

CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL

* La trajectoire

La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par le point matériel au cours du temps. Elle est une figure géométrique :

Equation de la trajectoire	Nature de la trajectoire
$y = ax + b$ (Droite)	Droite
$y = ax^2 + bx + c$ (parabole)	Parabolique
$x^2 + y^2 = a^2$ (cercle de rayon a)	Circulaire

* Etudes de quelques mouvements particuliers

- Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU)

Le MRU est un mouvement à vitesse constante : $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0$.

Par conséquent : $\mathbf{a} = \mathbf{0} \text{ m/s}^2$; $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$ et $\mathbf{x}(t) = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{x}_0$

- Mouvement Rectiligne Uniformément Varié (MRUV)

Le MRUV est un mouvement à accélération constante : $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0$.

Par conséquent : $\mathbf{v}(t) = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0$; $\mathbf{x}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{x}_0$; $\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i}$ et

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta v^2}{2d} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2(x_f - x_i)}.$$

NB :

$\mathbf{a} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$ est appelée **la relation abscisse et vitesse**.

“Mouvement Rectiligne Uniformément Accélérée ou Retardée”

! Si $\vec{\mathbf{a}} \cdot \vec{\mathbf{v}} > 0$ ou $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{v}_x > 0$ ($\mathbf{a}_x$ et $\mathbf{v}_x$ ont le même signe), on en déduit que le

Mouvement est **Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA)**.

! Si $\vec{\mathbf{a}} \cdot \vec{\mathbf{v}} < 0$ ou $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{v}_x < 0$ ($\mathbf{a}_x$ et $\mathbf{v}_x$ sont de signe opposés), on en déduit que le

Mouvement est **Rectiligne Uniformément Retardé ou Décéléré (MRUR ou D)**.

* Expression du vecteur accélération dans la base de Fresnel ($O, \vec{T}, \vec{N}$)

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_T + \vec{\mathbf{a}}_N \quad \text{Avec } \vec{\mathbf{a}} \begin{cases} a_T = \frac{dV_T}{dt} = \frac{dV}{dt} \\ a_N = \frac{V^2}{R} \end{cases} \quad \text{donc} \quad \vec{\mathbf{a}} = \frac{dV}{dt} \vec{T} + \frac{V^2}{R} \vec{N}$$

$\vec{\mathbf{a}}_T$: Accélération tangentielle et $\vec{\mathbf{a}}_N$: Accélération normale.

R est le rayon de courbure.

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

1. Théorème du centre d'inertie (TCI).

a) Enonce

Dans un référentiel Galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de sa masse **m** par son vecteur accélération $\vec{\mathbf{a}}$.

b) Expression

$$\sum \vec{\mathbf{f}}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{\mathbf{a}}$$

2. Théorème de l'énergie cinétique (TEC)

a) Enonce

Dans un référentiel Galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées.

b) Expression

$$E_{C_f} - E_{C_i} = \sum W(\vec{\mathbf{f}}_{\text{ext}}) \quad \text{ou} \quad \Delta E_C = \sum W(\vec{\mathbf{f}}_{\text{ext}})$$

Avec $\Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

3. Méthode de résolution d'un problème en mécanique.

- * Préciser le système à étudier
- * Préciser le référentiel Galiléen utilisé muni d'un repère orthonormé approprié
- * Faire le bilan des forces extérieures, puis les représenter sur un schéma.
- * Appliquer le TCI ou le TEC.

4. Points méthodes.

Généralement, pour calculer :

- a ou R, on applique le TCI.
- V ou F ou f ou d, on applique le TEC.

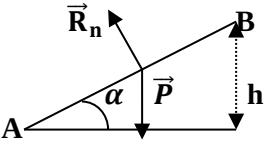
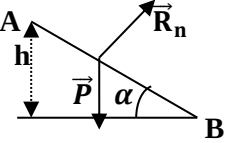
NB :

* Si les forces de frottement $\vec{\mathbf{f}}$ sont négligées alors on parle de **Réaction du support** ou du plan $\vec{\mathbf{R}}$.

*Si les forces de frottements ne sont pas négligées alors on parle de **Réaction normale** $\vec{R}_n$. D'où : $\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_n$

5. Travail du poids d'un corps

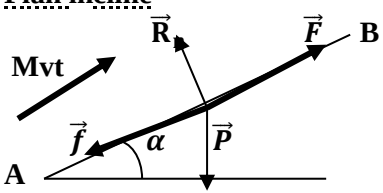
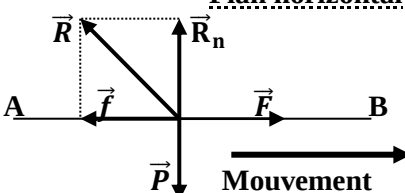
Plan incliné

Le corps monte	Le corps descend
	
$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = -mgh$	$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mgh$
$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = -mgAB \sin \alpha$	$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mgAB \sin \alpha$

NB : $W(\vec{R}_n)_{A \rightarrow B} = W(\vec{R}_n)_{B \rightarrow A} = 0$ car $\vec{R}_n \perp \overrightarrow{AB}$

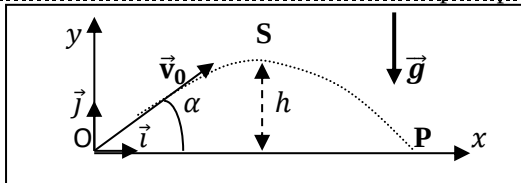
6. Travail de la force motrice et des forces de frottement.

Si la force motrice $\vec{F}$ et les forces de frottement $\vec{f}$ existent :

Plan incliné	Plan horizontal
	
$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = F \cdot AB$	$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = F \cdot AB$
$W(\vec{f})_{A \rightarrow B} = -f \cdot AB$	$W(\vec{f})_{A \rightarrow B} = -f \cdot AB ; W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = 0$

MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME

*Mouvement d'un solide dans le champ de pesanteur uniforme.



Cas 1 : Le solide quitte l'origine $\vec{v}_0$ fait un angle α avec l'horizontale.

Etude dynamique

Système : le solide

Référentiel : Terrestre Supposé Galiléen muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Bilan des forces : $\vec{P}$ poids du solide.

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\sum \vec{f}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$\vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$ donc le mouvement du solide est **uniformément varié**.

Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases} ; \vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

A tout instant $t > 0s$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire $y = f(x)$.

$$x = (v_0 \cos \alpha) t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

Remplaçons $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ dans $y(t)$.

$$y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + (v_0 \sin \alpha) \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\text{D'où : } y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan \alpha$$

Nature de la trajectoire : Elle est **parabolique**.

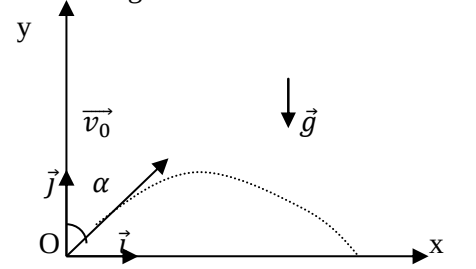
- Portée horizontale : $y_B = 0 \Rightarrow x_P = OP = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$

- Fleche du tir : $v_{y_s} = 0 \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow h = y_s = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$

Remarque : $\sin(2\alpha) = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$; $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ et $\cotan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

*Les différents scénarios possibles en champ $\vec{g}$

Cas 2 : le solide quitte à l'origine et $\vec{v}_0$ fait un angle α avec la verticale.



Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

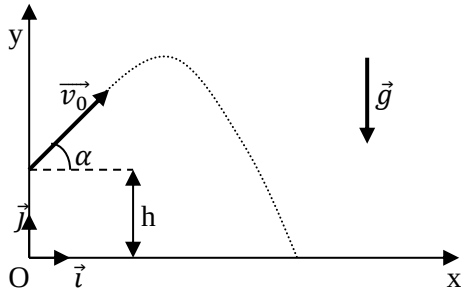
A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \sin \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0 \sin \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \cos \alpha) t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2(\alpha)} x^2 + x \cotan \alpha$

Cas 3 : le solide ne quitte pas à l'origine et $\vec{v}_0$ fait un angle α avec l'horizontale.



Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

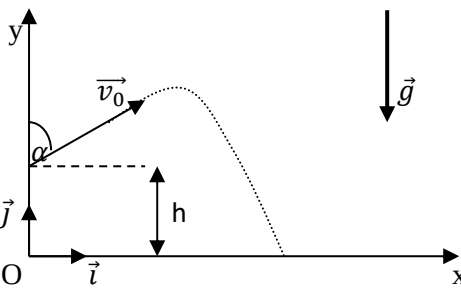
A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha) t + h \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan \alpha + h$

Cas 4 : le solide ne quitte pas à l'origine et $\vec{v}_0$ fait un angle α avec la verticale.



Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

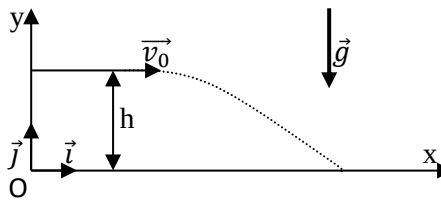
A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \sin \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0 \sin \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \cos \alpha) t + h \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2(\alpha)} x^2 + x \cotan \alpha + h$

Cas 5 : le solide ne quitte pas à l'origine et $\vec{v}_0$ est un vecteur horizontal.



Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

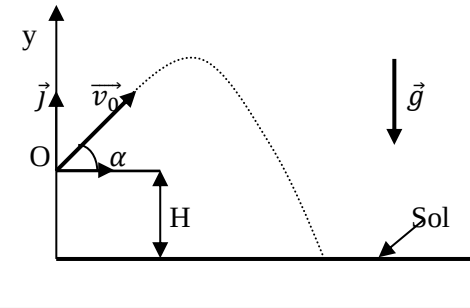
A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$

Cas 6 : le solide ne quitte pas à l'origine et $\vec{v}_0$ fait un angle α avec l'horizontale.



Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

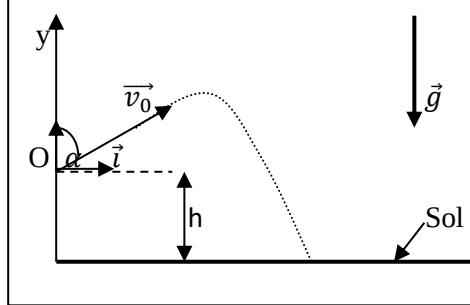
A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha) t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan \alpha$

Cas 7 : le solide ne quitte pas à l'origine et $\vec{v}_0$ fait un angle α avec la verticale.



Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

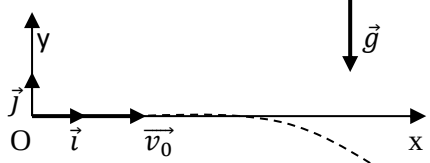
A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \sin \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0 \sin \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \cos \alpha) t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2(\alpha)} x^2 + x \cotan \alpha$

Cas 8 : le solide quitte à l'origine et $\vec{v}_0$ est un vecteur horizontal.



$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire: $y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2$

Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

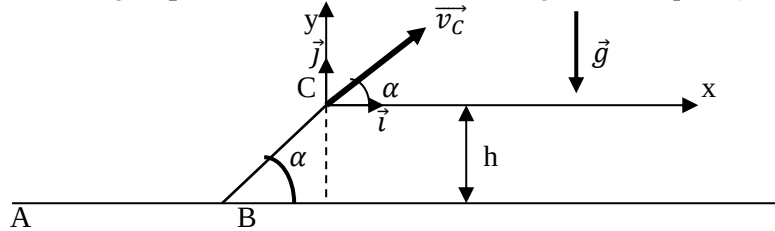
$$\vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

A tout instant $t > 0s$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Cas 9 : Un solide part d'un point A vers un point B. Ensuite il aborde un plan incliné BC faisant un angle α . Il arrive en C avec un vecteur vitesse $\vec{v}_C$. **Représenter le vecteur- vitesse $\vec{v}_C$** dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$.



Déterminons l'équation cartésienne de la trajectoire du solide au delà du point C.

Etude dynamique

Système : Un solide

Référentiel : Terrestre Supposé Galiléen muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Bilan des forces : $\vec{P}$ poids du solide.

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\Sigma \vec{f}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$\vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{cste}$ donc le mouvement du solide est **uniformément varié**.

Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{Cx} = v_C \cos \alpha \\ v_{Cy} = v_C \sin \alpha \end{cases} ; \vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

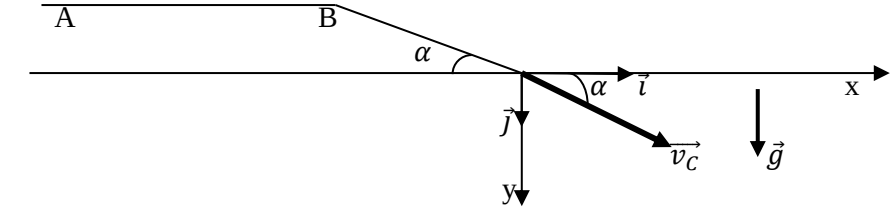
A tout instant $t > 0s$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_{Cx} = v_C \cos \alpha \\ v_{Cy} = -gt + v_C \sin \alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_C \cos \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_C \sin \alpha) t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire : $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan \alpha$

Cas 10 : Un solide part d'un point A vers un point B. Ensuite il aborde un plan incliné BC faisant un angle α . Il arrive en C avec un vecteur vitesse $\vec{v}_C$. **Représenter le vecteur- vitesse $\vec{v}_C$** dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$.

NB : Le vecteur unitaire $\vec{j}$ est dirigé vers le bas.



Déterminons l'équation cartésienne de la trajectoire du solide au delà du point C.

Etude dynamique

Système : Un solide

Référentiel : Terrestre Supposé Galiléen muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Bilan des forces : $\vec{P}$ poids du solide.

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\Sigma \vec{f}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$\vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{cste}$ donc le mouvement du solide est **uniformément varié**.

Etude cinématique

Condition initiale : à $t_0 = 0s$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{Cx} = v_0 \cos \alpha \\ v_{Cy} = v_0 \sin \alpha \end{cases} ; \vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$$

A tout instant $t > 0s$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_{Cx} = v_C \cos \alpha \\ v_{Cy} = gt + v_C \sin \alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_C \cos \alpha) t \\ y(t) = \frac{1}{2} g t^2 + (v_C \sin \alpha) t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire : $y = \frac{g}{2v_C^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan \alpha$.

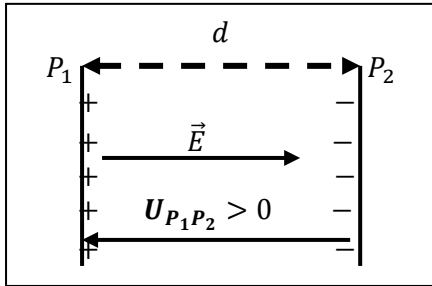
NB : La notion d'angle correspondant a été utilisé pour placer l'angle α . (Cas 9)

La notion d'angle intercepté par le même sommet ou angle opposé par le sommet a été utilisé pour placer l'angle α . (Cas 10).

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME.

*Réalisation

Considérons deux plaques parallèles métalliques P_1 et P_2 reliées aux bornes d'un générateur de courant continu.



Entre les deux plaques règnent un champ Electrostatique noté $\vec{E}$.

Caractéristiques de $\vec{E}$

Direction : La perpendiculaire aux plaques

Sens : De la plaque (+) P_1 vers la plaque (-) P_2 ou encore $\vec{E}$ est orienté vers les potentiels décroissants.

Remarque : Le potentiel de la plaque (-) P_2 est inférieur aux potentiels de la plaque (+) P_1 . D'où : $V_{P_2} < V_{P_1} \Rightarrow V_{P_2} - V_{P_1} < 0$.

Intensité ou valeur : $E = \frac{|U_{P_1P_2}|}{d}$ (V/m) → (V) → (m)

*Définition :

Une particule de charge q placée dans le champ électrostatique subit une force électrostatique $\vec{F}$ telle que : $\vec{F} = q\vec{E}$

*Si $q > 0$ alors $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont le même sens.

*Si $q < 0$ alors $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires ou opposés.

Intensité ou valeur de $\vec{F}$: $F = |q|E$ avec F en (N) ; E en (V/m) et q en (C).

Remarque :

e n'est pas l'abréviation d'électron mais la charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

*Le travail de la force électrostatique

Considérons le déplacement du point d'application de la force électrostatique de A vers B.

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{AB} \text{ avec } \vec{E} \cdot \vec{AB} = V_A - V_B$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B) \text{ or } V_A - V_B = U_{AB}$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

Ou

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = qU_{AB}$$

OSCILLATIONS MECANQUES LIBRES

RAPPELS

"Force de rappel ou tension du ressort"

C'est la force qui tend à ramener le ressort vers sa position initiale.

Elle est caractérisée par :

-sa direction : axe du ressort

-son sens : oppose au mouvement du ressort

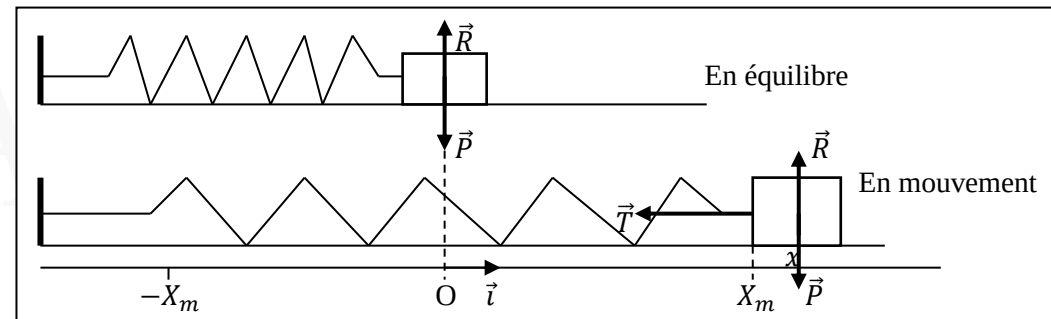
-sa valeur ou intensité : $T = k \cdot x = k \cdot |l - l_0|$ avec k en (N/m) ; x en (m) et T en (N)

"Définition d'une oscillation"

Une oscillation est un mouvement de "va" et "vient" par rapport à une position d'équilibre.

LE PENDULE ELASTIQUE EN POSITION HORIZONTALE.

Figures (ressort allongé)



*Equation différentielle du mouvement

Système : un solide

Référentiel : Terrestre Supposé Galiléen muni du repère $(O, \vec{i})$.

Bilan des forces :

-Poids du solide $\vec{P}$

-Réaction du banc ou du support $\vec{R}$

-Tension du ressort $\vec{T}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{f}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$

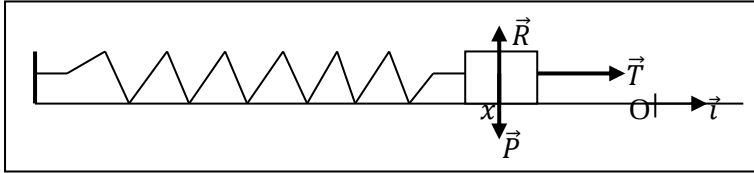
Par projection sur l'axe (Ox) : $P_x + R_x + T_x = m a_x$

Avec $P_x = 0$; $R_x = 0$; $T_x = -T$

$\Rightarrow -T = m a_x$ avec $T = k \cdot x$ car $(x > 0)$ et $a_x = \ddot{x}$

$$\Rightarrow -k \cdot x = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + k \cdot m = 0 \quad \text{D'où : } \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Remarque : Cas où le ressort est raccourci ou comprimé.



Avec $P_x = 0$; $R_x = 0$; $T_x = T$

$\Rightarrow T = ma_x$ avec $T = -k \cdot x$ car ($x < 0$) et $a_x = \ddot{x}$

$\Rightarrow -k \cdot x = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + k \cdot m = 0$

D'où $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$ (équation différentielle)

NB :

-Si le ressort est **allongé** alors $\vec{T} = -k \cdot x\vec{i}$ ou $T = -k \cdot x$

- Si le ressort est **raccourci** ou **comprimé** alors $\vec{T} = k \cdot x\vec{i}$ ou $T = k \cdot x$

***Solution de l'équation différentielle**

‘Expression’

L'équation différentielle $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ a pour solution : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

‘Vérification’

$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \dot{x} = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow \ddot{x} = -X_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Remplaçons $\ddot{x}$ et x dans l'équation différentielle.

$\Rightarrow -mX_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) + k \cdot X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$

$\Rightarrow X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) [-m\omega_0^2 + k] = 0$

$\Rightarrow x \cdot (-m\omega_0^2 + k) = 0$ avec $x \neq 0$.

L'équation différentielle est vérifiée si $-m\omega_0^2 + k = 0$

$\Rightarrow -m\omega_0^2 = -k \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ou $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Remarque :

L'équation différentielle peut aussi s'écrire : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

***Définitions des termes.**

$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec x et X_m en (m) ; $(\omega_0 t + \varphi)$ en (rad)

x : Abscisse ou position à t quelconque

X_m : Amplitude ou allongement maximum ou raccourcissement maximum

$(\omega_0 t + \varphi)$: Phase à t quelconque

φ : Phase à l'origine ou à $t = 0$ s.

ω_0 : Pulsation propre

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Avec ω_0 en (rad/s) ; k en (N/m) et m en (kg).

T_0 : Période propre

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}$$

T_0 en (s) et ω_0 en (rad/s)

N_0 : Fréquence propre

$$\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}}$$

Ou

$$\boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

avec N_0 en (Hz)

NB : $\omega_0 = 2\pi \cdot N_0$ et $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

Le qualificatif «propre» vient du fait que ω_0 ; T_0 et N_0 ne dépend que des caractéristiques m et k de l'oscillateur.

ASPECTS ENERGETIQUES

‘Energie potentielle élastique’

$$\boxed{E_{Pe} = \frac{1}{2} kx^2}$$

ou

$$\boxed{E_{Pe_{max}} = \frac{1}{2} k \cdot X_m^2}$$

‘Energie cinétique’

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} mv^2}$$

ou

$$\boxed{E_{C_{max}} = \frac{1}{2} mv_{max}^2}$$

‘Energie mécanique’

$$\boxed{E_m = E_{Pe} + E_C}$$

ou

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} k \cdot X_m^2}$$

ou

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} m\omega_0^2 X_m^2}$$

k , ω_0 , et X_m sont des constantes d'où l'énergie mécanique E_m est constante.

L'énergie mécanique se conserve, lorsqu'il n'y a pas de force de frottement.

Remarque :

$$E_m = E_{Pe} + E_C = E_{Pe_{max}} + E_{C_{max}} = \frac{1}{2} k \cdot X_m^2 .$$

Lorsque l'énergie cinétique E_C diminue ; l'énergie potentielle élastique E_{Pe} augmente. Et vice – versa. Dans tous les cas, l'énergie mécanique E_m demeure constante.

METHODE DE DETERMINATION DE φ (PHASE A L'ORIGINE) ET X_m (AMPLITUDE MAXIMALE)

La détermination de φ et X_m se fait à partir des conditions initiales ;

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

$$\text{A } t = 0 \text{ s ; } x = x_0 \text{ et } V = V_0$$

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) ; \dot{x} = V = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) ;$$

$$\ddot{x} = a = -X_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{La vitesse maximale est : } V_{max} = |-X_m \omega_0|$$

$$\text{L'accélération maximale est : } a_{max} = |-X_m \omega_0^2|$$

$$\text{A } t = 0 \text{ s : } \begin{cases} X_m \cos(\varphi) = x_0 \\ -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = V_0 \end{cases}$$

1^{er} cas : $x_0 \neq 0$ (existe) et $V_0 = 0$ (nulle ou négligeable)

$$\begin{cases} X_m \cos(\varphi) = x_0 \\ -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\varphi) = \frac{x_0}{X_m} \neq 0 \\ \sin(\varphi) = -\frac{0}{X_m \omega_0} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Si } x_0 < 0 \text{ alors } \begin{cases} \cos(\varphi) < 0 \\ \sin(\varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pi \text{ rad} \\ X_m = -x_0 \end{cases}$$

$$\text{Si } x_0 > 0 \text{ alors } \begin{cases} \cos(\varphi) > 0 \\ \sin(\varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 \text{ rad} \\ X_m = x_0 \end{cases}$$

2^e cas : $x_0 = 0$ (nulle) et $V_0 \neq 0$ (existe)

$$\begin{cases} X_m \cos(\varphi) = 0 \\ -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = V_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\varphi) = \frac{0}{X_m} = 0 \\ \sin(\varphi) = -\frac{V_0}{X_m \omega_0} \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Si } V_0 < 0 \text{ alors } \begin{cases} \cos(\varphi) = 0 \\ \sin(\varphi) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ X_m = -\frac{V_0}{\omega_0} \end{cases}$$

$$\text{Si } V_0 > 0 \text{ alors } \begin{cases} \cos(\varphi) = 0 \\ \sin(\varphi) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ X_m = \frac{V_0}{\omega_0} \end{cases}$$

3^e cas : $x_0 \neq 0$ (existe) et $V_0 \neq 0$ (existe)

$$\begin{cases} X_m \cos(\varphi) = x_0 \\ -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = V_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_m \cos(\varphi) = x_0 \\ X_m \sin(\varphi) = -\frac{V_0}{\omega_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_m^2 \cos^2(\varphi) = x_0^2 & (1) \\ X_m^2 \sin^2(\varphi) = \left(-\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{De (1) + (2) } \Rightarrow X_m^2 \cos^2(\varphi) + X_m^2 \sin^2(\varphi) = x_0^2 + \left(-\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2$$

$$X_m^2 [\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi)] = x_0^2 + \left(-\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2 \text{ or } \cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi) = 1$$

$$X_m^2 = x_0^2 + \left(-\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2 \Rightarrow$$

$$X_m = \sqrt{x_0^2 + \left(-\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2}$$

Pour déterminer φ , on résout l'équation trigonométrique :

$$\tan \varphi = -\frac{x_0 \omega_0}{V_0}$$

THEOREME DE LAGRANGE

Elle consiste à établir l'équation différentielle à partir de son étude énergétique.

Si les frottements sont négligés, il y a conservation de l'énergie mécanique (l'énergie mécanique est constante).

$$E_m = E_{Pe} + E_C$$

Sachant que E_m est constante d'où $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\text{Or } E_m = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{d\left(\frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2\right)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\left(\frac{1}{2} k x^2\right)}{dt} + \frac{d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k \frac{d(x^2)}{dt} + \frac{1}{2} m \frac{d(v^2)}{dt} = 0 \text{ avec } \frac{d(x^2)}{dt} = 2\dot{x} \cdot x \text{ et } \frac{d(v^2)}{dt} = 2\dot{v} \cdot v$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k (2\dot{x} \cdot x) + \frac{1}{2} m (2\dot{v} \cdot v) = 0 \Rightarrow k\dot{x} \cdot x + m\dot{v} \cdot v = 0 ; \dot{v} = \ddot{x} \text{ et } v = \dot{x}$$

$$\Rightarrow k\dot{x} \cdot x + m\ddot{x} \cdot \dot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x}(kx + m\ddot{x}) = 0 ; \dot{x} \neq 0$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + k \cdot x = 0$$

$$\text{D'où } \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0} \text{ (équation différentielle)}$$

FIN MECANIQUE

ELECTROMAGNETISME

CHAMP MAGNETIQUE

Les sources de champ magnétique

- **L'aimant** : l'aimant est capable de provoquer des déviations de l'aiguille aimantée. N  S (Exemple : Aimant droit)
- **Le conducteur parcouru par le courant électrique** : Le passage du courant électrique dans un fil conducteur peut provoquer la déviation de l'aiguille aimantée.
 - *Le sens de la déviation de l'aiguille dépend du sens du courant électrique.
 - *L'ampleur de la déviation dépend de l'intensité du courant électrique.
- **La terre** : placer au voisinage de la terre l'aiguille aimantée s'oriente toujours dans la même direction à l'image de l'aiguille de la boussole. On dit qu'il règne au voisinage de la terre un champ magnétique appelé **champ magnétique terrestre**.

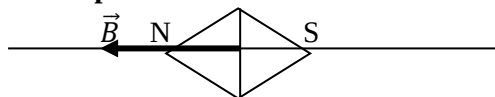
Caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$

Point d'application : le point M considéré

Direction : Celle de l'aiguille aimantée placée au point M.

Sens : Du **pole sud (S)** vers le **pole nord (N)** de l'aiguille aimantée.

Considérons le point M



Intensité ou valeur : Dépend de la source et du point considéré.

Elle s'exprime en **Tesla (T)**.

Spectres de champ magnétiques

Définition

Le champ magnétique agit suivant des lignes aimantées appelés lignes de champs.

L'ensemble des lignes de champ constitue le spectre magnétique.

Les lignes de champ ont la même orientation que le vecteur $\vec{B}$.

Remarque :

A l'intérieur d'un aimant en U, les lignes de champs sont parallèles.

On dit que **le champ magnétique est uniforme**.

Les lignes de champs sont parallèles entre elles à l'intérieur du solénoïde.

Le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde.

8

Champ magnétique créée à l'intérieur d'un solénoïde.

Un solénoïde est considéré comme une bobine infiniment longue lorsque sa **longueur l est supérieure à 10 fois le rayon r ($l > 10r$)** d'une spire.

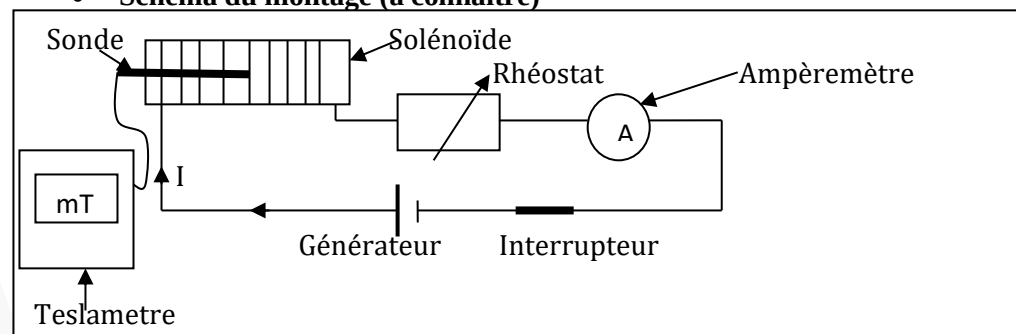
Caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ dans le cas d'un solénoïde

Direction : Le vecteur $\vec{B}$ est parallèle à l'intérieur de l'axe du solénoïde.

Sens : Il est donné par la règle du bonhomme d'ampère ou de la règle de la main droite.

Valeur ou intensité :

- **Schéma du montage (à connaître)**



$$B = \mu_0 n \cdot I$$

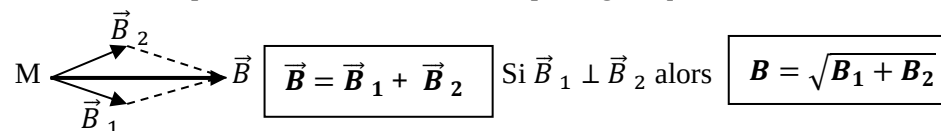
Avec $n = \frac{N}{l}$ d'où

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

- B : champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en **Tesla (T)**
- $\mu_0 : 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$ (perméabilité magnétique du vide)
- n : nombre de spires par mètre du solénoïde (**spires/m**)
- N : nombre de spires du solénoïde (**spires**)
- l : longueur du solénoïde en **mètre (m)**
- I : Intensité du courant circulant dans le solénoïde en **ampère (A)**

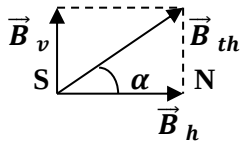
Superposition de champ magnétique.

Considérons un point M soumis à deux champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$.



Champ magnétique terrestre

$$\vec{B}_{th} = \vec{B}_h + \vec{B}_v$$



$\vec{B}_{th}$: Champ magnétique terrestre
 $\vec{B}_v$: Composante verticale
 $\vec{B}_h$: Composante horizontale

POINTS METHODES

Sur une (1) couche ; N spires.

$$d \rightarrow 1$$

$$\ell \rightarrow N$$

$$N.d = \ell \Rightarrow \boxed{N = \frac{\ell}{d}}$$

Ou

$$\boxed{n = \frac{N}{\ell} = \frac{1}{d}}$$

n : nombre de spires par mètre pour une couche (spires/m) ;

N : nombre de couche en spires (spires) ;

d : diamètre du fil en mètre (m)

ℓ : Longueur en mètre (m)

Formule à retenir :

$$n = \frac{\text{nombre de couche}}{\text{diamètre}}$$

Exemples :

- Pour une couche, $n = \frac{1}{d}$
- Pour deux (2) couches, $n = \frac{2}{d}$
- Pour trois (3) couches, $n = \frac{3}{d}$
- Pour dix (10) couches, $n = \frac{10}{d}$

AUTO – INDUCTIONDéfinition

L'auto – induction est l'apparition d'une force électromotrice (f.é.m.) aux bornes d'un circuit traverse par un courant d'intensité variable.

La force électromotrice d'auto – induction

La force électromotrice d'auto – induction notée e est proportionnelle à la dérivée par rapport aux temps de l'intensité du courant. Le coefficient de proportionnalité est appelée **inductance** noté L .

$$\boxed{e = -L \frac{di}{dt}} \quad \left\{ \begin{array}{l} e \text{ en Volt (V)} \\ L \text{ en Henry (H)} \\ \frac{di}{dt} \text{ en Ampère par mètre (A/m)} \end{array} \right.$$

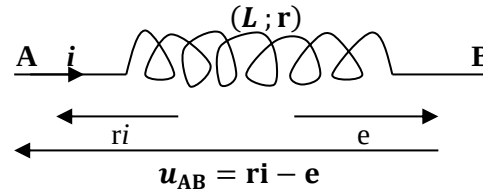
L'inductance L caractérise la bobine.

Pour une bobine de section S de longueur l et comportant N spires, on a :

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}} \quad \begin{array}{l} L \text{ en Henry (H)} ; S \text{ en mètre carré (m}^2\text{)} \text{ et } l \text{ en mètre (m)} \\ \text{Avec } S = \pi r^2 \text{ or } r = \frac{d}{2} \text{ d'où } S = r \frac{d^2}{4} \end{array}$$

Tension aux bornes d'une bobine*Cas d'une bobine réelle

C'est une bobine qui possède une résistance interne notée r .



NB :

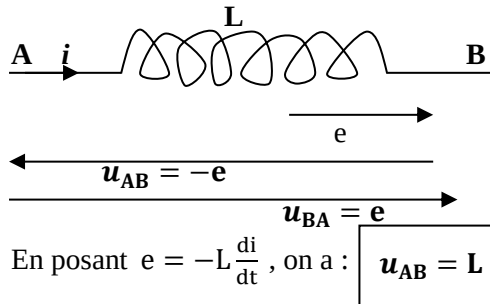
- ri et i sont de sens opposé ou contraire
- e a le même sens que i .

Expression de u_{AB}

$$\boxed{u_{AB} = ri - e} \quad \text{En posant } e = -L \frac{di}{dt}, \text{ on a : } \boxed{u_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}}$$

Remarque :

Si $i = \text{constante}$; $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow e = 0$ d'où $u_{AB} = ri$

Cas d'une bobine pure ou idéale ou parfaite.Energie emmagasinée dans la bobine

C'est l'énergie stockée à l'intérieur de la bobine.

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2$$

(J) (H) (A)

Flux propre.

On appelle flux propre d'un circuit électrique l'expression notée Φ et définie par :

$\Phi = N \cdot B \cdot S$ ou $\Phi = L \cdot i$ avec Φ en **Weber (Wb)** ; B en **tesla (T)** ; N en **spires** ;

L en **Henry (H)** ; S en **mètre carré (m²)** et i en **ampère (A)**.

NB :

La bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction car l'intensité qui la parcourt varie en fonction du temps (elle n'est pas constante).

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

LA FORCE MAGNÉTIQUEDéfinition de la force magnétique

Une particule de charge q évoluant dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec un vecteur vitesse $\vec{v}$ subit la force magnétique $\vec{F}$ telle que :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

On lit $\vec{F}$ égale $q\vec{v}$ vectorielle $\vec{B}$.

L'expression de $\vec{F}$ est un **produit vectoriel**.

La force $\vec{F}$ également appelée **force de Lorentz**.

NB : $\vec{F}_m$ ou $\vec{F}$ appelé force de Lorentz ou force magnétique.

Caractéristiques de la force magnétique*Direction

- $\vec{F} \perp \vec{v}$ et $\vec{F} \perp \vec{B}$ ou

- $\vec{F} \perp$ au plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{B}$ ou $\vec{F} \perp (\vec{v}; \vec{B})$.

*Sens

Le sens de $\vec{F}$ est tel que le **trièdre** $(q\vec{v}; \vec{B}; \vec{F})$ soit **direct**.

Méthode d'orientation (Main droite)

Pouce $\Leftrightarrow q\vec{v} \Leftrightarrow$ autres doigts

Index $\Leftrightarrow \vec{B} \Leftrightarrow$ paume

Majeur $\Leftrightarrow \vec{F} \Leftrightarrow$ pouce

*Intensité ou valeur

$$\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot |\sin(\widehat{\vec{v}; \vec{B}})|$$

avec $\sin(\widehat{\vec{v}; \vec{B}}) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$

ou

$$F = |q| v B \sin(\widehat{\vec{v}; \vec{B}})$$

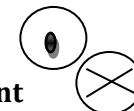
(N) (C) (m/s) (T)

Exemples de représentation*Symboles des vecteurs dans le plan

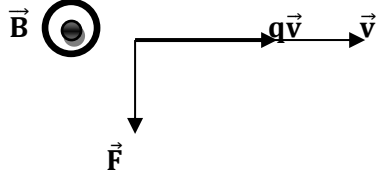
- Dans le plan $\rightarrow$ ou $\nearrow$

- vers l'avant du plan ou sortant

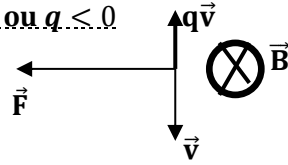
- vers l'arrière du plan ou rentrant

* Exemples

Cas ou $q > 0$



Cas ou $q < 0$



ETUDE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS LE CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME.

*Problème

Une particule de masse m et de charge $q > 0$ pénètre dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec le vecteur - vitesse initiale $\vec{v}_0$

orthogonale à $\vec{B}$. On néglige le poids de la particule.

Déterminer la nature du mouvement de la particule.

*Etude dynamique

- Système : La particule

- Référentiel : Terrestre Supposé Galiléen muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

- Bilan des forces : $\vec{F}$ la force magnétique

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\sum \vec{f}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow q\vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$$

*Etude cinématique

Montrons que la trajectoire est plane

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\text{Conditions initiales à } t_0 = 0s : \vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

- A tout instant $t > 0$

$\vec{a} \perp \vec{B}$ avec $\vec{B} // \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{k} \Leftrightarrow a_z = 0 \Leftrightarrow z = v_{0z}t + z_0$ or $v_{0z} = 0$ et $z_0 = 0$ d'où $z = 0$. On en déduit que la trajectoire est plane et contenue dans le plan $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Montrons que le mouvement est uniforme

Considérons la base de Fresnel $(\vec{T}; \vec{N})$

$$\vec{v} = v_T \vec{T}; \vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N} \text{ or } \vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{T} \Rightarrow a_T = 0 \text{ car } a_T = \frac{dv_T}{dt} = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cte ou } v = v_0.$$

La vitesse étant constante, on dit que le mouvement est uniforme.

*Montrons que la trajectoire est un cercle (ou circulaire).

La trajectoire est contenue dans le plan $(O; \vec{i}; \vec{j}) \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{B}$

$$\Rightarrow a = \frac{|q|}{m} vB \sin(\widehat{\vec{v}; \vec{B}}) \text{ or } \sin(\widehat{\vec{v}; \vec{B}}) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{|q|}{m} vB \text{ or } a_T = 0 \Rightarrow a = a_N \Rightarrow a = \frac{v^2}{R}$$

$$\text{On déduit que : } \frac{|q|}{m} vB = \frac{v^2}{R} \Rightarrow RBv|q| = mv^2 \Rightarrow$$

$m; v; q$ et B étant des constantes, on a : $R = \text{cte}$. On en déduit que la trajectoire est un cercle.

*Conclusion : le mouvement est circulaire uniforme.

*Conclusion générale : nature du mouvement

Une particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire au champ décrit un mouvement circulaire et uniforme dans un plan perpendiculaire au champ. Le rayon de la trajectoire est donné par l'expression : $R = \frac{mv}{|q|B}$

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

(kg) (m/s) (T)

Remarque très importante :

- Pour montrer qu'un mouvement est plan, il suffit de montrer que $z = 0$.

- Pour montrer qu'un mouvement est uniforme Il suffit de montrer que $v = \text{cte}$ ou $v = v_0$.

- Pour montrer que la trajectoire est un cercle ou le mouvement est circulaire, il suffit de montrer que : $R = \frac{mv}{|q|B}$.

*La puissance de la force magnétique

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

NB : On peut démontrer que la vitesse est constante c'est - à - dire le mouvement est uniforme à partir de la puissance de la force magnétique.

Sachant que $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow \mathcal{P}(\vec{F}) = 0$ et $\mathcal{P}(\vec{F}) = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t} = 0$ donc

$$W(\vec{F}) = 0. \text{ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on a : } \Delta E_C = W(\vec{F}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = 0 \text{ donc } v = v_0 = \text{constante.}$$

*La période et la fréquence du mouvement.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ or } v = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} \text{ avec } R = \frac{mv}{|q|B}; T = \frac{2\pi \left(\frac{mv}{|q|B}\right)}{v} \text{ donc}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{|q|B}$$

$$N = \frac{1}{T}$$

ou

$$N = \frac{|q|B}{2\pi \cdot m}$$

N en Hertz (Hz) ; q en (C) ; B en (T)
m en (kg) ; T en (s)

APPLICATIONS

Spectrographe de masse

Le spectrographe de masse sert à séparer les isotopes d'un même élément chimique. Il est formé de trois chambres ou règne un vide très poussé.

- **Chambre d'ionisation**

On y produit des ions de même charge q mais de masses m_1 et m_2 différentes.

- **Chambre d'accélération**

A travers une première fente, les ions pénètrent dans cette chambre avec une vitesse négligeable. Ils sont accélérés par la tension $U > 0$ et sortent avec la

$$\text{vitesse } v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

- **Chambre de déviation**

Les ions sont déviés par un champ magnétique $\vec{B}$ et ont pour trajectoire des demi-cercles dont les rayons R_1 et R_2 dépendent des masses m_1 et m_2

$$\text{tel que : } R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}} \text{ et } R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U}{|q|}}.$$

Le rayon de la trajectoire augmente avec la masse. On arrive ainsi à recueillir sur le détecteur des particules de même masse ; la position du détecteur permet de déterminer le rayon R de la trajectoire. Connaissant la charge q, on détermine la masse m de la particule.

*La déflexion magnétique

Elle consiste à dévier un faisceau de particule à travers une zone où règne un champ magnétique.

Rappel de la définition du terme "isotope"

Des éléments sont dits isotopes s'il ont le même numéro atomique mais des nombres de masse différents.

LA LOI DE LAPLACE

FORCE DE LAPLACE

*Définition

Un conducteur métallique dont une portion de longueur ℓ parcouru par un courant d'intensité I et baignant dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ subit une force électromagnétique $\vec{F}_L$ appelée **force de Laplace** telle que :

$$\vec{F}_L = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

*Caractéristiques

- **Le point d'application** : le milieu de la portion I .

- **La Direction** : $\vec{F}_L \perp \vec{\ell}$ et $\vec{F}_L \perp \vec{B}$ ou $\vec{F}_L \perp$ au plan défini par $\vec{\ell}$ et $\vec{B}$ ou $\vec{F}_L \perp (\vec{\ell}; \vec{B})$

- **Le sens** : Le sens de $\vec{F}_L$ est tel que le trièdre $(\vec{I}; \vec{B}; \vec{F}_L)$ soit **direct**.

Méthode d'orientation (Main droite)

Pouce $\Leftrightarrow I\vec{\ell} \Leftrightarrow$ autres doigts

Index $\Leftrightarrow \vec{B} \Leftrightarrow$ paume

Majeur $\Leftrightarrow \vec{F}_L \Leftrightarrow$ pouce

- **Valeur ou intensité** :

(N) (A) (m) (T)

$$F_L = I\ell \cdot B \sin(\widehat{\vec{I}; \vec{B}})$$

*Conditions d'équilibre

- La somme des moments des forces appliquées au solide est nulle : $\sum \mathcal{M}_A(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$

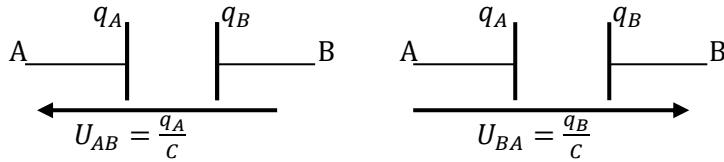
- La somme des forces appliquées au solide est nulle : $\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$.

MONTAGES DERIVATEUR ET INTEGRATEUR

Rappels

*Le condensateur

Relation entre la tension et la charge

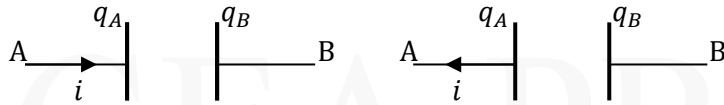


Les charges q_A et q_B ont la même valeur absolue mais des signes différents.

Si $q_A > 0$, on a $q_B < 0$ et inversement.

Si on note q la charge du condensateur, on a : $q_A = q$ et $q_B = -q$ avec $q > 0$.

Relation entre l'intensité et la charge



Considérons l'armature A de charge $q_A > 0$.

Cas où i arrive sur A

$$i = \frac{dq_A}{dt}$$

Cas où i part de A

$$i = -\frac{dq_A}{dt}$$

*L'amplificateur opérationnel

Définition

Un amplificateur opérationnel (A.O) est un circuit intégré qui permet d'amplifier des tensions électriques et de réaliser des opérations mathématiques.

Description

Il possède :

- Deux entrées (inverseuse E^- et non inverseuse E^+) avec une dd_p et des courants d'entrées i^- et i^+ ,
- Une sortie S.

Il est alimenté par les tensions d'entrée U_e et U_s . E^- i^- E^+ i^+ S

Propriété

Un A.O idéal (parfait) fonctionnant en régime linéaire, on a : $i^- = i^+ = 0$ et $U_d = 0$.

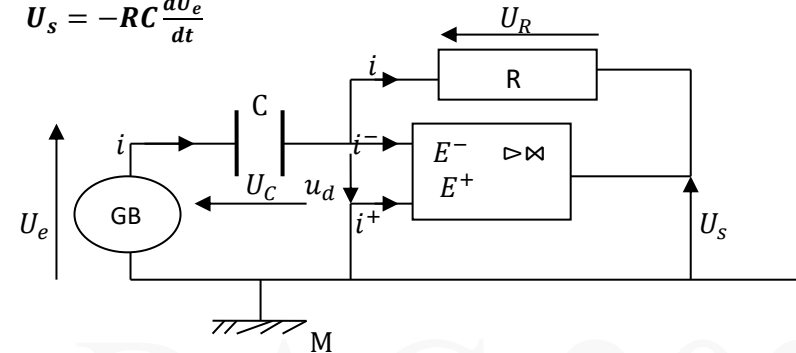
En régime linéaire, le gain en tension d'un montage avec un A.O. est le quotient $G = \frac{U_s}{U_e}$. La tension de saturation V_{sat} de l'A.O est telle que $|U_s| < V_{sat}$.

En régime saturé, $U_s = \pm V_{sat}$

MONTAGE DERIVATEUR

La tension de sortie U_s est proportionnelle à l'opposé de la dérivée par rapport au temps de la tension d'entrée U_e .

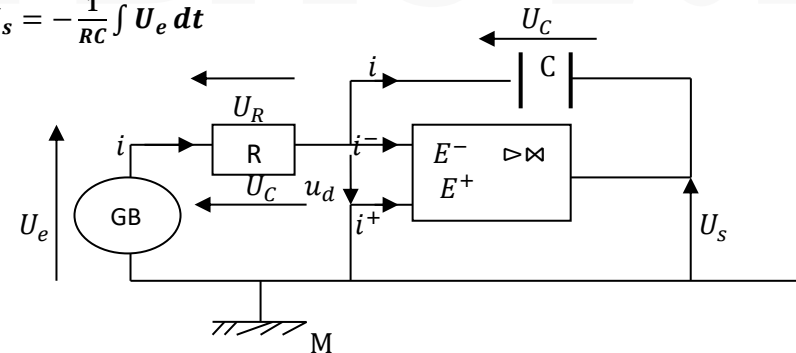
$$U_s = -RC \frac{dU_e}{dt}$$



MONTAGE INTEGRATEUR

La tension de sortie U_s est proportionnelle à l'opposé de la primitive par rapport au temps de la tension d'entrée U_e .

$$U_s = -\frac{1}{RC} \int U_e dt$$

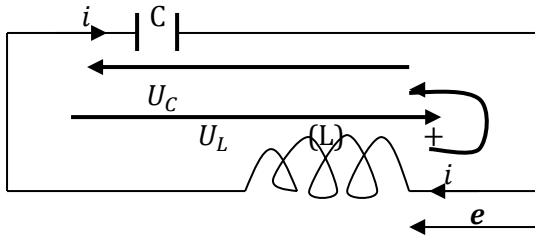


Remarque :

- Dans le cas d'un montage dérivateur, on a : le condensateur (C) avant le conducteur ohmique (R) d'où le circuit CR ($U_s = -RC \frac{dU_e}{dt}$)
- Dans le cas d'un montage intégrateur, on a : le conducteur ohmique (R) avant le condensateur (C) d'où le circuit RC ($U_s = -\frac{1}{RC} \int U_e dt$)

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

Equation différentielle du circuit



D'après la loi des mailles ; on a : $U_C(t) + U_L(t) = 0$

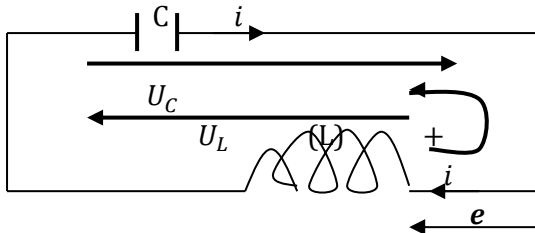
$$U_C = \frac{q}{C} \text{ et } U_L = -e \text{ or } e = -L \frac{di}{dt}; U_L = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt}; \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \text{ d'où } U_L = L \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \text{ D'où } \boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0} \text{ équation différentielle}$$

$$\boxed{\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0} \text{ équation différentielle}$$

Remarque :



D'après la loi des mailles, on a : $-U_C(t) - U_L(t) = 0 \Rightarrow U_C(t) + U_L(t) = 0$ $U_C =$

$$\frac{q}{C} \text{ et } U_L = e \text{ or } e = -L \frac{di}{dt}; U_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$i = -\frac{dq}{dt}; \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}; U_L = -L \left(-\frac{d^2q}{dt^2} \right) = L \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \text{ D'où } \boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0} \text{ équation différentielle}$$

$$\boxed{\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0} \text{ équation différentielle}$$

*Autre expression

$$\text{Sachant que : } U_L = L \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\text{On pose que : } q = CU_C \Rightarrow U_L = L \frac{d^2(CU_C)}{dt^2} \Rightarrow U_L = LC \frac{d^2U_C}{dt^2}$$

$$\text{D'où } \boxed{U_C + LC \frac{d^2U_C}{dt^2} = 0} \text{ Equation différentielle}$$

NB : Le circuit (L, C) libre est appelé **circuit oscillant**.

Solution de l'équation différentielle

*Expression de la charge (q)

$$\text{L'équation } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \text{ à pour solution : } \boxed{q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

*Vérification

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \dot{q} = -Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \ddot{q} = -Q_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 q$$

$$\Rightarrow \ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

$$\text{Or on a : } \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0; \text{ on en déduit :}$$

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$$

ω_0 : Pulsation propre

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Avec ω_0 en (rad/s) ; L en (H) et C en (F).

T_0 : Période propre

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$$

ou

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$$

T_0 en (s) et ω_0 en (rad/s)

L : Inductance de la bobine en (H) et C : Capacité du condensateur en Farad (F)

N_0 : Fréquence propre

$$\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}}$$

Ou

$$\boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

avec N_0 en (Hz)

Remarque :

L'équation différentielle peut aussi s'écrire : $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$

*Définitions des termes.

$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec **q** et **Q_m** en (m) ; **$(\omega_0 t + \varphi)$** en (rad)

Q_m : Charge maximale

$(\omega_0 t + \varphi)$: Phase à t quelconque

φ : Phase à l'origine ou à t = 0s.

ω_0 : Pulsation propre

***Expression de la tension (U_C)**

L'équation $U_C + LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} = 0$ à pour solution : $U_C(t) = U_{Cm} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

 U_{Cm} : Tension maximale***Expression de l'intensité (i)**

Sachant que $i = -\frac{dq}{dt}$; on a : $i = -[-Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)]$ d'où

$$i(t) = Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{En posant : } I_m = Q_m \omega_0$$

On a : $i(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Remarque :

$q(t)$; $U_C(t)$ et $i(t)$ sont des fonctions **sinusoïdales**.

ETUDES ENERGETIQUES**‘Energie emmagasinée dans le condensateur’**

$$E_C = \frac{1}{2} C U_C^2 \quad \text{ou} \quad E_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \text{ou} \quad E_C = \frac{1}{2} q U_C$$

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C}$$

‘Energie emmagasinée dans la bobine’

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2 \quad \text{ou} \quad E_{Lmax} = \frac{1}{2} L i_{max}^2$$

‘Energie emmagasinée dans un circuit oscillant non amorti’

$$E_m = E_C + E_L \quad \text{ou} \quad E_m = E_{Cmax} + E_{Lmax} = \text{cte}$$

L'énergie totale **se conserve**

***Circuit oscillant amorti**

L'énergie totale d'un circuit oscillant amorti n'est pas constante, elle diminue progressivement. Toute fois la perte de l'énergie peut – être compensée par un dispositif qui fournit au circuit l'énergie qu'il a perdue.

Remarque très importante :

Si dans le GBF, le signal est **rectangulaire** ($\square$), on a : **un circuit (R,L) ou (R,C) ou (L, C)**

Si dans le GBF, le signal est **alternatif** ($\sim$), on a : **un circuit (R, L, C)**

LE CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME SINUSOIDAL FORCE**LE COURANT ALTERNATIF SINUSOIDAL*****Définition**

Un courant est alternatif sinusoïdale lorsque l'**intensité i** et la **tension U** sont des fonctions sinusoïdales.

***Grandeurs maximales et efficaces**

On note : **U_m : tension maximale** et **I_m : intensité maximale**

I_m et U_m sont déterminés à partir d'un oscilloscope.

- Tension efficace : **U ou U_{eff}**

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

ou

$$U_m = U\sqrt{2}$$

- Intensité efficace : **I ou I_{eff}**

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

ou

$$I_m = I\sqrt{2}$$

***Expression de la tension u et de l'intensité i**

$$(1) \begin{cases} i(t) = I_m \cos \omega t & (i \text{ est pris comme reference}) \\ u(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

φ est la phase de la tension par rapport à l'intensité

$$(2) \begin{cases} u(t) = U_m \cos \omega t & (u \text{ est pris comme reference}) \\ i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi') \end{cases}$$

φ' est la phase de l'intensité par rapport à la tension.

Remarque :

-Les phases φ et φ' sont opposées ($\varphi = -\varphi'$).

-Supposons que l'expression de la tension $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ est imposée.

Ainsi :

Si la tension **u** est en **avance** par rapport à l'intensité **i** alors l'expression de **i**

$$\text{est : } i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

Si la tension **u** est en **retard** par rapport à l'intensité **i** alors l'expression de **i**

$$\text{est : } i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

***.Les différents états du circuit**

L'état du circuit dépend du positionnement des courbes de u et i l'une par rapport à l'autre.

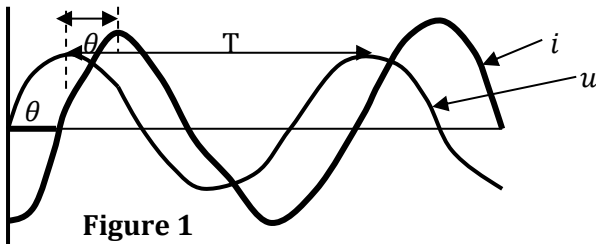


Figure 1

Cas où u atteint son maximum ou s'annule avant i (figure 1)

La tension u est avancée par rapport à l'intensité i : la phase φ est positive.

Calcul de φ :

Notons θ le décalage horaire entre u et i en (s) $\theta \rightarrow |\varphi|$

T : période en (s)

$T \rightarrow 2\pi$

$$\Rightarrow |\varphi|T = 2\pi \cdot \theta \Rightarrow |\varphi| = \frac{2\pi \cdot \theta}{T}$$

Puisque $\varphi > 0$; $\varphi = |\varphi|$

Cas où i atteint son maximum ou s'annule avant u (figure 2)

La tension u est en retard par rapport à l'intensité i : la phase φ est négative.

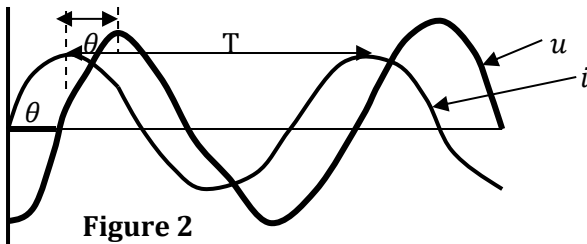


Figure 2

Cas où u atteint son maximum ou s'annule aux mêmes instants que i

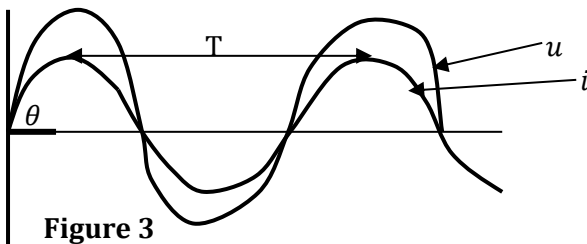


Figure 3

La tension u et l'intensité i sont en phase.

Le circuit est à la résonance d'intensité.

L'intensité maximale I_m est la plus grande possible I_{m0} .

L'intensité efficace I est la plus grande possible et notée I_0 .

La pulsation ω correspond à la pulsation ω_0 du circuit (R, L, C) correspondant.

$\omega = \omega_0$; $N = N_0$; $T = T_0$

***Comment utiliser l'échelle dans un exercice ?**

Dans un exercice (RLC - graphe), l'échelle joue un rôle déterminant.

C'est pourquoi, il faut savoir l'utiliser. Voici comment cela est donné dans les exercices.

Sensibilité horizontale ou base de temps

Elle concerne la lecture de façon horizontale du graphe (lecture sur l'axe des abscisses), chaque carreau étant appelé **division**. Donc on verra par exemple :

1 div $\rightarrow$ 30ms ou 1 div $\rightarrow$ 50ms etc

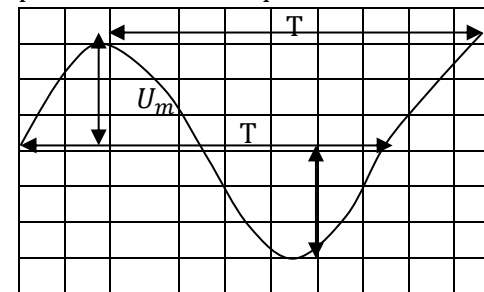
(N'oublions pas que l'unité internationale du temps est en seconde donc, il faut toujours être vigilant pour les éventuelles conversions car très souvent les unités de certaines grandeurs ne seront pas données dans celle du système international)

Explication :

(1 div $\rightarrow$ 50ms) signifie (une division correspondant à 50 millisecondes) ou encore (un carreau correspondant à 50 millisecondes).

La lecture de la sensibilité horizontale permet notamment de calculer la période, la fréquence ou la pulsation.

Cas pratique : Déterminer à partir du graphe $u = f(t)$ ci - dessous la valeur de la période et de la fréquence.



Sensibilité horizontale (1 div $\rightarrow$ 50ms) et sensibilité verticale (1 div $\rightarrow$ 10 V)

Résolution

N'oublions pas que la période est le temps mis pour effectuer un tour complet, c'est - à - dire une oscillation complète sur l'axe des abscisses. Le graphe montre que **la période couvre 8 divisions**. On fait une règle de trois :

$$1 \text{ div} \rightarrow 50 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (\text{on a converti 50ms en secondes})$$

$$8 \text{ div} \rightarrow ?$$

$$\text{La période } T \text{ vaut : } T = 8 \times 50 \cdot 10^{-3} = 0,4 \text{ s} \quad \boxed{T = 0,4 \text{ s}}$$

$$\text{Ainsi la fréquence vaut } N = \frac{1}{T} \Rightarrow N = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ Hz} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = 2,5 \text{ Hz}}$$

Sensibilité verticale

Elle concerne la lecture de façon verticale du graphe (lecture sur l'axe des ordonnées) ; généralement on s'intéresse aux valeurs maximales des grandeurs tension ou intensité. On compte 3 divisions à partir de l'axe des abscisses pour atteindre le sommet.

$$\text{Donc : } 1 \text{ div} \rightarrow 10 \text{ V}$$

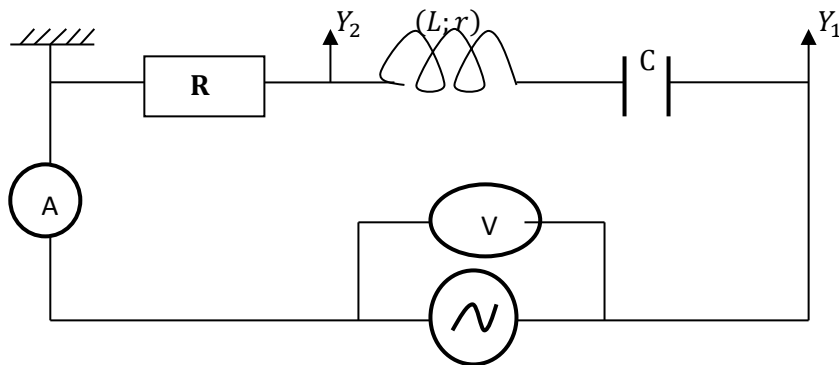
$$3 \text{ div} \rightarrow ?$$

$$U_m = 3 \times 10 = 30 \text{ V} ; \quad \boxed{U_m = 30 \text{ V}}$$

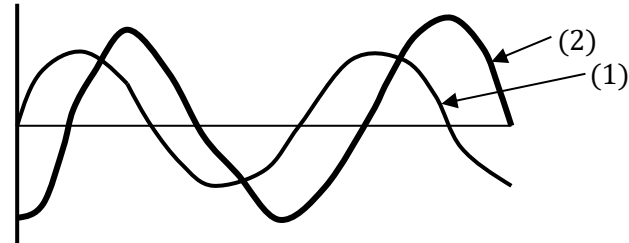
NB : Vous devez savoir que l'étude d'un graphe en circuit RLC se fera généralement sur 2 courbes représentant les tensions (aux bornes du conducteur ohmique et aux bornes de tout le circuit), et très souvent pour chaque courbe, il peut y avoir 2 échelles différentes en sensibilité verticale. Par contre, la sensibilité horizontale sera toujours la même pour les 2 courbes, puisque les 2 courbes auront toujours la même période.

*Comment identifier i(t) et u(t) sur l'écran d'un oscilloscope ?

Considérons le montage suivant :



Un oscilloscope bicourbe permet d'observer les courbes de la tension $u(t)$ et de l'intensité $i(t)$.



*Sur la voie Y_2 , on visualise la tension $u_R(t)$, c'est - à - dire la tension aux bornes du conducteur ohmique car le conducteur ohmique est branché entre la voie 2 et la masse. Mais comme d'après la loi d'ohm : $u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$

(On note que i est proportionnelle à u_R), on peut affirmer en quelque sorte que sur la voie Y_2 on visualise l'intensité i .

*Sur la voie Y_1 , on visualise la tension $u(t)$ c'est - à - dire la tension aux bornes de tout le circuit (R,L,C) car tous les appareils sont branchés entre la voie Y_1 et la masse.

NB : notons que les deux (2) courbes visualisées sont toujours des tensions, mais c'est dans la tension aux bornes du conducteur ohmique, qu'on ira chercher l'intensité grâce à la loi d'ohm.

ETUDE THEORIQUE DU CIRCUIT

*Notion d'impédance

L'impédance du circuit noté Z est le quotient de U_m par I_m ou U par I .

$$\boxed{Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}} \quad \text{Avec } Z \text{ en } (\Omega) ; I_m \text{ ou } I \text{ en } (A) ; U_m \text{ ou } U \text{ en } (V)$$

On en déduit que l'impédance Z peut aussi s'exprimer en fonction des caractéristiques du circuit RLC :

$$\boxed{Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

*Cas des différents dipôles du circuit

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{N_0}{\Delta N}$$

-Par le calcul :

$$Q = \frac{L\omega_0}{\Sigma R}$$

ou

$$Q = \frac{1}{\Sigma R C \omega_0}$$

ou

$$Q = \frac{2\pi L N_0}{\Sigma R}$$

Un circuit est considéré comme **sélectif** lorsque $Q \geq 10$.

***Phénomène**

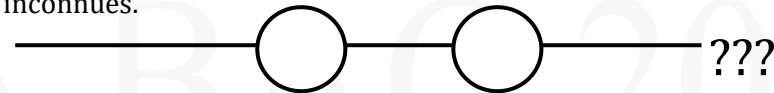
A la résonance, on a : $U_L = U_C = QU \Rightarrow$

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

Un circuit trop sélectif (Q très grande) peut provoquer une destruction de la bobine et du condensateur du fait de la surtension ($U_L = U_C$) provoquée.

LE SECRET DES DIPOLES (R, L, C)

Généralement l'exercice peut présenter des dipôles dont les natures sont inconnues.



Il appartient alors aux élèves de les déterminer. Mais pour cela, il faut connaître le secret des dipôles :

-Un conducteur ohmique peut – être branché, soit en courant continu, soit en courant alternatif, mais sachez que l'impédance d'un conducteur ohmique ne dépend pas de la fréquence du générateur.

-Une bobine peut – être aussi branchée en alternatif, soit en continu, mais son branchement en courant continu permet seulement de déterminer la résistance interne de la bobine grâce à la loi d'OHM. Et ce régime alternatif, l'impédance de la bobine dépend de la fréquence du générateur.

- Un condensateur ne se branche jamais en courant continu car il arrête le passage du courant. Il ne se branche qu'en courant alternatif. Toutefois s'il est branché en courant continu on aura une tension à ses bornes mais l'intensité sera nulle.

FIN ELECTROMAGNETISME (ELECTRICITE)

LES REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANEE ET PROVOQUEE

LE NOYAU ATOMIQUE

*Définition d'un atome

Un atome est la partie infiniment petite de la matière constituée d'un noyau et des électrons qui y gravitent autour.

*Les constituants du noyau

Les constituants du noyau sont les protons et les neutrons : on les appelle nucléons.

- **A** est le nombre de nucléons ou nombre de masse.
- **Z** est le nombre de protons ou nombre de charge ou numéro atomique.
- **N** est le nombre de neutrons : $N = A - Z$.

LES REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANEEES OU RADIOACTIVITE

*Définition

La radioactivité est la désintégration spontanée d'un noyau (père) instable en un corps (fils) stable d'un rayonnement.



La réaction vérifie les lois de conservation suivante :

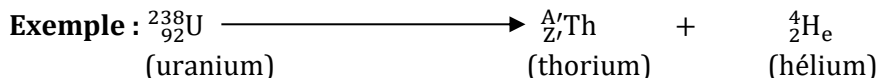
- Du numéro atomique : $Z = Z' + Z''$
- Du nombre de masse : $A = A' + A''$
- De la quantité de mouvement
- De l'énergie totale.

La nature du rayonnement R permet de définir le type de radioactivité.

* Les différents types de radioactivité

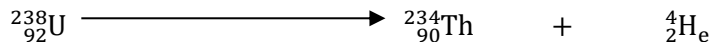
-La radioactivité α

Le rayonnement R est un noyau d'hélium appelé **particule α** .



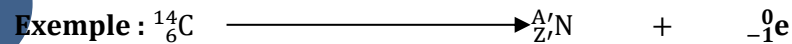
$$92 = Z' + 2 \Rightarrow Z' = 92 - 2 = 90 ; Z' = 90$$

$$238 = A' + 4 \Rightarrow A' = 238 - 4 = 234 ; A' = 234$$



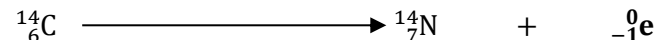
-La radioactivité β^-

Le rayonnement R est un **électron** ${}^0_{-1}\text{e}$



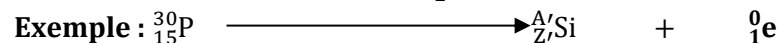
$$6 = Z' - 1 \Rightarrow Z' = 6 + 1 = 7 ; Z' = 7$$

$$14 = A' + 0 \Rightarrow A' = 14 - 0 = 14 ; A' = 14$$



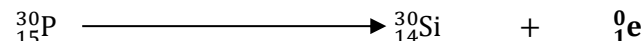
-La radioactivité β^+

Le rayonnement R est un **proton** ${}^0_1\text{e}$



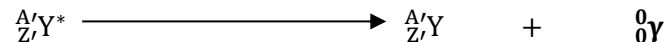
$$30 = Z' + 0 \Rightarrow Z' = 30 - 0 = 30 ; Z' = 30$$

$$15 = A' + 1 \Rightarrow A' = 15 - 1 = 14 ; A' = 14$$



-La radioactivité X

Elle résulte de la désexcitation d'un noyau fils instable issue des radioactivités α ; β^- et β^+ . Le rayonnement R est une radioactivité γ .



(Noyau fils excité) (noyau fils stable)

*La décroissance radioactive

Enonce de la loi

Le nombre de noyau radioactifs d'un échantillon diminue exponentiellement en fonction du temps.

Notons N_0 le nombre de noyaux à $t = 0$ et N le nombre de noyau à l'instant t .

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

λ = **constante radioactive en (s^{-1})**

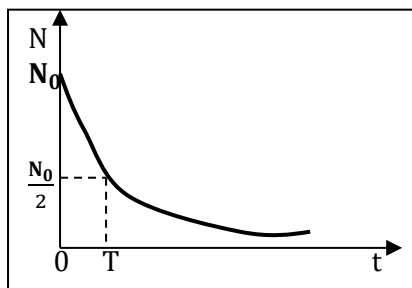
La période radioactive

La période radioactive (ou demi vie) notée T est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

La période T peut - être obtenu par le calcul ou graphiquement.

A partir de $N = f(t)$.

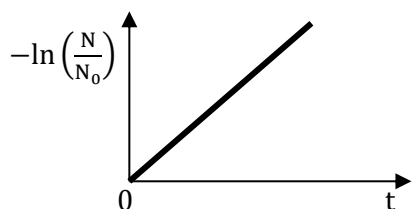


-A partir de $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow -\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda t$$

Donc $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ est une droite dont le coefficient directeur est λ .



L'activité

Lorsque A d'un échantillon radioactif est le nombre de désintégrations qui s'y produisent en 1s.

Becquerel

$$(Bq) \leftarrow A = \lambda N$$

(s^{-1})

ou

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

RADIOACTIVITE PROVOQUEE

*L'énergie de masse

La théorie d'Albert Einstein révèle que tout corps de masse m au repos possède une énergie de masse notée E.

$$E = mc^2$$

C : celerite de la lumière dans le vide ($C = 3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$)

(J)

(kg)

*Le défaut de masse

La masse d'un noyau ${}_Z^A X$ est inférieure à la somme des masses de ses constituants pris séparément.

$$m_X < Zm_p + Nm_n \text{ ou nt. } m_X < Zm_p + (A - Z)m_n$$

m_p : masse d'un proton : m_n : masse d'un neutron.

La différence de masse appelée **défaut de masse** noté Δm est :

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_X$$

*L'énergie de liaison

C'est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau pour le briser en ses constituants (protons et neutrons). L'énergie de liaison notée E_l correspond au défaut de masse Δm .

$$E_l = \Delta m c^2$$

En répartissant cette énergie par nucléon on a : l'énergie de liaison par nucléon E_a .

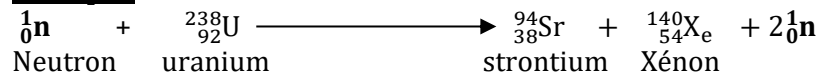
$$E_a = \frac{E_l}{A}$$

Un noyau est d'autant plus stable que E_a est grande.

*La fission nucléaire

On appelle fission la dislocation d'un noyau lourd sous l'action de bombardement neutronique en noyaux plus légers.

Exemple :



*La fusion nucléaire

Il y'a fusion lorsque deux noyaux légers s'unissent pour constituer un noyau plus lourd.

Exemple :



La réaction est très **exo- énergétique** à l'image de fusion au niveau du soleil.

FIN PHYSIQUE NUCLEAIRE
CHIMIE MINERALE OU CHIMIE GENERALE

SOLUTIONS AQUEUSES

Définitions des termes :

- Le **solvant** est un liquide dans lequel on dissout un corps.
- Le corps que l'on dissout dans le solvant est appelé **soluté**.
- Le soluté peut être **liquide, gazeux ou solide**.
- le mélange du soluté et du solvant est appelé **solution**.
- Une **solution aqueuse** est un mélange homogène dans lequel l'eau est le solvant.

Concentration molaire volumique d'une solution aqueuse.

$$C_A = \frac{n_A}{V_{\text{solution}}} \quad (C_A \text{ s'exprime en mol.L}^{-1})$$

Avec $n_A = \frac{V}{V_m}$ (Si A est gazeux) ; $n_A = \frac{m_A}{M_A}$ (Si A est liquide ou solide)

Concentration massique

$$C_m = \frac{m_A}{V} \quad \text{Avec } C_m \text{ en (g/L) ; } m_A \text{ en (g) et } V \text{ en (L)}$$

Si on pose : $n_A = \frac{m_A}{M_A} \Rightarrow m_A = n_A \times M_A$

$$C_m = \frac{n_A \times M_A}{V} \quad \text{d'où} \quad C_m = C_A \times M_A \quad \text{avec } M_A \text{ en (g.mol}^{-1}\text{)}$$

Masse volumique et densité

-Masse volumique

$$\rho = \frac{m_{\text{corps}}}{V_{\text{corps}}} \quad \text{avec } \rho \text{ en (g/L) ; } m \text{ en (g) et } V \text{ en (L).}$$

-Densité

*Pour un solide ou un liquide : $d = \frac{\rho_{\text{corps}}}{\rho_{\text{eau}}}$ avec **d sans unité**

*Pour un corps gazeux : $d = \frac{\rho_{\text{corps gazeux}}}{\rho_{\text{air}}}$ ou $d = \frac{M}{29}$

NB :

Corps gazeux : $n = \frac{V_{\text{gaz}}}{V_m}$;

V_m : Volume molaire.

Dans les conditions normales de température et de pression (**CNTP**) ; $V_m = 22,4 \text{ L/mol}$.

Dilution

Définition

Mr. Billy CONDE

Diluer consiste à diminuer la concentration en ajoutant de l'eau à la solution initiale appelée **solution mère**.

Principe de la dilution

Lors d'une dilution la quantité de matière de n de soluté ne varie pas, ainsi :

$$n_i = n_f \Leftrightarrow C_i V_i = C_f V_f$$

Ainsi le **facteur de dilution** note **k** vaut

$$k = \frac{C_i}{C_f} = \frac{V_f}{V_i}$$

Remarque :

$$k = \frac{C_i}{C_f} \text{ ou } C_i = k \cdot C_f \text{ ou } k = \frac{V_f}{V_i} \text{ ou } V_f = k \cdot V_i$$

Solution initiale $\left\{ \begin{matrix} C_i \\ V_i \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{eau}}$ Solution finale $\left\{ \begin{matrix} C_f \\ V_f \end{matrix} \right\}$

Comment calculer le volume d'eau qu'il faut ajouter au volume de la solution initiale pour avoir une solution finale ?

- **A partir d'une dilution**

$$C_i V_i = C_f V_f \text{ avec } V_f = V_i + V_{\text{eau}}$$

$$\Rightarrow C_f (V_i + V_{\text{eau}}) = C_i V_i \Rightarrow (V_i + V_{\text{eau}}) = \frac{C_i V_i}{C_f} \text{ d'où}$$

$$V_{\text{eau}} = \frac{C_i V_i}{C_f} - V_i$$

- **A partir du facteur de dilution k**

$$V_{\text{eau}} = (k - 1) V_i$$

Remarque :

Lors d'un prélèvement, la quantité de matière se conserve.

$$n_i = n_f \Leftrightarrow C_i V_i = C_f V_f$$

Comment diluer une solution (mode opératoire) ?

- Verser une certaine quantité de la solution initiale (à diluer) dans un bécher ;
- Prélever dans ce bécher la quantité de la solution à diluer à l'aide d'une pipette ;
- Verser la quantité de solution prélevée dans une fiole jaugée
- Compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge à l'aide d'une pissette préalablement remplie d'eau distillée
- Rendre homogène la solution obtenue.

Solution commerciale

La concentration **C** d'une solution commerciale est donnée par :

$$C = \frac{\% \times \rho}{M}$$

C en (mol/L)

% : pourcentage massique de soluté ou représente le pourcentage de pureté.

M : masse molaire du soluté en (g/mol)

ρ : la masse volumique en (g/L)

NB :

$$C = \frac{\% \times d \times \rho_{\text{eau}}}{M}$$

Sachant que : $\rho = d \times \rho_{\text{eau}}$ donc

Avec $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ g/L} = 10^3 \text{ g/cm}^3$

Autoprotolyse de l'eau



Le produit ionique de l'eau K_e

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+].[\text{OH}^-] \quad K_e \text{ est un nombre sans unité.}$$

Remarque : $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]}$ ou $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$

K_e dépend de la température. Par exemple : à 25°C ; $K_e = 10^{-14}$

pH des solutions aqueuses.

Définition du pH.

Le pH d'une solution aqueuse et sa concentration en ion hydronium (H_3O^+) sont liés par la relation :

$$\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]) \quad \text{ou} \quad [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

Remarque :

- Si $[\text{H}_3\text{O}^+] > [\text{OH}^-]$ alors la solution est **acide** et $\text{pH} < 7$.
- Si $[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-]$ alors la solution est **basique** et $\text{pH} > 7$.
- Si $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$ alors la solution est **neutre** et $\text{pH} = 7$.

Electroneutralité d'une solution (ENS)

Dans une solution aqueuse, si la concentration de charge positive est égale à la concentration de charge négative : on dit que la solution est **électriquement neutre**.

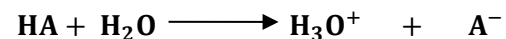
ACIDES FORTS ET BASES

LES ACIDES FORTS

Définition

Un acide fort est une espèce chimique qui réagit totalement avec l'eau pour donner des ions hydroniums (H_3O^+).

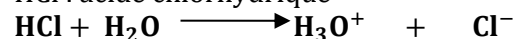
Equations bilans générales



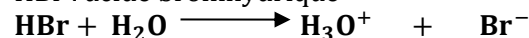
Exemples de quelques acides forts

- Monoacides forts

HCl : acide chlorhydrique



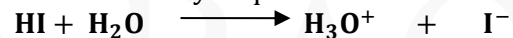
HBr : acide bromhydrique



HNO_3 : acide nitrique

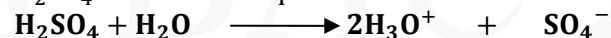


HI : acide iodhydrique



- Diacide fort

H_2SO_4 : acide sulfurique

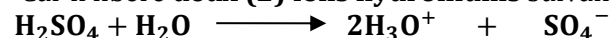


pH d'une solution d'acide fort

Si C_a est la concentration molaire de la solution d'acide fort, exprimée en (mol/L), on a : $\text{pH} = -\log(C_a)$ avec $10^{-6} \text{ mol/L} \leq C_a \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$

Remarque : Pour un diacide fort tel que l'acide sulfurique, on a $\text{pH} = -\log(2C_a)$

Car il libère **deux (2) ions hydroniums** suivant l'équation bilan suivante :



NB :

Pour calculer la concentration C_a de la solution, sachant qu'on connaît le pH de la solution :

$$\text{-Cas d'un acide fort : } \text{pH} = -\log(C_a) \Rightarrow C_a = 10^{-\text{pH}}$$

$$\text{-Cas d'un diacide fort : } \text{pH} = -\log(2C_a) \Rightarrow C_a = \frac{10^{-\text{pH}}}{2}$$

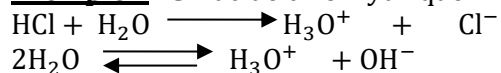
Influence de la dilution

Une solution acide aussi diluée soit – elle ne peut jamais être basique.

Calcul des concentrations des espèces chimiques dans une solution aqueuse.

Je dois toujours écrire les équations bilans.

Exemple : HCl : acide chlorhydrique



Espèces chimiques :

- Ions : H_3O^+ ; OH^- ; Cl^-

- Molécules : HCl ; H_2O

*Concentration de la solution connue et pH connu, on calcul : $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$

*Produit ionique de l'eau : $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$

*Electroneutralite de la solution : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-] + [\text{OH}^-]$

$[\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-]$ or $[\text{H}_3\text{O}^+] \gg [\text{OH}^-]$ (car la solution est acide)

Donc $[\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = C$

Ou bien :

Cl^- ion spectateur ou indifférent (ne réagit pas avec l'eau) donc

$[\text{Cl}^-] = C = [\text{H}_3\text{O}^+]$

LES BASES FORTES

Définition

Une base forte est une espèce chimique qui réagit totalement avec l'eau pour donner des ions hydroxydes (OH^-).

Equations bilans générales



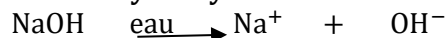
Exemples de quelques bases fortes

- **Monobases fortes**

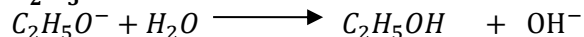
KOH : Hydroxyde de potassium



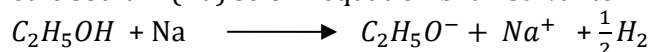
NaOH : Hydroxyde de sodium



$\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-$: ion éthanoate

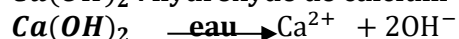


Cet ion ($\text{C}_2\text{H}_5\text{O}^-$) est obtenu par une réaction totale entre l'éthanol ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) et le sodium (Na) selon l'équation bilan suivante :



- **Dibase forte**

$\text{Ca}(\text{OH})_2$: hydroxyde de calcium



pH d'une solution de base forte

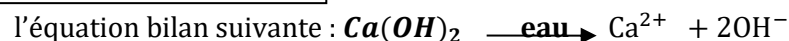
Si C_b est la concentration molaire de la solution de base forte, exprimée

en (mol/L), on a : **$\text{pH} = 14 + \log(C_b)$** avec $10^{-6} \text{ mol/L} \leq C_a \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$

Remarque : Pour une base forte tel que l'hydroxyde calcium, on a :

$$\text{pH} = 14 + \log(2C_b)$$

Car il libère **deux (2) ions hydroniums** suivant



NB :

Pour calculer la concentration C_b de la solution, sachant qu'on connaît le pH de la solution :

- **Cas d'une base forte** : $\text{pH} = 14 + \log(C_b) \Rightarrow C_b = 10^{\text{pH}-14}$

- **Cas d'une dibase forte** : $\text{pH} = 14 + \log(2C_b) \Rightarrow C_b = \frac{10^{\text{pH}-14}}{2}$

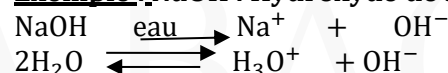
Influence de la dilution

Une solution basique aussi diluée soit – elle ne peut jamais être acide.

Calcul des concentrations des espèces chimiques dans une solution aqueuse.

Je dois toujours écrire les équations bilans.

Exemple : NaOH : Hydroxyde de sodium



Espèces chimiques :

- Ions : H_3O^+ ; OH^- ; Na^+

- Molécules : NaOH ; H_2O

*Concentration de la solution connue et pH connu, on calcul : $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

*Electroneutralite de la solution : $[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-]$

$[\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$ or $[\text{OH}^-] \gg [\text{H}_3\text{O}^+]$ (car la solution est basique)

Donc $[\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] = C$

Ou bien :

Na^+ ion spectateur ou indifférent (ne réagit pas avec l'eau) donc

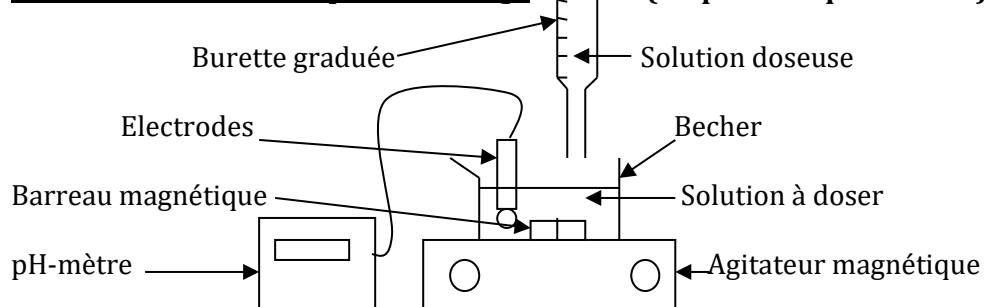
$[\text{Na}^+] = C = [\text{OH}^-]$

REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE

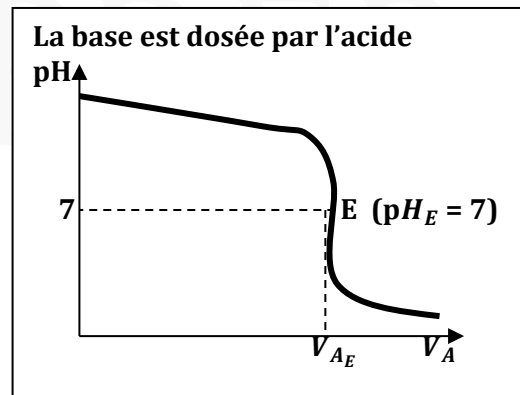
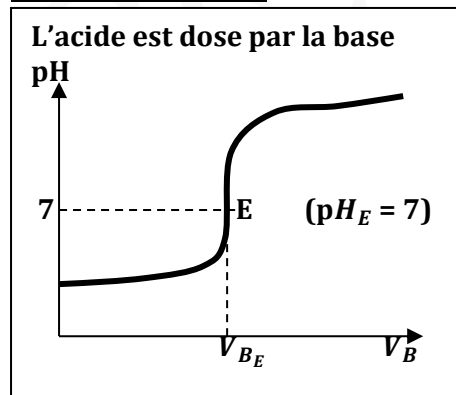
Etude de la réaction

La réaction entre un acide fort quelconque et une base forte quelconque est **une réaction totale et exothermique** se déroulant entre les ions H_3O^+ et OH^- d'équation - bilan : $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$

Etude de l'évolution du pH du mélange (Dispositif expérimental)



Allure de la courbe



Remarque :

La courbe admet un point particulier E appelé **point d'équivalence**. Pour déterminer E, on utilise la **méthode des tangentes parallèles**.

Commentaire : (Pour la 1^{ère} courbe)

La courbe a les propriétés suivantes :

- $\text{pH}_E = 7$
- elle possède 3 parties
- elle est croissante
- faible variation du pH au début du dosage
- elle possède un seul point d'inflexion (le point d'équivalence)

Indicateur colore utilise : le bleu de bromothymol (BBT) car sa zone de virage contient le pH à l'équivalence.

L'équivalence acido - basique

Au cours d'une réaction acido - basique, l'équivalence acido - basique correspond au stade où la quantité d'ions H_3O^+ (présent ou apporté de l'acide) est égale à la quantité d'ions OH^- (apporté ou présent de la base).

Relation à l'équivalence

(Pour la 1^{ère} courbe)

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+)} = n_{(\text{OH}^-)} \text{ d'où}$$

$$C_A V_A = C_B V_{BE}$$

(Pour le 2^{er} schéma)

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+)} = n_{(\text{OH}^-)} \text{ d'où}$$

$$C_A V_{AE} = C_B V_B$$

Nature du mélange à l'équivalence.

D'après l'équation : $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$, à l'équivalence les ions H_3O^+ apportés par le soluté (**Exemple : HCl ou HBr**) et les ions OH^- apportés par le soluté (**exemple : NaOH ou KOH**) ont tous réagi pour donner de l'eau (**solution neutre**) d'où le $\text{pH} = 7$.

Remarque :

Le mélange à l'équivalence est **une solution de chlorure de sodium NaCl ou de chlorure de potassium ou de bromure de sodium ... etc (solution neutre)**.

Comment déterminer la nature d'un mélange acide fort et base forte ?

On calcule d'abord les quantités de matières apportées par chacune des solutions.

- Pour l'acide : $n_A = C_A V_A$
- Pour la base : $n_B = C_B V_B$

***Si $n_A > n_B$ alors le mélange obtenu est acide.**

Les ions H_3O^+ de l'acide réagissent avec ceux de OH^- de la base et à la fin de la réaction, le mélange obtenu contient **majoritairement des ions H_3O^+** .

On a :

$$\text{-Concentration d'ions } \text{H}_3\text{O}^+ \text{ restant en solution : } [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_A - n_B}{V_A + V_B} = \frac{C_A V_A - C_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\text{-pH du mélange obtenu : } \text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+])$$

***Si $n_A < n_B$ alors le mélange obtenu est basique.**

Les ions H_3O^+ de l'acide réagissent avec ceux de OH^- de la base et à la fin de la réaction, le mélange obtenu contient **majoritairement des ions OH^-** .

On a :

-Concentration d'ions OH^- restant en solution : $[\text{OH}^-] = \frac{n_B - n_A}{V_A + V_B} = \frac{C_B V_B - C_A V_A}{V_A + V_B}$

-pH du mélange obtenu : $\text{pH} = 14 + \log([\text{OH}^-])$

*Si $n_A = n_B$ alors le mélange obtenu est neutre.

Les ions H_3O^+ de l'acide réagissent avec ceux de OH^- de la base et à la fin de la réaction, le mélange obtenu contient, **en qualité égale, les ions H_3O^+ et OH^- .**

On a :

-Concentration d'ions H_3O^+ et OH^- :

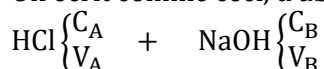
$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = \sqrt{K_e} = \sqrt{10^{-14}} = 10^{-7} \text{ mol/L}$$

-pH du mélange obtenu : $\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]) = 7$

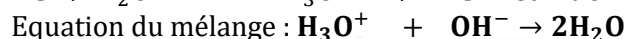
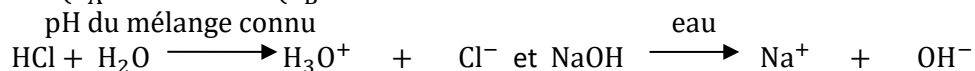
Calcul des concentrations des espèces chimiques dans un mélange.

Exemple : NaOH et HCl

On écrit comme ceci, d'abord



pH du mélange connu



Espèces chimiques :

- Ions : H_3O^+ ; OH^- ; Cl^- ; Na^+ ;

- Molécules : H_2O ;

$$[\text{Cl}^-] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} \text{ et } [\text{Na}^+] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

Remarque :

Les ions spectateurs sont des ions indifférents à la réaction.

Citons - en quelques - uns : Ca^{2+} ; Na^+ ; K^+ ; Cl^- ; NO_3^- ; Br^- .

***Dans une solution unique la concentration de l'ion spectateur est égale à celle de la solution. $C = C_0$**

***Mais dans un mélange acido - basique, on a :**

$$[\text{ion spectateur}] = \frac{\text{nombre de mol (ion spectateur)}}{\text{volume du mélange}}$$

Connaissant le pH du mélange, on peut donc calculer $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$.

ACIDES FAIBLES - BASES FAIBLES

LES ACIDES FAIBLES

Définition

Un acide faible est une espèce chimique qui réagit partiellement avec l'eau pour donner des ions hydronium (H_3O^+).

Equations bilans générales

- **Acides faibles du type AH**



- **Acides faibles du type BH^+**



Exemples de quelques acides faibles



Liste des solutions utilisées fréquemment au BAC

HCOOH (acide méthanoïque) ; NH_4Cl (chlorure d'ammonium)

CH_3COOH (acide éthanoïque) ; $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ (acide benzoïque)

NB :

Tous les acides carboxyliques sont des acides faibles.

pH d'une solution d'acide faible

Si C_a est la concentration molaire de la solution d'acide faible, exprimée en (mol/L), on a : $\text{pH} > -\log(C_a)$ avec $10^{-6} \text{ mol/L} \leq C_a \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$

Calcul des concentrations des espèces chimiques dans une solution aqueuse

Exemple a : CH_3COOH (acide éthanoïque)



Espèces chimiques :

- Ions : H_3O^+ ; OH^- ; CH_3COO^-

- Molécules : H_2O ; CH_3COOH

C : Concentration de la solution connue et pH connu, on calcule $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

Electroneutralité de la solution (E.N.S) :

LES BASES FAIBLES

Définition

Une base faible est une espèce chimique qui réagit partiellement avec l'eau pour donner des ions hydroxydes (OH^-).

Equations bilans générales

- Acides faibles du type AH



- Acides faibles du type BH^+



Exemples de quelques bases faibles



Liste des solutions utilisées fréquemment au BAC

NH_3 (Ammoniac) ; CH_3NH_2 (méthylamine) ; $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{NH}_2$ (éthylamine) ; HCCONa (methanoate de sodium) ; CH_3COONa (éthanoate de sodium)

NB :

Toutes les amines ainsi que les carboxylates de sodium sont des bases faibles.

pH d'une solution de base faible

Si C_b est la concentration molaire de la solution d'une base faible, exprimée en (mol/L), on a : $\text{pH} < 14 + \log(C_b)$ $10^{-6} \text{ mol/L} \leq C_a \leq 10^{-2} \text{ mol/L}$

Calcul des concentrations des espèces chimiques dans une solution aqueuse

Exemple a : NH_3 (Ammoniac)



Espèces chimiques

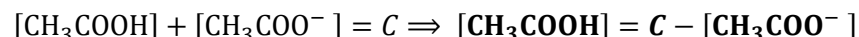
- Ions : H_3O^+ ; OH^- ; NH_4^+

- Molécules : H_2O ; NH_3

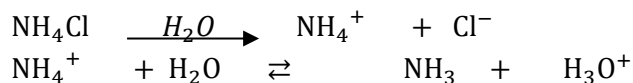
C : Concentration de la solution connue et pH connu, on calcul $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

$[\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] \Rightarrow [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-]$ or $[\text{H}_3\text{O}^+] \gg [\text{OH}^-]$ (car la solution est acide) Donc $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+]$

Conservation de la matière :



Exemple b : NH_4Cl (chlorure d'ammonium)



Espèces chimiques :

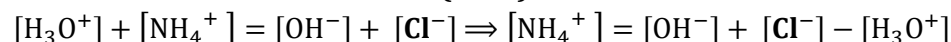
- Ions : H_3O^+ ; OH^- ; Cl^- ; NH_4^+

- Molécules : H_2O ; NH_3

C : Concentration de la solution connue et pH connu, on calcul $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

Cl^- : ion spectateur $\Rightarrow [\text{Cl}^-] = C$

Electroneutralite de la solution (E.N.S) :

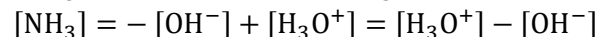
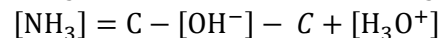
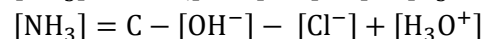
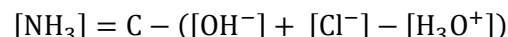


Generalisation : $[\text{NH}_4^+] = [\text{Cl}^-] = C$

Conservation de la matière :



Vous constatez que $[\text{NH}_3] = 0$ car $[\text{NH}_4^+] = C$, alors suivez donc la démarche ci-dessous :



D'où $[\text{NH}_3] \approx [\text{H}_3\text{O}^+]$ car $[\text{H}_3\text{O}^+] \gg [\text{OH}^-]$

Le coefficient d'ionisation α

- Pour un acide faible du type AH et de concentration C_a

$$\alpha = \frac{[\text{A}^-]}{C_a} \approx \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_a} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_a}$$

- Pour un acide faible du type BH^+ et de concentration C_a

$$\alpha = \frac{[\text{B}]}{C_a} \approx \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_a} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_a}$$

NB :

La dilution favorise l'ionisation.

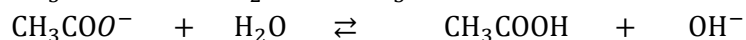
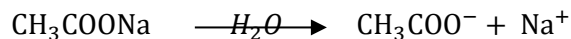
Electroneutralite de la solution (E.N.S) :

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+] \text{ or } [\text{OH}^-] \gg [\text{H}_3\text{O}^+]$$

(car la solution est basique) Donc $[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-]$

Conservation de la matière :

$$[\text{NH}_3] + [\text{NH}_4^+] = C \Rightarrow [\text{NH}_3] = C - [\text{NH}_4^+]$$

Exemple b : CH_3COONa (éthanoate de sodium)**Espèces chimiques :**

- Ions: H_3O^+ ; OH^- ; CH_3COO^- ; Na^+
- Molécules: H_2O ; CH_3COOH

C : Concentration de la solution connue et pH connu, on calcul $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

Na^+ : ion spectateur $\Rightarrow [\text{Na}^+] = C$

Electroneutralite de la solution (E.N.S) :

$$[\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] \Rightarrow [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-]$$

Generalisation : $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{Na}^+] = C$

Conservation de la matière :

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = C \Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = C - [\text{CH}_3\text{COO}^-] \text{ (piège)}$$

Vous constatez que $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0$ car $[\text{CH}_3\text{COOH}] = C$, alors suivez donc la démarche ci-dessous :

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = C - ([\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-])$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = C - [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{Na}^+] + [\text{OH}^-]$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = C - [\text{H}_3\text{O}^+] - C + [\text{OH}^-]$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = -[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{OH}^-] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$\text{D'où } [\text{CH}_3\text{COOH}] = [\text{OH}^-] \text{ car } [\text{OH}^-] \gg [\text{H}_3\text{O}^+]$$

Le coefficient d'ionisation β

- Pour une base faible du type B et de concentration C_b

$$\beta = \frac{[\text{BH}^+]}{C_b} \approx \frac{[\text{OH}^-]}{C_b} = \frac{10^{\text{pH}-14}}{C_b}$$

- Pour une base faible du type A^- et de concentration C_b

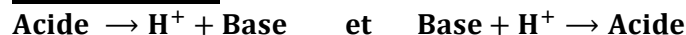
$$\beta = \frac{[\text{AH}]}{C_b} \approx \frac{[\text{OH}^-]}{C_b} = \frac{10^{\text{pH}-14}}{C_b}$$

NB :

La dilution favorise l'ionisation.

NOTION DE COUPLE ACIDE - BASE ET CONSTANTE D'ACIDITE**Définitions****Selon Brönsted :**

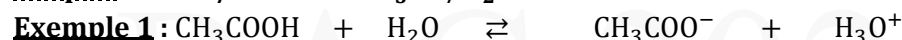
- Un acide est une espèce chimique susceptible de **céder** au moins un proton H^+ au cours de la réaction.
- Une base est une espèce chimique susceptible de **capter** au moins un proton H^+ au cours de la réaction.

Schématisation**NB :**

Ces deux réactions peuvent se mettre sous une forme unique :

**Couple acide/base**

- Acide faible sur l'eau : $\text{Acide} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{Base} + \text{H}_3\text{O}^+$

Couples : Acide/Base et $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$ 

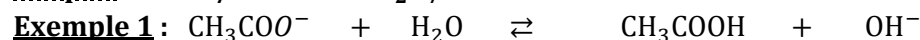
Couples : $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ et $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$



Couples : $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ et $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$

NB : L'eau joue le rôle de **base** quand un **acide** est en solution aqueuse.

- Base faible sur l'eau : $\text{Base} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{Acide} + \text{OH}^-$

Couples : Acide/Base et $\text{H}_2\text{O}/\text{OH}^-$ 

Couples : $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ et $\text{H}_2\text{O}/\text{OH}^-$



Couples : $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ et $\text{H}_2\text{O}/\text{OH}^-$

NB : L'eau joue le rôle d'**acide** quand une **base** est en solution aqueuse.

Remarque : L'eau (H_2O) est souvent une base et souvent un acide.

On dit que H_2O est une espèce amphotère ou un ampholyte.

Constante d'acidité (K_A ou K_a)

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{Base}]}{[\text{Acide}]} \quad K_a \text{ est sans unité et sa valeur dépend de la température.}$$

$\text{p}K_a$ du couple (acide/base) dans l'eau.

$$\text{p}K_a = -\log(K_a) \Leftrightarrow K_a = 10^{-\text{p}K_a}$$

Rélation pH et pK_a

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log\left(\frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]}\right)$$

Ou

$$\text{pK}_a = \text{pH} - \log\left(\frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]}\right)$$

Domaine de prédominance

La relation $\text{pH} = \text{pK}_a + \log\left(\frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{[\text{Base}]}{[\text{Acide}]}\right) = \text{pH} - \text{pK}_a$

Il suffit de déterminer le signe de $\text{pH} - \text{pK}_a$.

Conclusions des différentes possibilités :

*Si $\text{pH} > \text{pK}_a$ ou $[\text{Base}] > [\text{Acide}]$ alors la base prédomine sur l'acide.

*Si $\text{pH} < \text{pK}_a$ ou $[\text{Base}] < [\text{Acide}]$ alors l'acide prédomine sur la base.

*Si $\text{pH} = \text{pK}_a$ ou $[\text{Base}] = [\text{Acide}]$ alors la base et l'acide sont en quantités égales.

Classification des couples acide/base

*Force d'un acide faible	*Force d'une base faible
Un acide faible est d'autant plus fort que :	Une base faible est d'autant plus forte que :
- Son K_a est plus grand - Son pK_a est plus petit - Son pH est plus petit	- Son K_a est plus petit - Son pK_a est plus grand - Son pH est plus grand

NB : On compare les pH des espèces chimiques si celles-ci ont la même concentration.

Quelques couples (Acides/ Bases) à connaître.

Couples	Noms	pK _a
$\text{CH}_3\text{NH}_3^+ / \text{CH}_3\text{NH}_2$	Ion méthylammonium/méthylamine	10,7
$\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+ / \text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$	Ion éthylammonium/éthylamine	10,6
$\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$	Ion ammonium/ammoniac	9,2
$\text{C}_6\text{H}_5\text{OOH} / \text{C}_6\text{H}_5\text{OO}^-$	Acide benzoïque/ion benzoate	4,2
$\text{CH}_3\text{COOH} / \text{CH}_3\text{COO}^-$	Acide éthanoïque/ion éthanoate	4,7 ou 4,8
$\text{HCOOH} / \text{HCOO}^-$	Acide méthanoïque/ion méthanoate	3,7 ou 3,8

Indicateur colore

Définition

Un indicateur colore est une substance ou synthétique qui change de couleur selon la nature de la solution.

Quelques exemples d'indicateurs colores

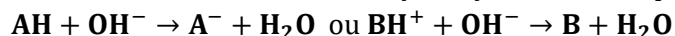
Indicateur colore	Teinte acide	Zone de virage (Teinte sensible)	Teinte basique
Hélianthine	Rouge	3,1 - 4,4 (orange)	Jaune
Rouge de méthyle	Rouge	4,2 - 6,2 (marron)	Jaune
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 - 7,6 (vert)	Bleu
Phénolphtaléine	Incolore	8,2 - 10 (rose claire)	Rose

REACTIONS ACIDO – BASIQUES, SOLUTIONS TAMPONS ET DOSAGES

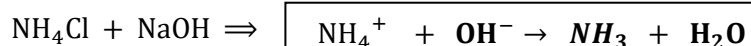
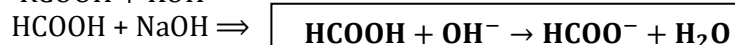
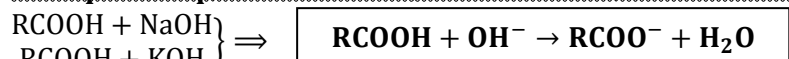
REACTION ENTRE UN ACIDE FAIBLE ET BASE FORTE

• Etude de la réaction

La réaction entre un acide faible (AH ou BH⁺) quelconque et une base forte quelconque est une réaction **totale (une seule flèche) et exothermique** entre l'acide faible et les ions hydroxydes OH⁻ d'équation – bilan :

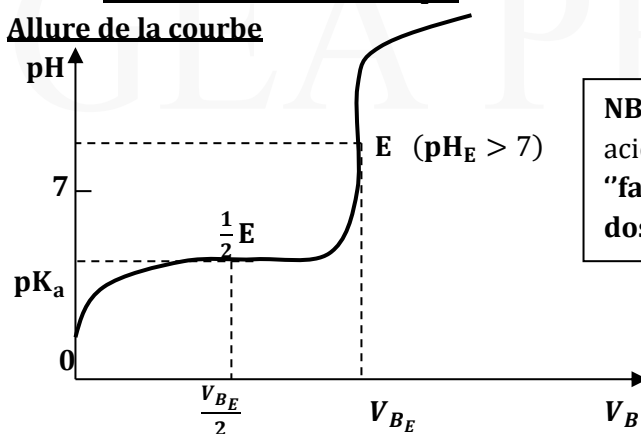


Exemples d'équations entre un acide faible et une base forte



• Etude de l'évolution du pH

Allure de la courbe



NB : Dans le cas d'un dosage acido – basique, c'est le "faible" qui est toujours dose pour le "fort"

Commentaire :

La courbe a les propriétés suivantes :

- pH_E > 7
- Elle possède 4 parties
- Elle est croissante
- Elle possède 2 points d'inflexion (le point de demi – équivalence et le point d'équivalence)

- Augmentation rapide du pH dès les premières additions de base.

***Indicateur colore :** la phénolphthaléine utilisée

***Pour la conservation de la matière :** $C_0 = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B}$

• Etude de l'équivalence

Coordonnées du point E : $E \left\{ \begin{array}{l} V_{BE} \\ pH_E \end{array} \right.$

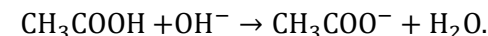
Rélation à l'équivalence

A l'équivalence : $n_{\text{OH}^-}(\text{verse}) = n_{\text{acide faible}}(\text{initial}) \Rightarrow$

$$C_B V_{BE} = C_A V_A$$

Nature du mélange à l'équivalence ou justification de la valeur du pH à l'équivalence

Considérons l'équation bilan de la réaction suivante :



A l'équivalence CH₃COOH et OH⁻ ont tous réagit pour donner des ions éthanoates (CH₃COO⁻) qui **ont un caractère basique** d'où la **nature basique du mélange à l'équivalence ; pH_E > 7.**

Nom de la solution à l'équivalence

Les ions éthanoates (CH₃COO⁻) formés s'associe aux ions sodium Na⁺ apporté par l'hydroxyde de sodium. La solution à l'équivalence **est une solution d'éthanoate de sodium (CH₃COONa).**

• Etude de la demi – équivalence

Définition

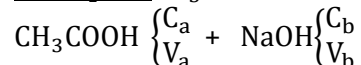
La demi – équivalence est atteinte lorsque la quantité de matière de la base forte verse est égale à la moitié de la quantité de matière d'acide faible initialement présent.

$$n(\text{base forte})_{\text{verse}} = \frac{1}{2} n(\text{acide faible})_{\text{initiale}}$$

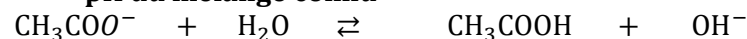
$$V(\text{base forte})_{\text{verse}} = \frac{V_{BE}}{2} \text{ et } \text{pH} = \text{pK}_a$$

Calcul des concentrations des espèces chimiques

Exemple : CH₃COOH et NaOH



pH du mélange connu





Equation du mélange : $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{OH}^- \rightarrow \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O}$.

Espèces chimiques :

- **Ions :** H_3O^+ ; OH^- ; CH_3COO^- ; Na^+
- **Molécules :** H_2O ; CH_3COOH

Connaissant le pH du mélange ; on peut donc calculer $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

$$\text{Na}^+ : \text{ion spectateur} \Rightarrow [\text{Na}^+] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

Electroneutralite de la solution (E.N.S) :

$$[\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-]$$

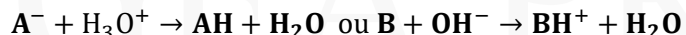
Conservation de la matière :

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] + [\text{CH}_3\text{COOH}] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} - [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

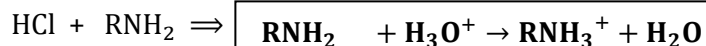
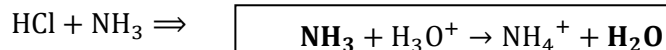
REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FAIBLE

• Etude de la réaction

La réaction entre une base faible (A^- ou B) quelconque et une base forte quelconque est une réaction **totale (une seule flèche) et exothermique** entre l'acide faible et les ions hydroxyde OH^- d'équation - bilan :

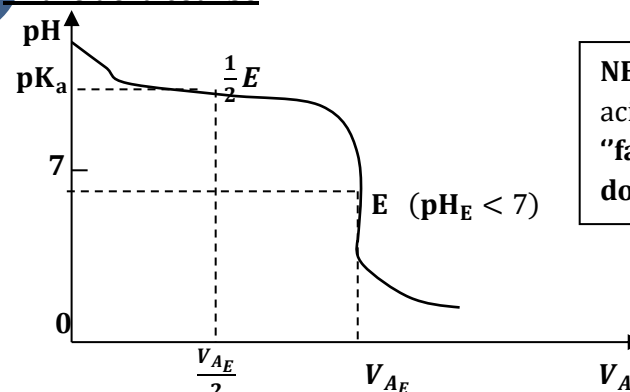


Exemples d'équations entre une base faible et un acide fort



• Etude de l'évolution du pH

Allure de la courbe



NB : Dans le cas d'un dosage acido - basique, c'est le "faible" qui est toujours dose pour le "fort"

Commentaire :

La courbe a les propriétés suivantes :

- $\text{pH}_E < 7$
- Elle possède 4 parties
- Elle est décroissante
- Elle possède 2 points d'inflexion (le point de demi - équivalence et le point d'équivalence)
- Diminution rapide du pH dès les premières additions d'acide.

***Indicateur colore utilise :** l'hélianthine ou le rouge de méthyle

***Pour la conservation de la matière :** $C_0 = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$

• Etude de l'équivalence

Coordonnées du point E : $E \begin{cases} V_{A_E} \\ \text{pH}_E \end{cases}$

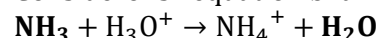
Rélation à l'équivalence

A l'équivalence : $n_{\text{H}_3\text{O}^+}(\text{verse}) = n_{\text{base faible}}(\text{initial}) \Rightarrow$

$$\boxed{C_A V_{V_E} = C_B V_B}$$

Nature du mélange à l'équivalence ou justification de la valeur du pH à l'équivalence

Considérons l'équation bilan de la réaction suivante :



A l'équivalence NH_3 et H_3O^+ ont tous réagit pour donner des ions ammonium (NH_4^+) qui **ont un caractère acide** d'où **la nature acide du mélange à l'équivalence ; $\text{pH}_E < 7$.**

Nom de la solution à l'équivalence

Les ions ammonium (NH_4^+) formés s'associe aux ions sodium Cl^- apportés par l'acide chlorhydrique. La solution à l'équivalence **est une solution de chlorure d'ammonium**(NH_4Cl).

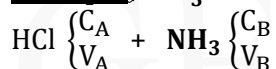
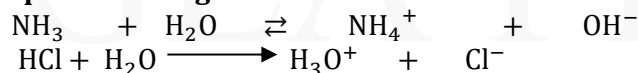
- **Etude de la demi – équivalence**

Définition

La demi – équivalence est atteinte lorsque la quantité de matière de l'acide fort versé est égale à la moitié de la quantité de matière de la base faible initialement présent.

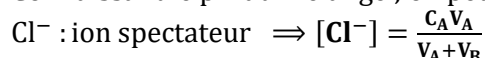
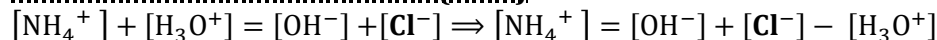
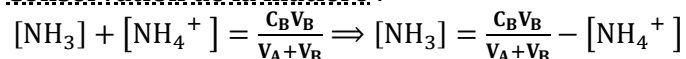
$$n(\text{acide fort})_{\text{verse}} = \frac{1}{2} n(\text{base faible})_{\text{initiale}}$$

$$V(\text{acide fort})_{\text{verse}} = \frac{V_{AE}}{2} \text{ et } \text{pH} = \text{pK}_a$$

Calcul des concentrations des espèces chimiques**Exemple :** NH_3 et HCl **pH du mélange connu****Espèces chimiques :**

- **Ions :** H_3O^+ ; OH^- ; NH_4^+ ; Cl^-
- **Molécules :** H_2O ; NH_3

Connaissant le pH du mélange ; on peut donc calculer $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$

**Electroneutralite de la solution (E.N.S) :****Conservation de la matière :****Mélange d'un acide faible et de sa base conjuguée**

Ce type de mélange peut – être considéré comme un dosage acido – basique, mais à la différence des autres dosages, il n'y a pas de courbe typique du pH en fonction du volume. Citons quelques mélanges en exemple :



Ici, pour déterminer la concentration C_0 du mélange (étape de la conservation de la matière) on a : $C_0 = \frac{C_A V_A + C_B V_B}{V_A + V_B}$.

CALCUL DES CONCENTRATIONS (POINTS METHODES)

Dans une solution unique ou produit d'un mélange, chaque espèce présente dans la solution possède une concentration, se calcule de façon spécifique en fonction du statut de l'espèce en question. Voici donc la procédure

- Equation – bilan de la réaction du mélange
- Inventaire des espèces chimiques présentes dans le mélange
- Notion de pH avec le calcul de $[\text{H}_3\text{O}^+]$.
- Produit ionique de l'eau avec le calcul de $[\text{OH}^-]$.
- Ions spectateurs
- Electroneutralite de la solution
- Conservation de la matière
- Ou Relation reliant le pH au pK_a .

SOLUTIONS TAMPONS**Définition**

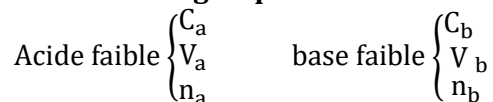
Une solution tampon est un mélange qui contient un acide faible et sa base faible conjuguée en quantité équimolaire. Le pH d'une telle solution est égal au pK_a du couple acide/base correspondant.

Propriétés

- Le pH d'une solution tampon varie peu lors d'une dilution modérée.
- Le pH d'une solution tampon varie peu lors d'un ajout modéré d'acide de base.

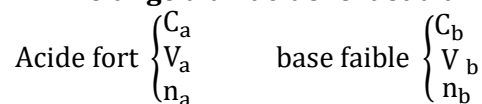
Préparation des solutions

- **Mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base faible**



$$n_a = \frac{1}{2} n_b \Leftrightarrow C_a V_a = C_b V_b$$

- **Mélange d'un acide fort et d'une base faible**



$$n_a = \frac{1}{2} n_b \Leftrightarrow C_a V_a = \frac{C_b V_b}{2}$$

- **Mélange d'une base forte et d'un acide faible à la demi – équivalence.**

$$n_b = \frac{1}{2} n_a \Leftrightarrow C_b V_b = \frac{C_a V_a}{2}$$

Remarque :

D'une façon générale, à la demi - équivalence :

$$n_{\text{fort}} = \frac{1}{2} n_{\text{faible}}$$

Intérêt des solutions tampons

En chimie comme en biologie, l'intérêt d'une solution tampon est de permettre d'effectuer des expériences sans variation du pH

DOSAGES**But du dosage**

On dose une solution dans le but de déterminer sa concentration.

Une solution acide (fort ou faible) est dosée par une base forte.

Une solution de base (forte ou faible) est dosée par un acide fort.

Exemples

- **Pour doser un acide faible on peut utiliser une base forte**
 $AH + OH^- \rightarrow A^- + H_2O$ ou $BH^+ + OH^- \rightarrow B + H_2O$
- **Pour doser une base faible, on peut utiliser un acide fort**
 $A^- + H_3O^+ \rightarrow AH + H_2O$ ou $B + OH^- \rightarrow BH^+ + H_2O$
- **Pour doser un acide fort, on peut utiliser une base forte ou vice - versa :** $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$

Méthode de dosage

- **Dosage pH-métrique :** tracer la courbe $pH=f(V_{\text{verse}})$ et déterminer le volume à l'équivalence V_E par la méthode des tangentes parallèles.
- **Dosage colorimétrique :** déterminer le point d'équivalence par le changement de couleur de l'indicateur colore dont la zone de virage contient le pH à l'équivalence.

LES ALCOOLS**Définition****Groupe fonctionnel et formule générale brute**

Un alcool est un composé organique qui contient un groupe hydroxyle ($-OH$) relié à un atome de carbone tétraédrique ou tétraédrique (4 voisins).

Le groupe fonctionnel est $-OH$ ou $-C-OH$

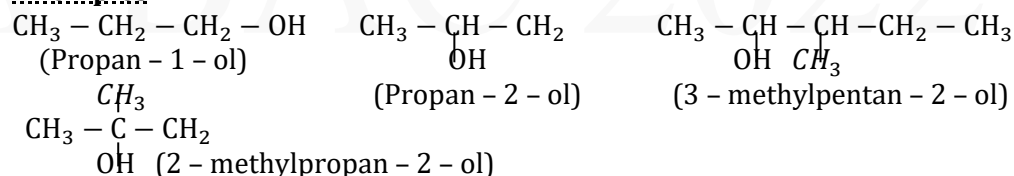
La formule générale brute d'un alcool est : $C_n H_{2n+2} O$.

Elle peut s'écrire sous la forme de : $C_n H_{2n+1} - OH$ ou $R-OH$.

Les trois classes d'alcools

Classe	Alcool primaire	Alcool secondaire	Alcool tertiaire
Nombre d'atomes de carbone au quel le carbone fonctionnel est lié	0 ou 1	2	3
Formule semi - développée	$R-CH_2-OH$	$R_1-\underset{\substack{ \\ OH}}{CH}-R_2$	$R_1-\underset{\substack{ \\ OH}}{\overset{R_3}{C}}-R_2$

Remarque : R, R_1, R_2 et R_3 sont des groupes carbonés (ils sont différents de H)

Exemples :**Les polyalcools ou polyols**

Ce sont les molécules qui possèdent plusieurs groupes hydroxydes OH .

$OH-CH_2-CH_2-OH$ (ethan - 1,2 - diol ou glycol)

$OH-CH_2-\underset{\substack{| \\ OH}}{CH}-CH_2-OH$
glycérol (ou propan - 1,2,3 - triol)

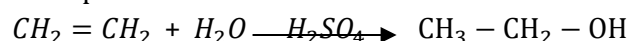
Hydratation des alcènes

En milieu acide, l'hydratation d'un alcène conduit à un alcool.

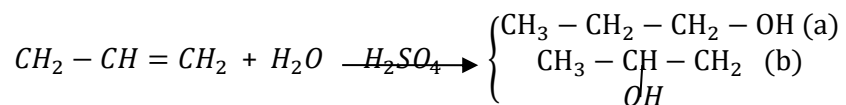
Hydratation d'un alcène symétrique

Dans ce cas, obtient un seul produit.

Exemple :

**Hydratation d'un alcène dissymétrique**

FIN CHIMIE MINERALE

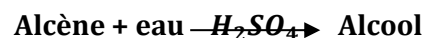


Ici le produit (a) est un alcool primaire et (b) est un alcool secondaire donc le produit obtenu majoritairement est (b) (**car il à la classe la plus élevée**) et celui obtenu minoritairement est (a).

NB :

H_2SO_4 : acide sulfurique

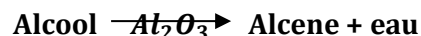
Généralisation :



Propriétés chimiques des alcools

- **Déshydratation**

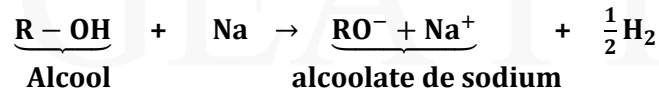
La déshydratation en présence d'alumine Al_2O_3 d'un alcool conduit à un alcène.



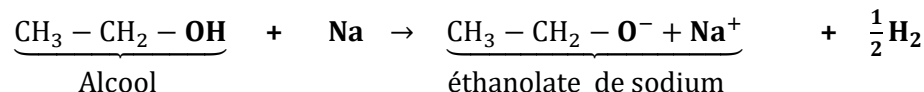
Exemple : $CH_3 - CH_2 - OH \xrightarrow{Al_2O_3} CH_2 = CH_2 + H_2O$

- **Réaction avec le sodium Na**

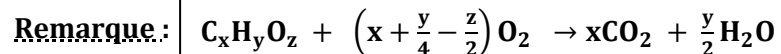
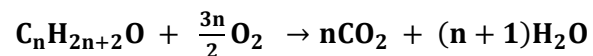
Le sodium réagit avec les alcools selon une réaction oxydoréduction :



Exemple :



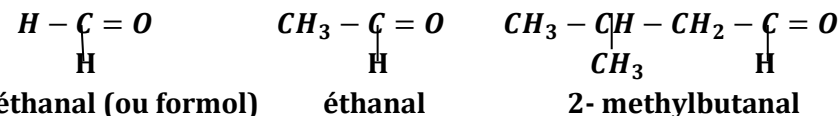
- **Combustion complète**



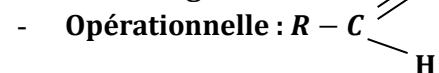
Aldéhydes et cétones

Les aldéhydes

- Le groupe fonctionnel : $\begin{array}{c} O \\ \parallel \\ -C \\ | \\ H \end{array}$
- Exemples et nomenclature



- **Formule générale :**



- **Brute :** $C_n H_{2n} O$

Les cétones



- **Exemples et nomenclature**



- **Formule générale :**



- **Brute :** $C_n H_{2n} O$

Remarque :

- Un aldéhyde et une cétone ayant le même nombre d'atomes de carbone sont **des isomères de fonctions**.
- Les cétones et les aldéhydes ont en commun le **groupe carbonyle** $\begin{array}{c} \backslash \\ C = O \\ / \end{array}$ ce sont des **composés carbonylés**.

Réactions commune aux aldéhydes et aux cétones.

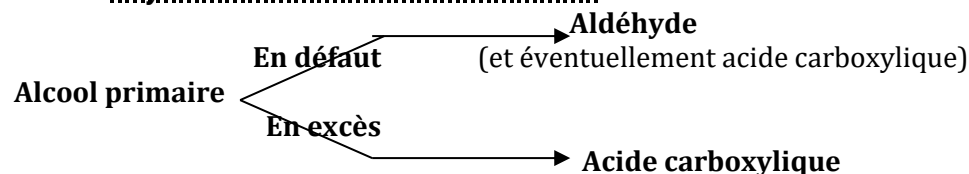
Composés	Aldéhyde	Cétone
Réactifs		
2, 4 - DNPH	(+) Précipité jaune	(+) Précipité jaune
Liqueur de Fehling	(+) Précipité rouge brique	(-)
Réactif de Schiff	(+) Couleur rose	(-)
Réactif de Tollens ou nitrate d'argent ammoniacal	(+) Miroir ou dépôt d'argent	(-)

Oxydation des alcools

- **Oxydation ménagée**
- **Définition**

Une oxydation ménagée est une oxydation douce au cours de laquelle le squelette carbone de la molécule est conservé.

- Oxydation des trois classes d'alcools



Alcool secondaire → oxydation en défaut ou en excès → **Cétone**

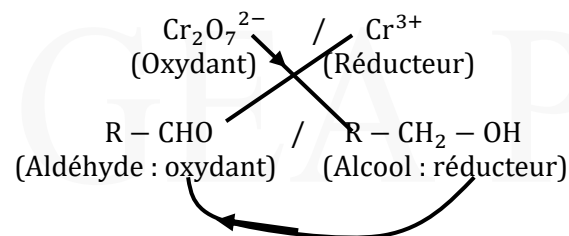
Alcool tertiaire → oxydation en défaut ou en excès → **Rien**

Equations - bilan des réactions

Oxydation d'un alcool primaire en aldéhyde

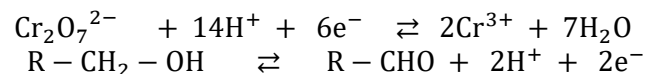
- Par le dichromate de potassium acidifié

Les couples oxydant - réducteurs en présence sont :



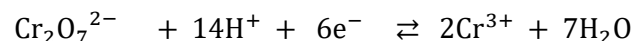
Etape 1 : Ecrivons convenablement l'équation - bilan de chaque couple : séparément.

(On veillera évidemment à l'équilibre des atomes et des couples)



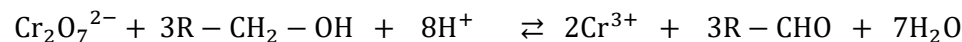
Etape 2 : comme leur nom l'indique, ce sont des équations, c'est pourquoi il faut considérer les flèches comme des égalités ; Ainsi l'objectif est de faire une somme membre à membre, mais en cherchant à ce débarrasser des électrons dans les 2 équations. Dans notre cas, on multiplie la 2^e équation par 3 pour obtenir aussi 6e⁻ qui se simplifieront après la somme.

Voici donc ce qui se produit :



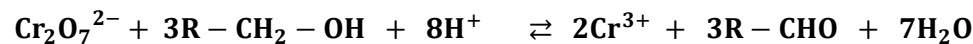
Mr. Billy CONDE

<<GEA, former pour réussir avec un enseignement de qualité>>



Essayons d'expliquer ce qui s'est réellement passé...

Voilà ce qu'on obtient après la somme membre à membre

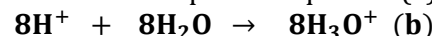


NB : mais ce résultat reste encore à un stade inachevée, car les ions H⁺ n'existe pas en solution. On se sert des ions H⁺ uniquement pour écrire les demi - équations redox.

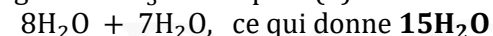
Ils doivent être remplacés impérativement par les H₃O⁺

Or $\text{H}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+$ (a)

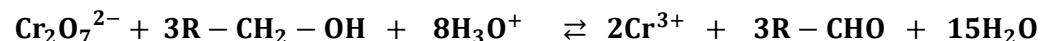
Donc en multipliant l'équation (a) par 8, on obtient :



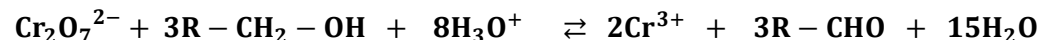
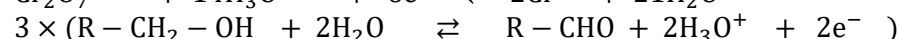
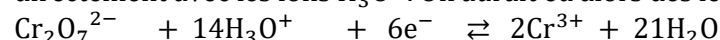
Etape 3 : on ajoute de part et d'autres de la flèche 8H₂O, ce qui donne à gauche 8H₃O⁺ d'après (b) et à droite de la flèche, on aura donc



Conclusion : l'équation - bilan d'oxydoréduction de l'alcool primaire en aldéhyde en solution aqueuse, donne :

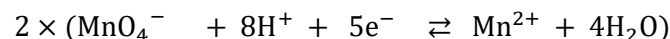
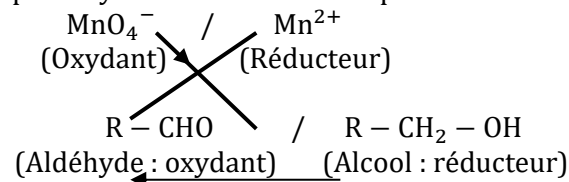


Conseils : Pour une question de rapidité, certaines élèves préfèrent travailler directement avec les ions H₃O⁺. On aurait eu alors des le départ :

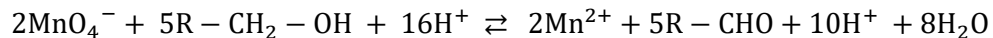


- Par le permanganate de potassium

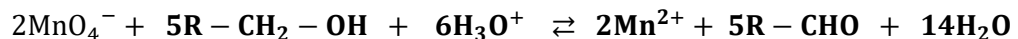
Les couples oxydant - réducteurs en présence sont :



05 64 82 74 64 / 07 79 81 53 87

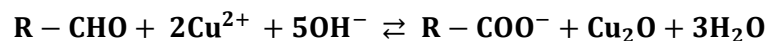
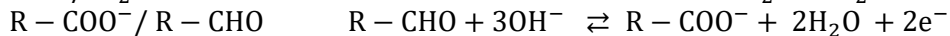
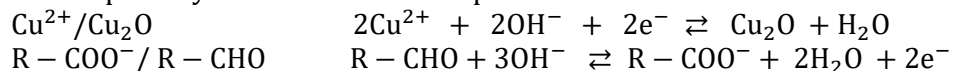


En solution aqueuse, on a :



• **Réaction avec la liqueur de Fehling en milieu basique.**

Les couples oxydant - réducteurs en présence sont :



Classe de l'amine	Amine primaire	Amine secondaire	Amine tertiaire
Nombre de groupe carbonés auquel l'atome d'azote est lié	1	2	3
Formule semi - développée	$R - NH_2$	$R_1 - NH - R_2$	$R_1 - \underset{\substack{ \\ R_3}}{N} - R_2$

Généralités

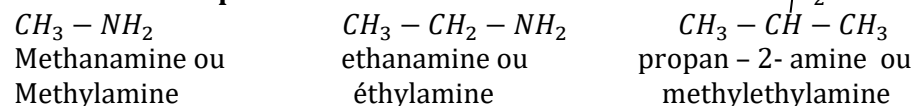
• **Présentation**

Les amines sont obtenues en remplaçant dans la molécule d'ammoniac (NH_3) un, deux ou trois atomes d'hydrogènes par un groupe carbone (R -). Leur formule générale brute est $C_nH_{2n+3}N$.

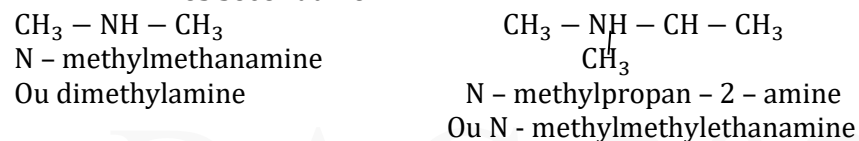
• **Les trois classes des amines**

Exemples et nomenclature :

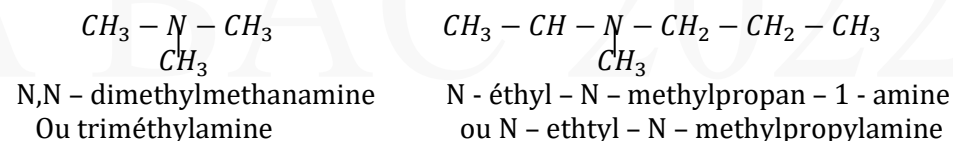
- **Amines primaires**



- **Amines secondaire**



- **Amines tertiaires**

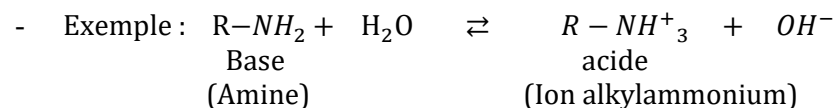
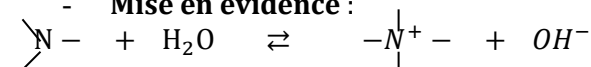


Propriétés des amines

• **Caractère basique ou propriété basique**

Les amines sont des bases faibles.

- **Mise en évidence :**



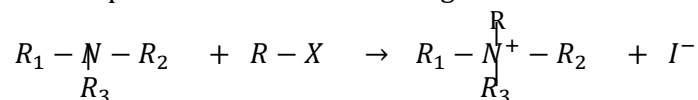
Couple : $R - NH_3^+ / R - NH_2$

$$K_a = \frac{[H_3O^+][R - NH_2]}{[R - NH_3^+]}$$

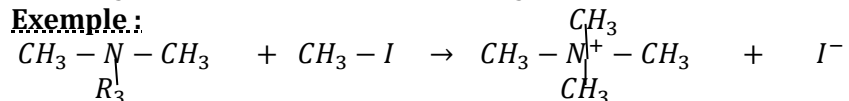
• **Propriété nucléophile ou caractère nucléophile : la réaction d'Hofmann**

LES AMINES

C'est la réaction entre une amine tertiaire et un halogénoalcane de formule $R-X$. Le produit obtenu est un halogénure d'ammonium.



Exemple :

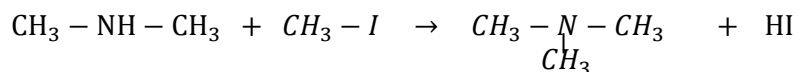
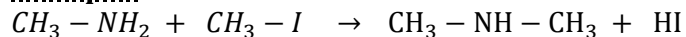


Triméthylamine iodomethane Iodure de tetraméthylammonium

Remarque :

Une amine primaire peut réagir successivement avec un halogénoalcane, si ce dernier est en excès, pour donner un halogénure d'ammonium.

Exemples :

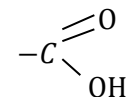


LES ACIDES CARBOXYLIQUES ET LEURS FONCTIONS DERIVES

LES ACIDES CARBOXYLIQUES

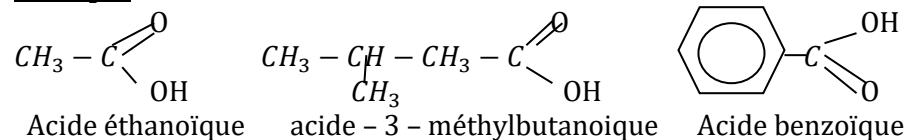
• Définition

Un acide carboxylique est un composé organique comportant un groupe fonctionnel carbonyle :



• Nomenclature

Exemple :



Généralisation :

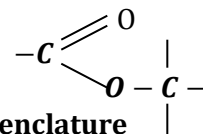
Formule générale : $R - C \begin{array}{l} \nearrow O \\ \searrow OH \end{array}$ avec $\begin{cases} R = \text{groupe alkyle} \\ R = C_nH_{2n+1} \end{cases}$

Formule brute générale : $C_nH_{2n}O_2$

LES ESTERS

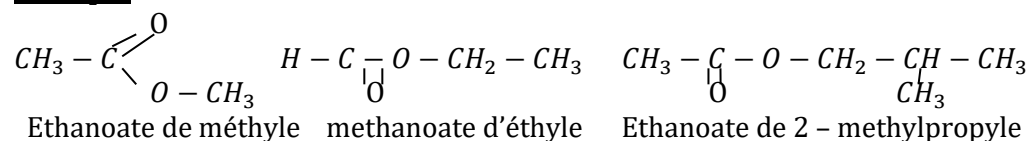
• Définition

Un ester est un composé organique comportant un groupement fonctionnel :



• Nomenclature

Exemple :



Généralisation :

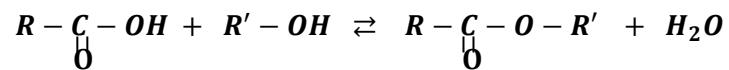
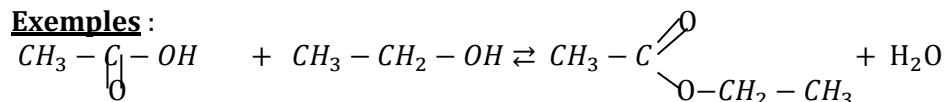
Formule générale : $R - C \begin{array}{l} \nearrow O \\ \searrow O - R' \end{array}$

Formule brute générale : $C_nH_{2n}O_2$

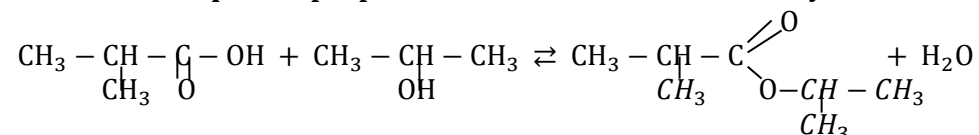
• Estérification directe

Définition

Une estérification directe est la réaction entre **un acide carboxylique** et **un alcool**, on obtient **un ester** et de l'eau.

**Exemples :**

Acide éthanoïque propan - 1 - ol éthanoate d'éthyle



Acide - 2 - méthylpropanoïque (propa - 2 - ol) 2 - méthanoate d'isopropyle

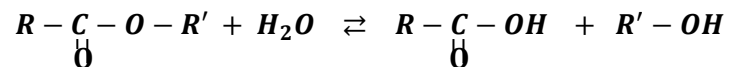
Caractéristiques de la réaction

La réaction est **lente, limitée (réversible)** et **athermique**.

- Hydrolyse d'un ester**

Définition

L'hydrolyse d'un ester est la réaction entre **un ester** et **l'eau**, on obtient **un acide carboxylique** et **un alcool**.

**Caractéristiques de la réaction**

La réaction est **lente, limitée (réversible)** et **athermique**.

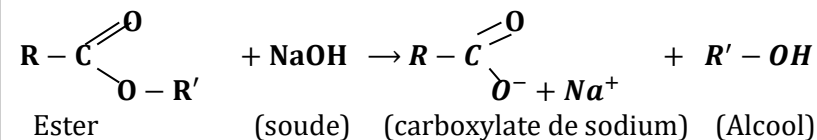
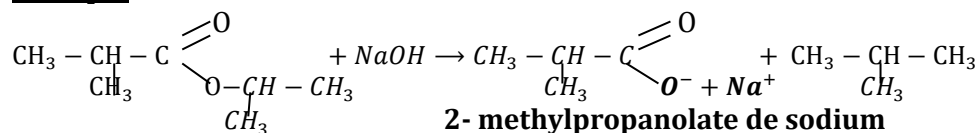
NB : (Condition pour accélérer la réaction)

Pour accélérer les réactions d'estérification et d'hydrolyse ; on utilise un catalyseur tel que **l'acide sulfurique (H₂SO₄)** et **le chauffage du milieu réactionnel**.

LA SAPONIFICATION**Définition**

La réaction de saponification consiste à faire agir une base forte (NaOH ou KOH) ou des ions hydroxydes (OH⁻) sur un ester.

La réaction conduit à un ion carboxylate de sodium (savon) et un alcool.

**Exemple :****Caractéristiques de la réaction**

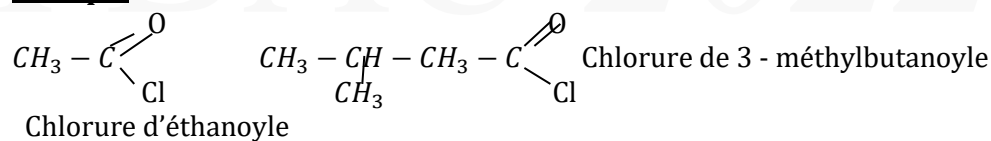
La réaction est : **lente et totale**.

LES CHLORURES D'ACYLES

- Définition**

Un chlorure d'acyle est un composé organique comportant un groupement fonctionnel : $-\overset{\text{O}}{\underset{\text{Cl}}{\text{C}}} = O$

- Nomenclature**

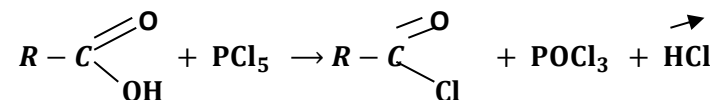
Exemple :**Généralisation :**

Formule générale : $R-\overset{\text{O}}{\underset{\text{Cl}}{\text{C}}} = O$ avec $\begin{cases} R = \text{groupe alkyle} \\ R = C_nH_{2n+1} \end{cases}$

Formule brute générale : C_nH_{2n-1}OCl

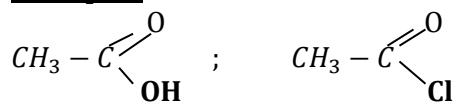
- Obtention**

On obtient un chlorure d'acyle en faisant agir **le pentachlorure de phosphore (PCl₅)** ou **le chlorure de thionyle (SOCl₂)** sur **un acide carboxylique**.

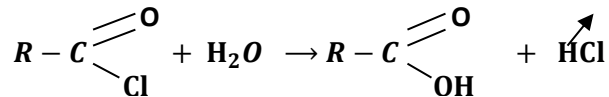


Remarque :

Pour obtenir le chlorure d'acyle à partir de l'acide carboxylique, on remplace le OH par Cl.

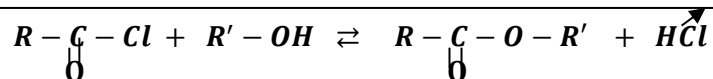
Exemple :

- **Hydrolyse d'un chlorure d'acyle**



Caractéristiques de la réaction : Elle est rapide, totale et exothermique.

- **Estérification indirecte**



Caractéristiques de la réaction : Elle est rapide, totale et exothermique.

Remarque :

Les chlorures d'acyles sont **plus réactifs** que les acides carboxyliques.

LES ANHYDRIDES D'ACIDES

- **Définition**

Un chlorure d'acyle est un composé organique comportant un groupement fonctionnel : $-\text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ \parallel \\ \text{O} \end{array} -$

- **Nomenclature**

Exemple :

(Anhydride méthanoïque) (Anhydrique éthanoïque et méthanoïque)

- **Généralisation**

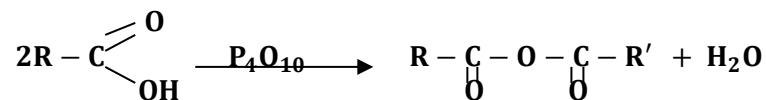
Formule générale : $\text{R} - \text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ \parallel \\ \text{O} \end{array} - \text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ \parallel \\ \text{O} \end{array} - \text{R}'$

Formule brute générale : $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}\text{O}_3$

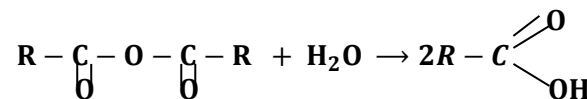
- **Obtention**

Mr. Billy CONDE

On obtient un anhydride d'acide en faisant agir le **décaoxyde de tétraphosphore** (P_4O_{10}) sur **un acide carboxylique**. La réaction résulte de la **déshydratation** entre deux (2) molécules d'acides carboxyliques.

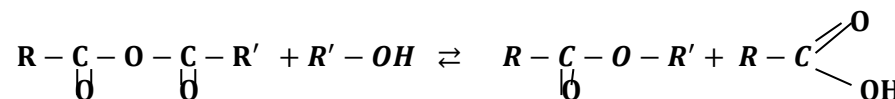


- **Hydrolyse de l'anhydride d'acide**



Caractéristiques de la réaction : elle est rapide et totale

- **Estérification indirecte**



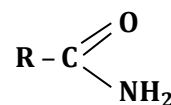
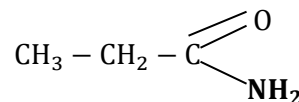
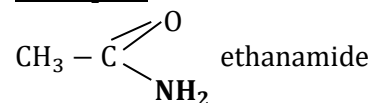
Caractéristiques de la réaction : elle est rapide et totale

LES AMIDES**Formules et nomenclature**

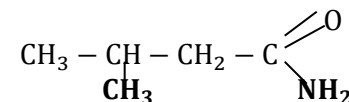
On distingue trois catégories d'amides.

a - Les amides non - substituées

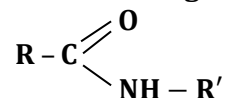
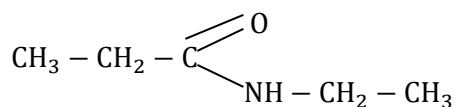
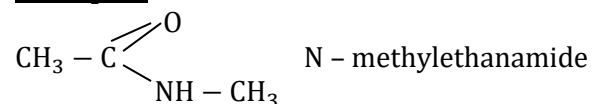
- **Formule générale**

**Exemples**

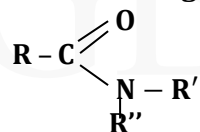
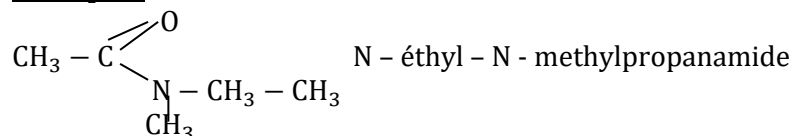
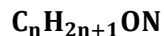
Propanamide



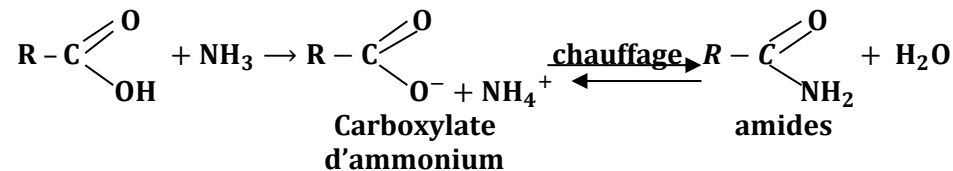
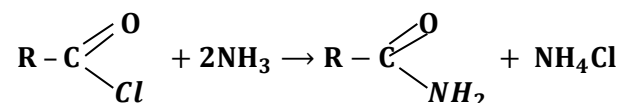
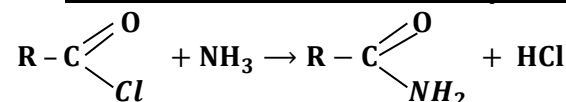
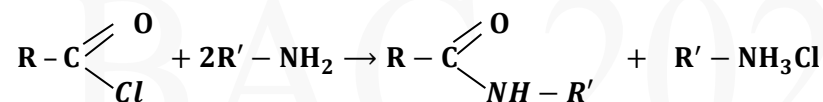
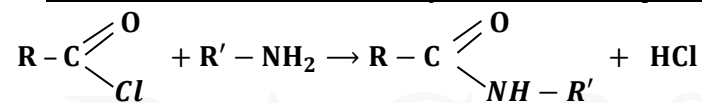
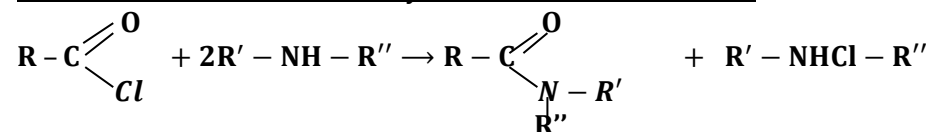
3 - methylbutanamide

b - Les amides mono - substituées- Formule généraleExemples

N - diméthyl - 2 - methylpropanamide Ou N - ethyl - 2 methylpropanamide

c - Les amides disubstituées- Formule généraleExemplesd - Formule générale bruteObtention des amidesa - cas des amides non - substituées

Les amides sont obtenus à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et à un degré moindre des anhydrides d'acides.

- Réaction entre un acide carboxylique et l'ammoniac- Réaction entre un chlorure d'acyle et l'ammoniacb - cas des amides mono - substituées- Réaction entre le chlorure d'acyle et une amine primairec - cas des amides disubstituéesRéaction entre le chlorure d'acyle et une amine secondaire

NB :

- Les amines tertiaires ne réagissent pas.
- Les amides sont des composés très stables donc pas réactifs.

LES REACTIONS DU PROGRAMME

Alcène + eau $\xrightarrow{\text{H}_2\text{SO}_4}$ un ou deux alcools isomères de position

Alcène symétrique + eau $\rightarrow$ un unique alcool

Alcène non symétrique + eau $\rightarrow$ deux alcools dont un majoritaire

Alcool + sodium $\rightarrow$ Alcoolate de sodium + dihydrogène

Aldéhyde + 2,4 - dinitrophenylhydrazine $\rightarrow$ précipite jaune

Cétone + 2,4 - dinitrophenylhydrazine $\rightarrow$ précipite jaune

Aldéhyde + liqueur de Fehling $\rightarrow$ précipité rouge brique

Cétone + liqueur de Fehling $\rightarrow$ Rien

Aldéhyde + nitrate d'argent ammoniacal $\rightarrow$ Miroir d'argent

Cétone + nitrate d'argent ammoniacal $\rightarrow$ Rien

Aldéhyde + réactif de Schiff $\rightarrow$ Coloration rose

Cétone + réactif de Schiff $\rightarrow$ Rien

Ethanol $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en excès)}}$ Acide éthanoïque

Ethanol $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut)}}$ Aldéhyde puis en Acide éthanoïque

Ethanol $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut ou en excès)}}$ Acide éthanoïque

Alcool primaire $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut)}}$ Aldéhyde et Acide carboxylique

Alcool primaire $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en excès)}}$ Acide carboxylique

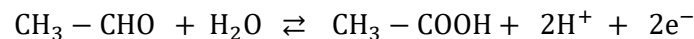
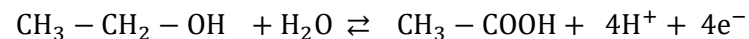
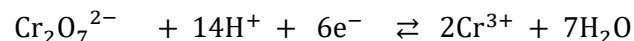
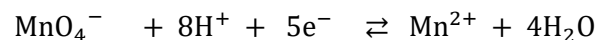
Alcool secondaire $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut ou en excès)}}$ cétone

Alcool tertiaire $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut ou en excès)}}$ Rien

Aldéhyde $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut ou en excès)}}$ Acide carboxylique

40

Cétone $\xrightarrow{\text{oxydation menagée (oxydation en défaut ou en excès)}}$ Rien



Acide carboxylique + $\text{SOCl}_2 \rightarrow$ Chlorure d'acyle + SO_2 + HCl

Acide carboxylique + $\text{PCl}_5 \rightarrow$ Chlorure d'acyle + POCl_3 + HCl

Chlorure d'acyle + eau $\rightarrow$ Acide carboxylique + HCl

Acide carboxylique $\xrightarrow{\text{P}_4\text{O}_{10}(\text{chauffage})}$ Anhydride d'acide + eau

Anhydride d'acide + eau $\rightarrow$ Deux acide carboxylique

Acide carboxylique + alcool $\rightleftharpoons$ ester + eau

Nom et caractéristiques : **estérification directe.**

Elle est lente, limitée et athermique

Ester + eau $\rightleftharpoons$ acide carboxylique + alcool

Nom et caractéristiques : **hydrolyse d'un ester**

Elle est lente, limitée et athermique

Chlorure d'acyle + alcool $\rightarrow$ ester + HCl

Nom et caractéristiques : **estérification indirecte.**

Elle est rapide, totale et exothermique.

Anhydride d'acide + alcool $\rightarrow$ ester + acide carboxylique

Nom et caractéristiques : **estérification indirecte.**

Elle est rapide, totale et exothermique

Ester + soude $\rightarrow$ carboxylate de sodium (savon) + alcool

Nom et caractéristiques : saponification. Elle est lente et totale.

Acide carboxylique + ammoniac $\xrightarrow{\text{chauffage}}$ carboxylate d'ammonium $\rightleftharpoons$ amide non substituée + eau

Chlorure d'acyle + ammoniac $\rightarrow$ amide non substituée + HCl

Chlorure d'acyle + amine primaire $\rightarrow$ amide non substituée + HCl

Chlorure d'acyle + amine secondaire $\rightarrow$ amide disubstituée + HCl

Familles ou fonctions chimiques	Formules brutes	Masses molaires
Alcène	C_nH_{2n}	$14n$
Alcool	$C_nH_{2n+1}OH/C_nH_{2n+2}O$	$14n + 18$
Aldéhyde	$C_nH_{2n}O$	$14n + 16$
Cétone	$C_nH_{2n}O$	$14n + 16$
Acide carboxylique	$C_nH_{2n}O_2$	$14n + 32$
Ester	$C_nH_{2n}O_2$	$14n + 32$
Chlorure d'acyle	$C_nH_{2n-1}OCl$	$14n + 50,5$
Anhydride d'acide	$C_nH_{2n-2}O_3$	$14n + 46$
amide	$C_nH_{2n+1}ON$	$14n + 31$
amine	$C_nH_{2n+3}N$	$14n + 17$

Oxydation totale	Equation - bilan
Alcool	$C_nH_{2n+2}O + \frac{3n}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$
Aldéhyde/cétone	$C_nH_{2n}O + \left(\frac{3n-1}{2}\right)O_2 \rightarrow nCO_2 + nH_2O$
Acide carboxylique/ester	$C_nH_{2n}O_2 + \left(\frac{3n-2}{2}\right)O_2 \rightarrow nCO_2 + nH_2O$
Anhydride d'acide	$C_nH_{2n-2}O_3 + \left(\frac{3n-4}{2}\right)O_2 \rightarrow nCO_2 + (n-1)H_2O$
Corps de la forme $C_xH_yO_z$	$C_xH_yO_z + \left(x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2}\right)O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$

Considérons un composé organique de formule brute $C_xH_yO_z$.
On obtient la relation :

$$\frac{M_C}{\%C} = \frac{M_H}{\%H} = \frac{M_z}{\%O} = \frac{M_{\text{corps}}}{100}$$

Masse Molaire (g/mol)	C	O	H
	12	16	1
	Na	Cl	N
	23	35,5	14
	Ag	Cu	
	108	63,5	

Lorsque vous connaissez la densité de vapeur d'un composé : $d = \frac{M_{\text{corps}}}{29} \Leftrightarrow M_{\text{corps}} = 29 \cdot d$

En chimie organique, il est conseillé de convertir les masses expérimentales en **gramme (g) à cause de la masse molaire qui est en (g/mol)**. or en physique, on convertit les masses en **kg à cause de la pesanteur g** qui s'exprime en N/kg.

Comment déterminer le rendement r au cours d'une réaction chimique ?

$$r = \frac{\text{nombre de mol final du produit}}{\text{nombre de mol initial du reactif}} \times 100$$

Exemple :

le rendement de la transformation d'un corps A en un corps B est : $r = \frac{n_B}{n_A} \times 100$

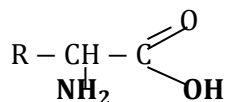
ou n est la quantité de matière (en mol) du corps considéré et
r le rendement (sans unité).

LES ACIDES α - AMINES ET PROTEINES

FORMULE ET NOMENCLATURE

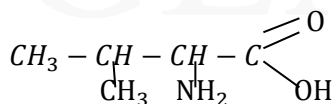
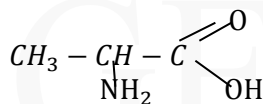
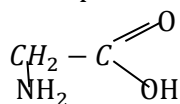
- Formule générale

Un acide α - *amine* est un composé organique qui comprend **un groupe carboxyle** $-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$ ou $(-\text{COOH})$ et **un groupe amino** $(-\text{NH}_2)$, liés au même atome de carbone.



R peut être constitué de carbone, d'hydrogène, d'oxygène, d'azote, de soufre etc.

Exemples :

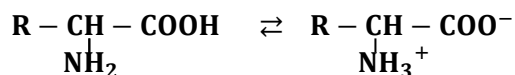


NB : Il existe 20 principaux acides α - *amine*.

PROPRIETE ACIDO - BASIQUES

- Différentes formes de la molécule

L'acide α - *amine* se trouve de façon majoritaire sous forme d'un ion dipolaire appelé **amphion ou zwitterion**.

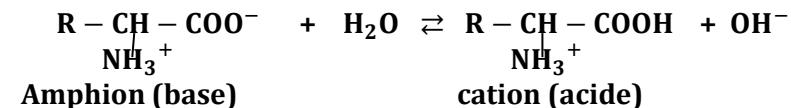


Forme neutre forme amphion ou zwitterion

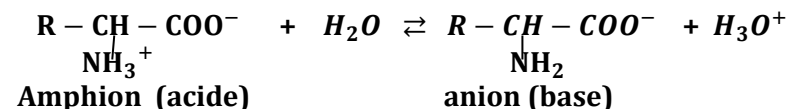
- L'acide α - *amine* en solution aqueuse

L'amphion peut se comporter comme :

- **Une base faible**



- **Un acide faible**



NB : L'Amphion est tantôt une base, tantôt un acide ; c'est une **espèce amphotère**

- **Domaine de prédominance**



Remarque :

En solution aqueuse, l'acide α - *amine* se trouve sous les formes :

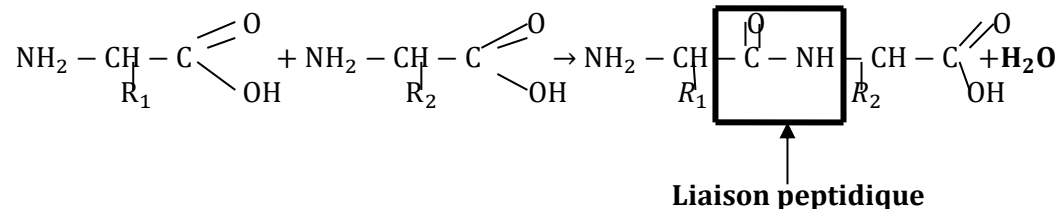
molécules, amphion, cation et anion.

La molécule est minoritaire dans tous les cas.

PEPTIDES ET PROTEINES

La liaison peptidique

Considérons la réaction de condensation entre deux molécules d'acides α - *amines*.



Le composé obtenu est un **dipeptide**.

Un dipeptide est un composé de deux molécules d'acides α - *amines* reliées entre elles par une liaison peptidique.

Définition d'une protéine

Une protéine est un enchainement d'acide α - *amine* liés entre eux par des liaisons peptidiques.

Remarque :

- Lorsque la masse molaire du composé **M** > 10.000g/mol, on dit qu'on a une **protéine**.

- Lorsque **M** < 10.000g/mol, on dit qu'on a un **peptidique** ou un **polypeptidique**.

FIN CHIMIE ORGANIQUE