

Série d'exercices n°12 : Mouvements plans

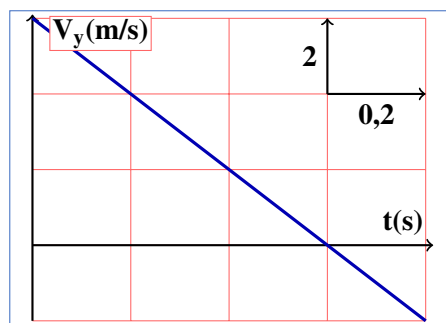
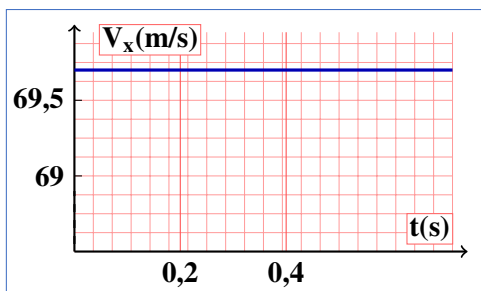
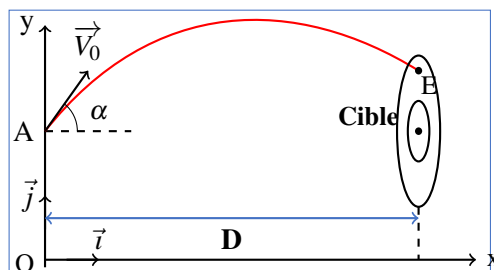
Exercice 1 :

Le tir à l'arc est un sport de précision et de concentration dans lequel les compétiteurs tentent de tirer leurs flèches au centre d'une cible avec leur arc.

Un compétiteur lance, à partir d'un point A, une flèche de masse m et de centre d'inertie G avec une vitesse $\vec{v}_0$ vers une cible. La cible, de forme circulaire et de centre C, est située à une distance $D = 80 \text{ m}$ du compétiteur. La vitesse $\vec{v}_0$ fait un angle α avec l'horizontale.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère $R(0, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé Galiléen. On néglige la résistance de l'air et la poussée d'Archimède.

Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes suivantes. On prend comme origine des dates $t_A = 0$, l'instant du tir de la flèche du point A.



- 1) Etablir les équations différentielles vérifiées par les composantes de vitesse v_x et $v_y(t)$.
- 2) Déduire les expressions des équations différentielles vérifiées par les composantes de vitesse v_x et $v_y(t)$.
- 3) Trouver, graphiquement, l'accélération de la pesanteur g , v_{0x} , v_{0y} , l'angle de tir α et la vitesse initiale v_0 .
- 4) La flèche atteint la cible en un point E situé sur la verticale qui passe par C. Calculer la vitesse v_E au point E.
- 5) Déduire l'angle β formé entre $\vec{v}_y$ et $\vec{v}_G$ au point E.
- 6) Calculer l'ordonnée maximal y_{max} atteinte par la flèche.

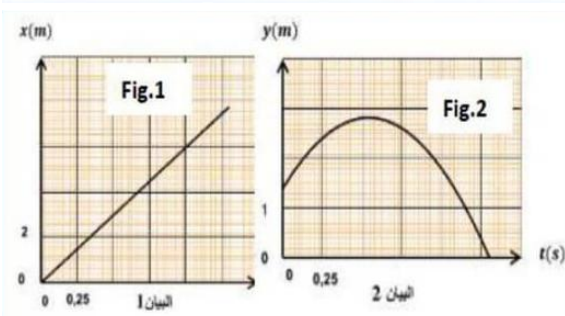
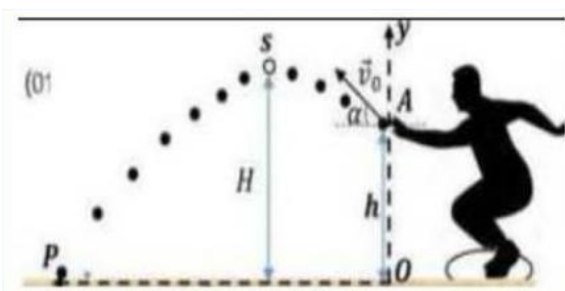
Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $OA = 2,1 \text{ m}$

Exercice 2 :

À une hauteur supérieure à la surface de la terre, le joueur tire la balle de fer depuis l'intérieur du cercle vers la bille cible, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'axe horizontal. Grâce à l'enregistrement du mouvement de la balle entre les deux positions A et P, nous avons pu obtenir les deux figures suivantes. On étudie le mouvement du ballon dans un référentielle terrestre orthonormé $R(0, \vec{i}, \vec{j})$ supposé Galiléen.

- 1) En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les deux équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement du centre d'inertie G de la balle.
- 2) D'après les figures, déterminer v_{0x} , v_{0y} puis déduire l'angle α .

Déterminer la hauteur H maximale atteinte par le centre d'inertie de la balle.

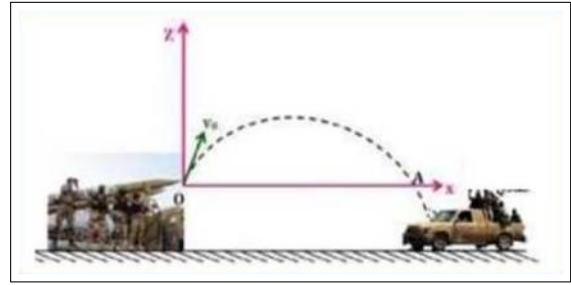


- 3) Calculer la distance **OP**, le joueur a-t-il atteint son objectif, en notant que ?

Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 710 \text{ g}$; $6 \text{ m} < D < 8 \text{ m}$

Exercice 3 :

Le missile a été tiré depuis la plate-forme de missile, alors qu'il était en stationnement, à une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle $\alpha = 88^\circ$ avec l'axe horizontale



- 1) En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver :
 - a) L'expression littérale des deux équations horaires $V_x(t)$ et $V_y(t)$ des deux composantes de vitesse du centre d'inertie **G** du missile.
 - b) Les deux équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement du centre d'inertie **G** de la balle.
 - c) L'équation de la trajectoire.
 - d) En déduire distance **OA** en fonction de v_0 et α .
- 2) Avec une précision remarquable, l'opérateur vise à atteindre sa cible. Quel est votre point de vue sur la meilleure façon d'atteindre la distance maximale **OA** pour la vitesse initiale ?
- 3) Déterminer la hauteur **H** la plus élevée que le projectile atteindra au-dessus de la surface de la terre, puis calculer sa vitesse à ce point v_H .

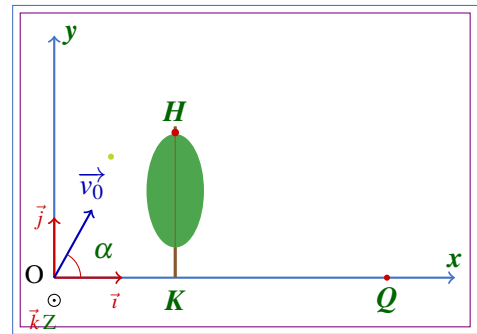
Donnée : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $v_0 = 1000 \text{ m.s}^{-1}$ et $h = 2 \text{ m}$

Exercice 4 :

Durant une séance d'entraînement et en absence du vent, un joueur de golf a essayé de trouver les conditions initiales pour envoyer une balle de golf de masse m d'un point **O**. Et le faire tomber dans un trou **Q**, un arbre de hauteur **H** se trouvant entre le point **O** et le trou **Q**.

La poussée d'Archimède et les frottements sont négligeables.

À l'instant $t_0 = 0$, le joueur a envoyé la balle d'un point **O** avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ forme un angle α avec le plan horizontal, Etudions le mouvement du centre d'inertie **G** du ballon dans le repère $R(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.



- 1) Déterminer les composantes de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ du centre d'inertie **G** du ballon.
- 2) En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les composantes de l'accélération du centre d'inertie **G** du ballon de la balle.
- 3) On se basant sur les résultats de la question précédente et par intégration, trouver les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}_G$ du centre d'inertie **G** de la balle.
- 4) Déterminer les composantes du vecteur position $\vec{OG}$ du centre d'inertie **G** du ballon.
- 5) Montrer que l'équation de la trajectoire du centre d'inertie **G** du ballon s'écrit sous la forme suivante :

$$y(x) = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan(\alpha).$$
- 6) On considère un point **B** de la trajectoire du centre d'inertie **G** du ballon d'abscisse $x_B = OK$ et d'ordonnée $y_B = KB$.
 - a) Calculer la valeur de l'ordonnée y_B du centre d'inertie **G** du ballon au point **B**.
 - b) Vérifier que la balle dépasse l'arbre sans le toucher.
- 7) Trouver les coordonnées de **P** point d'impact de la balle avec l'axe des abscisses (**Ox**).
- 8) La balle est-elle tombée dans le trou **Q** ? Justifier la réponse.
- 9) Calculer la vitesse de la balle lorsqu'elle passe par le point d'impact **P**.