

Problème 2

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par: $f(x) = \frac{x-1}{x} \ln x$.
(C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) a) Etudier le sens de variation de la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par: $g(x) = x - 1 + \ln x$.
b) Vérifier que $g(1) = 0$. En déduire suivant les valeurs de x , le signe de $g(x)$.

- 2) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
b) Etudier les variations de f .

c) Etudier la limite de f en 0 et en $+\infty$.

d) Dresser le tableau de variation de f ; puis tracer la courbe (C).

- 3) Déterminer l'aire A de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$, $x=e$.

Problème 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)e^{-x}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

- 1) Déterminer la limite de $f(x)$ en $-\infty$ puis en $+\infty$. Interpréter graphiquement ces résultats.

- 2) a) Etablir que pour tout x réel $f'(x) = -(x+1)e^{-x}$, en déduire le signe de $f'(x)$, puis le tableau de variation de f .
b) Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x=0$.

c) Construire la courbe (C) et la tangente (T) dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 2 cm).

- d) Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ a deux solutions distinctes sur $[-2; 4]$.

e) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (ax+b)e^{-x}$.

Le 29/04/2013

Prof: Ibrahim K. SANGARE

Problème 1

1°/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par:

$$f(x) = \frac{1}{|x+2|} - x$$

(C) est la courbe représentant ses variations dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité graphique 2 cm)

- Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
- Etudier les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition, on précisera les asymptotes à (C)
- Calculer la fonction dérivée de f , déduire les variations de f et tracer (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

2°/ F est la fonction définie sur $]-2; +\infty[$ par:

$$F(x) = \ln(x+2) - \frac{1}{2}(x^2 - 1)$$

- Vérifier que F est la primitive de f sur $]-2; +\infty[$ qui s'annule en -1.
- Etudier les limites de $F(x)$ aux bornes de son ensemble de définition.
- Dresser le tableau de variation de F et tracer sa courbe (Γ) dans un repère autre que celui qui a servi pour tracer (C)
- Préciser les coordonnées de points d'abscisses 1 et 2 de cette courbe (Γ).