

Physique Chimie 2BAC

Cours et exercices d'applications



**Programme Marocain de l'Enseignement
Secondaire Qualifiant**

TOME 1

AVANT – PROPOS

Ce cours a été développé à la base des documents (cours, séries d'exercices, contrôles...) publiés dans les sites internet et les groupes/pages des réseaux sociaux Facebook et WhatsApp, par les professeurs :

MOUNA Hamou

JENKAL Rachid

BABA El Houssine

CHRIKI Zakaryae

Il représente donc un élément indispensable aux élèves de la deuxième année Baccalauréat dans la matière Physique-Chimie, toutes les filières.

Pr. EL AAMRANI Abdelaziz



APPROUVÉ

Sommaire

Physique

- 1_ Les ondes mécaniques progressives
- 2_ Les ondes mécaniques progressives périodiques
- 3_ Les ondes lumineuses
- 4_ Décroissance radioactive
- 5_ Noyaux, masse et énergie
- 6_ Le dipôle RC
- 7_ Le dipôle RL
- 8_ Les oscillations libres dans un circuit RLC série

Chimie

- 1_ Transformations rapides et transformations lentes
- 2_ Suivi temporel d'une transformation chimique -Vitesse de réaction
- 3_ Transformations chimiques s'effectuant dans les deux sens
- 4_ Etat d'équilibre d'un système chimique
- 5_ Transformations chimiques liées aux réactions acido-basiques dans une solution aqueuse

Physique

Chapitre 1

Les ondes mécaniques progressives

Situation-problème :

Une pierre tombant sur la surface d'un étang provoque des vagues circulaires qui se propagent à la surface de l'eau.
Un tremblement de Terre engendre des secousses sismiques parfois dévastatrices, qui se propagent dans l'écorce terrestre.

Ce sont deux exemples d'ondes mécaniques.

- Qu'est-ce qu'une onde mécanique ?
- Quels sont les différents types d'ondes mécaniques ?
- Quelles sont les caractéristiques de la propagation d'une onde progressive ?

I – Les Ondes mécaniques progressives

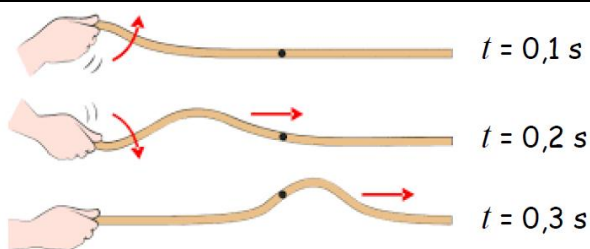
1- Définitions :

- ✍ Les ondes mécaniques sont des ondes progressives qui nécessitent un milieu de propagation (corde, ressort, la surface de l'eau, l'air...).
- ✍ Une perturbation est une variation d'une propriété mécanique (position, vitesse, énergie) d'une partie d'un milieu matériel.
- ✍ Un milieu est dit élastique (compressible et expansible), si il est capable de reprendre sa forme initiale après avoir subi le passage de la perturbation.

Que se passe-t-il lorsqu'on crée une perturbation dans les milieux élastiques suivants : corde, ressort et eau ?

Activité 1 : expérience avec une corde

- On déplace rapidement l'extrémité d'une corde de bas en haut.
- La perturbation se propage le long de la corde de la gauche vers la droite.
- Le phénomène que l'on observe s'appelle une onde mécanique.



❖ **Exploitation :**

1. Quelle est la source de la perturbation ? Combien de temps environ dure la perturbation ?
2. Quel est l'état de la corde une fois la perturbation passée ?
3. On imagine une petite fourmi posée sur la corde (point noir en particulier sur le dessin ci-dessus). Quel est le mouvement de la fourmi lorsqu'elle est affectée par le passage de la perturbation ? Au final, la fourmi s'est-elle déplacée selon la direction de propagation de la perturbation ?
4. En utilisant les définitions ci-dessous, dire si l'onde se propageant le long de la corde est longitudinale ou transversale ?

✍ **Une onde** est **transversale** : si la direction de la perturbation (direction de mouvement des points du milieu) est perpendiculaire à la direction de propagation.

✍ **Une onde** est **longitudinale** : si la direction de la déformation (ou perturbation) est parallèle à la direction de la propagation.

5. En utilisant une animation, créer une perturbation sur la corde et à l'aide des outils à disposition, déterminer la «vitesse» de propagation de la perturbation sur la corde. Bien expliquer, par écrit, la démarche, les mesures réalisées et poser proprement les calculs.

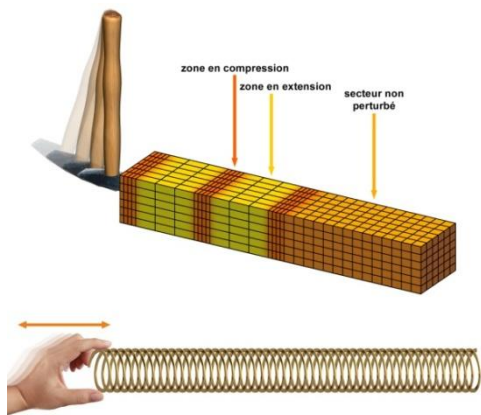
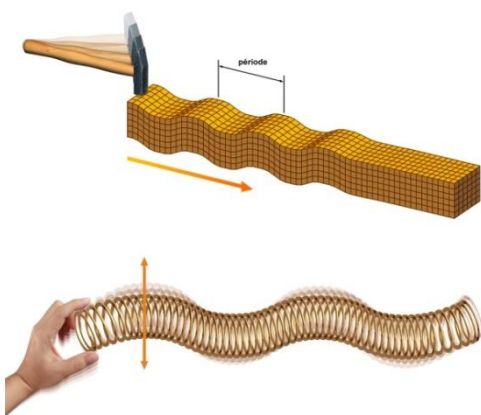
Remarque : Puisque la propagation s'effectue sans transport de matière, on préfère utiliser le mot célérité de l'onde.

Activité 2 : expérience avec un ressort

- On tend un ressort le long d'une table horizontale et on déplace rapidement l'une de ses deux extrémités le long de l'axe du ressort de façon à comprimer quelques spires.
- A l'aide d'une vidéo ou d'une animation, observer le mouvement.

❖ Exploitation :

- Expliquer pourquoi on peut dire que cette vidéo (ou animation) illustre le cas d'une onde mécanique.
- Comparer la direction du mouvement d'une spire à celle de la propagation. Quel qualificatif peut-on attribuer à cette onde progressive ?
- A l'aide des deux figures ci-dessous qui illustrent le principe de propagation des ondes sismiques P et S, préciser à quel type d'onde appartiennent les ondes sismiques de type P et de type S ?

Principe de propagation d'une onde P	Principe de propagation d'une onde S
	

Activité 3 : expérience à la surface de l'eau

- On provoque, au milieu d'une cuve contenant une faible épaisseur d'eau au repos, une déformation de la surface du liquide en laissant tomber une goutte d'eau.
- Une onde circulaire se propage dans toutes les directions de la surface de l'eau.



❖ **Exploitation :**

1. Proposer une expérience qui met en évidence :
 - Le fait qu'il n'y a pas de déplacement de matière pendant la propagation de cette onde.
 - Le fait que cette onde est transversale.
2. Schématiser et réaliser cette expérience chez vous. La filmer.

Activité 4 : L'onde sonore**Manipulation 1 :**

- Sous une cloche à vide, poser un téléphone portable diffusant de la musique.
- Régler le volume pour que l'on entende de la musique une fois la cloche posée sur le plateau.
- Faire le vide sous la cloche (mettre en marche le compresseur).

Manipulation 2 :

- On place une bougie allumée devant la membrane verticale d'un haut-parleur.

❖ **Exploitation :****Manipulation 1 :**

1. Qu'observe-t-on après la mise en marche du compresseur ?
2. Le son se propage-t-il dans le vide ?
3. Que peut-on dire de la nature de l'onde sonore ?

Manipulation 2 :

4. Comparer l'aspect de la flamme lorsque le haut-parleur émet un son et lorsqu'il n'émet pas.
5. Quel est le milieu de propagation des ondes sonores ?
6. Comment peut-on qualifier les ondes sonores ?

2- Conclusion :

- ✍ **La source de l'onde S :** C'est l'endroit où l'on crée une perturbation (le premier point qui se met en mouvement)
- ✍ Chaque point M du milieu matériel reproduit la même perturbation que la source S mais avec un retard.
- ✍ **Un milieu élastique** est un milieu qui reprend sa forme initial après le passage de l'onde mécanique
- ✍ Si l'onde a besoin d'un milieu matériel pour se propager on dit que c'est une onde mécanique
- ✍ Le terme **{Progressive}** indique que la transmission du phénomène s'effectue de proche en proche. En effet, chaque point du milieu atteint par la perturbation exerce les actions mécaniques sur les points voisins et les met à leur tour en mouvement.
- ✍ **Une onde mécanique progressive :** C'est le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel élastique avec transport de l'énergie sans transport de la matière.
- ✍ **Une onde est dite transversale :** quand la direction de la perturbation (direction de mouvement des points du milieu) est perpendiculaire au sens de la propagation de l'onde.
- ✍ **Une onde est longitudinale :** lorsque la direction de la déformation (ou perturbation) et le sens de la propagation de l'onde sont parallèles.
- ✍ Le son ne se propage pas dans le vide.
- ✍ **Le son est une onde mécanique progressive longitudinale;** il nécessite un milieu matériel (solide, liquide ou gaz) pour se propager. Il se propage grâce à une compression et une dilatation du milieu de propagation.

II. Propriétés générales d'une onde mécanique

1- Direction de propagation d'une onde :

Une onde se propage, à partir de sa source, dans toutes les directions qui lui sont offertes. Nous distinguons ainsi les ondes à une, deux ou trois dimensions :

- **Onde à une dimension** (onde unidimensionnelle) : La propagation a lieu dans une seule direction.
 - Exemple : onde le long d'une corde ou un ressort.
- **Onde à deux dimensions** (onde bidimensionnelle) : la propagation s'effectue sur une surface (plan).
 - Exemple : ondes circulaires à la surface de l'eau
- **Onde à trois dimensions** (onde tridimensionnelle) : si la propagation s'effectue dans tout l'espace.
 - Exemple : onde sonore dans l'air.

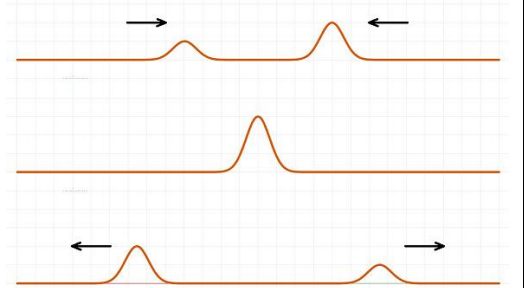
2- Superposition (croisement) de deux ondes mécaniques

Activité 5 : Superposition de deux ondes mécaniques

- A l'aide d'une animation, nous provoquons des déformations transversales, simultanément, en chacune des extrémités d'une longue corde (ou d'un ressort).

❖ Exploitation :

1. Que remarquez-vous ?



❖ Conclusion :

Deux ondes peuvent se croiser (se rencontrer) en un point. Après croisement, les deux ondes continuent à se propager sans se perturber (elles gardent la même forme et la même célérité).

Remarque :

- ✍ Lorsqu'une onde arrive à un obstacle, elle change son sens de propagation dans le sens inverse. On dit qu'elle est réfléchi.
- ✍ Une partie d'une onde peut se réfléchir lorsqu'elle se transmet d'un milieu à un autre.

III. La célérité : vitesse de propagation d'une onde

1. Définition :

La vitesse de propagation est appelée célérité (On préfère utiliser le mot « célérité » que « vitesse » car la propagation de l'onde s'effectue sans transport de matière).

La célérité d'une onde progressive est égale au quotient de la distance séparant deux points du milieu par la durée qui sépare les dates de passage de l'onde en ces points. Elle est donnée par la relation suivante :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

Avec : v : célérité en m.s^{-1} ; d : distance en m et Δt : la durée en s .

Une onde mécanique se propage à vitesse constante dans un milieu homogène.

2. Les facteurs influençant sur la célérité d'une onde

✍ Plus généralement, pour un milieu homogène, la célérité d'une onde mécanique est constante et indépendante de la forme ou de l'amplitude de la perturbation. Elle ne dépend que du milieu de propagation et de son état physique : son élasticité, son inertie, sa température, sa densité ...

✍ La célérité de l'onde le long d'une corde dépend de :

- La tension : lorsque la tension de la corde augmente, la vitesse de propagation ou la célérité de l'onde augmente.
- La masse linéique: lorsque la masse de la corde est faible (la masse linéique diminue), la célérité de l'onde diminue.
- La tension F de la corde et de la masse linéique (masse par unité de longueur : $\mu = m/L$) de la corde, par la relation suivante :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

✍ La célérité du son dépend du milieu de propagation. Elle est plus importante dans les solides et les liquides que dans les gaz comme l'air (Elle augmente avec l'augmentation de la densité du milieu de propagation)

3. Le retard temporel

Soit M_1 et M_2 deux points distincts du milieu de propagation.

La perturbation passe d'abord par M_1 à l'instant t_1 puis par M_2 à l'instant t_2 . La durée de propagation de la perturbation entre M_1 et M_2 est le retard temporel notée τ avec $\tau = t_2 - t_1$ ou :

$$\tau = \frac{M_1 M_2}{v}$$

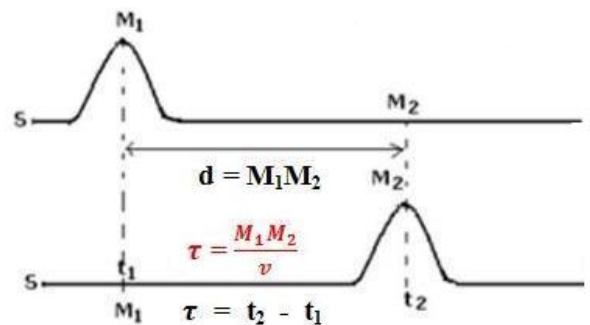
$M_1 M_2$: représente la distance entre les deux point M_1 et M_2 du milieu de propagation et v la célérité de l'onde.

Remarque :

Si la source S est le siège d'un signal Y_s , à l'instant de date t , un point M d'abscisse x du milieu de propagation reproduira le

même signal que la source S avec un retard τ tel que le signal en M est de la forme : $Y_M(t) = Y_s(t - \tau)$

milieu	Célérité ($m.s^{-1}$)
L'air ($0^\circ C$)	332
L'air ($15^\circ C$)	340
L'hélium ($0^\circ C$)	965
L'eau ($20^\circ C$)	1480
La glace ($0^\circ C$)	3200
Le verre	5300
L'acier	5900
Le granite	6200



Chapitre 2

Les ondes mécaniques progressives périodiques

Situation-problème :

Les cordes vocales de la cantatrice sont des sources d'ondes sonores périodiques se propageant jusqu'aux oreilles des spectateurs. Ces ondes peuvent rencontrer un obstacle ou une ouverture de petite dimension

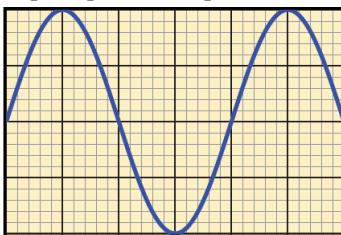
- Qu'est-ce qu'une onde mécanique progressive périodique ?
- Quelles sont ses caractéristiques ?
- Que se passe-t-il lorsqu'une onde mécanique rencontre un obstacle ou une ouverture de faible dimension ?

I - Les Ondes mécaniques progressives périodiques :

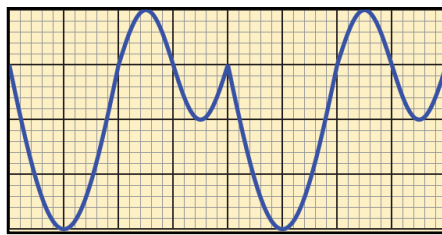
1- Périodicité temporelle (La période) :

Activité 1 : Étude d'une onde sonore périodique

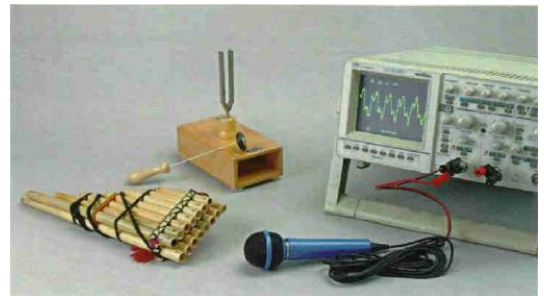
- Le son est une onde mécanique, il se propage par compression-dilatation du milieu matériel dans lequel il est émis. Visualiser, à l'aide d'un microphone relié à un oscilloscope, le son émis par un instrument de musique puis par un diapason.



Onde émise par le diapason



Onde émise par l'instrument



❖ Exploitation :

1. Quel est le rôle du microphone ?
2. Les ondes visualisées sont-elles périodiques ? Conclure.
3. Comparer la forme des deux courbes observées
4. Définir la **période** notée **T** (aussi appelée **périodicité temporelle**) d'une onde mécanique progressive périodique.
5. Déterminer la période de chaque onde sonore, sachant que la sensibilité horizontale $S_h = 0,5 \text{ ms/div}$.
6. Définir la fréquence **N** d'une onde mécanique progressive périodique puis calculer la fréquence de l'onde sonore émise par le diapason.
7. Proposer la définition d'une onde mécanique progressive périodique

❖ Conclusion :

Une onde progressive est dite **périodique** si le signal reçu en chaque point du milieu de propagation est une fonction périodique du temps, c'est-à-dire si le signal reçu se répète identique à lui-même à intervalles de temps identiques appelés période **T**.

Cela nécessite que l'excitateur, c'est-à-dire la source à l'origine de l'émission, impose un signal périodique. Ceci peut être obtenu avec :

- un vibreur relié à l'extrémité d'une corde pour obtenir une onde sinusoïdale le long de la corde,
- un vibreur relié à une pointe frappant la surface de l'eau pour obtenir une onde circulaire sinusoïdale,
- un haut-parleur dont la membrane vibre sinusoïdalement pour obtenir des ondes sonores sinusoïdales.

Remarque :

- ✍ Une onde sonore est audible si sa fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 KHz, alors que les ultrasons sont situés au-delà de 20 kHz.
- ✍ La période temporelle T est une caractéristique de la source car tout point du milieu, atteint par la perturbation oscille avec la même période que la source (donc la fréquence est une caractéristique de la source).

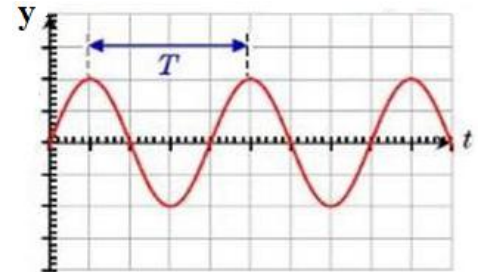
Exercice d'application 1 :

- La courbe ci-contre représente la variation de l'élongation $y(t)$ d'un point S (source de l'onde) d'abscisse $x = 0$, de la corde en fonction du temps.

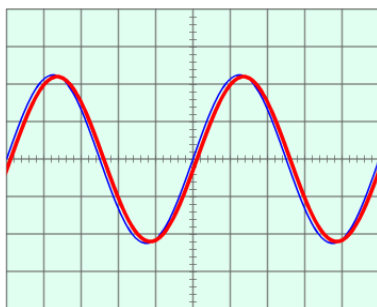
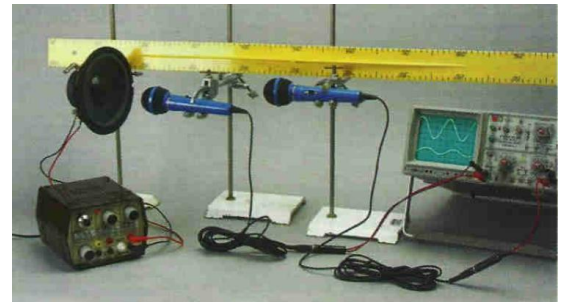
Déterminer à partir de cette courbe :

La période T , la fréquence N et l'amplitude A de l'onde.

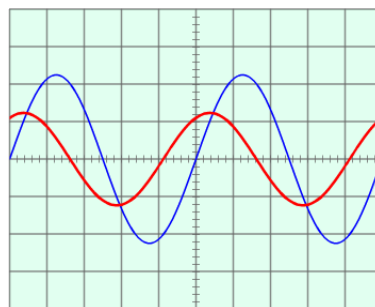
Données : $S_v = 0,8 \text{ cm/div}$; $S_h = 2 \text{ ms/div}$

**2- Périodicité spatiale (La longueur d'onde) :****Activité 2 : la mise en évidence de la périodicité spatiale**

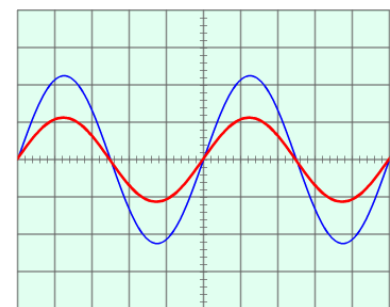
- Reprendre le montage de l'activité 1 en utilisant un deuxième microphone branché sur l'autre voie de l'oscilloscope.
- Utiliser, comme source sonore, un haut-parleur relié un générateur de basse fréquence GBF (fonctionnant à une fréquence de 10 kHz environ)
- Placer les deux microphones (M_1 et M_2) côte à côte.
- Le microphone M_1 restant fixe, éloigner lentement M_2 du haut-parleur et de M_1 le long d'une règle graduée placée selon la direction {haut-parleur - M_1 }
- Les figures ci-dessous montrent ce que l'on observe sur l'écran de l'oscilloscope à différentes distances M_1M_2 :



$d = M_1M_2 = 0$



$d = M_1M_2 = 2,8 \text{ cm}$



$d = M_1M_2 = 3,4 \text{ cm}$

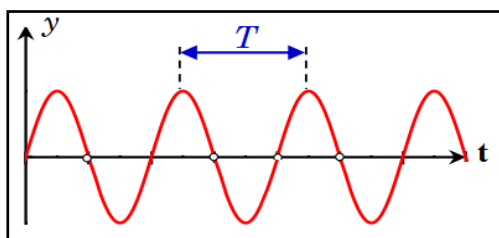
❖ Exploitation :

- Que se passe-t-il lorsque les deux microphones sont côte à côte ?
- Déterminer la plus petite distance d_1 entre les deux microphones M_1 et M_2 permettant d'obtenir des courbes en phase
- Cette distance est appelée longueur d'onde ou périodicité spatiale et souvent notée λ , elle s'exprime en mètre (m), définir la longueur d'onde λ .
- Continuons d'éloigner le microphone M_2 peu à peu de M_1 jusqu'à ce que les deux courbes soient à nouveau en phase, déterminer cette distance d_2 , puis calculer le rapport des deux distances d_2/d_1 , conclure.

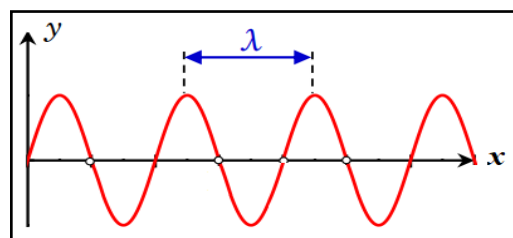
5. Déterminer les distances d'_1 et d'_2 entre les deux microphones M_1 et M_2 permettant d'obtenir des courbes en opposition de phase.
6. Calculer les rapports d'_1/λ et d'_2/λ , que remarquez-vous ?
7. Déterminer T la périodicité temporelle de l'onde sonore puis déduire sa fréquence f . ($S_h = \quad$ s/div).
8. Que représente le rapport $\frac{\lambda}{T}$ (analyse dimensionnelle), puis calculer sa valeur, conclure.
9. D'après cette relation $v = \frac{\lambda}{T}$, donner une définition plus générale de la longueur d'onde d'une onde progressive périodique sinusoïdale.

❖ Conclusion :

- ✍ La longueur d'onde d'une onde progressive sinusoïdale est la plus petite distance séparant deux points vibrant en phase (la distance séparant deux points consécutifs vibrant en phase)
- ✍ La longueur d'onde d'une onde progressive sinusoïdale est la distance parcourue par l'onde pendant une période temporelle avec : $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda N$.
- ✍ La fréquence N d'une onde est caractéristique de cette onde, elle ne change pas même si l'onde change de milieu. Ce n'est pas le cas de la longueur d'onde.
- ✍ Si la distance entre deux point M_1 et M_2 du milieu de propagation est $M_1M_2 = k\lambda$, avec $k \in \mathbb{N}^*$, alors M_1 et M_2 vibrent **en phase**
- ✍ Si $M_1M_2 = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$, avec $k \in \mathbb{N}^*$, alors M_1 et M_2 vibrent **en opposition de phase**.
- ✍ Périodicité temporelle T et périodicité spatiale λ :



Représentation temporelle d'un point M (Représentation de la vibration d'un seul point du milieu de propagation en fonction de temps)



Représentation spatiale de la corde (Représentation de la vibration de tous les points du milieu de propagation)

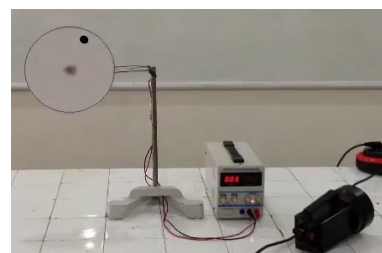
3- Mesure de la fréquence d'un phénomène périodique très rapide

On peut mesurer la fréquence N d'une onde périodique en figeant sa propagation avec un éclairage stroboscopique obtenu par un stroboscope.

Un stroboscope est un appareil qui émet des éclairs périodiques à une fréquence N_e (période T_e) réglable. Il est utilisé pour examiner "au ralenti" un mouvement périodique très rapide et donc mesurer sa fréquence.

Activité 3 : Mesurer la fréquence d'un phénomène périodique très rapide

- On utilise un disque muni d'un index (trait ou point) entraîné par un moteur de période T (T représente aussi la période de rotation de disque) et un stroboscope émettant des éclairs à une période réglable T_e .



❖ **Exploitation :**

1. Que se produit-il ?

a- si $T_s = k T$ (k est un entier) ou en cas particulier, si $T_e = T$ cas particulier ?b- Si T_e est légèrement supérieur à T ?c- Si T_e est légèrement inférieur à T ?

2. Expliquer et interpréter le résultat obtenu dans le premier cas (a).

Exercice d'application 2 :

▪ Un vibreur provoque une onde périodique sinusoïdale, de fréquence $N = 200$ Hz, qui se propage le long d'une corde élastique à la vitesse $v = 40 \text{ m.s}^{-1}$, à partir d'un point S (source de l'onde).

1. Décrire le mouvement du point S.

2. Calculer la période spatiale de l'onde.

3. Comparer le mouvement de deux points M et N du milieu de propagation dans chacun des cas suivants :

- $MN = 60 \text{ cm}$ - $MN = 70 \text{ cm}$ 4. On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence réglable N_e ,4.1 Quelles sont les fréquences N_e des éclairs qui donnent l'immobilité apparente de la corde ? en déduire la fréquence maximale

4.2 Représenter le phénomène observé en précisant les grandeurs caractéristiques.

5. Le stroboscope est réglé sur la fréquence $N_e = 198$ Hz. Décrire l'aspect de la corde pour cette fréquence.

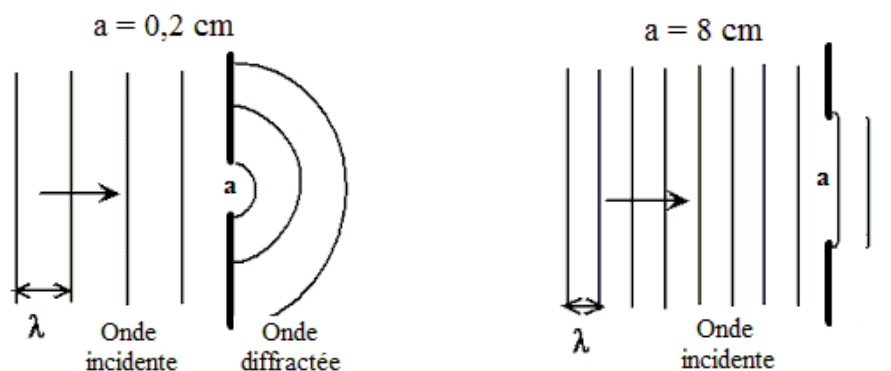
6. Décrire qualitativement l'observation si la fréquence des éclairs est égale à 202 Hz

II - Phénomène de diffraction**Activité 4 : Mise en évidence du phénomène de diffraction : cas des ondes à la surface de l'eau**

▪ Une lame vibrante d'une fréquence 100 Hz munie d'une réglette, produit des ondes planes dans une cuve à onde, qui progressent à la surface de l'eau sous formes de rides rectilignes, avec une vitesse $v = 1 \text{ m.s}^{-1}$.

▪ On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope de telle sorte que sa fréquence soit égale à celle des ondes ($N_e = N = 100$ Hz), on voit que tous les points de la surface de l'eau apparaissent immobiles.

▪ On place deux plaques parallèles dans la cuve de manière à former une fente de largeur « a » modifiable puis on fait varier la largeur de a et on obtient les deux figures suivantes :

❖ **Exploitation :**1. Calculer la longueur d'onde de l'onde incidente et la comparer à la largeur « a » de la fente dans chaque cas;

2. Que se passe-t-il ?

- Si : $a \leq \lambda$ - Si : $a > \lambda$

3. L'onde circulaire est appelée onde diffractée et le phénomène s'appelle phénomène de diffraction, quelle est la condition qu'on doit satisfaire pour que les ondes soient diffractées ?

4. Comparer la longueur d'onde de l'onde incidente avec celle de l'onde diffractée

❖ Conclusion :

- ✍ Le phénomène de diffraction est la modification de la forme et de la direction d'une onde au voisinage d'une ouverture ou d'un obstacle de dimensions égales ou inférieures à sa longueur d'onde : $a \leq \lambda$
- ✍ Le phénomène de diffraction est une caractéristique des ondes.
- ✍ L'onde incidente et l'onde diffractée ont la même longueur d'onde λ , la même fréquence N et la même vitesse v si le milieu de propagation n'est pas changé.
- ✍ En général, lorsqu'une onde passe d'un milieu à un autre seule sa fréquence ne varie pas.
- ✍ Plus que « a » diminue, plus que la diffraction de l'onde est importante, donc le phénomène de la diffraction est inversement proportionnel à la largeur « a » de la fente.

❖ Autre exemple : diffraction des ondes ultrasonores :

Les ondes ultrasonores sont diffractées chaque fois qu'elles rencontrent des obstacles ou des ouvertures dont les dimensions sont du même ordre de grandeur que leur longueur d'onde.

Dans le cas d'un obstacle, si les dimensions de celui-ci sont grandes devant la longueur d'onde, les ondes ultrasonores sont réfléchies.

III - Phénomène de dispersion

Activité 5 : La célérité d'une onde à la surface de l'eau dépend-elle de sa fréquence ?

- On provoque une onde circulaire dans une cuve à onde en utilisant un vibreur muni d'une pointe, et on éclaire la surface de l'eau par un stroboscope dont la fréquence est réglée sur une valeur égale à la fréquence de la source vibrante afin d'obtenir l'immobilité apparente.
- On fait varier la valeur de la fréquence de la source et on mesure à l'aide d'une règle la longueur d'onde de l'onde (voir le tableau)

N (Hz)	20	25	30	35
λ (m)	1	0,9	0,8	0,7
$V(m.s^{-1})$				

❖ Exploitation :

1. Donner la relation entre la longueur d'onde et la vitesse de propagation de l'onde.
2. Compléter le tableau ci-dessus.
3. On dit qu'un milieu est dispersif si la vitesse de propagation d'une onde dans ce milieu dépend de sa fréquence, l'eau est-elle un milieu dispersif ?

❖ Conclusion :

- ✍ Un milieu est dit dispersif si la célérité d'une onde sinusoïdale dans ce milieu dépend de sa fréquence.

Remarque :

- ✍ L'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes sonores, car quelle que soit la fréquence de l'onde, la célérité du son dans l'air reste la même ($v = 340 \text{ m.s}^{-1}$).

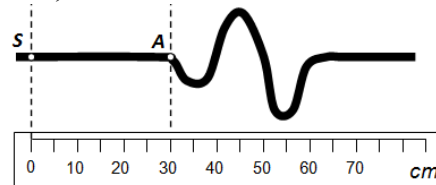
Exercices d'applications - Chapitre 1 & 2

Les ondes mécaniques progressives & périodiques

❖ Exercice 1 :

Une perturbation se propage de gauche à droite le long d'une corde avec une célérité $v = 5,0 \text{ m/s}$.

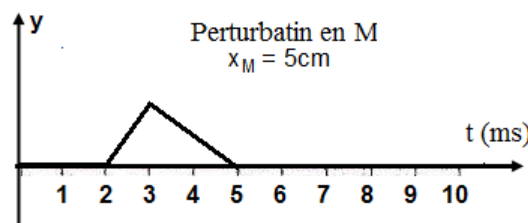
1. Cette onde est-elle longitudinale ou transversale ? Justifier.
2. Déterminer la valeur du retard τ du point A par rapport à la source de l'onde S ?
3. La photo de la corde ci-contre a été prise à une date choisie comme origine des dates ($t_0 = 0$). A quelle distance de la source S se trouvera le maximum d'amplitude de l'onde à la date $t_1 = 0,20 \text{ s}$?
4. Quelle est la longueur de la perturbation ? Quelle est sa durée ?



❖ Exercice 2 :

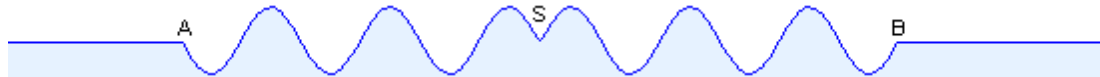
Une onde, de courte durée, se propage selon la direction $x'x$ avec une célérité $v = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Le graphique ci-dessous représente la perturbation provoquée en un point M d'abscisse $x_M = 5 \text{ m}$, **en fonction du temps**.

1. Quel est l'instant t_1 qui correspond au début de la perturbation au point M ? Quel est l'instant t_2 qui correspond à la fin de la perturbation ?
2. Déterminer à quel instant t_3 le début de la perturbation se trouvera au point N d'abscisse $x_N = 9 \text{ m}$.
3. En déduire l'instant t_4 qui correspondra à la fin de la perturbation en N.
4. Qualifier les états (en mouvement ou en repos) du point M et du point N à l'instant $t_5 = 5 \text{ ms}$.
5. Déterminer la longueur de la perturbation.



❖ Exercice 3 :

Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $50,0 \text{ Hz}$, créée par une source S à partir d'une date $t_0 = 0$, se propage à la surface de l'eau. La figure ci-dessous représente, à une date t , une coupe de cette surface par un plan vertical passant par S. A cette date, l'élongation du point S est nulle. La distance AB est égale à $3,0 \text{ cm}$, l'amplitude constante de l'onde est de 4 mm .



1. L'onde est-elle longitudinale ? Transversale ? circulaire ? rectiligne ?
2. Quelle est la valeur de la longueur d'onde ?
3. Sur le schéma, combien y a-t-il de points vibrant en opposition de phase avec S ? Faire un schéma en indiquant les positions et les mouvements de ces points et celui du point S à la date t .
4. Quelle est la célérité de cette onde ?
5. Quelle est la valeur de t ?
6. Quel a été le sens de la déformation à la date $t_0 = 0$?
7. Comparer, à la date $t' = 0,20 \text{ s}$, l'élongation du point S avec celle du point N situé à une distance $d = 1,25 \text{ cm}$ de S.

❖ Exercice 4 :

Une fois excité, un diapason émet une onde sonore de fréquence 440 Hz . Pendant presque une minute, cette onde peut être considérée comme progressive et sinusoïdale. Deux microphones M_1 et M_2 sont placés à une distance d_1 et d_2 du diapason, supposé ponctuel.

Les microphones M_1 et M_2 sont reliés respectivement aux voies 1 et 2 d'un oscilloscope bi-courbe. La distance $d = 70,0 \text{ cm}$ est la distance minimale pour laquelle les signaux observés sur l'oscilloscope sont en phase.

1. Quelle est la célérité du son dans l'air dans les conditions de l'expérience ?
2. Si cette expérience était réalisable sous l'eau, les signaux seraient-ils en opposition de phase pour la distance $d = 70 \text{ cm}$? Sinon, pour quelle distance ?

Donnée : La célérité du son dans l'eau est : $v = 1500 \text{ m/s}$.

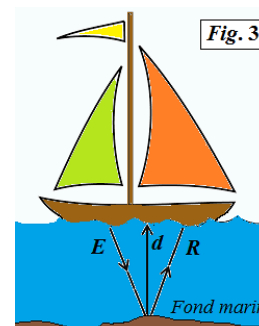
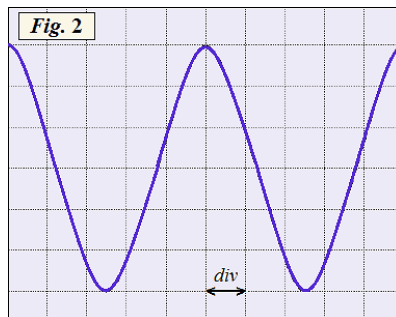
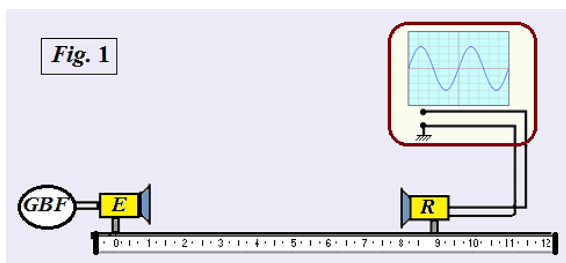
❖ Exercice 5 :

I. Afin d'étudier la propagation des ondes ultrasonores dans l'air, nous réalisons le montage expérimental de la fig.1. E et R représentent successivement l'émetteur et le récepteur des ondes.

1- Définir l'onde mécanique progressive.

2- L'onde ultrasonore est-elle longitudinale ou transversale ?

3- L'oscillogramme présenté dans la fig. 2 montre la variation de la tension entre les bornes du récepteur R. La sensibilité horizontale utilisée est : $2\mu\text{s}/\text{div}$.



3-1 Indiquer la valeur de la période T de l'onde reçue par R.

3-2 Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ , sachant que la célérité des ultrasons dans l'air est égale à 340 m.s^{-1} .

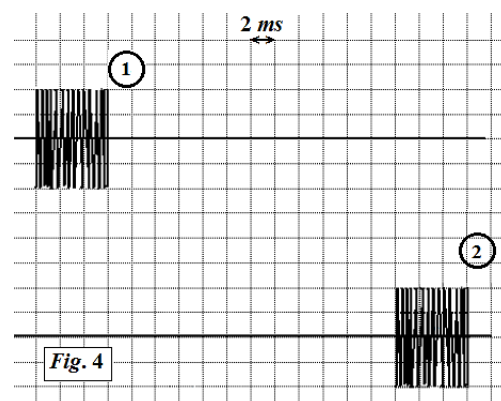
II. Le sonar est un dispositif qui contient une sonde comprenant un émetteur E et un récepteur R des ondes ultrasonores, il est utilisé dans la navigation maritime pour mesurer la profondeur de l'eau. Il permet au navire d'approcher le rivage sans aucun risque.

Pour déterminer la profondeur de l'eau dans un port, un navire envoie des salves périodiques d'ultrasons, à partir de l'émetteur E, vers le fond marin. Après avoir atteint ce dernier, les salves sont réfléchies partiellement vers le récepteur R (voir Fig. 3).

Nous visualisons à l'aide d'un oscilloscope le signal émis par l'émetteur E (L'oscillogramme 2), et le signal reçu par le récepteur R (L'oscillogramme 1) voir Fig. 4.

1- À partir de l'oscillogramme, déterminer la durée Δt entre l'émission de la salve et la réception de son écho. t

2- Nous considérons que les ondes ultrasonores empruntent un chemin verticale, déduire la valeur de la profondeur de l'eau à la verticale du navire, sachant que la célérité des ultrasons dans l'eau de mer : $v_{\text{eau}} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$



❖ Exercice 6 :

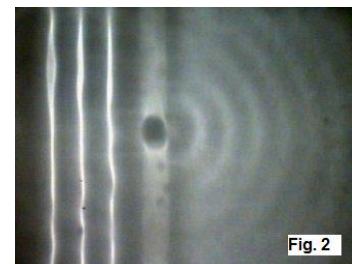
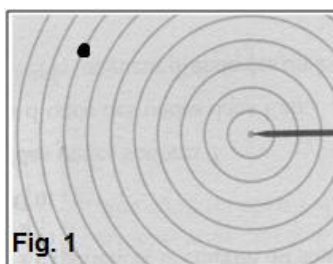
I- Au laboratoire, on dispose d'une cuve à ondes contenant de l'eau à la surface de laquelle flotte un petit morceau de polystyrène. Un vibreur, dont la fréquence est égale à 30 Hz, produit des ondes circulaires à la surface de l'eau (fig.1 : reproduction de la photographie de la surface de l'eau à l'échelle $\frac{1}{4}$).

1. Décrire le mouvement du morceau de polystyrène.

2. Déterminer précisément la longueur d'onde λ .

3. Déterminer la célérité v de ces ondes.

4. La surface de l'eau est un milieu dispersif. Que signifie cette expression ?



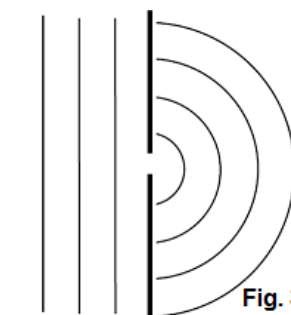
II- Le vibreur est maintenant muni d'un régle; il produit des ondes rectilignes. On interpose sur le trajet de l'onde incidente une fente de largeur a. On obtient la figure 2.

5. Faire apparaître, sur la reproduction de l'image (fig.3), la longueur d'onde de l'onde incidente notée λ_1 et la longueur d'onde de l'autre onde notée λ_2 .

6. Comparer les valeurs de ces deux longueurs d'onde.

7. Nommer le phénomène observé.

8. Pourquoi le phénomène est-il très marqué dans cette expérience ?



Chapitre 3

Propagation d'une onde lumineuse

Situation-problème :

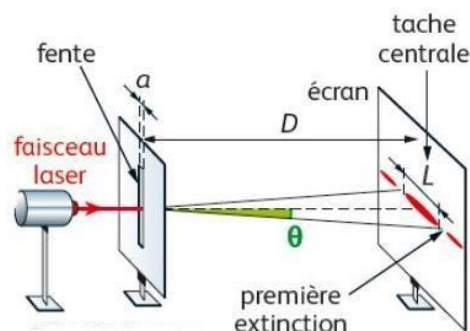
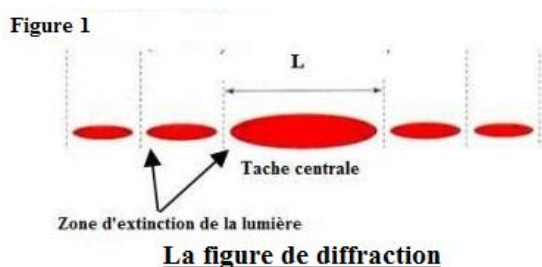
L'arc en ciel provient de la lumière du soleil qui rencontre les gouttelettes d'eau.

- La lumière est-elle une onde ?
- Comment expliquer le phénomène de l'arc en ciel ?

I - Diffraction de la lumière :

Activité 1 : Diffraction du faisceau laser par une fente, par un fil fin et par un trou circulaire

- On réalise le montage ci-contre dont on interpose devant un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$, une fente très étroite, percée dans une plaque opaque (ou un fil vertical très fin) de largeur a , on observe sur un écran la figure 1 :



❖ Exploitation :

1. Qu'observez-vous sur l'écran lorsque la largeur de la fente devient grande ?
2. Qu'observez-vous sur l'écran lorsque la largeur de la fente devient petite ?
3. Rappeler le principe de propagation rectiligne de la lumière ?
4. Ce principe est-il vérifié dans les deux cas ?
5. Quel renseignement sur la nature de la lumière ce phénomène apporte-t-il ? Nommer ce phénomène.
6. Reproduire la figure de la diffraction en indiquant la position des premières extinctions, la largeur L de la tache centrale, l'écart angulaire θ (demi-angle de diffraction qui représente l'angle entre le centre de la tache centrale de diffraction et la première extinction) et la distance D entre l'objet diffractant (fente ou fil) et l'écran.
7. Exprimer l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D , sachant que pour de petits angles exprimés en radian (rad) : $\tan \theta \approx \theta$.
8. On réalise le montage précédent en plaçant l'écran, maintenu fixe, à une distance $D = 1,5 \text{ m}$ de l'objet diffractant (fente ou fil). On réalise une série de mesures de la largeur L de la tache centrale pour des fentes (ou des fils calibrés) de largeur a différentes et on obtient le tableau suivant :

$a \text{ (}\mu\text{m)}$	100	120	200	250	300
$L \text{ (mm)}$	19	16	10	7,5	6,5

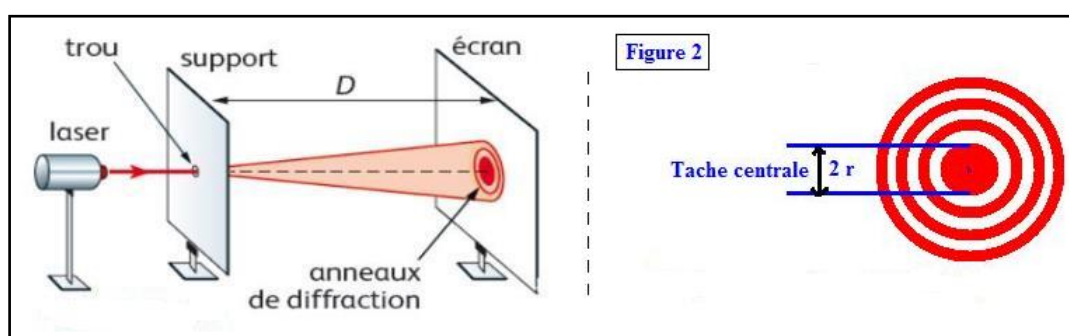
8.1 Compléter le tableau de la page suivante :

a (μm)	100	120	200	250	300
L (mm)	19	16	10	7,5	6,5
θ (rad)					
$x = \frac{1}{a}$ (m ⁻¹)					

- 8.2 Sur un papier millimétrée, tracer la courbe représentant les variations de l'écart angulaire θ en fonction de $\frac{1}{a}$
- 8.3 Modéliser la courbe obtenue (déterminer l'équation de la courbe), calculer le coefficient de proportionnalité en nm et le comparer à la longueur d'onde de la lumière laser utilisé $\lambda = 633$ nm
- 8.4 Dédurre la relation liant θ , λ et a .
- 8.5 En utilisant les résultats précédents, montrer que la largeur L de la tache centrale de diffraction s'exprime par :

$$L = \frac{2 \lambda \cdot D}{a}$$

- 8.6 Quels sont les paramètres dont dépend la figure de diffraction ?
9. Lorsqu'on remplace la fente par un trou de diamètre d , on observe sur l'écran la figure 2 :



- 9.1 Décrire la figure de diffraction
- 9.2 Reproduire le schéma de diffraction en faisant apparaître les grandeurs : θ , d , r et D . avec r est le rayon de la tache centrale.
- 9.3 Dans ce cas, l'écart angulaire θ a pour expression : $\theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$, on propose 4 expressions pour le diamètre de l'ouverture circulaire :

1	2	3	4
$d = 1,22 \cdot \frac{\lambda \cdot D}{r}$	$d = 1,22 \cdot \frac{r \cdot D}{\lambda}$	$d = 1,22 \cdot \frac{D^2}{\lambda \cdot r}$	$d = 1,22 \cdot \frac{r \cdot \lambda}{D}$

Montrez, par analyse dimensionnelle, que l'une des expressions est fausse.

- 9.4 En utilisant le schéma de la question 9.2, trouvez la seule expression qui convient.

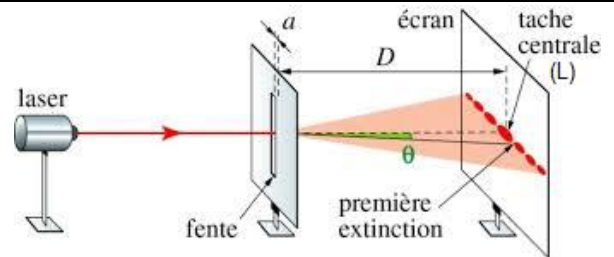
❖ Conclusion :

- ✍ Par analogie avec les ondes mécaniques progressives périodiques, le phénomène de diffraction montre que la lumière a un aspect ondulatoire.
- ✍ La lumière peut donc être caractérisée comme toutes les ondes, par sa célérité, sa fréquence et sa longueur d'onde.

Exercice d'application 1 :

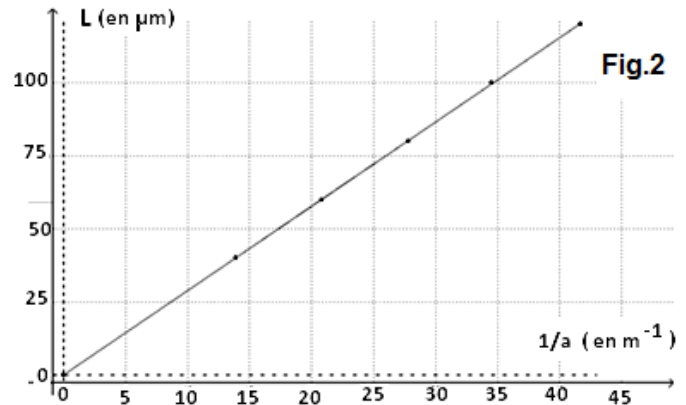
- I- Un faisceau de lumière monochromatique, de longueur d'onde λ , produit par une source laser arrive sur une fente F verticale rectangulaire, de largeur a . On place un écran à une distance D de cette fente; la distance D est grande devant a . (voir la figure 1)
- 1- Nommer le phénomène observé sur l'écran. Quel enseignement sur la nature de la lumière ce phénomène apporte-t-il ?

- 2- Une onde lumineuse est-elle une onde mécanique ? Justifier.
- 3- En utilisant la figure-1, exprimer l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D .
- 4- Quelle expression lie les grandeurs θ , λ et a ?
- 5- En déduire l'expression de la largeur L de la tache centrale de diffraction en fonction de λ , D et a .



II- On cherche maintenant à déterminer expérimentalement la longueur d'onde dans le vide λ de la lumière monochromatique émise par la source laser utilisée. Pour cela, on place devant le faisceau laser, des fentes rectangulaires verticales de différentes largeurs a . La figure de diffraction obtenue est observée sur un écran blanc situé à une distance $D=2,0$ m des fils. Pour chacun des fils, on mesure la largeur L de la tache centrale de diffraction. On trace la courbe $L = f(1/a)$ (fig.2)

- 6- Donner l'équation de la courbe $L = f(1/a)$
- 7- Déduire la longueur d'onde λ dans le vide de la lumière monochromatique constitutive du faisceau laser utilisé.



II. Caractéristiques des ondes lumineuses

1- La lumière est une onde électromagnétique

- ✚ La lumière naturelle nous parvient du soleil et des étoiles en traversant le vide intersidéral. Ainsi, contrairement aux ondes mécaniques qui ont besoin d'un milieu matériel élastique pour se propager; les ondes lumineuses se propagent dans le vide. Alors la lumière n'est pas une onde mécanique, c'est une onde électromagnétique : la perturbation qui se propage est un champ électrique $\vec{E}$ associé à un champ magnétique $\vec{B}$.
- ✚ L'onde lumineuse est une onde transversale car les vibrations lumineuses (champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$) sont perpendiculaires à la direction de propagation.
- ✚ Dans le vide (et pratiquement dans l'air), toutes les ondes lumineuses se propagent avec une célérité constante : $c=3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$, c'est une constante universelle et une vitesse limite. (aucun corps ne peut dépasser cette vitesse).
- ✚ La vitesse de propagation de la lumière dépend du milieu de propagation.

Dans le vide (et dans l'air)	Dans l'eau	Dans le verre
$c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$	$v = 2,25.10^8 \text{ m.s}^{-1}$	$v = 2.10^8 \text{ m.s}^{-1}$

2- Lumière monochromatique et lumière polychromatique

a- Lumière monochromatique :

Une lumière monochromatique est une radiation lumineuse ayant une seule couleur et qui ne peut pas être décomposée par un prisme.

- ✚ Elle est caractérisée par sa fréquence N qui ne dépend pas de milieu de propagation.

Exemple : le laser.

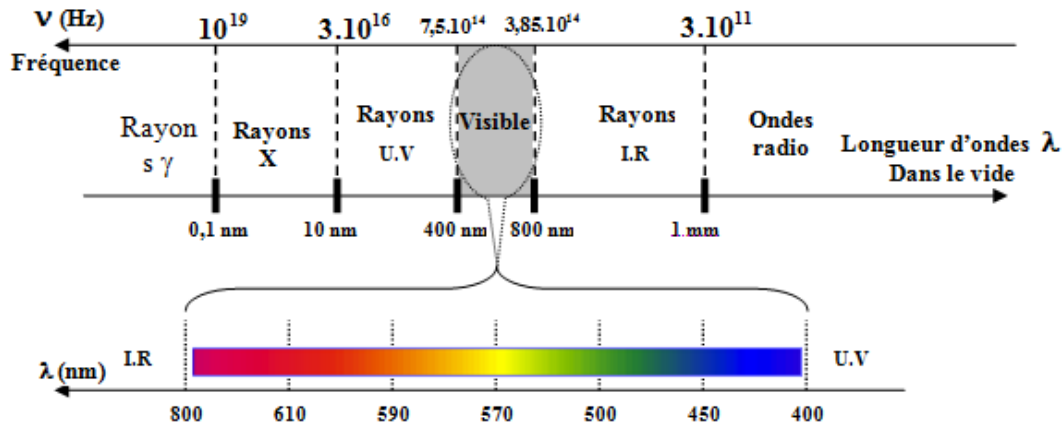
- ✚ La longueur d'onde λ d'une lumière monochromatique dépend du milieu de propagation $v = \lambda \cdot v$; (v représente la fréquence de la lumière monochromatique).
- ✚ Si le milieu de propagation est le vide, la relation précédente s'écrit : $c = \lambda_0 \cdot v$ avec λ_0 : la longueur d'onde de l'onde lumineuse dans le vide.

b- Domaine de la lumière visible :

La lumière visible, appelée aussi spectre visible ou spectre optique est la partie du spectre électromagnétique qui est visible pour l'œil humain.

Exemple : la lumière de soleil

- ✚ Le domaine de la lumière visible est : $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 800 \text{ nm}$. A l'extérieur de ce domaine, la lumière est invisible
- ✚ Le domaine de l'infrarouge est : $800 \text{ nm} < \lambda < 1000 \text{ nm}$
- ✚ Le domaine de l'ultraviolet est : $10 \text{ nm} < \lambda < 400 \text{ nm}$



III. Dispersion des ondes lumineuses

1. Indice de réfraction

Chaque milieu transparent est caractérisé par son indice de réfraction qui est donné par la relation suivante :

$$n = \frac{c}{v}$$

avec :

- c : célérité de la lumière dans le vide (m.s^{-1})
- v : vitesse de propagation de la lumière dans le milieu (m.s^{-1})
- n : indice de réfraction d'un milieu (sans unité)

- ✚ Dans le vide (ou l'air), on a $v \approx c$, donc l'indice de réfraction du vide (ou de l'air) est : $n = 1$
- ✚ Dans un milieu transparent différent du vide, les ondes lumineuses ont une vitesse de propagation v inférieure à c ($v < c$) donc $n > 1$.
- ✚ Donc l'indice n de réfraction d'un milieu est une grandeur sans unité et $n \geq 1$.

Exemple : $n_{\text{verre}} = 1,5$; $n_{\text{eau}} = 1,33$; $n_{\text{air}} \approx 1$

❖ Remarque :

Dans le vide : $c = \lambda_0 \cdot N$, dans un milieu donné : $v = \lambda \cdot N$, on remplace chaque terme par son expression, et on obtient :

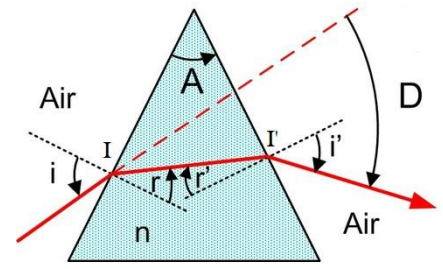
$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 \cdot N}{\lambda \cdot N} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Avec : λ_0 : La longueur d'onde de la lumière dans le vide ; λ : la longueur d'onde de la lumière dans le milieu.

2. Réfraction de la lumière et lois de réfraction de Descartes

Activité 2 : Relations caractéristiques de prisme

- Le prisme est un milieu transparent et homogène, limité par deux plans non parallèles (les faces du prisme) faisant un angle A appelé l'angle de prisme. Les deux faces du prisme se coupent suivant une droite qui est l'arête du prisme, tandis que la face opposée à l'arête est la base du prisme.
- On envoie un faisceau de lumière monochromatique (Laser) sur la face d'un prisme. Soit n l'indice de réfraction du milieu formant le prisme, et on considère $n_{\text{air}} = 1$ (l'indice de réfraction de l'air où il y a le prisme).



❖ Exploitation :

- Que se passe-t-il ? (décrire ce que vous regardez à l'écran)
- Combien de réfraction a subi le faisceau lumineux après avoir traversé le prisme ?
- Définir le phénomène de réfraction de la lumière
- Rappeler les lois de Descartes de réfraction de la lumière
- Monter que $A = r + r'$ et $D = i + i' - A$,

Avec : i : angle d'incidence sur la première face, r : angle de réfraction sur la première face.

i' : angle d'incidence sur la deuxième face, r' : angle de réfraction sur la deuxième face.

A : angle du prisme, D : angle de déviation,

- En déduire les 4 relations caractéristiques de prisme.

3. Phénomène de dispersion

La dispersion de la lumière blanche est sa décomposition en radiations monochromatiques (prisme)	La dispersion d'une radiation monochromatique modifie seulement sa trajectoire

❖ Interprétation :

- Le prisme est constitué de deux surfaces de séparation. La première est la surface air-verre, appelée face d'entrée du prisme et la seconde est la surface verre-air, appelée face de sortie.
- Le rayon lumineux incident subit une première réfraction sur la face d'entrée et une deuxième réfraction sur la face de sortie.
- La lumière incidente est blanche elle est constituée d'une somme de radiations lumineuses. Toutes les radiations arrivent avec le même angle d'incidence i .
- L'indice du prisme dépend de la fréquence (couleur de radiation) ou de la longueur d'onde dans le vide de la radiation.
- Selon la deuxième loi de la réfraction : $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$, le trajet d'une radiation dépend de l'indice du prisme.
- Donc chaque radiation possède un angle de réfraction différent et par conséquent chaque radiation est déviée différemment.

Exercices d'applications - Chapitre 3 :

Propagation d'une onde lumineuse

❖ Exercice 1 :

Pour mesurer le diamètre d'un fil très fin, on réalise les deux expériences suivantes :

I - Première expérience : On éclaire une plaque (P) contenant une fente rectiligne de largeur a_1 avec une lumière monochromatique de longueur d'onde λ provenant d'une source laser, et on met un écran E à la distance $D = 1,60$ m de la fente (figure 1), on observe ensuite sur l'écran un ensemble de taches lumineuses tel que la largeur de la tache centrales est $L_1 = 4,8$ cm.

1. Recopier la figure 1 et compléter la marche des rayons lumineux provenant de la fente, et donner le nom du phénomène mis en évidence par la figure 2 sur l'écran E.
2. Citer la condition que doit satisfaire la largeur a de la fente pour que ce phénomène ait lieu.
3. Donner l'expression de l'écart angulaire θ entre le milieu de la tache centrales et une de ses extrémités en fonction de L_1 et D .

4. La figure 3 représente les variations de θ en fonction de $1/a$.

4-1. Comment varie la largeur de la tâche centrale avec la variation de a ?

4-2. Déterminer graphiquement λ et calculer a_1 .

II - Deuxième expérience : On enlève la plaque (P) et on met à sa place exacte un fil très fin de diamètre d fixé sur un support, et on obtient sur l'écran une figure identique à celle de la figure 2 avec la largeur $L_2 = 2,5$ cm, déterminer d .

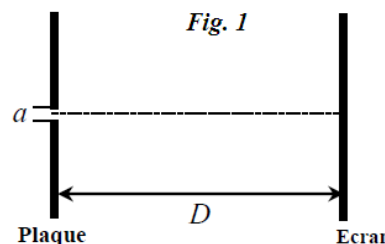
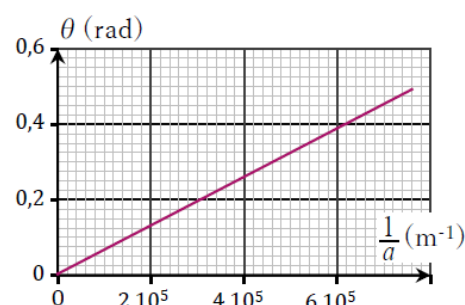
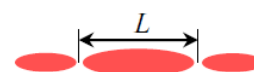


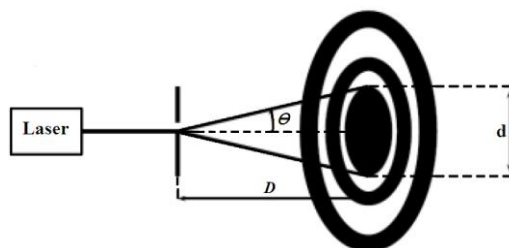
Fig. 2



❖ Exercice 2 :

Au cours d'une expérience de diffraction de la lumière monochromatique d'un laser traversant un trou de diamètre a . L'écran est situé à la distance $D = 2,2$ m du trou.

1. Décrire le phénomène de diffraction observé sur l'écran pour une petite ouverture.
2. On admet que le demi-diamètre θ de la tache centrale pour une ouverture circulaire de diamètre a est de la forme : $\theta = 1,22 \lambda / a$
 ► 1,22 étant un coefficient de correction lié à la forme circulaire de l'ouverture. Déterminer une relation entre D , d et θ , tel que d est le diamètre du trou.



❖ Exercice 3 :

Pour déterminer la célérité d'une onde lumineuse dans une fibre optique de longueur $L = 200$ m, on a réalisé le montage représenté sur la figure 1. Les capteurs R_1 et R_2 montés aux deux extrémités de la fibre optique transforment les ondes lumineuses en ondes électriques qu'on visualise sur l'écran d'un oscilloscope (figure 2)

On donne : La sensibilité horizontale $0,2 \mu\text{s/div}$.

La célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

On lit sur l'étiquette de la source laser : longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$.

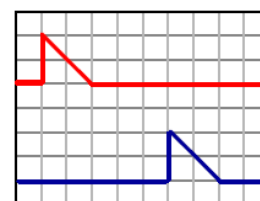
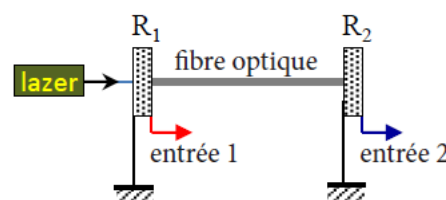
1. En exploitant la figure 2 :

- 1-1. Déterminer le retard temporel enregistré entre R_1 et R_2 .
- 1-2. Calculer la célérité de l'onde lumineuse au cœur de la fibre optique.
- 1-3. En déduire l'indice de réfraction du milieu qui constitue le cœur de la fibre optique.
- 1-4. Calculer la longueur d'onde au cœur de la fibre optique.

2. La fibre optique est un milieu transparent dont l'indice de réfraction varie avec la longueur d'onde selon la relation suivante : $n = 1,484 + (5,6.10^{-15} / \lambda^2)$ dans le SI des unités.

On remplace la source laser avec une autre source de longueur d'onde dans le vide $\lambda' = 400 \text{ nm}$.

Sans rien changer dans le montage expérimental précédent, déterminer le nouveau retard temporel τ' enregistré sur l'écran de l'oscilloscope.



❖ Exercice 4 :

Un prisme de verre d'indice n , a pour section droite un triangle d'angle au sommet $A=60^\circ$.

1. En prenant l'indice de l'air égal à **1** et celui du verre à **n** , rappeler les relations entre **i** et **r** d'une part et **i'** et **r'** d'autre part.

2. Le verre constituant le prisme est un milieu dispersif.

2.1 Donner la définition du phénomène de dispersion

2.2 Dans le prisme, la longueur d'onde d'une radiation donnée est-elle différente de sa longueur d'onde dans l'air ?

2.3 Quelle est la grandeur qui se conserve ?

3. Un rayon lumineux d'une longueur d'onde dans le vide $\lambda_1=435,9$ nm arrive de l'air sur la surface du prisme d'indice $n_1=1,668$. L'angle d'incidence est $i = 56,0^\circ$. Calculer les valeurs des angles r , r' , i' et D_1 .

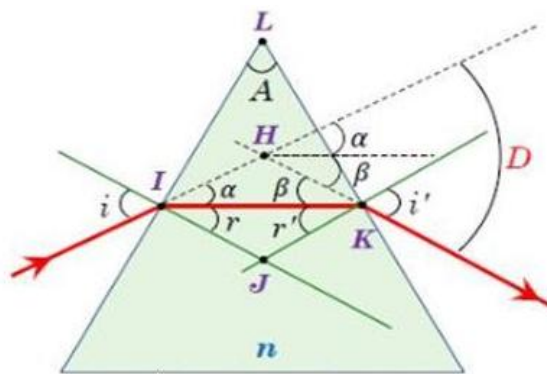
4. Un rayon lumineux composé de trois radiations de longueur d'onde dans le vide $\lambda_1=435,9$ nm, $\lambda_2=546,1$ nm, $\lambda_3=646$ nm arrive de l'air sur la surface du prisme constitué d'un verre dont les indices sont respectivement $n_1=1,668$, $n_2=1,654$, $n_3=1,640$. L'angle d'incidence est $i = 56,0^\circ$.

4.1 Quelle est la couleur de chacune de ces trois radiations ?

4.2 Calculer les déviations D_2 et D_3 .

4.3 Indiquer sur un schéma quelle est la radiation la plus déviée et quelle est la moins déviée.

4.4 Calculer l'écart angulaire α entre la radiation la plus déviée et la moins déviée.



Chapitre 4

Décroissance radioactive

I- Le noyau atomique

1- Le noyau

Un noyau est composé de nucléons, qui rassemblent les protons et les neutrons.

La représentation symbolique du noyau d'un atome est la suivante :

$${}^A_ZX \text{ avec } \begin{cases} A : \text{nombre de nucléon} \\ Z : \text{nombre de protons (ou charges)} \end{cases}$$

Exemple

symbole de noyau ${}^A_ZX$	nombre de nucléons A	nombre de protons (ou nombre de charge) Z	nombre de neutrons $N = A - Z$
${}^{14}_6C$	A=14	Z=6	N=8

2- Le nucléide

On appelle un nucléide l'ensemble des atomes dont les noyaux ont même valeur de nombre de charge Z et de nombre de masse A.

Exemple : ${}^{32}_{16}S$; ${}^{234}_{92}U$; ${}^{32}_{15}P$

3- Les isotopes

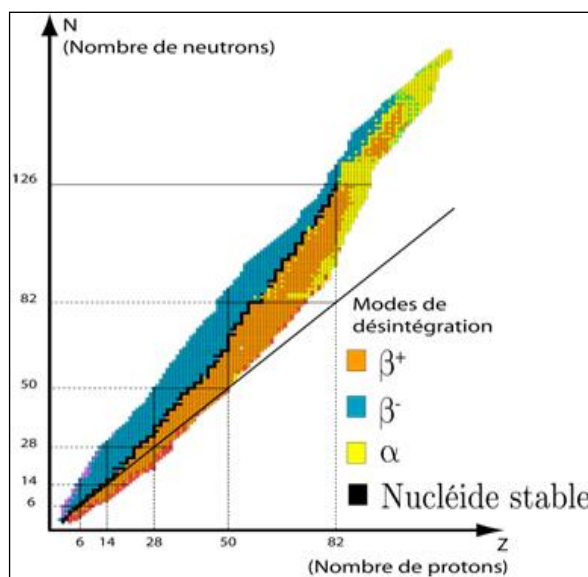
Des noyaux qui ont même numéro atomique Z mais des nombres de nucléons différents A, s'appellent des isotopes (ils ont donc même nombre de protons mais un nombre de neutrons différent).

Exemple : ${}^{12}_6C$; ${}^{13}_6C$; ${}^{14}_6C$

II- Noyau et radioactivité

1- Diagramme de stabilité (N,Z) ou diagramme de Segré :

- ✓ Malgré l'interaction forte, sur les 1500 noyaux connus (naturels et artificiels), seuls 260 sont stables. les autres se désintègrent spontanément, plus ou moins rapidement selon leur composition.
- ✓ Pour localiser ces deux types de noyaux, on utilise un diagramme (N,Z); où $N = A - Z$ désigne le nombre de neutrons, et Z le nombre de protons :
- ✓ On voit que pour $Z < 20$, les noyaux stables se situent sur la diagonale, appelée **vallée de stabilité** (autant de protons que de neutrons).
- ✓ Ensuite, la stabilité du noyau n'est assurée que si le nombre de neutrons est supérieur au nombre de protons (si Z est trop élevé, les forces électrostatiques l'emportent sur les forces nucléaires et les noyaux se désintègrent).



2- Qu'est-ce que la radioactivité ?

- ✓ En dehors de la vallée de stabilité, les noyaux instables sont dits radioactifs. Chaque noyau va se transformer en noyau stable en une ou plusieurs désintégration(s) spontanée(s).
- ✓ La radioactivité est la transformation spontanée d'un noyau au cours du temps.
- ✓ Cette transformation modifie la nature du noyau et s'accompagne de l'émission de particules et de radiations électromagnétiques.
- ✓ La désintégration d'un noyau est : spontanée, inéluctable, aléatoire, indépendante des paramètres habituels (pression, température...)

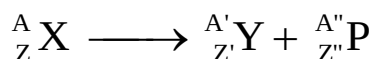
Remarque : C'est *Henry Becquerel* qui a découvert la radioactivité naturelle en 1896.

III- Différents types de radioactivité

1- Lois de conservation (Lois de Soddy)

Lors d'une transformation nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons A et du nombre de charges Z .

Soit une réaction nucléaire où un noyau père (X) donne naissance à un noyau fils (Y) en émettant une particule chargée P :



Les lois de conservation s'écrivent : $\begin{cases} \text{conservation du nombre de nucléons : } A = A' + A'' \\ \text{conservation du nombre de charges : } Z = Z' + Z'' \end{cases}$

2- Les différents types de radioactivité

a- Radioactivité α

La radioactivité α correspond à l'émission de noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}$ (particules α) par certains noyaux.

Équation générale : ${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2\text{He}$

Exemple : ${}^{238}_{92}\text{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$

Remarque : La radioactivité α concerne les noyaux présentant un excès de nucléons et appelés «noyaux lourds» ($A > 200$).

b- Radioactivité β^-

La radioactivité β^- correspond à l'émission d'électrons (appelés rayons, ou particules ${}^0_{-1}\text{e}$) par certains noyaux. Ce type de radioactivité concerne les noyaux présentant un excès de neutrons.

Équation générale : ${}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1}\text{e}$

Exemple : ${}^{14}_6\text{C} \longrightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{-1}\text{e}$

Remarque : Pendant la transformation β^- un neutron se transforme en un proton ${}^1_0\text{n} \longrightarrow {}^1_1\text{p} + {}^0_{-1}\text{e}$

c- Radioactivité β^+

La radioactivité β^+ correspond à l'émission de positrons (${}^0_{+1}\text{e}$) par certains noyaux, elle concerne les noyaux présentant un excès de protons

Équation générale : ${}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_{+1}\text{e}$

Exemple : ${}^{30}_{15}\text{P} \longrightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + {}^0_{+1}\text{e}$

Remarque : lors de la transformation β^+ un proton se transforme en un neutron. ${}^1_1\text{p} \longrightarrow {}^1_0\text{n} + {}^0_{+1}\text{e}$

La radioactivité β^+ est rencontrée surtout dans le cas des nucléides artificiels (préparés dans des réacteurs nucléaires ou dans les accélérateurs de particules)

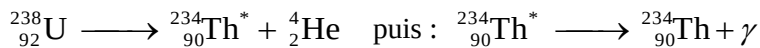
d- Désexcitation γ

Si le noyau fils issu d'une désintégration radioactive α ou β est dans un état excité, l'excédent d'énergie est libéré sous forme de rayonnement électromagnétique γ de très haute fréquence (de l'ordre de 10^{20} Hz).

Remarque : Un noyau dans un état excité est représenté avec un astérisque en exposant à droite

Équation générale : ${}^A_Z X^* \longrightarrow {}^A_Z X + \gamma$

Exemple : émission γ associée à la radioactivité α

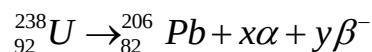


3- Familles radioactives

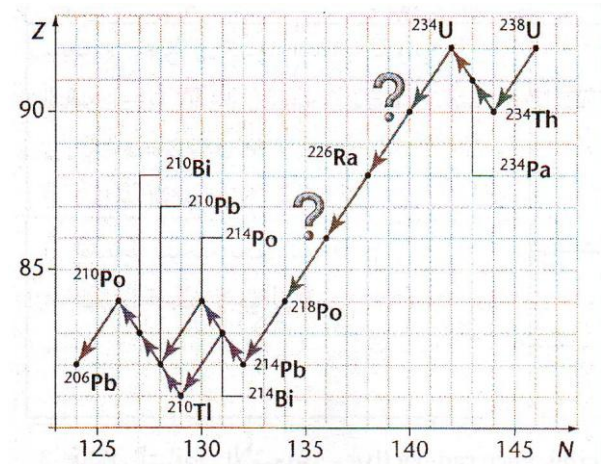
La radioactivité entraîne la transformation d'un nucléide en un autre nucléide. Si ce dernier est lui-même radioactif, il se transforme à son tour, et ainsi de suite jusqu'à ce que le nucléide obtenu ne soit plus radioactif.

L'ensemble des nucléides obtenus à partir d'un même noyau père est appelé famille radioactive.

Exemple : ${}^{238}_{92}\text{U}$ radioactif se désintègre par une série d'émission α et β pour aboutir à l'isotope stable non radioactif ${}^{206}_{82}\text{Pb}$:



Remarque : Il existe 4 familles radioactives : celle du Neptunium, celle de l'uranium, celle de l'actinium et celle du thorium



IV- Décroissance radioactive

1- Constante de désintégration

Soit :

- N_0 le nombre de noyaux présents à $t = 0$,
- $N(t)$ le nombre de noyaux présents à la date t .
- Pendant une durée dt très brève, un certain nombre de noyaux radioactifs se sont désintégrés (disparus).

Soit $N(t) + dN(t)$ le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés (Restés) à la date $t+dt$ (avec $dN(t) < 0$ car N diminue).

- La variation du nombre moyen de noyaux désintégrés pendant la durée dt est :

$$N_{t+dt} - N_t = (N(t) + dN(t)) - N(t) = dN(t)$$

Cette variation du nombre de noyaux désintégrés est négative et proportionnel au nombre de noyaux N présents à l'instant t et à la durée dt .

On traduit cela par la relation $dN(t) = -\lambda \cdot N(t) \cdot dt$

Avec : λ est la constante radioactive, elle dépend de la nature du noyau radioactif, c'est la proportion de noyaux qui se désintègre par unité de temps.

Une constante radioactive λ est l'inverse d'un temps, elle s'exprime en s^{-1} .

2- Loi de décroissance radioactive

- On a $dN(t) = -\lambda \cdot N(t) \cdot dt$ que l'on peut également l'écrire : $\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \cdot N(t) = 0$ donc $N(t)$ satisfait à une équation différentielle du premier ordre.

- **La solution de l'équation différentielle est** La loi de décroissance radioactive qui s'écrit :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Avec :

$\left\{ \begin{array}{l} N_0 \text{ est le nombre de noyaux initialement présents dans l'échantillon.} \\ N(t) : \text{ le nombre de noyaux encore présents à la date } t. \end{array} \right.$

3- Constante de temps

La constante de temps caractéristique, notée τ d'un élément radioactif est l'inverse de la constante radioactive. Elle s'exprime donc en (s) : $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Donc la tangente à la courbe, à la date $t = 0$, a pour pente $-\frac{N_0}{\tau}$ et coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$.

De plus, à la date $t = \tau$, $N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau}} = N_0 \cdot e^{-1} = 0,37 N_0$

4- Temps de demi-vie $t_{1/2}$

La demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon de noyaux radioactifs est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents se sont désintégrés.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

La demi-vie est une constante caractéristique d'un élément radioactif.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2) = -\lambda \cdot t_{1/2} \Leftrightarrow \text{on obtient : } \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

5- Activité d'un échantillon radioactif

a- Définition

L'activité $a(t)$ d'une source contenant N noyaux radioactifs à la date t est égale au nombre de noyaux qui se désintègrent chaque seconde. $a(t) = -\frac{dN}{dt}$.

$\Rightarrow$ L'activité se mesure en becquerel Bq, (un becquerel correspond à une désintégration par seconde).

$\Rightarrow$ C'est une unité très petite, aussi on utilise souvent des multiples :

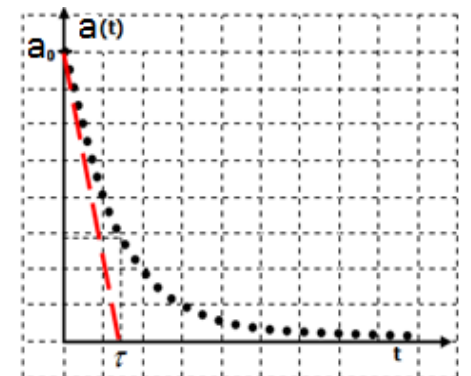
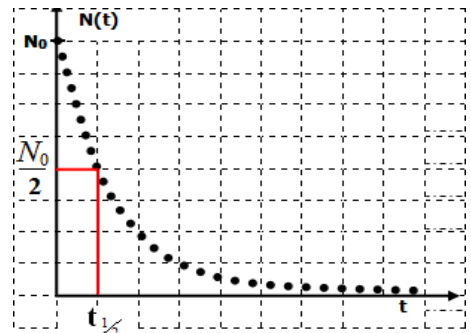
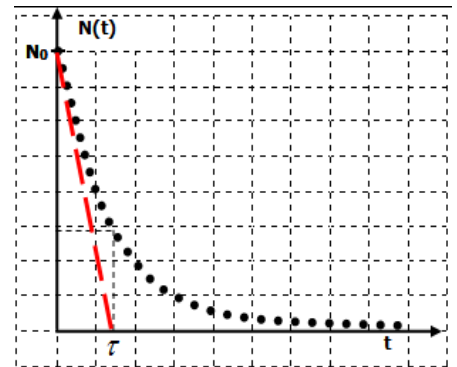
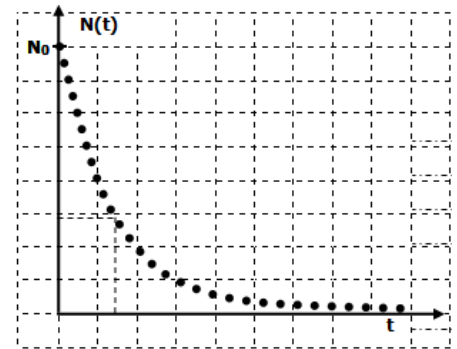
$$1\text{MBq} = 10^3 \text{Bq}$$

$\Rightarrow$ Autre unité, Curie : $1\text{Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{Bq}$

b- Évolution de l'activité

$$\text{On a : } a(t) = -\frac{dN}{dt} = -(-\lambda \cdot N(t)) = \lambda \cdot N(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Leftrightarrow a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

avec $a_0 = \lambda \cdot N_0$ activité initiale de l'échantillon.



⇒ On peut également exprimer l'activité en fonction de la demi-vie :

$$a(t) = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot N(t) \quad \Leftrightarrow \quad a_0 = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot N_0$$

- si $t = \tau$ alors $a(\tau) = 0,37 \cdot a_0$

- si $t = \tau$ alors $a(t_{1/2}) = \frac{a_0}{2}$

Exemple

Source	Activité en Bq
1 L d'eau minérale ou d'eau de mer	10
1 L de lait	80
1 kg de poisson	100
1 homme de 70 kg	10 000

Remarque : La radioactivité est détectée avec un appareil « Geiger ».

V- Application de la radioactivité à la datation :

1- Principe

Pour les objets issus du monde vivant, l'échange dynamique entre certains organismes vivants et leur milieu extérieur (ex : le carbone 14, le potassium 40...) maintenant constant le nombre de noyaux radioactifs dans l'organisme. À leur mort, les échanges n'ont plus lieu et on observe une décroissance qui suit la loi exponentielle.

Remarque : Il faut tout d'abord estimer l'âge de l'échantillon à dater, pour choisir un élément radioactif dont la demi-vie est en rapport avec cet âge. Car au bout de $10 \times t_{1/2}$, on considère que les noyaux radioactifs sont tous désintégrés.

2- Datation au carbone 14

⇒ l'isotope radioactif du carbone, le « carbone 14 » noté ^{14}C est formé continuellement dans la haute atmosphère par réaction nucléaire de neutron cosmiques avec des noyaux d'azote.

⇒ La proportion de carbone 14 par rapport au carbone 12 est identique dans les tissus vivants (échange de carbone par respiration avec le milieu extérieur) :

- Pendant toute leur vie, la proportion de carbone 14 reste constante dans les tissus vivants.
- A leur mort, la quantité de carbone 14 décroît par radioactivité β^- .
- Il est alors possible de déterminer la date de la mort en mesurant la quantité de carbone 14 restant dans l'échantillon à étudier et en le comparant à la quantité de carbone 14 présent dans un échantillon de même nature, mais vivant.

donc l'âge est donné par la relation : $t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{a_{\text{mort}}}{a_{\text{vivant}}}\right) = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{a_{\text{mort}}}{a_{\text{vivant}}}\right)$

3- Comment se protéger de chaque type de rayonnement ?

⇒ Les rayons alpha, très peu pénétrants, sont arrêtés par une feuille de papier ou par les couches superficielles de la peau.

⇒ Les rayons bêta moyennement pénétrants peuvent traverser les couches superficielles de la peau mais sont arrêtés par quelques millimètres de métal.

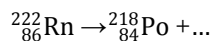
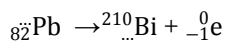
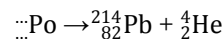
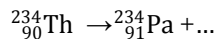
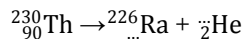
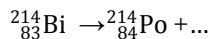
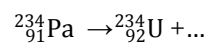
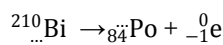
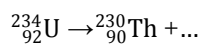
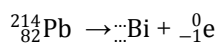
⇒ Les rayons gamma sont très énergétiques et donc très pénétrants: pour arrêter certains d'entre eux, plusieurs dizaines de centimètres de plomb ou plusieurs mètres de béton sont nécessaires.

Exercices d'applications - Chapitre 4 :

La décroissance radioactive

❖ Exercice 1 :

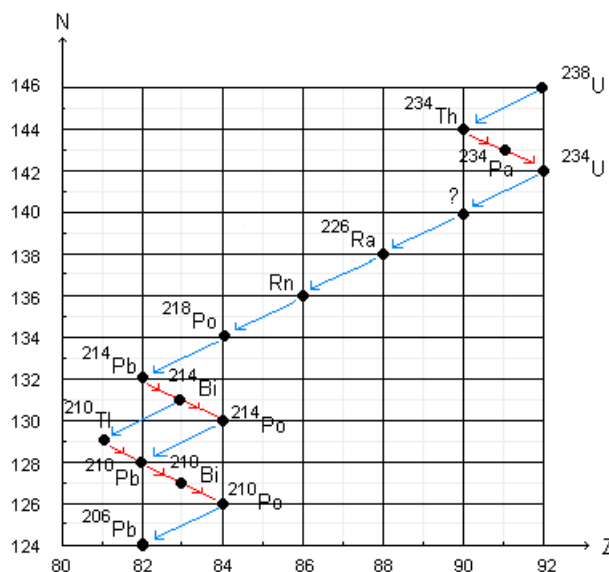
Compléter et déterminer type de désintégration pour les transformations suivantes :



❖ Exercice 2 :

On donne ci-contre la famille radioactive de l'uranium 238, c'est-à-dire les noyaux résultants des désintégrations successives de l'uranium 238 et de ses noyaux fils, petit-fils, etc ...

1. Donner, en justifiant vos réponses, la nature des désintégrations qui conduisent de l'uranium 238 à l'uranium 234 (on ne demande pas d'écrire les équations de ces désintégrations).
2. La désintégration de l'uranium 234 conduit à un noyau manquant. Donner, en justifiant votre réponse, le symbole complet de ce noyau.
3. Compléter le symbole Rn du noyau de radon (il manque les valeurs de A et Z).
4. Un noyau de la famille peut donner lieu à deux types de désintégrations radioactives. Écrire les équations de ces désintégrations.
5. La famille s'arrête au plomb 206, à votre avis pourquoi ?



❖ Exercice 3 :

La scintigraphie est une technique d'investigation médicale qui permet l'observation de la glande thyroïde. Un patient ingère pour cette observation une masse $m = 1,31$ ng de l'isotope ${}^{131}_{53}\text{I}$ de l'iode qui est radioactif de type β^- ($t_{1/2} = 8,1$ jours $= 7 \cdot 10^5$ s)

1. Écrire l'équation de la réaction de désintégration en justifiant.
2. Déterminer le nombre d'atomes radioactifs dans la dose ingérée.
3. On note (N_0) le nombre de noyaux radioactifs à la date $t=0$ et (N) le nombre de noyaux radioactifs à la date t .
Établir la relation entre la constante radioactive λ et le temps de demi-vie $t_{1/2}$, en précisant la signification de la demi-vie.
4. Définir l'activité d'un échantillon radioactif et établir la relation entre l'activité et N .
5. Calculer l'activité initiale de la dose ingérée.
6. Calculer le temps au bout duquel l'activité résiduelle est égale à 1,5 % de l'activité initiale.

Données : $M(\text{iode } 131) = 131$ g/mol ; $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$; ${}_{51}\text{Sb}$; ${}_{52}\text{Te}$; ${}_{54}\text{Xe}$; ${}_{55}\text{Cs}$; ${}_{56}\text{Ba}$.

❖ Exercice 4 :

L'élément hydrogène a trois isotopes : l'hydrogène ${}^1\text{H}$, le deutérium ${}^2\text{H}$, le tritium ${}^3\text{H}$.

1. Donner la composition du noyau et la configuration électronique des atomes correspondants.
2. Le tritium est radioactif. C'est un émetteur β^- dont la période radioactive est : $t_{1/2} = 12,5$ ans.
 - 2-1. Écrire l'équation de désintégration du noyau de tritium en précisant la nature de la particule β^- en identifiant le noyau fils parmi les éléments suivants : ${}^1\text{H}$, ${}^2\text{He}$, ${}^3\text{Li}$.
 - 2-2. Donner la définition de la constante radioactive λ .
 - 2-3. Le tritium ${}^3\text{H}$ se forme dans l'atmosphère, sa teneur est la même dans l'atmosphère que dans les eaux de pluie. Dans l'eau d'une nappe phréatique, la teneur en tritium est quatre fois plus faible que dans les eaux de pluie. Évaluer le temps de renouvellement des eaux dans cette nappe phréatique.

❖ **Exercice 5 :**

La détermination de l'âge de la Terre a commencé vers le XVI^e siècle, on l'estimait alors autour de 5000 ans. Au XIX^e siècle, des scientifiques admettaient un âge d'environ 100 millions d'années. La découverte de la radioactivité, par H. Becquerel en 1896, bouleversa toutes les données connues. La datation à l'uranium-plomb permet de déterminer assez précisément l'âge de la Terre. Nous proposons de comprendre cette technique de datation.

I. Étude de la famille uranium 238 – plomb 206

Le noyau d'uranium 238, naturellement radioactif, se transforme en un noyau de plomb 206, stable, par une série de désintégrations successives. Nous allons étudier ce processus (On ne tiendra pas compte de l'émission γ).

1. Dans une première étape, un noyau d'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$ subit une radioactivité α . Le noyau fils est du thorium (symbole Th).

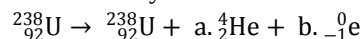
1-1. Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

1-2. Écrire l'équation de la réaction nucléaire en précisant les règles utilisées.

2. Dans une deuxième étape, le noyau de thorium 234 se transforme en un noyau de protactinium ${}^{234}_{91}\text{Pa}$. L'équation de cette transformation nucléaire est : ${}^{234}_{90}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + {}^0_{-1}\text{e}$

Préciser, en justifiant votre réponse, le type de la radioactivité correspondant à cette transformation.

3. L'équation globale du processus de transformation d'un noyau d'uranium 238 en un noyau de plomb 206 est :



Déterminer, en justifiant, le nombre de désintégrations α et β^- de ce processus.

II. Géochronologie

On a constaté d'une part, que les minéraux d'une même couche géologique, donc du même âge, contiennent de l'uranium 238 et du plomb 206 en proportions remarquablement constantes, et d'autre part que la quantité de plomb dans un minéral augmente proportionnellement à son âge relatif.

Si on mesure la quantité de plomb 206 dans un échantillon de roche ancienne, en considérant qu'il n'y en avait pas initialement, on peut déterminer l'âge du minéral à partir de la courbe de décroissance radioactive du nombre de noyaux d'uranium 238.

Étudions un échantillon de roche ancienne dont l'âge, noté t_{Terre} , correspond à celui de la Terre.

4. On considère la courbe de décroissance radioactive du nombre $N_U(t)$ de noyaux d'uranium 238 dans un échantillon de roche ancienne (voir ci-contre).

4-1. Indiquer la quantité initiale $N_U(0)$ de noyaux d'uranium de cet échantillon.

4-2. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ de l'uranium 238 ; En déduire la valeur de sa constante de radioactivité λ .

4-3. Donner l'expression de $N_U(t)$, nombre de noyaux radioactifs présents dans cet échantillon à la date t , en fonction de $N_U(0)$.

Calculer le nombre de noyaux d'uranium 238 qui restent dans cet échantillon roche à la date $t_1 = 1,5 \cdot 10^9$ années. Vérifier graphiquement votre résultat.

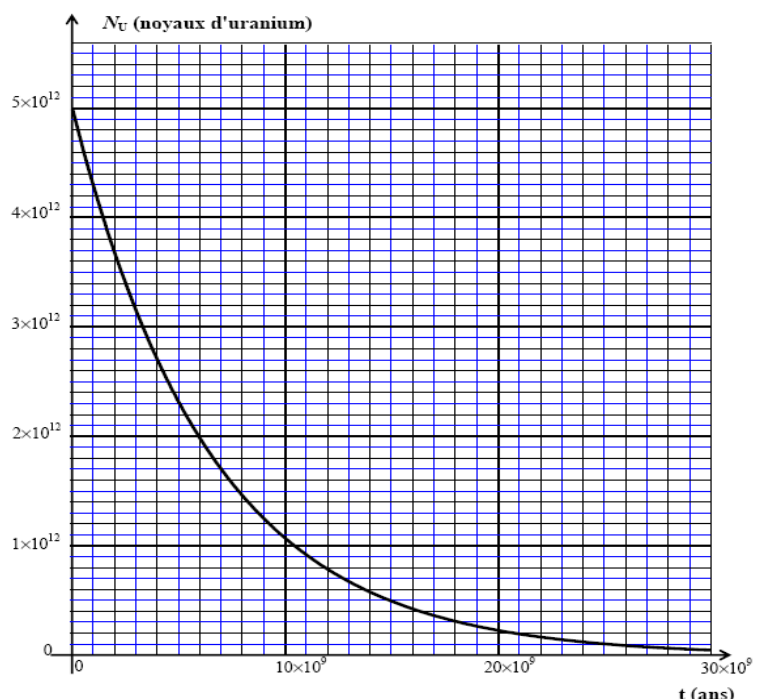
4-4. Définir et déterminer graphiquement le temps de demi-vie $t_{1/2}$ de l'uranium 238. Vérifier la cohérence avec la constante de temps.

5. La quantité de plomb mesurée dans la roche à la date t_{Terre} , notée $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$, est égale à $2,4 \cdot 10^{12}$ atomes.

5-1. Établir la relation entre $N_U(t_{\text{Terre}})$, $N_U(0)$ et $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$.

5-2. Calculer la quantité $N_U(t_{\text{Terre}})$ de noyaux d'uranium.

5-3. Déterminer l'âge t_{Terre} de la Terre.



Chapitre 5

Noyaux, masse et énergie

I- Equivalence masse-énergie

1- Unité de masse et énergie

a -Unité de masse atomique

Le kilogramme est une unité inadaptée à l'échelle du noyau atomique. En effet, en physique nucléaire on utilise une autre unité de masse atomique qui porte le symbole μ . Cette unité est égale à 1/12 de la masse d'un atome de carbone 12.

$$\text{On a : } \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}, \quad \text{pour un atome : } m = \frac{M}{N_A} \quad \text{donc : } 1\mu = \frac{1}{12} \cdot \frac{M}{N_A}$$

$$\text{Application numérique : } 1\mu = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,03 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{D'où : } \mathbf{1\mu = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

b- Unité de l'énergie

Dans le domaine de la physique nucléaire on utilise une unité d'énergie plus adaptée à l'échelle microscopique appelé l'électronvolt (eV) :

$$\mathbf{1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

Remarque : Les multiples de l'électron-volte sont :

$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$	$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$	$1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-10} \text{ J}$
--	--	--

2- Equivalence masse-énergie

En 1905, Albert Einstein a postulé qu'il existe une équivalence entre la masse et l'énergie. Cela revient à dire qu'un système de masse « m », au repos, possède une énergie de masse E telle que : $\mathbf{E = m \cdot c^2}$. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Par conséquent, la variation de la masse m de ce système engendre une variation de son énergie E. Ainsi, on écrit : $\mathbf{\Delta E = \Delta m \cdot c^2}$

L'énergie correspondant à une masse de 1μ est égale à $\mathbf{E = 931,5 \text{ MeV}}$

$$\text{On a : } m = \frac{E}{c^2} \quad \text{alors } \mathbf{1\mu = 931,5 \text{ MeV}/c^2}.$$

Remarque : L'intérêt de cette unité est de faire directement la correspondance entre une énergie et une masse.

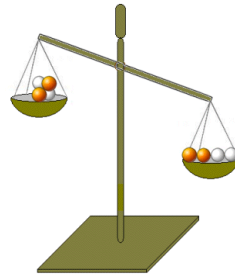
II- Energie de liaison

1- Défaut de masse

Les physiciens ont constatée que la masse d'un noyau était moins élevée que la masse de ces constituants, ce qui contredit les lois de conservation que Lavoisier avait proposé.

Pour le noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$:

Masse du noyau :
 $m_{\text{noyau}} = 6,6647 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$



Masse des constituants :
 $m = 2 m_p + 2 m_n$
 $m = (2 \times 1,6726 \times 10^{-27}) + (2 \times 1,6750 \times 10^{-27})$
 $m = 6,6952 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Le défaut de masse est égal à $\Delta m = m_{\text{constituants}} - m_{\text{noyau}} = 0,0305 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

D'où, une question se pose : mais où donc est passée la masse manquante ?

On appelle défaut de masse, la grandeur Δm représentant la différence entre la somme des masses des constituants d'un noyau, et la masse de ce noyau :

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n - m({}_Z^A X)$$

2- Energie de liaison

L'énergie de liaison E_ℓ est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau immobile, pour le dissocier en nucléons libres et immobiles.

L'énergie de liaison E_ℓ est équivalente au défaut de masse Δm :

$$E_\ell = \Delta m \cdot c^2$$

$$E_\ell = [Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n - m({}_Z^A X)] \cdot c^2$$

Remarque : l'énergie de liaison E_ℓ est positive puisqu'elle est reçue par le système considéré (noyau),

3- Energie de liaison par nucléon-Courbe d'Aston

Elle est égale à l'énergie de liaison du noyau divisée par le nombre de nucléons présents dans ce noyau $\xi = \frac{E_\ell}{A}$. Elle est exprimée en MeV/nucléon.

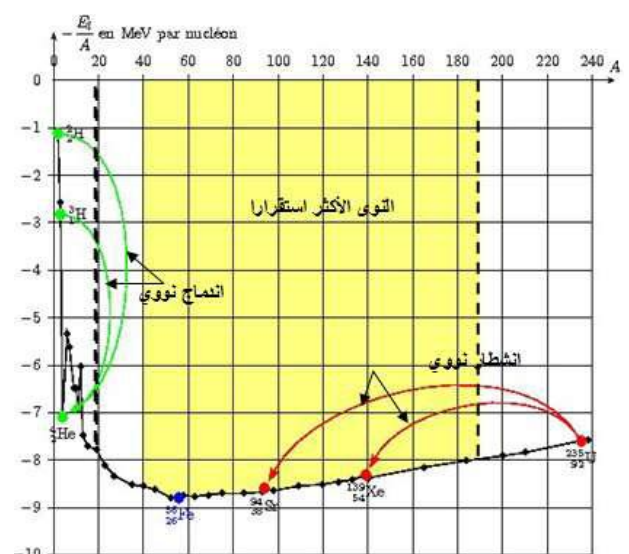
L'énergie de liaison par nucléon permet de comparer la stabilité des différents noyaux. Les noyaux stables sont ceux qui ont la plus grande énergie de liaison par nucléon.

La courbe d'Aston $-\frac{E_\ell}{A} = f(A)$ permet d'illustrer la stabilité relative des noyaux.

Les noyaux stables sont ceux qui ont une énergie de liaison par nucléon d'environ 8 MeV/nucléon. Leur nombre de masse A est tel que $20 < A < 190$. Ils apparaissent autour du minimum de la courbe.

Les noyaux instables peuvent se transformer en d'autres noyaux plus stables avec libération d'énergie selon deux processus différents :

- Les noyaux lourds ($A > 195$), comme par exemple ${}_{92}^{235}\text{U}$, peuvent se briser (fragmenter) en deux noyaux légers appartenant au domaine de stabilité. Ils subissent alors une **réaction nucléaire de fission**.
- Certains noyaux légers, ($A < 20$) comme par exemple ${}_1^1\text{H}$, ${}_2^2\text{H}$, ${}_3^3\text{H}$, peuvent se «fusionner» pour former un noyau placé plus bas dans le diagramme. Ce sont des **réactions nucléaires de fusion**.

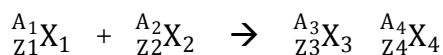


Remarque : Les réactions nucléaires de fission et de fusion ne sont pas des réactions spontanées, mais provoquées.

III-Bilan de masse et d'énergie d'une transformation nucléaire

1- Cas général

Soit une transformation nucléaire quelconque d'équation :



Il y a deux façons de calculer l'énergie libérée par cette transformation nucléaire :

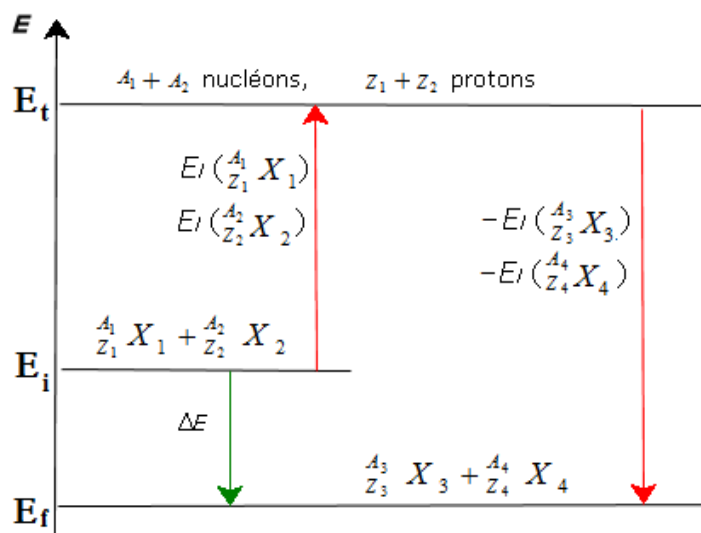
- En utilisant la variation de masse :

$$\Delta E = [(m(X_3) + m(X_4)) - (m(X_1) + m(X_2))] . c^2$$

- En utilisant les énergies de liaison des noyaux et d'après la définition de E_l :

$$\Delta E = [(E_l(X_1) + E_l(X_2)) - (E_l(X_3) + E_l(X_4))]$$

- Diagramme d'énergie :



2- Exemple : cas d'une transformation nucléaire spontanée

Soit la désintégration α du radium ${}^{226}_{88}\text{Ra}$:

- L'équation de la désintégration α est : ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$

Données : $m({}^{226}_{88}\text{Ra}) = 225,9770 \text{ u}$; $m({}^{222}_{86}\text{Rn}) = 221,9703 \text{ u}$; $m({}^4_2\text{He}) = 4,0015 \text{ u}$; $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$

- L'énergie ΔE libérée par cette transformation est :

$$\Delta E = (221,9703 + 4,0015 - 225,9770) . c^2 \times 931,5 \text{ MeV}/c^2 = - 4.94 \text{ MeV}$$

$$\Delta E = - 4.94 \times 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = - 7,9097 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

- L'énergie libérée par une mole de noyaux :

$$\Delta E_{(1 \text{ mole})} = - 7,9 \cdot 10^{-13} \times 6,02 \cdot 10^{23} = - 4,8 \cdot 10^{11} \text{ J/mol}$$

Exercices d'applications - Chapitre 5 :**Noyaux, masse et énergie****❖ Exercice 1 :**

Un noyau de carbone 14 a une masse de $13,9999 \mu$. L'isotope 14 est noté $^{14}_6\text{C}$.

1. Donner la composition du noyau de carbone $^{14}_6\text{C}$.
2. Calculer en unité de masse atomique μ , la masse théorique du noyau.
3. En déduire le défaut de masse Δm .
4. Calculer en MeV, l'énergie de liaison du noyau de carbone 14.
5. En déduire l'énergie moyenne de liaison par nucléon ξ du carbone 14.
6. L'énergie de liaison par nucléon du carbone 12 est : $\xi' = 7,68 \text{ MeV/nucléon}$. Parmi les deux noyaux, lequel est le plus stable ? Justifier votre réponse.

Données : $1\mu = 931,5 \text{ MeV/C}$; $m_n = 1,00866 \mu$; $m_p = 1,00727 \text{ u}$.

❖ Exercice 2 :

Le fer 59 est radioactif β selon l'équation : $^{59}_{26}\text{Fe} \rightarrow ^{59}_{27}\text{Co} + ^0_{-1}\text{e}$

1. Déterminer, en les justifiant, les valeurs de Z et A.
2. Calculer l'énergie libérée par cette transformation nucléaire en MeV.
3. Calculer l'énergie libérée lors de la désintégration de 1g de $^{59}_{26}\text{Fe}$.
4. Dresser un diagramme d'énergie correspondant à cette transformation spontanée.

Données : $1\mu = 1,66055 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV/c}^2$

Masse des noyaux : $m(\text{Fe}) = 58,9206 \text{ u}$; $m(\text{Co}) = 58,9184 \mu$; $m(\beta^-) = 5.49 \cdot 10^{-4} \text{ u}$

❖ Exercice 3 :

On considère trois noyaux de bore : ^8_5B , $^{10}_5\text{B}$ et $^{11}_5\text{B}$ présentant les caractéristiques suivantes :

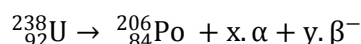
- pour le noyau de ^8_5B : énergie de liaison par nucléon = $3,76 \text{ MeV}$;
- pour le noyau de $^{10}_5\text{B}$: masse du noyau = $9,326 \text{ MeV} / \text{c}^2$;
- pour le noyau de $^{11}_5\text{B}$: défaut de masse = $75,06 \text{ MeV} / \text{c}^2$.

Classer ces trois noyaux par ordre de stabilité croissant.

Données : $m_p = 938,26 \text{ MeV} / \text{c}^2$; $m_n = 939,55 \text{ MeV} / \text{c}^2$

❖ Exercice 4 :

Le nucléide d'Uranium $^{238}_{92}\text{U}$ se transforme en polonium $^{206}_{84}\text{Po}$ au cours d'une chaîne de désintégrations spontanées du type α et β^- selon l'équation suivante :



1. Reconnaître les particules α et β^- et déterminer les coefficients x et y

Au cours de cette chaîne de désintégrations, le noyau de polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ se désintègre en un noyau du plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$

2. Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire, et préciser le type de désintégration et la nature de la particule émise.
3. Calculer en **MeV** et en **J** l'énergie libérée au cours de cette transformation nucléaire
4. Représenter le bilan énergétique de cette transformation en utilisant le diagramme énergétique

Soit N_0 le nombre de noyaux de polonium radioactif à l'instant $t_0=0$, et N le nombre de particules restantes à l'instant t.

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats obtenus pour cette transformation nucléaire à des dates bien précises :

t (jours)	0	40	80	120	160	200	240
N/N ₀	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30

5. Tracer la courbe $-\ln(N/N_0) = f(t)$ et utilisant l'échelle 1cm pour 20 jours et 1cm pour 0,1 sur l'axe des ordonnées.
6. Déterminer graphiquement la constante radioactive λ et en déduire la demi-vie $t_{1/2}$ du polonium 210.
7. On considère un échantillon contenant des noyaux de polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ de masse $m_0 = 10\text{g}$ à l'instant $t = 0$, calculer la masse des noyaux restants à l'instant $t = 45$ jours.

Données : $m(^{206}_{82}\text{Pb}) = 206,0385 \text{ u}$; $m(^{210}_{84}\text{Po}) = 210,0482 \text{ u}$; $m(^4_2\text{He}) = 4,00150 \text{ u}$

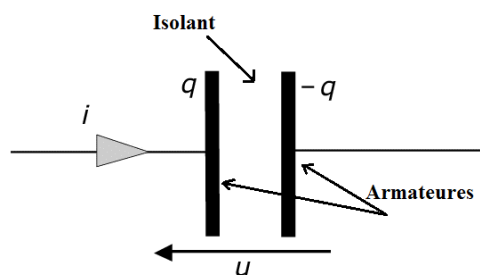
Chapitre 6

Le dipôle RC

I- Condensateur

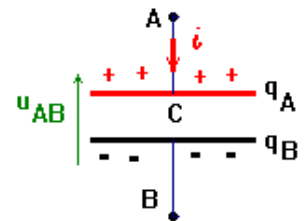
1- Définition

- Le condensateur est un composant électronique, constitué de deux armatures conductrices et séparées par un isolant polarisable (ou «diélectrique»). Il a la particularité de pouvoir stocker de l'énergie (des charges électriques opposées sur ses armatures) lorsqu'il est soumis à une tension électrique U .
- La représentation symbolique d'un condensateur est donnée comme le montre le schéma ci-dessus.



- Chaque condensateur est caractérisé par une grandeur appelée capacité de symbole « C » et dont l'unité dans SI est le farad (symbole : F).
- La charge q d'un condensateur représente la quantité d'électricité accumulée sur l'un de ses armatures :

$$q = q_A = -q_B \quad (q_A > 0 ; q_B < 0)$$



Relation Charge q - Intensité I	Relation Charge q - Tension U	Relation Tension U - Intensité I
L'intensité du courant électrique I représente le débit de charges électriques (électrons), c'est la quantité d'électricité qui arrive à l'armature du condensateur par unité de temps : $i = \frac{dq_A}{dt}$	La charge q d'un condensateur est directement proportionnelle à la tension électrique U entre ses bornes : $q(t) = C \cdot U_c(t)$ telle que C est sa capacité	La relation entre la tension électrique U et l'intensité du courant I : $i(t) = C \cdot \frac{dU_c(t)}{dt}$

Remarque :

- C s'exprime en farad (F) ; q en Coulomb (C) ; u_{AB} en Volt (V) et I en Ampère (A).
- La valeur de la capacité C ne dépend que des caractéristiques de l'élément capacitif (nature du diélectrique isolant, surface des armatures, distance entre elles...)

2- Expression de l'énergie stockée dans un condensateur

La puissance électrique reçue par un condensateur est $P = U_c(t) \cdot i(t)$, avec $P = \frac{dE_e}{dt}$

D'où l'énergie électrique est : $dE_e = P \cdot dt \Rightarrow dE_e = U_c(t) \cdot i(t) \cdot dt \Rightarrow dE_e = U_c(t) \cdot C \cdot \frac{dU_c(t)}{dt} \cdot dt$

Il s'ensuit de là que : $E_e = \int dE_e = \int C \cdot U_c \cdot dU_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_c^2 + k$

En conclusion, l'énergie électrique emmagasinée par un condensateur est : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 + k$; ($k = Cte$; et elle représente l'énergie électrique initiale du condensateur).

A $t=0$, le condensateur est non chargé, donc : $E_e(t=0) = 0$ et $U_C(t=0) = 0$ d'où : $k = 0$, en fin : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2$

3- Associations de condensateurs

Considérons 2 condensateurs C_1 et C_2 initialement déchargés.

a- Association en série

L'association en série de deux condensateurs C_1 et C_2 se comporte comme un «condensateur unique équivalent» de capacité C_{eq} telle que :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Pour l'association de n condensateur en série :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

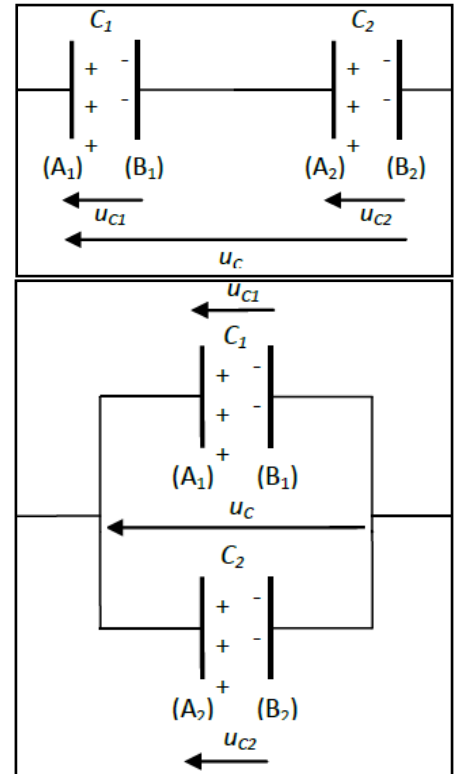
b- Association en dérivation

L'association en dérivation de deux condensateurs C_1 et C_2 se comporte comme un « condensateur unique équivalent » de capacité C_{eq} telle que :

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Pour l'association de n condensateur en dérivation :

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



II- Réponse d'un dipôle (RC) à un échelon de tension

L'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R constitue un dipôle (R,C).

Nous allons soumettre différents circuits à un échelon de tension : on fait passer la tension aux bornes du circuit à étudier d'une valeur E_1 à une valeur E_2 en un temps très court considéré comme nul.

Pour cela, deux possibilités :

Echelon montant de tension	Echelon descendant de tension
à $t < 0$: $U = 0$ à $t > 0$: $U \neq 0$ La valeur de U passe brutalement de $E_1=0$ à E_2 à un instant $t = t_0$.	à $t < 0$: $U \neq 0$ à $t > 0$: $U = 0$ La valeur de U passe brutalement de E_1 à $E_2=0$ à un instant $t = t_0$.

1- Réponse d'un dipôle RC à un échelon montant de tension

a- Charge d'un condensateur - l'équation différentielle

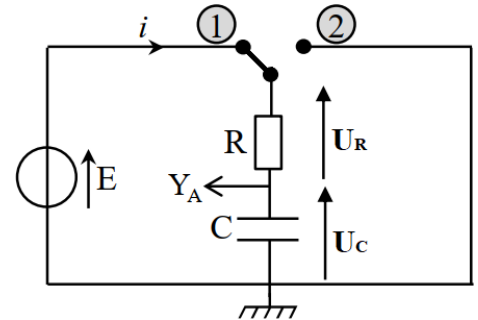
- Avant la fermeture de l'interrupteur K : $U_C=0$ (le condensateur est non chargé = déchargé)
- A un instant $t=0$ on ferme l'interrupteur K

D'après la loi d'additivité des tensions : $U_C(t) + U_R(t) = E$

Avec $U_R(t) = R.i(t)$ d'après la loi d'Ohm, et $i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$

L'équation différentielle peut donc s'écrire :

$$R.C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C = E$$



b- Expression de la tension $U_C(t)$

L'expression de la tension $U_C(t)$ est la solution de l'équation différentielle, elle s'écrit sous la forme:

$$U_C(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ avec } A, B \text{ et } \tau \text{ des constantes.}$$

c- Expression de A, B et τ

On dérive l'expression $U_C(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{dU_C(t)}{dt} = (A)' + (B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})' = 0 + (-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

On remplace $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ par leurs expressions dans l'équation différentielle :

$$R.C \cdot (-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) + A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \Rightarrow -\frac{R.C.B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\Rightarrow B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot (1 - \frac{R.C}{\tau}) + A = E$$

Cette équation est vérifiée quel que soit t ($\forall t$), si $(1 - \frac{R.C}{\tau}) = 0$ et $A = E$; d'où $\tau = R.C$

On sait qu'à l'instant $t=0$ le condensateur est déchargé (conditions initiales), $U_C(t=0) = 0$

D'où : $U_C(t=0) = A + B \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = 0 \Rightarrow A = -B = E \Rightarrow B = -E$

Donc l'expression de la tension $U_C(t)$ devient :

$$U_C(t) = E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow U_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec : } \tau = R.C$$

d- Dimension de la constante τ

$$\tau = R.C$$

D'après la loi d'Ohm : $U = R.i \Rightarrow R = \frac{U}{i}$

La dimension de R s'écrit : $[R] = \frac{[U]}{[i]}$ (I)

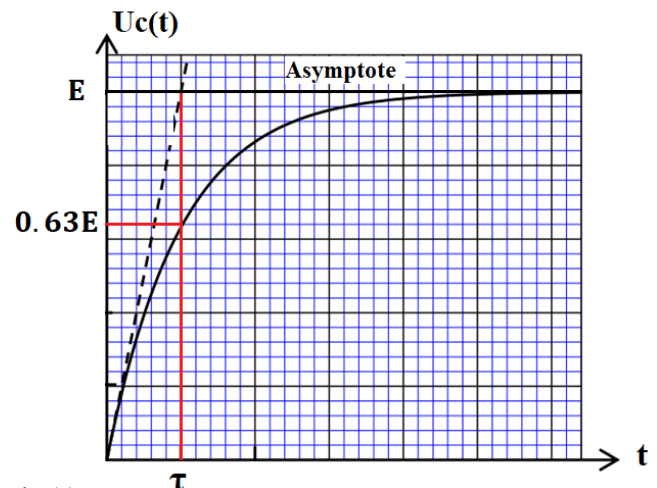
A partir de la relation : $i = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \Rightarrow C = \frac{i \cdot dt}{dU_C}$

La dimension de C s'écrit : $[C] = \frac{[i] \cdot [T]}{[U]}$ (II)

D'après (I) et (II), la dimension de τ est :

$$[\tau] = [R] \cdot [C] = \frac{[U]}{[i]} \cdot \frac{[i] \cdot [T]}{[U]} = [T]$$

Le produit $R.C$ a la dimension d'un temps, son unité est la seconde (s)



La durée de la charge d'un condensateur de capacité C peut être caractérisée par la constante du temps $\tau = R.C$ du dipôle RC. Elle peut être déterminée à partir de la courbe représentant les variations de $U_C(t)$ en fonction du temps par deux méthodes :

- **Méthode 1** : τ est l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à la courbe $U_C = f(t)$ à $t=0$ et l'asymptote horizontale $U_{C,\max}$.
- **Méthode 2** : τ est aussi l'abscisse du point de la courbe $U_C = f(t)$ d'ordonnée $0,63 \times U_{C,\max}$.

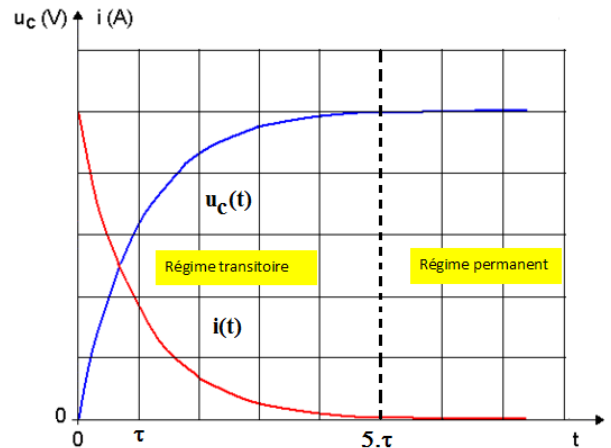
e- Expression de la charge $q(t)$

On sait que $q(t) = C.U_C(t)$, donc : $q(t) = C.E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

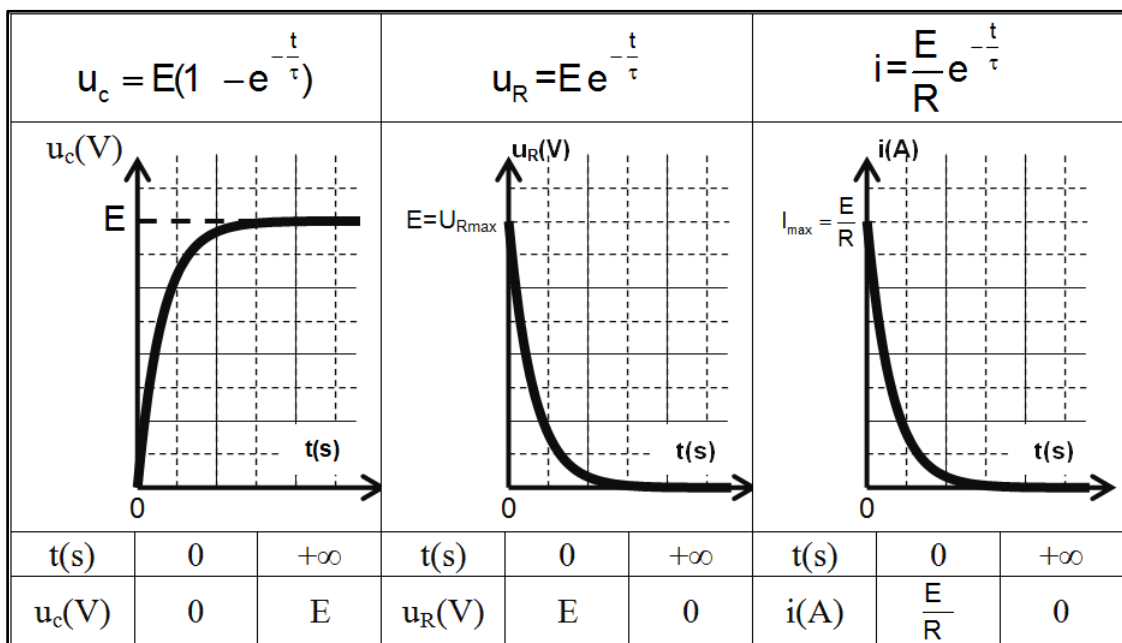
f- Expression de l'intensité $i(t)$.

On sait que $i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$, avec : $\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{R.C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

donc : $i(t) = C \cdot \frac{E}{R.C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$



g- Graphes de $U_C(t)$, $U_R(t)$ et de $i(t)$



2- Réponse d'un dipôle RC à un échelon descendant de tension

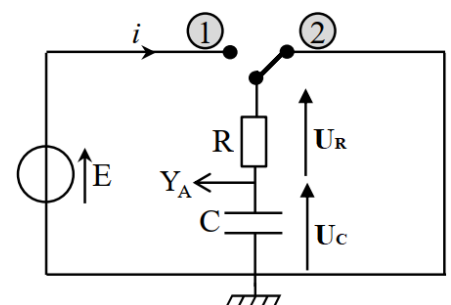
a- Décharge d'un condensateur - l'équation différentielle

- Avant l'ouverture de l'interrupteur K : $U_C = E$ (le condensateur est chargé)
- A un instant $t=0$ on bascule l'interrupteur K à la position 2.

D'après la loi d'additivité des tensions : $U_C(t) + U_R(t) = 0$

Avec $U_R(t) = R.i(t)$ d'après la loi d'Ohm, et $i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$

L'équation différentielle peut donc s'écrire : $R.C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C = 0$



b- Expression de la tension $U_C(t)$

L'expression de la tension $U_C(t)$ est la solution de l'équation différentielle, elle s'écrit sous la forme:

$$U_C(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ avec } A, B \text{ et } \tau \text{ des constantes.}$$

c- Expression de A, B et τ

$$\text{On dérive l'expression } U_C(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{dU_C(t)}{dt} = (A)' + (B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})' = 0 + (-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On remplace $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ par leurs expressions dans l'équation différentielle :

$$R \cdot C \cdot (-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) + A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow -\frac{R \cdot C \cdot B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\Rightarrow B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot (1 - \frac{R \cdot C}{\tau}) + A = 0$$

Cette équation est vérifiée quel que soit t ($\forall t$), si $(1 - \frac{R \cdot C}{\tau}) = 0$ et **$A = 0$** ; d'où **$\tau = R \cdot C$**

On sait qu'à l'instant $t=0$ le condensateur est chargé (conditions initiales), $U_C(t=0) = E$

$$\text{D'où : } U_C(t=0) = B \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = E \Rightarrow \mathbf{B = E}$$

Donc l'expression de la tension $U_C(t)$ devient :

$$U_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec : } \tau = R \cdot C$$

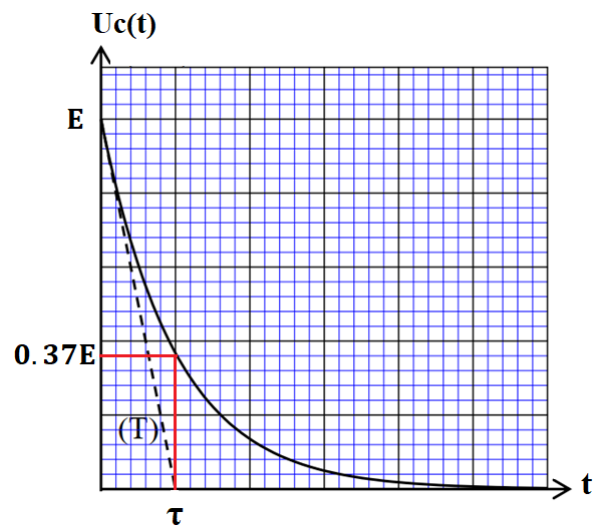
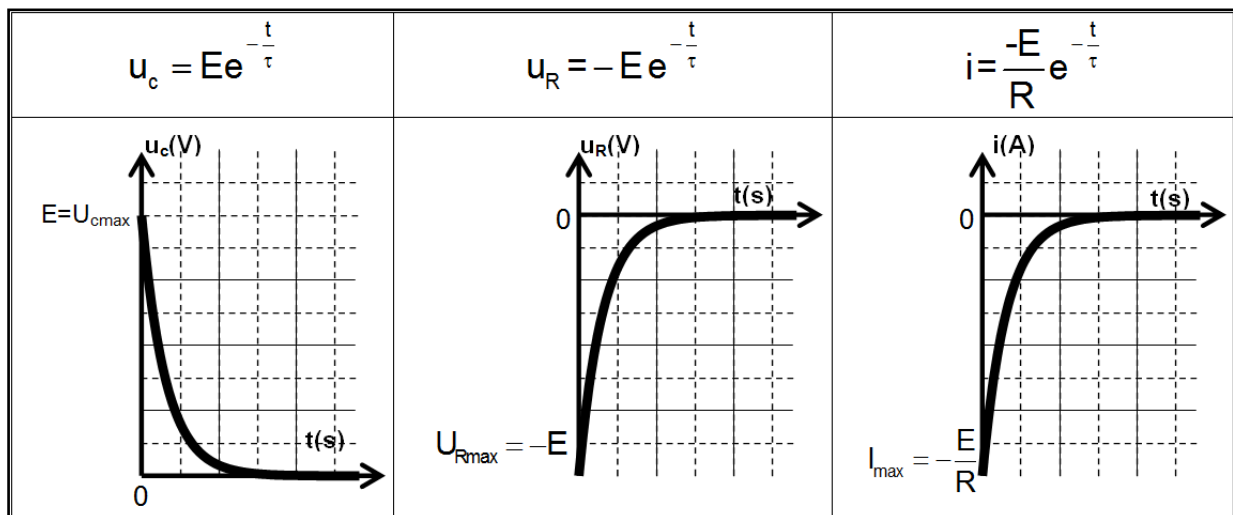
d- Expression de la charge $q(t)$

$$\text{On sait que } q(t) = C \cdot U_C(t), \text{ donc : } \mathbf{q(t) = C \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

e- Expression de l'intensité $i(t)$.

$$\text{On sait que } i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}, \text{ avec : } \frac{dU_C(t)}{dt} = -\frac{E}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{donc : } i(t) = -C \cdot \frac{E}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \mathbf{i(t) = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

**f- Graphes de $U_C(t)$, $U_R(t)$ et de $i(t)$** 

Exercices d'applications - Chapitre 6

Le dipôle RC

❖ Exercice 1 :

Données : $E=12V$, $C=120\mu F$.

Le condensateur est initialement déchargé.

A la date $t=0$, on ferme l'interrupteur K.

1. En utilisant la convention récepteur, représenter par des flèches sur la fig1, les tensions U_C aux bornes du condensateur et U_R aux bornes du résistor.

2. Donner l'expression de U_R en fonction de i .

3. Donner l'expression de i en fonction de la charge q .

4. Donner la relation liant q et U_C .

5. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation entre E , U_R et U_C .

6. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension U_C .

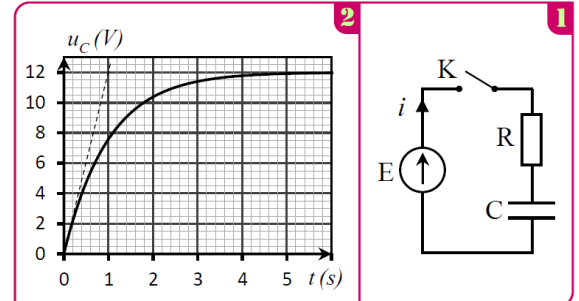
7. Vérifier que $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est la solution de l'équation différentielle trouvée dans la question 6, avec $\tau = RC$.

8. Dans ce qui suit, on s'intéresse à la constante de temps τ du dipôle RC.

a. A l'aide de la courbe $U_C = f(t)$ de la fig 2, Déterminer la valeur de la constante de temps τ .

b. En déduire la valeur de la résistance R .

c. Calculer l'énergie électrique E_e emmagasinée par le condensateur à la fin de la charge.



❖ Exercice 2 :

I. Etude de la charge d'un condensateur par un générateur idéal du courant

Pour déterminer la capacité d'un condensateur, on utilise le montage représenté sur la figure 1. Le générateur est un générateur de courant : il débite un courant d'intensité constant $I=200\text{ mA}$.

Le système d'acquisition permet d'obtenir les variations de la tension U_C en fonction de temps (figure 2).

1. En exploitant la courbe, déterminer l'expression de la tension $U_C(t)$.

2. Démontrer que : $U_C = \frac{I_0}{C} \cdot t$

3. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

4. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur à $t=5\text{ s}$.

II. Etude de la réponse du dipôle RC à un échelon de tension descendant

A l'instant de date $t = 5\text{ s}$, on bascule l'interrupteur à la position 2. Le condensateur se décharge alors dans la résistance R .

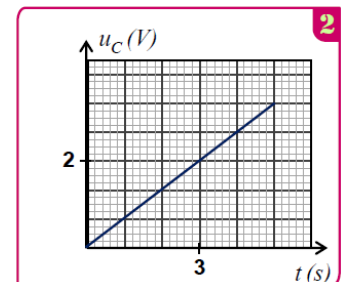
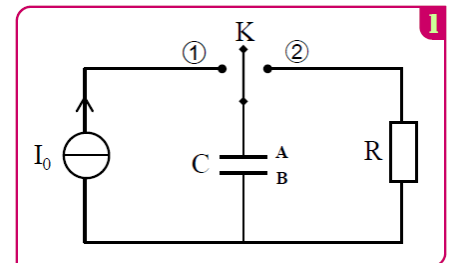
5. Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la charge q_A de l'armature A du condensateur en fonction du temps.

6. Montrer que cette équation différentielle admet une solution de la forme :

$q_A = K \cdot e^{-\lambda t}$, et exprimer littéralement les constantes K et λ en fonction de Q , R et C . On prendra comme condition initiale $q_A = Q$.

7. Donner l'expression de la tension U_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

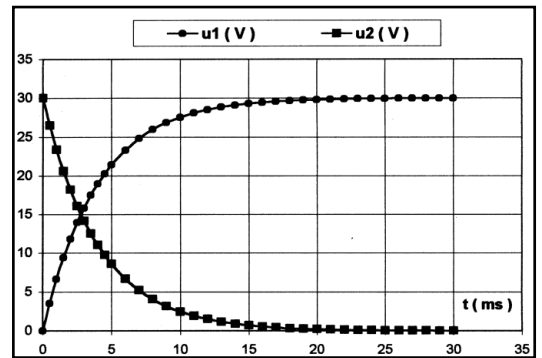
8. Déterminer la valeur qu'il faut donner à R pour que $U_C = 1,0\text{ V}$ à $t = 1,0\text{ s}$



❖ Exercice 3 :

On charge un condensateur sous une tension constante U à travers une résistance $R=10\text{ k}\Omega$. On visualise à l'oscilloscope la tension U_C aux bornes du condensateur et la tension U_R aux bornes de la résistance.

1. Proposer un schéma du dispositif en pcomment peut-on brancher les entrées Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope pour visualiser les deux tensions U_C et U_R .
2. Identifier les 2 courbes en justifiant.
3. Calculer la valeur maximale de l'intensité dans le circuit.
4. Déterminer la constante de temps du circuit à l'aide du graphique, en expliquant votre calcul.
5. En déduire la valeur de la capacité du condensateur.
6. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur quand sa charge est terminée.

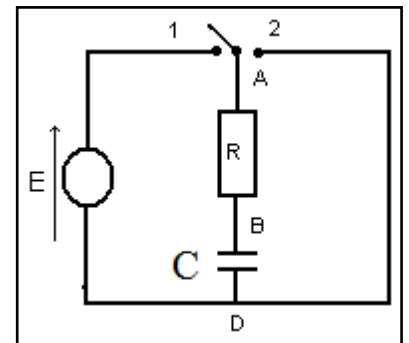


❖ Exercice 4 :

On considère le circuit ci-contre.

- On s'intéresse à ce qui se passe quand l'interrupteur est en position 1.
 1. En précisant les conventions utilisées, établir l'équation différentielle de la charge du condensateur.
 2. Vérifier que la fonction numérique $U_{BD} = A + B.e^{-bt}$ est solution de l'équation précédente quelque soit t si l'on choisit convenablement les constantes A , B et b .
 3. Le condensateur étant préalablement déchargé, on ferme le circuit en basculant l'interrupteur en position 1 à l'instant $t=0$. Quelle est à cet instant la valeur de la tension U_{BD} ?
 4. Déterminer l'expression de U_{BD} en fonction des caractéristiques du circuit.
 5. Qu'appelle-t-on constante de temps τ du dipôle RC ? Que représente-t-elle ? Calculer sa valeur numérique.
 6. Donner l'allure de la courbe $U_{BD} = f(t)$ que l'on pourrait visualiser à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'un ordinateur muni d'une interface d'acquisition.
- Lorsque le condensateur est chargé, à une date choisie comme nouvelle origine des temps, on bascule l'interrupteur en position 2.

Sous quelle forme l'énergie emmagasinée dans le condensateur est-elle dissipée ? Déterminer sa valeur.



Données : $E=6,0\text{V}$; $R=10\text{k}\Omega$ et $C=100\text{nF}$

Chapitre 7

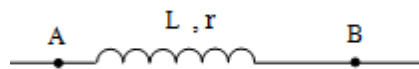
Le dipôle RL

I- La bobine

1- Définition

- Une bobine est un dipôle constitué par un enroulement cylindrique d'un fil conducteur recouvert d'une couche isolante (gaine ou vernie).
- Une bobine est caractérisée par son :
 - Inductance L exprimée en Henry (symbole H)
 - et sa résistance interne r exprimée en Ohm (Ω)

2- Représentation symbolique d'une bobine



3- Expression de la tension aux bornes d'une bobine

La bobine étant orientée de A vers B, la tension $U_L(t)$ aux bornes de la bobine est donnée par la relation :

$$U_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$$

Avec :

- $U_L(t)$: tension aux bornes de la bobine en volts (V)
- L : Inductance de la bobine en Henrys (H)
- r : Résistance interne de la bobine en Ohm (Ω)
- $i(t)$: Intensité du courant traversant la bobine en Ampères (A)

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, celle-ci peut être considérée comme l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance r et d'une bobine de résistance nulle.



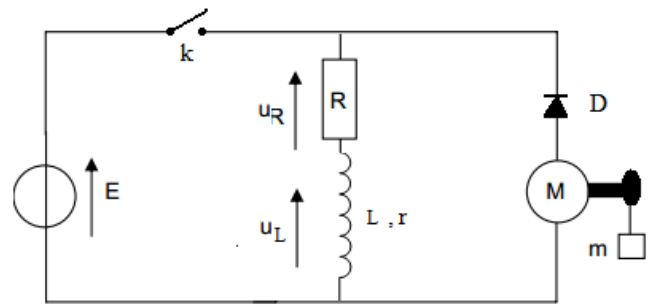
Remarque : Les différents comportements d'une bobine

- Lorsque l'intensité du courant traversant la bobine est constante, la tension entre ses bornes vaut : $U_L = r \cdot i$
- Si l'intensité du courant augmente, $i(t)$ est une fonction croissante du temps, donc la tension $U_L(t)$ augmente aussi,
- Si la variation de $i(t)$ est très rapide, $\frac{di(t)}{dt}$ peut prendre une valeur très importante, il en est de même pour $L \cdot \frac{di(t)}{dt}$; une tension importante peut alors apparaître entre les bornes de la bobine, c'est le phénomène de la surtension.
- Cette surtension momentanément provoque une étincelle aux bornes de l'interrupteur, pouvant être dangereuse pour les composants du circuit. Un système de protection est indispensable (diode, condensateur...).

II- Energie emmagasinée par la bobine

1- Mise en évidence expérimentale

On réalise un circuit électrique comportant en série un conducteur ohmique de résistance R , une bobine b d'inductance L et de résistance interne supposée nulle, un interrupteur k et un moteur (M). Le circuit est alimenté par un générateur de tension de force électromotrice (f.e.m) : E



Une fois le courant établi dans la branche comportant le dipôle RL, à l'ouverture de l'interrupteur k , le moteur tourne en soulevant la masse marquée « m » : la bobine est à l'origine de l'établissement d'un courant électrique dans le circuit (dans la deuxième branche), elle avait donc auparavant emmagasiné de l'énergie.

2- Expression d'énergie emmagasinée par la bobine

On a : $U_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$

Donc la puissance fournie à la bobine : $P = U_L(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot i(t) + r \cdot [i(t)]^2$ avec : $P = \frac{dE}{dt}$

Pendant l'établissement du courant dans le circuit, l'énergie fournie par la source est :

$$\int_0^t U_L \cdot i(t) \cdot dt = \int_0^t R \cdot i(t)^2 \cdot dt + \int_0^t L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot dt$$

On voit que cette énergie est consommée en partie par effet Joule dans le conducteur ohmique et en partie stockée dans la bobine sous forme d'énergie électromagnétique (magnétique).

L'énergie stockée dans la bobine est :

$$E_m(t) = \int_0^t L \cdot i(t) \cdot di(t)$$

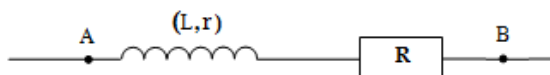
L'énergie magnétique stockée dans la bobine d'inductance L et parcourue par un courant d'intensité $i(t)$ est :

$$E_m(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t)$$

III- Réponse d'un dipôle (RL) à un échelon montant de tension

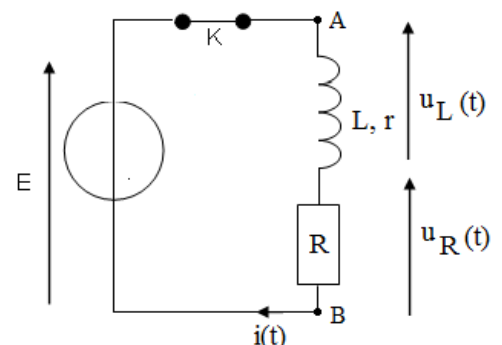
1- Le dipôle RL

Un dipôle RL est constitué de l'association d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine de résistance interne r et d'inductance L .



2- Etablissement du courant :

Un dipôle RL subit un échelon de tension lorsque l'on ferme l'interrupteur k du circuit dans lequel un générateur de tension continue E est branché en dérivation aux bornes du dipôle RL. La tension U_{AB} passe brutalement de 0 V à E V.



3- L'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions : $U_L + U_R = E$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) + R \cdot i(t) = E$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + (r + R) \cdot i(t) = E$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R_T \cdot i(t) = E$$

D'où l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit est :

$$\frac{L}{R_T} \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E}{R_T} \quad ; \quad \text{avec : } R_T = r + R$$

4- Solution de l'équation différentielle

L'équation différentielle linéaire du premier ordre en $i(t)$ à coefficients constants et avec second membre non nul peut admettre comme solution : $i(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ où A , B et τ sont des constantes à déterminer.

Exercice d'application :

1. Montrer que la solution de l'équation différentielle $\frac{L}{R_T} \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E}{R_T}$ s'écrit sous la forme :

$$i(t) = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{en déterminant l'expression de } I_p \text{ et de la constante de temps } \tau$$

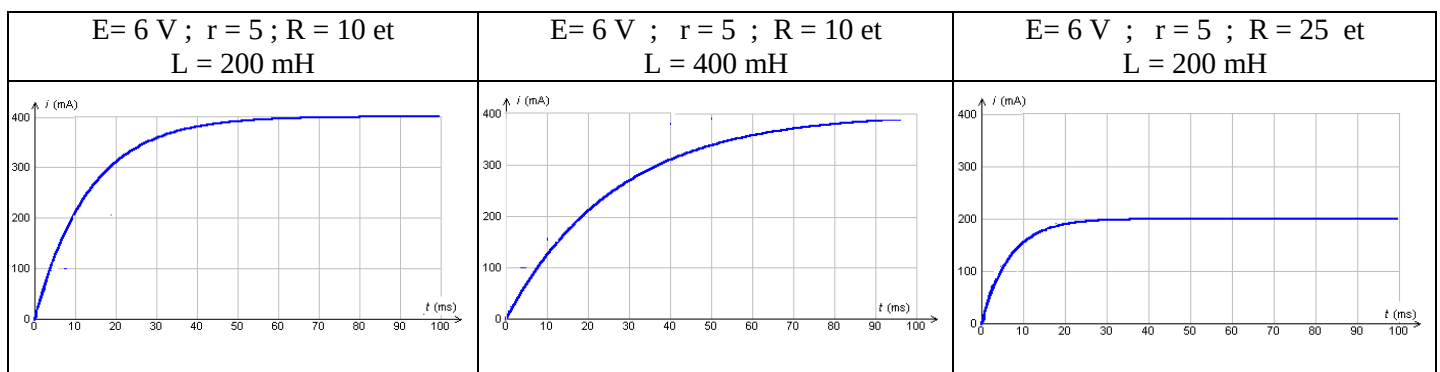
2. Que représente I_p ?

3. Par analyse dimensionnelle, montrer que la constante de temps τ a la dimension d'un temps.

Remarque : détermination de la constante de temps τ :

- **Par calcul** : si on connaît les valeurs des résistances R du conducteur ohmique et r de bobine et de l'inductance L de la bobine.
- **Graphiquement** : à partir de la courbe $i = f(t)$ ayant comme équation : $i(t) = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.
 - Nous avons à $t = \tau$: $i(t = \tau) = 0,63 \cdot I_p$
 - Le tracé de la tangente à la courbe $i = f(t)$ à $t = 0$ permet de mettre en évidence un point d'intersection entre l'asymptote horizontale d'équation $i(t) = I_p$ et la tangente; l'abscisse de ce point d'intersection a pour valeur: $t = \tau$.

5- Influence des caractéristiques du circuit sur la constante de temps lors de l'établissement d'un courant



6- Evolution de la tension aux bornes de la bobine

La tension aux bornes de la bobine est définie par :

- $U_L = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$ ou : $U_L = L \cdot \frac{di}{dt}$
- $U_L + U_R = E \Leftrightarrow U_L = E - U_R \Leftrightarrow U_L = E - R \cdot i$

Avec : $i(t) = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Pour une bobine idéale (de résistance interne r nulle) :

$$U_L = L \cdot \frac{di}{dt} \text{ et } R_T = R \text{ d'où : } \tau = \frac{L}{R}$$

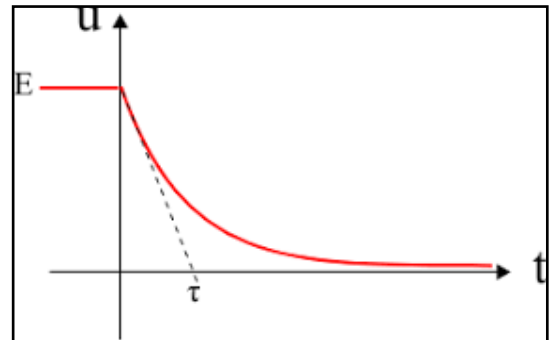
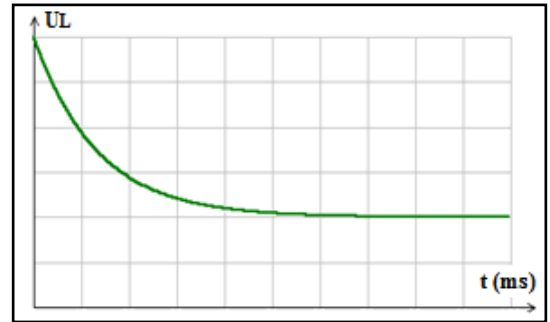
Donc :

$$U_L = E - R \cdot i \Leftrightarrow U_L = E - R \cdot I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\Leftrightarrow U_L = E - R \cdot \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{d'où : } U_L = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Contrairement à la courbe $i(t)$, la courbe de $U_L(t)$ présente une discontinuité à l'instant $t = 0$, correspondant à la fermeture du circuit.



IV - Réponse d'un dipôle (RL) à une rupture du courant

1- L'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$:

A l'ouverture de l'interrupteur k , la tension aux bornes du dipôle RL passe brutalement de E V à 0 V.

D'après la loi d'additivité des tensions : $U_L + U_R = 0$

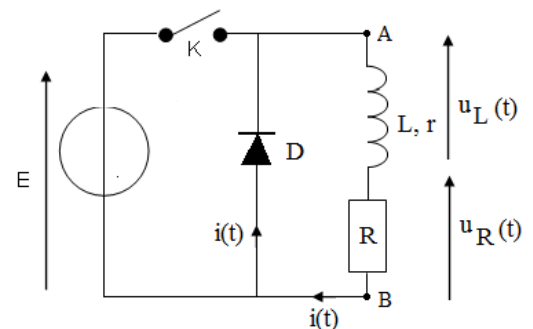
$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) + R \cdot i(t) = 0$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + (r + R) \cdot i(t) = 0$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R_T \cdot i(t) = 0$$

D'où l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit est :

$$\frac{L}{R_T} \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0 \quad ; \quad \text{avec : } R_T = r + R$$



2- Solution de l'équation différentielle

L'équation différentielle linéaire du premier ordre en $i(t)$ à coefficients constants et avec second membre non nul peut admettre comme solution : $i(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ où A , B et τ sont des constantes à déterminer.

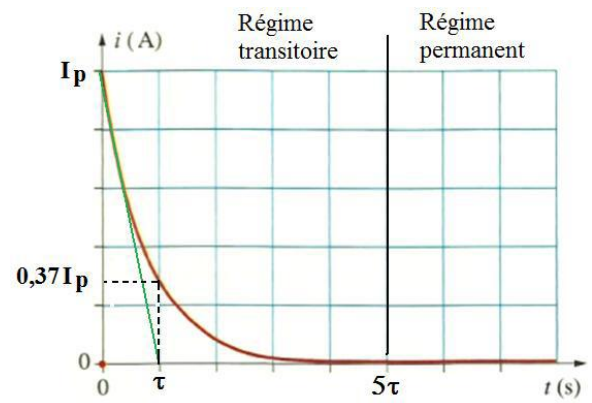
Exercice d'application :

Montrer que la solution de l'équation différentielle $\frac{L}{R_T} \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$ s'écrit sous la forme : $i(t) = I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec :

$$\tau = \frac{L}{R_T}$$

Remarque : On peut déterminer la constante de temps τ :

- **Par calcul** : si on connaît les valeurs des résistances R du conducteur ohmique et r de bobine et de l'inductance L de la bobine.
- **Graphiquement** : à partir de la courbe $i = f(t)$ ayant comme équation : $i(t) = I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.
 - Nous avons à $t = \tau$: $i(t = \tau) = 0,37 \cdot I_p$
 - Le tracé de la tangente à la courbe $i = f(t)$ à $t = 0$ permet de mettre en évidence un point d'intersection entre cette tangente et l'axe des abscisses (l'axe du temps); l'abscisse de ce point d'intersection a pour valeur: $t = \tau$.



Exercices d'applications – Chapitre 7

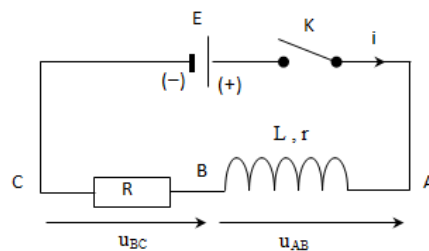
Le dipôle RL

❖ Exercice 1 :

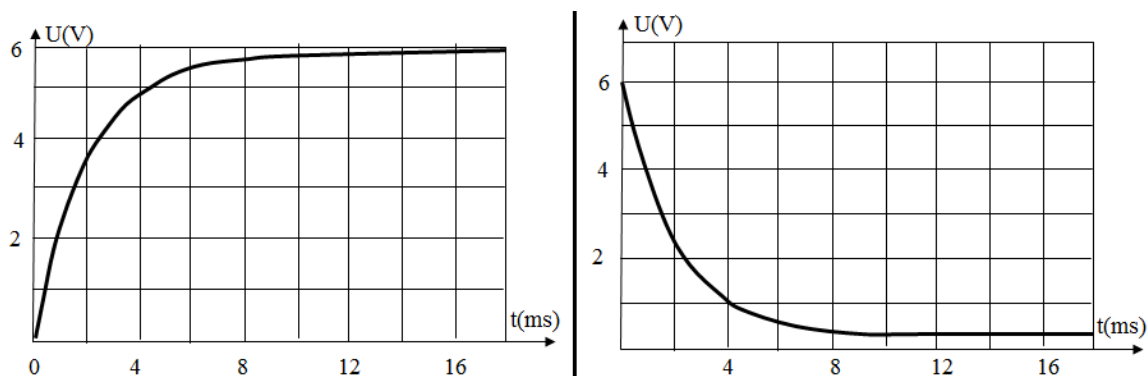
Un circuit électrique comporte les composantes suivantes placées en série: un générateur idéal de tension continue de f.é.m. $E = 6,00 \text{ V}$, un interrupteur K , une bobine d'inductance L et de résistance interne $r = 10 \Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 200 \Omega$.

Un ordinateur relié au montage par une interface appropriée permet de visualiser au cours du temps les variations des deux tensions U_{AB} et U_{BC} .

Le schéma du circuit ci-contre précise l'orientation du circuit et les tensions étudiées.



À $t=0$, on ferme l'interrupteur K . On obtient les deux courbes suivantes, notées courbe-1 et courbe-2.



I - Etude du montage.

1. Quel type d'appareil peut-on utiliser pour visualiser le phénomène étudié à la place d'un ordinateur ?
2. Donner l'expression de U_{AB} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$
3. Donner l'expression de U_{BC} en fonction de i .
4. Associer les courbes 1 et 2 aux tensions U_{AB} et U_{BC} . Justifier.

II - Détermination de l'intensité du courant en régime permanent.

1. En appliquant la loi d'additivité des tensions, déterminer l'expression de l'intensité du courant qui traverse le circuit lorsque le régime permanent est établi. Calculer la valeur de I_p .
2. Exploiter l'une des deux courbes pour retrouver cette valeur de I_p .

III. Calcul de l'inductance L de la bobine.

1. Exploiter l'une des deux courbes pour déterminer la constante de temps τ du montage. Expliciter votre méthode.
2. Rappeler l'expression de la constante de temps τ en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit. Montrer que cette expression est homogène à un temps.
3. À partir de la valeur de τ mesurée, calculer l'inductance L de la bobine

❖ Exercice 2 :

Dans un circuit électrique nous avons placé en série : un générateur de tension continue de f.é.m. $E = 6,0 \text{ V}$, un interrupteur K , une bobine d'inductance $L = 0,45 \text{ H}$ et de résistance interne $r = 4,7 \Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 12,0 \Omega$. Lors de l'établissement du courant dans le circuit, l'intensité du courant vérifie la relation :

$$i(t) = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

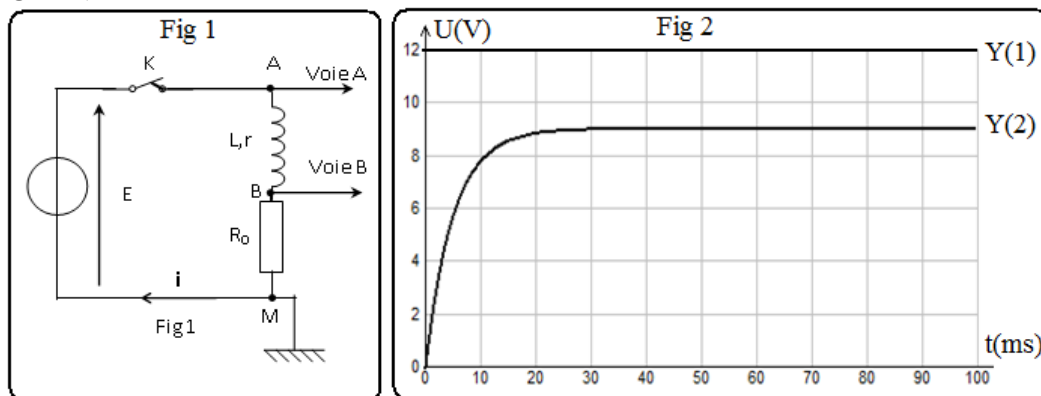
1. Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans la bobine en fonction du temps.
2. Que représente la constante I_p ? Donner son expression en fonction des caractéristiques du circuit et calculer sa valeur.

4. A quelle date peut-on considérer que le régime permanent est atteint ? Quelle est alors l'énergie emmagasinée dans la bobine en ce régime ?
5. Combien de temps l'interrupteur doit-il rester fermé pour que la bobine emmagasine une énergie $E_m = 2,5.10^{-2} \text{ J}$?

❖ Exercice 3 :

On se propose d'étudier l'établissement du courant dans un dipôle série comportant une bobine d'inductance L et d'une résistance interne r et un conducteur ohmique de résistance $R_0 = 30 \, \Omega$, lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension de valeur E délivrée par un générateur de tension idéal. Un oscilloscope à mémoire, branché comme l'indique la figure 1, permet d'enregistrer au cours du temps la variation des tensions.

1. A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K , et on procède à l'enregistrement. On obtient les courbes $Y_1=f(t)$ et $Y_2=g(t)$ (figure 2)



- a- Quelles sont les grandeurs électriques observées sur les voies A et B ? Identifier Y_1 et Y_2 . Justifier
- b- Quelle est la courbe qui permet de déduire la variation de l'intensité de courant i au cours du temps ? Expliquer brièvement le comportement électrique de la bobine.
- c- Prélever du graphe de la figure 2 la valeur de la force électromotrice du générateur.
2. Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité i prend la valeur I_p , tandis que Y_2 prend la valeur Y_p .
- a- Donner dans ces conditions, les expressions littérales des tensions U_{AM} , U_{AB} et U_{BM} .
- b- Montrer, en utilisant les courbes de la figure 2, que la bobine a une résistance r non nulle.
- c- Calculer, l'intensité I_p et la résistance r de la bobine.
3. Le circuit étudié peut être caractérisé par une constante de temps τ , qui permet d'évaluer la durée nécessaire à l'établissement d'un régime permanent dans ce circuit. Pour un circuit (RL), on pose $\tau = L/R$.
- a- Montrer que τ est homogène à un temps.
- b- Que représente R dans le circuit étudié ? Quelle est sa valeur numérique ?
4. On admet que l'intensité du courant dans le circuit à un instant t , est alors : $i = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, montrer que $A=I_p$.
- 5.
- a- Déterminer graphiquement τ .
- b- En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine,
- c- Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Chapitre 8

Les oscillations libres dans un circuit RLC série

I- Décharge d'un condensateur dans un dipôle RL

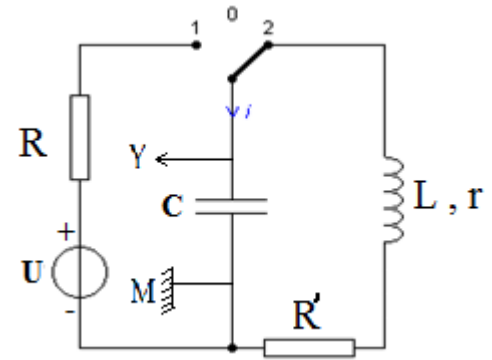
1- Les oscillations libres du circuit RLC série

On réalise le montage ci-contre :

On visualise la tension U_C à l'aide d'un oscilloscope à mémoire.

On place l'interrupteur sur la position 1, le condensateur se charge, puis on bascule l'interrupteur en position 2. on obtient alors un circuit RLC série.

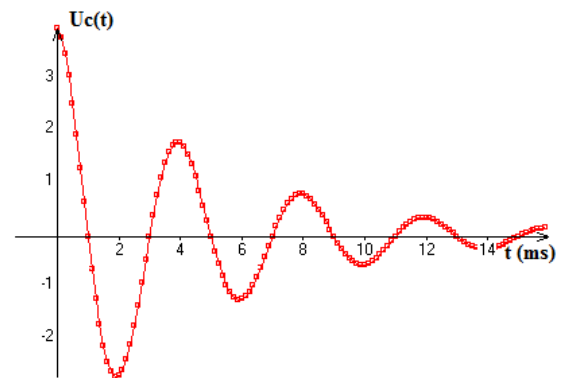
Le condensateur se décharge dans un dipôle RL où $R = R' + r$.



Observations :

- La tension U_C prend alternativement des valeurs positives et des valeurs négatives. Elle oscille autour de $U_C = 0$.
- La tension U_C subit des oscillations :
 - Libres (car elles sont spontanées, aucun apport d'énergie)
 - Amorties (car leur valeur maximale diminue au cours du temps).
- D'autre part, U_C repasse par une valeur nulle à intervalles de temps égaux, et en variant dans le même sens.

La décharge d'un condensateur, initialement chargé, dans la bobine d'un circuit RLC série provoque l'apparition des oscillations amorties dites libres.



2- Equation différentielle du circuit RLC série en régime libre

On applique la loi d'additivité des tensions dans la branche du circuit comportant les composantes R' , L , C :

$$\text{On a : } U_C(t) + U_L(t) + U_R(t) = 0$$

$$\text{Avec : } U_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) ; U_R(t) = R \cdot i(t) \quad \text{et} \quad i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\text{Donc : } U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) + R \cdot i(t) = 0$$

$$\text{D'où : } U_C(t) + LC \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R_T \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0 \quad ; \quad \text{avec : } R_T = R + r$$

L'équation différentielle d'un circuit RLC série en régime libre s'écrit alors :

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R_T}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot U_C(t) = 0$$

Le terme : $\frac{R_T}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt}$ traduit l'**amortissement** des oscillations électriques, et sa valeur permet de définir les régimes du circuit RLC.

Pour une inductance L et une capacité C fixées, on observe trois régimes différents de l'évolution de $U_C(t)$ suivant la valeur de la résistance $R_T = R + r$.

3- Les trois régimes libres du circuit RLC série

a- Le régime pseudo-périodique

- Pour de faibles valeurs de R_T , la tension $U_C(t)$ présente des oscillations amorties
- La durée entre deux maxima (ou deux minima) successifs définit la pseudo-période T des oscillations amorties

b- Le régime apériodique

- Pour d'importantes valeurs de R_T , la tension $U_C(t)$ s'amortit très vite, c'est le régime apériodique
- On observe la décharge sans que $U_C(t)$ oscille.

c- Le régime apériodique critique

- Pour une valeur particulière de la résistance $R_T = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$, le régime est qualifié de régime apériodique critique
- Lors de ce régime $U_C(t)$ tend plus rapidement vers une valeur nulle.

Remarque : Le régime apériodique critique est difficile à déterminer expérimentalement.

II- Circuit LC idéal : régime périodique

1- Etablissement de l'équation différentielle.

Après avoir chargé le condensateur, on le place dans un circuit comportant une bobine de résistance interne négligeable ($r = 0$).

D'après la loi d'additivité des tensions :

On a : $U_C(t) + U_L(t) = 0$

Donc : $U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$

D'où : $U_C(t) + LC \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} = 0$

L'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$ dans un circuit LC idéal en régime libre s'écrit alors :

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot U_C(t) = 0$$

2- Solution de l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$.

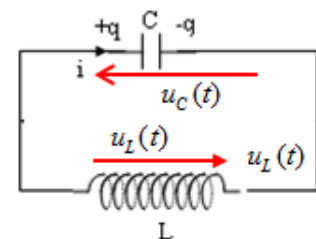
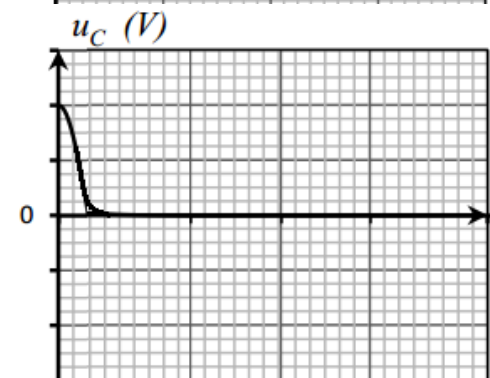
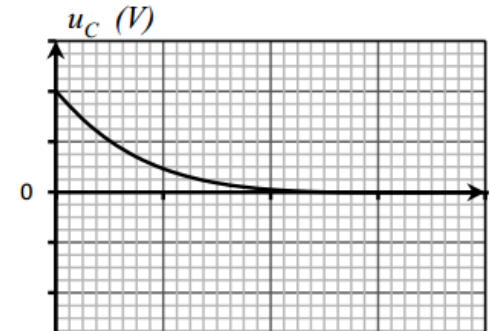
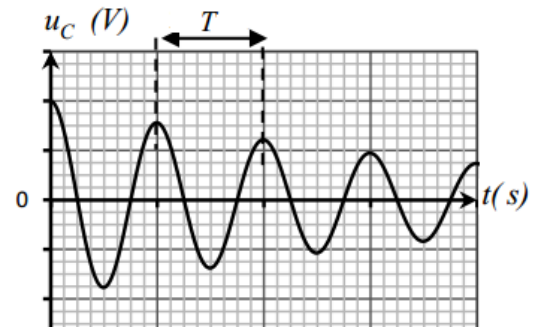
La solution de l'équation différentielle $\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot U_C(t) = 0$ s'écrit sous la forme : $U_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right)$

avec : U_m , T_0 et φ_0 étant des grandeurs à déterminer.

- T_0 est la période propre du circuit LC, elle s'exprime en seconde (s)
- φ_0 est la phase à l'origine, elle s'exprime en radian (rad)

a- Expression de T_0

❖ Dans un premier temps, on dérive deux fois l'expression : $U_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right)$



Rappel mathématique :

$$[\cos(a.t)]' = -\sin(a.t) \times a \quad \text{et} \quad [\sin(a.t)]' = \cos(a.t) \times a$$

On a donc :

$$\frac{dU_C}{dt} = -U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) \Rightarrow \frac{d^2 U_C}{dt^2} = -U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right)$$

❖ Dans un deuxième temps, on remplace $U_C(t)$ et $\frac{d^2 U_C}{dt^2}$ par leurs expressions dans l'équation différentielle, et on obtient :

$$-U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) + \frac{1}{LC} \cdot U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) = 0$$

D'où :

$$U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) \left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} \right] = 0$$

❖ Dans un troisième temps, on identifie T_0 :

Pour ce faire, il faut s'affranchir du temps, c'est à dire éliminer la partie de l'expression qui dépend du temps. Il suffit que :

$$\left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} \right] = 0, \text{ c'est à dire que : } T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC}, \text{ avec } L: \text{ inductance en (H) et } C: \text{ capacité en (F).}$$

b- Expression de U_m et φ_0 .

On prend en compte les conditions initiales à $t = 0$: $\text{à } t = 0 \Rightarrow U_C(0) = E \text{ et } i(0) = 0$

On sait que :

$$U_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) \quad \text{d'où : } U_C(t = 0) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \times 0 + \varphi_0\right) = E$$

$$\Rightarrow U_C(t = 0) = U_m \cdot \cos(\varphi_0) = E \Rightarrow U_m = E \text{ et } \cos(\varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

D'où l'expression de la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit :

$$U_C(t) = E \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) ; \text{ avec : } T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$

3- Expression de la charge $q(t)$ et de l'intensité de courant $i(t)$ **Exercices d'application :**

- 1- A partir de l'expression de $U_C(t)$, déterminer les expressions de $q(t)$ et de $i(t)$
- 2- Par analyse dimensionnelle, montrer que la période propre des oscillations T_0 est homogène au temps sachant que le terme 2π n'a pas de dimension.

III-Etude énergétique.

Dans un circuit RLC ou LC, l'énergie totale du circuit est : $E_{\text{Totale}} = E_e + E_m$; $E_{\text{Totale}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$

Dans un circuit RLC	Dans un circuit LC
$E_T = E_e + E_m$; $E_T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$ Donc : $\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$ Avec : $i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$	$E_T = E_e + E_m$; $E_T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$ Donc : $\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$ Avec : $i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$ $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ Puisque : $U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R_T \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$ Donc : $U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2} = -R_T \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = -R_T \cdot i(t)$ $\frac{dE}{dt} = (-R_T \cdot i(t)) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = -R_T \cdot i^2(t)$ $\frac{dE}{dt} \neq 0$: d'où l'énergie totale n'est pas constante	$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$ $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ Puisque : $U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2} = 0$ Donc : $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$ $\frac{dE}{dt} = 0$: d'où l'énergie totale est constante
--	--

1- Dans un circuit LC

l'énergie totale du circuit est constante au cours du temps : $E_{\text{Totale}} = E_e + E_m = \text{constante}$

Il y a un échange énergétique entre le condensateur et la bobine.

Expression de l'énergie totale :

- en fonction de la tension maximale aux bornes du condensateur :

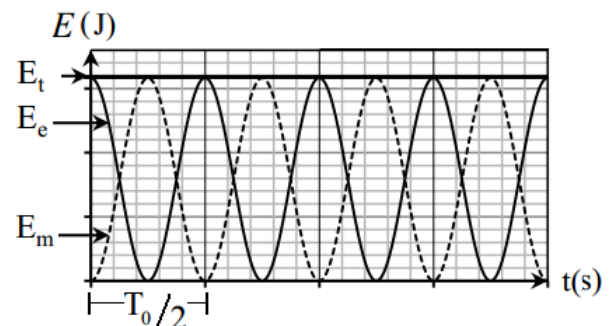
$$U_C = E, \text{ on a : } E_{\text{Totale}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2$$

- en fonction de l'intensité maximale parcourant le circuit :

$$i = I_{\text{max}}, \text{ on a : } E_{\text{Totale}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{\text{max}}^2$$

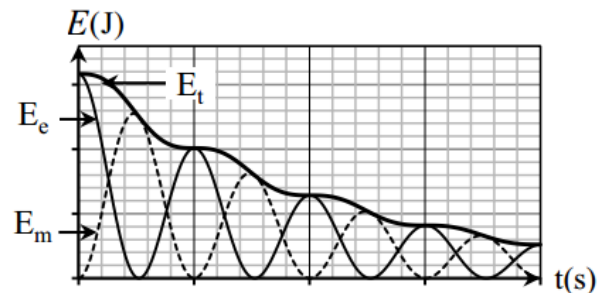
Lorsque l'énergie emmagasinée dans le condensateur diminue,

l'énergie de la bobine augmente et inversement, donc il y a un échange d'énergie entre le condensateur et la bobine au cours d'une période : $T = T_0/2$; avec T_0 la période propre des oscillations



2- Dans un circuit RLC

Il y a toujours un échange énergétique entre le condensateur et la bobine mais cette fois-ci, il y a dissipation de l'énergie par effet Joule (transfert thermique) dans les résistances du circuit. Il y a donc amortissements des oscillations.



IV-Entretien des oscillations.

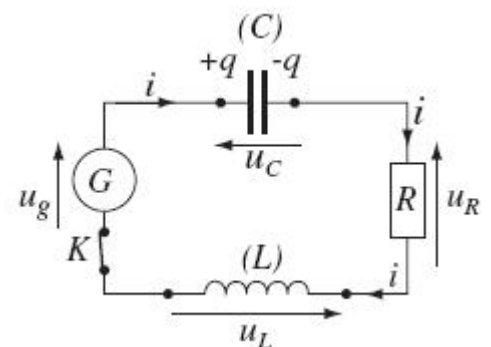
1- Nécessité d'une source d'énergie

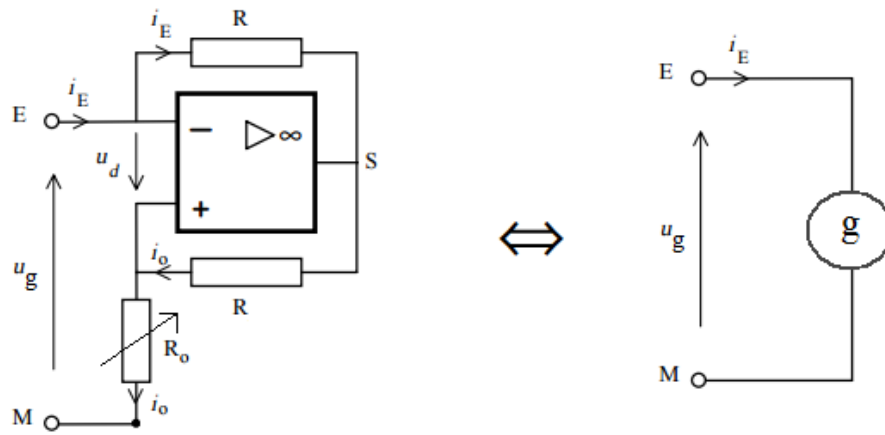
Un oscillateur électrique tel que nous l'avons vu est amorti par dissipation de l'énergie par effet Joule dans les conducteurs ohmiques.

Pour entretenir les oscillations d'un circuit RLC libre, il faut apporter au circuit par l'intermédiaire d'un dispositif, la même quantité d'énergie qui a été perdue. C'est le rôle du dispositif d'entretien.

2- Dispositif d'entretien des oscillations: montage à résistance négative

En convention récepteur, la tension aux bornes de dispositif d'entretien a pour expression : $U_g = -R_0 \cdot i(t)$.





3- Condition d'entretien des oscillations

On applique la loi d'additivité des tensions dans ce circuit :

$$\text{On a : } U_c(t) + U_L(t) + U_R(t) = R_0 \cdot i$$

$$\text{Avec : } U_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) \quad ; \quad U_R(t) = R \cdot i(t) \quad \text{et} \quad i(t) = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$$

$$\text{Donc : } U_c(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) + R \cdot i(t) = R_0 \cdot i$$

D'où, l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_c(t)$ dans le circuit s'écrit :

$$U_c(t) + LC \cdot \frac{d^2 U_c}{dt^2} + (R_T - R_0) \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} = 0 \quad ; \quad \text{avec : } R_T = R + r$$

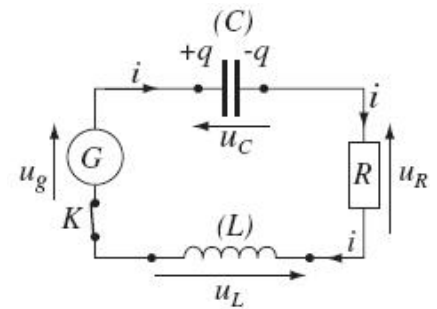
Si $R_T = R_0$, l'équation devient :

$$U_c(t) + LC \cdot \frac{d^2 U_c}{dt^2} = 0$$

Cette dernière équation représente l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_c(t)$ dans un circuit LC idéal où l'énergie totale du circuit et l'amplitude des oscillations sont constantes au cours du temps.

Avec le dispositif d'entretien, le circuit $R_T LC$ devient équivalent à un circuit LC et oscille avec une période propre T_0 qui dépend uniquement de la valeur de L et de la valeur de C :

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$



Exercices d'applications – Chapitre 8

Les oscillations électriques dans un circuit RLC série

❖ Exercice 1 :

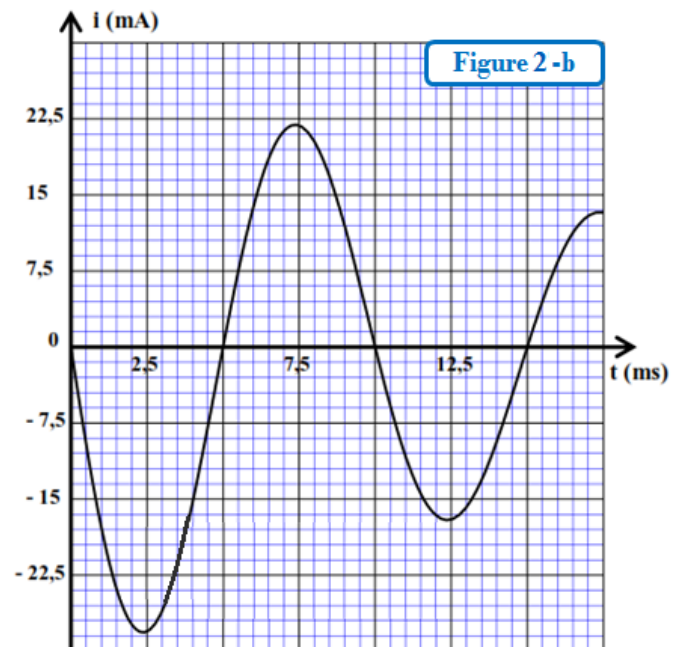
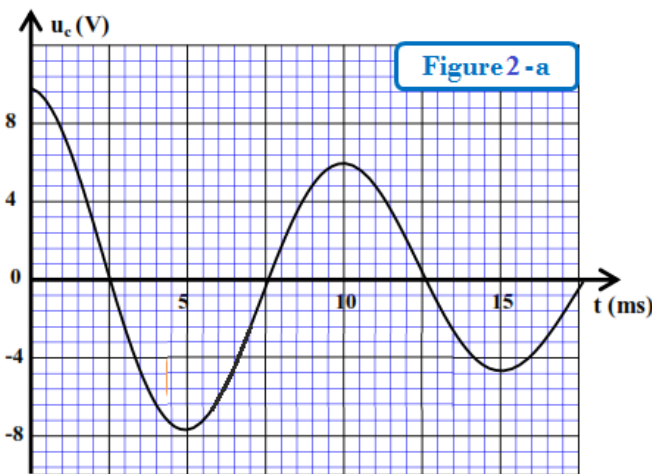
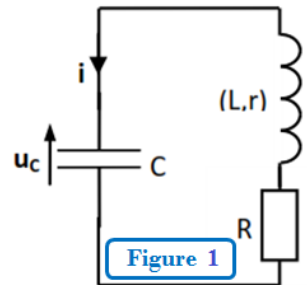
Partie I : Étude du circuit RLC série

On charge totalement un condensateur de capacité C , puis on le monte en série, à un instant choisi comme origine des dates ($t=0$) avec une bobine (B) d'inductance $L=0,5\text{H}$ et de résistance interne $r = 10\Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R=40\Omega$ (figure 1).

Les courbes de la figure 2 représentent l'évolution de la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur et celle de l'intensité $i(t)$ du courant électrique qui circule dans le circuit.

1.1 Recopier la figure 3 sur ta copie, puis indiquer sur le schéma comment brancher un oscilloscope pour visualiser la tension (t)

1.2 Quel régime correspond aux courbes de la figure 2 ? Justifier



1.3 Déterminer la valeur de la capacité C , sachant que la pseudo-période T est approximativement égale à la période propre T_0 de l'oscillateur électrique LC ($T \approx T_0$). on prend $\pi^2 = 10$,

1.4 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur.

1.5 À l'aide des courbes de la figure 2, calculer l'énergie totale E_T du circuit à la date $t_1 = 9\text{ms}$ en (μJ)

1.6 Montrer que l'énergie totale E_T du circuit diminue au cours du temps selon la relation $\frac{dE_T}{dt} = -(R + r) i^2 < 0$. Expliquer cette diminution

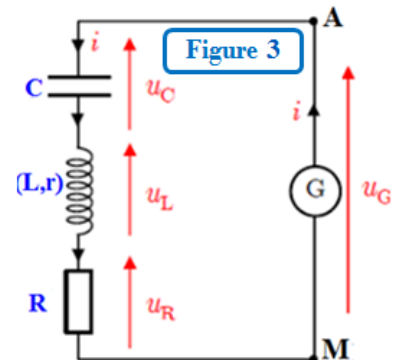
1.7 Déterminer, entre les instants $t_0=0$ et $t_2=10\text{ ms}$, la variation ΔE_T de l'énergie totale du circuit, puis déduire $|E_f|$ l'énergie dissipée par effet joule dans le circuit entre ces instants $t_0=0$ et $t=t_2$.

Partie II : Entretien des oscillations électriques

Pour entretenir les oscillations électriques, on ajoute au circuit RLC précédent, un générateur (G) qui délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant selon la relation : $U_g(t) = k \cdot i(t)$

2.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ puis déterminer le terme qui traduit l'amortissement des oscillations.

2.2 Déterminer la valeur de la constante k pour que les oscillations électriques soient sinusoïdales ?



Partie III : Étude du circuit LC idéal

On suppose maintenant que la résistance interne r de la bobine (B) est nulle (bobine idéale $r = 0$)

On monte en série, à un instant choisi comme origine des dates ($t=0$), cette bobine avec le condensateur précédemment préalablement chargé (figure 4).

La courbe de la figure 5 représente l'évolution temporelle de la charge $q(t)$ du condensateur.

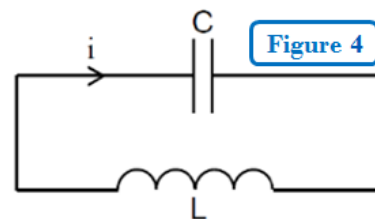


Figure 4

3.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.

3.2 La solution de cette équation différentielle est une fonction sinusoïdale de la forme :

$$q(t) = q_{\max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) ;$$

avec : $q_{\max}$, T_0 et φ sont des constantes à déterminer

a. Déterminer les valeurs $q_{\max}$, T_0 et φ

b. Trouver l'expression de la période propre T_0 en fonction de L et C .

c. En utilisant l'analyse dimensionnelle, montrer que T_0 a une dimension du temps

3.3 Montrer que l'énergie totale E_T s'écrit sous la forme :

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_{\max}^2}{C} . \text{ Conclure}$$

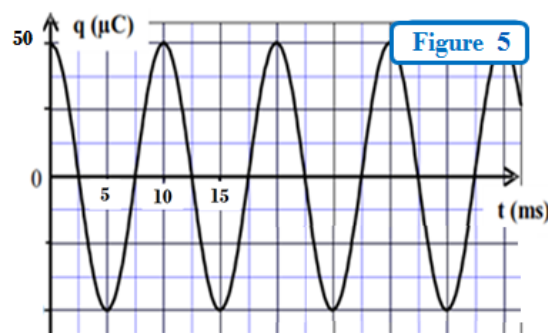


Figure 5

Chimie

Chapitre 1

Transformations rapides et transformations lentes

Situation-problème :

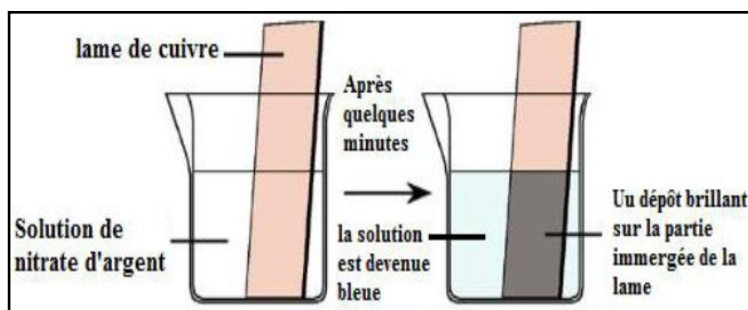
La combustion d'un gaz dans l'air est une transformation rapide et la formation d'une couche de rouille sur une surface métallique est une transformation lente et les deux transformations sont des réactions d'oxydoréduction.

- Qu'est-ce qu'une réaction d'oxydoréduction ?
- Qu'est-ce qu'une transformation rapide et une transformation lente ?
- Peut-on accélérer ou ralentir une réaction chimique ?

I - Réactions d'oxydoréduction (Rappel) :

❖ **Activité 1 : Action des ions argent (Ag^+) sur une lame de cuivre (Cu)**

- On immerge partiellement une lame (ou un fil) de cuivre dans un bécher (ou un tube à essais) contenant une solution de nitrate d'argent (Ag^+ , NO_3^-).
- Après quelques minutes, on observe **un dépôt brillant** sur la partie immergée de la lame et après une longue durée, la solution initialement incolore devient **bleue**.



❖ **Exploitation :**

1. Interpréter ces observations ;
2. Préciser l'espèce chimique qui joue le rôle de **réducteur** et l'espèce chimique qui joue le rôle **d'oxydant** et en déduire les **couples oxydant / réducteur** intervenant dans cette réaction chimique
3. Écrire l'**équation bilan de la réaction** ayant lieu entre **le cuivre et les ions d'argent**.

❖ **Conclusion :**

- ✍ **L'oxydant (Ox) :** est une espèce chimique capable de capter (gagner) un ou plusieurs électrons au cours d'une réaction chimique ; il subit une réduction.
- ✍ **Le réducteur (Red) :** est une espèce chimique capable de céder (perdre) un ou plusieurs électrons au cours d'une réaction chimique, il subit une oxydation.
- ✍ **L'oxydation :** est une perte d'électrons
- ✍ **La réduction :** est un gain d'électrons
- ✍ **Le couple Oxydant / Réducteur** ou couple redox, noté Ox/Red, est constitué d'un oxydant et son réducteur, ils sont liés par la demi-équation d'oxydoréduction suivante : $\text{Ox} + n e^- \rightleftharpoons \text{red}$
- ✍ **La réaction d'oxydo-réduction** est une réaction au cours de laquelle s'effectue un transfert d'électrons entre deux espèces chimiques (l'oxydant d'un couple et le réducteur d'un autre couple)

Remarque : Une équation de réaction doit toujours respecter les lois de conservation (**Lois de conservation**) :

- ✍ la conservation de l'élément chimique,
- ✍ la conservation de la quantité de matière,
- ✍ la conservation de la charge électrique.

❖ Exercice d'application 1 :

1. Écrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction entre les ions ferreux Fe^{2+} et les ions permanganates MnO_4^- en milieu acide.
2. Écrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction qui traduit la transformation entre les ions de fer II et les ions dichromate $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ en milieu acide.

▪ Données : les couples Oxydant / Réducteur mis en jeu : $\text{Mn} / \text{Mn}^{2+}$; $\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}^{2+}$ et $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} / \text{Cr}^{3+}$

II. Transformations lentes et transformations rapides

1- Transformations rapides

❖ Activité 2 : Mise en évidence expérimentale d'une transformation rapide

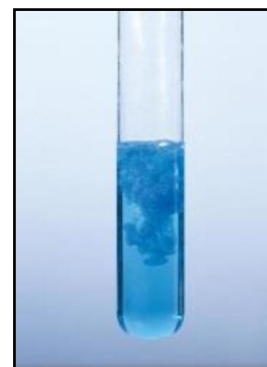
- Verser 20 ml de la solution de sulfate de cuivre II ($\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + \text{SO}_4^{2-}_{(\text{aq})}$) dans un tube à essai
- Ajouter 10 ml de la soude ($\text{Na}^{+}_{(\text{aq})} + \text{HO}^{-}_{(\text{aq})}$)

❖ Exploitation

1. Qu'observez-vous ? Quel est le nom du composé produit ?
2. Écrire l'équation de cette réaction
3. Cette réaction peut-elle être suivie à l'œil nu ? Conclure.

❖ Conclusion

Les transformations rapides (instantanées) : sont des transformations qui se produisent rapidement, de sorte que nous ne pouvons pas suivre leur évolution dans le temps à l'œil nu ou avec les appareils de mesure courants disponibles en laboratoire, c'est à dire qu'il est impossible de distinguer des états intermédiaires entre l'état initial et l'état final du système chimique.

2- Transformations lentes

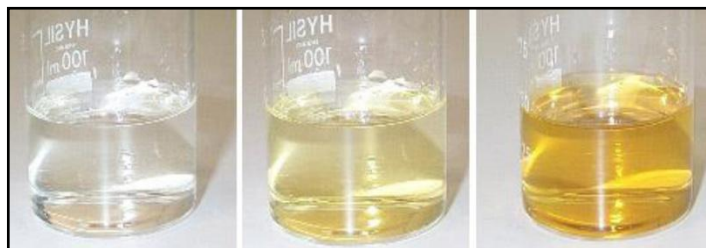
❖ Activité 3 : Mise en évidence expérimentale d'une transformation lente ?

Le peroxyde d'oxygène $\text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})}$ ou eau oxygénée, en solution aqueuse acide réagit avec les ions iodure I^- .

- Mélanger dans un bécher 20 mL d'eau oxygénée H_2O_2 de concentration molaire $0,2 \text{ mol.L}^{-1}$ et 2 mL d'acide sulfurique ($2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-}$).
- À un instant choisi comme origine des dates, ajouter 20 ml d'une solution d'iodure de potassium de concentration molaire $c = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

Données :

Couples mis en jeu : $\text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})} / \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$
et $\text{I}_{2(\text{aq})} / \text{I}^{-}_{(\text{aq})}$



❖ Exploitation

1. Qu'observez-vous ? Comment évolue la couleur du mélange lorsque la transformation se déroule ?
2. Cette transformation observée peut-elle être qualifiée de lente ou de rapide ?
3. Écrire l'équation bilan de cette réaction.

❖ Conclusion

- Les transformations lentes : sont des transformations qui se produisent lentement, elles durent de quelques secondes à plusieurs heures, de sorte que leur évolution dans le temps peut être suivie à l'oeil nu ou avec les appareils de mesure courants disponibles en laboratoire.

III. Facteurs cinétiques

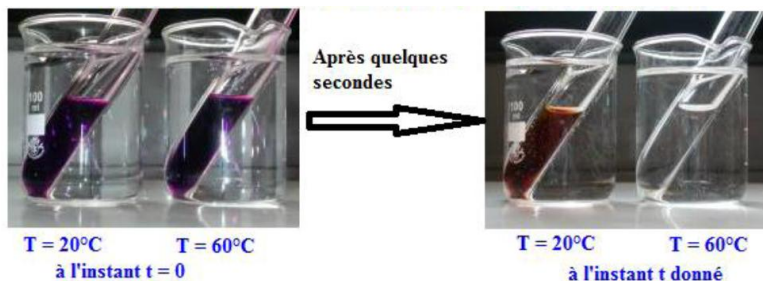
1- Définition :

- L'évolution temporelle des systèmes chimiques dépend de la nature des réactifs mis en présence. Mais aussi des conditions expérimentales
- Selon les conditions expérimentales une réaction lente peut devenir rapide et vice-versa. **Les paramètres qui influent sur la vitesse d'évolution d'un système chimique sont appelés facteurs cinétiques.**
- Un facteur cinétique est une grandeur capable de modifier la vitesse d'une réaction chimique
- Les facteurs cinétiques sont : la température, la concentration initiale des réactifs, l'emploi d'un catalyseur.

2- Influence de la température

❖ Activité 4: La température est un facteur cinétique?

- Verser dans deux tubes à essais A et B, 10,0 ml d'une solution d'acide oxalique $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_{4(\text{aq})}$ à $0,50 \text{ mol.L}^{-1}$.
- Plonger le tube à essais **A** dans un bain-marie à 20°C , et le tube à essais **B** dans un bain-marie à 60°C .
- À un instant choisi comme origine des dates, ajouter en même temps 3 ml d'une solution acidifiée de permanganate de potassium ($\text{K}^+ + \text{MnO}_4^-$) à $0,50 \text{ mol.L}^{-1}$ dans chacun des tubes à essais (voir la figure ci-dessous)
- Les ions permanganates MnO_4^- (aq) sont violets en solution aqueuse, la solution d'acide oxalique est incolore ainsi que celle d'acide sulfurique qui sert à acidifier le mélange réactionnel. Les ions manganèse II (Mn^{2+} (aq)) sont incolores en solution aqueuse.



❖ Exploitation

- Écrire l'équation bilan de la réaction sachant que les couples mis en jeu : MnO_4^- (aq) / Mn^{2+} (aq) et $\text{CO}_{2(\text{g})}$ / $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_{4(\text{aq})}$
- Cette réaction est-elle une réaction d'oxydoréduction ? Justifier.
- Qu'observez-vous ? Comparer les durées de décoloration (la disparition de la couleur) de chaque mélange.
- Que peut-on en déduire ?
- Interpréter ces résultats au niveau microscopique

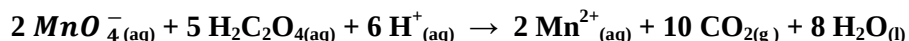
❖ Conclusion

- La température est un facteur cinétique
- La vitesse d'évolution d'un système chimique est d'autant plus grande que sa température est plus élevée

3- Influence de la concentration des réactifs

❖ Activité 5 : La concentration est-elle un facteur cinétique ?

Nous avons vu au paragraphe précédent qu'en milieu acide, les ions permanganate réagissent lentement avec l'acide oxalique. L'équation de cette réaction s'écrit :



- On dispose d'une solution acidifiée de permanganate de potassium à $C_1 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et d'une solution d'acide oxalique à $C_3 = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ pour préparer différents mélanges A, B et C de même volume V.
- Soit respectivement V_1 , V_2 et V_3 les volumes de la solution de permanganate de potassium, de l'eau et de l'acide oxalique tels que : $V = V_1 + V_2 + V_3 = 20 \text{ ml}$.
- Dans un premier temps, mélanger dans trois béchers les volumes V_1 et V_2 de la solution de permanganate de potassium et de l'eau.
- Ajouter en même temps et en déclenchant le chronomètre les volumes V_3 de la solution d'acide oxalique aux différents mélanges. Puis agiter légèrement pour homogénéiser
- Déterminer la durée t_d nécessaire à la disparition de la teinte violette

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Mélange	V_1 (mL)	V_2 (mL)	V_3 (mL)	$[\text{Mn}]_i$ (mol.L^{-1})	$[\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4]_i$ (mol.L^{-1})	t_d
A	5,0	9,0	6,0	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-1}$	300
B	5,0	6,0	9,0	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-1}$	260
C	5,0	3,0	12,0	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-1}$	220

❖ Exploitation

1. Quelle est l'espèce chimique responsable de la couleur du mélange réactionnel ?
2. Quel est le réactif dont l'influence de la concentration est étudié dans cette série d'expériences ? Justifier
3. Qu'observe-t-on ?
4. Que peut-on en déduire ?
5. Interpréter ces résultats au niveau microscopique.

❖ Conclusion :

- ✍ La concentration initiale des réactifs est un facteur cinétique
- ✍ La vitesse d'évolution d'un système chimique est d'autant plus grande que les concentrations initiales sont plus importantes

Remarque : Il existe d'autres facteurs cinétiques comme le catalyseur.

IV. Quelques applications des facteurs cinétiques

On peut ralentir ou accélérer une transformation chimique en agissant sur les facteurs cinétiques.

1. Accélération ou déclenchement d'une réaction chimique

On accélère ou on déclenche des transformations en augmentant la température du milieu réactionnel

Exemples : la synthèse de l'ammoniac, combustion d'essence, utilisation d'un autocuiseur (une cocotte-minute) pour cuire des aliments

2. Ralentissement ou arrêt d'une réaction chimique

On ralentit ou on bloque des transformations, en diminuant la température ou en diluant le mélange réactionnel

Exemples : Conservation des aliments dans un réfrigérateur, contrôle des réactions dangereuses,

Exercices d'applications - Chapitre 1

Transformations lentes et transformations rapides

❖ Exercice 1 :

1. Écrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction entre les ions ferreux Fe^{2+} et les ions permanganates MnO_4^- en milieu acide.
2. Écrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction qui traduit la transformation entre les ions de fer II et les ions dichromate $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ en milieu acide.

▪ Données : les couples Oxydant / Réducteur mis en jeu : $\text{Mn} / \text{Mn}^{2+}$; $\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}^{2+}$ et $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} / \text{Cr}^{3+}$

❖ Exercice 2 :

On réalise l'oxydation des ions iodures $\text{I}^-_{(\text{aq})}$ par les ions peroxodisulfate $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}_{(\text{aq})}$. Cette réaction, lente et totale, met en jeu les couples ox / red suivants : $\text{I}_{2(\text{aq})} / \text{I}^-_{(\text{aq})}$ et $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}_{(\text{aq})} / \text{SO}_4^{2-}_{(\text{aq})}$

1. Établir l'équation bilan de la réaction chimique
2. Afin d'étudier les facteurs cinétiques influant sur la durée de cette réaction, on réalise les 3 expériences suivantes:

Expériences	$[\text{I}^-]_0$ (en mol .L ⁻¹)	$[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]$ (en mol .L ⁻¹)	Température (en °C)
1	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	20
2	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	20
3	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	35

3. Sans justifier, répondre par Vrai ou Faux aux affirmations suivantes :
 3. 1- C'est dans l'expérience 2 que la vitesse de réaction est la plus faible
 3. 2- Par comparaison entre les expériences 1 et 3, on étudie l'influence de la température
 3. 3- C'est dans l'expérience 3 que la vitesse de réaction est la plus grande
 3. 4- Les ions iodure sont toujours en excès
 3. 5- La quantité finale de diiode formée dans l'expérience 2 est le double de celle formée dans l'expérience 1

Chapitre 2

Suivi temporel d'une transformation chimique -Vitesse de réaction

Situation-problème :

La surveillance en continu des réactions chimiques est indispensable pour assurer la qualité des produits obtenus.

- Comment assurer le contrôle d'une réaction chimique ? Autrement dit, comment suivre l'évolution d'une transformation chimique au cours du temps ?
 - Comment définir la vitesse d'une réaction chimique ?
-

I. Techniques du suivi temporel d'une transformation chimique :

Pour suivre l'évolution temporelle d'une transformation chimique, il faut connaître son avancement x à chaque instant en déterminant la quantité de matière (ou la concentration) d'un réactif ou d'un produit à différents instants successifs.

Il existe plusieurs méthodes :

Méthodes physiques :

- **Conductimétrie** : Pour les milieux réactionnels contenant des ions subissant une transformation.
- **pH-métrie** : Pour les milieux réactionnels contenant des ions oxonium H_3O^+ (ou $\text{H}^+_{(\text{aq})}$) subissant une transformation.
- **Mesure de volume ou de pression** lorsqu'un gaz est mis en jeu.
- **Spectrophotométrie** : utilisée lorsque l'une des espèces mises en jeu (réactif ou produit) est colorée.

Ces méthodes sont de plus en plus utilisées pour les raisons suivantes :

- Ne perturbent pas le système réactionnel (non destructif),
- Ne nécessitent pas de prise d'échantillons (elles donnent des mesures en continu)
- Elles sont rapides,
- Elles nécessitent de faibles quantités de matière.

Méthodes chimiques :

- **Le dosage (ou le titrage)** : est la méthode chimique la plus utilisée.

Cette méthode est peu commode pour les raisons suivantes :

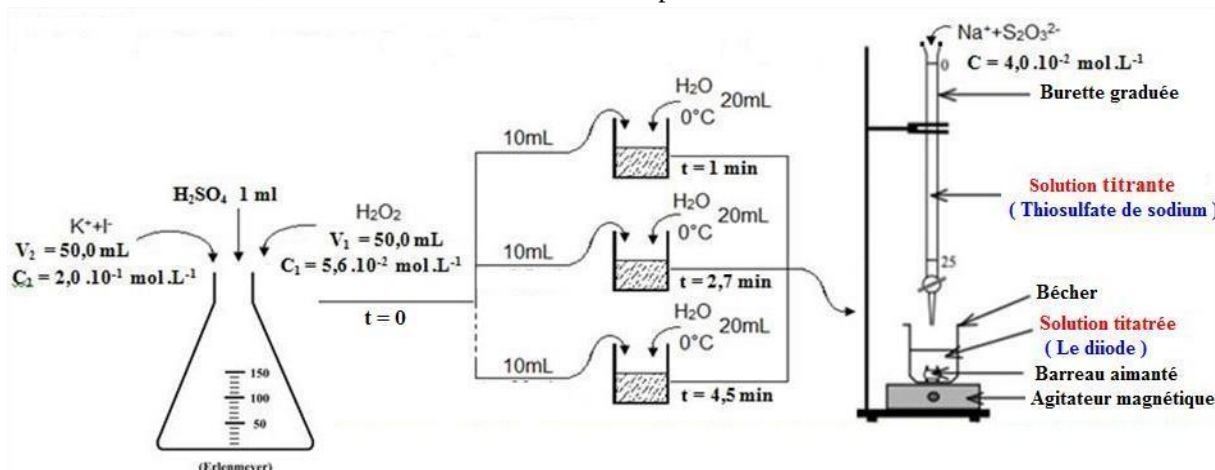
- Méthode destructive (elle perturbe le système réactionnel),
- Elle nécessite des prises d'échantillons
- Elle nécessite de grandes quantités de matière
- L'étude est effectuée en discontinu,

II. Suivi temporel d'une transformation chimique - vitesse de réaction :

1. Méthode chimique : Suivi temporel d'une transformation chimique par le dosage :

❖ Activité 1 : étude cinétique de la réaction entre l'eau oxygénée $\text{H}_2\text{O}_{2(aq)}$ et les ions iodure $\text{I}^-_{(aq)}$

À l'instant $t = 0$ s, on mélange dans un erlenmeyer un volume $V_1 = 50,0$ mL d'eau oxygénée $\text{H}_2\text{O}_{2(aq)}$ (solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène), de concentration $C_1 = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ avec un volume $V_2 = 50,0$ mL d'une solution aqueuse d'iodure de potassium ($\text{K}^+_{(aq)} + \text{I}^-_{(aq)}$), de concentration en soluté apporté $C_2 = 1,5 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$, ainsi que quelques gouttes de l'acide sulfurique ($2 \text{H}^+_{(aq)} + \text{SO}_4^{2-}_{(aq)}$) concentré. Puis On répartit le mélange réactionnel dans 10 béchers, à raison d'un volume $V = 10$ mL par bécher.



À l'instant $t = 1 \text{ min}$, on ajoute rapidement 20 mL de l'eau glacée dans le premier bécher et on dose le diode I_2 formé à l'aide d'une solution aqueuse de thiosulfate de potassium ($2 \text{K}^+_{(aq)} + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(aq)}$) de concentration $C = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, en présence de quelques gouttes d'empois d'amidon (qui colore en bleu une solution contenant du diode). Soit V_E le volume de thiosulfate versé pour atteindre l'équivalence.

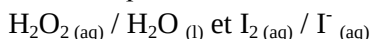
On renouvelle l'opération précédente à différents instants pour les autres béchers, comme l'indique le tableau suivant :

t (min)	0	1	2,7	4,5	6	8,5	12	15	18	24	30	40
V_E (mL)	0	2,2	4,8	6,5	7,5	9,0	10,5	11,6	12,3	13,5	14,0	14,0

❖ Exploitation

Partie1 : Réaction entre l'eau oxygénée $\text{H}_2\text{O}_{2(aq)}$ et les ions iodure I^- :

1.1 Écrire l'équation bilan de la réaction étudiée (1), sachant que les couples mis en jeu sont :



1.2 Cette réaction est une réaction d'oxydoréduction ou une réaction acido-basique ? Justifier votre réponse

Partie 2 : Dosage de diode formé par les ions thiosulfate :

2.1 Quel est le but d'un dosage ?

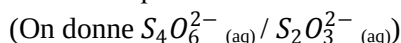
2.2 Quelles sont les caractéristiques (les critères / les conditions) d'une réaction de dosage ?

2.3 Déterminer le réactif titré et le réactif titrant dans ce dosage

2.4 Définir l'équivalence d'un titrage

2.5 Pourquoi ajoute-t-on de l'eau glacée rapidement à l'instant t dans chaque bécher ? Nommer cette opération

2.6 Écrire l'équation bilan de la réaction du dosage (2) puis dresser son tableau d'avancement :



2.7 À partir de ce tableau, écrire la relation donnant la quantité de matière de diode $n_b(I_2)t$ apparu dans chaque bécher à l'instant t en fonction de la concentration C de réactif titrant et du volume V_E versé à l'équivalence, puis en déduire la quantité de matière de diode $n(I_2)t$ apparu dans le mélange réactionnel à l'instant t .

2.8 Dresser le tableau d'avancement de la réaction étudiée (1), puis déterminer l'expression de la quantité de matière $n(I_2)t$ de la diode formé à l'instant t en fonction de l'avancement x .

2.9 Compléter le tableau suivant :

t (min)	0	1	2,7	4,5	6	8,5	12	15	18	24	30	40
V_E (mL)	0	2,2	4,8	6,5	7,5	9,0	10,5	11,6	12,3	13,5	14,0	14,0
$n(I_2)t$												
$n(H_2O_2)t$												
$n(I^-)t$												

2.10 Sur papier millimétrée et sur un même graphique, représenter les variations des quantités de matière des réactifs $n(I^-)t$, $n(H_2O_2)t$ et de produit $n(I_2)t$ en fonction du temps.

Partie 3 : Vitesse volumique d'une réaction chimique

✍ **Définition** : La vitesse volumique d'une réaction chimique à une date t est égale à la valeur de la dérivée de l'avancement par rapport au temps à la date t , divisée par le volume V_s du mélange réactionnel. Elle est donnée par la relation :

$$v_t = \frac{1}{V_s} \cdot \frac{dx}{dt}$$

- L'unité de la vitesse volumique dans le système international est : $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$
- Pratiquement on utilise des unités comme : $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ou $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$

✍ **Détermination graphique de la vitesse de la réaction :**

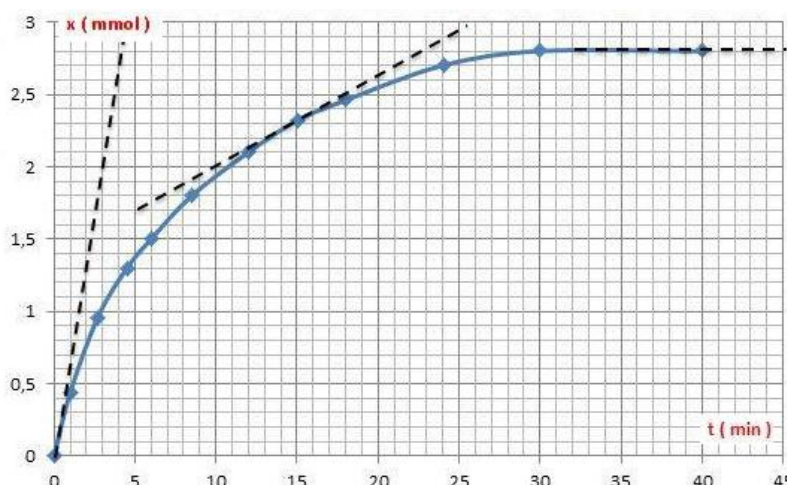
- On trace la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t
- On calcule la valeur du rapport $\frac{dx}{dt}$ qui représente le coefficient directeur de cette tangente et on le divise par la valeur de V_s (volume du mélange réactionnel)

À l'aide des résultats expérimentaux, et d'un tableur Excel on obtient le graphe $x = f(t)$ ci-dessous :

3.1 Déterminer graphiquement la vitesse volumique de la réaction à l'instant $t=0$, $t=15\text{min}$ et $t=40\text{min}$.

3.2 Comment varie cette vitesse au cours du temps lors de cette transformation chimique ? Donner une interprétation à cette variation.

3.3 Exprimer la vitesse de la réaction en fonction de $[I_2]t$ puis en fonction de $[H_2O_2]t$



Partie 4 : Temps de demi-réaction $t_{1/2}$

✍ **Définition** : Le temps de demi-réaction, noté $t_{1/2}$, correspond au temps nécessaire pour que l'avancement soit égal à la moitié de sa valeur finale x_f : autrement dit, à l'instant $t = t_{1/2}$, on a $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$.

Si la réaction est totale, on a $x(t_{1/2}) = \frac{x_{\max}}{2}$

4.1 Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ pour cette transformation.

 Remarques :

- Une méthode de mesure est adaptée pour suivre une transformation chimique si la durée de la mesure est au moins dix fois plus petite que le temps de demi-réaction de la transformation.
- Si $t_{1/2}$ est trop faible (vitesse grande) il est impossible d'utiliser une technique de titrage, car l'exécution de cette technique nécessite une certaine durée.

2. Méthodes physiques : mesure de pression et conductimétrie (voir série d'exercices !) :

2.1 Suivi temporel d'une transformation chimique par la mesure de pression

2.2 Suivi temporel d'une transformation chimique par conductimétrie

Exercices d'applications - Chapitre 2

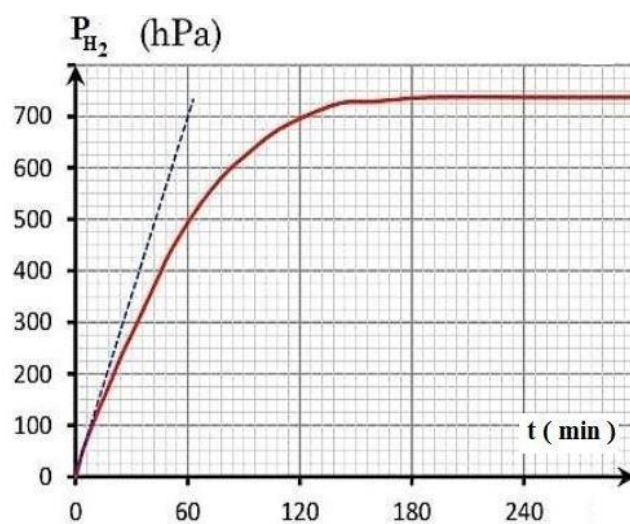
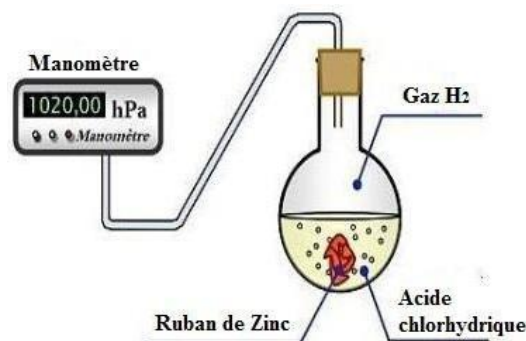
Suivi temporel d'une transformation chimique - Vitesse de réaction

❖ Exercice 1 :

Dans une fiole branchée à un manomètre, on introduit un volume $V_A = 75 \text{ mL}$ d'acide chlorhydrique ($\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})}$) de concentration $C_A = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$.

On relie un ruban de Zinc (Zn) de masse $m = 0.5 \text{ g}$ avec le bouchon de la fiole de telle sorte qu'on peut le faire tomber par une petite secousse.

A l'instant $t = 0$, on fait tomber le ruban dans la solution d'acide chlorhydrique et on note la valeur de la pression indiquée par le manomètre tous les 30 secondes. La courbe ci-dessous représente la variation de la pression de gaz $\text{H}_{2(\text{g})}$ en fonction du temps :



Données :

- On considère que tous les gaz sont parfaits
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ (SI)}$
- La masse molaire atomique du zinc :

$$M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$$
- Les couples mis en jeu sont:

$$\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} / \text{H}_{2(\text{g})} \text{ et } \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})} / \text{Zn}_{(\text{s})}$$
- La température à l'intérieur de la fiole est 25°C . Elle est supposée constante durant la transformation.

1. Écrire l'équation bilan de la réaction étudiée
2. Citer d'autres techniques qui peuvent être utilisées pour suivre l'évolution de cette transformation chimique
3. Calculer la quantité de matière initiale des réactifs
4. Dresser le tableau d'avancement
5. Déterminer l'avancement maximal x_{max} et en déduire le réactif limitant
6. En appliquant l'équation d'état des gaz parfaits et en se basant sur le tableau d'avancement précédent, trouver l'expression de l'avancement $x(t)$ de la réaction à l'instant t en fonction de $P(\text{H}_2)_t$, T , V et R
7. Montrer que l'avancement de la réaction chimique s'écrit : $x(t) = \frac{x_{\text{max}}}{P(\text{H}_2)_{\text{max}}} \cdot P(\text{H}_2)_t$
8. Montrer qu'à l'instant $t_{1/2}$, on a $P(\text{H}_2)_{t_{1/2}} = \frac{P(\text{H}_2)_{\text{max}}}{2}$, et en déduire la valeur de $t_{1/2}$
9. Exprimer la vitesse de la réaction en fonction de $P(\text{H}_2)_t$
10. Vérifier que la vitesse volumique de la réaction à l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$: $v_0 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$

❖ Exercice 2 :

On se propose d'étudier, par conductimétrie, la cinétique de l'hydrolyse du 2-chloro-2-méthylpropane qu'on notera simplement RCl.

On verse, dans un bécher, 50 ml d'eau distillée et 25 ml d'éthanol et on met le bécher dans un bain marie à la température de 40° C.

A l'instant $t = 0$ s on verse un volume $V = 1$ mL de 2-chloro-2-méthylpropane dans le mélange eau-éthanol et on plonge dans le bécher une cellule conductimétrique préalablement étalonnée puis on mesure la conductivité $\sigma(t)$ à différentes dates.

L'éthanol est un solvant dans lequel RCl se dissout très facilement et sans réagir avec l'éthanol. RCl réagit avec l'eau selon l'équation suivante :



La courbe ci-dessous, représente la variation de la conductivité de la solution en fonction du temps

Données :

- la masse molaire de RCl est : $M(\text{RCl}) = 92,6 \text{ g.mol}^{-1}$

- La masse volumique de RCl est : $\rho = 0,85 \text{ g.cm}^{-3}$

- La conductivité d'une solution est : $\sigma(t) = \sum \lambda_{xi} [x]_i$

1. Pourquoi peut-on effectuer un suivi conductimétrique pour cette transformation ?

2. Dresser le tableau d'avancement de la réaction chimique étudiée.

3. Calculer n_0 la quantité de matière initiale de composé organique, et déduire l'avancement maximal $x_{\max}$

4. Donner l'expression de la conductivité $\sigma(t)$ du mélange à la date t en fonction de l'avancement de la réaction $x(t)$, du volume V du mélange et des conductivités molaires ioniques des ions $\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}$ et λ_{Cl^-}

5. Montrer que l'avancement de la réaction s'écrit : $x(t) = \frac{x_{\max}}{\sigma_{\max}} \cdot \sigma(t)$.

6. Calculer la composition du système chimique à l'instant $t = 7$ min

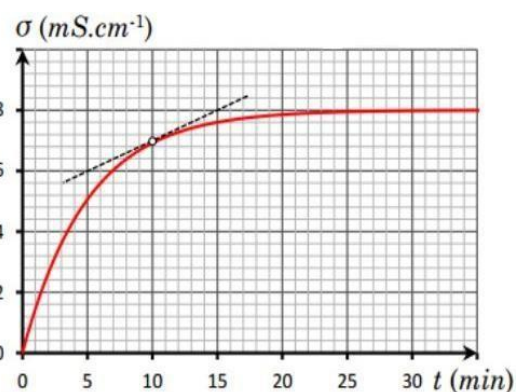
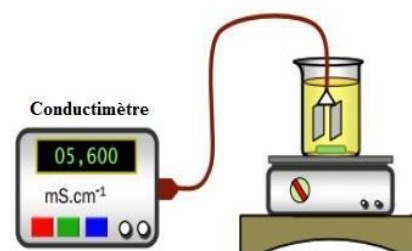
7. Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$

8. Montrer qu'à l'instant $t_{1/2}$, on a $\sigma(t_{1/2}) = \frac{\sigma_{\max}}{2}$ et en déduire la valeur du temps de demi-réaction $t_{1/2}$

9. Exprimer la vitesse de la réaction en fonction de $\sigma(t)$

10. Vérifier que la vitesse volumique de la réaction chimique à l'instant $t = 10$ min est : $v = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$

11. En gardant les concentrations initiales des réactifs et on diminuant la température à 20 °C, tracer sur la figure précédente la nouvelle évolution de $\sigma = f(t)$.



Chapitre 3

Transformations chimiques s'effectuant dans les deux sens

I- Rappels sur les acides et les bases

1- Définitions au sens de Bronsted

- Un acide : est une espèce chimique susceptible de céder au moins un proton H^+
- Une base : est une espèce chimique susceptible de capter au moins un proton H^+

2- Couple acide/base

Le couple (AH/A^-) est composé d'un acide AH et de sa base conjuguée A^- , les deux espèces forment un couple, cela veut dire qu'il ya possibilité de passer de l'acide à la base et de la base à l'acide, par perte au gain d'un proton H^+ .

On associe au couple (AH/A^-) une demi-équation acido-basique : $AH \rightleftharpoons A^- + H^+$

Remarque :

Les espèces chimiques appartenant à deux couples, sont appelées des ampholytes (exemple H_2O)

3- Réactions acido-basiques

Une réaction acido-basique est une réaction qui met en jeu un transfert de proton H^+ entre les réactifs.

La réaction acido-basique met en jeu deux couples acide/base, l'acide du premier couple réagit avec la base de deuxième couple.

Exemple dans le cas général :

Réaction entre l'acide A_1H et la base A_2^- des deux couples : A_1H/A_1^- et A_2H/A_2^-

Les demi-équations acido-basiques sont :



L'équation bilan de la réaction s'écrit donc : $A_1H + A_2^- \rightarrow A_1^- + A_2H$

4- Définition du pH d'une solution

Le pH d'une solution est défini par la relation : $pH = -\log[H_3O^+] \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$

II- Taux d'avancement final τ

1- L'avancement final et l'avancement maximal

- L'avancement maximal $X_{\max}$: est l'avancement qui correspond à l'état final théorique.
- L'avancement final X_f : est la valeur de l'avancement qui correspond à l'état final réel.

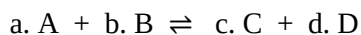
2- Le taux d'avancement final τ

Le taux d'avancement final d'une réaction, noté τ , est donné par la relation : $\tau = \frac{X_f}{X_{\max}}$

Si $\tau = 1$: la réaction est totale ; Si $\tau < 1$: la réaction est limitée

3- Réaction limitée

Lorsque la réaction est limitée $\tau < 1$: la réaction aura lieu dans les deux sens, l'équation de la réaction s'écrit par deux flèches :

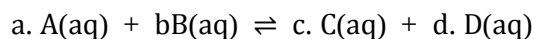


Lorsque la réaction est limitée, à l'état final, le système est en équilibre chimique.

4- Interprétation microscopique de l'état d'équilibre chimique

A l'équilibre chimique, les concentrations des réactifs et des produits restent constantes.

Au niveau microscopique, les réactions s'effectuent dans les deux sens (1) et (2) avec la même vitesse :



Exercices d'applications - Chapitre 3

Les transformations chimiques s'effectuant dans les deux sens

❖ Exercice 1 :

1. Ecrire pour chaque couple la demi-équation acido-basique :



2. Ecrire les demi-équations acido-basiques relatives à :

2.1 L'acide nitreux $\text{HNO}_{2(\text{aq})}$,

2.2 L'ammoniac $\text{NH}_{3(\text{aq})}$,

2.3 En déduire l'équation de la réaction entre l'acide nitreux et l'ammoniac.

❖ Exercice 2 :

On considère un mélange de :

- Une solution S_1 d'acide chlorhydrique de volume $V_1 = 5 \text{ mL}$ et de concentration molaire $C_1 = 0.5 \text{ mol/L}$
- Une solution S_2 d'acide chlorhydrique de volume $V_2 = 20 \text{ mL}$ et $\text{pH} = 1.3$

1. Ecrire l'équation de la réaction chimique entre l'acide chlorhydrique et l'eau

2. Calculer la quantité de la matière des ions H_3O^+ pour chaque solution ? déduire la concentration molaire du mélange ?

3. Calculer le pH du mélange ?

❖ Exercice 3 :

Le pH de la solution d'acide méthanoïque HCOOH de concentration $C = 1.0 \cdot 10^{-1} \text{ mol/L}$ est $\text{pH} = 2.4$

1. Ecrire l'équation de la réaction chimique d'acide méthanoïque avec l'eau ?

2. Dresser le tableau d'avancement de la réaction chimique ?

3. Montrer que la réaction chimique n'est pas totale ?

4. Calculer les concentrations molaires finales des ions de la solution à l'état final de la réaction chimique ?
(on néglige les ions HO^-)

❖ Exercice 4 :

Une solution S d'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$, de concentration massique $C_m = 1,22 \text{ g/L}$, a un pH égal à $\text{pH} = 3,1$.

1. Ecrire l'équation de la réaction associée à la mise en solution aqueuse de l'acide benzoïque.

2. Calculer la concentration molaire C de la solution étudiée.

3. Calculer l'avancement maximal x_{max} qui serait obtenu si la réaction était totale (on raisonnera sur la préparation de $V = 200 \text{ mL}$ de la solution S).

4. Calculer l'avancement final x_f réellement observé.

5. Calculer le taux d'avancement final τ de la réaction.

6. A partir de la solution S , on prépare $V' = 200 \text{ mL}$ d'une solution S' d'acide benzoïque de concentration $C' = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$. Le pH prend la valeur $\text{pH}' = 3,6$.

6.1 Comment fait-on pour préparer la solution S' ?

6.2 Calculer le nouveau taux d'avancement final τ' de la réaction entre l'acide benzoïque et l'eau.

6.3 Commenter le résultat par rapport à celui obtenu avec la solution S .

7. Sens d'évolution du système chimique

7.1 Comment évoluerait le pH si on ajoutait très peu d'acide benzoïque solide $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ à la solution S' ($\text{pH}' = 3,6$) ?

7.2 Comment évoluerait le pH si on ajoutait très peu de benzoate de sodium solide à la solution S' ($\text{pH}' = 3,6$) ?

Dans les deux cas on considérera que le volume reste égal à 200 mL .

On donne les masses molaires atomiques suivantes : $C : 12 \text{ g/mol}$; $O : 16 \text{ g/mol}$; $H : 1 \text{ g/mol}$

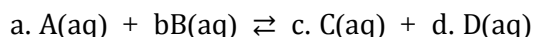
Chapitre 4

Etat d'équilibre d'un système chimique

I- État d'équilibre d'un système chimique

1- Quotient de réaction Q_r

Considérons l'équation de la réaction suivante :



- Le quotient de la réaction est une grandeur qui nous renseigne sur l'évolution du système étudié :
- Le quotient de la réaction Q_r est donné par :

$$Q_r = \frac{[C]^{\gamma} \cdot [D]^{\omega}}{[A]^{\alpha} \cdot [B]^{\beta}}$$

Avec $[X]$: La concentration molaire de l'espèce chimique X, en (mol/L)

Remarque :

Cette expression est valable pour les solutés. Pour les solvants (l'eau par exemple), les solides et les gaz, on remplace leurs concentrations par 1. Ainsi, pour la réaction de dissolution du chlorure de sodium :



$$Q_r = [Na^{+}_{aq}] \cdot [Cl^{-}_{aq}]$$

D'où l'importance de ces petits (aq), (s), (l) et (g) qui permettent de montrer l'état physique des espèces chimiques considérées.

2- La constante d'équilibre K

Le quotient de réaction tend vers une valeur qui ne dépend que de la réaction lorsque le système chimique tend vers son état d'équilibre. Cette valeur notée K est la constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction.

La constante d'équilibre K est le quotient de réaction à l'équilibre :

$$Q_r, \text{ à l'équilibre} = Q_{r, \text{ éq}} = K = \frac{[C]_{\text{éq}}^{\gamma} \cdot [D]_{\text{éq}}^{\omega}}{[A]_{\text{éq}}^{\alpha} \cdot [B]_{\text{éq}}^{\beta}}$$

Remarque :

- La constante d'équilibre est indépendante des conditions initiales, elle ne dépend que de la température.
- Dans le cas d'un équilibre chimique, l'avancement final est noté $X_{\text{éq}}$.

II- Conductance et conductivité d'une solution

1- La conductance

La conductance d'une solution est donnée par la relation : $G = \sigma \cdot \frac{S}{L}$

Avec :

- G : La conductance en siemens (S)
- σ : la conductivité de la solution en $S \cdot m^{-1}$
- S : la surface des électrodes en m^2
- L : la distance entre les électrodes en m

2- La conductivité

La conductivité d'une solution peut être décomposée selon la contribution de tous les ions présents en solution.

$$\sigma = \sum \lambda_i \cdot [X_i]$$

Avec :

- σ : la conductivité en ($S \cdot m^{-1}$)
- λ_i : la conductivité molaire ionique de l'ion X_i en ($S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$)
- $[X_i]$: la concentration de l'ion X_i en ($mol \cdot m^{-3}$)

Exemple : Quelle est la conductivité d'une solution de chlorure de sodium en fonction de la concentration c de la solution ?

$$\sigma = \lambda_{Na^+} \cdot [Na^+] + \lambda_{Cl^-} \cdot [Cl^-]$$

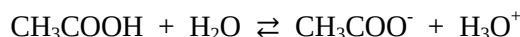
or on a : $NaCl_{(s)} \rightarrow Na^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$ et nous savons que : $[Na^+] = [Cl^-] = C$

$$D'où : \sigma = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{Cl^-}) \cdot C$$

3- Détermination de la constante d'équilibre par la mesure de la conductivité

Exemple : Considérons un volume V d'une solution d'acide éthanóïque CH_3COOH de concentration C .

L'équation de la réaction de l'acide éthanóïque avec l'eau s'écrit :



Équation de la réaction		$CH_3COOH_{(aq)}$	+	$H_2O_{(l)}$	$\rightleftharpoons$	$CH_3COO^-_{(aq)}$	+	$H_3O^+_{(aq)}$
État du système	Avancement	Quantités de matière en (mol)						
État initial	0	C.V	En excès			0		0
État intermédiaire	X	C.V - X				X		X
État final	X_{max}	C.V - X_{max}				X_{max}		X_{max}
	X_{eq}	C.V - X_{eq}				X_{eq}		X_{eq}

L'expression de la conductivité de la solution à l'état d'équilibre : $\sigma_{eq} = \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+]_{eq} + \lambda_{CH_3COO^-} \cdot [CH_3COO^-]_{eq}$

D'après le tableau d'avancement on a : $[H_3O^+]_{eq} = [CH_3COO^-]_{eq}$ et $[CH_3COO^-]_{eq} = C - [H_3O^+]_{eq}$

Connaissant la conductivité à l'équilibre on peut déterminer la valeur de la concentration $[H_3O^+]_{eq}$:

$$[H_3O^+]_{eq} = \frac{\sigma}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})}$$

La constante d'équilibre est donnée par :

$$K = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C - [H_3O^+]_{eq}}$$

Exercices d'applications - Chapitre 4

Etat d'équilibre d'un système chimique

❖ **Exercice 1 :** Le quotient de réaction $Q_{r,eq}$ dépend-il de la composition initiale du système ?

On plonge une cellule conductimétrique dans un volume V d'une solution S d'acide éthanóïque de concentration apportée $C = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol/l}$, on trouve $\sigma = 343 \mu\text{S/cm}$ à 25°C .

1. Quelles sont les concentrations des espèces ioniques dans cette solution à l'état d'équilibre ?
2. Quelle est la valeur de $Q_{r,eq}$ dans l'état d'équilibre ?

A l'aide de la même cellule conductimétrique on mesure la conductivité d'une solution S' d'acide éthanóïque de concentration molaire $C' = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l}$. La valeur de la conductivité vaut $\sigma' = 0,107 \text{ mS/cm}$ à 25°C .

3. En utilisant la même méthode précédente, déterminer le quotient de réaction à l'état d'équilibre $Q_{r,eq}$.
4. Comparer la valeur obtenue avec celle de l'application précédente. Conclure ?

On donne : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$; $\lambda_{CH_3CO_2^-} = 4,09 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$

❖ **Exercice 2 :** Le taux d'avancement final τ d'une réaction dépend-il de sa constante d'équilibre ?

On mesure à 25°C la conductivité σ_1 et σ_2 de deux solutions S_1 , d'acide éthanóïque et S_2 d'acide méthanoïque, de même concentration apportée $C = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol/l}$, on trouve successivement $\sigma_1 = 343 \mu\text{S/cm}$ et $\sigma_2 = 1129 \mu\text{S/cm}$.

- Acide éthanóïque : $K_1 = 1,6 \cdot 10^{-5}$
- Acide méthanoïque : $K_1 = 1,6 \cdot 10^{-4}$

1. Quelles sont les concentrations des espèces ioniques dans ces deux solutions ?
2. Quelle est, dans chaque cas, les valeurs du taux d'avancement final de la réaction entre l'acide et l'eau ?
Conclure

On donne : $\lambda_{H_3O^+} = 35,0 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$; $\lambda_{HCO_2^-} = 5,46 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$

❖ **Exercice 3 :** Le taux d'avancement final τ d'une réaction dépend-il de l'état initial du système ?

On mesure à 25°C la conductivité de divers solutions d'acide éthanóïque à divers concentrations apportées C :

$C \text{ (mol/l)}$	$\sigma \text{ (mS/cm)}$
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,343
$1,0 \cdot 10^{-2}$	0,153
$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,107

Quelle est, dans chaque solution, les valeurs du taux d'avancement final de la réaction entre l'acide et l'eau ?
Conclure.

❖ **Exercice 4 :** Relation entre la constante d'équilibre K et le taux d'avancement final τ

On dissout une masse $m=0,44\text{g}$ d'acide ascorbique (vitamine C), de formule $C_6H_8O_6$ dans un volume d'eau $V=500\text{mL}$. Le pH de la solution obtenue est $\text{pH}=3,2$.

1. Calculer la concentration molaire en soluté apporté de la solution d'acide ascorbique.
2. Donner l'équation de la réaction de l'acide ascorbique avec l'eau.
3. Dresser le tableau d'avancement de cette réaction et déterminer l'avancement maximal $x_{\max}$.
4. En utilisant la valeur du pH de la solution, déterminer l'avancement final x_f de la réaction.
5. En exploitant le tableau d'avancement, montrer que : $\tau=10^{-\text{pH}}/C$. Calculer la valeur du taux d'avancement final τ , conclure.

6. Démontrer que la constante d'équilibre s'écrit : $K = \frac{C \cdot \tau^2}{1-\tau}$

On donne : Les masses molaires atomiques : C : 12 g/mol ; H : 1 g/mol ; O : 16 g/mol

Chapitre 5

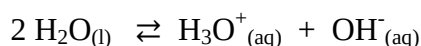
Transformations chimiques liées aux réactions acido-basiques dans une solution aqueuse

I. L'autoprotolyse de l'eau

1- Autoprotolyse de l'eau

La mesure de conductivité d'une eau distillée (qui à priori ne contient pas d'ions) n'est pas nulle. A 25°C, la conductivité de l'eau distillée est de $5,5 \cdot 10^{-6}$ S/m.

L'eau H_2O , une espèce amphotère, joue un double rôle dans les réactions acido-basiques, un acide pour le couple $\text{H}_2\text{O}/\text{OH}^-_{(\text{aq})}$ et une base pour le couple $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}/\text{H}_2\text{O}$, selon l'équation :



Cette réaction est appelée autoprotolyse de l'eau.

Remarque : La réaction d'autoprotolyse de l'eau est une transformation très limitée. Pour un volume $V=1,0$ L d'eau, le tau d'avancement final de cette transformation chimique est $\tau = 3,6 \cdot 10^{-9} \ll 1$.

2- Produit ionique de l'eau

Le produit ionique de l'eau est la constante d'équilibre associée à l'équation d'autoprotolyse de l'eau. Cette constante est notée K_e .

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+].[\text{OH}^-]$$

- Les concentrations $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$ sont exprimées en mol.L^{-1} alors que la constante K_e s'exprime sans unité.
- La constante d'équilibre est indépendante de l'état initial (de la concentration initiale) et ne dépend que de la température.
- Pour toute solution aqueuse à 25°C, $K_e=1,0 \cdot 10^{-14}$. (K_e croît lorsque la température augmente).

On note :

$$\text{p}K_e = -\log K_e \Rightarrow \text{p}K_e = 14 \text{ à } 25^\circ\text{C}.$$

Exemples :

Température (°C)	0	25	50	100
K_e	$0,10 \cdot 10^{-14}$	$1,0 \cdot 10^{-14}$	$5,5 \cdot 10^{-14}$	$55 \cdot 10^{-14}$
$\text{p}K_e = -\log K_e$	15	14	13,3	12,3

3- pH des solutions aqueuses

Le pH des solutions aqueuses usuelles s'étend de 0 à 14.

Solution aqueuse basique	Solution aqueuse neutre	Solution aqueuse acide
$[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-]$ $[\text{H}_3\text{O}^+].[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-].[\text{H}_3\text{O}^+]$ $[\text{H}_3\text{O}^+]^2 < K_e$ $-\log[\text{H}_3\text{O}^+]^2 > -\log K_e$ $\text{pH} > \frac{\text{p}K_e}{2}$	$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$ $[\text{H}_3\text{O}^+].[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-].[\text{H}_3\text{O}^+]$ $[\text{H}_3\text{O}^+]^2 = K_e$ $-\log[\text{H}_3\text{O}^+]^2 < -\log K_e$ $\text{pH} = \frac{\text{p}K_e}{2}$	$[\text{H}_3\text{O}^+] > [\text{OH}^-]$ $[\text{H}_3\text{O}^+].[\text{H}_3\text{O}^+] > [\text{OH}^-].[\text{H}_3\text{O}^+]$ $[\text{H}_3\text{O}^+]^2 > K_e$ $-\log[\text{H}_3\text{O}^+]^2 < -\log K_e$ $\text{pH} < \frac{\text{p}K_e}{2}$
A 25°C ; $\text{pH} > 7$	A 25°C ; $\text{pH} = 7$	A 25°C ; $\text{pH} < 7$

II- Constante d'acidité K_A

1- Constante d'acidité K_A

La constante d'acidité K_A est la constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction d'un acide avec l'eau.

Soit la réaction d'un acide AH avec l'eau selon l'équation suivante : $\text{AH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightleftharpoons \text{A}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$.

La constante d'acidité K_A de cette transformation est donnée par la relation :

$$K_A = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}$$

Quelques exemples à 25°C :

Couple	K_A	$\text{p}K_A$
$\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} / \text{CH}_3\text{COO}^-_{(\text{aq})}$	$1,58 \cdot 10^{-5}$	4,8
$\text{NH}_4^+_{(\text{aq})} / \text{NH}_{3(\text{aq})}$	$6,3 \cdot 10^{-10}$	9,2

Remarque : La constante K_A ne dépend que de la température et de la nature de l'acide.

2- Relation entre pH et $\text{p}K_A$

Soit le couple acide/base suivant : $\text{AH}_{(\text{aq})} / \text{A}^-_{(\text{aq})}$

La constante d'acidité associée à ce couple est :

$$K_A = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}$$

$$\text{Donc : } -\log K_A = -\log \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} \quad \text{d'où : } \text{p}K_A = -\log \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} - \log [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$$

Alors :

$$\text{p}K_A = -\log \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} + \text{pH}$$

En fin :

$$\text{pH} = \text{p}K_A + \log \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}$$

3- Relation entre pH et $\text{p}K_e$

On prend le logarithme de la relation $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-] \Rightarrow \log K_e = \log [\text{H}_3\text{O}^+] + \log [\text{HO}^-]$

Donc : $\text{p}K_e = \text{pH} - \log [\text{HO}^-] \Rightarrow \text{pH} = \text{p}K_e + \log [\text{HO}^-] \Rightarrow \text{pH} - \text{p}K_e = \log [\text{HO}^-]$

D'où :

$$10^{\text{pH} - \text{p}K_e} = [\text{OH}^-]$$

III - Constante d'équilibre associée à une réaction acido-basique

Soit une réaction acido-basique entre l'acide A_1H d'un couple $\text{A}_1\text{H}/\text{A}_1^-$ de constant d'acidité K_{A1} et la base A_2^- d'un couple $\text{A}_2\text{H}/\text{A}_2^-$ de constant d'acidité K_{A2} .

L'équation de cette réaction est donnée par : $\text{A}_1\text{H} + \text{A}_2^- \rightleftharpoons \text{A}_1^- + \text{A}_2\text{H}$

La constante d'équilibre de cette réaction s'écrit :

$$K = \frac{[\text{A}_1^-]_{\text{éq}} [\text{A}_2\text{H}]_{\text{éq}}}{[\text{A}_1\text{H}]_{\text{éq}} [\text{A}_2^-]_{\text{éq}}}$$

Avec :

$$K_{A1} = \frac{[A_1^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A_1H]_{\text{éq}}} \quad \text{et} \quad K_{A2} = \frac{[A_2^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A_2H]_{\text{éq}}}$$

Donc :

$$K = \frac{[A_1^-]_{\text{éq}} [A_2H]_{\text{éq}}}{[A_1H]_{\text{éq}} [A_2^-]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{[A_1^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A_1H]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[A_2H]_{\text{éq}}}{[A_2^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}$$

Finalement :

$$k = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = 10^{pK_{A2} - pK_{A1}} \Leftrightarrow (k = \frac{K_{\text{Acide réagit}}}{K_{\text{Acide produit}}})$$

IV- Comparaison du comportement des acides et des bases dans une solution aqueuse :

1- Cas des acides

Considérons deux solutions acides de même concentration $C=10^{-2}$ mol/L

Solution acide	pK_A	K_A	pH	τ
Acide méthanoïque HCOOH	$pK_{A1} = 3,7$	$K_{A1} = 2,0 \cdot 10^{-4}$	$pH_1 = 2,9$	$\tau_1 = 13 \%$
Acide éthanoïque CH ₃ COOH	$pK_{A2} = 4,8$	$K_{A2} = 1,6 \cdot 10^{-5}$	$pH_2 = 3,4$	$\tau_2 = 4 \%$

$$K = K_A = \frac{[A^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}}} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{C} \Leftrightarrow K_A = \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

- K_A est donc une fonction croissante de τ .
- A concentration apportée C égale, plus K_A est grand (pK_A est plus petit), plus l'acide AH est dissocié, plus le pH de la solution est faible et plus le taux d'avancement τ de la réaction est plus grand.

2- Cas des bases

Considérons deux solutions basiques de même concentration $C=10^{-2}$ mol/L

Solution basique	pK_A	K_A	pH	τ
Ammoniaque NH ₃	$pK_{A1} = 9,2$	$K_{A1} = 6,3 \cdot 10^{-10}$	$pH_1 = 10,6$	$\tau_1 = 4 \%$
Méthylamine CH ₃ NH	$pK_{A2} = 10,7$	$K_{A2} = 2 \cdot 10^{-11}$	$pH_2 = 11,4$	$\tau_2 = 25 \%$

$$K = \frac{[AH]_{\text{éq}} [OH^-]_{\text{éq}}}{[A^-]_{\text{éq}}} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{[OH^-]_{\text{éq}}}{C} \Leftrightarrow K = \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

$$\text{avec : } K = \frac{K_e(H_2O/OH^-)}{K_A(AH/A^-)} \Leftrightarrow K_A(A/B) = \frac{K_e}{K} = \frac{1 - \tau}{C \cdot \tau^2} \cdot K_e$$

- A concentration apportée C égale, plus K_A est faible, plus la base est dissociée, plus son pH est grand et plus le taux d'avancement τ de la réaction est grand.

V - Diagramme de prédominance des espèces acido-basiques

1- Cas de couple $\text{AH}_{(\text{aq})}/\text{A}^{-}_{(\text{aq})}$

Définition : Une espèce A est prédominante par rapport à une espèce B si : $[A] > [B]$

Pour déterminer les domaines de prédominance en fonction du pH, on cherche la relation donnant le rapport $\frac{[\text{A}^{-}_{(\text{aq})}]}{[\text{AH}_{(\text{aq})}]}$ en fonction de pH d'une solution aqueuse contenant un acide A et sa base B :

➤ Nous avons déjà montré en (II-2) que : $\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{[\text{A}^{-}]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}$ donc : $\frac{[\text{A}^{-}]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH} - \text{pK}_A}$

➤ De cette relation, on peut constater trois cas possible :

- L'Acide prédomine par rapport à la Base : $[\text{AH}] > [\text{A}^{-}] \Leftrightarrow \frac{[\text{A}^{-}]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} < 1 \Leftrightarrow \underline{\text{pH} < \text{pK}_A}$

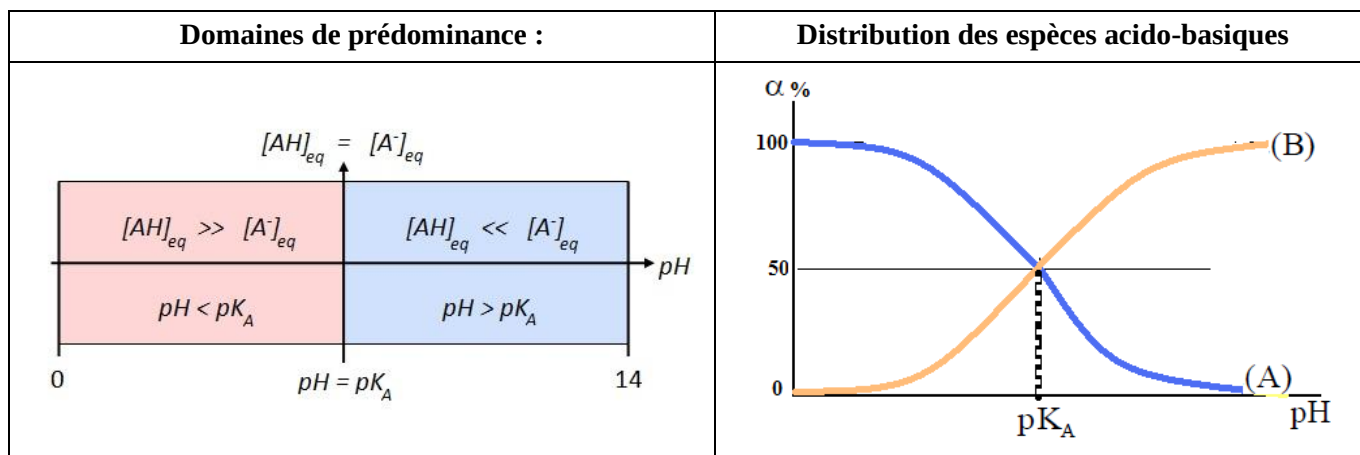
Si $\text{pH} < \text{pK}_A$, alors l'acide AH prédomine par rapport à la Base A^{-}

- La concentration de l'acide égale à la concentration de la base : $[\text{AH}] = [\text{A}^{-}] \Leftrightarrow \frac{[\text{A}^{-}]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} = 1 \Leftrightarrow \underline{\text{pH} = \text{pK}_A}$

Si $\text{pH} = \text{pK}_A$, alors aucune des deux formes ne prédomine.

- La Base prédomine par rapport à l'Acide : $[\text{AH}] < [\text{A}^{-}] \Leftrightarrow \frac{[\text{A}^{-}]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} > 1 \Leftrightarrow \underline{\text{pH} > \text{pK}_A}$

Si $\text{pH} > \text{pK}_A$, alors la base A^{-} prédomine par rapport à l'acide AH.



2- Cas d'indicateurs colorés

Un indicateur coloré est un couple acide/base noté $\text{IndH}_{(\text{aq})}/\text{Ind}^{-}_{(\text{aq})}$, dont la forme acide $\text{IndH}_{(\text{aq})}$ et la forme basique $\text{Ind}^{-}_{(\text{aq})}$ ont des couleurs différentes en solution.

La constante d'acidité de ce couple est :

$$K_{A,\text{Ind}} = \frac{[\text{Ind}^{-}]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^{+}]_{\text{éq}}}{[\text{IndH}]_{\text{éq}}}$$

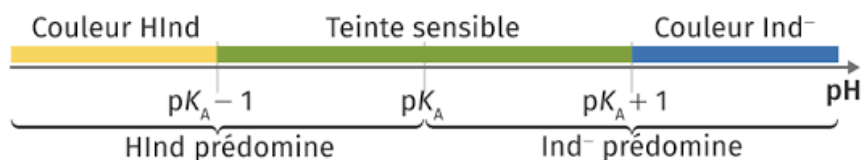
Donc :

$$\text{pH} = \text{pK}_{A,\text{Ind}} + \log \frac{[\text{Ind}^{-}]_{\text{éq}}}{[\text{IndH}]_{\text{éq}}}$$

On admet que la solution dans laquelle se trouve l'indicateur a la couleur de la forme acide HInd si : $[\text{HInd}] > 10 [\text{Ind}^-]$ $\Leftrightarrow \text{pH} < \text{pK}_{\text{A,Ind}} - 1$	On admet que la solution dans laquelle se trouve l'indicateur a la couleur de la forme base Ind^- si : $[\text{Ind}^-] > 10 [\text{HInd}]$ $\Leftrightarrow \text{pH} > \text{pK}_{\text{A,Ind}} + 1$
--	--

La solution prendra une couleur appelée **teinte sensible** (mélange des couleurs dues à la forme acide et à la forme basique) si les concentrations $[\text{HInd}]$ et $[\text{Ind}^-]$ sont du même ordre de grandeur, donc si :

$$\text{pK}_{\text{A,Ind}} - 1 < \text{pH} < \text{pK}_{\text{A,Ind}} + 1$$



Exemples :

Indicateur	Couleur		$\text{pK}_{\text{A,Ind}}$	Zone de virage
	Acide	Base		
Hélianthine	Jaune orangé	rouge	3,7	3,1 – 4,4
Vert de Bromocrésol	jaune	bleu	4,7	3,8 – 5,4
Rouge de Méthyle	jaune	rouge	5,1	4,8 – 6,0
Bleu de Bromothymol	jaune	bleu	7,0	6,0 – 7,6
phénolphtaléine	incolore	rose-violet	9,4	8,2 – 10,0

VI - Le dosage acido-basique

1- Définition

Titrer ou doser une solution consiste à déterminer la concentration d'une espèce chimique dans cette solution. On utilise pour cela une solution titrante de concentration connue.

Pour qu'une réaction chimique puisse être utilisée comme réaction de dosage, il faut qu'elle soit :

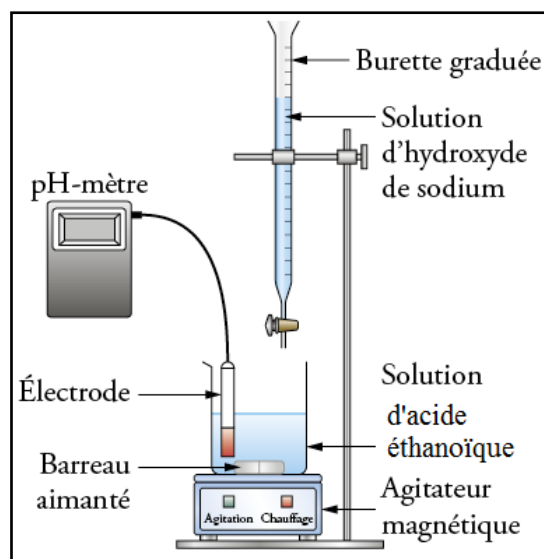
- Univoque : il faut que les deux réactifs, titré et titrant, réagissent selon une seule et unique réaction.
- Totale : Un des deux réactifs mis en présence doit disparaître complètement.
- Rapide : c'est-à-dire qu'elle parvienne à son état final soit de manière instantanée, soit dans un temps bref.

2- Titrage pH-métrique d'une réaction acido-basique

Pour réaliser le titrage d'un acide par la méthode pH-métrique, on réalise un montage permettant, tout au long du titrage, de mesurer le pH de la solution contenue dans le bécher (solution à titrer) ainsi que le volume de la soude versé (solution titrante).

Exemple d'un titrage pH-métrique :

- On introduit dans un bécher un volume $V_A = 20 \text{ ml}$, mesuré à la pipette jaugée, d'une solution d'acide éthanóïque CH_3COOH de concentration inconnue C_A .
- La burette graduée contient de la soude de concentration $C_B = 0,020 \text{ mol/L}$.



- Un pH-mètre, préalablement étalonné, permet de suivre le pH de la solution après chaque ajout de la solution d'hydroxyde de sodium (la soude).
- Toutes les mesures sont faites à 25 °C.

On verse progressivement la soude et, après chaque ajout, on mesure le pH de la solution. On obtient les résultats suivants :

pH	0	1	2	4	6	8	9	10	11
V _B (ml)	3,3	3,8	4,1	4,4	4,7	5	5,2	5,4	5,6

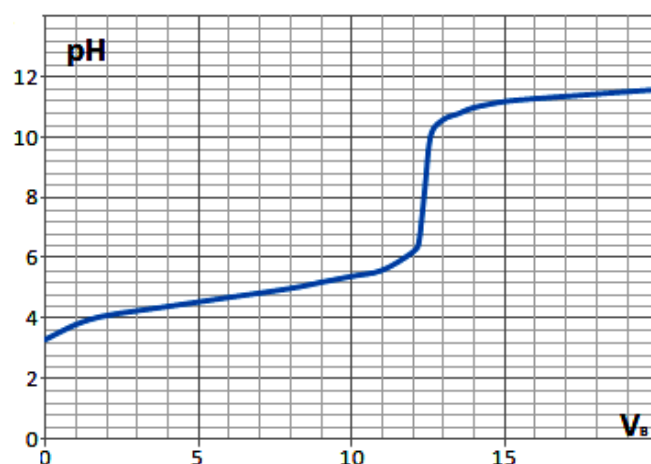
12	12,2	12,4	12,6	13	13,5	14	15	16
6,2	6,5	8,3	0,1	0,6	10,8	11	11,2	11,3

3- Courbe de titrage :

La courbe de titrage pH-métrique est la courbe donnant les variations du pH en fonction du volume V_B de solution titrante versée.

La courbe présente 3 parties distinctes :

- Pour 0 < V_B < 12 ml, le pH varie peu. Le réactif limitant est OH⁻, le réactif en excès CH₃COOH impose un pH acide.
- Pour 12 ml < V_B < 13 ml, on observe une importante variation de pH, la courbe change de concavité.
- Pour V_B > 16 mL, le pH augmente lentement vers la valeur pH = 12 (correspondant au pH de la solution de soude ajoutée). L'acide CH₃COOH est totalement réagit, le réactif en excès est OH⁻. Le milieu est de plus en plus basique.



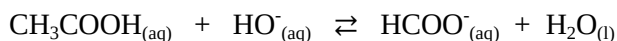
4- L'équivalence

a- Définition de l'équivalence

A l'équivalence, les réactifs (réactif titrant et le réactif titré) sont intégralement consommés. C'est-à-dire le point où l'espèce chimique à titrer et l'espèce titrante ont été mélangées dans des proportions stœchiométriques.

A l'équivalence on réalise un mélange stœchiométrique des deux réactifs CH₃COOH et HO⁻. Ils sont totalement transformés en CH₃COO⁻ et H₂O.

- L'équation de la réaction de titrage de l'acide éthanóïque par la soude s'écrit :



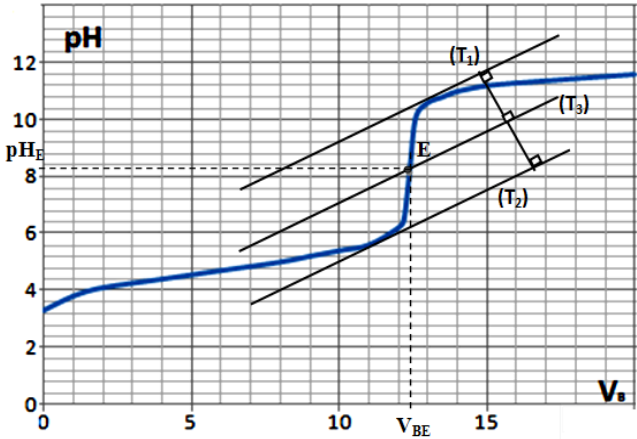
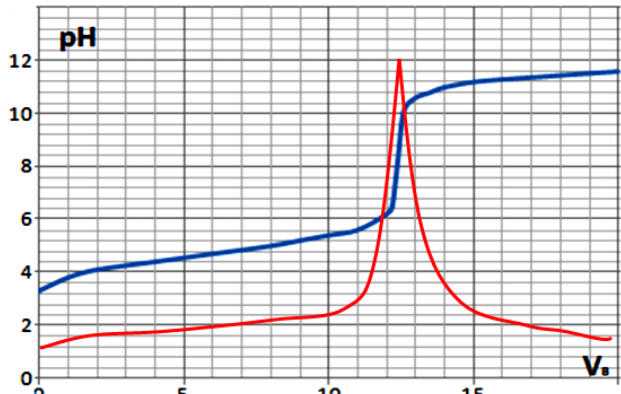
- Le tableau d'avancement de la réaction de dosage :

Equation		$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{HO}^{-} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^{-} + \text{H}_2\text{O}$			
Etat	Avancement	Quantité de matière en mol			
Initial	x = 0	n ₁	n ₂	0	0
Intermédiaire	x	n ₁ - x	n ₂ - x = 0	x	x
Final	x _f	n ₁ - x _f	n ₂ - x _f = 0	x _f	x _f
à l'équivalence (E)	x _E	n₁ - x_E = 0	n_{2,E} - x_E = 0	x _E	x _E

- A l'équivalence : **n₁ - x_E = 0** et **n_{2,E} - x_E = 0**, donc la relation de l'équivalence est : **n(CH₃COOH) = n(HO⁻)_E**

b-Détermination du point d'équivalence E

Le point E est un point d'inflexion de la courbe $\text{pH}=f(V_B)$, autour duquel cette courbe est symétrique.

La méthode des tangentes	La variation d_{pH}/d_{V_B}
Les droites T_1 et T_2, parallèles, sont tangentes à la courbe. La droite T_3 est équidistante de T_1 et T_2. Le point d'équivalence E est le point d'intersection de la courbe et de la droite T_3 	Au point d'équivalence E, la courbure change (point d'inflexion en mathématiques). En ce point, le coefficient directeur de la tangente passe par un maximum. Au point d'équivalence E : la courbe $\frac{d_{\text{pH}}}{d_{V_B}} = f(V_B)$ passe par un maximum 

Exercices d'applications - Chapitre 5

Transformations chimiques liées aux réactions acido-basiques

❖ Exercice 1 :

Une solution S de méthylamine CH_3NH_2 de concentration molaire $C_b = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$ a un $\text{pH}=12$.

1. Ecrire l'équation de la réaction de l'éthylamine avec l'eau.
2. Calculer les concentrations de toutes les espèces chimiques en solution.
3. Calculer la constante d'acidité K_a du couple $\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$ et son pK_a .
4. Le pK_a du couple $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ vaut 9,2. La méthylamine est-elle une base plus faible ou plus forte que l'ammoniaque ?
5. Tracer le diagramme de prédominance du couple $\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$. En déduire l'espèce prédominante dans la solution S.

On donne à 25 °C: $\text{pK}_e = 14$.

❖ Exercice 2 :

On dispose de deux solutions aqueuses d'acide méthanoïque et d'acide benzoïque de même concentration molaire en soluté apporté $C = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. La mesure du pH d'un volume $V = 10 \text{ mL}$ de chaque solution fournit les résultats suivants :

▪ solution aqueuse d'acide méthanoïque : $\text{pH}_1 = 2,9$; ▪ solution aqueuse d'acide benzoïque : $\text{pH}_2 = 3,1$.

1. Écrire l'équation de la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau.
2. Calculer son avancement final et son avancement maximal ; en déduire son taux d'avancement final. On pourra s'aider d'un tableau descriptif de l'évolution du système chimique.
3. Conclure sur le caractère total ou limité de la transformation chimique mettant en jeu la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau.
4. À partir de la comparaison des valeurs de pH des solutions aqueuses d'acide méthanoïque et benzoïque, dire pour quel acide la réaction avec l'eau est la plus avancée.

Données : $\text{HCOOH}_{(\text{aq})}/\text{HCOO}^-_{(\text{aq})}$: $\text{pK}_{A1} = 3,8$; $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}_{(\text{aq})}/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-_{(\text{aq})}$: $\text{pK}_{A2} = 4,2$

❖ Exercice 3 :

Un chimiste a préparé au laboratoire une quantité de cristaux d'acide benzoïque de masse $m_0 = 244 \text{ mg}$. Après l'avoir dissout totalement dans de l'eau distillée, il a obtenu une solution aqueuse (S_0) de volume $V_0 = 100 \text{ mL}$ et de $\text{pH} 2,95$.

1. Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation ayant lieu entre l'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}_{(\text{aq})}$ et l'eau.
2. Calculer la valeur du pK_A du couple $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}_{(\text{aq})} / \text{C}_6\text{H}_5\text{-COO}^-_{(\text{aq})}$.
3. Déterminer, en justifiant votre réponse, l'espèce du couple $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}_{(\text{aq})} / \text{C}_6\text{H}_5\text{-COO}^-_{(\text{aq})}$ qui prédomine dans la solution (S_0).
4. Pour connaître la valeur de la masse m d'acide pur présent dans les cristaux préparés, le chimiste a dosé le volume $V_A = 10,0 \text{ mL}$ de la solution (S_0) par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{OH}^-_{(\text{aq})}$) de concentration molaire $C_B = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le volume ajouté à l'équivalence est $V_{BE} = 18,0 \text{ mL}$.
 - 4.1. Écrire l'équation de la réaction qui se produit entre l'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}_{(\text{aq})}$ et les ions hydroxyde $\text{OH}^-_{(\text{aq})}$ considérée comme totale.
 - 4.2. Calculer la valeur de la concentration molaire C_A de la solution (S_0) préparée.
 - 4.3. En déduire la valeur de la masse m d'acide benzoïque pur présent dans de la solution (S_0) de volume V_0 .
 - 4.4. Déterminer la valeur du pourcentage p d'acide benzoïque pur contenu dans les cristaux préparés par le chimiste.

Donnée : $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}) = 122 \text{ g/mol}$

❖ Exercice 4 :

L'acide propanoïque est utilisé comme conservateur des aliments, son code est E280, on le trouve dans les fromages, les boissons et les conserves; il entre également dans la préparation de certains parfums, produits cosmétiques et pharmaceutiques.

On se propose d'étudier la réaction mise en jeu lors du titrage acido-basique de l'acide propanoïque par l'hydroxyde de sodium :

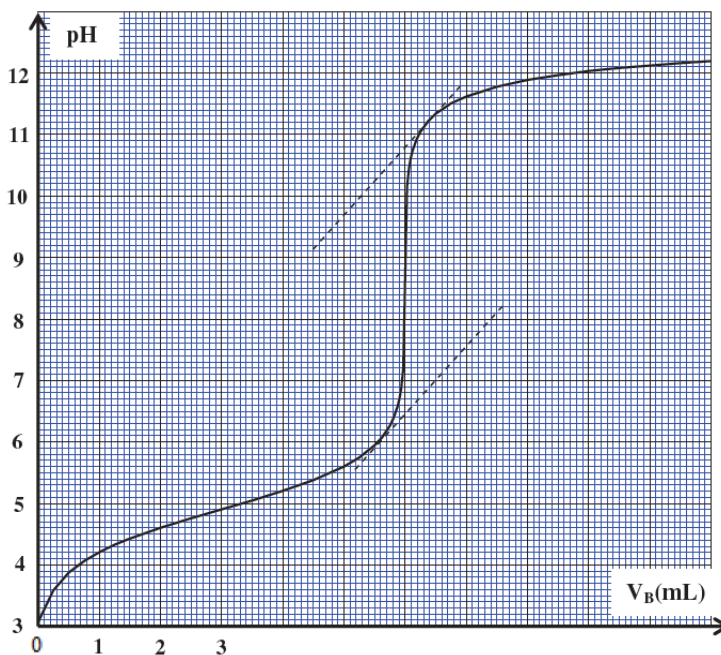
Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ;
- Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$;
- On représente l'acide propanoïque C_2H_5COOH par AH et sa base conjuguée par A^- ;
- La constante d'acidité du couple $C_2H_5COOH_{(aq)} / C_2H_5COO^-_{(aq)}$: $K_A = 10^{-4,9}$;
- La masse molaire de C_2H_5COOH : $M(C_2H_5COOH) = 74 \text{ g/mol}$
- Zone de virage de quelques indicateurs colorés :

Indicateur coloré	Hélianthine	B.B.T	Bleu de thymol
Zone de virage	3 - 4,4	6 - 7,6	8 - 9,6

On dose le volume $V_A = 5 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse (S_A) de l'acide propanoïque AH de concentration molaire C_A par une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, en suivant les variations du pH du mélange réactionnel en fonction du volume V_B versé de la solution (S_B).

La courbe de la figure ci dessous, représente les variations du pH en fonction du volume V_B au cours du dosage.

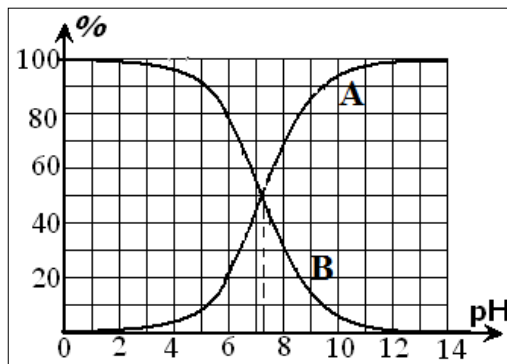


1. Déterminer les coordonnées V_{BE} et pH_E du point d'équivalence.
2. En calculant la constante d'équilibre K associée à la réaction du dosage, montrer que cette réaction est totale. (on note qu'une réaction chimique est considérée comme totale si sa constante d'équilibre $K \geq 10^4$).
3. Donner la relation d'équivalence et déduire la concentration C_A .
4. Choisir, en justifiant votre réponse, l'indicateur coloré adéquat pour repérer l'équivalence lors de ce titrage.
5. Préciser, en justifiant votre réponse, l'espèce chimique AH ou A^- prédominante dans le mélange réactionnel après l'ajout d'un volume $V_B = 7 \text{ mL}$.

❖ Exercice 5 :

I- L'acide hypochloreux a pour formule $\text{HOCl}_{(\text{aq})}$. Sa base conjuguée $\text{ClO}^-_{(\text{aq})}$ est appelée ion hypochlorite.

La figure ci-contre représente les pourcentages des espèces chimiques acide et base du couple HOCl/ClO^- en fonction du pH pour une solution donnée. **Donnée** : à 25 °C: $\text{pK}_\text{e} = 14$.



1. Déterminer graphiquement la valeur numérique de la constante pK_A du couple $\text{HClO} / \text{ClO}^-$.

2. Laquelle des deux courbes (a) ou (b) correspond à l'hypochlorite ?

3. Écrire l'équation de la réaction de HClO avec de l'eau.

4. On considère une solution d'acide hypochloreux de $\text{pH}=5$.

Déterminer le taux d'avancement final de la réaction dans cette solution.

II- Nous mélangeons $V_1 = 20 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse S_1 d'acide hypochloreux de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ avec un volume $V_2 = 10 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse S_2 d'hydroxyde de sodium de concentration $C_1 = C_2$. On mesure le pH du mélange obtenu et on trouve $\text{pH} = 7,2$.

5. Écrire l'équation de la réaction de l'acide hypochloreux avec les ions hydroxyde OH^- .

6. Trouver la valeur de rapport $\frac{[\text{ClO}^-]}{[\text{HClO}]}$ dans le mélange et déterminer l'avancement final de la réaction.

7. Exprimer la constante d'équilibre K associée à la réaction d'acide hypochloreux et les ions hydroxyde en fonction de pK_e et K_A la constante d'acidité de $\text{HClO} / \text{ClO}^-$, puis calculer sa valeur numérique. Qu'en concluez-vous ?

❖ Exercice 6 :

L'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}$ (E210) et le benzoate de sodium $\text{C}_6\text{H}_5\text{-COONa}$ (E211) sont utilisés dans l'industrie comme conservateurs alimentaires pour leurs propriétés fongicides et antibactériennes. Ils sont présents en particulier dans de nombreuses boissons « light ».

Données : Masse molaire : $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH}) = 122 \text{ g.mol}^{-1}$

Solubilité dans l'eau (masse maximale que l'on peut dissoudre dans un litre de solution) : $2,4 \text{ g.L}^{-1}$ à 25°C

Couples acide-base à 25°C : $\text{pK}_{\text{A1}}(\text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} / \text{C}_6\text{H}_5\text{-COO}^-) = 4,2$; $\text{pK}_{\text{A2}}(\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-) = 14,0$

I – Réaction de l'acide benzoïque avec l'eau

On introduit une masse m_0 d'acide benzoïque dans de l'eau distillée afin d'obtenir un volume $V_0 = 100 \text{ mL}$ de solution. Après dissolution totale, on obtient une solution aqueuse d'acide benzoïque notée S_0 de concentration $C_0 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le pH-mètre indique 3,1 pour la solution S_0 .

1. Quelle masse m_0 faut-il peser pour préparer la solution S_0 ? La solution est-elle saturée ?

2. Écrire l'équation de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.

3. Tracer le diagramme de prédominance du couple acide benzoïque/ion benzoate. En déduire l'espèce prédominante dans la solution S_0 .

4. Dresser le tableau d'avancement de cette réaction, en fonction de C_0 , V_0 et $x_\text{éq}$ avancement à l'état d'équilibre.

5. Déterminer l'avancement maximal x_max et montrer que le taux d'avancement final τ s'écrit : $\tau = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_\text{éq}}{C_0}$, puis calculer sa valeur.

6. Donner l'expression du $Q_\text{r,éq}$ quotient de la réaction à l'équilibre en fonction de $[\text{H}_3\text{O}^+]_\text{éq}$ et C_0 . Calculer $Q_\text{r,éq}$.

7. Retrouver la valeur donnée du pK_{A1} du couple acide benzoïque / ion benzoate.

II – Réaction de l'acide benzoïque avec la soude

On ajoute à la solution S_0 quelques gouttes d'une solution concentrée de soude ($\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$). Le pH-mètre indique alors 6,2.

8. Indiquer sans calcul, quelle est l'espèce du couple acide benzoïque / ion benzoate qui prédomine dans la solution obtenue.

9. Écrire l'équation de la réaction qui se produit entre l'acide benzoïque et les ions hydroxyde. Exprimer la constante d'équilibre K de cette réaction. Calculer K .

