

Serie d'exercices sur les nombres complexes (S.B.T)

Exercice 1:

Soient les nombres complexes : $a = (1 - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$, $b = -2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$
et $c = -1 + i\sqrt{3}$.

Donner la forme exponentielle des nombres complexes :

a , b , c , ab , b^4 et $\frac{c}{a}$

Exercice 2: Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :

a) $z^3 = e^{i\frac{\pi}{2}}$

b) $z^2 = (-1 + i)e^{i\frac{3\pi}{2}}$

Exercice 3:

1) Calculer le module et un argument du nombre complexe : $z = \frac{1 + e^{i\frac{2\pi}{3}}}{1 - e^{i\frac{2\pi}{3}}}$

2) Déterminer le module, un argument, les parties réelle et imaginaire
du nombre complexe : $z = \frac{1 - e^{i\frac{\pi}{3}}}{1 + e^{i\frac{\pi}{3}}}$

Exercice 4:

Soit $P(z)$ le polynôme complexe telle que :

$$P(z) = z^3 - 3iz^2 - (3-i)z + 2 + 2i$$

a) Montrer que $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on précisera.

b) Factoriser alors $P(z)$ et résoudre l'équation $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$

Exercice 5:

Soit $f(z) = z^3 + az^2 + bz + c = 0$

a) Déterminer a, b, c tels que : $f(1) = 8 + 16i$, $f(-1) = 16 - 8i$, $f(i) = 0$

b) Résoudre alors l'équation $f(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$

Exercice 6:

Soient A, B, C les points du plan complexe dont les affixes respectives
sont : -2 , 2 et $2\sqrt{3}i$

1) Calculer l'affixe u_1 du vecteur $\vec{AC}$ et l'affixe u_2 du vecteur $\vec{BC}$

2) Ecrire $\frac{u_2}{u_1}$ sous forme trigonométrique

3) En déduire la nature du triangle ABC .

