ω_1 et ω_2 sont les solutions particulières des équations différentielles :

$$\begin{cases} L\omega_1 - \dfrac{1}{C\omega_1} = -R(1) \\ L\omega_2 - \dfrac{1}{C\omega_2} = R(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} LC\omega_1^2 + RC\omega_1 - 1 = 0 \\ LC\omega_2^2 - RC\omega_2 - 1 = 0 \end{cases}$$

(2) - (1) donne : $LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 + \omega_1)$

$\Rightarrow \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \dfrac{R}{L}$.

$\Delta\omega = \dfrac{R}{2\pi L}$.

Scanné avec CamScanner

Exercice résolu n°1 :

1- Observation :

A l'écran de l'oscilloscope, on visualise deux courbes qui atteignent leurs maximums et leurs minimums au même temps : on dit que les grandeurs $u(t)$ et $i(t)$ (ou représenté par $u_R(t)$) sont en phase.

Conclusion :

Lorsque la fréquence N du générateur est égale à la fréquence propre du circuit R,L,C, la tension aux bornes du générateur ou du circuit R,L,C de même intensité du courant électrique qui le traverse sont en phase : On dit qu'il y a résonance d'intensité.

2- La résonance d'intensité :

- $N = N_0$ (ou pulsation ω du courant du GBF
- égale à la pulsation propre ω_0 du dipôle) ;
- les courbes de $u(t)$ et $i(t)$ sont en phase, donc la différence de phase $\varphi_{u/i} = 0$.

- Or $\tan \varphi_{u/i} = \dfrac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} = 0$, par conséquent $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

soit $LC\omega^2 = 1$.

- Or $\cos \varphi_{u/i} = \dfrac{R+r}{Z} = 1$, par conséquence $Z = R+r$

a) Traçons la courbe $I = f(N)$ appelé courbe de résonance sur un papier millimétré.

Echelle $\begin{cases} 1\,cm \text{ pour } 50\,Hz \\ 1\,cm \text{ pour } 1\,mA \end{cases}$

3- Définition :

La bande passante :

On appelle bande passante la différence des fréquences (ou des pulsations) qui provoquent pour une même tension des courants d'intensité efficace

$I(N_1) = I(N_2) = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$.

$\Delta N = N_2 - N_1$ ou $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

b) Démonstrons à partir $I = \dfrac{U}{Z}$ la formule $\Delta\omega = \dfrac{R}{L}$.

$I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow Z = \dfrac{U}{I_0}\sqrt{2} \Rightarrow Z = R\sqrt{2}$

Elevons chaque membre au carré et remplaçons Z par son expression :

$Z^2 = 2R^2 \Rightarrow R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2 = 2R^2$

$\Rightarrow L\omega - \dfrac{1}{C\omega} = \pm R$.

Scanné avec CamScanner

$$U_{Rm}^2 = I_{Rm}^2 \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 + R^2$$

$$U_{Rm} = I_{Rm}\sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 + R^2}$$

$$u(t) = u_R + u_L + u_C$$

$$= RI_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

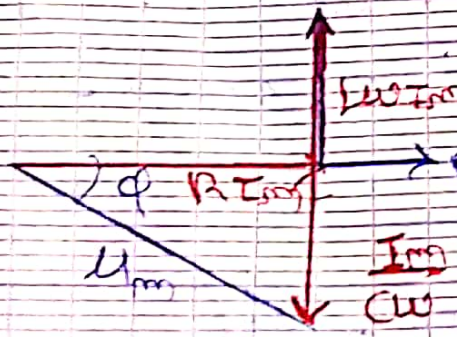
$$u(t) = U_m \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

Remarque:

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} \qquad \varphi > 0$$

1er cas: $\frac{1}{C\omega} > L\omega$.

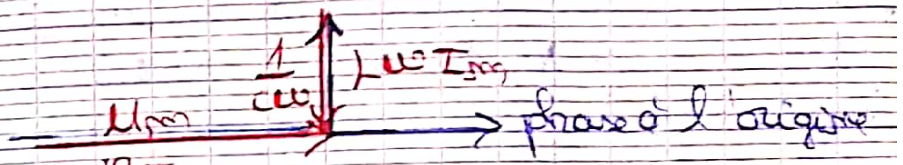


$$Z = \frac{U_m}{I_m} \Rightarrow U_m = I_m\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad (\varphi < 0)$$

2ème cas: $L\omega = \frac{1}{C\omega}$



$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{RI_m}{I_m} = R$$

$$Z = R \qquad \varphi = 0\,\text{rad}$$

Remarque:
Si la bobine est résistance.

$$Z = R + r$$

Activité 4: Résonance d'intensité d'un circuit RLC série.

Résonance d'intensité:

Dipôle 1 : u et i sont en phase, $\Delta t = 0$ alors $\varphi = 0$

Dipôle 2 : u est en avance sur i

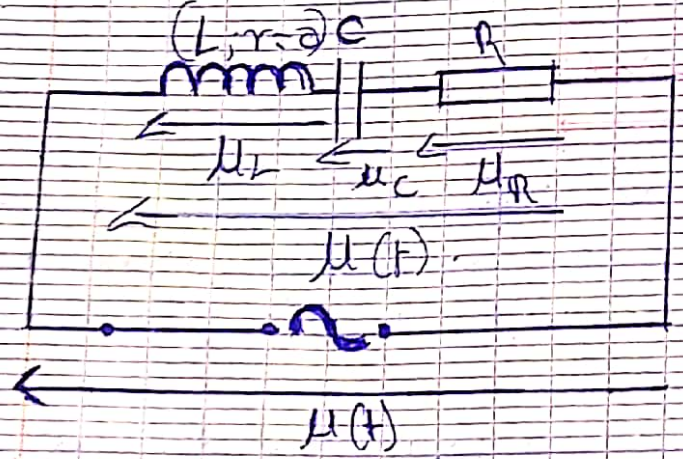
On sait que : $|\varphi| = \frac{2\pi}{T}\Delta t$ | $\Delta t = 1 \times 2{,}5\,ms$; $T = 4 \times 2{,}5\,ms$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \frac{2\pi \times 2 \times 2{,}5\,ms}{8 \times 2{,}5\,ms} = \frac{\pi}{2}\,rad$$

$$\Rightarrow \boxed{|\varphi| = \frac{\pi}{2}\,rad}$$

➔ Etude théorique d'un circuit RLC série en régime sinusoïdale forcé :

Considérons le circuit RLC schématisé ci-dessous :



1) La équation différentielle du circuit :

$$u(t) = u_L + u_C + u_R = \frac{L di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri$$

$$\boxed{u(t) = L\ddot{q} + \frac{q}{C} + R\dot{q}}$$

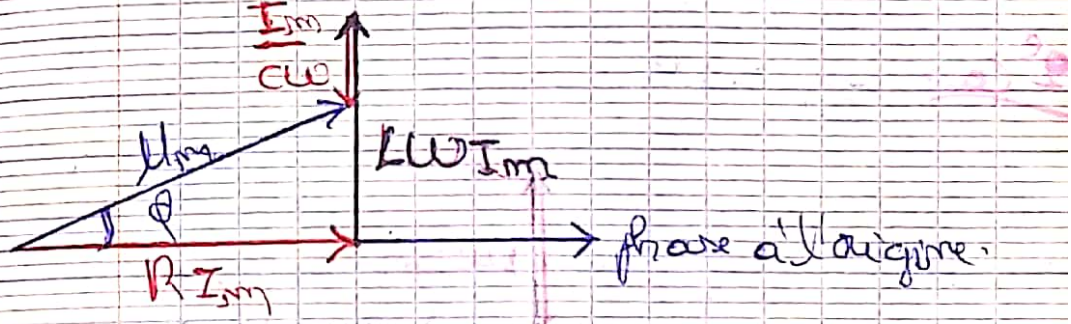
2) Le diagramme de Fresnel des tensions :

$u_L = L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ | $L\omega I_m$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$u_C = \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ | $\frac{I_m}{C\omega}$; $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$u_R = R I_m \cos(\omega t)$ | RI_m ; $\varphi = 0$

1er Cas : $L\omega > \frac{1}{C\omega}$



$$Z = \frac{U_m}{I_m}$$

$$U_m^2 = \left(L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}\right)^2 + (RI_m)^2$$

Scanné avec CamScanner

$U_{pm}^2 = r^2 I_m^2 + (L\omega)^2 I_m^2 = I_m^2 (r^2 + (L\omega)^2)$

$\Rightarrow U_m = \sqrt{I_m^2 (r^2 + (L\omega)^2)} = I_m \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$

$\Rightarrow Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{I_m \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}}{I_m}$

$\Rightarrow \boxed{Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}} \ (\Omega)$

Remarque: $r = 0 \Rightarrow Z_1 = \sqrt{(L\omega)^2} = L\omega \Rightarrow Z_1 = L\omega$

Phase φ:

$\tan\varphi = \frac{L\omega I_m}{r I_m} = \frac{L\omega}{r}$

$\boxed{\tan\varphi = \frac{L\omega}{r}} \Rightarrow \boxed{\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{r}\right)}$

Activité 2: Etude d'un circuit RLC série

Exploitation partielle 2.A:

1) Les deux grandeurs observées à l'oscilloscope sont: sur la voie Y_1: la tension U_{AB} aux bornes du GBF ou du dipôle RLC.

Sur la voie Y_2: la tension U_{BD} aux bornes du conducteur ohmique.

La tension U_{AB} aux bornes du conducteur ohmique était proportionnelle à l'intensité i du courant électrique, on sait que les variations de U_{BD} sont proportionnelles à celle de l'intensité i du courant ($U_{BD} = Ri$). Soit $i(t) = I_m \cos(\omega t) = I \sqrt{2}\cos(\omega t)$

$U_m \cos(\omega t - \varphi_{u/i})$.

Les oscillogrammes représentent les variations de l'intensité du courant et de la tension aux bornes du dipôle RLC.

2) Déterminons la phase de la tension $u(t)$ par rapport à l'intensité $i(t)$ du courant noté $\varphi_{u/i}$

on sait que $|\varphi| = \frac{2\pi}{T}\Delta t$; $\Delta t = 1{,}5$ ms ; $T = 4 \times 5$ ms

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \frac{2\pi \times 1{,}5 \times 5\text{ms}}{4 \times 5\text{ms}} = \frac{\pi}{2}$ rad

$\boxed{|\varphi| = \frac{\pi}{2} \text{ rad}}$

Dans le cas de l'expérience (courbe ci-dessus), comme $i(t)$ s'annule en premier avant $u(t)$, alors $i(t)$ est en avance sur $u(t)$; c'est-à-dire $\varphi < 0$ soit $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad

3) Déterminons à partir de l'oscillogramme la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Scanné avec CamScanner

- Elle est égale à la somme des tensions instantanées aux bornes de chaque dipôle : $u = u_1 + u_2 + u_3$
- La tension efficace U aux bornes de l'association en différent de la somme des tensions efficaces :
$U = U_1 + U_2 + U_3$
- L'impédance Z de l'association est différente de la somme des impédances :
$Z \neq Z_1 + Z_2 + Z_3$

Activité 9 : Etude de quelques dipôles en courant alternatif

Synthèse partielle 9 :

Le diagramme de Fresnel pour chaque dipôle et leur impédance Z et leur déphasage

- **Diagramme de Fresnel :**

On sait que : $U_R = Ri = R I_m \cos(\omega t)$.

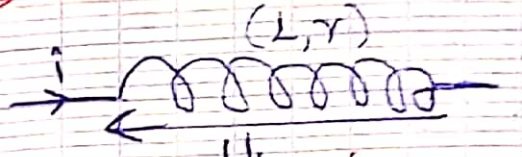
$U_R \begin{cases} U_{Rm} = R I_m \\ \varphi = 0 \end{cases}$

$R I_m$ → (phase à l'origine)

$Z_R = \frac{U_R}{I} = \frac{U_{Rm}}{I_m}$ avec $U_{Rm} = R I_m \Rightarrow Z_R = \frac{R I_m}{I_m}$

$Z_R = R$; Phase φ $\varphi = 0$

Bobine parfaite



- Diagramme de Fresnel :

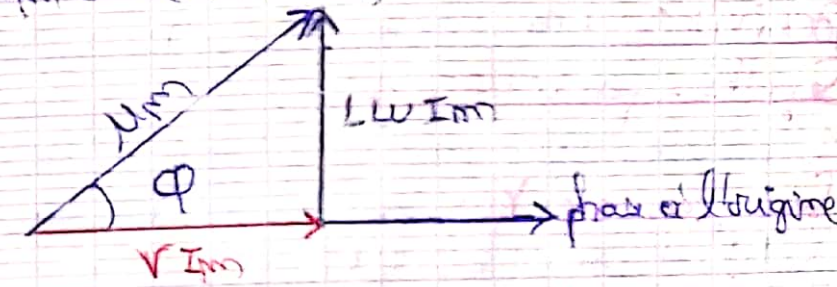
$U_b = ri - e = ri + L\frac{di}{dt} = r I_m \cos(\omega t) + L\frac{di}{dt}$

$U_b = r I_m \cos(\omega t) - L\omega I_m \sin(\omega t)$

$= r I_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$U_b = r I_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

avec $U_b = U_{bm} \cos(\omega t + \varphi)$



- L'impédance :

$Z_b = \frac{U_b}{I_m}$

$$W = \frac{R I_m^2 T}{2}$$

D'après la définition de l'intensité efficace $W = W$

$$\Leftrightarrow R I^2 T = \frac{R I_m^2 T}{2} \Rightarrow \boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

La tension efficace U:

$$u = R \cdot i = R(I_m \cos(\omega t)) = R I_m \cos(\omega t)$$
$$= U_m \cos(\omega t).$$

on en déduit $U_m = R I_m$

U_m : est la tension maximale ou amplitude de la tension

~~U_m : est la tension maximale ou amplitude de~~

$$\Rightarrow R I_m \Rightarrow U_m = R I \sqrt{2} \Leftrightarrow U_m = R I \sqrt{2} \text{ avec } I_m = I\sqrt{2}$$

$$U = RI \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

$$U_m = R\left(\frac{U}{R}\right)\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}}$$

3- Enoncé de la loi d'Ohm en courant alternatif

La tension efficace U aux bornes d'un dipôle est le produit de son impédance Z par l'intensité efficace I du courant qui le traverse.

$$\boxed{U = ZI}$$

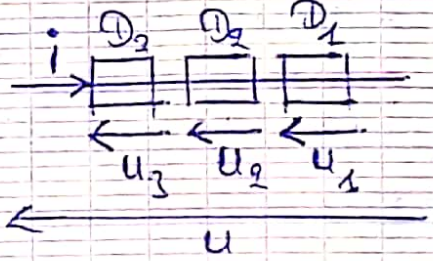
Déduisons l'expression de l'impédance Z:

* $U = ZI \Rightarrow \boxed{Z = \frac{U}{I}}$

* On sait que $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ et $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, on peut écrire également $U_m = Z \cdot I_m \Rightarrow Z = \frac{U_m}{I_m}$

Les lois du courant alternatif

Considérons trois dipôle D_1, D_2 et D_3 traversés par un courant alternatif d'intensité $i = I_m \cos(\omega t)$



Soient u_1, u_2, et u_3 les tensions instantanées aux bornes de ces dipôles et U_1; U_2; U_3 les valeurs efficaces de ces tensions. Les impédances respectives de ces dipôles sont Z_1, Z_2 et Z_3

- la tension instantanée u aux bornes de l'ensemble

chaud.

5- Donner l'expression de l'énergie produite Q en J.

$q \xrightarrow{} T$
$Q \xrightarrow{} t$ $\Rightarrow$ $\boxed{t = \frac{Q \times T}{2\pi}}$ $\boxed{|Q| = \frac{2\pi}{T} t}$

6) Justifier que le courant alternatif est plus dangereux que le courant continu.

Effet Calorifique (dégagement de chaleur par effet Joule dangereux pour l'organisme).

Effet chimique (décomposition de l'eau par électrolyse).

Effet magnétique (champ magnétique nécessaire à l'utilisation d'un solénoïde).

Courants alternatifs sinusoïdaux:

Synthèse partie C 1°:

1- Définir:

L'intensité efficace I: d'un courant alternatif est égale à l'intensité I d'un courant continu qui passant dans la même conducteur ohmique R produirait pendant chaque période, le même dégagement de chaleur.

L'intensité efficace est l'intensité d'un courant constant qui, traversant un conducteur ohmique pendant une durée égale à une période, produit la même quantité de chaleur que le courant alternatif.

La tension efficace U: aux bornes d'un dipôle est égale au quotient de la tension maximale U_m à ses bornes par $\sqrt{2}$.

2- Expressions:

L'intensité efficace I:

Soit $i = I_m \cos(\omega t)$

$W = Q = R \cdot I^2 \cdot T$: l'énergie dissipée par un système R sur une période T.

$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow dW = Pdt \Rightarrow W = Q = \int_0^T RI^2 dt$

$W = \int_0^T R\left(I_m \cos(\omega t)\right)^2 dt = RI_m^2 \int_0^T \cos^2(\omega t)\, dt$

on sait que $\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 \omega t = \frac{1+\cos 2\omega t}{2}$

$W = RI_m^2 \int_0^T \left(\frac{1+\cos 2\omega t}{2}\right) dt$

$= \frac{RI_m^2}{2} \int_0^T \left(1 + \cos(2\omega t)\right) dt$

$= \frac{RI_m^2}{2} \left[T + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega T)\right]$

avec $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right) = 0$

Scanné avec CamScanner

Chapitre 1 : Circuit RLC

Activité 1 : Généralités sur le courant alternatif sinusoïdal et effets

Caractéristiques d'un courant alternatif sinusoïdal

1. Définitions :

Un courant alternatif : Un courant alternatif sinusoïdal est un courant dont l'intensité i est une fonction sinusoïdale du temps. Il change deux fois de signe pendant une période.

2) Tension aux bornes d'un dipôle : Intensité du courant alternatif et de la tension alternative :

- Intensité du courant alternatif :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

I_m : Intensité maximale
ω : la pulsation par le générateur.
φ_i : phase à l'origine.

Remarque :

- Un courant alternatif sinusoïdal est délivré par un générateur de basse fréquence (GBF).
- La pulsation représentée est :
- Il existe différents type de courant :
  - Courants basses fréquences (BF) : N = 50 Hz. Les courants à usage domestique.
  - Courant de fréquence moyenne : N = 900 Hz. Les lignes téléphoniques.
  - Courant de haute fréquence : 10^5 Hz à 10^11 Hz. Les radars des circuits électroniques.

- La tension alternative :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

U_m : la tension maximale
ω : la pulsation imposée par le générateur
φ_u : phase à l'origine

2) Définition de la déphasage φ_u ou φ : est la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Remarque :

On appelle différence de phase entre $u(t)$ et $i(t)$ la grandeur : $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$ ou $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

- Si $\varphi > 0$, on dit que la tension est en avance par l'intensité.
- Si $\varphi < 0$, on dit que la tension est en retard sur l'intensité.
- Si $\varphi = 0$ on dit que la tension et l'intensité sont

Analogies entre grandeurs mécanique et électrique

lation	Energie potentielle élastique maximale $E_{pmax} = \frac{1}{2} k x_m^2$	Energie magnétique maximale (condensateur) $E_{cmax} = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$
	m (masse)	L (inductance)
	k (constante de raideur)	$\frac{1}{C}$ (Capacité)
	$v = \frac{dx}{dt} = x'(t)$ (vitesse)	$i = \frac{dq}{dt} = q'$ (Intensité)
	$F = -kx$ (force)	$u = \frac{q}{C}$ (tension)
	$a = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$ (accélération)	$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ (dérivée)
	x (elongation)	q (charge électrique)

Solution:

$\omega_1 = 500 \text{ rad/s}$

1- Calculons la capacité du condensateur.

$L = 0,2 \text{ H}$

$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_1^2} = \frac{1}{0,2 \times (500)^2} = 2 \cdot 10^{-5}$

$\boxed{C = 2 \cdot 10^{-5} \text{ F}}$

2) $q_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

2-1- L'expression du u_c

$u_c = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow u_c = \frac{q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)}{C}$

$u_c = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t + \varphi)$

2-2- L'expression de $i(t)$

$i(t) = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$q_0 = q_m = 4 \cdot 10^{-3}$ et $\omega_0 = \omega_1 = 500$

$dt = 0 \begin{cases} q = q_0 \\ i(t) = 0 \end{cases}$

$q_m \omega_0 \sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0$

$\begin{cases} \varphi = 0 \\ \text{ou} \\ \varphi = \pi \end{cases}$

$dt = 0 \; ; \; q_m \cos\varphi > 0$

pour $\varphi = 0 \Rightarrow q_m \cos 0 > 0 \Rightarrow q_m > 0$

pour $\varphi = \pi \Rightarrow q_m \cos\pi > 0 \Rightarrow -q_m < 0$

$\Rightarrow \varphi = 0$

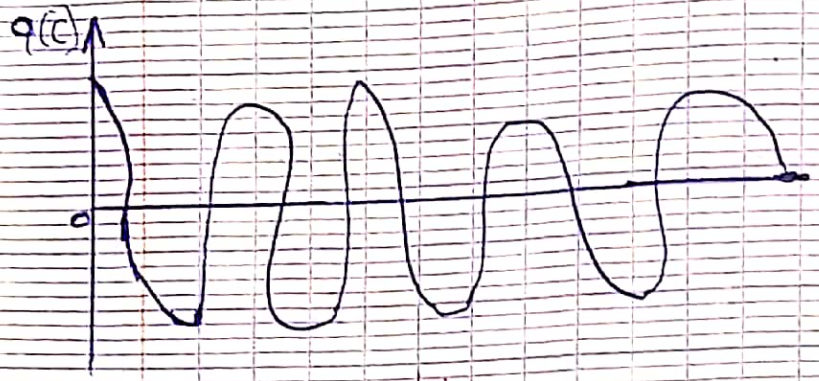
$q_0 = q_m \cos\varphi \Rightarrow q_0 = q_m$

$\boxed{i(t) = -2 \sin(500t)}$

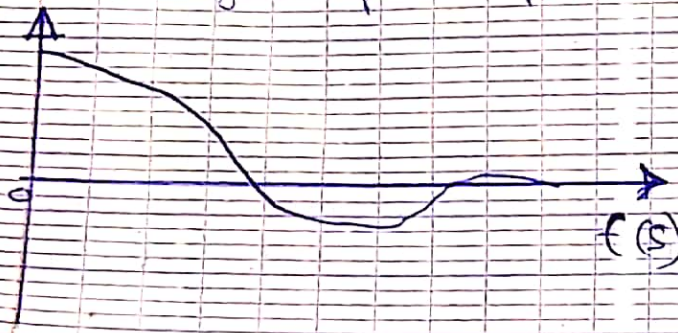
Scanné avec CamScanner

Selon la valeur de R, on distingue plusieurs régimes :

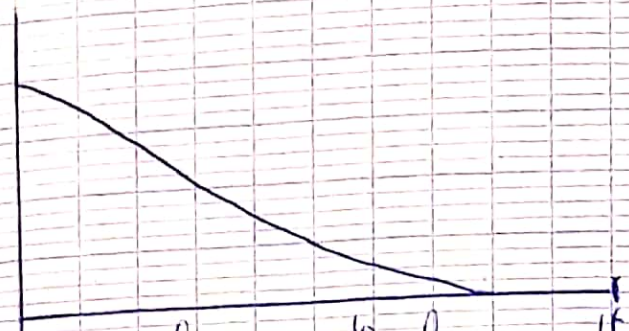
- Régime pseudo-périodique (pour R = 0) :
L'énergie de perte par effet Joule.



- Régime pseudo-périodique pour une résistance R faible : Les pertes par transfert thermiques provoquent un amortissement des oscillations.
L'amplitude diminue la période des oscillations est quasiment égale à période propre de circuit.



- Régime apériodique : Lorsque la résistance R est élevée, il n'y a plus d'oscillations.



Activité : analogie entre les grandeurs électriques et mécaniques libres.

Système		oscillateur mécanique	Circuit oscillant LC
Nom amorti	Equation différentielle	$\ddot{x} + \frac{h}{m}\dot{x} = 0$	$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$
	pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
	Equation de l'oscillation	$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
	Energie mécanique à l'instant t	$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ $E_m = cste$	$E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ $E_T = cste$
	Autres exemples de l'énergie d'oscillation	Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ Energie potentielle élastique : $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$ Energie mécanique : $E_m = E_c + E_{pe}$	Energie magnétique : $E_m = \frac{1}{2}Li^2$ Energie électrique : $E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ Energie totale : $E_T = E_m + E_e$
	Energie maximale	$E_{max} = \frac{1}{2}mV_{max}^2$	$E_{max} = \frac{1}{2}LI_{max}^2$

Scanné avec CamScanner

$E_{C\max} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} C u_{C\max}^2 = \frac{1}{2} q_{\max} u_{C\max}$

$\boxed{E_{C\max} = \frac{1}{2} q_{\max} u_{C\max}}$

2) Etablissons l'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine.

$E_L = \frac{1}{2} L i^2$ avec $i = \frac{dq}{dt}$

$E_L = \frac{1}{2} L \dot{q}^2$ avec $\dot{q} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_L = \frac{1}{2} L \times \frac{1}{LC} q_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$\boxed{E_L = \frac{1}{2C} q_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)}$

Sa valeur maximale est:

$E_{C\max} = \frac{1}{2C} q_{\max}^2$ or $E_C = \frac{1}{2} I_{\max}^2$

3) Etablissons l'énergie totale emmagasinée dans un circuit oscillant amorti

$E_T = E_C + E_L$

$= \frac{q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} q_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$= \frac{1}{2C} q_m^2 \underbrace{(\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))}_{1}$

$= \frac{1}{2C} q_m^2$ $\boxed{E_T = \frac{1}{2C} q_m^2}$ est la constante dont l'énergie totale du circuit oscillant est conservative

Activité 4: Circuit oscillant amorti

Synthèse partielle:

Etablissons l'équation différentielle du circuit

$u_c + u_b = 0$

$u_b = ri - e$ or $e = -L\frac{di}{dt}$ donc $ri = L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$:

$u_b = \frac{r\,dq}{dt} + \frac{L\,d^2q}{d^2t^2} \Rightarrow u_b = \frac{r\,dq}{dt} + L\ddot{q}$

$= r\dot{q} + L\ddot{q}$ et $u_c = \frac{q}{C}$

$u_c + u_b = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + r\dot{q} + L\ddot{q} = 0$

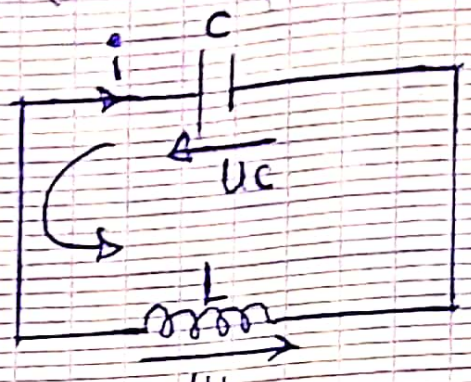
$\frac{q}{C} + r\dot{q} + L\ddot{q} = 0$

Activité 5: Divers régimes oscillatoires

Synthèse partielle 5:

Si la résistance du circuit n'est pas négligeable, l'énergie totale diminue à cause des pertes par effet joule. Les oscillations sont amorties.

1) Etablissons l'équation différentielle du circuit



- la tension aux bornes de la bobine

$u_L = L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow u_L = L\frac{d^2q}{(dt)^2}$

$u_L = L\ddot{q}$ $u_L = L\ddot{q}$

- la tension aux bornes du condensateur

$u_c = \frac{q}{C}$

- D'après la loi d'additivité des tensions

$u_L - u_c = 0 \Rightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{q}{CL} = 0$

$\boxed{\ddot{q} + \frac{1}{CL}q = 0}$ L'équation différentielle

2) Une solution de l'équation

$q(t) = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

q_m : charge maximale ou amplitude en coulombs C

ω_0 : pulsation des oscillations rad

φ : phase initial

$q(t)$: charge électrique

3) Déterminons

- pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

- Fréquence propre : $N_0 = \frac{1}{T_0} \Rightarrow \boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

Activité 3 : Etude énergétique

Synthèse partielle 3 :

1) Etablissons l'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur

$E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ avec $q = Cu$

$E_c = \frac{1}{2}\frac{(Cu)^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{C^2u^2}{C} = \frac{1}{2}Cu^2$

$q = Cu \Rightarrow C = \frac{q}{u}$

$E_c = \frac{1}{2}\frac{q}{u}u^2 = \frac{1}{2}qu$

$\boxed{E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}qu}$

$E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C}\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$\boxed{E_c = \frac{q_m^2}{2C}\cos^2(\omega_0 t + \varphi)}$

q_m maximale est

Valeur

$v = \dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

à $t = 0 \Rightarrow v = -\omega_0 X_m \sin\varphi$

$\Rightarrow -\omega_0 X_m \sin\varphi = 0$

$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

$x = 0 = X_m \cos\varphi > 0$

si $\varphi = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1$

si $\varphi = \pi \Rightarrow \cos(\pi) = -1$ à rejeter

donc $\varphi = 0$ rad

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ou $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$\omega_0 = 15,81$ rad/s

$a = \frac{X_m \cos\varphi \Rightarrow a = X_m \cos(0)}{\text{donc } a = 2.10^{-2}\cos(15,81t)} = X_m = 2.10^{-2}$ m

OSCILLateurs électrique libres

circuit oscillant LC

Activité 1: Décharge d'un condensateur dans une conductance pure.

Synthèse partielle 1:

On place l'interrupteur en position 1, le condensateur se charge sous la tension imposé par le générateur

- la charge $U_{EN} = U_{AB}$
- à l'instant $t = 0$, on bascule l'interrupteur de la position 1 à la position 2. Le condensateur chargé n'est pas en équilibre: il se décharge donc dans la bobine. Un courant d'intensité variante circule dans le circuit et crée une f.é.m d'auto-induction.
- Quand la charge du condensateur s'annule, un courant induit circule et charge donc à nouveau le condensateur en sens inverse, l'état d'équilibre qui correspond à la charge nulle du condensateur est donc dépassé. Le condensateur se charge à nouveau et ainsi de suite: le circuit oscille.

Activité 2: Etude théorique.

Synthèse partielle 1:

Scanné avec CamScanner

$E_p = \frac{1}{2} C\theta^2$

$E_p = \frac{1}{2} C (\theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$

$E_p = \frac{1}{2} C\theta_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2$

$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta [-\omega_0 \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)]^2$

$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_0^2 \theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \times \frac{C}{J_\Delta} \theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2} C\theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_m = E_c + E_p$

$= \frac{1}{2} C\theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} C\theta_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$= \frac{1}{2} C\theta_m^2 (\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi))$

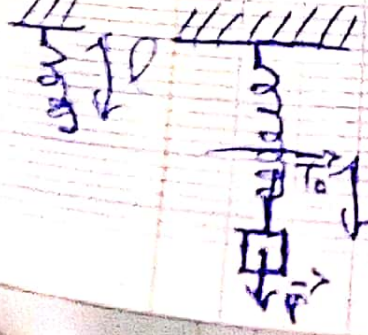
$E_m = \frac{1}{2} C\theta_m^2$

Exercice:

Données:

$m = 200.10^{-3}$ kg, $\Delta l = 4$ cm $= 4.10^{-2}$ m, $g = 10$ m/s^2

1) La constante de raideur k du ressort qu'il a utilisé



Système: pendule élastique vertical

Référentiel: Terrestre

Bilan des forces: $\{\vec{P}; \vec{T_0}\}$

D'après TCI

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{T_0} = \vec{0}$

En module $P - T_0 = 0$

$P = T_0 \Leftrightarrow mg = k\Delta l$

$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{200.10^{-3} \times 10}{4.10^{-2}} = 50$

$k = 50$ N/m

2-1- La valeur de période.

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,2}} = 15,81$ rad/s

$T_0 = \frac{2\pi}{15,81} = 0,39$ s

$T_0 = 0,39$ s

La valeur qui s'affiche sur le chronomètre à l'instant où la masse achève sa 1ère oscillation est:

$T_0 = 0,39$ s

2) $a = 2$ cm $= 2.10^{-2}$

2-1) Etablissons l'équation horaire $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$t = 0$ $\begin{cases} x = a > 0 \\ v = x' = 0 \end{cases}$

1) Définition : Un pendule de torsion est un système constitué d'un solide suspendu par son centre de gravité à un fil de torsion.

2) Établissons l'équation différentielle d'un pendule élastique vertical :

Système : Pendule de torsion

Référentiel : Terrestre

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$, $\vec{Mc}$

D'après RFD $\sum \mathcal{M}_{ext} = J_\Delta \ddot{\theta}$

$\mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{T}} + \mathcal{M}_{Mc} = J_\Delta \ddot{\theta}$

avec $\mathcal{M}_{\vec{P}} = 0$; $\mathcal{M}_{\vec{F}} = 0$ et $\mathcal{M}_{Mc} = -C\theta$

$\mathcal{M}_{Mc} = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$

$J_\Delta \ddot{\theta} + C\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$$ Equation différentielle

J_Δ : moment d'inertie en $kg.m^2$

C : Constante de torsion en $N.m/rad$

3) Déduisons l'équation horaire

$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

θ : Élongation angulaire en rad ou axe angulaire

θ_m : amplitude angulaire en rad.

NB : Le pendule de torsion est un pendule harmonique

4) Déterminons :

- Pulsation propre :

$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -\omega_0 \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \theta$

$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{C}{J_\Delta}\theta \\ \ddot{\theta} = -\omega_0^2 \theta \end{cases} \Rightarrow \ddot{\theta} = \ddot{\theta} \Leftrightarrow -\omega_0^2 \theta = -\frac{C}{J_\Delta}\theta$

$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{C}{J_\Delta} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}}$

- Période propre :

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}}$

- Fréquence propre :

$N_0 = \frac{1}{T_0} \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$

$\boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}}$

5) Faisons une étude :

Scanné avec CamScanner

$= \frac{1}{2} m \frac{K}{m} x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2} K x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

Energie mécanique : elle la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle

L'expression :

$E_m = E_c + E_p$

$E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} K x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$= \frac{1}{2} K x_m^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$

1

$E_m = \frac{1}{2} K x_m^2$

2) Déduisons l'expression de E_m en fonction de la vitesse maximale V_{max}

$V = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

La vitesse maximale a amplitude de la vitesse est :

$V_{max} = \omega_0 t + \varphi$ $V_{max} = \omega_0 x_m$

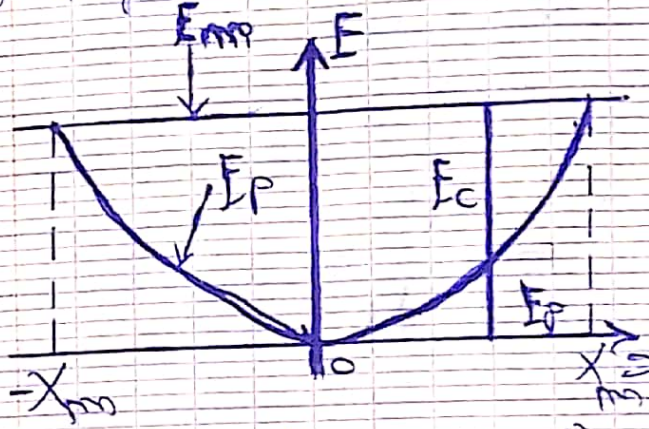
$x_m = \frac{V_{max}}{\omega_0}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

① on $E_m = \frac{1}{2} K \left(\frac{V_m}{\omega_0}\right)^2 = \frac{1}{2} K \frac{m}{K} V_m^2$

$E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$

3) Représentation graphique des énergies :

- La courbe de l'énergie potentielle est une parabole dont la concavité est tournée vers le haut : la valeur est dans un puits ou une cuvette de potentiel.
- Au cours des oscillations, il y a transformation réciproque d'énergie potentielle en énergie cinétique - A chaque instant $E_c + E_p = E_m = \text{Constante}$



$E_p = E_m$ $E_p = 0$ $E_p = E_m$

$E_c = 0$ $E_c = E_m$ $E_c = 0$

Activité 3 : oscillateurs mécanique et pendules

- Pendule de torsion : Définitions et étude dynamique :

Système pendulaire :

$\Rightarrow mg - k(\Delta\ell + x) = ma$

$mg - k\Delta\ell - kx = ma$ (0)

$-kx = ma \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$

$\Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ | équation différentielle

2) Equation horaire d'un pendule élastique.

$x = x_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$ ou $x = x_m \sin(\omega_0 t - \varphi)$

3) Vérifions que x est solution de l'équation.

$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = -\omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = -\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{k}{m} x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$= x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)(-\omega_0^2 + \frac{k}{m})$

Pour que x soit solution il faut que $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$ (s)

$\boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$ (H_z)

Synthèse partielle 2.2

1) Définitions

Energie potentielle E_p : se définit comme étant l'énergie emmagasinée dans les objets élastiques (ressorts, élastiques) lorsque ces derniers sont comprimés ou étirés par rapports à leur position naturelle.

Son expression est :

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ avec $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$E_p = \frac{1}{2}k x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Energie cinétique est l'énergie qu'il possède du fait de son mouvement.

Son expression est :

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2}m \cdot \omega_0^2 x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

Scanné avec CamScanner

Activité 3 : oscillateurs mécanique de la translation

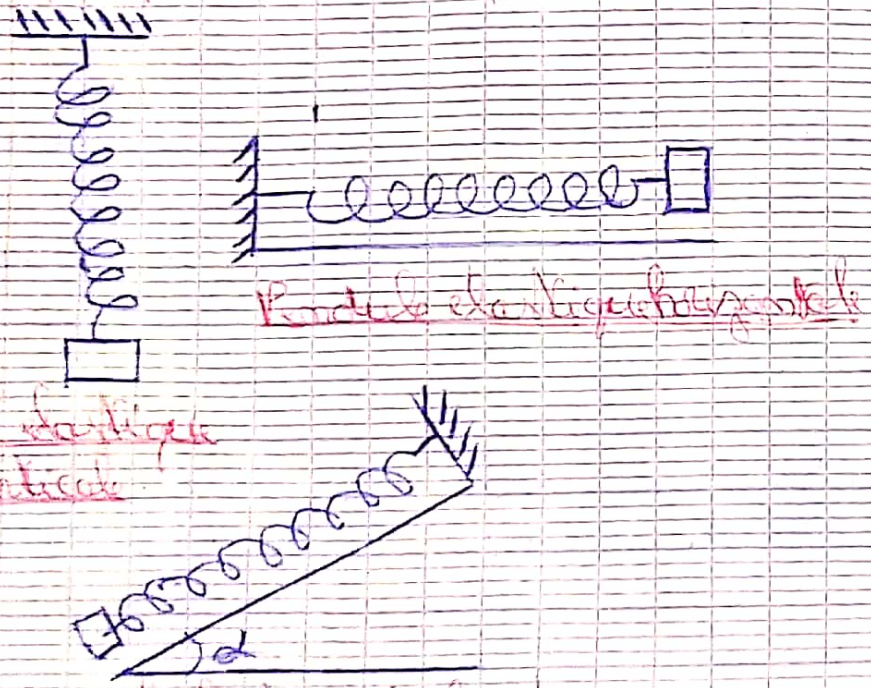
Guide de cours

Sous-titre partie 1

1) Définition :

Un pendule élastique est un système de ressort (horizontal ou vertical) et d'un solide de masse m capable de se mettre en mouvement d'oscillation

2- Exemple pendule élastiques :

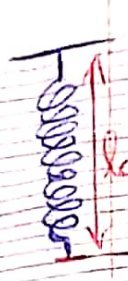


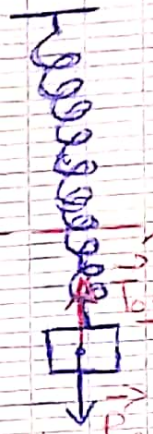
Pendule élastique horizontale

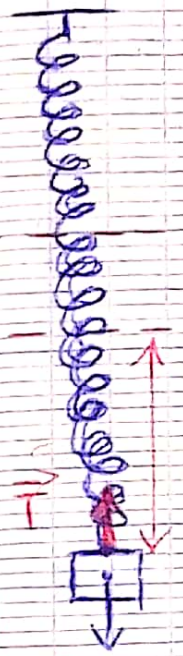
Pendule élastique verticale

Pendule élastique inclinée

2) Etudions l'équation différentielle







A l'équilibre

Système : Ressort

Référentiel : Terrestre

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{T_0}$

D'après TCI : $\sum \vec{F_{ext}} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{T_0} = \vec{0} \Rightarrow P - T_0 = 0 \Rightarrow mg - k\Delta l = 0$

En mouvement

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{T}$

D'après TCI : $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{T} = \vec{a} \Rightarrow P - T = mg - mx''$

Dans le triangle F_2KF_1

$\sin\alpha = \frac{F_2K}{F_2F_1} = \frac{\delta}{a}$

$\sin\alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\delta}{a}$

Dans le triangle $OO'H$

$\tan\alpha = \frac{HO'}{OO'} = \frac{x}{D}$

$\tan\alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{x}{D}$

$\alpha = \alpha \Rightarrow \frac{\delta}{a} = \frac{x}{D} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

9) La longueur d'onde de la lumière employée

$\delta = \frac{2.10^{-3} \times 2.10^{-3}}{2} = 2.10^{-6}$

$\boxed{\delta = 2.10^{-6}\ m}$

$\delta = V\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{\delta}{V} = \frac{2.10^{-6}}{H} = 5.10^{-7}$

$\boxed{\lambda = 5.10^{-7}\ m}$

Oscillations mécaniques libres:

Activité 1: Définition

Synthèse partielle 1:

1) Définitions:

Un oscillateur est un système mécanique ou électrique qui est siège d'un phénomène périodique.

- Oscillateur mécanique est un mouvement de va et vient autour d'une position d'équilibre.

Exemple: pendule élastique, balançoire, Diapason

- Oscillateur libre, un oscillateur écarté de sa position d'équilibre et abandonné à lui même oscille librement avec sa propre fréquence N_0.
- Oscillateur amorti, et oscillateur effectue devant obtient une amplitude qui diminue progressivement.
- Oscillation harmonique est des harmoniques si son abscisse par rapport à sa position d'équilibre est une fonction sinusoïdale du temps.

$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

x: élongation

x_m: amplitude maximale

ω_0 = pulsation

φ : la phase à l'instant initiale

$\omega_0 t + \varphi$ = la phase à l'instant t

a) Franges brillantes :

$$\begin{cases} P = \frac{\delta}{\lambda} \\ \delta = k\lambda \end{cases} \Rightarrow P = \frac{k\lambda}{\lambda} \Rightarrow P = k \; ; \; k \in \mathbb{Z}$$

b) Franges sombres :

$$\begin{cases} P = \frac{\delta}{\lambda} \\ \delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{(2k+1)\lambda}{2\lambda} = k + \frac{1}{2}$$

$P = k + \frac{1}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$

3) Relation entre P, i, d :

$$\begin{cases} P = \frac{\delta}{\lambda} \\ \delta = \frac{ax}{D} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{\frac{ax}{D}}{\lambda} = \frac{ax}{D\lambda}$$

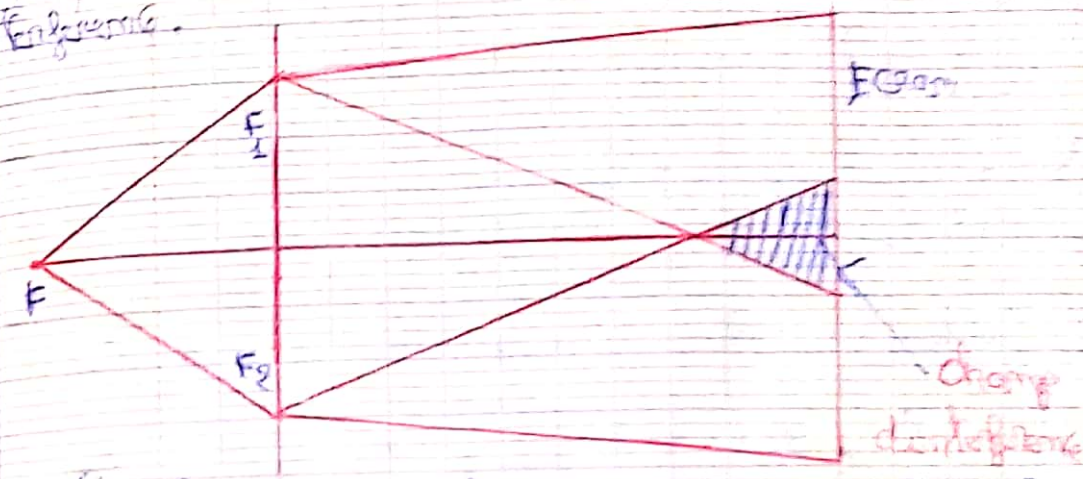
or $a : i = \frac{a\lambda}{a}$

$$P = \frac{a}{D\lambda} ix = \frac{1}{i} x \Rightarrow P = \frac{x}{i}$$

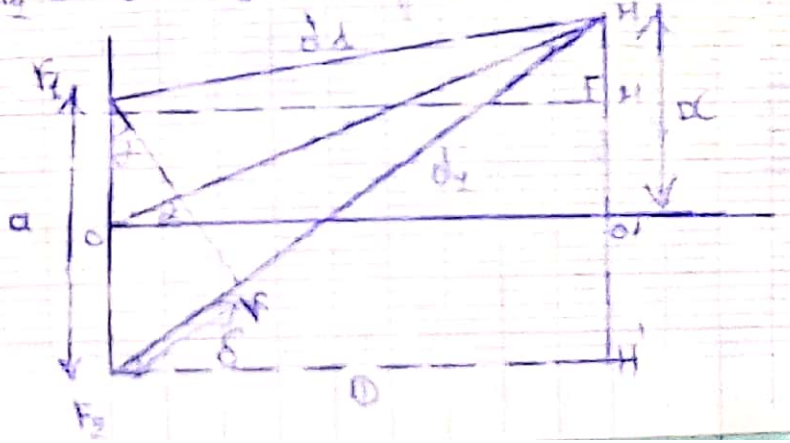
1) Cl. Young :

1) Données : $a = 2\,mm$, $D = 2\,m$, $\sigma = 2 \times 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3}\,m$

2) Faisons un schéma du dispositif expérimental des fentes de Young et indiquons le champ d'interférence.



3) Établissons la relation qui donne la différence de marche des vibrations lumineuses issues de F_1 et F_2 et arrivant au point M de l'écran.



Scanné avec CamScanner

Remarque: La distance entre franges consécutives de couleurs différentes.

Position de franges brillantes d'ordre k:

$$x_k = \frac{k\lambda D}{a}$$

Position de franges sombres d'ordre k

$$x'_k = (2k+1)\frac{\lambda D}{2a}$$

$$i' = x'_k - x_k = (2k+1)\frac{\lambda D}{2a} - \frac{k\lambda D}{a}$$

$$= (2k-1)\frac{\lambda D}{2a} - \frac{2k\lambda D}{2a}$$

$$= (2k+1-2k)\frac{\lambda D}{2a} = \frac{\lambda D}{2a} \Rightarrow i' = \frac{\lambda D}{2a}$$

$$\boxed{i' = \frac{i}{2}}$$

Ordre d'interférence:

1) Définition: On appelle ordre d'interférence le quotient de la différence par la longueur d'onde λ.

$$p = \frac{\delta}{\lambda}$$

2) Son expression:

Interfrange c'est la distance entre deux franges consécutives de même nature

Positions de frange d'ordre $K+1$

$$x_{K+1} = (K+1)\frac{\lambda D}{a}$$

$$i = x_{K+1} - x_K = (K+1)\frac{\lambda D}{a} - \frac{K\lambda D}{a}$$

$$i = (K+1-K)\frac{\lambda D}{a} - \frac{K\lambda D}{a}$$

$$i = (K+1-K)\frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

pour les franges sombres $x_K = (2K+1)\frac{D\lambda}{2a}$

* Pour les franges sombres:

Positions de frange d'ordre $K+1$ $x_{K+1} = (2(K+1)$

$$x_{K+1} = (2K+3)\frac{\lambda D}{2a}$$

Positions de frange d'ordre K:

$$i = x_{K+1} - x_K = (2K+3)\frac{\lambda D}{2a} - (2K+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$i = (2K+3-2K-1)\frac{\lambda D}{2a} \Rightarrow \frac{2\lambda D}{2a} = \frac{\lambda D}{a}$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

Scanné avec CamScanner

1) Déterminons la différence de marche dans ce

que Cas suivants.

a) Cas d'une frange brillante:

D'où:

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=1$$

$$\frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=k\pi \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=k\pi$$

$$d_2-d_1=k\lambda$$

$$\boxed{\delta=k\lambda}$$

b) Cas d'une frange sombre:

$$\delta=0 \Rightarrow 2\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=0$$

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=0 \text{ et } 2a\neq 0$$

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=0 \text{ et } \frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=\frac{\pi}{2}+k\pi$$

$$\frac{\pi}{\lambda}(d_2-d_1)=\frac{\pi(1+2k\pi)}{2} \Rightarrow d_2-d_1=\frac{(2k+1)\lambda}{2}$$

$$\boxed{\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}}$$

* Positions des franges:

1) Déterminons la position des franges

a) Positions des franges brillantes

On sait que:

$$\begin{cases}\delta=k\lambda\\ \delta=\frac{ax}{D}\end{cases}$$

$$\delta=\delta \Rightarrow k\lambda=\frac{ax}{D} \Rightarrow ax=k\lambda D \Rightarrow x=\frac{k\lambda D}{a}$$

brillante/et d'ordre

$$\boxed{x=\frac{k\lambda D}{a}}, \quad k\in\mathbb{Z}$$

x: Frange central du champ d'interfé

Pour $k=0 \Rightarrow x=0$ correspond au point O milieu

b) Positions des franges sombres

On sait que:

$$\begin{cases}\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}\\ \delta=\frac{ax}{D}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \delta=\delta \Rightarrow (2k+1)\frac{\lambda}{2}=\frac{ax}{D}$$

$$\boxed{x=(2k+1)\frac{\lambda D}{2a}} \quad k\in\mathbb{Z}$$

2) L'interfrange

* Pour les franges brillantes:

Positions de frange d'ordre k:

$$x_k=\frac{k\lambda D}{a}$$

Scanné avec CamScanner

$d_2 - d_1 = \frac{2ax}{(d_2+d_1)} = \frac{2ax}{2D} = \frac{ax}{D}$

$\boxed{d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}}$ ou $\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

Méthode 2 :

Dans le triangle S_2MS_1

$\sin\alpha = \frac{\delta}{a} \Rightarrow \delta = a\sin\alpha$

$\sin\alpha \approx \alpha$

$\delta = a\alpha$, $\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

Dans le triangle $OO'M$,

$\tan\alpha = \frac{x}{D}$

$\tan\alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{x}{D}$

Or $\delta = a \times \frac{x}{D} = \frac{ax}{D}$

$\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

3) Déterminons l'équation du mouvement résultant en un point M du champ d'interférence

$y_1 = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$ et

$y_2 = a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$

$y_M = y_1 + y_2$

$= a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) + a\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$

$= a\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)\right]$

$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

Posons que :

$p = \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}$ et $q = \omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}$

$\frac{p-q}{2} = \frac{\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} - \omega t + \frac{2\pi d_2}{\lambda}}{2}$

$= \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)}{2} = \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$

$\frac{p+q}{2} = \frac{\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} + \omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}}{2}$

$= \frac{2\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)}{2} = \omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$

$y_M = a\left[2\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right] \times \cos\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)\right]$

$y_M = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\cos\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)\right]$

Scanné avec CamScanner

Les franges brillantes correspondent aux franges d'amplitude maximale.

Les franges obscures (sombres) correspondent aux franges d'amplitudes nulle.

3) Définition: On appelle interférence lumineuse le phénomène résultant de la superposition de deux vibrations lumineuses de même période, se propageant dans un même milieu. Elles peuvent être constructives ou destructives selon les phases relatives des ondes.

Activité 2: Etude théorique.

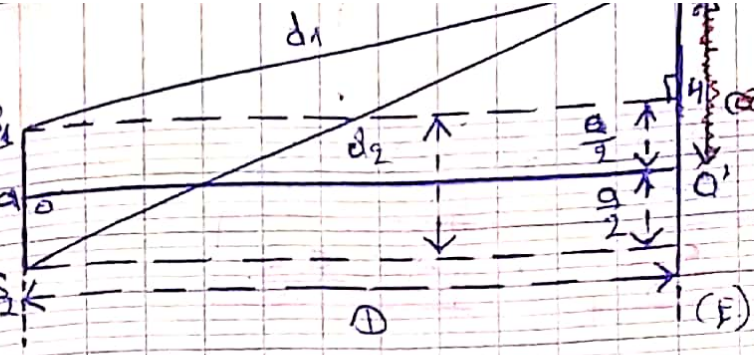
Différence de Marche:

Source ponctuelle S:

1) Définition: La différence de marche entre deux rayons lumineux représente la différence des chemins optiques parcourus par ces deux rayons: $\delta = d_2 - d_1$

2) Etablissons l'expression de la différence de marche:

Méthode 1:



$\delta = S_2H - S_1H = d_2 - d_1$

Dans le triangle $S_2H'H$

$S_2H^2 = S_2H'^2 + HH'^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$

Dans le triangle S_1HH'.

$S_1H^2 = S_1H'^2 + HH'^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$

$S_2H^2 - S_1H^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - [D^2 + (x - \frac{a}{2})^2]$

$= D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - D^2 - (x - \frac{a}{2})^2$

$S_2H^2 - S_1H^2 = (x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2$

$= [(x + \frac{a}{2}) + (x - \frac{a}{2})][(x + \frac{a}{2}) - (x - \frac{a}{2})]$

$(x + \frac{a}{2} + x - \frac{a}{2})(x + \frac{a}{2} - x + \frac{a}{2})$

$= 2x(\frac{2a}{2}) = 2ax$

$S_2H^2 - S_1H^2 = 2ax \Rightarrow d_2^2 - d_1^2 = 2ax$

$\Rightarrow (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = 2ax$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_2 + d_1}$ avec $\begin{cases} a << D \text{ et } x << D \\ d_2 \simeq d_1 = D ; d_2 + d_1 = 2D \end{cases}$

Cours 11 : Interférence lumineuse

Activité 1 : Etude expérimentale.

Synthèse partielle :

1) Définitions : - La lumière monochromatique est une lumière qui ne comporte qu'une seule radiation (une seule couleur).

Exemple : un laser.

- La lumière polychromatique est une lumière composé de plusieurs radiations monochromatiques.

Exemple : la lumière solaire, la lumière blanche.

Chaque radiation est caractérisé par la fréquence ν (ou N) ou sa période T.

2) Interprétations :

La source produit une radiation chromatique de longueur d'onde λ se propageant à la célérité C. Les points S_1 et S_2 constituent deux vibrations synchrones et cohérentes de longueurs d'onde λ. Dans la partie commune aux deux faisceaux diffractés, les deux vibrations se superposent : c'est le phénomène d'interférence lumineuse.

Scanné avec CamScanner

phase sont deux fonctions qui:
- s'annulent en même temps.
- Quand l'une est au maximum, l'autre est au maximum et vice versa.

$\Delta\varphi = \pi$ ou $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$

$(2k+1)\pi = \frac{2\delta}{\lambda} \Rightarrow \delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Si $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$, les fonctions sont dites en quadrature de phase.

$(2k+1)\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{4}}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Remarque:

Si $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0 \Rightarrow \varphi_2 > \varphi_1$, on dit que y_2 est en avance de phase par rapport à y_1

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0 \Rightarrow \varphi_2 < \varphi_1$, on dit que y_1 est en avance de phase par rapport y_2

Décalage horaire:

A $\Delta\varphi$ correspond un décalage horaire θ tel que: $\theta = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega}$

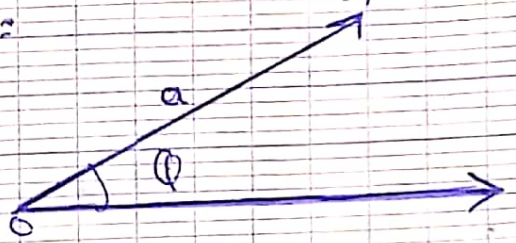
Activité 3: Construction de Fresnel

Toute fonction sinusoïdale peut être considérée comme un vecteur tournant dont le module est égale à l'amplitude a de-

Synthèse partielle 3:

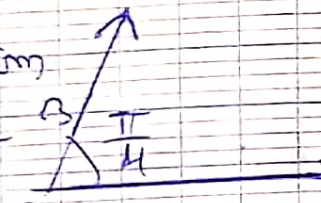
1) La représentation simple des vecteurs tournants de Fresnel est:

Pour étudier les vecteurs tournants à la même vitesse angulaire ω, on simplifie la représentation. Les vecteurs de Fresnel associés sont représenté seulement avec leur amplitude et leur phase:



Exemple:

$x = 3\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ $\Rightarrow \begin{cases} a = 3\,cm \\ \varphi = \frac{\pi}{4} \end{cases}$



Scanné avec CamScanner

avec $\tau = \frac{1}{f} = \frac{\alpha}{v}$ et $\lambda = vT = v\tau = \frac{v}{f}$

Donc $y_P = a\cos[\omega(t-\tau)] = a\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right)$

$a\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right) = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$y_P = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

2) Différence de marche δ :

Définition :

La différence de marche δ pour une onde progressant par deux chemins différents est la différence entre les chemins réellement parcourus.

Expression :

$\delta = SM = d$ représente la différence de marche entre la source S et le point M.

NB : Pour deux points M_1 et M_2 situés respectivement à la distance d_1 et d_2 de la source S, la différence de marche vaut $\delta = d_2 - d_1$ ou $\delta = d_1 - d_2$

3) Déphasage :

Définition : est la différence de phase entre ces deux ondes

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

L'expression de la différence de marche par rapport à la source :

Soient les deux fonctions sinusoïdales, de même pulsation ω, suivantes :

$y_{M_1} = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$ et $y_{M_2} = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$

Déphasage particuliers :

- Deux fonctions sinusoïdales en phase sont deux fonctions qui :
  - s'annulent en même temps
  - passent par le maximum et le minimum en même temps.
  - $\Delta\varphi = 0$ ou $\Delta\varphi = 2k\pi$

$2k\pi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{2\pi d_1}{\lambda} \Rightarrow k = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{\delta}{\lambda}$

$\Rightarrow \delta = k\lambda$ avec $k \in \mathbb{Z}$

- Deux fonctions sinusoïdales en opposition de

T rappelle la période.

Exemple: mouvement du balancier d'une horloge, mouvement de l'aiguille d'une montre, mouvement de la corde d'une guitare, mouvement de la ferme dans le système solaire.

I Caractéristiques:

Un phénomène vibratoire est caractérisé par sa fréquence et aussi par la valeur de son amplitude qui est la valeur maximale des élongations de la grandeur vibratoire par rapport à la valeur moyenne.

Tous les mouvements vibratoires (élongation) de la forme: $y = a\cos(\omega t + \varphi)$

a = amplitude

ω = pulsation (rad/s)

$\omega t + \varphi$ = phase à l'instant t

φ = phase initiale

II Longueur d'onde λ:

C'est la distance parcourue par l'onde pendant une période T. Elle est représentée par la relation $\lambda = VT = V \cdot \frac{1}{N} \Rightarrow \lambda = C.T$

$\lambda = C.T$ où V ou C est la célérité de l'onde.

Période: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

la pulsation: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$

Activité 9: Propagation d'un mouvement vibratoire le long d'une corde.

Synthèse personnelle:

1) Equation horaire du mouvement de la source: élongation de la source $S: y_S = a\cos(\omega t + \varphi_S)$

NB: Avec un choix convenable de l'origine on peut avoir $\varphi_S = 0 \Rightarrow y_S = a\cos\omega t$

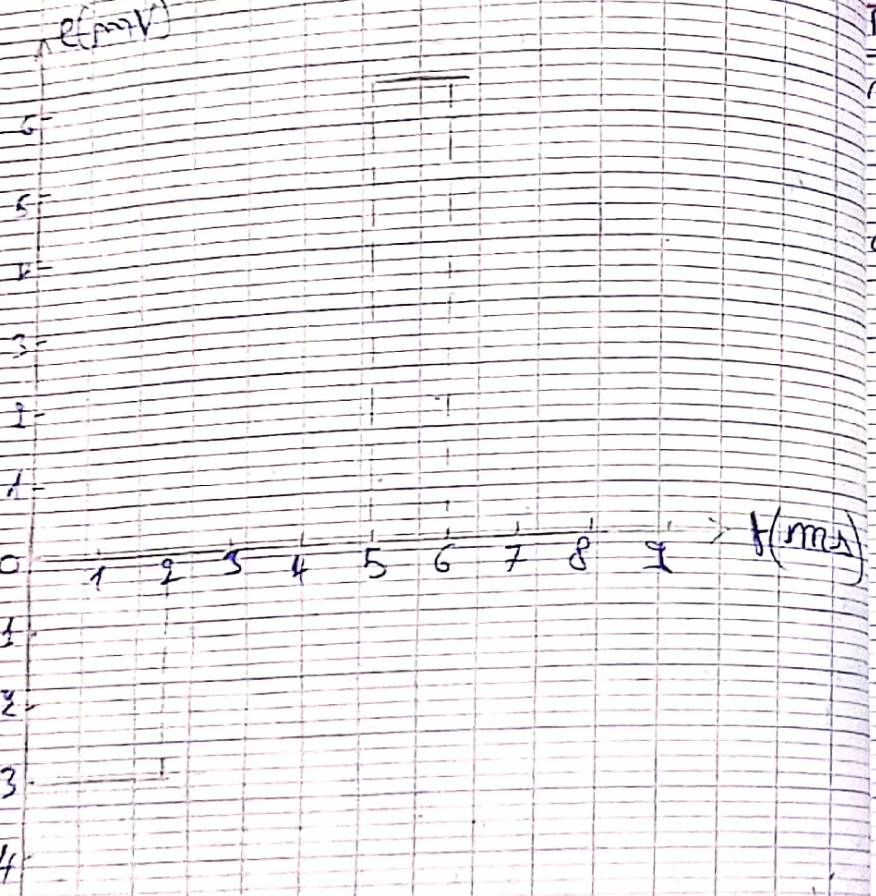
Equation horaire d'un point quelconque M de la corde:

Soit un point P de la corde situé à la distance x de la source. Le point P reproduit le mouvement du point de la source S avec un retard de temps θ qui représente le temps mis par l'ébranlement pour parcourir la distance SP = x. Le temps θ est appelé décalage

à $t_1 = 6.10^{-3}$ s : $i_1 = 0$ A

$e = 6,16\ 10^{-3} \left(\frac{0 - 1 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}} \right)$

$e = 6,16\ 10^{-3}$ V



Cours 1 : Rappel des généralités sur les vibrations

Activité 1 : Définitions

Synthèse partielle 1 :

Définition :

Un mouvement vibratoire est un mouvement qui se répète dans l'espace autour d'une position d'équilibre.

Les objets animés d'un mouvement oscillatoire sont appelés oscillateurs.

Une onde : est une perturbation qui se propage dans un milieu, transportant de l'énergie sans déplacement de matière.

Les ondes peuvent être de différents types comme les ondes sonores, lumineuses ou électromagnétiques.

Elles se caractérisent par des propriétés telles que la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de propagation.

Mouvement périodique : est un mouvement qui se répète identique à lui-même à des intervalles de temps successifs donnés

Dans le cas où la lampe-veilleuse ne fonctionne pas normalement on déconnecte une borne de la bobine à l'aide d'un interrupteur. Cela provoque l'ouverture du circuit, cette énergie emmagasinée dans la bobine sous forme d'énergie magnétique va se manifester par une étincelle aux bornes de l'interrupteur.

Solution

1) $\ell = 4\,cm = 40.10^{-2}\,m$; $N = 1250$; $R = 2\,cm = 2.10^{-2}\,m$; $I = 5\,A$; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\,SI$

1-1) Calculons le champ magnétique $B = Nom$ avec $m = \frac{IV}{\ell} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N V}{\ell} i$

AN :

$$B = \frac{4\pi.10^{-7} \times 1250 \times 5}{40.10^{-2}} = 19,63.10^{-3}$$

$$\boxed{B = 19,63.10^{-3}\,T}$$

1-2) Calculons le flux propre

$\phi_p = NBS$ avec $S = \pi R^2$

$\phi_p = NB\pi R^2$

$\phi_p = 1250 \times 19,63.10^{-3} \times \pi \times (2.10^{-2})^2$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_p = 30,83.10^{-3}\,Wb}$$

3) Déterminons l'inductance L des bobines

$\phi_p = Li \Rightarrow L = \frac{\phi_p}{i} = \frac{30,83.10^{-3}}{5} = 6,16.10^{-3}$

$$\Rightarrow \boxed{L = 6,16.10^{-3}\,H}$$

3-1) Déterminons la f.e.m e auto-induite

$e = -L\frac{di}{dt} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} = -L\left(\frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1}\right)$

Pour $[0 ; 2.10^{-3}]$

à $t_1 = 0$, $i_1 = 0$

à $t_2 = 2.10^{-3}\,s$; $i_2 = 1.10^{-3}\,A$

$e = -6,16.10^{-3}\left(\frac{1.10^{-3} - 0}{2.10^{-3} - 0}\right)$

$$\boxed{e = -3,08.10^{-3}\,V}$$

pour $[2.10^{-3} ; 5.10^{-3}]$

à $t_1 = 2.10^{-3}\,s$; $i_1 = 1.10^{-3}\,A$

à $t_2 = 5.10^{-3}\,s$; $i_2 = 1.10^{-3}\,A$

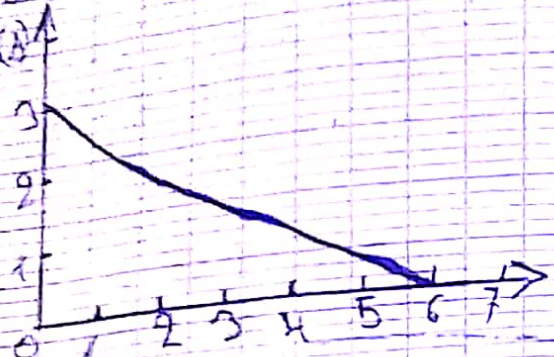
$e = -6,16.10^{-3}\left(\frac{1,10^{-3} - 1,10^{-3}}{5,10^{-3} - 1,10^{-3}}\right)$

$$\boxed{e = 0\,V}$$

Pour $[5.10^{-3} ; 6.10^{-3}]$

à $t_2 = 5.10^{-3}$; $i_1 = 1.10^{-3}$

Intensité du circuit $t = 0s \Rightarrow i = I_{max}$



Activité 4: Détermination de l'énergie magnétique stockée dans une bobine.

Exploitation particulière:

1- L'interrupteur fermé: Le courant électrique circule dans la branche (PM) et (NQ) contenant la bobine. En fait, il est bloqué dans la branche (PT) contenant la diode. La lampe reste éteinte car la diode ne laisse pas passer le courant.

2- L'interrupteur vient après un moment de fermeture: A l'ouverture du circuit après un moment de fermeture, la lampe s'allume pendant quelques instants. Elle a donc reçu de l'énergie, cette énergie est fournie par la bobine.

3) Déterminons l'expression de l'énergie reçue par la bobine et donne son unité:

- La puissance reçue par la bobine est:

$P = u.i$, Or $u = ri + L\frac{di}{dt}$ donc

$P = ri^2 + Li\frac{di}{dt}$ avec $\frac{1}{2}Li^2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) \times \frac{di}{dt}$

$P = ri^2 + Li\frac{di}{dt}$ or $P = P_j + P_m$

ri^2: est la puissance dissipée sous forme de effet Joule

$Li\frac{di}{dt}$: est la puissance magnétique

L'énergie E_b reçue par la bobine est:

$P = \frac{dE_b}{dt}$ par intégration on a $E_b = P.dt \Rightarrow$

$E_p = \int_0^t \left(ri^2 + Li\frac{di}{dt}\right)dt = \int_0^t \left(ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)\right)dt$

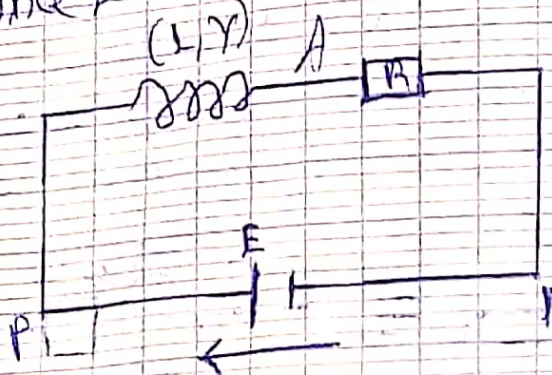
$= ri^2 t + \frac{1}{2}Li^2$

$E_m = \frac{1}{2}Li^2$ est l'énergie emmagasinée dans la bobine

$ri^2 t$ est l'énergie dissipée sous forme de chaleur pendant le passage du courant

Remarque:

nateur E, un résistor R et une bobine d'inductance L et de résistance interne r.



A la fermeture:

La loi d'additivité:

$U_{PN} = U_{PA} + U_{AN} \Rightarrow E = ri + L\frac{di}{dt} + Ri$

$E = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

avec $R_T = R + r \Rightarrow E = R_T i + L\frac{di}{dt}$

$\Rightarrow \frac{E}{R_T} = i + \frac{L}{R_T}\frac{di}{dt}$

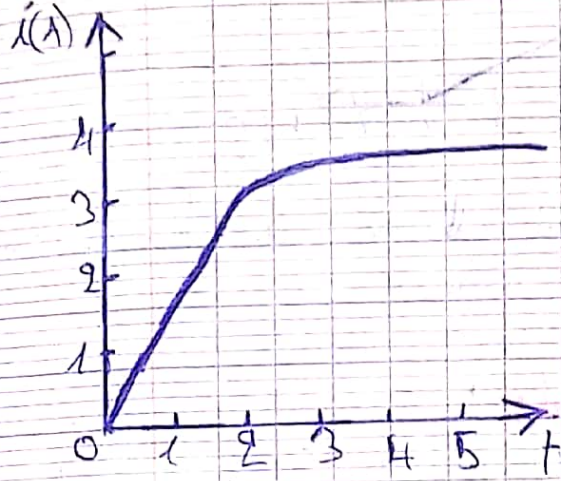
Equation différentielle qui détermine la loi de variation de i.

Cette équation a pour solution générale: $i(t) = \beta + Be^{\alpha t}$

$i = \frac{E}{R_T}\left(1 - e^{\frac{-R_T}{L}t}\right)$ avec $i_0 = \frac{E}{R_T}$ et $\tau = \frac{L}{R_T}$

$i = i_0\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ $\begin{cases} i_0 : \text{est l'intensité du courant en régime permanent (valeur limite maximale)} \\ \tau : \text{est la constante de temps du circuit (en S)} \end{cases}$

Fermeture du circuit $\Rightarrow t = 0$ et $i = 0$



Intensité au cours de l'annulation du courant

$U_{PN} = R_T i + L\frac{di}{dt}$

Durant l'annulation du courant:

$U_{PN} = 0 \Rightarrow R_T i + L\frac{di}{dt} = 0$

Cette équation a pour solution générale: $i = i_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$

$i = \frac{E}{R_T}\left(1 - e^{\frac{R_T}{L}t}\right)$

Activité 3 : Détermination la force électromotrice d'auto-induction

Mettre en évidence la f.e.m d'auto-induction aux bornes d'une bobine.

Matériel par binôme :

1) Etude expérimentale :

Lorsque l'intensité i du courant traversant une bobine varie au cours du temps, il apparaît dans la bobine un courant induit qui tend à s'opposer aux variations de i et du flux propre Φ_p.

La bobine se comporte comme un générateur de force électromotrice e appelée force électromotrice (f.e.m) d'auto-induction.

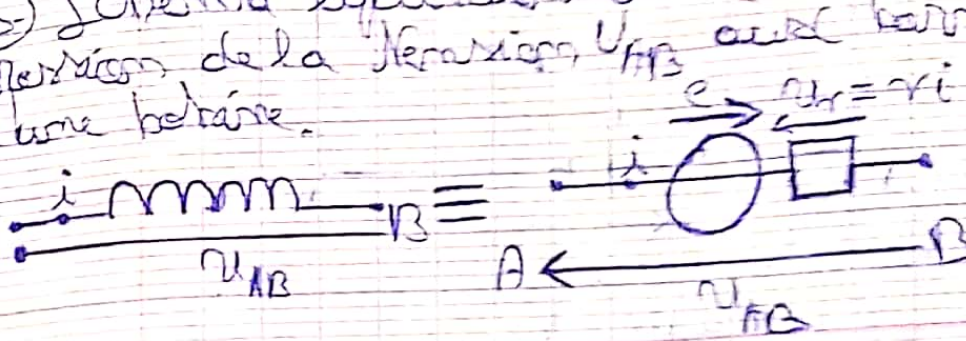
2) Expression de la force électromotrice :

Etant donné que le courant induit tend à s'opposer aux variations, alors aux variations de la f.e.m d'auto-induction e, on peut en déduire l'expression reliant de e.

$$e = -\frac{d\Phi_p}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$ c'est la loi de Faraday Lenz

La force électromotrice d'auto-induction est une grandeur algébrique et s'exprime en (Volt) V

3) Schéma équivalent d'une bobine et expression de la tension U_{AB} aux bornes d'une bobine.



4) L'expression de la tension U_{AB} aux bornes d'une bobine réelle (L, r) en convention récepteur : $U_{AB} = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$

Si i = Cste on a : $U_{AB} = ri$

L'expression de la tension U_{AB} aux bornes d'une bobine idéale (r = 0 en Ω) :

$U_{AB} = -e = L\frac{di}{dt}$

5) En déduire l'expression du courant à la fermeture et à l'ouverture d'un circuit inductif.

Soit un circuit comprenant : un géné-

Lorsqu'un circuit filiforme (spire) est parcouru par un courant d'intensité i, il crée un champ magnétique $\vec{B}$ qui peut agir par application à un champ placé à proximité.

Mais dans lequel il peut être responsable.

Le flux propre Φ_p qu'il crée pour un circuit à travers lui-même.

$\Phi = BS$ ou $\Phi = -BS$.

Remarque :

$\Phi_p = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S$ avec $\vec{n}$ vecteur unitaire normale au plan de la spire au sens du courant et S la surface de la spire ou du circuit.

Le flux propre Φ_p s'exprime en Weber (Wb) de symbole (Wb), avec B en Tesla (T) en m^2

Remarque : pour un circuit parcouru par un courant i, on choisit de prendre le sens du courant comme sens d'orientation du circuit.

Rappel : $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S$

1) Lorsque l'inductance de la bobine croît, le flux propre à travers cette bobine croît.

2) Lorsque l'inductance de la bobine croît, le flux propre à travers cette bobine croît.

Expression de l'inductance d'une bobine

On observe d'un noyau de fer au matériau ferromagnétique le flux propre du champ magnétique à travers un circuit est proportionnel et l'intensité du courant $\Phi_p = L \cdot i$

Le coefficient de proportionnalité L s'appelle inductance ou auto-induction ou le bobine.

Pour une bobine longue ou solénoïde $\Phi_p = Li = NBS = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot i$ avec

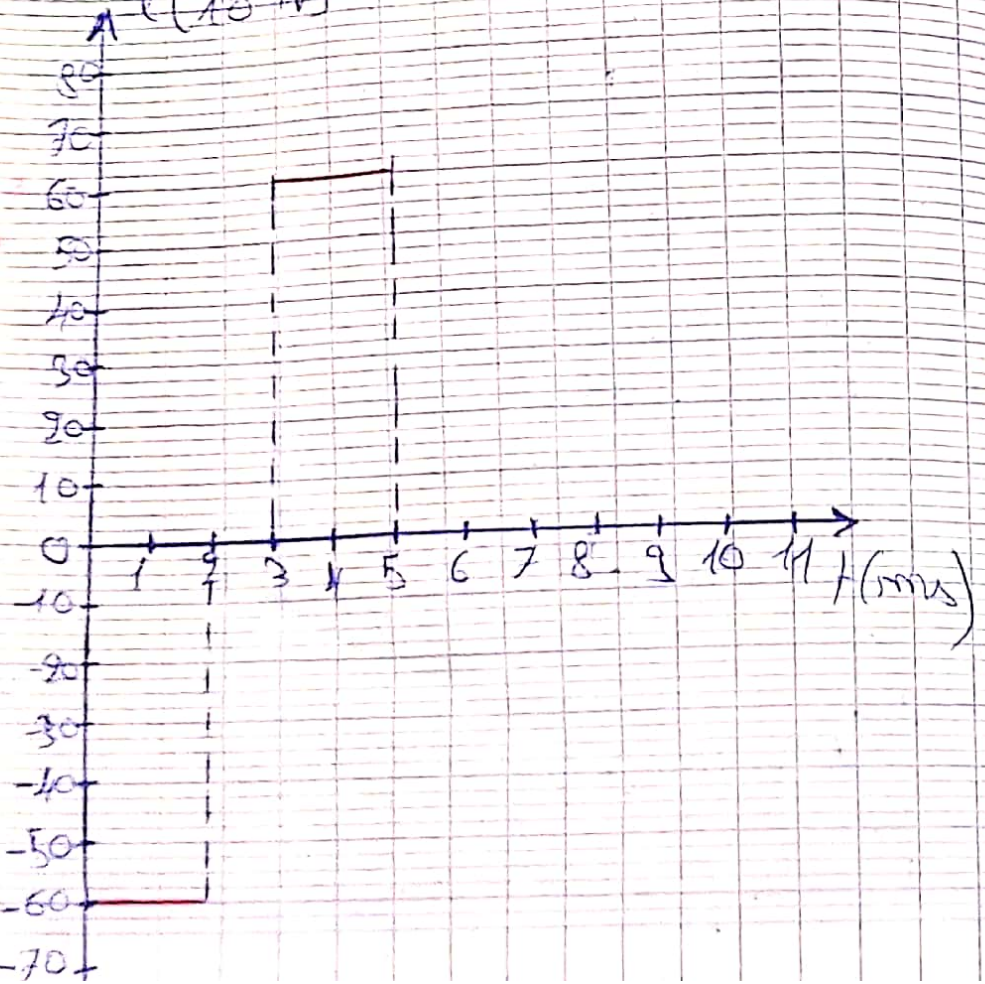
$B = \mu_0 \frac{N}{l} i$

$\Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot i \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$ ou encore $\boxed{L = \mu_0 n^2 l \cdot S}$

$e_g = -1,19 \cdot 10^{-4} \left(\frac{-50 \cdot 10^{-3} - 50 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-5}} \right)$

$e_g = 5,95 \cdot 10^{-3}$ V

b) Représenter $e_g(t)$ sur le même repère que $i(t)$



Cours 8: Auto-Induction

Activité 1: les phénomènes d'auto-induction

Synthèse partielle 1:

1- Quand on ferme l'interrupteur K, la lampe L_2 s'allume instantanément tandis que L_1 s'allume progressivement avant d'avoir la même éclat que L_2.

2- Quand on ouvre l'interrupteur K, la lampe L_2 s'éteint instantanément tandis que L_1 s'éteint quelques instants après.

3- Le dipôle responsable de ce phénomène est la bobine.

4- Le phénomène mis en évidence est l'auto-induction.

Remarque: Pour accentuer le retard de l'allumage de la lampe, on utilise une bobine avec un noyau de fer.

Activité 2: Définition le flux propre et de l'inductance d'une bobine

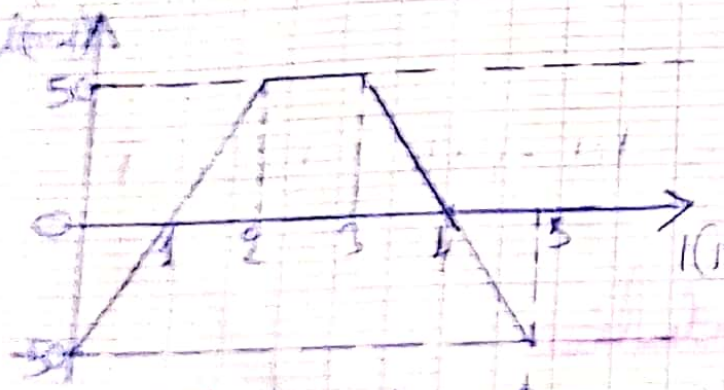
Synthèse partielle 2:

1- Définir et variation du flux propre

c) Expression du flux magnétique créé à travers la bobine B par la bobine B : $\Phi = n_2 B S$ avec $S = \pi r^2$

$\Phi = n_2 \frac{\mu_0 N_1}{l} i_1 \pi r^2$

2) Déterminons la force électromotrice induite e_2 :



$e_2 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}$

$\Phi = \frac{\mu_0 N_1 \pi r^2 i}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times \pi \times (2,5 \times 10^{-2})^2 i}{0,4 \pi}$

$\Phi = 1,19 \times 10^{-4} i$

$e_2 = -\frac{1,19 \times 10^{-4} i_2 - 1,19 \times 10^{-4} i_1}{t_2 - t_1} = -1,19 \times 10^{-4} \left(\frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1}\right)$

$e_2 = -1,19 \times 10^{-4} \left(\frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1}\right)$

* $0 \leq t \leq 2 ms$

à $t_1 = 0 s$; $i_1 = -50 \times 10^{-3} A$

à $t_2 = 2 \times 10^{-3} s$; $i_2 = 50 \times 10^{-3} A$

$e_2 = -1,19 \times 10^{-4} \left(\frac{50 \times 10^{-3} - (-50 \times 10^{-3})}{2 \times 10^{-3}}\right)$

$e_2 = -5,95 \times 10^{-3} V$

* $2 \times 10^{-3} s \leq t \leq 3 \times 10^{-3} s$

à $t_1 = 2 \times 10^{-3} s$; $i_1 = 50 \times 10^{-3} A$

à $t_2 = 3 \times 10^{-3} s$; $i_2 = -50 \times 10^{-3} A$

$e_2 = -1,19 \times 10^{-4} \left(\frac{-50 \times 10^{-3} - 50 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}}\right)$

$e_2 = 0 V$

* $3 \times 10^{-3} s \leq t \leq 5 \times 10^{-3} s$

à $t_1 = 3 \times 10^{-3} s$; $i_1 = -50 \times 10^{-3} A$

à $t_2 = 5 \times 10^{-3} s$; $i_2 = 50 \times 10^{-3} A$

$\Phi = BS\cos(\vec{B}, \vec{n})$

$\alpha = (\vec{B}, \vec{n}) \Leftrightarrow \cos(0) = 1$

$\Phi = BS$ avec $S = l_{DC}$ et $S = l_x = l(Vt + x_0)$

$\Phi = B(lVt + l_{DC})$

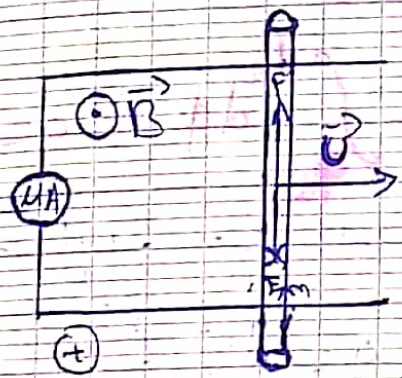
$$\boxed{\Phi = BlVt + Bl\,DC_0}$$

F. é.m

$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$\boxed{e = -BlV}$$

$$e = \frac{-d\Phi}{dt}$$



Lorsque le conducteur (Tige) se déplace avec la vitesse V, les électrons libres qu'il contient sont entraînés avec la même vitesse. Le dit conducteur étant placé dans un champ $\vec{B}$, chaque électron subit la force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Tout se passe comme si l'électron était soumis à un champ électrique $\vec{E}_m$ tel que : $\vec{F}_e = q\vec{E}_m$

$\vec{F}_e = \vec{F}_e \Rightarrow q\vec{v} \wedge \vec{B} = q\vec{E}_m \Rightarrow \vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{E}_m$ est appelé champ électromoteur d'induction (car il met les électrons en mouvement) $\vec{E}_m$ est perpendiculaire à $\vec{v}$ et $\vec{B}$

$\vec{E}_m$ a pour module : $E_m = v.B.\sin(\alpha)$ avec $\alpha = (\vec{v}, \vec{B})$

Si $\vec{v} \perp \vec{B}$ alors : $E_m = v.B$.

Les électrons se déplacent dans la barre dans le sens opposé de $\vec{E}_m$ le sens du courant induit est donc celui de $\vec{E}_m$

3) Relation entre le champ électromoteur E_m et la f.é.m induite e :

$$\begin{cases} E_m = v.B. \\ |e| = BlV \end{cases} \Rightarrow |e| = BlV \Rightarrow |e| = E_m l \Rightarrow$$

$$E_m = \frac{|e|}{Bl}\,(V/m)$$

Solution

Données : $l = 11,2\,cm = 0,112\,m$, $N_1 = 200$ spires, $N_2 = 100$ spires, $r = 2,5\,10^{-2}\,m$

1) L'expression du module du champ créé dans le premier solénoïde en fonction de μ_0, N_1 et i_1 : $B = \mu_0 n i_1$ avec $n = \frac{N}{l}$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1}$$

Scanné avec CamScanner

$U_b = R_t i - e$ avec $R_t = R + r$

$U_b = 0 \Leftrightarrow R_t i - e = 0 \Rightarrow i = \frac{e}{R_t}$

$i = \frac{1}{R_t}\left(\frac{-d\Phi}{dt}\right) = -\frac{1}{R_t} \times \frac{d\Phi}{dt}$

$$\boxed{i = \frac{-1}{R+r} \times \frac{d\Phi}{dt}}$$ A ou $I_m = \frac{1}{R+r}$ A

i : en ampère (A)

R et r en ohm (Ω)

Remarque:

- La loi de Faraday permet de déterminer le sens et l'intensité du courant induit.
- I. Si $e > 0$ alors le courant induit circule dans le sens positif choisit.
- Si $e > 0$ alors le courant circule dans le sens opposé au sens positif.
- $i = -\frac{d\Phi}{dt}$: le signe (-) traduit la loi de Lenz (compte tenu des conventions de signe adopté).
- Le circuit est fermé, il y a apparition d'un courant induit, si il est ouvert, on n'aura pas de courant induit mais la f.é.m. existe toujours.

Quantité d'électricité:

Le passage du courant induit, correspond à la circulation d'une charge électrique: $i = \frac{q}{t} \Rightarrow q = i.t \Rightarrow dq = i\,dt = -\frac{d\Phi}{dt}dt$

$\Rightarrow dq = \frac{-1}{R}\frac{d\Phi}{dt}dt$

$\Rightarrow \int_0^q dq = \frac{-1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \Rightarrow q = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{R}$

Ou encore: $q = i\Delta t = \frac{-1}{R_t}\frac{\Delta\Phi\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow q = \frac{-\Delta\Phi}{R_t}$

$= \frac{|\Phi_1 - \Phi_2|}{R} \Rightarrow q = \frac{|\Phi_1 - \Phi_2|}{R_t}$

q est en coulomb (C)

Exercice 9: Champ électromoteur

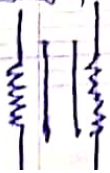
Partie 1: 2 - 9

1) L'équation horaire de son mouvement sera donné par MRU: $x = vt + x_0$.

2) Réduisons les expressions des flux et sa

sinusoïdal) $i_1 = I_1 \sin(\omega t + \varphi)$
de secondairement (bobine secondaire) comprenant N_2 spires. A ses bornes existe la tension U_2 et circule un courant i_2 maximal s'il est fermé et nul s'il est ouvert.

Principe de fonctionnement:
une tension sinusoïdale de valeur maximale U_1 est appliquée aux bornes de la bobine primaire. Cela induit un champ magnétique alternatif dans la carcasse de fer et il se trouve une tension sinusoïdale U_2 aux bornes du secondaire, de valeur maximale U_2. Lorsque le transformateur est en fonctionnement, des courants sinusoïdaux d'intensité i_1 et i_2 (de valeurs maximales I_1 et I_2) parcourent dans le primaire et le secondaire. Les grandeurs précédentes sont liées par la relation: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$, le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est appelé rapport (ou coefficient de transformation). ~~transformateur~~
~~si $U_2 > U_1$~~ Si $U_2 > U_1$ le transformateur est un élévateur de tension
Si $U_2 < U_1$ le transformateur est un abaisseur de tension
Si $U_2 = U_1$ le transformateur est un transformateur d'isolement.
Un transformateur se représente symboliquement par:



I- Les expressions de la force électromagnétique (F.é.m):

a- Force électromagnétique induite instantanée:
La force électromotrice induite instantanée dans un circuit fermé est égale à l'opposé de la dérivée du flux magnétique par rapport au temps à travers le circuit.

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

b- Force électromotrice induite moyenne: on appelle force électromotrice induite moyenne l'opposé de la variation du flux par rapport au temps. Cette loi est connue sous le nom de la loi de Faraday. Le signe moins traduit la loi de Lenz.

$$e_{moy} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}$$

c- Courant induit: un courant induit ne prend naissance que lorsque le circuit est fermé.
Soit R la résistance totale du circuit, la tension à ses bornes étant nulle,

Scanné avec CamScanner

tion d'un courant induit.

rmule de la loi de Lenz:

e sens du courant induit est tel que, par ses effets
ectromagnétiques, il s'oppose à la cause qui
lui a donné naissance.

- Force électromagnétique (F. é.m.) induite:
- Force électromotrice induite moyenne:

on appelle f.é.m induite moyenne dans un circuit
le terme, l'opposé de la variation du flux par rapport
au temps.

La f.é.m moyenne est donnée par:

$$e_{moy} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1}$$

Chapitre 3: Applications

Alternateurs:

Synthèse partielle 3.1:

1) Définition: Les alternateurs sont des générateurs
courant alternatif. Ils reçoivent de l'énergie méca
nique et fournissent de l'énergie électrique.

2) Organes:

- Inducteur: Un tournant devant des bobines en série,
crée sur le stator, des électro-aimants montés sur
la roue induisant une f.é.m alternative des bobines.

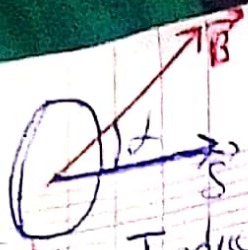
- Induit: le stator est mis en mouvement par
une chute d'eau (centrales hydraulique), ou par
la turbine à vapeur (centrale thermique).
Le sens des enroulements des bobines en série du stator
sont réalisé pour qu'ils se forme des électroaimants qui
crée alternativement nord et sud sur les pièces polaires. Les bo
bines sont alimentées par un dispositif excitateur
à balais frotteurs.
Le sens des enroulements des bobines séries, voisines
des stator, sont inversés. Ainsi, toutes les f.é.m s'ajo

Transformateurs:

Synthèse partielle 3.2:

1. Définition: Un transformateurs est un appareil qui
permet de modifier les valeurs de U et de l'intensité du courant alternatif, en d'autre valeur
différentes, mais de même fréquence et le transformateur

2. Description: Deux bobines sans aucun lien
électrique entre elles, sont enlacées autour d'une
carcasse ferromagnétique refermée sur elle-même
- le premier enroulement (bobine primaire) est bra
ché à une source de tension alternative U_1 et comp
N_1 spires parcouru par un courant i_1 variable



$\Phi = BS\cos\alpha$

Activité 9 : Induction électromagnétique

Synthèse partielle 9-1 :

1- a) Nous observons une déviation temporaire de l'aiguille du galvanomètre : pendant le mouvement de l'aimant, il circule un courant électrique - Ce courant est dans la bobine bien qu'elle ne soit pas reliée à un générateur est appelé courant induit.

b) L'aiguille du galvanomètre ne bouge pas, aucun courant ne circule.

c) Un courant apparaît dans la bobine et l'aiguille du galvanomètre dévie dans l'autre sens.

Conclusion : Le courant n'apparaît que lors du déplacement relatif de l'aimant par rapport à la bobine.

2- Interprétation :

Le rapprochement et l'éloignement de l'aimant de la bobine (ou inversement) provoque la variation du champ qui a'

qui a'ign. leur provoque la variation du flux à travers la bobine - Cette variation du flux engendre la création d'une force électromotrice (e) dans la bobine ; ~~cette variation du flux~~ qui a leur créé un courant appelé courant induit (i)

L'aimant qui crée le champs est l'inducteur

- La bobine, siège du courant induit est le circuit induit ou l'induit

- Le phénomène qui engendre le courant induit est appelé induction électromagnétique.

3- Définition :

L'induction électromagnétique est la création d'un courant induit dans un circuit fermé suite à la ~~est~~ variation du flux magnétique à travers ce circuit.

Toute variation de flux magnétique induit dans un circuit provoque l'apparition dans celui-ci d'une force électromotrice (f.e.m) induite (e). Ce phénomène est appelé phénomène d'induction magnétique.

Le circuit est équivalent à un générateur dont

- S'il est ouvert, la tension entre ses bornes est à la f.é.m. (e) :
- S'il est fermé, la f.é.m. induite provoque la

Scanné avec CamScanner

$a_s = v_s^2 = (R+h)\omega_s^2 = (6,4.10^5 + 3,85.10^5)(9,58.10^{-3})$

$\boxed{a_s = 2,60.10^{-3}\ m/s^2}$

déduisons la masse m du satellite.

$F = mg$ avec $a = g$

$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{2.10^{20}}{2,60.10^{-3}} = 7,69.10^{22}$

$\boxed{m = 7,69.10^{22}\ Kg}$

Cours 7 : Induction Electromagnétique

Activité 1 : Notion de flux magnétique

Synthèse 1 :

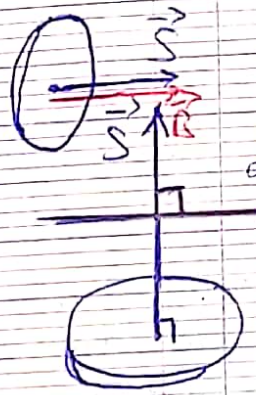
1- Définition : on appelle flux d'induction magnétique le nombre de ligne de champ qui traverse une surface donnée.

2- Expression du flux magnétique :

$\Phi = \vec{B}\vec{S} \Rightarrow \Phi = BS\cos(\vec{B},\vec{S}) \Rightarrow \Phi = BS\cos\alpha$

Φ : en Weber (W_b)

B : Tesla (T) ; S : en m^2



$\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow \boxed{\Phi = BS}\ (W_b)$

$\alpha = 90°$ ou $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha = 0$

$\boxed{\Phi = 0}\ W_b$

Scanné avec CamScanner

2) Déduisons l'énergie mécanique

$E_m = E_p + E_c = \mathcal{E}_m = \frac{-G m_0 M_T}{r} + \frac{G M_T m}{2r}$

$= \frac{-2GM_Tm}{2r} + \frac{GM_Tm}{2r} = \frac{-2GM_Tm + GM_Tm}{2r}$

$\boxed{E_m = \frac{-GM_Tm}{2r}}$

Exercice

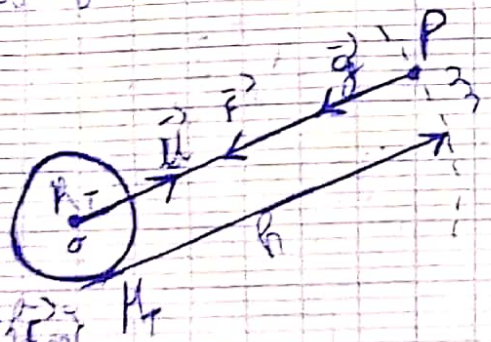
Solution

Données :

$R_T = 3,85\,10^5\,Km = 3,85\,10^8\,m$; $g_0 = 9,81\,N/Kg$

$h = 6400\,Km = 6400.10^3 = 64.10^5\,m$

① Faire un schéma illustrant le mouvement du satellite.



Préciser la force

② Calculons la vitesse angulaire ω_s de S ainsi que sa période T_s

$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}} = \sqrt{\frac{GM_T}{r^3}}$

$\omega_s = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{(R+h)^3}} = \sqrt{\frac{9,81 \times (64.10^5)^2}{(64.10^5 + 3,85\,10^8)^3}}$

$\boxed{\omega_s = 2,58.10^{-6}\ R/s}$

$T_s = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,58.10^{-6}}$

$\boxed{T_s = 2,43.10^6 s}$

3) La vitesse angulaire ω de rotation de la terre sur elle-même.

$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$ avec $T = 24\,h$.

$T = 24 \times 3600\,s = 86400\,s$

$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7,27.10^{-5}$

$\boxed{\omega = 7,27\,10^{-5}}$

4) Déterminons l'accélération $\langle a \rangle$.

$a_s = \frac{v_s^2}{r}$ avec $v_s = r a_s$

$a_s = \frac{(r a_s)^2}{r} = \frac{r^2 \omega_s^2}{r} = r\omega_s^2$

Scanné avec CamScanner

$$T^2 = \left(2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}\right)^2$$

$$\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} = T^2 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}}$$

- 3e loi de Kepler : Le carré de la période de révolution est proportionnelle au cube de rayon de son orbite.

5- Donnons l'expression de la vitesse angulaire

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}} = \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{(R+h)^3}}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}}$$

Activité 3 : Satellite géostationnaire

Corrigé 3 : Synthèse partielle :

1- Définitions :

On appelle satellite géostationnaire, tout satellite dont la période de révolution est égale à celle de la terre.

2- Etablissons l'expression de l'altitude du satellite géostationnaire.

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^3}{R_T^2 g_0}$$

$$4\pi^2 (R_T+h)^3 = T^2 R_T^2 g_0$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{T^2 R_T^2 g_0}{4\pi^2}$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 R_T^2 g_0}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{h = \sqrt[3]{\frac{T^2 R_T^2 g_0}{4\pi^2}} - R_T}$$

Activité 4 :

1) Etablissons l'expression de l'énergie cinétique.

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} m \left(R_T^2 \left(\frac{g_0}{R_T+h}\right)\right)$$

$$= \frac{m R_T^2 g_0}{2(R_T+h)}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_C = \frac{m R_T^2 g_0}{2(R_T+h)}}$$

ou $\boxed{E_C = \frac{GM_T m}{2r}}$

$$\boxed{E_P = \frac{-GmM_T}{r}}$$

Scanné avec CamScanner

Système : Satellite
Référentiel : Géocentrique
Bilan des forces : $\{F\}$
D'après TCI
$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{F}{m}$

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\frac{-GM_T m}{r^2}\vec{u}}{m} = \frac{-GM_T}{r^2}\vec{u}$

$\boxed{\vec{a} = \frac{-GM_T}{r^2}\vec{u}}$ en module $\boxed{a = \frac{GM_T}{r^2}}$

Dans la base de Frenet $\{\vec{n}; \vec{t}\}$

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

$\vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{cases}$

* $a_t = 0 \Rightarrow$ V est constante alors le mouvement est uniforme.
* $a_n = \frac{V^2}{r} \Rightarrow r = \frac{V^2}{a_n} = cste$

alors le mouvement est circulaire d'où le mouvement du satellite est circulaire.

2.) Réduisons l'expression de la vitesse.

$a_n = \frac{V^2}{r} \Rightarrow V^2 = a_n \times r \Rightarrow V = \sqrt{a_n \times r}$

$a = a_n$

$V = \sqrt{r \frac{GM_T}{r^2}} \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$ (m/s)

$V = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}}$

$\Rightarrow \boxed{V = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}}$

3.) Définition

La période T d'un satellite est le temps qu'il met pour effectué un tour complète sur sa trajectoire.

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{V}{r}} = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r^2}}} = 2\pi r\sqrt{\frac{r^2}{GM_T}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$

$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}}$ ou $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}}}$

ou $\boxed{T = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}}$

4- Déduisons le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constante.

Scanné avec CamScanner

Cours 5: Application du principe fondamental de la dynamique au mouvement d'un mobile

Activité 4: Rappels

Cours 4:

Synthèse partielle 4:

1) Définitions: Expressions du champ de gravité

Loi universelle appliquée par deux corps:

$F = mg = \frac{F}{m}$

$\vec{F} = \frac{GM_T \cdot m}{r^2} \times \vec{i}$

$\vec{g} = \frac{-\frac{GM_T \times m}{r^2}}{m} \times \vec{u} = \frac{-GM_T \cdot m}{m \cdot r^2} \vec{u}$

$\vec{g} = \frac{-GM_T}{r^2} \vec{u}$ on prend $\boxed{g = \frac{GM_T}{r^2}}$

2) Déduire:

- à l'altitude h: $r = R_T + h$

$$\boxed{g_h = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}}$$

- à la surface de la terre $h = 0$

$$\boxed{g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}}$$

3) Déduire g_h en fonction de g_0

$g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = g_0 R_T^2$

$g_h = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = \frac{g_0 R_T^2}{(R_T + h)^2}$

$$\Rightarrow \boxed{g_h = g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2}$$

$$\boxed{g_h = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}}$$

Activité 5: Mouvement des Satellites.

Synthèse partielle 5-1

1) Définition: On appelle satellite tout corps qui tourne en rotation autour d'un autre.

2) On distingue 2 types de satellite.

- Le satellite naturel de la terre: la lune
- Le satellite artificiel: Satellite d'observation ou télécommunication ou satellite météorologique

▸ Mouvement des Satellites:

Synthèse partielle 5-2:

1) Montrons que le mouvement des satellites est uniforme et circulaire.

la masse m_1 et m_2

D'après TEC

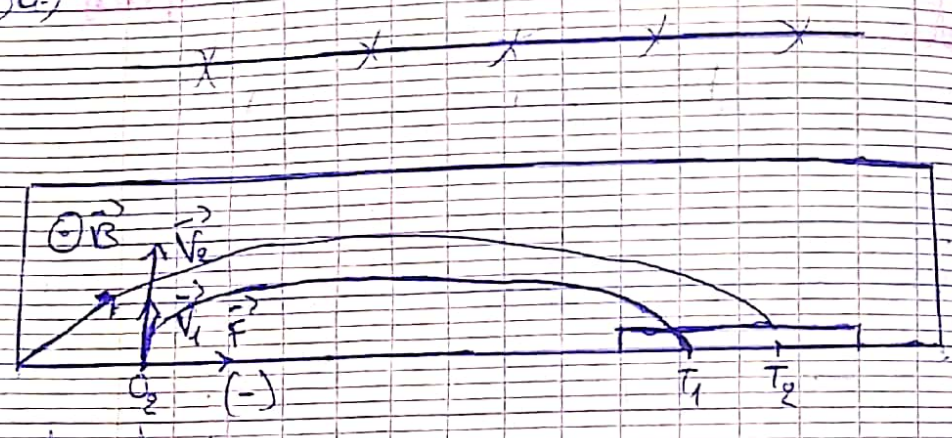
$\Delta E_{C_{0_1 \to 0_2}} = \sum W_{F_{ext}}$

$E_{C_{0_2}} - E_{C_{0_1}} = W_{\vec{F}}$ avec $E_{C_{0_1}} = 0$

$\frac{1}{2} m v_0^2 = |q| U \Rightarrow V_{0_2} = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}}$

Par analogie $V_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}}$ et $V_2 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}}$

2)a)



$\vec{B}$ est sortant

b) Montrons le MRU est circulaire uniforme

Dans la base de Frenet $(\vec{n}, \vec{t})$

$\vec{a} = \vec{a_n} + \vec{a_t} \Rightarrow \vec{a_t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 0$ avec $V =$ est un MRU

$a_n = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{a_n}$ or a_n donc le mvt est circulaire

d'où le mvt est circulaire uniforme

Exprimons littéralement les rayons R_1 et R_2

$R_1 = \frac{m_1 V_1}{|q|B} = \frac{m_1}{|q|B} V_1 = \frac{m_1}{|q|B}\left(\sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}}\right)$

$R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U m_1}{|q|}}$

$R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U m_2}{|q|}}$

3) Calculons la valeur A_2 :

$O_2 T_2 = O_2 T_1 + T_1 T_2$

$\frac{d_1}{d_2} = \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{\frac{d_1}{d_2}^2} = \frac{A_1 d_2^2}{d_1^2}$

$A_2 = \frac{39(106,8.10^{-2})}{(102,9.10^{-2})} = 42,01 \simeq 42$

$\boxed{A_2 = 42}$

Scanné avec CamScanner

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{mV_1}{mV_2}} = \sqrt{\frac{A_1 V_1}{A_2 V_2}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow \boxed{R_1 = R_2 \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}}$$

$$R_2 = \frac{R_1}{\sqrt{\frac{A_1}{A_2}}} = R_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$$

5) Utilisation: Le spectrographe de masse permet de séparer les isotopes d'un élément chimique, de mesurer la masse de chaque isotope, de déterminer le pourcentage de chaque isotopes dans l'échantillon analysé et de préciser la formule de certains composés organiques.

- Le rayon de la trajectoire circulaire est:

$$R = \frac{mV_0}{|q|B}$$

- La période est: $T = \frac{2\pi R}{V_0} = \frac{2\pi R}{V_0} = \frac{2\pi}{V_0} \times \frac{mV_0}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

- La fréquence N du champ électrique E est égale à celle du mouvement des particules:

$$N = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \Rightarrow N = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

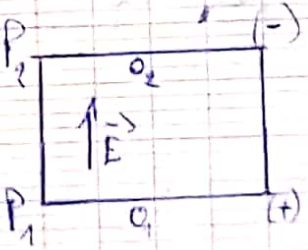
- Après chaque tour l'énergie cinétique des particules s'accroit de $\Delta E_C = |q|U$
Soit $U = V_{D_1} - V_{D_2}$ la différence de potentiel entre les D.

- Après n tours $\Delta E_C = n|q|U \Rightarrow n = \frac{\Delta E_C}{|q|U}$

Solution:

Données: $^{A_1}_{19}K^+$ et $^{A_2}_{19}K^+$ $(A_1 < A_2)$; $V_{01} = 0$; $A_1 = 39$
$O_2 T_1 = 102,9\ Cm = 102,9 \cdot 10^{-2} m$; $O_2 T_2 = 106,8\ Cm$
$= 106,8 \cdot 10^{-2} m$

1) Schéma de champ électrique $\vec{E}$ entre P_1 et P_2



Exprimons les vitesses V_1 et V_2 en fonction de q, U et

$\Delta E_{C_{I\to 0}} = \sum W_{F_{ext}}$

$E_{C_0} - E_{C_I} = W_{F_e}$ avec $E_{C_I} = 0$ et $W_{F_e} = |q|U$

$\frac{1}{2} m v_0^2 = |q|U \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$

Par analogie $\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}}}$, $\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}}}$

$\begin{cases} p_m = AM \\ q = I\alpha e \end{cases}$ (A ⊄ I)

- les rayons (R_1 et R_2)

$R = \frac{m v_0}{|q|B}$

par analogie

$R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B} = \frac{m_1}{|q|B} v_1 = \frac{m_1}{|q|B}\sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}}$

$\Rightarrow R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2|q|U m_1^2}{|q|^2 m_1}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U m_1}{|q|}}$

$\boxed{R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U m_1}{|q|}}}$ $\boxed{R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U m_2}{|q|}}}$

- Etablissons l'expression de la distance $I_1 I_2$

$O I_2 = O I_1 + I_1 I_2$

$\Rightarrow I_1 I_2 = O I_2 - O I_1 = d_2 - d_1$

$\Rightarrow I_1 I_2 = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1)$

$\boxed{I_1 I_2 = 2(R_2 - R_1)}$

Donnons le rapport des rayons en fonction des masses atomiques

$\frac{d_1}{d_2} = \frac{2R_1}{2R_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_1}{|q|}}}{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_2}{|q|}}}$

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_1}{|q|}} \times B\sqrt{\frac{|q|}{2Um_2}}$

$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{2Um_1}{|q|} \times \frac{|q|}{2Um_2}}$

Scanné avec CamScanner

$$\alpha = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = \alpha D$$

$$\boxed{Y = \frac{|q|B}{m V_0} D}$$

Période

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{V_0}{R}} = \frac{2\pi R}{V_0}$$

$$= \frac{2\pi}{V_0} \times \frac{m V_0}{|q| B} = \frac{2\pi m V_0}{V_0 |q| B}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi m V_0}{V_0 |q| B}} \quad (A)$$

Fréquence

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi m V_0}{V_0 |q| B}} = \frac{V_0 |q| B}{2\pi m V_0}$$

$$\boxed{N = \frac{V_0 |q| B}{2\pi m V}}$$

$\vec{q}$

$\vec{V_0} // \vec{B} \Rightarrow F = 0$ (MRU)

Activité 3 Application

1- Description : le spectrographe de masse comporte

- une source d'ions qui produit des ions de même charge q mais de masse m et m' différentes
- une chambre d'accélération : à travers une première fente, les ions pénètre dans cette chambre avec une vitesse négligeable V_0 sont accélérés par une tension U_0 et sortent avec une vitesse V_0.
- une chambre de déviation ou de séparation : les ions sont déviés dans un champ magnétique $\vec{B}$ et on peut trajectoire sont des demi cercle dont les rayons R_1 et R_2 dépend F des masses m_1 et m_2

2) Définition : un spectrographe de masse est un appareil d'analyse des mélanges qui utilise les propriétés des forces électrique et magnétique.

3) Etablissons les expressions :

- Les vitesse (V_1 et V_2) en O

D'après TEC

Système : particule (q, m)
Référentiel : terrestre
Bilan des forces : $\vec{F}_m$

D'après RFD

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ avec $(\vec{F} \perp \vec{v})$ $\Rightarrow$ $\vec{F} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $a = \frac{F}{m}$

$\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ $\Rightarrow$ $F = |q|v_0 B$

Dans la base de Frenet $(\vec{n}, \vec{t})$; $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

$\vec{F} + \vec{F}_t = 0$, $|F_m = F|$, $\vec{a}$ $\begin{cases} a_t = \frac{F_t}{m} = 0 \ (MRU) \\ a_n = \frac{F_m}{m} = \frac{F}{m} \end{cases}$

$a = a_n = \frac{F}{m} = \frac{|q|v_0 B}{m}$

or tout $a_n = \frac{v_0^2}{R}$

$a_n = a_n \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|v_0 B}{m}$

$\frac{v_0}{R} = \frac{|q|B}{m} \Rightarrow \boxed{R = \frac{m v_0}{|q|B}}$ cqfd

Conclusion : La mouvement de l'électron est circulaire uniforme dans le champ magnétique et la trajectoire est un arc de cercle de rayon

$$\boxed{R = \frac{m v_0}{|q|B}}$$

* Déviation angulaire = Déflexion angulaire

Système particule

1) Donnons l'expression de la déviation dans le triangle SKμ, $\tan\alpha = \frac{SK}{R} = \frac{\ell}{R}$

$\tan\alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{q\ell}{m v_0} = \frac{|q|B\ell}{m v_0}$

$\sin\alpha = \frac{|q|B\ell}{m v_0}$

Pour les angles faibles

$\sin\alpha = \alpha$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{|q|B\ell}{m v_0}}$

2) Dans le triangle IPP'

$\tan\alpha = \frac{PP'}{IP'} = \frac{Y}{D}$

$\tan\alpha = \frac{Y}{D}$

③ Pour les angles faibles $\tan\alpha = \alpha$

$\Rightarrow P = 0$

- le travail

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = Pt = 0$$

$$W = 0$$

le travail de la force de Lorentz est donc nulle

Conséquence énergétique:

- d'après TEC: $\Delta E_{C_i \to f} = \sum F_{ext}$

$E_{C_f} - E_{C_i} = W_F$ avec $W_F = 0$

$E_{C_f} - E_{C_i} = 0 \Rightarrow E_{C_f} = E_{C_i} = Cst$

l'énergie cinétique reste donc constante et par conséquent, l'intensité de la vitesse garde également la même valeur.

Le champ magnétique ne peut donc pas accélérer une particule. Le résultat montre une différence d'action entre les champs électrique et magnétique.

Remarque: le travail de la puissance de Lorentz est donc nulle.

Activité: étude du mouvement d'un électron dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire

Etablissons l'expression du rayon R

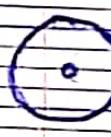
celle est changé perpendiculairement dans le cas contraire on utilisera la règle de la main gauche.

- La paume est placé suivant la direction et le sens de $\vec{B}$.
- Le pouce tendu indique la direction et le sens de $\vec{F}$.
- Les doigts tendu suivant la direction et le sens de $\vec{V}$.

Sens conventionnelle de $\vec{B}$:



$\vec{B}$ est rentrant ou $\vec{B}$ est dirigé en arrière du plan de la figure.



$\vec{B}$ est sortant ou $\vec{B}$ est dirigé en avant du plan de la figure.

3- Donnons les expressions de la puissance et du travail de la force de Lorentz.

- Puissance de force de lorentz:

$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{V}}$, avec $P = F \times V(\cos\alpha) = F \times V \cos 90$

Séquence 4 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique.

Activité 1 : Force de Lorentz

Synthèse partielle

1- Définitions :

Toute particule de charge q se déplaçant avec une vitesse dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est soumise à une force magnétique $\vec{F}$ appelé force de Lorentz.

- Relation : $\vec{F} = |q| \vec{V_0} \wedge \vec{B}$

Les caractéristiques :

- point d'application : situé sur la particule.
- direction : $\vec{F}$ perpendiculaire à $\vec{V_0}$ et à $\vec{B}$
- sens : le trièdre $(q\vec{V_0}, \vec{B}, \vec{F})$ est direct (sens trigonométrique)
- l'intensité :

$$\vec{F} = |q| \vec{V_0} \wedge \vec{B}$$

En module : $F = |q| V_0 B \sin(\vec{V_0}, \vec{B})$

Si $\alpha = 90°$ ou $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow \sin\alpha = 1$

$$\boxed{F = |q| V_0 B}$$ trièdre

Si $\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{F = 0}$

2- La règle de la main droite et gauche :

La règle de la vraie droite est appliquée si la partie

$$K_1 = \frac{U_1}{Y} = \frac{U_1}{\frac{\Delta U_1 \ell}{2dU_0}} = \frac{U_1 \times 2dU_0}{\Delta U_1 \ell}$$

$$\boxed{K_1 = \frac{2dU_0}{\Delta \ell}}$$

$$K_1 = \frac{2 \times 2 \cdot 10^{-2} \times 1125}{3 \cdot 10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-2}}$$

$$\boxed{K_1 = 3000 \ V/m}$$

$$\frac{y}{D} = \frac{eU_1}{2mdV_0^2} l^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow U_1 < \frac{2mdV_0^2}{2el^2}$$

$$\boxed{U_1 < \frac{mdV_0^2}{el^2}}$$

2) $D = 30.10^{-2}\,m$; $d = 2.10^{-2}\,m$; $l = 5.10^{-2}\,m$

- Déterminons déviation y sur l'écran compté de O_3, point d'intersection de l'axe $x'x$ et l'écran.

Dans le triangle IIO_3

$$\tan\alpha = \frac{IO_3}{IO_3} = \frac{y}{D}$$

$$y = D\tan\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{2y}{l} = \frac{2eU_1l^2}{4mdV_0l}$$

$$\tan\alpha = \frac{U_1l}{2dV_0}$$

$$\boxed{y = D\frac{U_1l}{2dV_0}}$$

$$y = \frac{30.10^{-2} \times 45 \times 5.10^{-2}}{2 \times 2.10^{-2} \times 1195}$$

$$\boxed{y = 1{,}5.10^{-2}\,m}$$

3) Expressions

$$U_1 = f(D; d; l; V_0)$$

a) $t \neq 0$

$\vec{F} \begin{cases} F_{ox} = 0 \\ F_y = -eE \end{cases}$ $\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{-eE_{ox}}{m} = 0 \text{ (MRU)} \\ a_y = \frac{-eE}{m} \; y = \frac{eE}{m} \text{ (MRUV)} \end{cases}$

$\vec{OG} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{1}{2}\left(\frac{eE}{m}\right) t^2 \end{cases}$

2) équation de la trajectoire t dans x dans (1)

$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$

Remplacer t dans (2)

$y = \frac{1}{2}\left(\frac{eE}{m}\right) t^2$

$y = \frac{eE}{2m}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 = \frac{eE}{2mV_0^2} x^2$

$y = \frac{eE}{2mV_0^2} x^2$

$V_1 = V_0 \Rightarrow V_0^2 = \frac{2eU_0}{m}$

$\Rightarrow y = \frac{eU_1 x^2}{2md} \times \frac{1}{V_0^2} = \frac{eU_1 x^2}{2md} \times \frac{m}{2eU_0}$

$y = \frac{U_1}{4dU_0} x^2$

- La condition est que : $y_S < \frac{d}{2}$

Scanné avec CamScanner

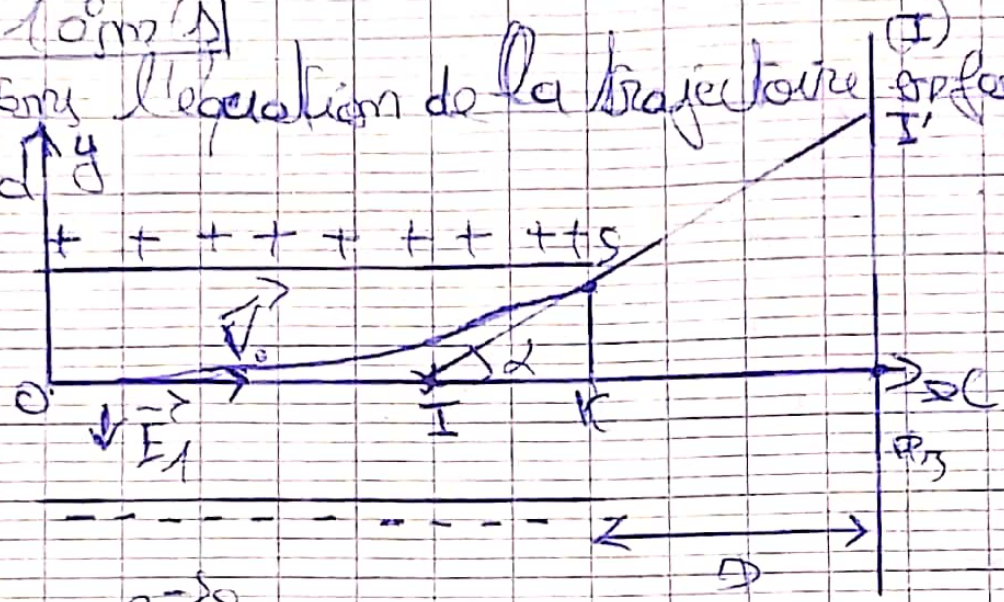
$$V_A = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

A.N :

$$V_A = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1125}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 19,88 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$V_A = 19,88 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

3.a) Établir l'équation de la trajectoire en fonction de M_0, M_1 et d



Bilan des forces : $\{\vec{F_e}\}$

D'après TCI

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F_e} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_e}}{m} = \frac{-e\vec{E}}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{eE}{m}t + V_{0y} \end{cases}$$

$$\vec{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \quad \vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

Scanné avec CamScanner

Mouvement rectiligne.

Equation horaire du mouvement

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2}\left(\frac{eE_0}{m}\right)t^2 = \frac{eE_0}{2m}t^2$$

$$\boxed{x = \frac{eE_0}{2m}t^2} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = \frac{eU_0}{2md}t^2}$$

2 - Déterminons la vitesse d'un électron

1) Après TEC.

$$\Delta E_{C\,F\to A} = \sum W\vec{F}_{ext}$$

$$E_{C_A} - E_{C_F} = W\vec{F}_e$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_F^2 = |q|U_0$$

$$\frac{1}{2}m\left(V_A^2 - V_F^2\right) = |q|U_0 \text{ avec } V_F = 0$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 = |q|U_0 \Rightarrow V_A^2 = \frac{2|q|U_0}{m}$$

$$V_A = \sqrt{\frac{2|q|U_0}{m}} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

Scanné avec CamScanner

Evaluation

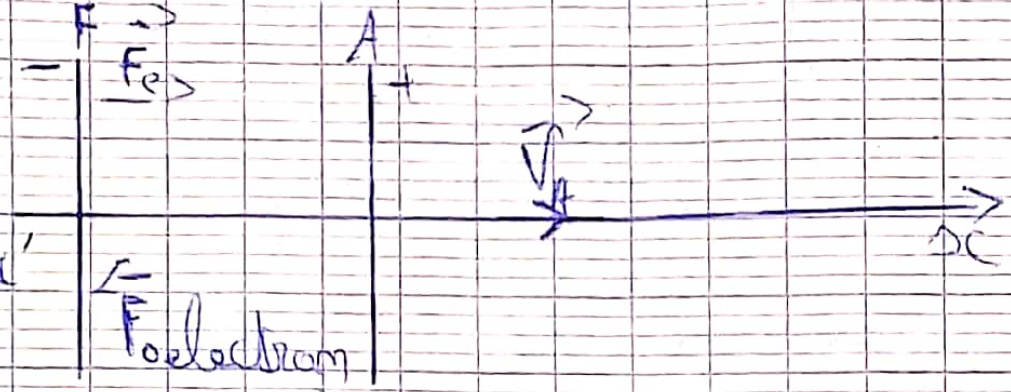
Solution :

Données :

$V_0 = 1125\ V$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\ kg$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$

$V_f = 0$

- La nature du mouvement



Système : $q < 0$ $(q = -e)$

Référentiel : terrestre

bilan des forces : $\{\vec{F_e}\}$

D'après TCI

$\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F_e} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_e}}{m} = \frac{-e\vec{E}}{m}$

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m}$$

$$a = \frac{-e(-E_0)}{m} = \frac{eE_0}{m}$$

La nature est le mouvement rectiligne uniforme.

$$a_y = \frac{-eE}{m} t^2 + (V_0 \sin\alpha)\, t$$

① $\vec{a}$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0\cos\alpha)\, t \\ y = \frac{-eE}{2m} t^2 + (V_0 \sin\alpha)\, t \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire

on tire t dans x

$$x = (V_0\cos\alpha)\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$$

on remplace t dans y

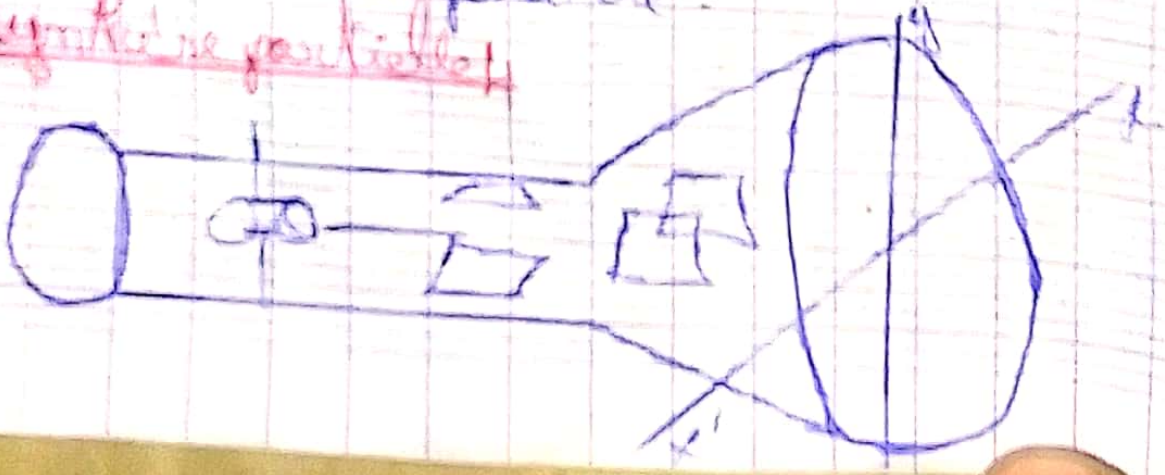
$$y = \frac{-eE}{2m}\left(\frac{x}{V_0\cos\alpha}\right)^2 + (V_0\sin\alpha)\left(\frac{x}{V_0\cos\alpha}\right)$$

$$y = \frac{-eE}{2mV_0^2\cos^2\alpha} x^2 + x\tan\alpha \quad \text{ou}$$

$$y_G = \frac{-eU}{2mdV_0^2\cos^2\alpha} x^2 + x\tan\alpha$$

arc de parabole.

Symétrie verticale



Système : électron ($q < 0$)

Référentiel : terrestre

Bilan des forces : $\vec{f}_e$

D'après TCI : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{f}_e = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{u}}{m}$

$\vec{a} = 0$

$\Rightarrow$ OG $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \end{cases}$

$\vec{a} \neq 0$

$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E \end{cases}$; $\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{-eE_x}{m} \\ a_y = \frac{-eE_y}{m} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{-eE}{m} \end{cases}$

Suivant l'axe Ox

$a_x = 0 \Rightarrow$ (MRU) $\Rightarrow x = V_0 t + x_0$

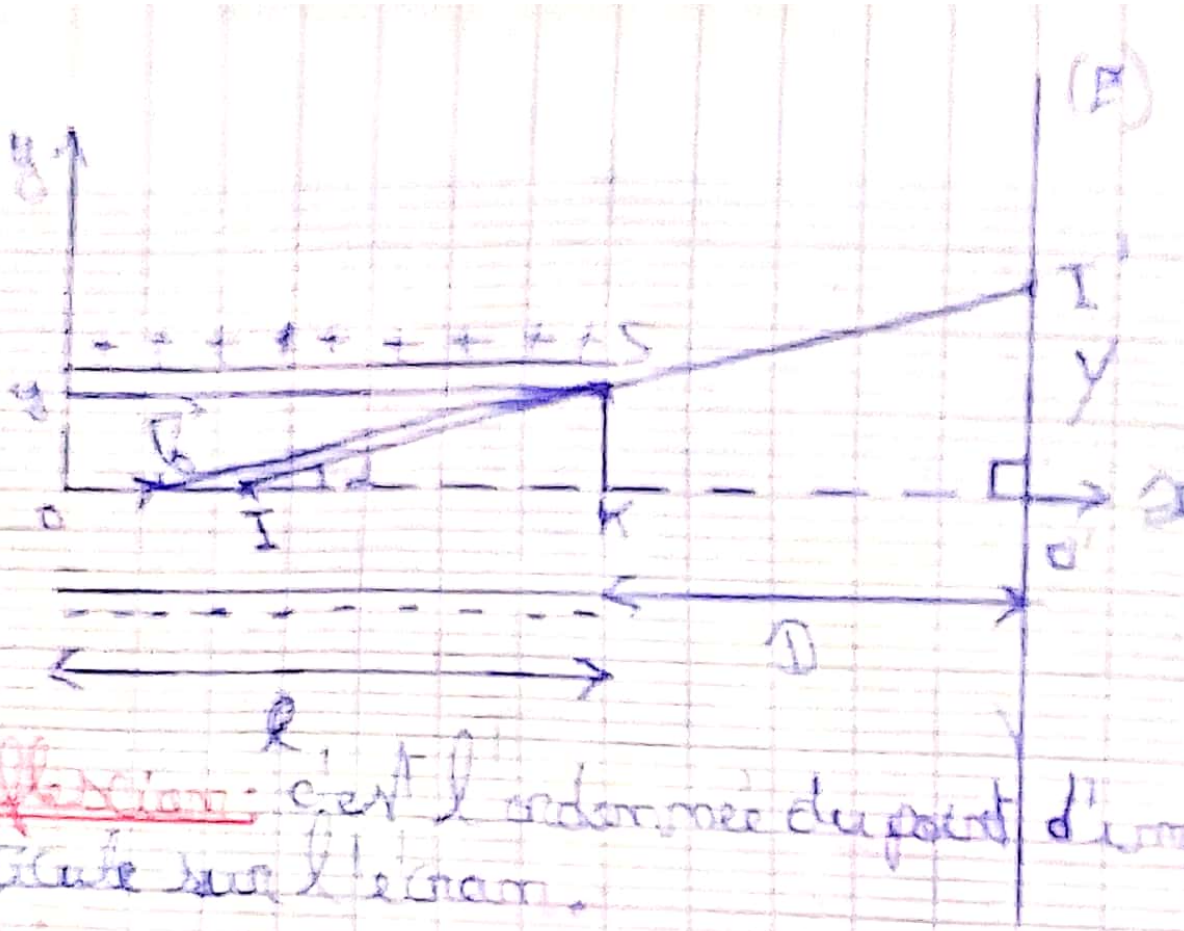
$x = (V_0 \cos\alpha) t$

Suivant l'axe Oy

$\frac{-eu}{m} = \text{Cst}$ (MRUV) $\Rightarrow y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_{0o}$

$y = \frac{1}{2}\left(\frac{-eE}{m}\right) t^2 + (V_0 \sin\alpha) t$

Scanné avec CamScanner



La déflexion : c'est l'ordonnée du point d'impact
sur l'écran.

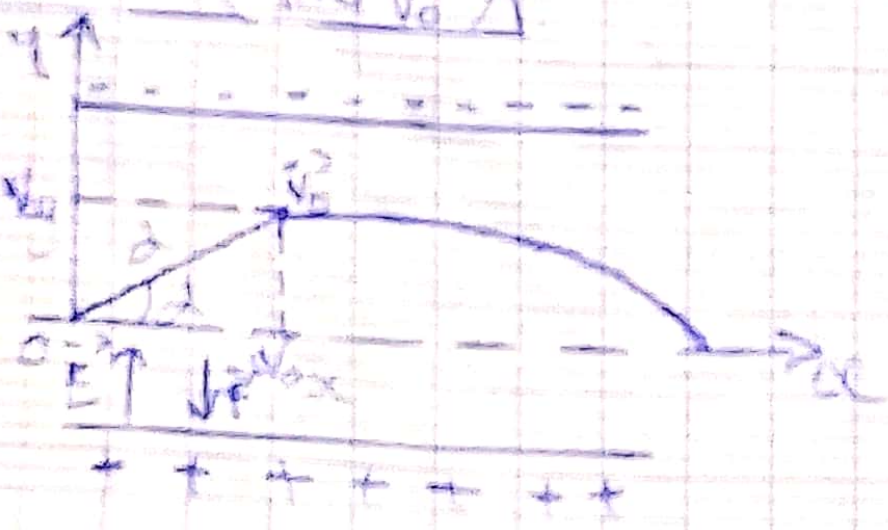
La déflexion électrique :

Dans le triangle I I'O

$$\tan\alpha = \frac{IC'}{I'O'} = \frac{Y}{D + \frac{\ell}{2}}$$

$$\tan\alpha = \frac{Y}{D + \frac{\ell}{2}} \Rightarrow Y = \left(D + \frac{\ell}{2}\right)\tan\alpha$$

$$Y = \left(D + \frac{\ell}{2}\right)\left(\frac{\ell U_0}{2 d V_0}\right)$$



Vecteur vitesse $\vec{V_S}$ → $\begin{cases} V_{x_S} = V_0 \\ V_{y_S} = \dfrac{eul}{md V_0^2} \end{cases}$

$$V_S = \sqrt{V_{x_S}^2 + V_{y_S}^2}$$

$$= \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{eul}{md V_0^2}\right)^2}$$

$$\boxed{V_S = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{eul}{md V_0^2}\right)^2}}$$

4) Déflection :

La déviation angulaire c'est l'angle α formé par la trajectoire rectiligne avant de pénétrer dans le champ (direction de $\vec{V_0}$) et après ~~être~~ d'être sorti dans le champ (direction $\vec{V_S}$).

Expression :

Dans le triangle ISK

$$\tan\alpha = \frac{KS}{IK} = \frac{\frac{u_{DS}}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{u_{DS}}{l}$$

$$\tan\alpha = \frac{\frac{eul}{md V_0^2}}{l} \times \frac{1}{l}$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{ueL}{md V_0^2}}$$

$$\boxed{\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{eul}{md V_0^2}\right)}$$

Scanné avec CamScanner

La nature du mouvement est un arc parabole entre les armatures.

En dehors du champ : $F = 0 \Rightarrow F = 0$. L'électron fuis soumais par aucun des forces alors son mouvement devient rectiligne.

Synthèse partielle 2 - 1

1.) Déterminons les coordonnées du point S de sortie

$$S\begin{pmatrix} x_S = l \\ y_S = ? \end{pmatrix}$$

$$x_S = V_0 t_S = l \Rightarrow t_S = \frac{l}{V_0}$$

$$y_S = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{eU}{2md} t^2 = \frac{eU}{2md} \left(\frac{l}{V_0}\right)^2 = \frac{eUl^2}{2mdV_0^2}$$

$$S\begin{pmatrix} l \\ \frac{eUl^2}{2mdV_0^2} \end{pmatrix}$$

Condition de sortie

$$\frac{Ul^2}{mdV_0^2} < \frac{d}{2} \Rightarrow U < \frac{2mdV_0^2}{el^2}$$

$$\Rightarrow U < \frac{mdV_0^2}{el^2} \quad ; \quad U_{max} = \frac{mdV_0^2}{el^2}$$

a) $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{cases}$

Suivant l'axe ox

$a_x = 0$ (MRUV) $\Rightarrow x = V_{0x} t + x_0$

$x = V_0 t$

Suivant l'axe oy

$a_y = \frac{eE}{m}$ (MRUV) $\Rightarrow y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0$

$y = \frac{eE}{2m} t^2$

D'ou $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{eE}{2m} t^2 \end{cases}$

NB : Le mouvement est plan car il s'effectue dans le plan de la figure $(Ox ; Oy)$.

2) Reduisons l'equation de la trajectoire.

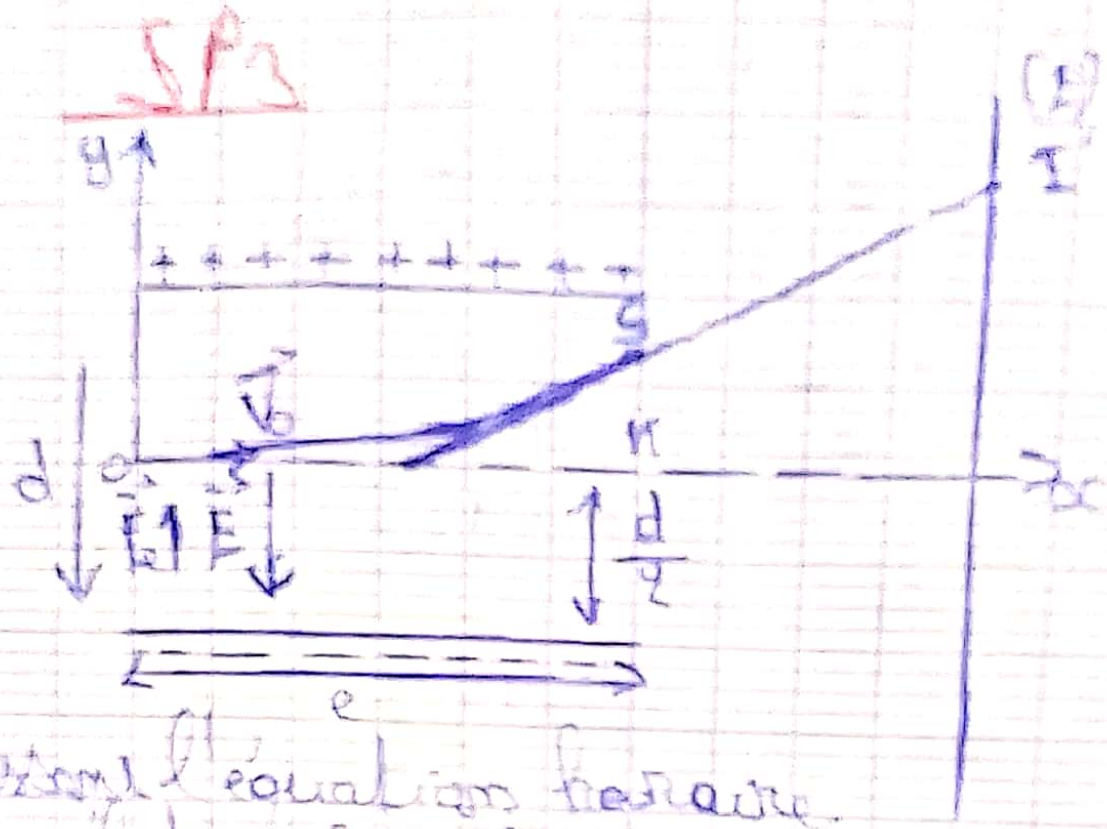
Tirons t dans x

$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$ Remplaçons t dans y.

$y = \frac{eE}{2m} \left(\frac{x}{V_0}\right)^2 = \frac{eE}{2mV_0^2} x^2$

$y = \frac{eE}{2mV_0^2} x^2$ ou $y = \frac{eU}{2mdV_0^2} x^2$

$V_A = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}}$ (m/s)



2. Etablissement de l'équation de la trajectoire.

Système: électron ($q<0$).

Référentiel: terrestre

Bilan des forces: $\{\vec{F}\}$

- appliquons TCI

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

- $t = 0$; $O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

- $t \neq 0$; $\vec{F}\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = -E \end{cases}$; $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{-qE_x}{m} \\ a_y = \frac{-qE_y}{m} \end{cases}$

$\frac{F_e}{P} = \frac{1,6\,10^{-19}}{9,1\,10^{-30}} = 1,79\,10^{15}$

$F_e = 1,79\,10^{15} \times P$; P est négligeable devant F_e

b) D'après TEC entre C et A :

$\Delta E_{C\,C\to A} = \sum W_{F_{ext}}$

$E_{C_A} - E_{C_C} = W_{F_e}$

$\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = |q| U_{AB}$

avec $V_C = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m V_A^2 = |q| U_{AB}$

$V_A^2 = \frac{2|q|U_{AB}}{m} \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2|q|U_{AB}}{m}}$

c) Etablissons l'expression de la vitesse d'entrée V_0 :

D'après TEC entre C et A :

$\Delta E_{C\,C\to A} = \sum W_{F_{ext}}$

$E_{C_A} - E_{C_C} = W_{F_e}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = F_e \times d$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m (V_A^2 - V_C^2) = |q| E \times d = |q| \frac{U}{d} \times d$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m (V_A^2 - V_C^2) = |q| U$ avec $V_C = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_A^2 = |q| U \Rightarrow V_A^2 = \frac{2|q|U}{m}$

Force électrostatique : c'est la force qui agit sur une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

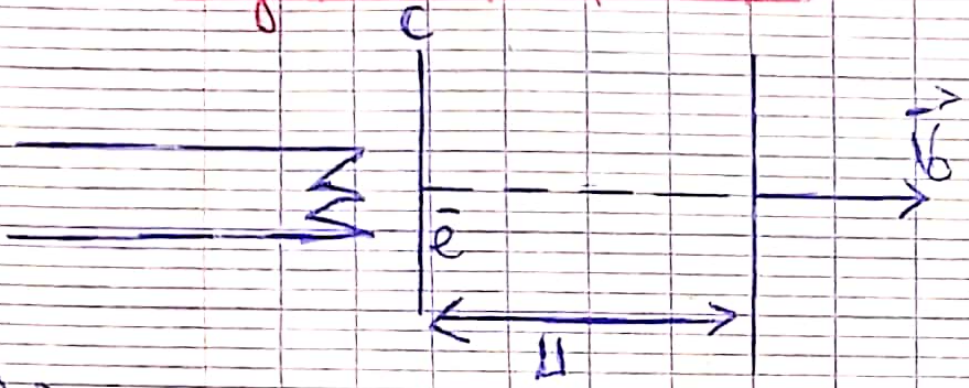
2) Définition :

Caractéristiques :

- Point d'application : Centre d'inertie de la particule
- Direction : Même que $(\vec{E})$
- Sens : Si $q<0$, $\vec{F_e}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraires
  Si $q>0$, $\vec{F_e}$ et $\vec{E}$ sont de même sens.
- Intensité :

$$|F_e| = |q| \cdot E \ (N)$$

Synthèse Partielle 9 :



1) Précisons :
- Le système : électron ($q<0$)
- Référentiel : Terrestre.

2) L'inventaire des forces appliquées à l'électron :
- Le poids : $\vec{P}$
- La force électrique $\vec{F_e}$

3) Comparons :

$P = m \times g = 9,1.10^{-30} \times 9,8 = 8,91.10^{-30}$ N

Sequence 3: Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

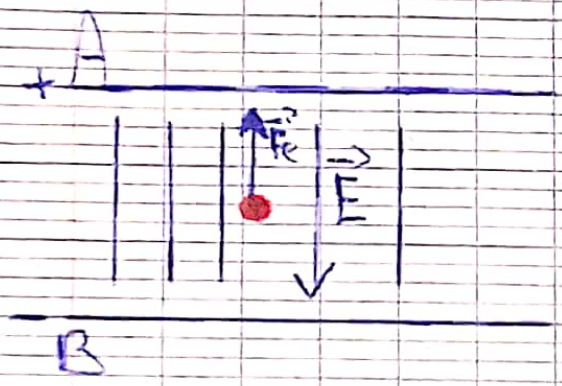
Activité 1: Rappels.

Synthèse partielle 1

1) Définition:

Champ électrique E est toute portion de l'espace où une particule chargée est soumis à des forces électrostatique.

Caractéristiques:



- Point d'Application: Tout point entre les plaques A et B.
- Direction: Perpendiculaire aux deux (2) plaques
- Sens: Dirigé de la plaque positive vers la plaque négative.
- Intensité:

$$E = \frac{U_{AB}}{d} \ (V/m)$$

$$y = \frac{-6,66}{V_0^2} x^2 + 0,57 x$$

2- Déterminons la vitesse $\vec{V_0}$

$M \begin{pmatrix} x_M = d = 40\,m \\ y_M = h + h' = 2,44 + 0,14 = 2,3\,m \end{pmatrix}$

$$y_M = \frac{-6,66}{V_0^2} x_M^2 + 0,57 x_M$$

$$2,3 = \frac{-6,66}{V_0^2} (40)^2 + 0,57 (40)$$

$$-20,5 = \frac{-10,6 \cdot 10^3}{V_0^2} \Rightarrow +20,5 = + \frac{10,6 \cdot 10^3}{V_0^2}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{10,6 \cdot 10^3}{20,5}} = 22,73\,m/s$$

$$\boxed{V_0 = 22,73\,m/s}$$

Scanné avec CamScanner

$\rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \end{cases}$

$a(t) \neq 0$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \ (MRU) \\ a_y = g_y = -g \ (MRUV) \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x = (V_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin\alpha)t \end{cases}$

Tirons t dans x.

$x = (V_0 \cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$

Remplaçons t dans y

$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + (V_0 \sin\alpha)\left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)$

$y = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + x\frac{V_0 \sin\alpha}{V_0 \cos\alpha}$

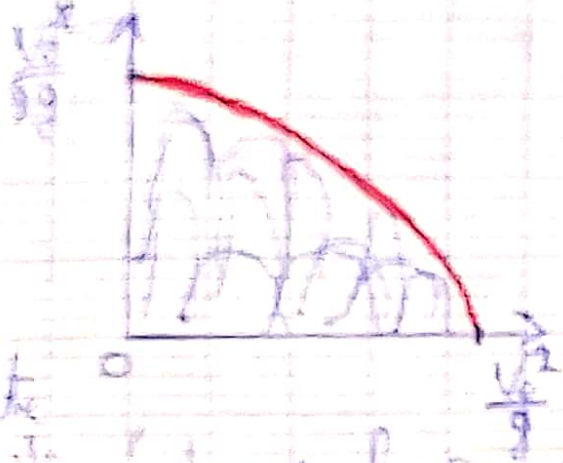
$y = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

A.N :

$y = \frac{-10}{2V_0^2 \cos^2(30^\circ)}x^2 + x\tan(30^\circ)$

$y = \frac{-10}{V_0^2[2\times\cos^2(30^\circ)]}x^2 + x\tan(30^\circ)$

Scanné avec CamScanner



la cible est atteinte

au sommet elle est située dans la zone située sur la parabole du tir.

Solutions au problème :

$$-\frac{g x_c^2}{2V_0^2}\tan^2\alpha + x_c\tan\alpha - \left(\frac{g x_c^2}{2V_0^2} + y_c\right) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = x_c^2 - 4x_c\left(-\frac{g x_c^2}{2V_0^2}\right)\left(-\frac{g x_c^2}{2V_0^2} - y_c\right)$$

$$\Delta = x_c^2 + \frac{4 g x_c^2}{2V_0^2}\left(\frac{-g x_c^2}{2V_0^2} - y_c\right)$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow x_c^2 + \frac{4 g x_c^2}{2V_0^2}\left(\frac{-g x_c^2}{2V_0^2} - y_c\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2 g x_c^2}{V_0^2}\left(\frac{-g x_c^2}{2V_0^2} - y_c\right) = -x_c^2$$

$$\frac{-g x_c^2}{2V_0^2} - y_c = -\frac{V_0^2 x_c^2}{2g x_c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g x_c^2}{2V_0^2} + y_c = \frac{V_0^2}{2g} \Rightarrow \boxed{y_c = \frac{-g}{2V_0^2}x_c^2 + \frac{V_0^2}{2g}}$$

Remarque :

Pour $x_c = 0 \Rightarrow \boxed{y_{0c} = \frac{V_0^2}{2g}}$

Pour $y_c = 0 \Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2}x_c^2 + \frac{V_0^2}{2g} = 0$

$$\Rightarrow -\frac{g x_c^2}{2V_0^2} = -\frac{V_0^2}{2g} \Rightarrow x_c^2 = \frac{2V_0^4}{2g^2}$$

Scanné avec CamScanner

$$-\frac{g x_A^2}{2V_0^2} - \frac{g x_A^2}{2V_0^2}\tan^2\alpha + x_A \tan\alpha - y_A = 0$$

$$-\frac{g x_A^2}{2V_0^2}\tan^2\alpha + x_A \tan\alpha - \frac{g x_A^2}{2V_0^2} - y_A = 0$$

$$-\frac{g x_A^2}{2V_0^2}\tan^2\alpha + x_A \tan\alpha - \left(\frac{g x_A^2}{2V_0^2} + y_A\right) = 0$$

Deux solutions sont possible lorsque $\Delta > 0$ et une solution si $\Delta = 0$

Synthèse partielle 3

1- Equivaut une relation entre les deux angles α_1 et α_2

α_1 et α_2 sont deux angles complémentaires, alors

$\alpha_1 + \alpha_2 = 90° \Rightarrow \alpha_2 = 90° - \alpha_1$

- Pour la plus petite valeur de $\alpha < 45°$: le tir est tendu.
- Pour la plus grande valeur de $\alpha > 45°$: le tir est en cloche.

2- Définitions : Parabole de sureté

La parabole de sureté est la parabole qui enveloppe toute les trajectoires possibles pour une vitesse donnée

Son expression :

$$C\left(\begin{matrix} x_C \\ y_C \end{matrix}\right)$$

4- Déterminations : L'angle de tir

L'angle de tir est l'angle que fait la vitesse initiale $\vec{V_0}$ avec l'horizontale

Détermination de l'angle de tir α_1 :

Méthode 1 :

$$\Delta_p = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha_1}{g} \Rightarrow V_0^2 \sin 2\alpha = \Delta_p \times g$$

$$\sin 2\alpha_1 = \frac{\Delta_p g}{V_0^2} \Rightarrow 2\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\Delta_p \cdot g}{V_0^2}\right)$$

$$\boxed{\alpha_1 = \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{\Delta_p \cdot g}{V_0^2}\right)}$$

Méthode 2 :

$$A\begin{pmatrix} \Delta_A \\ y_{0A} \end{pmatrix}$$

$$y_{0A} = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} \Delta_A^2 + \Delta_A \tan\alpha$$

$$\frac{-g\Delta_A^2}{2V_0^2} \times \frac{1}{\cos^2\alpha} + \Delta_A \tan\alpha - y_{0A} = 0$$

$$\frac{-g\Delta_A^2}{2V_0^2} \times (1 + \tan^2\alpha) + \Delta_A \tan\alpha - y_{0A} = 0$$

Scanné avec CamScanner

- Si le point de lancement A et le point de chute B sont sur la même droite horizontale on a : $V_B = ?$

D'après TEC : $\Delta E_{C_{A \to B}} = \sum W_{F_{ext}}$

$E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} \Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mgh$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) = mgh \Rightarrow V_B^2 - V_A^2 = 2gh$

$\Rightarrow V_B^2 = 2gh + V_A^2 \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2gh + V_A^2}}$

Remarque :

~~La portée maximale~~ * La flèche est maximale si $\sin \alpha = 1$

$\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$

$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{V_0^2}{2g}$

$\boxed{H_{max} = \frac{V_0^2}{2g}}$

* La portée est maximale si $\sin 2\alpha = 1$

$\sin 2\alpha = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

$L_{max} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin\left(2 \frac{\pi}{4}\right)}{g} = \frac{V_0^2}{g}$

$\boxed{L_{max} = \frac{V_0}{g}}$

Au point de chute

$y_p = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} g t_p^2 + (V_0 \sin\alpha) t_p = 0$

$t_p \left(-\frac{1}{2} g t_p + V_0 \sin\alpha\right) = 0$

$t_p = 0$ (à l'origine)

$-\frac{1}{2} g t_p + V_0 \sin\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{t_p = \frac{2 V_0 \sin\alpha}{g}}$

$x_p = (V_0 \cos\alpha) t_p \Rightarrow \boxed{t_p = \frac{x_p}{V_0 \cos\alpha}}$

3) L'expression de la vitesse au point de chute est :

Au point de chute : deux (2) cas sont possible.

1er cas : Si le point de lancement et le point de chute sont sur la même droite horizontale alors $\boxed{V_0 = V}$

2ème cas :

$$x_p\left(\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_p + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) = 0$$

$x_p = 0$ (à l'origine).

$$\Rightarrow \frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_p + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0$$

$$\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_p = \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_p = \sin\alpha \Rightarrow g x_p = 2V_0^2\cos\alpha\sin\alpha.$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{2V_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g} \quad \text{avec } 2\cos\alpha\sin\alpha = \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{x_p = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g}}$$

2- Définition:

Le temps de vol: est le temps mis par le projectile pour atteindre le sol.

Son expression:

$$\begin{cases} x_p = (V_0\cos\alpha)t_p \\ y_p = -\frac{1}{2}gt_p^2 + (V_0\sin\alpha)t_p \end{cases}$$

4- Donnons l'expressions de la vitesse au sommet S.

$\vec{V_S} = \vec{V_{x_S}} + \vec{V_{y_S}}$

En module : $V_S^2 = V_{x_S}^2 + V_{y_S}^2$ avec $V_{y_S} = 0$

$V_S = \sqrt{V_{x_S}^2} = V_{x_S} = V_0 \cos\alpha$

$$\boxed{V_S = V_0 \cos\alpha}$$

* La portée

Synthèse partielle 9-9 :

1) Définition :

La portée est la distance qui sépare le point de lancement et le point de chute.

Son expression est :

$P(x_P ; y_P)$

$$y_P = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x_P^2 + x_P \tan\alpha$$

Au point de chute $y_P = 0$

$$y_P = 0 \Leftrightarrow \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x_P^2 + x_P \tan\alpha = 0$$

Scanné avec CamScanner

4) Définition: La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile.

a) Déterminons le temps mis par le projectile.

$$S\begin{cases} x_S = (V_0 \cos\alpha)\, t_S \\ y_S = -\frac{1}{2} g t_S^2 + (V_0 \sin\alpha)\, t_S \end{cases}$$

$$V_{y_S} = \frac{dy_S}{dt} = -g t_S + V_0 \sin\alpha$$

au sommet $V_{y_S} = 0$

$$\Rightarrow -g t_S + V_0 \sin\alpha = 0 \Rightarrow -g t_S = -V_0 \sin\alpha \Rightarrow \boxed{t_S = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}}$$

En remplaçant t_S dans y_S

$$y_S = H = -\frac{1}{2} g \left(\frac{V_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0 \sin\alpha \left(\frac{V_0 \sin\alpha}{g}\right)$$

$$= \frac{-g V_0^2 \sin^2\alpha}{2g^2} + \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{g}$$

$$= \frac{-V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} + \frac{2V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$y_S = H = \frac{-V_0^2 \sin^2\alpha + 2V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$\boxed{y_S = H = \frac{V_0 \sin^2\alpha}{2g}}$$

D'où $\overrightarrow{OG_0}$ $\begin{cases} x = (V_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin\alpha)t \\ z = 0 \end{cases}$

2- Déduisons que le mouvement est plan

$z = 0$ le mouvement est plan car le mouvement s'effectue suivant les axes (Ox ; Oy)

3- Déduisons l'équation de la trajectoire et sa nature.

On tire t dans x

$x = (V_0 \cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$

Remplaçons t dans y.

$y = \frac{-1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + V_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)$

$= \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha$

$$y = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha$$

Sa nature est une parabole car elle est sous la forme $y = ax^2 + bx + c$.

* La flèche

Synthèse partielle 2-1

$\vec{OO_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$

$\vec{a}\ \vec{f} \neq 0$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \\ a_z = g_z = 0 \end{cases}$

Suivant l'axe ox

$a_x = 0$ (MRU) $\Rightarrow x = V_{0x} t + x_0$

$x = (V_0 \cos\alpha) t$

suivant l'axe oy

$a_y = -g =$ cst (MRUV)

$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0$

$\Rightarrow y = -\frac{1}{2} g t^2 + (V_0 \sin\alpha) t$

Suivant l'axe oz:

$a_z = 0$ (MRU) $\Rightarrow z = V_{0z} t + z_0$

$\Rightarrow z = 0$

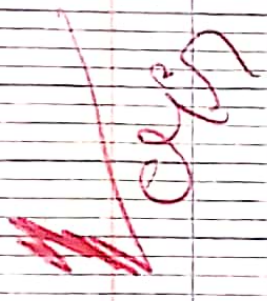
Scanné avec CamScanner

Sequence 1: Projectile

Activité 1:

Synthèse partielle 1:

1) Comment ?



1-) Etablissons les équations horaires du projectile:

Système: projectile.

Référentiel: terrestre.

Bilan des forces: $\vec{P}$

D'après TCI: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -g \end{cases}$