omega) = 1$

Probabilité  
de l'univers

**2**  $P(\emptyset) = 0$

Probabilité de  
l'événement impossible

**3**  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Probabilité du  
complémentaire

**4**  $0 \leq P(A) \leq 1$

Bornes de  
probabilité

**5**  $P(A \cup B) =$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Formule d'addition  
générale

#### 2. ÉVÉNEMENTS COMPATIBLES

**6**  $A \cap B = \emptyset$

Si  $A$  et  $B$  sont  
incompatibles  
(événements disjoints)

**7**  $P(A \cup B) =$   
 $P(A) + P(B)$

( $A$  et  $B$  incompatibles)

**8**  $P(A | B) =$   
 $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$   
 $(P(B) > 0)$

**9**  $P(A \cap B) =$   
 $P(A | B) P(B)$   
 $(P(B) > 0)$

**10**  $P(B | A) =$   
 $\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$   
 $(P(A) > 0)$

#### 3. ÉVÉNEMENTS INDÉPENDANTS

**11**  $A$  et  $B$  indépendants

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

**12**  $P(A | B) = P(A)$

si  $A$  et  $B$  indépendants

**13**  $P(B | A) = P(B)$

si  $A$  et  $B$  indépendants

**14**  $P(\bar{A} \cap B) =$

$$P(B) - P(A \cap B)$$

**15**  $P(A \cap \bar{B}) =$

$$P(A) - P(A \cap B)$$

#### 4. UNION DE PLUSIEURS ÉVÉNEMENTS

**16**  $\bigcup_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n P(A_i)$   
(si  $A_i$ , deux à deux  
incompatibles)

**17**  $P(A \cup B \cup C) =$   
 $P(A) + P(B) + P(C)$   
 $- P(A \cap B) - P(A \cap C)$   
 $- P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

**18**  $P(A \cup B \cup C) =$   
(si  $A, B, C$  deux à deux  
incompatibles)  
 $= P(A) + P(B) + P(C)$

**19**  $P(A \cup \bar{A}) = 1$

**20**  $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) =$   
 $1 - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \dots \cap \bar{A}_n)$

#### 5. FORMULES DE BAYES

**21**  $P(A | B) =$   
 $\frac{P(B | A) P(A)}{P(B)}$   
 $(P(B) > 0)$

**22**  $P(B) =$   
 $\sum_{i=1}^n P(B | A_i) P(A_i)$   
(ou  $(A_i)$  partition de  $\Omega$ )

**23**  $P(A_i | B) =$   
 $\frac{P(B | A_i) P(A_i)}{\sum_{j=1}^n P(B | A_j) P(A_j)}$

**24**  $P(A | B) =$   
 $\frac{P(B | A) P(A)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i) P(A_i)}$

**25** Si  $(A_i)$  partition de  $\Omega$ ,  
 $\sum_{i=1}^n P(A_i | B) = 1$

#### 6. N ÉPREUVES DE BERNOULLI (Succès / Échec)

**26**  $P(X = k) =$   
 $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$   
Loi binomiale  
( $X$  : nombre de succès)

**27**  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$   
Coefficient  
binomial

**28**  $E(X) = np$   
Espérance

**29**  $V(X) = np(1-p)$   
Variance

**30**  $P(X \geq k) =$   
 $\sum_{i=k}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$   
Au moins  $k$  succès

### À RETENIR

- ✓ Comprends la formule avant de l'appliquer.
- ✓ Vérifie toujours les conditions (indépendance, non-nullité...).
- ✓ L'entraînement régulier est la clé !

### ASTUCE

Dessine un arbre, construis un tableau ou utilise un schéma : ça aide toujours !

### CONSEIL

Maîtrise ces formules et tu seras prêt pour tous les exercices du Bac !

### NOTES IMPORTANTES

- ⑥  $A \cap B = \emptyset$  : condition d'incompatibilité (événements disjoints).  
Ne pas confondre avec  $A \cap B$  !
- ⑨  $P(A \cap B) = P(A | B)P(B)$  : formule correcte de probabilité composée.  
Nécessite la condition :  $P(B) > 0$ .
- ⑧  $P(A | B)$  et ⑩  $P(B | A)$  : toujours vérifier que le dénominateur est strictement positif ( $P(B) > 0$  et  $P(A) > 0$ ).

**MATHZOME – TON ALLIÉ POUR RÉUSSIR EN MATHS !**