

**Exercice 1**

1) calculer les expressions suivantes :

a) $5! ; 7! ; (2^3)! ; 3(4!) ; \frac{8!}{6!}$

b) $A_8^3 ; A_{10}^4 ; A_{10}^{10} ; C_5^2 ; C_8^3 ; C_{10}^{10}$

c) $\frac{C_{10}^5}{C_{10}^3} ; \frac{A_8^5}{A_8^1} ; C_{15}^{14} + C_3^0$

2) Résoudre dans $\mathbb{N}^*$ les équations suivantes :

a) $C_n^2 = 5n ; A_{n+1}^3 = n(n^2 - 1)$

b) $A_n^2 = n(2n + 5) ; A_n^2 = C_n^3$

c) $C_n^2 = 45 ; C_n^3 = 2n ; C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 475n$

d) $C_n^1 + C_n^2 = 10 ; n^2 + 3C_n^2 = 1$

Exercice 2

On dispose d'un jeu de 32 cartes ordinaires

- 1) Combien de "mains" différentes de 8 cartes peut – on constituer ?
- 2) Combien de "mains" différentes de 8 cartes comprenant 2as peut – on constituer ?
- 3) Combien de "mains" de 8 cartes ayant au moins 2 cœurs peut – on constituer ?

Exercice 3

Une association comprenant 20 personnes dont 12 hommes et 8 femmes désirent former un comité de 5 personnes dans lequel doivent se trouver au moins 2 hommes et 2 femmes. Trouver de combien de façon l'on peut former ce comité dans chaque cas :

- 1) chaque membre de l'association accepte de faire partir du comité
- 2) deux des hommes refusent d'en faire partir
- 3) monsieur x et madame y refusent de siéger ensemble

Exercice 4

Un sac contient 25 boules dont 9 rouges, 6 vertes et 10 jaunes. On tire 5 boules du sac.

I. Dénombrer les cas possibles à cette épreuve si :

- 1) le tirage est simultané

- 2) le tirage est successif sans remise
 - 3) le tirage est successif avec remise.
- II. Dénombrer les cas favorables ainsi que la probabilité dans chaque cas si :
- 1) le tirage est successif sans remise et le résultat contient au plus 3 jaunes
 - 2) le tirage est simultané et le résultat contient 2 rouges, 2 verts et 1 jaune.
 - 3) Le tirage est successif avec remise et le résultat contient au moins 7 rouges.
 - 4) Le tirage est simultané et le résultat contient au plus 1 verte
 - 5) Le tirage est successif sans remise et le résultat est unicolore.

Exercice 5

Dans une classe de 40 élèves :

- 25 aiment la mathématique
- 30 aiment le français
- 17 aiment la mathématique et le français

Trouver le nombre d'élève :

- a) qui aiment uniquement le français
- b) qui aiment uniquement la mathématique
- c) qui aiment la mathématique ou le français
- d) qui n'aiment aucune des deux matières

Exercice 6

Un sac contient 5 boules rouges et 3 boules blanches, on tire simultanément et au hasard 3 boules.

- 1) calculer la probabilité de chacune des évènements suivants :
 - a) aucune boule rouge n'est tirée
 - b) une boule rouge et une seule est tirée
 - c) deux boules rouges et deux seulement sont tirées
 - d) une boule rouge au moins est tirée
 - e) deux boules blanches au plus sont tirées
- 2) soit x la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de boules rouges qui se trouvent parmi les 3 boules tirées.
 - a) Donner la loi de probabilité de x
 - b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de x
 - c) Calculer la probabilité de l'évènement $1 \leq x \leq 2$

Exercice 7

Dans tout l'exercice on suppose les tirage équiprobables ($n \in N_+^*$)

- 1) Une urne contient $(n + 1)$ boules vertes et $(n - 1)$ boules rouges
- Le jeu suivant consiste à tirer une boule de l'urne :

- Si la boule est rouge, le joueur perd
- Si la boule est verte, le joueur gagne
- a) Quelle est la probabilité P_1 que le joueur gagne ?
- b) Quelle est la probabilité P_2 que le joueur perd ?
- 2) Lorsque le joueur gagne, il reçoit 200 F CFA, s'il perd il doit verser 300 F FCFA. On définit la variable aléatoire x qui à chaque tirage associe le gain en FCFA. (le gain pouvant être négatif).
- a) Déterminer la loi de probabilité de x
- b) Calculer l'espérance mathématique de x
- c) Pour quelle valeur de n , le jeu est – il équitable ? (le jeu est équitable si l'espérance mathématique de la variable x est nulle).

Exercice 8

Une étude statistique faite an le nombre de vente de voiture en une journée par un de ses représentants a conduit à la loi de probabilité suivante pour la variable aléatoire x prenant pour valeurs le nombre de ces ventes.

n	0	1	2	3	4	5 et plus
$P(x=n)$	0,15	0,40	0,30	0,10	0,05	0

- 1) Dresser le tableau de la fonction de répartition F de la variable aléatoire x et représenter cette fonction dans le plus rapporté à un repère orthogonal convenable
- 2) Calculer l'espérance mathématique $E(x)$ et la variance $V(x)$ de la variable x .

Exercice 9

Un établissement scolaire comporte 55% de filles et 45% de garçons. 20% des filles et 40% des garçons utilisent un moyen de transport individuel pour se rendre à l'établissement ; les autres utilisent des cars de ramassage scolaire qui arrivent tous à 8 heures à l'établissement.

- 1) Quel est le pourcentage des élèves de l'établissement utilisant un moyen de transport individuel ?
- 2) On aperçoit la silhouette d'un élève descendant d'un car. Quelle est la probabilité pour que ce soit :
 - a) une fille ;
 - b) un garçon.

Exercice 10

Des lycéens préparent le BAC blanc de mathématique. Trois professeurs X; Y et Z sont susceptibles de donner le sujet. D'après les statistiques des années précédentes et d'autres contraintes, les lycéens évaluent à :

* 0,35 la probabilité pour que ce soit X qui choisisse le sujet;

* 0,4 la probabilité pour que ce soit Y;

* 0,25 la probabilité pour que ce soit Z.

Par ailleurs, les lycéens redoutent qu'un certain chapitre noté r ne soit donné à l'examen. Ils pensent qu'ils ont 1 chance sur 10 que le sujet porte sur r si X le choisit, 2 chances sur 5 si c'est Y qui le choisit et enfin 41 chances sur 50 si c'est Z qui fait le choix du sujet.

- 1) Quelle est la probabilité que le sujet porte sur le chapitre r ?
- 2) Au BAC blanc, le sujet porte effectivement sur le sujet r. Quelle est alors la probabilité pour que le sujet ait été choisi par :
 - a) par X ?
 - b) par Y ?
 - c) par Z ?

Exercice 11

On considère deux dés cubiques identiques non pipés, dont les faces sont marquées: $(0;0)$, $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$, $\left(\frac{4\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right)$.

On lance simultanément les deux dés, et on lit les résultats a et b de leurs faces supérieures. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque lancer des deux dés, associe la valeur $\sin(a + b)$

- 1) Quelles sont les valeurs prises par X ? Déterminer la loi de probabilité de X.
- 2) Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de X.

Exercice 12

1- On suppose que la probabilité de faire un garçon est $\frac{1}{4}$. Une famille a 5 enfants.

Calculer la probabilité pour qu'il y ait exactement 3 garçons.

2- L'objectif de cet exercice est de déterminer les quels des avions à 2 ou 4 moteurs sont les plus sûrs.

Un avion ne s'écrase pas tant que la moitié au moins de ses moteurs fonctionne. Les moteurs d'un avion tombent en panne de manière indépendante.

Partie A

Dans cette partie on prend $p = 0,1$

- a) Calculer la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase.
- b) Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait ses 4 moteurs en panne.
- c) Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait exactement 3 moteurs en panne
- d) En déduire la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.

Partie B :

On revient au cas général

- a) Soit $f(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase. Démontrer que $f(p) = p^2$
- b) Soit $g(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.
Démontrer que $g(p) = p^2 (-3p^2 + 4p)$
- c) On pose $h(p) = f(p) - g(p)$.
 - Étudier le signe de $h(p)$ en fonction de P .
 - En déduire, suivant les valeurs de p dans quels avions il vaut mieux monter.