Première et Terminale Scientifique

MATHEMATIQUES

GEOMETRIE

et

ANALYSE

Proposé par :

M. Lezin BOUANIABEKA

Professeur certifié de Mathématiques

Première et Terminale Scientifique

MATHEMATIQUES

GEOMETRIE

et

ANALYSE

Proposé par :

M. Lezin BOUANIABEKA

Professeur certifié de Mathématiques

CENTRE D'ENCADREMENT SCOLAIRE
LA DIRECTION
LA CLE DE LA REUSSITE

PLAN DU DOCUMENT

Gloire AMONAYORI

- CHAPITRE I : LES ANGLES ORIENTES .....Page 1-10
- CHAPITRE II : TRIGONOMETRIE ... .Page 11-14
- CHAPITRE III : BARYCENTRE ET APPLICATION DU PRODUIT SCALAIRE .....Page 15-23
- CHAPITRE IV : APPLICATION AFFINE.....Page 24-26
- CHAPITRE V : ISOMETRIES ET SIMILITUDES .....Page 27-51

A-EXERCICES.....Page 27-38

B-PROBLEMES.....Page 39-51

- CHAPITRE VI : CONIQUES.....Page 52-58
- CHAPITRE VII : ARITHMETIQUE.....Page 59-63
- CHAPITRE VIII : PROBLEMES D'ANALYSE .....Page 64-72

CENTRE D'ENCADREMENT SCOLAIRE
LA DIRECTION
LA CLE DE LA REUSSITE

Gloire AMONAYORI

Gloire AMONAYORI

Ce livre est racheté par Mr Gloire AMONAYORI

le 18 SEPT 2017

CENTRE D'ENCADREMENT SCOLAIRE LA CLEF DE LA RUSSITE
LA DIRECTRICE

CHAPITRE I : LES ANGLES ORIENTES

CHAPITRE I : LES ANGLES ORIENTES

Exercice 1 :

Sur les cotés (BC), (CA) et (AB) d'un triangle ABC, on marque les points A' ; B' et C' distincts des sommets du triangle.

Les cercles circonscrits aux triangles (BA'C') et (CB'A') se recoupent en I.

1/Evaluer en fonction des angles du triangle ABC :

$2(\overrightarrow{IB'}, \overrightarrow{IA'})$

$2(\overrightarrow{IA'}, \overrightarrow{IC'})$

$2(\overrightarrow{IB'}, \overrightarrow{IC'})$

2/En déduire que le cercle circonscrit au triangle A' B' C' passe par I.

Exercice 2 :

Soit (c) et (c') deux cercles sécantes en D et E. La droite passant par D recoupe (c) et (c') respectivement en B et C aux cercles (c) et (c') se coupent en A.

1/Montrer que : a) $2(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{ED}) = 2(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

b) $2(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EC}) = 2(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$

2/ Comparer les angles $2(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC})$ et $2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

En déduire que E est un point du cercle circonscrit au triangle (ABC).

BOUANIABEKA

Exercice 3 :

Soient (c) et (c') deux cercles de centre respectifs O, O' tangents en M. Une droite passant par M coupe (c) en A et (c') en A' (cette droite AA' ne passe pas par O et O')

Soit (D) et (D') deux droites passant par A et A' sécante en F. (D) recoupe (c) en B et (D') recoupe (c') en B'.

1/Démontrer que (DA)//(D'A')

2/Montrer que les points B' ; B ; M et F sont cocycliques.

Exercice 4 :

Soit (c) et (c') deux cercles sécantes en A et B, (Δ) et (Δ') deux droites passant respectivement par A et B et distincts de (AB). La droite (Δ) respectivement (Δ') recoupe (c) et (c') en P et P' (respectivement Q et Q'). On suppose que les points A, B, P, Q et Q' sont tous distinctes. Montrer que les droites (PQ) et (P'Q') sont parallèles.

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle du plan affine euclidien et θ un angle de droites non nul. M étant un point du plan n'appartenant pas aux droites (BC), (CA) et (AB) et tels que :

(MA' ; BC)= (MB' ; CA)= (MC' ; AB)= θ

1/Démontrer que chacune des ensembles des quatre points $\{M, A', B', C'\}$; $\{M, B, A', C'\}$ et $\{MF\ A'B'\}$ est formé de quatre points cocycliques.

2/(A'B', A'C')= (MB, MC)- (AB, AC)

3/Quels est l'ensemble des points M tels que A' ; B' et C' sont alignés.

Exercice 6 :

Soit A et B deux points du plan distant de 5cm.

1/Déterminer et construire l'ensemble de points M tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \pi/4[2\pi]$.

2/Déterminer l'équation du support de l'ensemble de point M(x, y) tel que $(\overrightarrow{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = \pi/4[2\pi]$ avec A(0 ; -1) et B(0 ; 1).

Exercice 7 :

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \pi/2[2\pi]$. E est le point de la diagonale $[BD]$ tel que DE= DA ; I est le projeté orthogonale de E sur le coté $[AB]$; J et K sont respectivement les milieux des segments $[CB]$ et $[DC]$ et H le point de rencontre des droites (AJ) et (BK).

1/Faire la figure que l'on complètera.

2/Démontrer que les droites (AJ) et (BK) sont orthogonales.

3/Montrer qu'une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AE}) = \frac{\pi}{8} + 2k\pi$

4/Déterminer et construire l'ensemble (c) des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{ME}) = \frac{\pi}{8}[2\pi]$.

5/Démontrer que les points A, H et J sont alignés.

Exercice 8 :

Soit un segment $[BC]$ horizontal, A est le point tel que le triangle ABC est équilatéral directe.

1/Déterminer et construire l'ensemble de points M tels que $(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

2/On désigne par A' le milieu de $[BC]$, I celui de $[AC]$. Le point A' se projette orthogonalement en K sur (AB) en H sur (AC)

a-Montrer que les points K, A', H et A cocyclique sur un cercle (c) que vous construirez.

b-Déduisez-en que $(\overrightarrow{KA, KH}) = \frac{\pi}{6}[\pi]$.

c-Démontrer que les points B, K, H et C sont cocycliques.

BOUANIABEKA

Exercice 9 :

(Γ) est un cercle de rayon R= 5cm.

Soient A, B, C et D quatre points distincts de (Γ). Les points B et D se projettent orthogonalement sur la droite (BD) en A' et C.

1/Démontrer les points A' ; B' ; C' et D' sont cocycliques, tracer le cercle (Γ_1) passant par ces quatre points.

2/Les droites (DD') et (CC') se coupent en M. E étant le point d'intersection des droites (AC) et (BD). Démontrer que la droite (ME) est perpendiculaire à la droite (DC).

Exercice 10 :

Dans le plan (P) on considère un triangle ABC isocèle en A de sens direct. A' et B' sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AC]$.

Les droites (BB') et (AA') se coupent en D. Les cercles circonscrits aux triangles ADB' et BA'D se recoupent en E.

1/Faire la figure.

2/Démontrer que les point A', C, A, E sont cocycliques.

3/On note (c) le cercle circonscrit au BA'D. La droite (AE) recoupe (c) en F. Démontrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.

Exercice 11 :

Dans le plan orienté on considère un carré ABCD de centre O tel que $(\overrightarrow{DA,DC})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit E le milieu du segment $[CD]$. On considère alors le carré DEFG de centre O' tel que $(\overrightarrow{DE,DG})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

1/Déterminer les éléments caractéristiques de S.

Préciser l'image de E par S. En déduire l'angle $(\overrightarrow{AE,BF})$.

2/On note Γ le cercle circonscrit au carré ABCD et I le point d'intersection des droites (AE) et (BF).

Exercice 12 :

Deux cercles (c) et (c') se coupent en A et B. Soient E un point de (c) et F celui de (c') non situé sur la droite (AE). Une droite passant par B coupe (c) en M et (c') en N.

Les droites (EM) et (FN) se coupent en R ; démontrer que les points A, E, R et F sont cocycliques.

Exercice 13 :

Soient (c) et (c') de même rayon R de centre respectifs O et O' sécantes A et B. Une droite (Δ) pivote autour de B rencontre (c) en M et (c') en M' de façon de M≠A.

Soit C et D deux points du cercle (c) tels que (BC, BD)= $\alpha[\pi]$.

1/Démontrer que CD= $R\sqrt{2(1-\cos 2\alpha)}$

2/En déduire que le triangle AMM' est isocèle.

3/Déterminer l'ensemble décrit par le milieu J de $[M, M']$.

Exercice 14 :

(c) est un cercle de diamètre $[BC]$, A étant un point extérieur au cercle (c). La droite (AB) coupe (c) en P. La droite (AC) coupe (c) en Q. Les droites (PC) et (BQ) se coupent en M.

1/Démontrer que les points A, P, M, Q sont cocycliques.

2/Démontrer que les droites (AM) et (BC) sont perpendiculaires.

3/La tangente à (c) en B et la tangente à (c) en P se coupe en H.

a-Démontrer que le triangle BHP est isocèle.

b-En déduire que $(\overrightarrow{AP, AM})= (\overrightarrow{PH, PB})$ $[\pi]$.

Exercice 15 :

Dans le plan orienté on considère un segment $[BC]$ tel que BC= 10cm. A est le point du plan tel que AB= 8cm et AC= 9cm. On désigne par A' ; B' ;C' les pieds des hauteurs issues des sommets A, B et C respectivement.

1/H est l'orthocentre du triangle ABC et E l'image de H par la symétrie de base (AC).

•Montrer que les points A, B, C et E sont situés sur un même cercle (c) de centre O que l'on tracera.

2/On désigne par P et Q les projetés orthogonaux de E sur la droite (AB) et (BC) respectivement. Démontré que B' appartient à la droite (PQ)

3/Soit (T) la tangente à (c) en C.

a-Démontrer que (A'B') et (T) sont parallèles.

b-En déduire que les droites (OC) et (A'B') sont orthogonales.

4/La droite (EQ) recoupe (c) en D

a-Démontrer que $(\overrightarrow{DE,DA})= (\overrightarrow{QE,QB'})[\pi]$.

b-En déduire que les droites (AD) et (PQ) sont parallèles.

Exercice 16 :

On considère le cercle (c) passant par un point A. (D_1) recoupe le cercle (c) en B et (D_2) recoupe le cercle (c) en C. Soit (Γ) la perpendiculaire à la droite (AO) où O est le centre de (c). (Γ) coupe (D_1) en B' et (D_2) en C'.

1/Faire la figure.

2/Soit (AT) la tangente en A à (c)

a-Démontrer que $(\overrightarrow{AC,AT})= (\overrightarrow{BC,BA})[\pi]$.

b-En déduire que les points B, B' C et C' sont cocycliques.

c-Construire le cercle passant par ces points.

Exercice 17 :

Dans le plan orienté on considère un triangle quelconque ABC inscrit dans un cercle (c) de centre O. On note F la symétrique de A par rapport à O. Soit M un point du plan ; la droite passant par M et perpendiculaire à (MF) coupe les droites (AB) et (AC) en P et Q respectivement.

1/Faire une figure où M n'est ni sur la droite (BC), ni sur le cercle (c)..

2/Démontrer que les points B, P, M, F sont situés sur l'un des cercles (c_1) que l'on tracera.

3/Démontrer que les points F, M, Q, C sont situés sur un cercle (c_2).

4/Démonter que $(\overrightarrow{FP,FQ}) + (\overrightarrow{MB,MC}) = (\overrightarrow{AB,AC})[\pi]$

5/a-Démontrer que (Γ_1) des points M du plan tels que les points F, P, Q soient alignés. Construire (Γ_1) en illustrant l'alignement des points F, P, Q. (On fera une figure).

b-Déterminer l'ensemble (Γ_2) des points M du plan tels que $(\overrightarrow{FP,FQ}) = (\overrightarrow{AB,AC})[\pi]$.

Exercice 18 :

Deux cercles (c_1) et (c_2) de rayons distincts se coupe en A et B. Soit C un point de (c_1) et D un point de (c_2) non situé sur la droite (AC). Une droite passant par B recoupe (c_1) en M et le cercle (c_2) en N.

1/Faire la figure.

2/Démontrer que l'on a : $(\overrightarrow{CR,CA}) = (\overrightarrow{DR,DA})[\pi]$. Que peut-on déduire ?

3/Tracer le triangle circonscrit au triangle DAC.

4/La droite (AC) coupe le cercle (c_2) en P.

Démontrer que les droites (CM) et (NP) sont parallèles.

5/O_1 et O_2 sont respectivement les centres des cercles (c_1) et (c_2).

Démontrer que les droites (AB) et (O_1, O_2) sont perpendiculaires.

Exercice 19 :

ABC est un triangle quelconque direct. (c_1) est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Soit un point M du plan, M étant extérieur à (c_1) et non situé sur la droite (AB), (AC) et (BC) : On prendra de préférence, M dans l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ balayé positivement.

On désigne respectivement par A' ; B' ; C' les projetés orthogonaux de M sur les droites (BC), (CA) et (AB).

1/Montrer que les points A, C', M, B' sont cocycliques et tracer le cercle (c_2) qui les contient.

2/Montrer que les points B, A', M, C' sont cocycliques et tracer le cercle (c_3) qui les contient.

3/Montrer que les points M, A', C, B' sont cocycliques et tracer le cercle (c_4) qui les contient.

4/Démontrer que l'on a : $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}) - (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})[\pi]$

5/En déduire une condition nécessaire et suffisante pour que les points A' ; B' ; C' soient alignés.

Exercice 20 :

Soit ABC un triangle non rectangle. On désigne par le centre O le centre du cercle circonscrit à ce triangle, H son orthocentre. Les droites (AH) et (BC) se coupent en α (BH) et (CA) en β, (CH) et AB en γ.

1/Montrer que les droites (αβ) et (OC) sont perpendiculaires (on pourra faire intervenir la tangente en C au cercle circonscrit). En déduire l'orthogonalité des droites (βγ) et (OA) puis (αγ) et (OB).

2/Montrer que (AH) est une des bissectrices du triangle αβγ.

Exercice 21 :

Soit quatre points A, B, C, D cocycliques. Les points B et D se projettent orthogonalement sur (AC) en B' et D'.

Les points A et C se projettent orthogonalement sur (BD) en A' et C'. Démontrer que les points B', C' et D' sont cocycliques.

BOUANIABEKA

Exercice 19 :

ABC est un triangle quelconque direct. (c_1) est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Soit un point M du plan, M étant extérieur à (c_1) et non situé sur la droite (AB), (AC) et (BC) : On prendra de préférence, M dans l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ balayé positivement.

On désigne respectivement par A' ; B' ; C' les projetés orthogonaux de M sur les droites (BC), (CA) et (AB).

1/Montrer que les points A, C', M, B' sont cocycliques et tracer le cercle (c_2) qui les contient.

2/Montrer que les points B, A', M, C' sont cocycliques et tracer le cercle (c_3) qui les contient.

3/Montrer que les points M, A', C, B' sont cocycliques et tracer le cercle (c_4) qui les contient.

4/Démontrer que l'on a : $(\overrightarrow{A'B',\ A'C'}) = (\overrightarrow{MB, MC}) - (\overrightarrow{AB, AC})[\pi]$

5/En déduire une condition nécessaire et suffisante pour que les points A' ; B' ; C' soient alignés.

Exercice 20 :

Soit ABC un triangle non rectangle. On désigne par le centre O le centre du cercle circonscrit à ce triangle, H son orthocentre. Les droites (AH) et (BC) se coupent en α (BH) et (CA) en β, (CH) et AB en γ.

1/Montrer que les droites (αβ) et (OC) sont perpendiculaires (on pourra faire intervenir la tangente en C au cercle circonscrit). En déduire l'orthogonalité des droites (βγ) et (OA) puis (αγ) et (OB).

2/Montrer que (AH) est une des bissectrices du triangle αβγ.

Exercice 21 :

Soit quatre points A, B, C, D cocycliques. Les points B et D se projettent orthogonalement sur (AC) en B' et D'.

Les points A et C se projettent orthogonalement sur (BD) en A' et C'. Démontrer que les points A', B', C' et D' sont cocycliques.

Exercice 22 :

Sur les côtés (BC), (CA), (AB) d'un triangle ABC, on prend respectivement P, Q et R. On suppose ces points distincts des sommets du triangle.

1/Démontrer que les cercles AQR, BRP et CPQ contiennent un même point M.

2/Démontrer que les points A, B, C, M sont cocycliques si et seulement si P, Q et R sont alignés.

3/Soit N un point du cercle ABC. On désigne par N_1, N_2 et N_3 ses projetés orthogonaux sur les côtés BC ; CA et AB respectivement.

Démontrer que N_1, N_2 et N_3 sont alignés. Comment appelle t - on la droite passant par ces trois points ?

Exercice 23 :

Soit (c) un cercle de centre O. A, B, C et D quatre points situés dans cet ordre dans (c) tel que $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}) = \pi/2\ [2\pi]$. E et F, les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.

1/Montrer que les points A, E, F et O appartiennent à un même cercle (c') de centre O' que l'on déterminera. Construire (c').

2/La médiatrice (Δ) du segment $[OD]$ coupe les droites (AE) et (AF) respectivement en G et H.

Démontrer que les points E, F, G et H sont cocycliques ainsi que les points B, C, G et H..

3/a-Démontrer que les droites (BD) et (EF) se coupent en un point J et que les droites (O'E) et (OB) sont parallèles.

b-En déduire que les points J, D, F et A sont cocycliques.

Exercice 24 :

Le triangle ABC est rectangle en A. Le point H est le pied de la hauteur issue de A. I et J sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC). F est le milieu du bipoint (B,C)

1/Montrer que $(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{AI}) = (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})[\pi]$. (a)

2/Montrer que $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AF}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})[\pi]$. (b)

3/Déduire de (a) et (b) que les droites (AF) et (IJ) sont perpendiculaires.

CHAPITRE II : TRIGONOMETRIE

CHAPITRE II : TRIGONOMETRIE

Exercice 1 :

Démontrer les égalités suivantes :

1) $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2\cos x \sin x$.

2) $(\cos x - \sin x)(1 + \sin x \cos x) = \sin^3 x \cos x$.

3) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - \cos^2 x$.

4) $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$.

5) $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 4 \sin x \cos x$.

6) $\sin^4 x + \cos^2 x = \cos^4 x - 3\cos^2 x + 2$.

Exercice 2 :

Trouver une écriture plus simple pour l'expression suivante :

1) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$.

Exercice 3 :

1-Démontrer que pour nombre réel x tel que :

$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in Z)$, $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

2) calculer cos et sin dans chacun des cas suivants :

a) $\tan x = \frac{1}{3}$ avec $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$.

b) $\tan=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ avec $x \in \left]-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

Exercice 4 :

En utilisant le TP3 démontré les égalités suivantes :

1) Pour $x \neq k\pi$, $k \in Z$

$$\frac{2+\sin 2x-2\cos 2x}{1+3\sin^2 x-\cos 2x}=\frac{2}{5}\left(2+\frac{1}{\tan x}\right)$$

2) Pour $x \neq \frac{\pi}{2}+2k\pi$, $k \in Z$

$$\frac{1+\cos x-\sin x}{1-\cos x-\sin x}=\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$$

Exercice 5 :

Exprimer cos 3x en fonction de cos x et sin 3x en fonction de x.

Démontrer que : $\tan 3x = \tan x + \frac{3-\tan^2 x}{1-3\tan^2 x}$

Exercice 6 :

Résoudre dans R chacune des équations suivantes :

1- $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$
2- $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -1$
3- $\sqrt{3}\sin x + 3\cos x = -1$
4- $\sin x + \sqrt{3}\cos x = -\sqrt{2}$

Exercice 7 :

Soit P la fonction polynôme définie par : $P(x) = 4x^2 - 3x - 1$

1-a) Calculer P(1) puis factorisé P(x) en un produit en un produit de binôme du 1er degré

b) Résoudre l'équation : $P(x)=0$

2- On donne l'équation : (F) : $4\cos^2 x - 3\cos x - 1=0$

a) Résoudre cette équation.
b) Placer sur le cercle trigonométrique les points images des solutions de (F).

Exercice 8 :

On considère le système d'équation :

$$(S)\begin{cases}\cos x \ \cos y = \frac{\sqrt{3}+1}{4} \\ \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}-1}{4}\end{cases}$$

1- Démontrer que le système (S) est équivalente au système suivant :

$$(S')\begin{cases}\cos(x+y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x-y) = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

2-Résoudre (S).

Exercice 9 :

1- x et y étant deux nombres réels quelconques ; factoriser :

$\cos(x+y) + \cos(x-y)$

2- Trouver les couples solutions du système suivant : $(S):\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2} \\ \cos x \cos y = \frac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$

Exercice 10 :

1- Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes :

$2y^2-(\sqrt{3}+\sqrt{2})y+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$

$2y^2-(\sqrt{3}+\sqrt{2})y+\frac{\sqrt{6}}{2}\leq 0$

2- Utiliser les résultats précédents pour résoudre l'équation et l'inéquation suivantes :

1)-$2\cos^2 x-(\sqrt{3}+\sqrt{2})\sin x+\frac{\sqrt{6}}{2}+2=0$

2)-$2\cos^2 x-(\sqrt{3}+\sqrt{2})\sin x+\frac{\sqrt{6}}{2}+2\leq 0$

Exercice 11 :

1- Vérifier que :$\sqrt{3+2\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$.

Résoudre l'équation : $2x^2+(1-\sqrt{2})x-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

Résoudre l'inéquation : $2x^2+(1-\sqrt{2})x-\frac{\sqrt{2}}{2}>0$

2- Déduire de la question 1 la résolution de l'équation : $2\cos^2 x+(1-\sqrt{2})\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$.

Représenter sur le cercle trigonométrique les images des solutions précédentes.

3- Déduire de la question 1 les solutions dans $[0;2\pi]$ de l'inéquation précédente.

CHAPITRE III :
BARYCENTRE ET APPLICATION DU PRODUIT SCALAIRE

CHAPITRE III : BARYCENTRE ET APPLICATION DU PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1 :

ABC est un triangle.

1-Construire le point G, barycentre des points (A, 2) ; (B, -1) et (C, $\frac{3}{2}$)

2-Construire le point P, Q et R tels que $\overrightarrow{GP} = 4\,\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GQ} = -2\,\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GR} = 3\,\overrightarrow{GC}$.

3-Démontrer que le point G est le centre de gravité du triangle PQR.

Exercice 2 :

ABC est un triangle équilatéral de côté 4cm, D est le point tels que : $3\,\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

1-Démontrer que D est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients que l'on déterminera.

2-I étant le milieu de $[AD]$, démontrer que D est le barycentre des points B et I affectés des coefficients que l'on déterminera. En déduire que D est la médiatrice du segment $[AC]$.

3-a.Déterminer AD, BD et CD.

b.Déterminer l'ensemble (E) de points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 16$.

c.Vérifier que le centre de gravité O du triangle ABC appartient à (E). Tracer (E).

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle équilatéral de 4cm de côté et G son centre de gravité.

1-a.Construire le M tels que : $2\overrightarrow{AE} + 5\overrightarrow{BE} - 3\overrightarrow{CE} = \vec{0}$

b-Soient I le milieu du segment $[AB]$. Montrer que $4\overrightarrow{EI} = 3\overrightarrow{BC}$

c-Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{EI}$

d-Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|5\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 2BC$

2-a.Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}$.

b.Déterminer et construire l'ensemble (L) des points M du plan tel que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{MB} = 8$. Vérifier que G est un point de (L).

c.Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$. Vérifier que le milieu du segment $[BC]$, est un point de (C).

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle en A et un point M du plan quelconque du plan.

1-Démontrer que le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ est indépendant de M et exprimer le vecteur $\vec{u}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AO}$.

2-Déterminer l'ensemble de points $M(E_1)$ tels que : $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$

3-Déterminer l'ensemble (E_2) des points M tels que : $(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}) = 0$

4-Construire (E_1) et (E_2).

Exercice 5 :

Soit un triangle quelconque ABC et notons G le barycentre du système des points pondérés $\{(A,4);(B,-1);(C,-1)\}$.

1-Construire le point I tel que $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

2-Montrer que $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires.

3-On considère la fonction scalaire de Lebniz f définie par $f(M)= 4MA^2 - MB^2 - MC^2$, où M est un point du plan

a-Monter que $f(M)= 2MG^2 + 4GA^2 - GB^2 - GC^2$.

b-On donne $BC= 4$ et $AC= 4$

Construire l'ensemble de points M tels que $f(M) = 4$.

Exercice 6 :

ABCD est un rectangle tel que AB= 5cm et AD= 4cm. O est le milieu des segments $[AC]$ et $[BD]$.

1-Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

2-Déterminer et construire l'ensemble (E) de points M du plan tels que : $MA^2 - MC^2 = 82$

3-Déterminer le barycentre G des points pondérés (A,2) ; (B,1) et (C, -1)

4-Déterminer l'ensemble (F) des points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 - MC^2 = 218$

Exercice 7 :

1-Soient A et B deux points distincts du plan tel que AB= 4cm. On désigne par (E) l'ensemble de points M du plan tel que $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$.

2-Démontrer l'équivalence suivante : $M \in (E) \Longleftrightarrow (3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB})\ (3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}) = 0$

3-Soit I le barycentre du système $\{A(3); B(2)\}$ et J celui du système $\{A(3); B(-2)\}$

a-Exprimer $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ en fonction de $\overrightarrow{MJ}$

b-Exprimer $3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}$ en fonction de $\overrightarrow{MJ}$

c-Démontrer que $M \in (E) \Longleftrightarrow \overrightarrow{MI}.\overrightarrow{MJ}$

Exercice 8 :

Soit ABC un triangle rectangle en A et M un point du plan.

1-Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ est indépendant de M et exprimer le à l'aide des points A, B et C.

2-Déterminer l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que :

$\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 0$

3-Déterminer l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que :

$(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}) = 0$

4-Construire (E_1) et (E_2).

Exercice 9 :

On donne le segment $[AB]$ tel que AB= 12.

Dans chacun des cas déterminer et construire l'ensemble de points M tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$

(1) k = 13 (2) k = -27 (3) k = -36 (4) k= -40

Exercice 10 :

On donne le segment $[AB]$ tel que AB = 12.

1-Déterminer l'ensemble de points M tels que $3MA^2 + 2MB^2 = 60$

2- Déterminer l'ensemble de points M tels que $2MA^2 - MB^2 = 0$

BOUANIABEKA

Exercice 11 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (o, i, j)

1-On donne A(2, 1) et $\vec{v}$(-2, 5). Donner une équation cartésienne de l'ensemble des points M(x ;y) du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\vec{u} = 7$.

2-On donne A(-1, 2) et B (3, -1). Donner une équation cartésienne de points M tels que :

a) $MA^2 + MB^2 = \frac{61}{2}$ b) $MA^2 - MB^2 = -4$ c) $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 16$

Exercice 12 :

ABCD est un rectangle tel que : AB= 4 et AD= 3.

1-Déterminer le barycentre G des points (A,1) ; (B,-1) ; (C,1)

2-Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 5$

3-Quel est l'ensemble (F) de points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = \frac{25}{4}$?

4-Quel est l'ensemble (H) de points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 61$.

Faire une figure et tracer (E), (F) et (H).

Exercice 13 :

Soit (C) et (C') les cercles d'équation respectives :

(C) : $x^2 + y^2 + x - 4y + 1 = 0$ et (C') : $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 13 = 0$

1-Démontrer que (C) et (C') sont sécantes en deux points A et B dont on déterminera les coordonnées.

2-Pour tout nombres réel m, on désigne par (E_m) l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient :

$(m+1)x^2 + (m+1)y^2 + (1 - 3m)x + (2m - 4)y - 13m + 1 = 0$

a-Démontrer que, pour tout réel m, (E_m) admet deux points fixes que l'on déterminera.

b-Etudier la position de (E_m) par rapport à la droite (Δ) d'équation $2x - 3y + 7 = 0$.

c-Démontrer que :

- si $m = -1$, (E_m) est un axe de la droite (AB)
- si $m \neq -1$, (E_m) est un cercle passant par A et B.

d-On suppose que $m \neq -1$. Déterminer en fonction de m les coordonnées du centre (E_m). Quel est l'ensemble des centres des cercles (E_m) quand m varie dans $R-\{-1\}$.

Exercice 14 :

(E) est l'ensemble des points M(x, y) tels que $x^2 + y^2 - 2mx + (m - 4)y + 1 = 0$

1-Trouver m pour que (E) soit un cercle

2-Existe-t-il des cercles tangents à l'axe des abscisses ?

3-Existe-t-il des cercles tangents à la droite d'équation $y = x$?

4-Démontrer que (E) a donc deux points fixes que l'on déterminera.

Exercice 15 :

Le plan est un repère (o, i, j). On donne les points A(2 ; 1) et B(5 ; 2). On désigne par G le barycentre des points A(-1) et B(-4)

1-Exprimons $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

2-Déterminer les coordonnées de G dans le repère (o, i, j)

3-Soit M un point du plan. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\left\|\overrightarrow{-MA} + 4\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\right\|$$

Exercice 16 :

Gloire AMONAYORI

Soit ABC un triangle rectangle en A et M un point du plan.

1-Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ est indépendant de M et exprimez le à l'aide des points A, B, C.

2-Déterminer l'ensemble (E_1) des points des points m du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

3-Déterminer l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que : $(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}).(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC})$

4-Construisez (E_1) et (E_2).

Exercice 17 :

Soit ABC un triangle isocèle tel que AB = AC = 7 et BC = 4 cm.

On désigne par I le milieu de $[BC]$ et par G le centre de gravité du triangle ABC.

Déterminez et construisez l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :

a-$\|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}\| = 12$

b- $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 18$

c- $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 65$

Exercice 18:

ABC est un triangle, M est le point de $[AB]$ et I celui de $[MC]$, K est le point tel que $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.

1-Construisez les six points.

2-Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AI}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3-Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

4-Déduisez-en que les points A, I et K sont alignés.

BOUANIABEKA

Exercice 19 :

Soit ABC un triangle, I le milieu de $[AB]$. Les points J et K sont tels que : $\overrightarrow{JC} = 2\overrightarrow{JA}$ et $\overrightarrow{KB} = -½\ \overrightarrow{KC}$

1-Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2-En déduire que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 20 :

Soit ABC un triangle.

Soit M, N et P les points définis par $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{CE}$.

1-Placer les points M, N et P sur la figure.

2-Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3-Démontrer que tous les points M, N et P sont alignés.

4-Soit I, J et K les milieux des côtés $[BC]$; $[AC]$ et $[AB]$.

On appelle M' le symétrique de M par rapport à K et P' le symétrique de P par rapport à I.

a-Exprimer $\overrightarrow{M'N'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b-En déduire que les points M' ; N' et P' sont alignés.

Exercice 21 :

Soit A, B, C et D un parallélogramme.

Soit I milieu de $[AB]$

Soit Q le symétrique de I par rapport à A.

On définit le point P par $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Démontrer que les points Q, P et C sont alignés.

BOUANIABEKA

Exercice 22 :

Soit ABC un triangle quelconque.

1-Construire :

a-Le barycentre G des points pondérés (A, 3) et (B, 3)

b-Le barycentre E des points pondérés (B, 3) et (C,1)

c-Le barycentre F des points (A, 3) ; (B, 3) et (C, 1)

2-Soit I le barycentre des points (A, 3) ; (B, 3) et (C, 1)

Démontrer que : a-Les points A, I et E sont alignés

b-Les points B, I et F sont alignés

c-Les points C, I et G sont alignés

d-Que peut-on dire pour les droites (AE), (BF) et (CG) ?

3-a. Construire le barycentre H de (B, 3) et (C, -1).

b-Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ et le vecteur $\overrightarrow{GF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exercice 23 :

On considère un triangle ABC quelconque, $\vec{f}$ la fonction vectorielle de Leibniz associée au système $\{A(1); B(2) et\ C(-3)\}$

1-Ces points pondérés ont-ils un barycentre ? si non, montrer que $f(\vec{M}) = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$ reste constant.

2-Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \vec{u}$

3-Soient deux points A' et B' tels que A' est le barycentre du système $\{B(2) et\ C(-3)\}$, B' est le barycentre du système $\{A(1)\ et\ C(-3)\}$.

Démontrer que les droites (A'A) et (B'B) sont parallèles.

CHAPITRE IV : APPLICATION AFFINE

CHAPITRE IV : APPLICATIONS AFFINES

Exercice 1 :

Le plan est muni d'un repère (o, i, j). Soit f l'application du plan dans lui – même qui a tout point M(x, y) associe le point M'(x' ; y') telles que :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(4x - 2y - 6) \\ y' = \frac{1}{3}(2x - y - 12) \end{cases}$$

1-Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe que l'on précisera

2-Démontrer que fof= f

3-a.Déterminer l'ensemble des points invariant par f

b.En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

Exercice 2 :

Le plan P est rapporté au repère orthonormé (o, i, j). On considère l'application f de P dans lui – même qui a tout point M(x, y) associe le point M'(x' ; y') telles que :

$$\begin{cases} x' = \frac{5}{2}x + y + \frac{5}{2} \\ y' = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - \frac{5}{4} \end{cases}$$

1-Montrer que f est une bijection de P dans P

2-Déterminer l'expression analytique de l'application réciproque f^{-1} de f

3-Déterminer l'ensemble invf, des points invariants de f

4-Démontrer que $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe $\vec{V}(a, b)$

5-Soit H $(x_H ; y_H)$ le projété de M(x, y) sur invf parallèlement à $\vec{V}$

a-Déterminer les coordonnées $(x_H ; y_H)$ en fonction de celles de M

b-Trouver une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{HM'}$ et $\overrightarrow{HM}$

c-Déduire que f est une affinité dont on déterminera le rapport, k, la base et la direction.

Exercice 3 :

Le plan est muni d'un repère (o, i, j). Soit f l'application du plan dans lui – même qui a tout point M(x, y) associe le point M'(x' ; y') telles que :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{13}(5x - 12y + 24) \\ y' = \frac{1}{13}(-12x - 5y + 36) \end{cases}$$

1-Démontrer que fof = id

2-Démontrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite (D) que l'on précisera.

3-Soit M un point du plan et M' son image par f

a-Démontrer que $[MM']$ appartient à (D)

b-Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe, orthogonale à celle de (D)

c-En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

Exercice 4 :

Soit P le plan associé à l'espace vectoriel E de dimension 2. Soit B = $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ une base de E de $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ le repère de P d'origine O. On considère les trois points A, B, C de P : A(0,-1), B(-1, -2) et c(0, 1)

1-Montrer que le triplit (A, B, C) est un repère affine de P.

2-On considère l'application affine de P dans P qui, au point M(x, y) associe le point M'(x' ; y') et définie par les relations f(A) = B, f(c) = C, f(B) = B', avec B' de coordonnées (-3, -4). Montrer que dans le repère (o, i, j) la traduction analytique de f est :

$$\begin{cases} x' = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2} \end{cases}$$. Montrer que f est une bijection.

3-a. Montrer que l'ensemble des points fixes de f est une droite (D) dont on déterminera l'équation

b.Montrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est parallèle à un vecteur fixe $\vec{V}$ dont on déterminera les coordonnés dans la base B

c.Soit I le projeté de M sur (D) parallèlement à $\vec{V}$. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{IM'}$ et $\overrightarrow{IM}$. Donner une construction géométrique de M' connaissant M.

d.En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

Exercice 5 :

Dans P, le plan affine, rapporté au repère cartésien (o, i, j). Soit A, B les points de coordonnés respectives (-1, 0) ; (0, 1) soit m un réel non nul, f, g, h les homothéties de rapport m, de centre respectifs O, A, B. A tout point M on fait correspondre successivement :

$M_1 = f(M)$, $M_2 = g(M_1)$, $M_3 = h(M_2)$, $M_4 = f(M_3)$.

1-Representer sur une même figure les points M_1 ; M_2 ; M_3 et M_4 lorsque m= +2, $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + \vec{j}$.

2-Exprimer $\overrightarrow{OM_4}$ en fonction de m et des vecteurs $\overrightarrow{OM}, \vec{i}, \vec{j}$.

3-Soit p_m l'application de P dans P définie par $\forall M \in P$, $p_m(M) = M_4$. Déterminer suivant les valeurs de m Inv p_m et la nature de p_m.

CHAPITRE V : ISOMETRIES ET SIMILITUDES

CHAPITRE V : ISOMETRIES ET SIMILITUDES

CHAPITRE V : ISOMETRIES ET SIMILITUDES

A- EXERCICES

Exercice 1 :

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que AB= AC et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \pi/2[2\pi]$. Soient I, J et K les milieux respectifs de $[BC]$, $[CA]$, et $[AB]$ on appelle R la rotation de centre I et d'angle $\pi/2$ et T la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. On pose f= RoT et g=ToR

1/a-Déterminer l'image de K par f et l'image de J par g ;

b-Préciser la nature et les éléments caractéristiques des applications f et g ;

2/En procédant par décomposition, retrouver les résultats obtenus au 1/b.

3/a-Déterminer la nature des applications gof^{-1}, f^{-1} étant la transformation réciproque de f ;

b-Chercher l'image de A par gof^{-1} et caractériser cette application ;

c-Soit M un point quelconque du plan et M_1 l'image de M par f et M_2 l'image de M par g. Quelle est la nature du quadrilatère ACM_2M_1.

Exercice 2 :

On considère le plan (P) un triangle équilatéral direct ABC inscrit dans un cercle (c).

Le point A' milieu du segment $[BC]$ se projette orthogonalement en K sur la droite (AB) et en H sur la droite (AC).

1/a-Donner la mesure de l'angle $(\overrightarrow{KB}, \overrightarrow{KH})$

b-Démontrer que les points B, K, H et C sont cocycliques puis tracer le cercle (c') qui les contient.

2/a-Démontrer qu'il existe une rotation unique R qui transforme B en C et K en H. Donner une mesure Θ de l'angle de R.

b-Construire le centre Ω de la rotation R.

3/Soit f l'application définie par f= R (A ;π/3)o$t\overrightarrow{CB}$

a-Déterminer f(C)

b-Caractériser f.

c-Soit M un point du plan (P) et M' son image par R (A ;π/3).

Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points du plan tel que les points M, M' et B soient alignés.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle tel que AB= AC et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})= \pi/2\ [2\pi]$. On note I, J et K les milieux respectifs des segments de $[AB]$, $[BC]$, et $[AC]$.

On désigne par R la rotation de centre A qui transforme B en C et par T la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.

1/Déterminer les droites (D_1), (D_2) et (D_3) telles que $R= S_{D1}oS_{D2}$ et $T= S_{D2}oS_{D3}$;

2/Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f= RoT.

Exercice 4 :

Dans le plan orienté, on considère le triangle ABC tel que AC= 2AB et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})= \pi/6[2\pi]$.

On construit à l'extérieur de ce triangle les carrés ACFG et ABDE. On désigne par K le point tel que $\overrightarrow{GK}= \overrightarrow{AE}$. (prendre AC= 6cm).

1/ Démontrer qu'il existe une rotation r_1 qui transforme (A, B, C) en (E, A, K).

Construire le centre Ω_1 et r_1.

2/Démontrer que les droites (BK) et (DC) sont orthogonales et les segments $[BK]$ et $[DC]$ ont même longueur.

3/Démontrer qu'il existe une rotation r_2 qui transforme (A, B, C) en (G, K, A)

Construire le centre Ω_2 de r_2.

4/On pose f= $r_1 o r_2$. Trouver f(c) et caractériser f.

Exercice 5 :

Le plan est orienté. Soit un triangle ABC isocèle et rectangle en A.

En nomme O le milieu de $[BC]$, O' le milieu de $[AC]$ et (c) le cercle circonscrit au triangle ABC.

1/Soit f= $t_{\overrightarrow{AC}}$ oR (A ;$\pi/2$). Construire le centre D de f après l'avoir déterminé.

2/Démontrer que les points O, C, D et A sont cocycliques ; on appelle (Γ) leur cercle.

3/Construire (c) et (Γ) après avoir précisé leur centre respectif.

Exercice 6 :

Le plan est orienté. Soit (A, B, C, D) un carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \pi/2\ [2\pi]$.

On note O le centre du carré ABCD. I et J sont les milieux respectifs des segments $[CD]$ et $[AD]$.

1/Tracer la droite (T) passant par A telle que $(T, \overrightarrow{AC}) = \pi/3\ [2\pi]$.

Construire l'ensemble des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) = \pi/3\ [2\pi]$.

2/Soit (Δ) l'image de (T) par la symétrie axiale d'axe (AC), on note E le point de concours de (Δ) et (Γ)

a-Quelle est la nature de EAC ?

b-En déduire qu'il existe une rotation R de centre E qui transforme A en C. Donner l'angle de R.

3/On appelle Ω le centre de gravité du triangle EAC. La parallèle à (AC) passant par Ω coupe les droites (AE) et (EC) respectivement en G et F.

a-Démontrer qu'il existe une homothétie h de centre E qui transforme A en G et C en F.

Prouver que le rapport k de h est $\frac{2}{3}$.

Exercice 7 :

Dans le plan (P), on considère un carré A, B, C, D de sens direct, de centre O. I et J sont les milieux respectifs des segments $[CD]$ *et* $[AD]$.

1/Construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) = \pi/3\ [2\pi]$.

2/On note (D) la droite passant par A telle que (AC, A)= $\pi/3\ [\pi]$. (D) coupe (Γ) en E.

a-Montrer que le triangle EAC est équilatéral.

b-En déduire qu'il existe une rotation R de centre E qui transforme A en C.

3/On désigne par H le centre de gravité du triangle EAC. La parallèle à (AC) passant par H coupe (EA) et (EC) respectivement en G et F.

a-Montrer que $\frac{EG}{EA} = \frac{EF}{EC} = \frac{2}{3}$

b-Montrer qu'il existe une homothétie de centre E qui transforme A en G et C en E.

Exercice 8 :

ABCD est un carré de centre O. On note I, J, K, L les milieux respectifs des cotés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$.

1/On pose F= $t_{\overrightarrow{AB}}$ oR (O ;$\pi/2$)

a-Déterminer F(C).

b-En déduire la nature des éléments caractéristiques de F.

2/On pose G= S_{BC}oR (O ; $\pi/2$) et H= $t_{\overrightarrow{AC}}$ oS_{IK}.

a-Déterminer la droite (Δ) telle que R (O ;$\pi/2$)= S_{IK}oS_{D}

b-Montrer que H et G sont des symétries glissées du plan.

c-Caractériser G et H.

BOUANIABEKA

Exercice 9 :

Le plan est orienté. On considère le triangle ABC isocèle en A tel que AB= AC,

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})= \pi/4\ [2\pi]$. Soit I le point tel que CAI est rectangle isocèle en C avec

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CI})= -\pi/2\ [2\pi]$. On prendra AB= 5cm, les points H et J sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AI]$.

1/ Faire avec soin une figure que l'on complétera.

2/On appelle R_A la rotation de centre A et qui transforme B en C.

R_C la rotation de centre C d'angle $-\pi/2$; on pose $f= R_C o R_A$.

a-Déterminer f(A) et f(B) puis démontrer que f est une rotation dont on déterminera une mesure de l'angle.

b-Construire le centre Ω de la rotation f.

Exercice 10 :

Soit A et C deux points du plan.

1/Construire le carré de sens direct ABCD en justifiant cette construction.

2/Soient I, J, K et L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$. Construire le centre de rotation r transformant A en J et B en K.

3/On désigne par r_A la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$ et r_C la rotation de centre C et d'angle $\pi/2$.

a-Déterminer la droite (D) telle que $r_A= S_{AC} o S_D$.

b-Déterminer la droite (D') telle que $r_C= S_{D'} o S_{AC}$.

c-En déduire que $r_C o r_A$ est la symétrique centrale de centre B.

Exercice 11 :

Dans le plan orienté (P), on considère un triangle ABC rectangle isocèle en A et de sens direct J et F sont les milieux respetifs des segments $[BC]$ et $[JB]$. Pour la clarté de la figure, on prendra AB= 5cm.

1/On désigne par P et Q les projets orthogonaux de F sur les droites (AC) et (AB) respectivement.

a-Montrer que AP= BQ. En déduire qu'il existe une rotation r qui transforme A en B et P en Q.

En préciser une mesure de l'angle θ de r.

b-En construire Ω, le centre de la rotation r.

c-Montrer que les points P, A, Q, F et J sont situés sur un cercle (c) que l'on tracera.

2/Soit D le point du plan tel que BD= DA et $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})= \pi/6\ [2\pi]$.

O désigne par O le milieu du segment $[AB]$. Les droites (DB) et (AC) se coupent en I.

a-Montrer que le triangle IAD est équilatéral.

b-En déduire que D est le milieu du segment $[IB]$.

Exercice 12 :

Dans le plan orienté, on considère le triangle ABC tel que AB= 2, AC= $1+\sqrt{5}$,

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})= \pi/2\ [2\pi]$.

Soit S la similitude plane directe transformant B en A et A en C.

1/ Déterminer le rapport K et une mesure d'angle θ de la similitude S.

2/Soit Ω le centre de la similitude plane directe S :

a-Montrer que le point Ω appartient au cercle de diamètre $[AB]$ et que le point Ω appartient à la droite (AB) ;

b-Déduire une construction du point Ω.

3/ Soit D l'image du point C par la similitude plane directe S :

a-Démontrer que les points A, Ω et D sont alignés et que les droites (CD) et (AB) sont parallèles

b-Déduire une construction du point D et montrer que l'on a : CD= $3+\sqrt{5}$.

4/ Soit E le projeté orthogonal du point B sur la droite (CD)

a-Déterminer et construire le point F, image du point E par la similitude S.

b-Donner la nature du quadrilatère BFDE.

Exercice 13 :

Le plan est orienté. On considère un triangle équilatéral ABC de sens direct, de centre E tel que $(\overline{AB},\overline{AC})= \pi/3\ [2\pi]$.

Soit S_1 la similitude plane directe telle que $S_1(A)= A$ et $S_1(B)=E$ et S_2 la similitude fixant E et qui transforme B en D est le symétrique de A par rapport à E.

1/ Caractériser S_1 et S_2 ;

2/ Soit I le milieu du segment $[AB]$ et F est un point du plan tel que AF= AB et

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF})= \pi/2\ [2\pi]$. On considère le repère orthonormé $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF})$.

a-Donner l'écriture complexe de S_1 et S_2.

Exercice 14 :

ABCD est un carré de centre O. On note I, J, K, L les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

1/ On pose F= $t_{\overrightarrow{AB}} \circ R(O,\pi/2)$

a-Calculer F(C) ;

b-En déduire la nature et les éléments caractéristiques de F.

2/ On pose G= $S_{BC} \circ R(O,\pi/2)$ et H= $t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{IK}$

a-Déterminer la droite (Δ) telle que $R(O;\pi/2)= S_{IK} \circ S_\Delta$

b-Montrer que H et G sont des symétries glissées du plan.

c-Caractériser G et H.

Exercice 15 :

Dans le plan orienté (P), on considère un carré ABCD de sens direct, de centre O. I et J sont les milieux respectifs des segments $[CD]$ et $[AD]$.

1-Construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) = \pi/3\ [2\pi]$

2-On note (D) la droite passant par A telle que $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{(D)}) = \pi/3\ [2\pi]$.

(D) coupe (Γ) en E.

a-Montrer que le triangle EAC est équilatéral ;

b-En déduire qu'il existe une rotation R de centre E qui transforme A en C.

3-On désigne par H coupe (EA) et (EC) respectivement en G et F.

a-Montrer que : $\frac{EG}{EA} = \frac{EF}{EC} = \frac{2}{3}$

b-Montrer qu'il existe une homothétie de centre E qui transforme A en G et C en F

c-En déduire qu'il existe une similitude plane directe S de centre E qui transforme A en F.

Exercice 16 :

Le plan est orienté. On considère le triangle direct ABC isocèle en A tel que AB= AC et

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \pi/4[2\pi]$. Soit I le point tel que le triangle CAI est rectangle et isocèle en C avec $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CI}) = -\pi/4$. On prendra AB=5cm. Les points H et J sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AI]$.

1/ Faire avec soin une figure que l'on complètera ;

2/On appelle R_A la rotation de centre A et qui transforme B en C, R_C est la rotation de centre C d'angle $-\pi/2$; On pose $f = R_C \circ R_A$

a-Calculer f(A) et f(B) puis démontrer que f est une rotation dont on déterminera une mesure de l'angle ;

b-Construire le centre Ω de la rotation.

3/a-On considère la similitude plane directe S de centre Ω et qui transforme A en B ;

b-Soit S(C)= C' ; démontrer que les points A, Ω et C' sont alignés.

Exercice 17 :

Dans le plan orienté P, on considère un triangle ABC isocèle direct ; $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \pi/4\ [2\pi]$. H est le milieu de $[BC]$ et D un point tel que ACD est un triangle isocèle en C et est direct.

1/ On désigne par R_1, la rotation qui transforme B en C et laisse A invariant puis par R_2, la rotation de centre C et d'angle $-\pi/2$; on pose $f = R_2 \circ R_1$

a-Déterminer les images par f des points A et B ;

b-Démontrer que f est une rotation dont on précisera le centre Ω et une mesure d'angle θ.

2/ Soit S, la similitude plane directe qui laisse Ω invariant et transforme A en B.

Détermine les éléments caractéristiques de S.

Exercice 18 :

1/ Soit n un entier naturel. On donne $A_n = 10^n + 1$; comment choisir n pour que A_n soit divisible par 11 ?

2/ On donne un triangle quelconque (ABC). On définit la suite (B_n) $n \in N$ par :

$$\begin{cases} B_0 = B \\ B_n = h_n(A) \quad n \geq 1 \end{cases}$$

où h_n est l'homothétie de centre B_{n-1} et de rapport $K = ½$. On définit par (D_n) la parallèle à (BC) passant par B_n. C_n est le point d'intersection de (D_n) avec la droite (AC).

3/ Construire (D_1), (D_2), (D_3)

4/On considère la suite (U_n) $n \in N$, définie par : $\begin{cases} U_0 = BC \\ U_n = B_nC_n \end{cases}$

a-Calculer U_1, U_2, U_3 en fonction de U_0

b-Déterminer U_n en fonction de n.

5/ Soit $S_n = \|\overrightarrow{BC}\| + \|\overrightarrow{B1C1}\| + \|\overrightarrow{B2C2}\| + \ldots + \|\overrightarrow{BnCn}\|$

Calculer en fonction de $\|\overrightarrow{BC}\|$, la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$.

6/ Démontrer que la limite de $\|\overrightarrow{ABn}\| = 0$; quand n tend vers $+\infty$.

7/ On suppose BC= ½ et on pose $P_n = \|\overrightarrow{BC}\| \cdot \|\overrightarrow{B1C1}\| \ldots \|\overrightarrow{BnCn}\|$

Calculer la limite de P_n, quand la limite de n tend vers $+\infty$.

Exercice 19 :

On considère un triangle ABC tel que $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \pi/2\ [2\pi]$; AB= 3 et BC= 4.

Soit I le milieu de $[BC]$; on suppose qu'il existe une similitude S transformant A en I et B en C.

1-Déterminer l'angle et le rapport de S ;

2-Donner une construction géométrique du centre Ω de S.

Exercice 20 :

Dans le plan P, on considère le carré ABCD tel que l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ a pour mesure $\pi/2$. On désigne par I et K les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[CD]$ (prendre AB=4cm). On se propose d'étudier la similitude plane directe S telle que : $\begin{cases} S(A) = I \\ S(C) = B \end{cases}$

1/Donner le rapport et l'angle de S

2/ Déterminer le centre Ω de S sur la figure.

3/Le plan est rapporté au repère orthonormé directe $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

a-Donner les affixes des points A, C, I et K.

b-Donner l'écriture complexe de S.

c-En déduire les coordonnées de Ω (centre de S)

Exercice 21 :

Dans le plan orienté, on considère quatre points distincts A, B, C, D non alignés, tels que :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

1-Soit R_1 et R_2 les rotations des centres respectifs A et B, d'angles respectifs $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ soit f l'application définie par : $f = R_2 o R_1$

a-Faire la figure

b-Construire l'image A' de A par f

c-Reconnaître et caractériser l'application f

2-Soit R_3 et R_4 les rotations de centre respectifs C et D, d'angles respectifs $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$ et $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$; soit g l'application définie par $g = R_4 o R_3$

a-Construire l'image de C' de C par g

b-Reconnaitre et caractériser l'application g

3-On pose l'application $h = gof$

a-Donner la nature de l'application h

b-Caractériser l'application h.

Exercice 22 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (o, i, j) unité 2cm. On donne les points A(0, 1) ;

$B(\sqrt{2}, 0)$ et $c(\sqrt{2}, 1)$. Soit I, J et K les milieux des segments $[OB]$, $[AC]$, $[BC]$. On désignz par E le point de $[IB]$ tel que $OE = \vec{\imath}$ et F le projeté orthogonale de E sur le segment $[JC]$.

1-a.Faire la figure puis déterminer le rapport et la mesure d'angle de ce point S telle que :

$$\begin{cases} S(A) = I \\ S(0) = B \end{cases}$$ On note Ω le centre de S.

b.Déterminer l'image du triangle AOB par S.

2-On pose $S^2 = SoS$

a.Déterminer les images de OB et A par S^2. Caractériser S^2.

b.En déduire que les droites OC, BJ et Ah sont concourantes. Placer Ω.

3-Donner l'écriture complexe de S puis en déduire l'affixe ω de Ω

4-On définie la suite da A_n par $A_0 = A$ et quelque soit $n \in N$; $A_{n+1} = S(A_n)$

a.Placer les points A_1, A_2 et A_3 sur la figure

b.On note U_n la longueur de $[AnAn + 1]$. Exprimer U_n en fonction de U_{n-1} puis U_n en fonction de n

c.Calculer la limite quand n tend vers $+\infty$ Sn sachant que $Sn = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

Gloire AMONAYORI

B-PROBLEMES

Problème 1 :

Le plan est orienté. Soit (A, B, C, D) un carré tel que $(\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On note O le centre du carré. I et J sont les milieux respectifs des segments[CD] et [AD].

Partie A :

1-Tracer la droite (T) passant par A telle que $(T\ ;\ \overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{3}[2\pi]$. Construire l'ensemble (r) des points M du plan tel que : $(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MC})=\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

2-Soit (Δ) l'image de (T) par la symétrie axiale d'axe (AC). On note E le point de concours de (Δ) et(r). Quelle est la nature du triangle (EAC) ? En déduire qu'il existe une rotation R de centre E qui transforme A en C. Donner l'angle de R.

3-On appelle Ω le centre de gravité du triangle (EAC) la parallèle à (AC) passant par Ω coupe les droites (AE) et (BC) respectivement en G et F.

a-Démontrer qu'il existe une homothétie h de centre E qui transforme A en G et C en F. Prouver que le rapport de h est K= 2/3.

Problème 2 :

Le plan est orienté. On considère le carré ABCD de sens direct centré en O ; les points I, J, K et L sont milieux respectifs des cotés $[AD]$; $[BC]$; $[CD]$ et $[DA]$.

H_1 et H_2 sont deux homothéties respectivement de centres A et B puis de rapport $K_1=2$ et $K_2=1/2$.

Partie A :

1/a- Reconnaitre et caractériser chacune des applications : $f_1 = H_1 \circ H_2$ et $f_2 = R_1 \circ R_2$;

b- Donner la nature exacte de l'application $g = H_1 \circ R_1 \circ H_2 \circ R_2$; puis caractériser g. On rappelle que la composée d'une homothétie et une rotation de même centre est commutative.

2/ On rappelle symétrie glissée, toute composée d'une réflexion et d'une translation dont le vecteur directeur à l'axe.

a-Vérifier que $h_1 = R \circ S_{BC}$ et $h_2 = t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{IK}$ où R est la rotation de centre O et d'angle $\pi/2$; S_{BC} et S_{IK} sont deux réflexions, sont deux symétries planes glissées.

b- Caractériser h_1 et h_2.

Partie B :

1/ Soit S la similitude plane directe laissant le point B invariant et transforme le point D en A.

a-Caractériser le complément S ;

b- Déterminer l'image c' du point c par S.

2/ Soit (Mn), n € R^* une suite de points Mn du plan définie tel que :

$$\begin{cases} M_1 = C \\ M_{n+1} = S(Mn) \end{cases}$$

a-Construire les points M_2 ; M_3 ; M_4 et M_5

b- Calculer en fonction de BC^2 et de n, la distance :

$$d_n = M_2M_1^2 + M_3M_2^2 + M_4M_3^2 + M_5M_4^2 + \ldots + M_nM_{n-1}^2$$

c- Calculer la limite de d_n quand n tend vers $+\infty$ puis déduire la convergence de la suite (d_n)

Problème 3 :

Dans un plan (P) orienté, on considère le carré ABCD de sens direct, de centre O tels que : $(\overline{AB}, \overline{AD})=90°$; I, J et L désignent les milieux respectifs des segments $[AB]$; $[CD]$ *et* $[AD]$. Soit K le milieu symétrique de I par rapport à A.

Partie A :

I/1- Faire le figure ;

2-/ a- Démontrer qu'il existe une homothétie h qui transforme A en I et L en J ;

b- Déterminer son centre et son rapport ;

II/ On considère la similitude plane directe S qui transforme B en J et O en K. Les droites (KL) et (BD) se coupent au point P.

1-Démontrer que les points P, O, I et K d'une part P, J, B et d'autre part sont cocycliques.

2-En déduire le centre de S. Déterminer une mesure de son angle.

3- On considère la transformation ponctuelle g définie par $g=h^{-1}oS_{AB}$ ou h^{-1} désigne l'homothétie de centre K et de rapport ½ , S_{AB} désigne la symétrie axiale d'axe la droite (AB).

4-a. Déterminer la nature de la transformation T telle que T=goS.

b. Déterminer ses éléments caractéristiques.

Partie B :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé de sens direct $(o ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$ avec $\imath = \overrightarrow{oj}$.

I/ On considère la fonction numérique U de la variable réelle x définie, continue et dérivable sur $R_+°$, par $U(x)= X^2 + 2-2\ln_x$.

1-Dresser le tableau de variation de la fonction U.

2-Démontrer que $\forall x \in R_+°, U(x)>0$

II/ Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie, continue et dérivable sur R_+^*, par $f(x)= x+2\ \ln x/x$. On note (c) sa courbe représentative dans le repère $(o ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.

1-Démontrer que $\forall x \in R_+°$, la dérivée f'(x) est telle que $f'(x)= u(x)/x^2$

BOUANIABEKA

2-a. Etudier les variations de f ;

b. Démontrer que les droites (BD) et (OL) sont les symptômes de la courbe (c) .

c. Démontrer que la courbe (C) coupe la droite (IJ) en un point de l'intervalle $]Q, Q[$ où Q est le milieu du segment $[OJ]$.

3-a. Construire l'arc (c_1) de la courbe (c) logé dans le triangle BCD.

b. Construire l'image (c_1) de l'arc (c_1) par la symétrie de la droite (IJ).



Gloire AMONAYORI

Problème 5 :

Partie A :

Dans le plan orienté, on considère un carré (A, B, C, D) de centre O tel que B soit l'image de D par la rotation r de centre A et d'angle dont une mesure est $\pi/2$. Soit r' la rotation de centre O et d'angle dont une mesure $-\pi/2$ et S la symétrie orthogonale par rapport à la droite (AB).

1-Déterminer (ror')(D). Préciser la nature et la caractéristique de ror'.

2-Déterminer (Sor)(A) et (Sor)(C). En déduire la nature de Sor.

N-B : Dans cette partie A. On utilisera les théorèmes sur la composition des isométries. Dans la suite, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$ tel que A (-2 ;0) ; B (0 ;2) ; C (2 ; 0) et D (0 ; -2).

Partie B :

Soit f l'application ponctuelle qui à tout point M du plan de coordonnées x et y associe le point M' de coordonnées x' et y' tel que :

$$\begin{cases} x'=2y-4 \\ y'=2x+2 \end{cases}$$

1-Déterminer l'homothétie h telle que f=Soh, (S étant la symétrie orthogonale par rapport à la droite (AB)). On précisera le centre et le rapport de h.

2-En déduire que f est une similitude indirecte dont on précisera les éléments caractéristiques (centre, rapport, axe).

3-Déterminer et construire les images par f des points A,B,C et D.

4-Soit $A_1=f(A_o)$; $A_2= f(A_1)= (f)(A)...$, $A_n=f(A_{n-1})$. On appellera Z_o, $Z_1... Z_n$ les affixes respectives de $A_o, A_1... A_n$.

a-Montrer que les points A, $A_1... A_n$ sont alignés ;

b-Déterminer une relation entre Z_n et Z_{n-1}.

Soit la suite complexe (t_n) définie par $t_n=Z_{n-21}$; montrer que pour tout entier on a : $t_{n+1}=2t_n$

c-On considère l'ellipse (E) de foyers A et C passant par B et D.

1-Préciser la longueur du grand axe de (E)

2-Donner une équation cartésienne de (H)

3-Soit (E') l'image de (E) par la similitude f définie au R.

Montrer que (E') est une conique dont on déterminera les éléments caractéristiques et une équation cartésienne.

d-Dans le plan, on considère le point M mobile dont les coordonnées x et y sont données en fonction du temps t par : $\begin{cases} x= -8\ Sin^2t \\ y=4\sqrt{2}\ sin2t_{+2} \end{cases}$; où $t \in [C;\pi]$

1-Déterminer la trajectoire de M ;

2-A tout point M, on associe le point mobile m, tel que f(m)=M' ; quelle est la trajectoire du point m ?

Problème 6 :

Soit un carré ABCD tels que $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD})= \pi/2\ [2\pi]$ de centre O. I, J et K sont les milieux respectifs des côtés AB, CD et DA. O' le symétrique de C par rapport à l'axe (AB).

N-B : Pour la construction de la figure, prendre AD=6cm et laisser toute la page pour les représentations.

Partie A :

Soit R et R_1 les rotations de centres respectifs A,B et d'angles de mesure commune $\pi/2$. On note H et H_1 les homothéties de centre respectifs A et B et de rapports respectifs ½ et 2.

1-Quelle est la nature exacte de la transformation f telle que f= $R_1 o H_1 o R o H$.

2-Caractériser f.

Partie B :

1-Déterminer l'ensemble (C) des points M du plan tels que M' étant l'image de M par R, M, M' et B soient alignés.

2-Construire (C).

Partie C :

On note S la similitude plane directe de centre B qui transforme D en A.

1-Caractériser S ;

2- Soit (M_n) la suite des points du plan définie par : $\begin{cases} M_o = D \\ M_{n+1} = S(M_n) \end{cases}$

a-Construire les points $M_o ; M_2 ; M_3 ; M_4 ; M_5 ; M_6 ; M_7 ; M_8 ; M_9 ; M_{10} ; M_{11}$.

b-Soit $d_n = M_o M_1 + \ldots + M_{n+1} M_n^2$. Calculer d_n en fonction de ED^2 et EM_n^2. La suite d_n est elle convergente ?

Partie D :

Dans cette partie le plan est rapporté au repère orthonormé (O ;OJ ;OK) et le plan est identifié si nécessaire au plan complexe.

Soit (H) l'ensemble des points du plan dont les coordonnées x et y sont $x = 2/\cos t$ et $y = 2\tan(t)$; t étant une variable réelle.

1-Ecrire l'équation cartésienne de (H). Vérifier que (H) est l'ensemble des points M dont l'affixe $z = x + iy$ vérifié $R(Z^2) = 4$.

2-Construire (H), puis préciser ses caractéristiques.

3-Soit g la transformation du plan c complexe privée de D telle que $g(z) = 1/\bar{z}$. On note (H') l'image de (H) par g et $z = r_e it$; $(r,t) \in R^2$.

a-Démontrer que le point M d'affixe z= x+iy est un point de (H) si x= ½ ($\sqrt{\cos 2t}$. $\cos t$) et y= -½ ($\sqrt{\cos 2t}$. $\sin t$) ;

b-Pour quelle valeur de b, (H') passe t-il par I (-½ ;0)

c-Etudier l'intersection de (H) et (H').

Problème 7 :

Le plan est orienté. On considère le carré ABCD de sens direct de centre 0 ; les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des cotés $[AB]$; $[BC]$; $[CD]$ et $[DA]$.

H_1 et H_2 sont les homothéties respectivement de centre A et B, puis de rapport $K_1=2$ et $K_2= ½$.

R_1 et R_2 sont deux rotations de centre respectifs A et B et d'angle de mesure commune $\pi/2$.

Partie A :

1-a. Reconnaitre et caractériser chacune des applications $f_1=H_1 o H_2$ et $f_2=R_1 o R_2$;

b. Donner la nature exacte de l'application $g=H_1 o R_1 o H_2 o R_2$, puis caractériser g. On rappelle que la composée d'une homothétie et d'une rotation de même centre est commutative.

2- Vérifier que $h_1=R o S_{BC}$ et $h_2=t_{\overrightarrow{AC}} o S_{IK}$ où R est la rotation de centre O et d'angle $\pi/2$; S_{BC} et S_{IK} les réflexions sont deux symétries planes glissées.

Partie B :

1-Soit S la similitude plane directe laissant le point B invariant et transforme D en A.

a-Caractériser complètement S ;

b-Déterminer l'image c' de c par S ;

2-Soit (Mn), n ϵ NN; une suite de point M_n du plan définie telle que : $\begin{cases} M_1 = C \\ M_{n+1} = S(M_n) \end{cases}$

a-Construire les points M_2, M_3, M_4 et M_5 ;

b-calculer en fonction de BC^2 et de n, la distance :

$d_n = M_2M_1^2 + M_3M_2^2 + M_4M_3^2 + \ldots + M_nM_{n-1}^2$

c-Calculer la limite de d_n quand n tend vers $+\infty$, puis déduire la convergence de la suite (d_n).

Problème 8 :

ABCD et DEFG sont des carrés de sens direct tels que E est milieu de $[CD]$. Pour les besoins de la figure, le carré ABCD sera tracé de façon que les segments $[AB]$ et $[DC]$ dans cet ordre soient verticaux. On prendra AB=6cm.

1-Soit S la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.

a-Déterminer les éléments caractéristiques de S.

b-Déterminer l'image de E par S et la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF})$.

2-On désigne par (c) le cercle de diamètre $[BD]$ et par K le point d'intersection des droites (AE) et (BF).

a-Démontrer que K appartient à (c) ;

b-En déduire que (KD) et (BF) sont perpendiculaires.

3-On désigne par (c') le cercle de diamètre $[BF]$.

a-Démontrer que K appartient à (c') ;

b-En déduire que les points C, G et K sont alignés.

4-Soit M un point du segment $[AC]$ tel que $\overrightarrow{AM} = ¼ \overrightarrow{AC}$. On désigne par P, Q, R et S les projétés orthogonaux respectifs de M sur (BC), (CD), (AD) et (AB).

a-Démontrer qu'il existe un quart de tour direct r tel que r(D)= S et r(M)= P ;

b-En déduire que les droites (MD) et (PS) sont perpendiculaires ;

c-Déterminer les nombres réels a, b et d tels que M est le barycentre des points massifs (A,a) ; (B,b) et (D,d). En déduire la position des points L et T, intersection des droites (DM) et (BM) respectivement avec (AB) et (AD).

5-On muni le plan d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OH})$ où O est le centre du carré ABCD ; on précisera la position de H.

Soit f l'affinité orthogonale d'axe (OE) et de rapport ½ ; (R) est l'image de (c) par f.

a-Déterminer la nature de (R) et ses éléments caractéristiques (centre, foyers, axe focal, sommets sur l'axe focal, excentricité et directrices) ;

b-Construire (R) ;

6-On construit extérieurement au carré ABCD, le carré de sens direct AG'F'E' tel que E' est le milieu de$[AB]$, on obtient aussi un solide formé de la juxtaposition des carrés ABCD, DEFG et AG'F'E' considéré comme plaque homogène.

a-Déterminer dans le repère $(O,\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OH})$, les coordonnées du centre d'inertie ;

b-On extrait de ce solide, la plaque BCH et on l'a fait tourner autour de (OH) ; déterminer en cm^3, le volume du solide engendré par cette rotation.

Problème 9 :

Le plan est orienté, soit ABC est un triangle tel que AC= 2AB et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})= \pi/6[2\pi]$.

On prendra AB= 3cm et AC= 6cm ; on construit à l'extérieur de ce triangle les carrés ACFG et ABDE tels que $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AG})= \pi/2$ modulo 2π et $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB})= \pi/2$ modulo 2π. K est le point tel que $\overrightarrow{GK}=\overrightarrow{AE}$.

Les droites (AK) et (BC) se coupent en I.

Les droites (AB) et (KG) se coupent en J.

Partie A :

1-Faire la figure ;

2-Démontrer qu'il existe une rotation R_1 qui transforme le triangle (ABC) en le triangle (EAK). On note Ω_1 son centre, construire Ω_1. Donner l'angle de R_1.

3-Démontrer qu'il existe une rotation R_2 qui transforme le triangle (ABC) en le triangle (GKA) ; donner l'angle de R_2. On note Ω_2 son centre, construire Ω_2.

4-a. On considère l'application $f=R_1 o R_2$, montrer que f est une translation ;

b. Calculer f(c). En déduire le vecteur de translation f.

5-Démontrer que les points A, G, J et Ω_2 sont situés sur un même cercle (c') de centre O', milieu du segment $[AG]$.

BOUANIABEKA

b-Construire (R) ;

6-On construit extérieurement au carré ABCD, le carré de sens direct AG'F'E' tel que E' est le milieu de$[AB]$, on obtient aussi un solide formé de la juxtaposition des carrés ABCD, DEFG et AG'F'E' considéré comme plaque homogène.

a-Déterminer dans le repère $(O,\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OH})$, les coordonnées du centre d'inertie ;

b-On extrait de ce solide, la plaque BCH et on l'a fait tourner autour de (OH) ; déterminer en cm^3, le volume du solide engendré par cette rotation.

Problème 9 :

Le plan est orienté, soit ABC est un triangle tel que AC= 2AB et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})= \pi/6[2\pi]$.

On prendra AB= 3cm et AC= 6cm ; on construit à l'extérieur de ce triangle les carrés ACFG et ABDE tels que $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AG})= \pi/2$ modulo 2π et $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB})= \pi/2$ modulo 2π. K est le point tel que $\overrightarrow{GK}=\overrightarrow{AE}$.

Les droites (AK) et (BC) se coupent en I.

Les droites (AB) et (KG) se coupent en J.

Partie A :

1-Faire la figure ;

2-Démontrer qu'il existe une rotation R_1 qui transforme le triangle (ABC) en le triangle (EAK). On note Ω_1 son centre, construire Ω_1. Donner l'angle de R_1.

3-Démontrer qu'il existe une rotation R_2 qui transforme le triangle (ABC) en le triangle (GKA) ; donner l'angle de R_2. On note Ω_2 son centre, construire Ω_2.

4-a. On considère l'application $f=R_1 o R_2$, montrer que f est une translation ;

b. Calculer f(c). En déduire le vecteur de translation f.

5-Démontrer que les points A, G, J et Ω_2 sont situés sur un même cercle (c') de centre O', milieu du segment $[AG]$.

BOUANIABEKA

Partie B :

On rapporte maintenant le plan au repère orthonormé direct $(A,\vec{u},\vec{v})$ avec $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=-\overrightarrow{AE}$.

Soit S la similitude plane directe de centre A qui transforme (c) et (c').

7-Donner les éléments caractéristiques de S.

8-Donner l'écriture complexe de la similitude S.

9-Exprimer x et y en fonction de x' et y'.

Partie c :

Soit (E) l'ellipse d'équation $4X^2 + Y^2 = 4$

10-Construire (E) tout en précisant son centre, ses sommets et foyers.

11-Déterminer une équation (E') image de (E) par S.

Problème 10 :

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC de centre O. Soit (c) le cercle circonscrit au triangle ABC, T la translation du vecteur $\overrightarrow{BC}$, R la rotation de centre B' d'angle $\pi/3$.

1/ S_D la symétrie orthogonale d'axe (D).

a-Déterminer les droites (D_1), (D_2) et (D_3) telle que $T= S_{D1} \circ S_{D2}$ et $R= S_{D2} \circ S_{D3}$;

b-Reconnaitre et caractériser l'application $f= T \circ R$.

2/ La bissectrice intérieur de l'angle $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CO})$ coupe les droites (AO) et (D_2) respectivement en O' et I. Soit O le symétrique de B par rapport à O'.

a-Démontrer que les points B, C, D et I sont coccycliques. Tracer le centre (Γ) qui les cotient, préciser son centre ;

b- Tracer (c) ; préciser son centre.

3/ Soit S la similitude plane directe de centre c qui transforme le cercle (c) en le cercle (Γ)

a-Déterminer le rapport K et l'angle Θ de S ;

b-Soit M un pont de (c) et M' son image par S. Démontrer que les points B, M et M' sont alignés.

4/ E est le point du plan tel que AE= AC et $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB})=\pi/6\ [2\pi]$. Soient S' la similitude plane indirecte qui laisse E invariant et transforme C en A.

a-Quel est la nature exacte du triangle EAC ;

b- Caractériser complètement S'.

5/ On définie la suite des points (M_n) $n > 0$ telle que : $\begin{cases} M_1 = C \\ \forall\ n>0,\ M_{n+1}= S'(M_n) \end{cases}$

a-Construire les points M_2, M_3, M_3, M_4 et M_5

b-Exprimer en fonction de EC et de n la distance d_n telle que :

$d_n= M_1M_2^2 + M_2M_3^2 + \ldots + M_{n-1}M_n^2$

c-Montrer que la suite (d_n) $n > 0$ est convergente et préciser sa limite.

Problème 11 :

On considère dans le plan orienté le carré ABCD de centre O et de sens direct. Soit r la rotation de centre A qui transforme D en B, et r' la rotation de centre O qui transforme C en B. Soit S la symétrie orthogonale d'axe (AB).

1-Déterminer ror'(D). Préciser la nature et les caractéristiques de l'application ror'.

2-Déterminer Sor(O) et Sor(A). Préciser la nature de l'application.

Partie B :

On rapporte le plan à un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que $\vec{\imath}= \overrightarrow{AB}/2$. Soit f l'application affine qui associe à tout point M(x,y) et M'(x',y') tel que : $\begin{cases} x'= 2y-4 \\ y'= 2x+2 \end{cases}$

1-Montrer que l'expretion analytique de S est : $\begin{cases} x'= x \\ y'= -y-2 \end{cases}$

2-Déterminer l'expression analytique de l'homothétie h telle que f= S'oh, où S'= $\begin{cases} x'= y-2 \\ y'=x+2 \end{cases}$

3-Donner la nature et les éléments caractéristiques de f.

4-On définit une suite de points (M_n) d'affixe Z_n telle que : $M_1 = A$ et $M_n = f(M_{n-1})$

a-Donner une relation entre Z_n et Z_{n-1} ;

b-Montrer que les points $M_1, M_2, \dots, M_n$ sont alignés.

Partie c :

On considère l'ellipse (E) de foyers D et B passant par A et C. Soit I et J les milieux respectifs de segments $[AB]$ et $[CD]$.

1-Construire ses sommets ;

2-Construire les points (E) situés sur les demi-droites [DI) et [BJ) ;

3-Donner une équation cartésienne de (E) puis celle de (E'), image de (E) par f.

4-Donner les éléments caractéristiques de (E) et (E') ;

5-Construire (E) et (E') dans le même repère.

Problème 12 :

Le plan P est orienté, ABCD est un carré de sens direct de centre O. I, J, K, L sont les milieux respectifs des segments $[AD]$, $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$.

1/ E est le point du plan tel que le triangle IDE soit rectangle isocèle en D et de sens direct.

Montrer que IE = AO ;

2/ En déduire qu'il existe une rotation r transformant I en A et E en O. Préciser une mésure θ de l'angle de la rotation r ;

3/ Construire Ω le centre de la rotation r ;

4/ On désigne par Ω_1 le point d'intersection des droites (IE) et (OA). Montrer que les points Ω, E, O, Ω_1 sont situés sur un cercle (c) que l'on tracera ;

5/Montrer que $A\Omega_1I\Omega$ est un carré ;

6/ Donner les caractéristiques de la similitude plane directe S qui transforme le carré ABCD en $A\Omega_1I\Omega$;

7/ Placer K'= S(K) puis L'= S(L) ;

8/ Soit $\bar{S}= h_{(Q\,,\,½)}oS_{OD}$, Q étant un point de la droite OD. Caractériser $\bar{S}$;

9/ On propose de construire Q sachant que J(c)= J

a-Montrer que si $\bar{S}$(c)= J alors $\overrightarrow{QJ}= ½\ \overrightarrow{QA}$,

b-Construire alors le point Q.

10/Soit f l'application de P dans P qui a tout point M associe M' tel que $\overrightarrow{HM'}= ½$ HM ; H étant le projété orthogonal de M sur la droite (OE)

a-Caractériser f ;

b-Tracer (c') l'image de (c) par f ;

c-Donner la nature de la courbe (c').

BOUANIABEKA

CHAPITRE VI : CONIQUES

CHAPITRE VI : CONIQUES

Exercice 1 :

Soit $t \in]0; \pi[$. On donne l'équation (E) telle que :

(E) : $\sin^2 t.\, z^2 - 4\sin t.\, z + 4 + 4\cos^2 t = 0$

1- Déterminer dans le plan complexe de repère (o, i, j) orthonormé les points M et N images respectives des solutions de (E)

2- Montrer que M et N décrive une branche d'une conique (H)

3-Construire (H) et préciser tous ses éléments caractéristiques

4-Construire l'image (H') de (H) par la similitude f de centre 0, de rapport $k = ½$ et d'axe la première bissectrice.

Exercice 2 :

1- Résoudre dans D, l'équation : $z^3 + z^2 + 2z - 4 = 0$, sachant que l'une de ses solutions est un nombre entier.

2-Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M_1, M_2, M_3 et A d'affixes respectives : $+1$; $-1 + i\sqrt{3}$ et -1.

Soit (E) l'ellipse de centre A passant par les points M_1 et M_2, son axe focal est donc l'axe des abscisses.

a-Trouver les foyers, les directrices associés et l'excentricité de (E)

b-Déterminer une équation cartésienne de (E) dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$

c-Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (E) avec l'axe des ordonnées.

Tracer (E).

CHAPITRE VI : CONIQUES

Exercice 1 :

Soit $t \in]0; \pi[$. On donne l'équation (E) telle que :

(E) : $\sin^2 t.\, z^2 - 4\sin t.\, z + 4 + 4\cos^2 t = 0$

1- Déterminer dans le plan complexe de repère (o, i, j) orthonormé les points M et N images respectives des solutions de (E)

2- Montrer que M et N décrive une branche d'une conique (H)

3-Construire (H) et préciser tous ses éléments caractéristiques

4-Construire l'image (H') de (H) par la similitude f de centre 0, de rapport $k = ½$ et d'axe la première bissectrice.

Exercice 2 :

1- Résoudre dans D, l'équation : $z^3 + z^2 + 2z - 4 = 0$, sachant que l'une de ses solutions est un nombre entier.

2-Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M_1, M_2, M_3 et A d'affixes respectives : $+1$; $-1 + i\sqrt{3}$ et -1.

Soit (E) l'ellipse de centre A passant par les points M_1 et M_2, son axe focal est donc l'axe des abscisses.

a-Trouver les foyers, les directrices associés et l'excentricité de (E)

b-Déterminer une équation cartésienne de (E) dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$

c-Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (E) avec l'axe des ordonnées. Tracer (E).

Exercice 3 :

1- (Γ) est la courbe d'équation $3x^2 + 2y^2 - 12x + 4y + 8 = 0$. Démontrer qu'il existe un point o' tel que dans le repère $(o' ; \vec{i} ; \vec{j})$ la courbe (Γ) est une équation de la forme : $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma = 0$.

2-Déduire que la courbe (Γ) est une conique dont on précisera la nature et dont on déterminera le centre, les axes, les sommets, un foyer et la directrice associée, les asymptotes évntuelles.

3-Déterminer de même les courbes d'équations :

a) $x^2 - 2y^2 + 6x + y + 8 = 0$

b) $x^2 + 4y^2 + 2x + 4y - 2 = 0$

c) $-9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 29 = 0$

d) $9x^2 + 4y^2 + 18x + 18y - 23$

Exercice 4 :

Soit P un plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé (o, i, j). A tout réel m, on associe l'ensemble (C_m) de points M(x, y) dont les coordonnées vérifient l'équation :

$mx^2 - 4mx - (m - 1)y + 2 = 0$.

Etudier, suivant les valeurs de m, la nature de (C_m).

Exercice 5 :

Soit φ un paramètre réel vérifiant $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$, on considère l'équation (E) : $z^2 - \frac{2z}{\cos\varphi} + \frac{5}{\cos^2\varphi} = 4$

a-Trouver les solutions z' et z'' de l'équation (E) dans le corps C des nombres complexes.

b-Soit M' et M'' les images de z' et z'' dans le plan complexe. Montrer que M' et M'' décrivent, quand φ varie $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ une branche d'hyperbole que l'on dessinera.

Exercice 6 :

Soit M le point d'affixe Z.

1-a.Démontrer que l'ensemble des points M tels que $Z^{-} + Z + 4 = 0$ est une droite (D).

b. Démontrer que pour tout point M, la distance de M à (D) est ½ [Z + Z + 4]

2- Démontrer que pour tout point M tels que $\left|\frac{z-1-i}{\bar{z}+z^{\circ}4}\right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$ est une ellipse dont on précisera un foyer, une directrice et l'excentricité.

Exercice 7 :

On désigne par A et B et M les points d'affixe $Z_A = -2$; $Z_B = -1 + i$ et Z

Pour $Z \neq -2$, on pose $Z' = \frac{iz+1+i}{Z+2}$

1-Interpréter géométriquement le module et un argument de Z'

2-Déterminer et tracer l'ensemble (E) des points M tels que $|Z| = 1$

3-Déterminer et tracer l'ensemble (F) des points M tels que Z'ait pour argument $\frac{\pi}{2}[2\pi]$

4-Déterminer et tracer l'ensemble (G) des points M tels que : arg $(Z' + 1) = \frac{3\pi}{4}[2\pi]$

Exercice 8 :

Dans le plan P muni du repère orthonormé (o, i, j).

On définie les points A(1, 0) ; B($\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$) ; C($\frac{3}{2}$,- $\frac{1}{2}$) et la droite (D) dont une équation est x = 1

1-Déterminer les coordonnées du point G tels que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AB}$.

Quelle est la nature du quadrilatère ABGC ?

2-On note (Γ) l'ensemble de points M du plan P de coordonnées (x, y) qui vérifient la relation :

$-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2(x-1)^2$

a-Montrer que B et C appartiennent à (Γ)

b-Montrer que (Γ) est l'ensemble de points tels que : $MG = \sqrt{2}\, d(M, D)$ où d(M, D) désigne la distance de M à la droite (D)

c-En déduire la nature de (Γ) et préciser ses éléments remarquables. Représenter (Γ) dans le repère (o, i, j)

Exercice 9 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit (D) la droite d'équation $x = 6$ et F le point de coordonnées (8, 0).

Soit Θ un nombre rée tel que $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$. On désigne par (Γ_0) l'ensemble des points M du plan tel que $\frac{MF}{MH} = \frac{1}{cos\theta}$ où H est le projeté orthogonal de M sur (D).

1-Préciser la nature de (Γ_0) suivant les valeurs de Θ

2-Construire la courbe (Γ_0) correspondant à $\Theta = 0$

3-a.Ecrire une équation de $(\frac{\Gamma Л}{6})$ correspondant à $\Theta = \frac{\pi}{6}$

b.Préciser les éléments caractéristiques de cette courbe (foyers, sommets, éléments de symétrie, asymptotes)

4-Soit (C) le cercle de centre 0 et de rayon 10.

a-Ecrire une équation cartésienne de la courbe (E) transformé de (C) par l'affinité orthogonal d'axe la droite d'équation $y = 0$ et de rapport $\frac{3}{5}$.

b-Préciser les foyers de (E). En déduire que les tangentes à $(\frac{\Gamma Л}{6})$ et à (E) aux points d'intersection de ces courbes sont perpendiculaires.

Exercice 10 :

Soit (E) l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$

Déterminer une équation de l'hyperbole ayant pour sommets les foyers de (E) et pour foyers les sommets de (E) situés sur l'axe focal.

Exercice 11 :

Soit (H) l'hyperbole d'équation : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$

Déterminer une équation de l'ellipse ayant pour foyer les sommets de (H) et pour excentricité $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Exercice 12 :

Soit (Γ) l'ensemble des points M(x, y) tels que : $y^4 - 9 = 9x^4 - 18x^2$

Démontrer que (Γ) est la réunion de deux coniques dont on déterminera la nature et les éléments caractéristiques.

Exercice 13 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer et tracer l'ensemble (Γ) des points M(x, y) tels que :

a) $4x^2 + y/y/ = 9$ b) $25x/x/ + 16y^2 = 64$

c) $4x/x/ + 9y/y/ = 144$ d) $9y^2 = /4x^2 - 16x/$

Exercice 14 :

Soit P le plan rapporté au repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ unité graphique : 4cm.

a-Déterminer l'ensemble E des points P dont l'affixe Z vérifie : $10Z\bar{Z} + 3(Z^2 + \bar{Z}^2) = 4$.

Indiquer ses foyers F et F' ainsi que ses directrices

b-Soit f la composée de l'homothétie de centre O et d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}[2\pi]$

Déterminer l'équation de (E') image de (E) par f.

Exercice 15 :

Dans le plan rapporté à un repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère l'ensemble (C) des points M (x, y) vérifiant la relation : $y^4 = 16(x^4 - 2x^2 + 1)$.

a-Montrer que (C) est la réunion de deux coniques

b-Désigner ces deux coniques après avoir préciser leurs axes, sommets, foyers et leurs asymptotes éventuelles.

Exercice 16 :

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \sqrt{\frac{2-x^2}{2}}$

1-a.Etudier les variations de f

b.Tracer la courbe (cf) représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Unité 2cm

c.En déduire la construction de l'ensemble (E) des points de (P) de coordonnées (x, y) telles que $x^2 + 2y^2 - 2 = 0$

2-Soit A le point de coordonnées (0, 2), M un point quelconque de (P) et m son projeté orthogonal sur l'axe des abscisses

a-Déteminer une équation cartésienne de l'ensemble (Γ) des points de (P) tels que :

$MA^2 + Mm^2 = 4$

b-Démontrer qu'il existe une transformation ponctuelle simple qui permet de passer de (E) à (Γ). Quelles sont les points communs à (E) et (Γ) ?

3-Soit T la transformation ponctuelle qui a tout point M(x, y) fait correspondre le point M'(x' ; y')

tel que : $\begin{cases} x' = \frac{x}{x-1} \\ y' = \frac{y}{x-1} \end{cases}$ $avec\ x \neq 1$

a-Montrer que T est involution ($ToT = id_{(P)}$)

b-Démontrer que les points O, M et M' sont alinés

c-Déterminer une équation de (E') image de (E) puis (E') dans le même repère que (E).

Exercice 17 :

Soit (P) un plan affine euclidien orienté et (o, u, v) un repère orthonormé direct de P.

BOUANIABEKA

A tout point complexe Z ; $Z = x + iy$. On associe le point M de coordonnée (x, y) dans le repère R. Le nombre complexe conjugué de Z est noté $\bar{Z}$.

Soit (E) l'ensemble de points $M(x, y)$ de (P) dont l'affixe Z vérifie la relation

$2/Z/^2 - \frac{i}{2}(Z^2 - (\bar{z})^2) = 1.$

Soit R la rotation affine de centre O dont une mesure de l'angle est $\frac{\pi}{4}$ en radian. Soit (E') l'image de (E) par R.

1-Résoudre dans Z^2, l'équation $34X - 15Y = 0$

2- Résoudre dans Z^2, l'équation (E) : $45X - 28Y = 0$

CHAPITRE VII : ARITHMETIQUE

CHAPITRE VII : ARITHMETIQUE

Exercice 1 :

Résoudre dans Z^2, l'équation $x + 11y = 203$

Exercice 2 :

1-En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer deux entiers naturels x et y tels que

$45x - 28y = 1$

2-Résoudre dans Z^2, l'équation (E) : $45x - 28y = 1$

3-Résoudre dans Z^2, l'équation (E') : $45x - 28y = 1$

Exercice 3 :

1-Démontrer, en utilisant l'algorithme d'Euclide, que 271 et 564 sont premiers entre eux.

2-En déduire deux entiers relatifs U et V tels que $564U + 271V = 1$.

Exercice 4 :

On se propose de résoudre dans Z^2, l'équation (E) : $34x - 15y = 2$

1-Résoudre dans Z^2, l'équation (E') : $-15y = 0$

2-Déterminer une solution $(x_0 ; y_0)$ de (E)

3-Résoudre (E).

Exercice 5 :

Résoudre dans Z, les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x = -1\ [34] \\ x = 1\ [15] \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 1[3] \\ x = 2[7] \end{cases}$

Exercice 6 :

Résoudre dans N^2, les systèmes d'équations suivantes :

a) $\begin{cases} PGCD\ (x;y) = 12 \\ x + y = 60 \end{cases}$ b) $\begin{cases} PGCD\ (x;y) = 354 \\ x + y = 5664 \end{cases}$ c) $\begin{cases} PPCM\ (x;y) = 168 \\ x - y = 1008 \end{cases}$

Exercice 7 :

1-Déterminer le reste de la division euclidienne de 7^{2002} par 9.

2-Déterminer suivant les valeurs de n, le reste de la division euclidienne de 5^n par 3, ($n \in N$).

3-Déterminer le reste de la division euclidienne de 19^{52} par 8.

4-Prouver que $13^{68} = 1[5]$

5-Déterminer le reste de la division euclidienne de 5^n par 7.

Exercice 8 :

1-Quel est le reste de la division euclidienne par 4 du nombre 35^{2005}.

2-a.Déterminer le reste de la division euclidienne de 11^{1999} par 7.

b.Plus généralement, déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n, le reste de la division euclidienne de 11^{1999} par 7.

Exercice 9 :

1-a.Montrer que les équations $x^2 = -1[25]$ et $x^2 = -1 + 25k$ où $k \in Z$ sont équivalentes.

b.Pour $k = 2$, résoudre dans Z, l'équation $x^2 = -1[25]$.

2-a.Trouver suivant les valeurs de l'entier n, les restes de la division euclidienne de

$2^n - 4$ par 5.

b.En déduire le reste de la division euclidienne de $2^{2010} - 4$ par 5.
Que peut-on alors dire de la divisibilité de $2^{2010} - 4$ par 5.

Exercice 10 :

1-L'équation $2x^2 - 2x + 1 = 0$ a – t – elle des solutions dans R ? et dans Z ?

2-On s'intéresse à l'équation (E) : $2x^2 - 2x + 1 = 0[5]$.

Vérifier que -1, 2 et 4 sont des solutions de (E).

3-Montrer que l'équation (E) est équivalentes aux équations (E_K) de la forme

$2x^2 - 2x + 1 - 5k = 0$.

4-Déterminer toutes les solutions de (E).

Exercice 11 :

On considère la suite définie par $V_0 = 1$; $V_1 = 2$ et $\forall n \in N$, $V_{n+2} + V_{n+1} - 6V_n = 0$.

1-a.Démontrer que $\forall n \in N^*$, $V_n = 5^{n-1}V_1[6]$

b.En déduire les restes dans la division euclidienne de V_n par 6 suivant les valeurs de n.

2-Soit $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_n$

a-Démontrer que les restes dans la division euclidienne de S_n par rapport à 6 suivant n.

b-En déduire le reste dans la division eucludienne de S_{1958} par 6.

Exercice 12 :

On considère la suite définie par $V_0 = 1$ et $\forall n \in N$, $V_{n+1} - 4V_n + 6 = 0$.

1-a.Démontrer que $\forall n \in N^*$, $V_n = V_{n+1}[6]$

b.En déduire que (V_n) est périodique dans la division eucludienne par 6.

2-a.Déterminer le reste dans la division euclidienne de 4^n par 6 suivant les valeurs de n.

b.Démontrer que $\forall n \in N$, $V_n = 4^n[6]$

3-Soit $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$

a-Déterminer le reste dans la division euclidienne de S_n suivant les valeurs de n.

b- En déduire le reste dans la division euclidienne de S_{1956} par 6.

Exercice 13 :

On considère la famille (S) des suites (V_n) de premiers termes V_0 et V_1 définies pour tout $n \in N$ par $V_{n+2} + V_{N+1} - 6V_n = 0$.

1-a.Déterminer les sous suites géométriques (a_n) et (b_n) de (S) de premier terme 1.

b.Démontrer que la suite (U_n) définie pour tout $n \in N$ par :

$U_n = \alpha\, a_n + \beta\, b_n$ est un élément de (S), α et β étant des réels.

2-a.Déterminer les réels α et β tels que (α, β) soit solution de l'équation : $8\alpha - 27\beta = -11$.

b.Déterminer l'entier k relatif pour que le couple $(110+27k ; 33+8k)$ soit solution de l'équation $4\alpha + 9\beta = 17$

c.En déduire les valeurs des entiers relatifs α et β pour lesquelles $U_2 = 17$ et $U_3 = -11$.

d.Démontrer que $\forall n \in N$, $U_n = 3.2[5]$

e.En déduire le reste de la division euclidienne de U_{1956} par 5.

Exercice 14 :

1-Résoudre dans l'ensemble Z^2, l'équation $(a-b)(a+b) = 85$

2-Résoudre dans l'ensemble Z^2, le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5440 \\ pgcd\,(x;y) = 8 \end{cases}$$

NB : Pour cela, on pourra poser $a=\frac{x}{8}$ et $b=\frac{y}{8}$

Exercice 15 :

Démontrer que pour tout entiers naturel n, on a :

a- $5^{2n} - 3^n$ est divisible par 11.
b- $7n - 1$ est divisible par 6
c- $3^{2n} - 2$ est divisible par 7
d- $3\times5^{2n+1}$ est divisible par 17. (On pourra utiliser les convergences)

BOUANIABEKA

CHAPITRE VIII : PROBLEMES D'ANALYSE

CHAPITRE VIII : PROBLEMES D'ANALYSE

Problème 1 :

On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x-2}{2-x} \text{ si } x \leq 0 \\ f(x) = \frac{1-2\cos x}{\cos x} \text{ si } > 0 \end{cases}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.
3) Etudier les variations de f.
4) a-Montrer que la droite (D) d'équation y=-x-3 est asymptote oblique
b- Tracer la courbe de f sur $]-\infty; 2\pi]$.
5) Soit g la restriction de f à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$.
a)Montrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} dont on dressera le tableau de variation.
b-Calculer $(g^{-1})\left(-2+\sqrt{2}\right)$ et $(g^{-1})'\left(-2+\sqrt{2}\right)$.
c)Montrer que g^{-1} *est derivable sur* $]-1; +\infty[$,
d) Montrer que $\forall x \epsilon]-1; +\infty[, (g^{-1})'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x^2+4x+3}}$ puis vérifier le résultat obtenu en b).
e)Tracer (C') courbe de g^{-1}dans le meme repère que la courbe de f.

Problème 2 :

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = 2 - \sqrt{x^2-1} \text{ si } x < -1 \\ f(x) = 2(1+\sin\pi x), \text{si} -1 \leq x \leq 1 \\ f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2-1} \text{ si } x > 1 \end{cases}$

1) Préciser l'ensemble de définition E_f de f.
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en x_0 =-1 et en x_1 =1.
3) a-Etudier les variations de f.
b-Montrer que la courbe (C)de f admet sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ un point d'inflexion A dont on déterminera les coordonnées.
c)Montrer que l'équation f(x)=0 admet sur $]-3; -2[$ une solution α .
4) Tracer la courbe (C).
5) Soit g la restriction de f à l' intervalle $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

a-Montrer que g admet une bijection réciproque notée g^{-1} dont on dressera le tableau de variations .

b-Calculer $g^{-1}(3)$ $et (g^{-1})'(-3)$.

c)Montrer que $\forall x\epsilon]2;4[$, $(g^{-1})'(x) = -\frac{1}{\pi\sqrt{-x^2+4x}}$, puis vérifier le résultats de la question précédente (on pourra utiliser la relation $\sin^2\pi x + \cos^2\pi x = 1$) .

d) Tracer (C'), La courbe de g^{-1} dans le même repère que (C).

Problème 3 :

Partie A :

Soit f la fonction g définie sur $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ par g(x)=-x+2sinx.

On note (C) la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormé. Unité 2cm.

1) Etudier les variations de g sur $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$.

2) Déterminer une équation cartésienne de chacune des tangentes (T_1) et (T_2) à la courbe (C) de g aux points d'abscisse $-\frac{\pi}{2}$ et 0.

3) Tracer la courbe (C) de g.

Partie B:

On considère la fonction f à variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = -g(x) \text{ si } x\epsilon\left[-\frac{\pi}{2};0\right] \\ f(x) = \frac{\sin x}{1-\sin x} \text{ si }]0;\frac{\pi}{2}[\end{cases}$$

(r) désigne la courbe de f dans le plan.

1) a-préciser l'ensemble de E_f de f.

b-Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0=0$.

3) Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.

4) Tracer (r) dans le même repère que (C).

Partie C :

Soit h la restriction de f sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$.

1)a-Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on dressera le tableau de variations

b-Sans expliciter h^{-1} ,calculer $h^{-1}(1)$ et $(h^{-1})'(1)$.

c-Montrer que h^{-1} est dérivable sur $]0; +\infty[$ et $\forall x \epsilon]0; +\infty[$, $(h^{-1})'(x)=\frac{1}{(x+2)\sqrt{1+2x}}$ puis vérifier le résultat obtenu en b-).

d-Tracer (C'), la courbe de h^{-1}dans repère précédent.

Problème 4 :

Partie A :

Soit P le polynôme définit par $P(x)= x^2 - ax + 1$. Déterminer les valeurs du réel a pour lesquelles :

1-$\forall x \in R$, $P(x)> 0$

2-P(x) admette une racine double que l'on déterminera.

Partie B :

Soit g_a la fonction définie, continue et dérivable sur $]0; +\infty[$ par : $g_a= a\ln(x) + \frac{1}{x} - x$

où $a \in [-2; 2]$ et on note (Ca) la courbe représentative de g_a dans le plan muni d'un repère orthonormé (o ; i ; j). Unité graphique 2cm.

1-Démontrer que $\forall x \in]0; +\infty[$ $g'_a(x) \leq 0$

2-Dresser le tableau de variation de g_a pour $a \in [-2; 2]$, $a= 2$ et $a= -2$.

3-Etudier suivant les valeurs de a le signe de g_a sur $]0; 1[$.

BOUANIABEKA

Partie C :

1-Dresser le tableau de variation de la fonction r définie, continue et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $r(x)= 2\ln x - x$ puis démontrer que la courbe (H) de r est une asymptote à la courbe (C_2).

2-Construire les courbes (C_2) et (H) dans le même repère.

Partie D :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I=]0; 1[$ par $f(x)=\int_0^x \frac{t\,lnt}{t^2-1}\,dt$

1-Déduire du signe g_a sur I que $\forall x \in I, 0 < \frac{xlnx}{x2-1} < \frac{1}{2}$; $0< f'(x) < ½$ et $0< f(x) < ½$.

2-Soit h la fonction définie sur I de manière suivante $\forall x \in I$; $h'(x)= f'(x)$ et $0< h(x) < ½$.

Démontrer que l'équation $h(x)= x$ admet une solution unique x_0 appartenant à I.

3-Soit (U_n) la suite numérique définie par $U_0= 1/3$ et $\forall n \in N$; $U_{n+1}= h(Un)$

a-Démontrer que $\forall n \in N$; puis $0< U_n < ½$ puis $|U_{n+1}-X_0| \leq |U_n-X_0|$

b-Démontrer que $\forall n \in N$; $|U_n-X_0| \leq (\frac{1}{2})^n |U_0 - X_0|$

c-En déduire que (Un) est convergent et calculer sa limite.

d-Déterminer le plus petit entier n_0 pour que U_{no} soit une valeur approchée à 10^{-2} près de X_0.

Problème 5 :

Soit f_K la fonction numérique à variable réelle x définie par $f_K(x)= \frac{1}{e^{-kx}+e^{(1-k)x}}$; $k \in N$

On désigne par (C_K) la courbe de (F_K) dans un plan repère orthonormé unité 4cm.

Partie A :

1-Etablir selon les valeurs de K, le tableau de variation de f_K.

(On distinguera les cas $k= 0$; $k= 1$ et $k\geq 2$)

BOUANIABEKA

2-Montrons que, quand k décrit N, toutes les courbes (C_K) passent par un point fixe P que l'on précisera les coordonnées.

Partie B :

1-Vérifier que pour tout réel x $f_0(-x)= f_1(x)$ que peut- on déduire pour les courbes (C_0) et (C_1).

2-Montrer que (C_0) admet un point d'inflexion que l'on précisera. Donner une équation de la tangente à (C_0) en ce point.

3-Montrer que P est un centre de symétrie pour la courbe C_0. Construire (C_0) et (C_1) dans un repère.

Partie C :

1-Déduire que la partie A, le tableau de variation de f_2.

2-Montrer que f_2 réalise une bijection da R vers un ensemble E que l'on précisera ssi ω sa réciproque sans expliquer $\omega(x)$, donner le tableau de variation de ω.

3-Donner une équation à la tangente à (C_2) en $h_0= 0$ et une équation de la tangente à (C_2) en

$X_0= 0$ et une équation de la tangente à (C_2) en $h_0= 0$ et une équation de la tangente à la courbe (2) de ω au point Q(½ ; 0)

4-Construire les courbes (C_2) et (Γ) dans un même repère , distinct de la partie B.

Problème 6 :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé (o, i, j).

Partie A :

On considère g à variable réelle x, définie continue et dérivable sur l'intervalle I=]2, +∞[par

$g(x)= \frac{x}{x-2} + \ln(x-2)$

BOUANIABEKA

1-Démontrer que $\forall\ x\ \in I.\ g'(x)=\frac{x-4}{(x-2)^2}$

2-Dresser le tableau de variation de g sur I.

3-En fonction que $\forall\ x \in I, g(x)\geq 2+\ln 2$

Partie B :

$$\begin{cases} f(x)= x^2 \ln(x-2) & \text{si } x > 2 \\ f(x)= \cos \pi n & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ f(x)= x^2\ln(-x-2) & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans (o, i, j).

4-Démontrer que f est une application sur R.

5-Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0= 2$

6-Etudier la dérivabilité la dérivabilité en $x_0= 2$

7-Etudier la parité de f

8-En déduire un ensemble d'étude de f.

9-Démontrer que $\forall\ x > 2$; $f'(x)= x_9(x)$

10-Dresser le tableau de variation de f sur R^+

11-Etudier les branches infinies de (C) sur R^+

12-Construire la courbe (C) dans le repère (o ;i, j)

Partie C :

Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I=]2;\ +\infty[$. On désigne par (H)sa courbe dans le repère (o ; i ; j)

BOUANIABEKA

13-Démontrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} définie sur R

14-Démontrer que h^{-1} est dérivable en $y_0 = 0$

15-Enoncer la formule permettant de calculer $(h^{-1})'(0)$

16-Calculer alors $(h^{-1})'(0)$

17-Démontrer que la droite d'équation $y = \frac{1}{e}x + 3$ est une tangente à la courbe de (h^{-1}) au point d'abscisse 0.

18-Construire la courbe de (h^{-1}) dans le même repère que (H).

Problème 7:

Partie A :

On considère les fonctions f et g définie par :

$f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1|$ et $g(x) = x - \ln x$

1-Dresser le tableau de variation de f

2-Déterminer le signe de f(x) sur $[-1; +\infty[$

3-En déduire que : $\forall x \in [0; +\infty[, x - \ln(x+1) \leq \frac{x^2}{2}$

$$\forall x \in [0;1] x - \ln(x+1) < \frac{x}{2}$$

4-Démontrer que $\forall x \geq 1$, $g(x) \geq 1$.

5-Démontrer que la courbe (C) de f admet deux points d'inflexion A et B.

6-Prouver que sur $]-\infty; -1[$ (C) coupe l'axe des abscisses en un point unique dont l'abscisse $x_0 \in]-2; -1[$

7-Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-1;\ +\infty[$

a-Montrer que h admet une réciproque notée h^{-1} dont on dressera le tableau de variation

b-Montrer qu'il existe un réel $a \in]0;\ 2[$ tel que $h'(a) = \ln\sqrt{3}$ en utilisant le théorème des)

c-En déduire qu'il existe un réel $b \in]0, ln\ 3[$ tel que $(h^{-1})'(b) = \frac{2}{ln\ 3}$

d-(C') désigne la courbe de h^{-1}. Tracer (C) et (C') dans un repère (o ; i ; j) du plan.

Parie B :

Dans cette partie on pourra utiliser les résultats de la partie A.

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = \alpha \\ U_{n+1} = U_n - \ln(U_n) \end{cases}$

1-a.Démontrer que $\forall\ n\ \in N, U_n \geq 1$.

b.En déduire le sens de variation de la suite U_n.

Problème 8 :

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(o\ ;\ \vec{u}, \vec{v})$: $\|i\| = \|j\| = 2$ cm.

Partie A :

On considère la transformation S du plan dans lui-même par $Z' = -½(1-i)\ \bar{Z} + ½\ (1-i)$

1-Reconnaître et caractériser S.

2-Soit (C) la courbe d'équation $y = f(x) = x + 1 + e^{2x+1}$ définie sur l'intervalle $]-\infty; -2]$

a-Etudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;-2]$

3-Construire la courbe (C) sur l'intervalle $]-\infty;-2]$ après avoir précisée la branche infinie.

Problème 9 :

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x)= 2e^{x+1} - x^2 - 2x - 2 & \text{si } x < 1 \\ f(x)= 1 + \sin^3 \pi x & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ f(x)= x + \ln\left(\frac{1+X}{2X}\right) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé

(o, i, j) unité graphique 2cm.

1-Déterminer l'ensemble de définition Ef de f.

2-Etudier la continuité et la dérivabilité de f en x= -1 et x'=1

3-Etudier la variation de f

4-Montrer que l'équation f(x)= 0 admet deux solutions l'une notée x_0 que l'on précisera et l'autre notée φ, avec $\in]-2;\ -1]$.

5-Montrer que la parabole (P) d'équation $y= -x^2-2x-2$ est asymptote à (C) et préciser l'autre asymptote.

6-Tracer (C) et (P).

7-Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité les droites d'équations à (C) y= 1 ; x= 1 et x= 0

8-On définit l'application $g= hoS_X$ où h est l'homothétie de centre O et de rapport 2, S_X est la symétrie orthogonale d'axe la droite d'équation y= x(Γ) désigne la restriction de (C) à l'intervalle[0; 1].

a-Caractériser g

b-Construire S' ; A' ; I' ; B' les images par g de S(0, 1) ; A(½, 2) ; I (1, 0) ; B(1, 1)

c-Tracer (Γ') l'image de (Γ) par g

d-Déduire l'aire du domaine limité par (Γ') les droites (J'B') ; (OJ') ; (OI').

FIN