

Cours – Suites numériques

RÉSUMÉ DES SUITES – BAC – SCIENCES

DÉFINITION

Une suite numérique est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ ou à partir d'un rang $n_0 \in \mathbb{N}$. On note (u_n) la suite telle que u_n est le terme de rang n .

MODES DE DÉFINITION

- Par une formule explicite : $u_n = f(n)$
- Par récurrence : $\begin{cases} u_0 = a \text{ (terme initial)} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

Connaître un terme
pour déterminer le
suivant !

TYPES DE SUITES ET FORMULES UTILES

SUITE ARITHMÉTIQUE

Définie par : $u_{n+1} = u_n + r$

(r : raison)

$$u_n = u_0 + nr$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} u_k = \frac{n}{2} (u_0 + u_{n-1})$$

Différence constante :

$$u_{n+1} - u_n = r$$

MONOTONIE

• Suite croissante :

• Suite décroissante :

• Suite constante :

Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ ou utiliser les propriétés de f si $u_{n+1} = f(u_n)$.

SUITE GÉOMÉTRIQUE

Définie par : $u_{n+1} = qu_n$

(q : raison)

$$u_n = u_0 q^n$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} u_k = \frac{u_0(1 - q^n)}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

Quotient constant :

$$u_{n+1}/u_n = q$$

SUITE HARMONIQUE

$$u_n = \frac{1}{n} \quad (n \geq 1)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = H_n \text{ (nombre harmonique)}$$

$$H_n \approx \ln(n) + \gamma$$

où $\gamma \approx 0,5772$ (constante d'Euler)

MAJORATION – MINORATION

• Suite majorée : $\exists M \in \mathbb{R}, \forall n, u_n \leq M$

• Suite minorée : $\exists m \in \mathbb{R}, \forall n, u_n \geq m$

• Suite bornée : $\exists m, M \in \mathbb{R}, m \leq u_n \leq M \quad \forall n$

Attention : une suite croissante et majorée **converge**. Une suite décroissante et minorée converge.

LIMITE D'UNE SUITE

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, |u_n - \ell| < \varepsilon$

• Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell'$, alors :

• $\lim. (u_n + v_n) = \ell + \ell'$

• $\lim. (ku_n) = k\ell \quad (k \in \mathbb{R})$

• $\lim. (u_n v_n) = \ell \ell'$

• $\lim. \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{\ell}{\ell'} \quad (\text{si } \ell' \neq 0)$

Limites usuelles :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 &= 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n &= 0 \text{ si } |q| < 1 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} n^p &= +\infty \text{ si } p > 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(n) &= +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} e^n &= +\infty \end{aligned}$$

CRITÈRES DE CONVERGENCE

• Suite croissante et majorée $\Rightarrow$ convergente

• Suite décroissante et minorée $\Rightarrow$ convergente

• Si u_n et v_n convergent vers ℓ et ℓ' , alors :

$$\lim (u_n + v_n) = \ell + \ell'$$

$$\lim (ku_n) = k\ell$$

$$\lim (u_n v_n) = \ell \ell'$$

Toujours vérifier
les conditions ! Ne
pas oublier le sens
de variation !

Bien connaître les limites usuelles !

TECHNIQUES ET ASTUCES

POUR ÉTUDIER UNE SUITE☐

✓ 1. Lire attentivement l'énoncé

☐

✓ 2. Identifier le type de suite

☐

✓ 3. Utiliser les formules adaptées

☐

✓ 4. Conclure avec rigueur

MOTIVATION**POUR MONTRER UNE ÉGALITÉ**

- Utiliser la récurrence
- Partir du rang 0
- Hérédité : supposer vraie au rang n , prouver au rang $n + 1$

La régularité aujourd'hui fait la réussite demain !

POUR UNE ÉQUATION AVEC UNE SUITE

- Isoler u_n
- Utiliser les propriétés algébriques
- Vérifier la solution dans l'équation initiale

Révisé, entraîne-toi, et fais-toi confiance !

À RETENIR ABSOLUMENT !

- ✓ Le sens de variation
- ✓ La formule explicite
- ✓ Les limites usuelles
- ✓ Les critères de convergence
- ✓ La rigueur dans les preuves

Tu as toutes les cartes en main. Bonne chance !

Sigma Σ

$$\triangleright \sum_{k=1}^n k = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^5 k = \frac{5(5+1)}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^m k = \boxed{\frac{(m-n+1)(n+m)}{2}}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=3}^8 k = \frac{(8-3+1)(8+3)}{2} = \frac{6 \times 11}{2} = 33$$

$$\triangleright \sum_{k=0}^n (ak+b) = \boxed{\frac{(n+1)(na+2b)}{2}}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=0}^4 (2k+3) = \frac{(4+1)(4 \cdot 2 + 2 \cdot 3)}{2} = \frac{5(8+6)}{2} = 35$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n k^2 = \boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^5 k^2 = \frac{5(5+1)(2 \cdot 5 + 1)}{6} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} = 55$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n k^3 = \boxed{\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^4 k^3 = \left[\frac{4(4+1)}{2} \right]^2 = [10]^2 = 100$$

$$\triangleright \sum_{k=0}^n q^k = \boxed{\frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$$

$$(q \neq 1) \quad \text{Exemple : } \sum_{k=0}^4 2^k = \frac{1-2^5}{1-2} = \frac{1-32}{-1} = 31$$

$$\triangleright \sum_{k=m}^n q^k = \boxed{\frac{q^m(1-q^{n-m+1})}{1-q}}$$

$$(q \neq 1) \quad \text{Exemple : } \sum_{k=3}^7 2^k = \frac{2^3(1-2^5)}{1-2} = \frac{8(1-32)}{-1} = 248$$

Autres formules utiles

$$\triangleright \sum_{k=1}^n c = \boxed{nc}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^7 5 = 7 \cdot 5 = 35$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n (k+c) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2} + nc}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^6 (k+2) = \frac{6(6+1)}{2} + 6 \cdot 2 = 21 + 12 = 33$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n (2k-1) = \boxed{n^2}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^6 (2k-1) = 6^2 = 36$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n k(k+1) = \boxed{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$$

$$\text{Exemple : } \sum_{k=1}^4 k(k+1) = \frac{4(5)(6)}{3} = 40$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n (ak^2+bk+c) = \boxed{a \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + b \frac{n(n+1)}{2} + cn} \quad \text{Exemple : } \sum_{k=1}^3 (2k^2+k+1) =$$

$$2 \cdot \frac{3(4)(7)}{6} + \frac{3(4)}{2} + 3 = 28 + 6 + 3 = 37$$

$$\triangleright \sum_{k=1}^n (r)^{k-1} = \boxed{\frac{1-r^n}{1-r}}$$

$$(r \neq 1) \quad \text{Exemple : } \sum_{k=1}^5 3^{k-1} = \frac{1-3^5}{1-3} = \frac{1-243}{-2} = 121$$

Rappels rapides

$\sum_{k=p}^p f(k) = f(p)$	$\sum_{k=p}^q f(k) = - \sum_{k=q+1}^{p-1} f(k)$ $(p > q)$	$\sum_{k=p}^q f(k) = \sum_{k=p}^m f(k) + \sum_{k=m+1}^q f(k)$	$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ (à retenir !)
----------------------------	--	---	--

Sigma Σ

Les formules les + utiles

$$1 \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2 \quad \sum_{k=n}^m k = \frac{(m-n+1)(n+m)}{2}$$

$$3 \quad \sum_{k=0}^n (ak+b) = \frac{(n+1)(na+2b)}{2}$$

$$4 \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$5 \quad \sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$6 \quad \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad (q \neq 1)$$

$$7 \quad \sum_{k=0}^n q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} \quad (q \neq 1)$$

$$8 \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$9 \quad \sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$10 \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

À retenir !

- ✓ $\sum^n$: somme d'une suite
- ✓ k : indice (débute et finit selon la formule)
- ✓ n, m : nombres entiers naturels
- ✓ Utiliser la bonne formule selon la forme !

Exemples :

$$\bullet \sum_{k=1}^5 k = \frac{5(5+1)}{2} = \frac{30}{2} = \boxed{15}$$

$$(1+2+3+4+5=15)$$

$$\bullet \sum_{k=3}^7 k = \frac{(7-3+1)(3+7)}{2} = \frac{5 \times 10}{2} = \boxed{25}$$

$$(3+4+5+6+7=25)$$

$$\bullet \sum_{k=0}^4 (2k+3) = \frac{(4+1)(4 \times 2 + 2 \times 3)}{2} = \frac{5 \times 14}{2} = \boxed{35}$$

$$(3+5+7+9+11=35)$$

$$\bullet \sum_{k=1}^4 k^2 = \frac{4(4+1)(2 \times 4 + 1)}{6} = \frac{4 \times 5 \times 9}{6} = \boxed{30}$$

$$(1^2+2^2+3^2+4^2=30)$$

$$\bullet \sum_{k=1}^5 k^3 = \left[\frac{5(5+1)}{2} \right]^2 = \left[\frac{30}{2} \right]^2 = \boxed{15^2 = 225}$$

$$(1^3+2^3+3^3+4^3+5^3=225)$$

$$\bullet \sum_{k=0}^4 \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1-\frac{1}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{31}{32}}{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{31}{16}}$$

$$\bullet \sum_{k=0}^3 3^k = \frac{3^4-1}{3-1} = \frac{81-1}{2} = \boxed{40}$$

$$(1+3+9+27=40)$$

$$\bullet \sum_{k=1}^4 \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{25}{12}} \approx 2,0833$$

$$\bullet \sum_{k=1}^4 k(k+1) = \frac{4(4+1)(4+2)}{3} = \frac{4 \times 5 \times 6}{3} = \boxed{40}$$

$$(2+6+12+20=40)$$

$$\bullet \sum_{k=1}^6 (2k-1) = 6^2 = \boxed{36}$$

$$(1+3+5+7+9+11=36)$$

Tu peux le faire !

Bon courage

Astuces :

- Commencer par identifier la forme de la somme
- Vérifier les bornes
($k = \min \rightarrow k = \max$)
- Remplacer et calculer soigneusement

100%

Suite Géométrique - arithmétique

(U_n) géométrique	(U_n) arithmétique
$U_{n+1} = qU_n$	$U_{n+1} = U_n + r$
$U_n = U_p \times q^{n-p}$	$U_n = U_p + (n-p)r$
$S_n = U_0 + \dots + U_n$ $= U_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$	$S_n = U_0 + \dots + U_n$ $= \frac{(n+1)(U_0 + U_n)}{2}$
$S_n = U_p + \dots + U_n$ $= U_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$	$S_n = U_p + \dots + U_n$ $= \frac{(n-p+1)(U_p + U_n)}{2}$
$S_n = 1 + q + \dots + q^n$ $= \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$	$S = 1 + 2 + \dots + n$ $= \frac{n(n+1)}{2}$
$S = q^n + \dots + q^m$ $= \frac{q^n - q^{m+1}}{1 - q}$	$S = n + \dots + m$ $= \frac{(n-m+1)(n+m)}{2}$
$U_n U_{n+2} = (U_{n+1})^2$	$U_n + U_{n+2} = 2U_{n+1}$

SOMMES USUELLES & LIMITES

SOMMES USUELLES (1 à 6)

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n k = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$\textcircled{2} \sum_{k=m}^n k = \boxed{\frac{(n-m+1)(n+m)}{2}}$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=p}^n a = \boxed{(n-p+1)a}$$

$$\textcircled{4} \sum_{k=1}^n k^2 = \boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$\textcircled{5} \sum_{k=1}^n k^3 = \boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}$$

$$\textcircled{6} \sum_{k=0}^n q^k = \boxed{\frac{1-q^{n+1}}{1-q}} \quad (q \neq 1)$$

SOMMES USUELLES (7 à 13)

$$\textcircled{7} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \boxed{(a+b)^n}$$

$$\textcircled{8} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k = \boxed{(a+1)^n}$$

$$\textcircled{9} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = \boxed{2^n}$$

$$\textcircled{10} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = \boxed{0}$$

$$\textcircled{11} \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = \boxed{n2^{n-1}}$$

$$\textcircled{12} \sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k} = \boxed{n(n+1)2^{n-2}}$$

$$\textcircled{13} \sum_{k=0}^n \left(\binom{n}{k}\right)^2 = \boxed{\frac{2n}{n}}$$

LIMITES (14 à 16)

$$\textcircled{14} \sum_{k=1}^n k q^k =$$

$$\frac{nq^{n+2} - (n+1)q^{n+1} + q}{(1-q)^2} \quad (q \neq 1)$$

$$\textcircled{15} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \boxed{\frac{n}{n+1}}$$

$$\textcircled{16} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)} =$$

$$\boxed{\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}}$$

LIMITES (21 à 25)

$$\textcircled{21} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \boxed{+\infty}$$

$$\textcircled{22} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^\alpha} = \boxed{+\infty} \quad \text{si } \alpha \leq 1$$

$$\textcircled{22} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \boxed{+\infty} \quad \text{si } \alpha \leq 1$$

$$\textcircled{24} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \boxed{\frac{\pi^2}{6}}$$

$$\textcircled{25} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!} = \boxed{e^x}$$

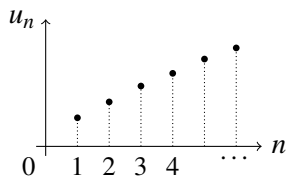
À RETENIR !

- ✓ Cation (+) : perte d'électrons.
- ✓ Anion (-) : gain d'électrons.
- ✓ Atome neutre : $q_a = 0$
- ✓ Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

EXEMPLES COURANTS

- Na^+ : a perdu 1 e^-
- Cl^- : a gagné 1 e^-
- O^{2-} : a gagné 2 e^-
- Mg^{2+} : a perdu 2 e^-

LES 25 FORMULES DES SUITES À CONNAÎTRE



Une suite est une fonction définie sur $\mathbb{N}$, (ou à partir d'un rang n_0).

LES 25 FORMULES DES SUITES À CONNAÎTRE

RAPPEL

u_n : terme général
 u_0 : premier terme
 $n \in \mathbb{N}$: entier naturel

1. SUITES ARITHMÉTIQUES

01 $u_{n+1} = u_n + r$ ($r \in \mathbb{R}$)

02 $u_n = u_0 + nr$ ($n \geq 0$)

03 $u_p = u_q + (p - q)r$ ($p, q \in \mathbb{N}$)

04 $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ($n \geq 0$)
 $= \frac{n+1}{2} (u_0 + u_n)$

05 $S_n = \frac{n+1}{2} [2u_0 + nr]$ ($n \geq 0$)

2. SUITES GÉOMÉTRIQUES

06 $u_{n+1} = qu_n$ ($q \in \mathbb{R}$)

07 $u_n = u_0 q^n$ ($n \geq 0$)

08 $u_p = u_q q^{p-q}$ ($p, q \in \mathbb{N}$)

09 $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ($n \geq 0$)
 $= u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ ($q \neq 1$)

10 Si $|q| < 1$ $S_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{u_0}{1 - q}$

3. SUITES TÉLESCOPIQUES

11 Si $u_n = v_{n+1} - v_n$ alors $S_n = v_{n+1} - v_0$
(avec $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$)

NOTE IMPORTANTE

Si la somme commence à $k = 1$: $\sum_{k=1}^n u_k = v_{n+1} - v_1$

12 $\sum_{k=p}^n (v_{k+1} - v_k) = v_{n+1} - v_p$

13 $\sum_{k=0}^{n-1} (v_{k+1} - v_k) = v_n - v_0$

14 $\sum_{k=p}^{q-1} (v_{k+1} - v_k) = v_q - v_p$ ($q > p$)

15 Cas particulier : $v_k = \frac{1}{k+a}$
 $\sum_{k=p}^n \left(\frac{1}{k+a} - \frac{1}{k+1+a} \right) = \frac{1}{p+a} - \frac{1}{n+1+a}$

4. SUITES MONOTONES & BORNÉES

16 Si $u_{n+1} \geq u_n, \forall n$ alors (u_n) est croissante

17 Si $u_{n+1} \leq u_n, \forall n$ alors (u_n) est décroissante

18 Toute suite croissante et majorée est convergente.

19 Toute suite décroissante et minorée est convergente.

20 Si (u_n) converge vers ℓ alors
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \ell$

5. LIMITES DES SUITES

21 Si $\lim u_n = \ell$ et $\lim v_n = m$ alors $\lim (au_n + bv_n) = a\ell + bm \quad (a, b \in \mathbb{R})$	24 $\lim (u_n)^k = (\lim u_n)^k \quad (k \in \mathbb{N}^*)$
22 Si $\lim u_n = \ell$ et $\lim v_n = m$ alors $\lim (u_n v_n) = \ell m$ (produit de limites)	
23 Si $\lim u_n = \ell \neq 0$ et $\lim v_n = m$ alors $\lim \frac{v_n}{u_n} = \frac{m}{\ell}$	25 Si $ u_n \leq v_n$ et $\lim v_n = 0$ alors $\lim u_n = 0$ (Théorème des gendarmes)

À RETENIR

Bien identifier le type de suite.
 ($n \geq 0$, $q \neq 1$, $u_n \neq 0 \dots$)
 avant d'appliquer une formule.

FORMES COURANTES

- Suite constante : $u_n = c$
- Suite arithmétique : $u_n = u_0 + nr$
- Suite géométrique : $u_n = u_0 q^n$
- n^2, n^3 croissent plus vite que a^n
- Si $|q| < 1 \Rightarrow q^n \rightarrow 0$
- Si $|q| > 1 \Rightarrow |q^n| \rightarrow +\infty$

NOTATIONS

$\mathbb{N}$: ensemble des entiers naturels
 $\mathbb{R}$: ensemble des réels
 u_n : terme général
 S_n : somme des $n + 1$ premiers termes (de 0 à n)

ATTENTION !

Toujours vérifier les conditions
 ($n \geq 0$, $q \neq 1$, $u_n \neq 0 \dots$)
 avant d'appliquer une formule.

BON À SAVOIR

La pratique régulière et la compréhension des formules
 sont la clé de la réussite !

LES SUITES, TON ATOUT POUR RÉUSSIR LE BAC !

RÉSUMÉ SUITES NUMÉRIQUES

I. SUITE ARITHMÉTIQUE

1 DÉFINITION

Une suite (u_n) est arithmétique s'il existe un réel r tel que :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

r est appelé la raison.

2 COMMENT MONTRER QU'UNE SUITE EST ARITHMÉTIQUE ?

On calcule la différence : $u_{n+1} - u_n$

Si cette différence est constante (égale à r), alors la suite (u_n) est arithmétique de raison r .

3 TERME GÉNÉRAL

• Si le premier terme est u_0 : $u_n = u_0 + nr$

• Si le premier terme est u_1 : $u_n = u_1 + (n-1)r$

$$\begin{array}{ccccccc} u_0 & u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_n \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & \curvearrowright \\ +r & +r & +r & +r & & +r \end{array}$$

4 SOMME DES TERMES

Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$$S_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

REMARQUES

- $r > 0 \Rightarrow$ suite croissante
- $r < 0 \Rightarrow$ suite décroissante
- $r = 0 \Rightarrow$ suite constante

À RETENIR

→ **Arithmétique** : on ajoute une constante r à chaque fois.

→ **Géométrique** : on multiplie par une constante q à chaque fois.

II. SUITE GÉOMÉTRIQUE

1 DÉFINITION

Une suite (u_n) est géométrique s'il existe un réel q tel que :

$$u_{n+1} = qu_n$$

q est appelé la raison.

2 COMMENT MONTRER QU'UNE SUITE EST GÉOMÉTRIQUE ?

On calcule le quotient : $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ (avec $u_n \neq 0$)

Si ce quotient est constant (égal à q), alors la suite (u_n) est géométrique de raison q .

3 TERME GÉNÉRAL

• Si le premier terme est u_0 : $u_n = u_0 q^n$

• Si le premier terme est u_1 : $u_n = u_1 q^{n-1}$

$$\begin{array}{ccccccc} u_0 & u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_n \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & \curvearrowright \\ \times q & \times q & \times q & \times q & & \times q \end{array}$$

4 SOMME DES TERMES

Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

• Si $q \neq 1$: $S_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

• Si $q = 1$: $S_n = (n+1)u_0$

REMARQUES

- $q > 1 \Rightarrow$ suite croissante (si $u_0 > 0$)
- $0 < q < 1 \Rightarrow$ suite décroissante (si $u_0 > 0$)
- $q < 0 \Rightarrow$ suite alternée
- $q = 1 \Rightarrow$ suite constante

Suites arithmétiques

Soit (u_n) une suite numérique.

(u_n) est une suite arithmétique s'il existe un réel r tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = r$$

Si (u_n) est une suite arithmétique alors :

$$u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}.$$

En particulier si a, b et c sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite arithmétique alors : $2b = a + c$.

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_k et de raison r .

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_k + (n - k)r$$

En particulier si le premier terme est u_0 alors :

$$u_n = u_0 + nr.$$

Pour tous entiers naturels p et n avec $p \leq n$, on a :

$$u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n = (n - p + 1) \times \frac{u_p + u_n}{2}$$

En particulier :

$$u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (n + 1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

Suites géométriques

(u_n) est une suite géométrique s'il existe un réel q tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = qu_n.$$

Si (u_n) est une suite géométrique alors :

$$u_n^2 = u_{n-1} \times u_{n+1}.$$

En particulier si a, b et c sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique alors : $b^2 = a \times c$.

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_k et de raison q .

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_k q^{n-k}$$

Cas particulier

$$u_n = u_0 q^n \quad u_n = u_1 q^{n-1}$$

Pour tous entiers naturels p et n avec $p \leq n$, on a : $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$

si $q \neq 1$

En particulier :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{si } q \neq 1$$

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{si } q \neq 1$$