

Epreuve : Mathématiques

Série : TSEXP-TSE

Prof : Diamoutènè Daouda

Durée : 03h

Coefficient : 03

Exercice1 :**Exercice1 :**

1°) Compléter le tableau ci-dessous

Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme exponentielle
	$4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$	
$-2\sqrt{3} - 2i$		
		$\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$

1°) On considère le nombre complexe : $z = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$.1°) Ecrire z^2 sous forme algébrique.2°) Déterminer le module et un argument de z^2 . En déduire le module et un argument de z .3°) Déduire de ce qui précède les valeurs exactes de : $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.4°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(\sqrt{3} + 1) \cos x + (\sqrt{3} - 1) \sin x = \sqrt{2}$ **Exercice2 :**

1°) Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{(1+i)e^{-ix}}{2e^{i3x}} ; z_2 = 1 + i(\sqrt{3} + 2) ; z_3 = -\sin x + i \cos x$$

2°) a°) Déterminer sous forme algébrique les racines sixièmes de l'unité.

b°) Calculer $(1 - i)^6$. En-déduire la forme algébrique des solutions de l'équation :

$$z^6 - 8i = 0.$$

3°) Déterminer les racines cubiques du nombre complexe $-i$ sous forme trigonométrique et algébrique.2°) En déduire la résolution de l'équation dans $\mathbb{C}$: $[(1 - i)z]^3 + i = 0$. On écrit ces solutions sous forme algébrique et trigonométrique**Exercice3**On considère l'équation (E): $z^2 + z + \frac{3}{8} - i\frac{\sqrt{3}}{8} = 0$.1°) a°) Ecrire $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ sous forme exponentielle.b°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

c°) Ecrire les solutions sous forme exponentielle.

2°) Soit $\theta \in]0; \frac{\pi}{2}[$ on considère l'équation (E_θ): $2z^2 + 2z - i \sin(2\theta)e^{i2\theta} = 0$.a°) Montrer que : $z_1 = -\cos \theta \cdot e^{i\theta}$ est solution de (E_θ) puis déterminer l'autre solution.On remarquera que : $z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a}$ et $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$ b°) En déduire que $-1 + \cos \theta e^{i\theta} = i \sin \theta e^{i\theta}$.