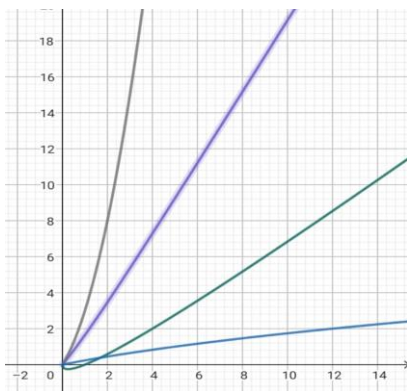


« <i>Un champion ne devient pas champion sur le terrain mais à l'entraînement. Le terrain ne fait que révéler celui qui s'est entraîné comme un champion</i> » Philippe JORET	FLASH		
	Date : 23 SEPTEMBRE 2025		
	MATHEMATIQUES	Acte N.º 1	
Classe : T^{le} D	Enseignant : DJABABONI		Contact :90 68 45 14/ 99 83 47 30

Exercice 1



Dans un jeu de course spatiale sur un PS4 quatre pilotes s'affrontent aux commandes de vaisseaux futuristes lancés à des vitesses vertigineuses. Pour rendre la compétition réaliste, les programmeurs ont attribué à chaque vaisseau une trajectoire modélisée par les fonctions : $f(x) = x - 2 + \sqrt{x^2 + 2x + 4}$ pour le vaisseau V_1 ; $g(x) = x^2 + 2x$ pour V_2 ; $h(x) = \sqrt{x + 4} - 2$ pour V_3 et $t(x) = x - \sqrt{x}$ pour V_4 . L'enjeu est de déterminer la direction que prendra chacun de ces vaisseaux si leur course se prolonge indéfiniment dans l'espace. Tous les vaisseaux évoluent dans le même plan, ce qui permet de comparer précisément leurs trajectoires à l'infini. On prendra pour origine des espaces O (0 ; 0).

Consigne : A partir d'une analyse approfondie des fonctions modélisant les trajectoires des vaisseaux V_1 ; V_2 ; V_3 et V_4 , étudier le comportement de chaque vaisseau à l'infini.

Exercice 2

A. Répond par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si elle est fausse

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 9x - 2} = -\infty$.
- Si f est dérivable en 2 alors le quotient $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ admet une limite finie lorsque x tend vers 2.
- L'image de $[-1; 1]$ par la fonction $f: \mapsto \frac{x^2}{x-2}$ est l'intervalle $[f(-1); f(1)]$.
- L'équation $(x^3 + 2)x^2 = 2$ admet au moins une solution dans l'intervalle de $[-1; 1]$

B. Choisis la bonne réponse

- Soit la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \sqrt{x^2 + 1}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = m \end{cases}$, la valeur de m pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$ est : a) $m = -1$ b) $m = 0$ c) $m = \frac{1}{2}$ d) $m = -\frac{1}{2}$

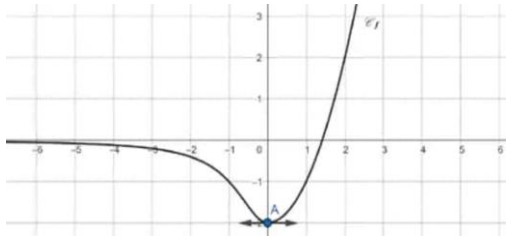
- Soit f définie de $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \rightarrow \mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 4 \cos 2x$. On a donc

a) $(f^{-1})'(1) = -\frac{\sqrt{3}}{12}$ b) $(f^{-1})'(1) = 0$ c) $(f^{-1})'(1) = n'existe pas$ d) $(f^{-1})'(1) = -\frac{1}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 8} - x$ est égale à : a) $+\infty$ b) 0 c) $-\infty$ d) $\frac{1}{2}$
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x - \frac{1}{4}}{x - \frac{\pi}{3}}$ est égale à : a) 0 b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. Dans la figure ci-dessous on donne la courbe (C_f) d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

- La courbe (C_f) admet au point $A(0; -2)$ une tangente horizontale.



: asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$

voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction (OJ)

En utilisant les données et le graphique compléter les pointillés suivants :

$$f(0) = \dots a \dots ; f(2) = \dots b \dots ; f'(0) = \dots c \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots d \dots ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots e \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \dots f \dots ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{x} = \dots g \dots$$

Exercice 3

A. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 8}$

- Démontrer que f est bijective sur $\mathbb{R}$ (1 pt)
- Dresser le tableau de variation de f (0,75 pt)
- Etudier les branches infinies en $-\infty$. (0,5 pt)
- Tracer la courbe représentative de f puis de f^{-1} dans un repère orthogonal (On prendra 2 cm comme unité graphique.) (0,75 pt)
- En utilisant le tableau de variation de f démontrer que $\forall x \in [1; 2]; 1 \leq f(x) \leq 2$ (0,25 pt)
 - Démontrer que $\forall x \in [1; 2]; |f'(x)| \leq \frac{2}{3}$ (on pourra étudier le sens de variation de f') (0,5 pt)
- On pose $\alpha = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$. Vérifier que $f(\alpha) = \alpha$ (0,25 pt)
 - En utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis montrer que $\forall x \in [1; 2], |f(x) - \alpha| \leq \frac{2}{3}|x - \alpha|$ (0,5 pt)

B. Soit φ une fonction définie sur $]0; \pi[$ par $\varphi(x) = \frac{1}{1 - \cos 2x}$

- Etudier le sens de variation puis dresser le tableau de variation de φ . (0,75 pt)
- Soit φ^{-1} la réciproque de φ sur $]0; \frac{\pi}{2}]$
Calculer $\varphi(\frac{\pi}{8})$ et $(\varphi^{-1})'(2 + \sqrt{2})$ (0,75 pt)

ANNONCE PROMOTIONNELLE

Les prestations offertes par le Centre d'Eveil du Génie comprennent

- Des cours de remise à niveau dispensés à domicile pour les élèves.
- La conception de cours APC personnalisés au nom de l'enseignant pour tous les niveaux
- La mise à la disposition d'épreuves d'évaluation pour les devoirs surveillés, les compositions et autres.