

EXERCICE : 1

Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} 1^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 - 5} ; 2^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{x^2 + 3} ; 3^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{-3x^2 + 7x + 1} ; 4^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 7}{x^4 + 3x - 2} ; \\ 5^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{|-2x + 6|} ; 6^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2}{|-3x + 6|} ; 7^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x) ; 8^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x) ; \\ 9^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x) ; 10^\circ) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2} ; 11^\circ) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{2x^2 - 3x - 2} ; \\ 12^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3} ; 13^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 1} ; 14^\circ) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 5x - 12}{(x - 2)(x + 3)} ; 15^\circ) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{|x^2 - 4|} \\ 16^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{|x^2 - 1|} ; 17^\circ) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x + 3} ; 17^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} ; 19^\circ) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} ; \\ 20^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + x^2} - 1} ; 21^\circ) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x} - 8}{4 - x} ; 22^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} ; 23^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Calculer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$ dans chacun des cas suivants

a) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}}{3x-1}$; b) $f(x) = x+2+\sqrt{x^2-3x+1}$; c) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$
d) $f(x) = \sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1}$; e) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$; f) $f(x) = \frac{(x-\sqrt{x^2-3x+1})}{2x+\sqrt{4x^2+x}}$

Partie A. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 1$

1. a. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
- b. Etudier le sens de variation de g ; puis dresser son tableau de variation.
2. a. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution α .
- b. Vérifier que : $\alpha \in]-1 ; 0 [$
3. Démontrer que : $\forall x \in]-\infty ; \alpha [, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty [, g(x) > 0$.

Partie B. Soit la fonction f définie par :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; 1[, f(x) = 2x^2 - x - \frac{2}{x-1} \\ \forall x \in]1 ; +\infty [, f(x) = x - \frac{2}{x-1} \end{cases}$$

(C_1) et (C_2) sont respectivement les courbes représentative de f sur $]-\infty ; 1 [$ et sur $]1 ; +\infty [$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité 2 cm

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. a. Démontrer que pour tout réel x ; $\forall x \in]-\infty ; 1 [, f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$
puis étudier le sens de variation de f sur $]-\infty ; 1 [$.
- b. Etudier le sens de variation de f sur $]1 ; +\infty [$
- c. Dresser le tableau de variation de f .
3. a. Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C_2) en $+\infty$.
- b. Etudier la position relative de (C_2) par rapport à (Δ) .
4. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
5. Déterminer les coordonnées des points d'intersection :
 - a. de (C_1) avec l'axe des ordonnées.
 - b. de (C_2) avec l'axe des abscisses.
6. Représenter la courbe (C_f) dans le repère (O, I, J) . (Prendre $\alpha = -0.1$)
7. Soit h la restriction de f à l'intervalle $]1 ; +\infty [$.
 - a. Justifier que h est une bijection de $]1 ; +\infty [$ sur $\mathbb{R}$
 - b. Dresser le tableau de variation de h et celui de sa bijection réciproque h^{-1} .
 - c. Calculer $(h^{-1})'(0)$.
 - d. Représenter la courbe $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère (O, I, J) .

EXERCICE 3

Soit la fonction g définie par : $g(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ et (C_g) sa courbe représentative dans le plan du repère orthonormé (O, I, J) .

1. Ecrire g sans le symbole de la valeur absolue.
2. a. Etudier la dérivabilité de g en 1 et 5.
b. La courbe (C_g) admet-elle des tangentes en ces points 1 et 5?
3. Etudier le sens de variation de g .
4. Démontrer que la droite $x = 3$ est un axe de symétrie de la courbe (C_g) .
5. Dresser le tableau de variation de g .
6. a. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ et la droite (Δ) d'équation $y = -x + 3$ sont des asymptotes à la courbe (C_g) respectivement en $+\infty$ et en $-\infty$.
b. Déterminer les coordonnées des points A et B intersections de (C_g) avec ses asymptotes. A est le point dont l'abscisse est supérieur à 3.
7. Montrer que g est une bijection de $[1 ; 3]$ sur un intervalle K à préciser.
8. Tracer (D) ; (Δ) ; (C_g)

EXERCICE 4 TSE

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{4 - 4x + x^2} + \frac{1}{x - 1}$

1. Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la racine carrée.
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Etudier la dérivabilité de f au point 2.
4. a. Etudier le sens de variation de f .
b. Dresser le tableau de variation de f .
5. a. Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2 - x$ et la droite (D') d'équation $y = x - 2$ sont des asymptotes à (C) respectivement en $-\infty$ et en $+\infty$.
b. Montrer que les droites (D) et (D') sont sécantes en un point dont on déterminera les coordonnées.
6. a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]0 ; 1[$
b. Déterminer une valeur approchée par défaut de α à 0,1 près.
c. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
7. a. Montrer que f réalise une bijection de $]0 ; 1[$ dans un intervalle K à préciser.
b. Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque f^{-1} de f sur $]0 ; 1[$
8. Construire (C) , (D) et (D') dans un repère orthonormé (O, I, J) .

EXERCICE : 5

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{x(x+1)}{(x+2)^2}$ et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, i ; j)$.

1°) Étudier les variations de f ; et en déduire les asymptotes éventuelles à la courbe $(\mathcal{C})$.

2°) a) Le point $I(-2 ; 1)$ est-il un centre de symétrie pour la courbe $(\mathcal{C})$?

b) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection A de la courbe $(\mathcal{C})$ avec la droite d'équation $y = 1$?

3°) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0. Déterminer la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (T) .

4°) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ et la droite (T) .

EXERCICE : 6

A] Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 1|}$.

- 1°) Étudier la dérivabilité de f en -1 et en 1 , donner une interprétation géométrique des résultats obtenus.
- 2°) Étudier le sens de variation de f .
- 3°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f admet deux droites asymptotes que l'on précisera.
- 4°) Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

B] Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = x - \sqrt{|x^2 - 1|}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_g)$ la courbe de g dans le plan muni d'un repère orthogonal

- 1°) x étant un nombre réel, on considère les points $M(x; f(x))$ et $N(-x; g(-x))$. Déterminer le milieu du segment $[MN]$. Donner une interprétation géométrique et une illustration de ce résultat.
- 2°) En tenant compte de la question 1°) donner une méthode de construction de $(\mathcal{C}_g)$. Construire $(\mathcal{C}_g)$.

EXERCICE : 7

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{|x^2 - 2x - 3|}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Écrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue.
- 3) Étudier la continuité de f en $x_0 = -1$ puis en $x_0 = 3$.
- 4) La fonction f est-elle dérivable en $x_0 = -1$? puis en $x_0 = 3$?
Interpréter graphiquement ces résultats.
- 5) Étudier la fonction f puis dresser son tableau de variation.
- 6) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f admet une droite $(\mathcal{D}_1)$ asymptote au voisinage de $-\infty$ et une droite $(\mathcal{D}_2)$ asymptote au voisinage de $+\infty$.
- 7) Tracer $(\mathcal{D}_1)$; $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE : 8 TSE

I-/ Soit la fonction f définie sur $[-1 ; 1]$ par $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$.

1) Calculer $f'(x)$ et en déduire que pour tout x de $[0 ; 1]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$

2) Montrer que pour tout x de $[0 ; 1]$ on a :

$$|f(x) - 1| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} |x - 1|$$

II-/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 4}{2x - 4}$

1) Démontrer que pour tout x de $[4 ; 6]$ on a :

$$0 \leq f'(x) \leq \frac{3}{8}$$

2) Montrer que pour tout x de $[4 ; 6]$ on a :

$$\left| f(x) - \frac{11}{2} \right| \leq \frac{3}{8} |x - 6|$$

EXERCICE : 9

Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = |x-1| + \frac{2}{x+1}$.

- 1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
- 2°) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 3°) a) La fonction f est-elle continue au point 1 ?
b) La fonction f est-elle dérivable au point 1 ?
Interpréter graphiquement votre réponse.
- 4°) Dresser le tableau de variation de f puis tracer sa courbe.

EXERCICE : 10

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 3}{x^2 - 1}$. On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 2cm.

1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f ;

2°) Trouver les réels a ; b et c tels que pour tout x de $\mathcal{D}_f$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+1}.$$

3°) Étudier les limites de f puis son sens de variation.

4°) Montrer que le point I de $(\mathcal{C}_f)$ d'abscisse $x = 0$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

5°) Écrire une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point I.

6°) Étudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à (T).

7°) Calculer $f(0,5)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$ puis tracer $(\mathcal{C}_f)$.

EXERCICE : 11

TSEXP / TSE

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 9x}{2(x^2 - 1)}$

- 1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f ;
- 2°) Montrer que f est impaire. En déduire la symétrie correspondante.
- 3°) Étudier les limites de f aux bornes de l'intervalle d'étude ;
- 4°) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe ;
- 5°) Dresser le tableau de variation de f ;
- 6°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C})$ de f admet une asymptote oblique $(\mathcal{D})$ aux voisinages de $-\infty$ et de $+\infty$.
- 7°) Étudier la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.
- 8°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec l'axe des abscisses.
- 9°) Montrer que la restriction g de f à l'intervalle $]1; +\infty[$ est une bijection sur un intervalle J à préciser.
- 10°) Calculer : $g(3)$; $(g^{-1})'(0)$.
- 11°) Tracer $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$.

EXERCICE : 12

A/ Soit la fonction g définie par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1-/ Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation ;

2-/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que

$$2,19 < \alpha < 2,20.$$

3-/ En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

B/ Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1 ; 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

1-/ Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2-/ Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} - \{-1 ; 1\}$ on a : $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

3-/ Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation f .

4-/ Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f au voisinage de $+\infty$.

5-/ Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ et (D).

6-/ Étudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à (D).

7-/ Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et (D) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE : 13

Soit la fonction f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x}$. Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

1-/ Déterminer l'ensemble de définition de $\mathcal{D}_f$ de f .

2-/ Trouver les réels a ; b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$.

3-/ Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f admet une asymptote oblique $(\mathcal{D})$ que l'on précisera.

4-/ Déterminer les limites de f ; calculer sa dérivée $f'(x)$ puis dresser son tableau de variation.

5-/ Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.

6-/ Etudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à son asymptote oblique $(\mathcal{D})$.

7-/ Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse $x = -1$.

8-/ Calculer $f(1)$; $f(2)$; puis $(f^{-1})'(2)$.

9-/ Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

EXERCICE : 14

Soit $h(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$. Déterminer les réels a ; b ; c sachant que la courbe $(\mathcal{C}_h)$ de la fonction h passe par les points $A(0 ; 2)$; $B(2 ; -2)$ et la dérivée de h s'annule pour $x = 2$.

A) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1}$

1°) Déterminer les réels a ; b ; c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

2°) Etudier la fonction f ;

3°) Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation: $y = -x + 1$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$.

4°) Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

5°) Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 2.

6°) Montrer que le point $I(1 ; 0)$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

7°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE :15

A-/ 1°) aux trois réels a ; b ; c on associe la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x}.$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer les constantes a ; b ; c pour que $(\mathcal{C})$ passe par les points

$A(1 ; 8)$; $B(-4 ; -2)$; et admette au point E d'abscisse -2 une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{x}$.

a) Etudier f et construire sa courbe $(\mathcal{C})$. Montrer que $(\mathcal{C})$ admet un centre de symétrie dont on précisera.

EXERCICE:16 TSEXP / TSE

Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$.

1°) Etudier les variations de f ;

2°) Montrer que f admet un point d'inflexion que l'on précisera.

On déterminera les intersections de la courbe $(\mathcal{C})$ de f avec les axes de coordonnées.

3°) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE :17

A-/ Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$; où a ; b et c sont des réels.

- 1°) Calculer $f'(x)$.
- 2°) Déterminer les réels a , b , c sachant que f admet 1 pour extremum en $x = 0$ et -3 pour extremum en $x = 2$.
- 3°) Étudier la fonction f . Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[-1 ; 0]$; une solution unique β dans $[0 ; 1]$; une solution unique λ dans $[2 ; 3]$.
- 4°) Tracer la courbe (C_f) de f .

B-/ Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 4x^2 + x - 5$

- 1°) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$
- 2°) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [4, 5]$
- 3°) Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.

EXERCICE : 18 TSEXP / TSE

On donne les renseignements suivants sur la fonction f :

- L'ensemble de définition de f est $\mathcal{D}f =]-\infty, 4[\cup]4; +\infty[$;
- $f'(x)$ est positive sur $]-\infty, -1[\cup]4; +\infty[$ et négative sur $]-1, 4[$
- $f(0) = \frac{11}{4}$; $f(-1) = 3$; $f\left(\frac{5}{2}\right) = f(6) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 5] = 0$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 0$.

1°) Dresser le tableau de variation de f ;

2°) Les équations de chacune des asymptotes ;

3°) Tracer soigneusement la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f .

EXERCICE : 19

g est la fonction définie par $g(x) = \sqrt{x^3 - 3x - 4}$ et h est celle définie par :

$$h(x) = x^3 - 3x - 4.$$

- a) Étudier les variations de h .
- b) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $h(\alpha) = 0$.
Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α .
- c) Étudier le signe de $h(x)$.
- d) Dresser le tableau de variation de g .

EXERCICE : 20

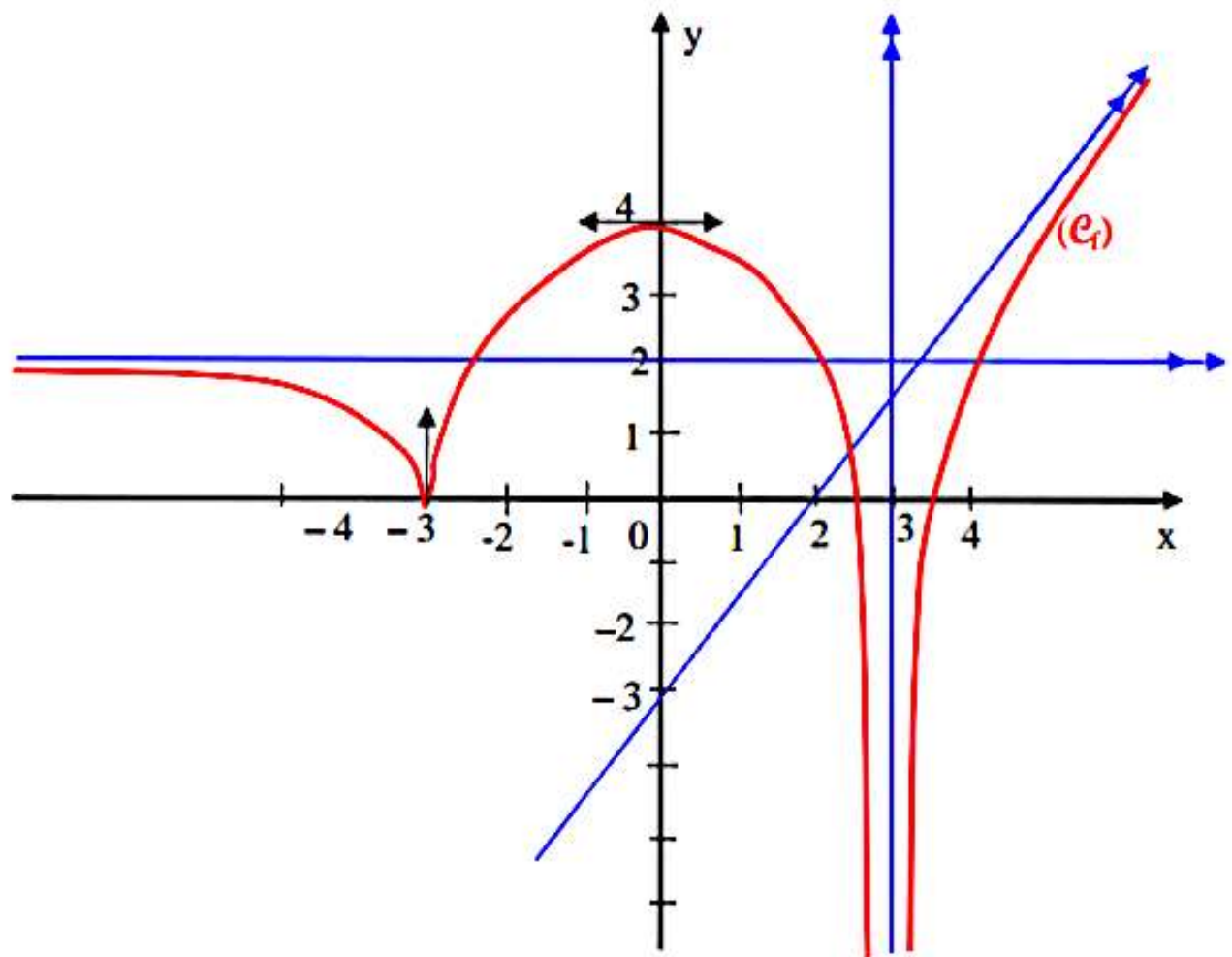
f_a est la fonction définie par $f_a(x) = \sqrt{ax^2 + (a-2)x + 1}$ où a est un nombre réel.

On note $(\mathcal{C}_a)$ la courbe représentative de f_a .

- a) Montrer que toutes les courbes $(\mathcal{C}_a)$ de f_a passent par un point fixe A dont déterminera les coordonnées.
- b) Déterminer les valeurs de a pour lesquelles est f_a définie sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE :21 TSEXP / TSE

Soit la fonction f définie par sa représentation graphique ci-dessous



- 1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
- 2°) Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.
- 3°) Dresser le tableau de variation de f .
- 4°) La fonction f est-elle continue ; dérivable en $x = -3$? Justifier votre réponse
- 5°) Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ en $x = 0$.
- 6°) Montrer que la restriction g de f à $[0;3[$ est une bijection de $[0;3[$ sur une partie J de $\mathbb{R}$ que l'on précisera.
- 7°) Déterminer les équations des asymptotes à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f .
- 8°) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

EXERCICE : 22

Soit la fonction f définie sur $[-1,1]$ par $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$.

- 1) Montrer que si $x \in]-1 ; 0]$ alors $f'(x) > 0$.
- 2) Montrer que pour $x \in [0, 1[$ $f'(x) = \frac{1-2x^2}{(\sqrt{1-x^2})(\sqrt{1-x^2}+x)}$.
- 3) En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 1]$, puis donner le tableau de variation de f sur $[-1,1]$.
- 4) Donner l'équation de la tangente (Δ) à $(\mathcal{C}_f)$ au point $x = 0$.
- 5) Étudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à (Δ) .
- 6) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE :23 TSEXP / TSE

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{|x^2 - 3x|}{x+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Écrire $f(x)$ sans valeur absolue.
- 3) Trouver les réels a ; b ; c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
- 4) Étudier la dérivabilité de f en $x = 0$ puis en $x = 3$ et interpréter.
- 5) Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
- 6) Soit (C_f) la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 1cm. Montrer que la droite (D) d'équation: $y = x - 4$ est asymptote à (C_f) .
- 7) Construire la courbe (C_f) .

EXERCICE : 24

I- Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}}$

- a) Déterminer l'ensemble de définition de f
- b) Etudier la variation de f .
- c) Tracer la courbe C_f représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(On étudiera la dérivabilité de f en 1).

II- Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{1-x}}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de g .
- b) Etudier la variation de g .
- c) Etudier la dérivabilité de g en 1.
- d) Tracer la courbe (C_g) représentative de g dans le même repère qu'à la question I)

EXERCICE : 25

Partie A /

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x - 2}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Déterminer les réels $a; b; c$ tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

2°) Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet une droite (Δ) asymptote.

3°) Étudier la fonction f .

4°) Étudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à (Δ) .

5°) Démontrer que pour tout x de $[3, 4]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$.

En déduire que pour tout x de $[3, 4]$ on a : $|f(x) + 4| \leq \frac{3}{4} |x - 3|$

6°) Calculer $(f^{-1})'(-4)$.

7°) Tracer dans le plan la droite (Δ) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

Partie B /

Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{3x^2 - 3x}{x^2 - x + 1}$ et soit $(\mathcal{C}_g)$ sa représentation graphique dans le repère $(I; \vec{u}; \vec{v})$.

1°) Étudier les variations de la fonction g . (On déterminera les points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_g)$ avec les axes de coordonnées).

2°) Démontrer que la restriction h de g à $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ est une bijection de $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ sur un intervalle J de $\mathbb{R}$ que l'on précisera.

3°) Quel est le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$?

4°) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

5°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_g)$ dans le repère $(I; \vec{u}; \vec{v})$.

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ où a, b, c, d sont des réels.

A) Trouver a ; b ; c ; et d sachant que la droite d'équation $x = 3$ est asymptote et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f passe par les points $A(2 ; 3)$; $B(4 ; 7)$ et admet au point d'abscisse 2 une tangente horizontale.

B) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x - 3}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative.

1°) Etudier la fonction f ;

2°) Etudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à son asymptote oblique $(\mathcal{D})$.

3°) a) Montrer que la restriction de f à l'intervalle $[4 ; +\infty[$ notée g est une bijection de $[4 ; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Calculer $g(5)$; $g(6)$; $(g^{-1})'(\frac{15}{2})$.

4°) Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet un centre de symétrie que l'on précisera.

5°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β .

6°) a) Montrer que $\forall x \in [4 ; 5]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$

b) En déduire que $\left| f(x) - \frac{15}{2} \right| \leq \frac{3}{4} |x - 5|$.

7°) Tracer les courbes $(\mathcal{C}_f)$ de f et $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ de g^{-1} .

C) La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ est donnée par une partie de son tableau de variation ci-dessous et les renseignements sur sa courbe $\mathcal{C}_h$.

x	0		2		$+\infty$
$h'(x)$	0	-	0	+	
$h(x)$	1		-2		$+\infty$

Renseignements :

- La courbe $(\mathcal{C}_h)$ passe par les points de coordonnées $(1 ; 0)$ et $(3 ; 0)$;
- La droite d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_h)$;
- La droite d'équation $x = 0$ est axe de symétrie pour la courbe $(\mathcal{C}_h)$;

Tracer complètement la courbe $(\mathcal{C}_h)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.