

IESG-GOLFE	IYCEE BAGUIDA PLANTATION	Année sco : 2024-2025
Classe : $T^{le}C_4$	Devoir surveillé du 1 ^{er} semestre MATHS	Durée: 3H /coef : 05

Exercice 1 (8pts)

Le plan d'un village est représenté par un quadrilatère $ABCD$ avec $A(-1+3i)$, $B(4+3i)$, $C(z_1)$ et $D(z_2)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé directe R d'unité $1km$ sur les axes. z_1 et z_2 étant les solutions de l'équation $z^2 - (1+10i)z - 27+5i = 0$ telle que $Re(z_1) > Re(z_2)$. La densité de la population de ce village est de 500 habitants par km^2 . Une maladie contagieuse M fait son apparition dans ce village, causée par l'infection d'un virus α . Une étude statistique a révélé qu'avant l'apparition de cette maladie, 40% de la population est constituée des personnes du troisième âge.

Par ailleurs une ONG veut doter le village d'un silo (un réservoir qui permet de stocker des grains) de forme cylindrique en acier inoxydable de faible épaisseur. Ce silo servira à conserver des graines sèches de maïs. Une base de ce silo est obtenue par l'ensemble des points M d'affixe z d'un plan muni d'un repère R' orthonormée directe d'unité sur les axes $1m$ tel que $4\bar{z} + |z|^2$ soit imaginaire pur. La hauteur de ce silo devra être de $5m$. On note qu'un mètre cube de grains de maïs secs a une masse de $600kg$.

1-/ Quel est le nombre de personnes du troisième âge de ce village avant l'apparition de la maladie M .

2-/ Quelle masse de grains de maïs sec peut contenir le silo lorsqu'il est plein.

Consignes	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	(1,25pts)	(1pt)	(1,25pts)	(0,5pt)
Consigne 2	(1,25pt)	(1pt)	(1,25pt)	(0,5pt)

Exercice 2 (6pts)

Partie A : (0,5pt×4) Choisis la bonne réponse

1./ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x+1}]$ égale a.) 1 ; b.) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c.) 0 ; d.) -1 ; e.) 2 .

2./ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left[\frac{\sin x - \cos x}{2x - \frac{\pi}{2}} \right]$ égale a.) 1 ; b.) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c.) 0 ; d.) -1 ; e.) 2 .

3./ $\lim_{x \rightarrow 0} (xE(\frac{1}{x}))$ égale a.) 1 ; b.) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c.) 0 ; d.) -1 ; e.) 2 .

4./ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\sqrt{x^2+1} - x}$ égale a.) 1 ; b.) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c.) 0 ; d.) -1 ; e.) 2 .

Partie B : (0,5pt×4) Réponds par vrai ou Faux

1./ Une primitive sur un intervalle I où la fonction $u'v + v'u$ est continue est la fonction $u \times v$.

2./ Une primitive de la fonction $x \mapsto \sqrt{1-2x}$ sur $] -\infty; 0]$ est la fonction $x \mapsto \frac{-1}{3}(1-2x)\sqrt{1-2x} + 1$.

3./ La fonction $x \mapsto \frac{1-\sqrt{x-1}}{x}$ admet une primitive sur $]0; +\infty[$.

4./ La fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} - 8x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ est continue en 0.

Partie C :(0,25pt×8) Complète le texte suivant par le mot, groupe de mots ou formules convenables.

Soient ...1...deux nombres réels tels que $a < b$ et f une ...2... numérique ...3...sur $[a; b]$.
S'il ...4...réels m et M tels que ...5...on a $m \leq f'(x) \leq M$, alors ...6....C'est l'...7...des
...8...finis.

Exercice 3 (6pts)

On considère la fonction définie par $f(x) = 4\sin^2 x \cdot \cos 2x$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère $(O; I; J)$.

1. Démontre que f est périodique de période π . (1pt)
2. Démontre que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ est axe de symétrie de (C) . (1pt)
3. Démontre que l'ensemble d'étude peut être réduit à $[0; \frac{\pi}{2}]$ (1pt)
4. Démontre que $\forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = 4\sin 2x \times (1 - 4\sin^2 x)$ (1pt)
5. Dresse le tableau de variation de f sur $[0; \frac{\pi}{2}]$. (1pt)
6. Trace la courbe de (C) sur $[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$. (1pt)