

David Diarra

P R O B L È M E S

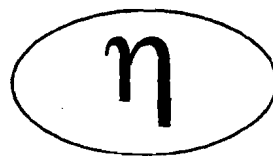
R É S O L U S

Moamed Chérif Diallo

Collection D.L. DIARRA

SCIENCES PHYSIQUES
Terminales SB & SE

Par D.L. DIARRA
Professeur au Lycée Ibrahima Ly
de Banankabougou



Niagara

Préface

Cet ouvrage, conforme au programme des terminales SB et SE, est conçu pour apporter à tous les élèves une bonne compréhension des problèmes de physique et de chimie en classes terminales. Il s'intègre dans la collection d'ouvrages de problèmes avec solutions, dont le but est d'aider les élèves à préparer leur examen dès le début de l'année.

Chacun des 13 chapitres contient une sélection de sujets posés en classes au lycée Massa Makan Diabaté de Baco-Djicoroni (LMDB) pendant les compositions ou pendant les devoirs surveillés. 65 problèmes, avec souvent des énoncés originaux couvrent l'ensemble des programmes.

En écrivant ce livre, j'ai souhaité réaliser un ouvrage agréable, clair et utile qui permettra à de nombreux élèves de préparer avec succès le baccalauréat. Je serais très heureux d'avoir atteint cet objectif.

DAVID.

3.	Nombre de noyaux radioactifs – activité d'une substance radioactive - - - - -	96
4.	Energie libérée lors de la désintégration du polonium 210 – longueur d'onde du photon γ associé - - - - -	97

VIII CHIMIE ORGANIQUE

1.	Configurations du pent-3-ène-2-ol - - - - -	101
2.	Stéréo-isomères d'un alcène - - - - -	102
3.	Isomères d'un alcène - - - - -	103
4.	Action du sodium sur un alcool primaire aromatique - - - - -	104
5.	Détermination de la formule d'une amine - - - - -	105
6.	Passage d'un acide carboxylique à un anhydride d'acide - - - - -	107
7.	Passage d'un alcool à une amide - - - - -	107
8.	synthèse d'un peptide - - - - -	109

IX CINETIQUE CHIMIQUE

1.	Décomposition de l'hémi-pentoxyle d'azote - - - - -	112
2.	Saponification de l'éthanoate d'éthyle - - - - -	114
3.	Détermination de l'ordre d'une réaction par la méthode graphique - - - - -	115
4.	Cinétique d'une réaction d'estérification - - - - -	117
5.	Décomposition de l'éthanal - - - - -	120
6.	Décomposition de l'eau oxygénée - - - - -	122
7.	Oxydation de l'ion iodure par l'ion peroxodisulfate - - - - -	123
8.	Méthode chimique d'étude de la saponification - - - - -	126
9.	Cinétique de la décomposition du chlorure de sulfuryle - - - - -	128

X EQUILIBRE CHIMIQUE

1.	Réaction de l'acide éthanoïque avec l'éthanol - - - - -	131
2.	Dissociation du pentachlorure de phosphore - - - - -	133
3.	Synthèse de l'ammoniac - - - - -	135

XI LES ACIDES FORTS ET LES BASES FORTES

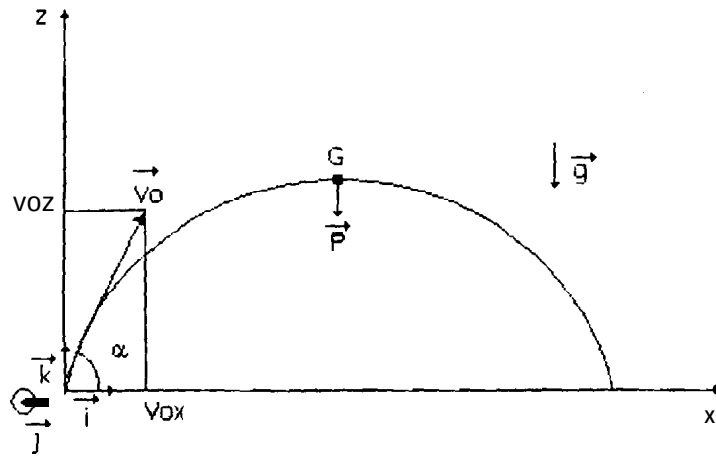
1.	Détermination de la concentration d'une solution d'acide chlorhydrique - - - - -	137
2.	Mélange de deux solutions d'acides forts - - - - -	138
3.	pH d'un mélange de deux solutions de bases fortes - - - - -	139

XII COUPLE ACIDE/BASE

1.	Acide méthanoïque - - - - -	141
2.	Solution d'ammoniac et solution de mono éthylamine - - - - -	142
3.	Détermination de la concentration d'une solution d'ammoniac - - - - -	144
4.	Solution de chlorure d'ammonium – mélange tampon - - - - -	145

XIII REACTIONS ACIDE-BASE. DOSAGES

1.	Réaction entre une solution d'acide faible et une solution de base forte-trois méthodes pour préparer une solution tampon - - - - -	148
2.	Réaction entre une solution de base faible et une solution d'acide fort - - - - -	150
3.	Identification de deux solutions acides - - - - -	152



D'après le théorème du centre d'inertie :

$$m\vec{g} = m\vec{a}_G$$

d'où

$$\vec{a}_G = \vec{g} \quad (1)$$

L'accélération du centre d'inertie G est un vecteur constant. Par interprétation de la relation (1), on obtient le vecteur vitesse :

$$\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0 \quad (2)$$

Par intégration de la relation (2), on obtient le vecteur position :

$$\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0t \quad (3)$$

Les coordonnées des vecteurs sont :

$$\vec{OG} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \vec{g} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

Dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la relation (3) devient, en projection :

sur l'axe orienté par $\vec{i}$: $x = (v_0 \cos \alpha)t$

sur l'axe orienté par $\vec{j}$: $y = 0$

sur l'axe orienté par $\vec{k}$: $z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t$

Numériquement :

$$x = (18 \times 0,86)t = 15,48t \quad (4)$$

$$y = 0 \quad (5)$$

$$z = -0,5 \times 10t^2 + 18 \times 0,5t = -5t^2 + 9t \quad (6)$$

$$\begin{cases} x = (15,48)t \\ y = 0 \\ z = -5t^2 + 9t \end{cases}$$

Or

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(15,48t) = 15,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_1 = 15,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4° a) Le Gardien se trouve à l'abscisse $x = 20\text{m}$

$$\text{or : } x = (15,48)t$$

$$\text{donc : } 20 = (15,48)t_2$$

$$\text{d'où : } t_2 = \frac{20}{15,48} = 1,29\text{s}$$

$$t_2 = 1,29\text{s}$$

b) Les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_2$ sont :

$$v_{2x} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(15,48)t = 15,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{2z} = \frac{dz}{dt} = -10t_2 + 9 = -10 \times 1,29 + 9 = -3,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'autre part :

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2z}^2}$$

soit :

$$v_2 = \sqrt{(15,48)^2 + (-3,9)^2} = 15,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 15,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) L'altitude h de la balle au niveau du Gardien est la cote $z(20)$ lorsque $x = 20\text{m}$

$$h = z(20) = -2 \cdot 10^{-2} \times (20)^2 + 0,58 \times 20 = 3,6\text{m}$$

Puisque

$$h > 3$$

Le Gardien ne peut pas toucher la balle (le Gardien a été lobé).

L'altitude h' de la balle au niveau des lignes de but est la cote $z(25)$ lorsque $x = 25\text{m}$.

$$h' = -2 \cdot 10^{-2} \cdot (25)^2 + 0,58 \times 25 = 2\text{m}$$

$h' < 2,44\text{m}$; la balle entre dans les buts.

2. Projectile dans le *champ* de pesanteur – Tir tendu et tir en cloche

Un garçon lance une pierre vers une cible B de coordonnées $x_B = 25\text{m}$ et $y_B = 5\text{m}$. La pierre part du point A de coordonnées $x_A = 0$ et $y_A = 1,65\text{m}$, avec une vitesse V , faisant un angle α avec l'horizontale.

1° Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire en fonction de $\tan \alpha$.

Application numérique : $v_0 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

L'accélération du centre d'inertie G est un vecteur constant. Par intégrations successives du vecteur accélération on obtient :

le vecteur vitesse : $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$ (1)

le vecteur position : $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0t + \overrightarrow{OA}$ (2)

Les matrices de coordonnées des différents vecteurs sont

$$\overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \vec{g} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}; \overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} 0 \\ y_A \end{pmatrix}$$

Par projection sur les axes ox et oy , la relation (2) devient :

suivant ox : $x = (v_0 \cos \alpha)t$ (3)

suivant oy : $y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + y_A$ (4)

L'équation (4) s'écrit, en éliminant t à partir de (3) ;

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + y_A$$

or : $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$

il vient : $y = -\frac{g}{2v_0^2}(1 + \tan^2 \alpha)x^2 + x \tan \alpha + y_A$

Numériquement :

$$y = \frac{-10(1 + \tan^2 \alpha)x^2}{2 \times 400} + x \tan \alpha + 1,65$$

soit :

$$y = -\frac{1}{80}(1 + \tan^2 \alpha)x^2 + x \tan \alpha + 1,65$$

2° a) Les coordonnées de B vérifient l'équation de la trajectoire, donc :

$$y_B = -\frac{1}{80}(1 + \tan^2 \alpha)x_B^2 + x_B \tan \alpha + 1,65$$

soit : $5 = -\frac{(1 + \tan^2 \alpha)625}{80} + 25 \tan \alpha + 1,65$

ou : $5 = -7,81 - 7,81 \tan^2 \alpha + 25 \tan \alpha + 1,65$

par la suite : $7,81 \tan^2 \alpha - 25 \tan \alpha + 11,16 = 0$

En posant : $\tan \alpha = X$

il vient : $7,81X^2 - 25X + 11,16 = 0$

Le discriminant de cette équation du second degré est :

$$A = (25)^2 - 4 \times 7,81 \times 11,16 = (16,62)^2$$

Les solutions de l'équation sont :

on en déduit :
$$t = \frac{x_B}{V_0 \cos \alpha_2} = \frac{25}{20 \times 0,35} = 3,57s$$

il vient :
$$V_{By} = -10 \times 3,57 + 20 \sin 69,42^\circ = -16,97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

comme :
$$V_B = \sqrt{V_{Bx}^2 + V_{By}^2}$$

on obtient :
$$V_B = \sqrt{49 + (-16,97)^2} = 18,36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'autre part, le vecteur $\vec{V}_B$ fait avec l'horizontale l'angle β tel que :

$$\tan \beta = \frac{V_{By}}{V_{Bx}} = \frac{-16,97}{7} = -2,424$$

d'où :
$$\beta = -67,58^\circ$$

$V_B = 18,36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ $\beta = -67,58^\circ$
--

3_ Satellite terrestre

Un satellite évolue dans le plan équatorial de la terre à une altitude h . Il fait un tour en 12h30mn.

1° Quelle est sa vitesse angulaire ?

2° Déterminer son altitude.

3° Calculer sa vitesse linéaire.

On donne : $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Rayon de la terre $R_T = 6\,400 \text{ km}$

LMDB dev SB

Solution

1° La période T de révolution du satellite est liée à la vitesse angulaire ω par la relation :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

on en déduit :
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

avec :
$$T = 12\text{h}30\text{mn} = 12 \times 60 + 30 = 750\text{mn}$$

soit, en secondes :
$$T = 750 \times 60 = 45 \cdot 10^3 \text{ s}$$

donc :
$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14}{45 \cdot 10^3} = 1,39 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

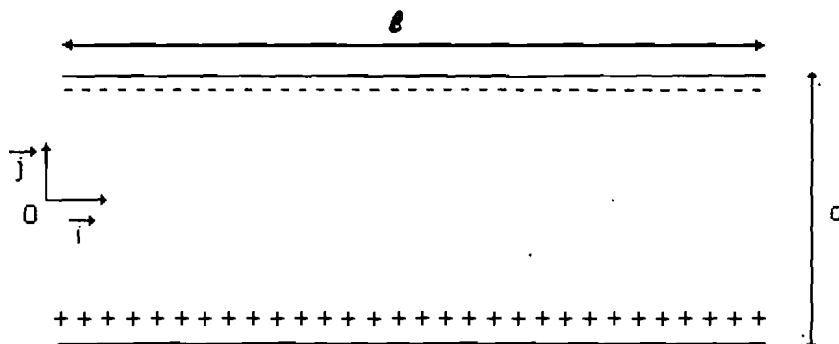
$\omega = 1,39 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

CHAPITRE II

ELECTROMAGNETISME

1_ Electron lancé dans un champ électrique uniforme

On maintient entre les armatures d'un condensateur, une différence de potentiel U . La longueur des armatures est $l = 4 \text{ cm}$ et la distance qui les sépare est $d = 2 \text{ cm}$.



- 1) Un électron est injecté au point O situé à mi-distance des armatures avec une vitesse $v_0 = 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Le vecteur $\vec{v}_0$ est parallèle aux armatures.
 - a. Déterminer l'équation de la trajectoire de l'électron dans le champ électrostatique en fonction de la tension U .
 - b. Pour quelles valeurs de U , l'électron sort-t-il effectivement du condensateur sans être intercepté par l'une des armatures ?
- 2) Le vecteur vitesse $\vec{v}$, est à présent incliné sur l'horizontale d'un angle α et dirigé vers le haut. La tension entre les armatures est $U = 50 \text{ V}$.
 - a. Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire en fonction de m , d , U , v_0 et α .
 - b. Calculer la valeur de α pour que l'électron sorte du condensateur avec une vitesse parallèle aux armatures.

Données :

Masse de l'électron

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Charge de l'électron

$$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

LMDB dev SB

Solution

1° a) Les forces appliquées à l'électron sont le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. Le poids est négligeable devant la force $\vec{F}$.

$$y = -4,4 \cdot 10^{-2} U x^2$$

b) L'électron sort du condensateur si, pour $x = l$, $|y| < \frac{d}{2}$

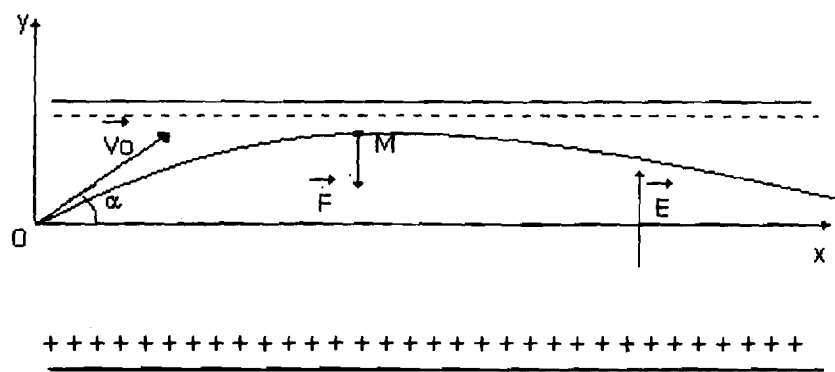
soit : $4,4 \cdot 10^{-2} U \cdot l^2 < \frac{d}{2}$

donc : $U < \frac{d}{8,8 \cdot 10^{-2} l^2}$

soit : $U < \frac{2 \cdot 10^{-2}}{8,8 \cdot 10^{-2} \times 16 \cdot 10^{-4}}$

$$U < 142 \text{ V}$$

2° a)



Nous avons : $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = -\frac{e}{m} \vec{E}$

Par conséquent : $\vec{OM} = -\frac{1}{2} \frac{e\vec{E}}{m} t^2 + \vec{v}_0 t$

Les coordonnées des vecteurs sont :

$$\vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \vec{E} \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

par projection sur les axes, le vecteur position $\vec{OM}$ donne :

suitant $(O, \vec{i})$: $x = (v_0 \cos \alpha) t$ (5)

suitant $(O, \vec{j})$: $y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 + (v_0 \sin \alpha) t$ (6)

La relation (6) s'écrit, en éliminant t à partir de la relation (5) :

$$y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

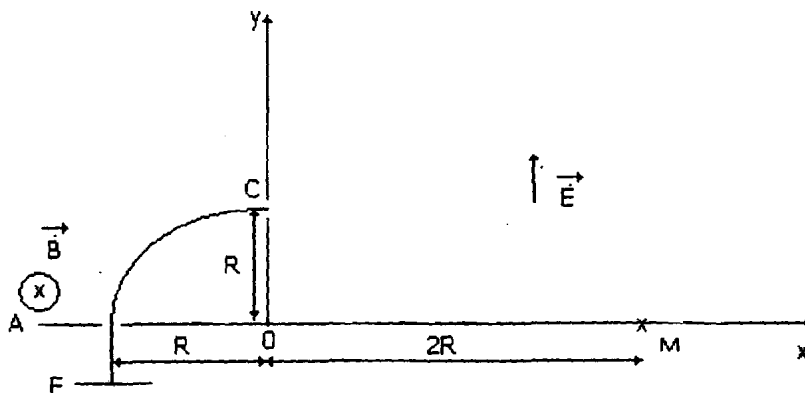
soit, avec $E = \frac{U}{d}$:

$$y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{eU}{m d v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

b) L'électron sort du condensateur avec une vitesse horizontale si, pour $x = l$, la composante verticale de la vitesse est nulle : $v_y = 0$

2. Déviation d'un faisceau d'électrons par un champ magnétique et par un champ électrique

Des électrons sont émis par un filament F avec une vitesse presque nulle. Ils sont accélérés par une plaque A portée à un potentiel élevé par rapport au filament. La tension entre l'anode A et le filament est $U_0 = 285 \text{ V}$. Grâce à un trou T pratiqué dans l'anode, les électrons entrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme. Ils y décrivent un quart de cercle de rayon $R = 20 \text{ cm}$ et pénètrent par le trou C dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ limité par le dièdre xoy. Le champ électrique est parallèle à l'axe oy.



- 1° Déterminer la vitesse des électrons dans le champ magnétique.
- 2° Calculer l'intensité B du champ magnétique.
- 3° Etablir littéralement l'expression de la trajectoire des électrons dans le champ électrique ; en déduire la nature du mouvement.
- 4° Calculer la valeur à donner à la norme E du champ électrique pour que le point d'impact des électrons soit un point M situé à la distance $OM = 2R$.

Données :

Masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Charge de l'électron : $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

LMDB compos SE

Solution

1° La vitesse $\vec{v}_0$ acquise par les électrons à l'anode A garde la même valeur dans le champ magnétique. Le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = eU_0$$

d'où :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

soit :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 285}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\boxed{v_0 = 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{mv_0^2} x^2 + R$$

L'ordonnée est une fonction du second degré de l'abscisse x . le mouvement dans le champ électrique est parabolique.

4° Les coordonnées du point M sont : $x_M = 2R$ et $y_M = 0$

D'autre part
$$y_M = -\frac{1}{2} \frac{eE}{mv_0^2} x_M^2 + R$$

soit :
$$0 = -\frac{eE \times 4R^2}{2mv_0^2} + R$$

ou encore :
$$0 = -R \left(\frac{2eER}{mv_0^2} - 1 \right)$$

puisque $R \neq 0$, il vient :

$$\frac{2eER}{mv_0^2} - 1 = 0$$

d'où :
$$\frac{2eER}{mv_0^2} = 1$$

on en déduit :
$$E = \frac{mv_0^2}{2eR}$$

soit :
$$E = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \times 10^{14}}{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,2} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$E = 1400 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

3_ Déviation d'un faisceau d'électron par un champ électrique : Etude de phénomènes qui font penser à la réfraction en optique.

Des électrons, émis avec des vitesses pratiquement nulles, sont accélérés par une tension $U_1 = 400 \text{ V}$.

1) Exprimer en fonction de U_1 , la valeur v_1 de leur vitesse et calculer la valeur numérique de v_1 .

2) Animés de la vitesse $\vec{v}_1$, ces électrons pénètrent en O dans un espace où règne un champ électrostatique uniforme créé par une tension de 200 V appliquée entre deux grilles G_1 et G_2 planes et parallèles. Le vecteur $\vec{v}_1$ est contenu dans le plan du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ représenté sur la figure ci-dessous et fait un angle α_1 avec $\vec{j}$ lequel est perpendiculaire à G_1 .

$\alpha_1(^{\circ})$					
$a, (^{\circ})$	14,2			65,5	90
$\frac{\sin a,}{\sin \alpha_2}$	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70

De ces résultats **expérimentaux**, il vient :

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha_2} = \text{constante}$$

b) La trajectoire des électrons est parabolique.

3) La vitesse $\vec{v}_1$ des électrons n'est pas colinéaire au champ électrique $\vec{E}$ existant entre les grilles G1 et G2 ; par conséquent, l'énergie cinétique des électrons décroît entre G1 et G2 ; d'où $v_2 < v_1$. Le théorème de l'énergie cinétique, appliqué à l'électron dans l'espace compris entre les grilles s'écrit alors :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -eU_2$$

$$\text{soit :} \quad \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - eU_2$$

$$\text{puisque :} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = eU_1$$

$$\text{il vient :} \quad \frac{1}{2}mv_2^2 = eU_1 - eU_2$$

$$\text{ou :} \quad mv_2^2 = 2e(U_1 - U_2)$$

$$\text{soit :} \quad v_2^2 = \frac{2e(U_1 - U_2)}{m}$$

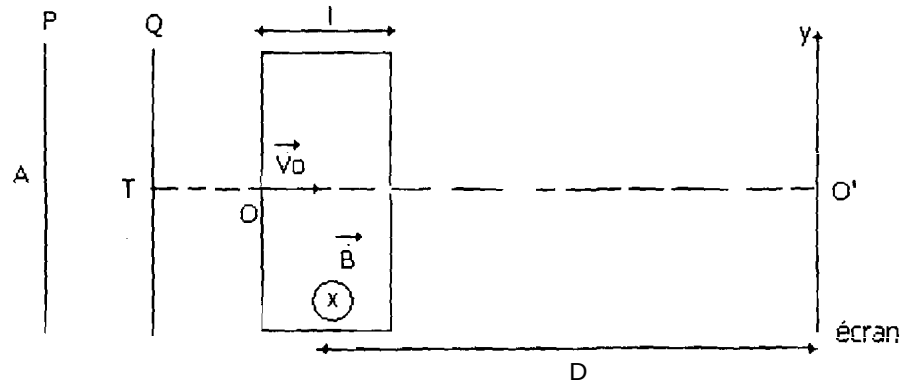
$$\text{finalement :} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2e(U_1 - U_2)}{m}}$$

b) Le vecteur accélération des électrons entre les grilles est $\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m}$. D'autre part le

champ électrostatique $\vec{E}$ est perpendiculaire à l'axe $(o, \vec{i})$; sa composante horizontale est donc nulle : $E_x = 0$. par conséquent la composante horizontale de l'accélération est nulle : $a_x = 0$ la coordonnée du vecteur-vitesse suivant l'axe $(o, \vec{i})$ est donc constante. On a alors

4- Déviation des particules α par un champ magnétique et un champ électrique.

Des particules α ions ${}^4_2\text{He}^{2+}$ de masse m sont introduits en A, à vitesse presque nulle. Elles sont accélérées entre les plaques P et Q par une tension $U_0 = 2000 \text{ V}$. au delà d'un trou T de la plaque Q, les ions pénètrent dans un champ magnétique uniforme limité à une largeur $l = 3 \text{ cm}$. La norme du champ magnétique est $B = 8 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. un écran fluorescent, situé à la distance $D = 40 \text{ cm}$ du milieu du champ, s'illumine sous l'impact des ions.



- 1° Calculer la vitesse v_0 des particules α à la sortie du trou T.
- 2° Montrer que la trajectoire des ions dans le champ est circulaire et uniforme. Calculer son rayon.
- 3° Déterminer l'ordonnée y du point d'impact sur l'écran.
- 4° On remplace le champ magnétique par le champ électrique existant entre les armatures horizontales d'un condensateur. La longueur des armatures $l = 3 \text{ cm}$; leur distance $d = 2 \text{ cm}$. Quelle différence de potentiel U doit on appliquer entre les armatures pour obtenir sur l'écran une déviation analogue à la déflexion magnétique précédente.

Données : masse des particules α : $m = 4 \text{ u}$
 $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solution

1° Appliquons le théorème de l'énergie cinétique en admettant que la seule force qui intervient est la force électrique :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = q U_0$$

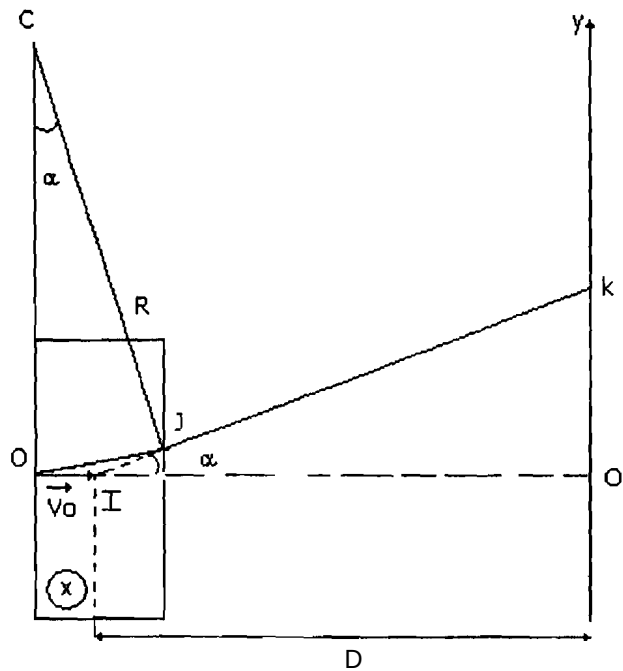
d'où :
$$v_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$$

Application numérique :

$$q = 2e = 2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 4 \times 1,67 \cdot 10^{-27} = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{6,68 \cdot 10^{-27}}} = 4,38 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



Considérons le triangle rectangle IO'K :

$$\tan \alpha = \frac{O'K}{D} = \frac{y}{D}$$

α très petit ; donc $\tan \alpha \approx \alpha$

d'où :
$$\alpha = \frac{y}{D} \quad (3)$$

D'autre part l'angle α intercepte l'arc OJ ; donc :

$$\alpha = \frac{OJ}{R}$$

or : $OJ \approx l$

donc :
$$\alpha = \frac{l}{R} \quad (4)$$

D'après (3) et (4) :

$$\frac{y}{D} = \frac{l}{R}$$

on en déduit :
$$y = \frac{l \cdot D}{R}$$

soit :
$$y = \frac{3 \times 40}{11,42} = 10,50 \text{ cm}$$

$$\boxed{y = 10,50 \text{ cm}}$$

4° La déflexion électrique a pour expression :

$$Y = \frac{qUID}{mdv_0^2}$$

Lorsque $U = U_3 = 219 \text{ V}$, seuls les ions $^{A_2}_{12}\text{Mg}^{2+}$ ont la trajectoire rectiligne.

a) Exprimer le rapport $\frac{U_2}{U_1}$ en fonction de m_1 et m_2 . En déduire le rapport $\frac{U_3}{U_1}$.

b) Calculer A_1 et A_2 .

Données : la masse d'un ion est $m = Au$
 A est le nombre de masse.

LMDB devoir SE

Solution

1° Les ions Mg^{2+} de charge positive $q = 2e$ sont entraînés dans le sens du champ, c'est-à-dire dans le sens du potentiel décroissant ; donc le potentiel de la plaque M doit être élevé par rapport à la plaque N.

D'autre part, le théorème de l'énergie cinétique permet d'écrire :

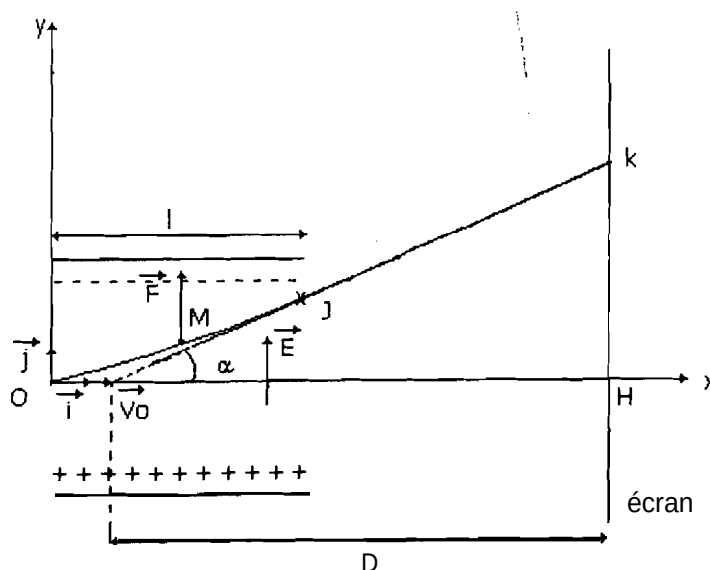
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = qU_0$$

soit : $mv_0^2 = 2qU_0$

d'où :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$$

2° a) Pour étudier la trajectoire des ions, choisissons un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié aux armatures et supposé galiléen tel que l'axe $(O, \vec{i})$ soit parallèle aux armatures. Les forces qui s'exercent sur un ion sont le poids $\vec{p} = m\vec{g}$ et la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. ($\vec{p}$ est négligeable devant $\vec{F}$)



La relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

soit, avec $x = \ell$

$$\tan \alpha = \frac{U\ell}{2U_0d} \quad (7)$$

Des relations (6) et (7), il vient :

$$\frac{Y}{D} = \frac{U\ell}{2U_0d}$$

d'où :

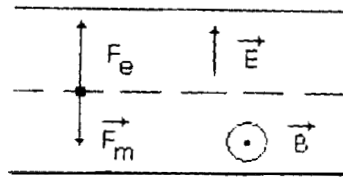
$$Y = \frac{U\ell D}{2U_0d}$$

$$\boxed{Y = \frac{1}{2} \frac{U\ell D}{U_0d}}$$

3 "a) Dans le champ magnétique, les ions sont soumis à la force magnétique $\vec{F}_m = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$. La trajectoire des ions dans le condensateur sera rectiligne si la force magnétique compense la force électrique $F_e = qE$;

$$\text{soit :} \quad \vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$$

La force $\vec{F}_m$ est donc verticale, dirigée vers le bas. Le trièdre $(q\vec{v}_0, \vec{B}, \vec{F}_m)$ étant direct, $\vec{B}$ est donc perpendiculaire au plan de la figure selon :



b) Nous avons :

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$$

donc :

$$F_e = F_m$$

soit :

$$qE = qv_0 B$$

par la suite :

$$E = v_0 B$$

ou encore

$$\frac{U}{d} = v_0 B$$

Comme

$$v_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$$

il vient :

$$\frac{U}{d} = B \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$$

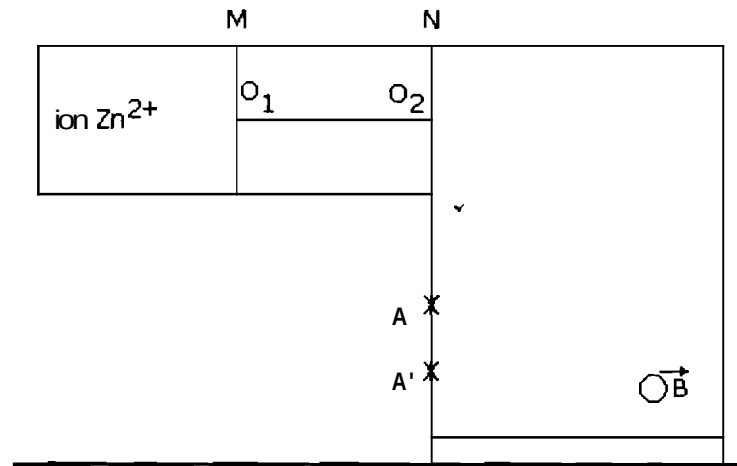
finalement :

$$\boxed{U = d \cdot B \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}}$$

4° a) Nous avons :

6. Détermination du nombre de masse d'un isotope de zinc

Une chambre d'ionisation produit des ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ et $^x\text{Zn}^{2+}$ de masses respectives $m_1=68u$ et $m_2=xu$. Les ions sont ensuite accélérés dans le vide entre les plaques M et N. la tension accélératrice a pour valeur $U = V_M - V_N = 1000 \text{ V}$. les ions pénètrent ensuite dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure, d'intensité $B = 0,1\text{T}$



- 1) Calculer la vitesse v_1 des ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ lorsqu'ils arrivent en O_2 . Exprimer la vitesse v_2 des ions $^x\text{Zn}^{2+}$ en O_2 en fonction de v_1 et de x .
- 2) Indiquer sur un schéma le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ parviennent en A et les ions $^x\text{Zn}^{2+}$ en A'.
- 3) Calculer le rayon de courbure pour les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ dans le champ B.
- 4) On donne $AA' = 8 \text{ mm}$. Calculer x
Donnée : $1u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

LMDB devoir SB

Solution

1° Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = qU$$

on en déduit :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$$

Application numérique :

$$q = 2e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_1 = 68u = 68 \times 1,67 \cdot 10^{-27} = 1,14 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 3,2 \cdot 10^{-19} \times 1000}{1,14 \cdot 10^{-25}}} = 7,49 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

par la suite

$$R_2 = \frac{7,49 \cdot 10^4 \times 1,67 \cdot 10^{-27}}{0,1 \times 3,2 \cdot 10^{-19}} \sqrt{68x}$$

soit :

$$R_2 = 3,9 \cdot 10^{-3} \sqrt{68x}$$

on en déduit :

$$\sqrt{68x} = \frac{R_2}{3,9 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,27}{3,9 \cdot 10^{-3}} = 69,23$$

par la suite :

$$68x = (69,23)^2$$

d'où :

$$x = 70$$

$$B = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} n \cdot I$$

D'autre part : le nombre de spires du solénoïde est $\frac{\ell}{d} = 500$ spires. Le nombre de

spires par unité de longueur est $n = \frac{500}{\ell} = 1000$

donc :

$$B = 4 \times 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \times 12 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

$$\boxed{B = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}}$$

b) Le **flux** à travers (P) :

$$\Phi = NBS$$

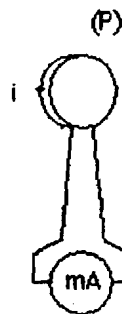
$$S = 14 \text{ cm}^2 = 14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

donc ;

$$\Phi = 400 \times 1,5 \cdot 10^{-2} \times 14 \cdot 10^{-4} = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\boxed{\Phi = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}$$

2) a) D'après la loi de Lenz, le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose à la cause qui lui donne naissance : Il a donc tendance à créer un champ $\vec{B}$ dirigé de la gauche vers la droite ; d'où le sens suivant :



b) Lorsque $i = 12 - 3t^2$, le champ magnétique a pour **expression** :

$$B(t) = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 (12 - 3t^2)$$

soit :

$$B(t) = 1,5 \cdot 10^{-2} - 3,77 \cdot 10^{-3} t^2$$

le flux a pour expression :

$$\Phi(t) = NSB(t)$$

$$= 400 \times 14 \cdot 10^{-4} (1,5 \cdot 10^{-2} - 3,77 \cdot 10^{-3} t^2)$$

soit :

$$\Phi(t) = 8,4 \cdot 10^{-3} - 2,11 \cdot 10^{-3} t^2$$

La f.e.m induite est :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = 2 \times 2,11 \cdot 10^{-3} t$$

soit :

$$e = 4,22 \cdot 10^{-3} t$$

L'intensité du courant induit, en ampères est :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 9,86 \cdot 10^{-3} \times 100 \times 3,14 \sin 100\pi t$$

$$e = 3,1 \sin 100\pi t$$

b) L'intensité du courant induit dans (P) est :

$$i = \frac{|e|}{R} = \frac{3,1}{8} \sin 100\pi t$$

soit :

$$i = 0,39 \sin 100\pi t$$

$$\text{lorsque } t = 0,005 \text{ s, } i = 0,39 \sin 100\pi t \times 0,005$$

$$I = 0,39 \sin \frac{\pi}{2} = 0,39 \text{ A}$$

$$i = 0,39 \text{ A}$$

2_ Inductance d'un solénoïde – flux propre.

Un solénoïde de résistance négligeable est traversé par un courant continu d'intensité $I_0 = 1 \text{ A}$, de A vers B



La longueur du solénoïde est $\ell = 0,5 \text{ m}$, son rayon est $2,5 \text{ cm}$. Le nombre de spires par unité de longueur est $n = 4 \cdot 10^3$ spires.

1° Calculer l'inductance du solénoïde.

2° Quelle est la tension U_{AB} aux bornes de la bobine.

3° Lors de l'établissement du courant, l'intensité dans la bobine passe de la valeur $I_0 = 1 \text{ A}$ à la valeur $I_1 = 2,5 \text{ A}$ en 20 ms . Calculer la f.e.m. moyenne d'auto-induction aux bornes de la bobine pendant cette opération ; Quelle est alors la tension moyenne U_{AB} aux bornes de la bobine ?

4° Lors de l'annulation du courant dans la bobine, l'intensité passe de I_1 à la valeur $I_2 = 0,5 \text{ A}$ en 10 ms . Calculer la f.e.m. moyenne d'auto-induction aux bornes de la bobine et la tension U_{AB} .

LMDB devoir SB

Solution

1° L'inductance d'un solénoïde comportant N spires est :

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N^2}{\ell} \text{ S}$$

d'autre part :

$$n = \frac{N}{\ell} \Rightarrow N = n\ell$$

d'où :

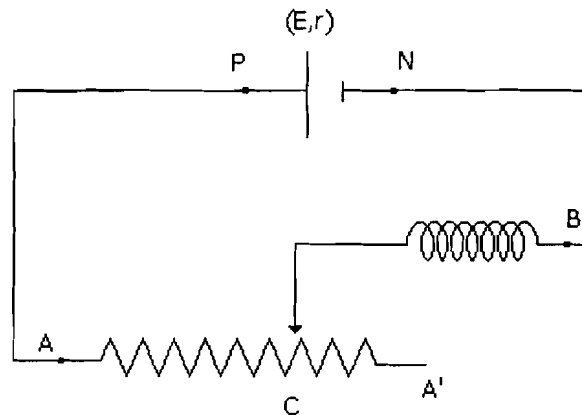
$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} n^2 \ell \text{ S}$$

De plus :

$$S = \pi R^2$$

3. Variation linéaire de la résistance : Force électromotrice induite dans une bobine.

Un circuit comprend, montés en série, un générateur de force électromotrice $E = 12 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 1 \Omega$, un solénoïde de longueur $l = 40 \text{ cm}$ comportant $N_1 = 1000$ spires et de résistance $R = 2,5 \Omega$, un rhéostat dont la résistance peut varier de 0 à 25Ω .



1° A la date $t = 0$, le curseur C du rhéostat est en A ($R_{AC} = 0$). On le déplace à vitesse constante et il arrive en A' à la date $t = 0,5 \text{ s}$ ($R_{AC} = 25 \Omega$).

a) Déterminer la résistance R_{AC} en fonction du temps.

b) Trouver en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant dans le solénoïde.

c) Exprimer en fonction du temps l'intensité B du champ à l'intérieur du solénoïde.

2° A l'intérieur du solénoïde, on place une bobine plate de section moyenne $S = 12 \text{ cm}^2$ dont l'axe est confondu avec celui du solénoïde. Cette bobine comporte $N_2 = 500$ spires.

a) Déterminer en fonction du temps la f.e.m. d'induction de cette bobine.

b) Calculer la valeur de cette f.e.m. au temps $t = \frac{1}{50} \text{ s}$.

LMDB compos SE

Solution

1° a) La résistance du rhéostat est une fonction affine du temps :

$$R_{AC} = at + b \quad a \text{ et } b \text{ sont des constantes}$$

lorsque $t = 0$,

$$R_{AC} = 0, \text{ donc } 0 = b$$

lorsque $t = 0,5 \text{ s}$,

$$R_{AC} = 25 \Omega, \text{ donc}$$

$$25 = 0,5a \Rightarrow a = 50$$

finalement :

$$R_{AC} = 50t$$

b) La tension aux bornes du générateur : $U_{PN} = E - r \cdot I$

La tension aux bornes du rhéostat : $U_{AC} = R_{AC} I$

La tension aux bornes du solénoïde est : $U_{CB} = R I$

D'autre part : $U_{PN} = U_{AC} + U_{CB}$

soit : $E - r \cdot I = R_{AC} I + R I$

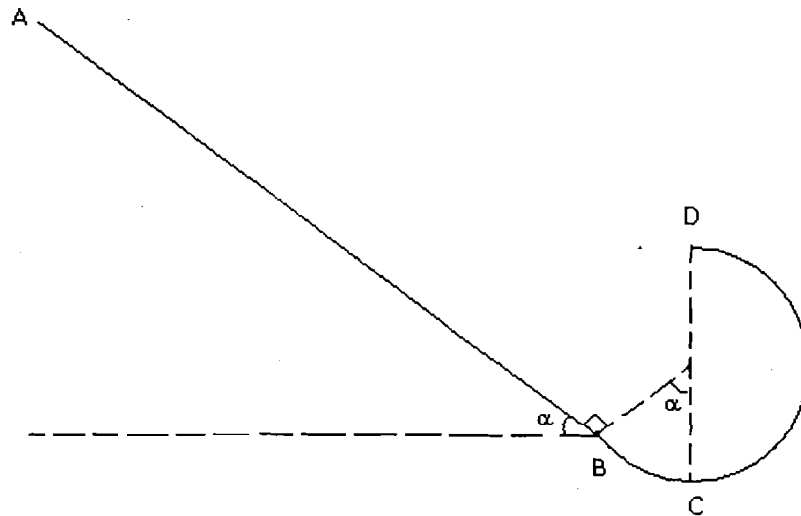
ou encore : $E = I(R_{AC} + R + r)$

ENERGIE

(Classes de SE)

**6_ Energie potentielle de pesanteur – Energie mécanique :
conservation et non conservation de l'énergie mécanique**

Une piste verticale est formée d'une partie rectiligne AB de longueur $\ell = 1,00\text{m}$ inclinée d'un angle $\alpha = 60^\circ$ sur l'horizontale et d'une partie circulaire BCD raccordée **tangentiellement** en B à AB, de rayon $R = 25\text{ cm}$.



Un solide ponctuel de masse $m = 800\text{ g}$, est abandonné en **A** sans vitesse initiale.

- 1) Calculer l'énergie **potentielle** de pesanteur du solide en A, B, C et D. (On choisit C comme position de référence et comme origine des altitudes).
- 2) En supposant les frottements négligeables, calculer la vitesse du solide lors de son passage en B, C et D.
- 3) En réalité on constate qu'en B, la vitesse du solide est $2,70\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 - a. Déterminer la variation de l'énergie mécanique entre A et B.
 - b. On suppose que cette variation d'énergie mécanique est due à des frottements. Calculer la valeur supposée constante de la force de frottement $\vec{f}$ qui s'exerce sur le solide entre A et B.

Prendre $g = 9,80\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

LMDB devoir SE

Energie potentielle en D :

$$E_p(D) = mgz_D$$

avec

$$z_D = 2R = 0,5m$$

donc :

$$E_p(D) = 0,8 \times 9,8 \times 0,5 = 3,925$$

$$E_p(A) = 7,80J$$

$$E_p(B) = 0,98J$$

$$E_p(C) = 0$$

$$E_p(D) = 3,92J$$

2° Au cours du mouvement, le solide est soumis à deux forces :

- Le poids $\vec{P}$
- La réaction R de la piste

Comme il n'y a pas de frottement, $\vec{R}$ est perpendiculaire en tout point à la piste **ABCD**. Le travail de $\vec{R}$ est donc nul. La seule force qui travaille est le poids $\vec{P}$, force conservative. Par conséquent, l'énergie mécanique E du solide se conserve au cours du mouvement ; donc :

$$E(A) = E(B) = E(C) = E(D)$$

D'autre part, l'énergie mécanique de la bille dans le champ de pesanteur a pour expression :

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + E_p$$

L'énergie mécanique du solide en A est donc :

$$E(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 + E_p(A)$$

comme $v_A = 0$,

$$E(A) = E_p(A) = 7,80J$$

L'énergie mécanique du solide en B :

$$E(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + E_p(B)$$

soit :

$$E(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0,98$$

Nous avons :

$$E(A) = E(B)$$

soit :

$$7,80 = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0,98$$

il vient :

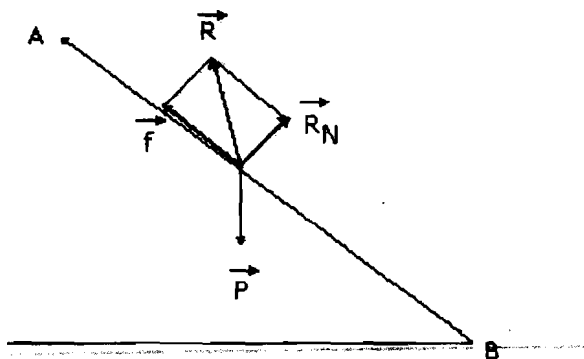
$$13,64 = mv_B^2$$

d'où :

$$v_B = \sqrt{\frac{13,64}{m}} = \sqrt{\frac{13,64}{0,8}} = 4,13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'énergie mécanique du solide en C est :

$$E(C) = \frac{1}{2}mv_C^2 + E_p(C)$$



d'autre part, par définition : $W_f = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \cdot AB \cdot \cos(\vec{f}, \overrightarrow{AB})$

or : $(\vec{f}, \overrightarrow{AB}) = 180^\circ$; donc $W_f = -f \cdot AB$

par la suite : $\Delta E = -f \cdot AB = -f \cdot l$

on en déduit : $f = \frac{-\Delta E}{1} = 3,9 \text{ N}$

$$\boxed{f = 3,9 \text{ N}}$$

7_Calorimétrie

Un **calorimètre** contient 350 g d'eau à 16°C . La capacité calorifique du vase et des accessoires est $80 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

1° On plonge dans l'eau de ce calorimètre un morceau de glace de masse $m_1 = 50 \text{ g}$ **prélevé** à la température de -18°C . Quelle est la température finale d'équilibre sachant que toute la glace a fondu ?

2° On ajoute dans le calorimètre un nouveau morceau de glace de masse $m_2 = 50 \text{ g}$, toujours **prélevé** à la température de -18°C . On constate que ce nouveau morceau de glace ne fond pas **entièrement**. Quelle est la masse de glace restante ?

Données :
 chaleur massique de l'eau : $4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
 chaleur massique de la glace : $2100 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
 chaleur latente de fusion de la glace : $334000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$

LMDB compos SE

Solution

1° Le calorimètre et l'eau qu'il contient se refroidissent de 16°C à la température finale θ , ($\theta < 16^\circ\text{C}$). La chaleur cédée au cours de ce refroidissement est :

$$Q = (\mu + mc)(16 - \theta)$$

Le morceau de glace de masse m_1 reçoit les quantités de chaleur suivantes :

- chaleur sans changement d'état pour passer de -18°C à 0°C :

$$Q_1 = m_1 c' (0 - (-18)) = 18 m_1 c'$$

- chaleur de changement d'état pour fondre à 0°C :

$$Q_2 = m_1 \cdot L$$

- chaleur sans changement d'état pour passer de 0°C à $\theta^\circ\text{C}$ à l'état d'eau :

LES OSCILLATIONS LIBRES

1_ Le pendule élastique vertical

Un pendule est constitué d'un ressort de masse négligeable, auquel est accroché un solide de masse $M = 200\text{g}$. la longueur à vide du ressort est $l_0 = 16\text{ cm}$. Quand le solide est accroché, la longueur est $l = 20\text{ cm}$.

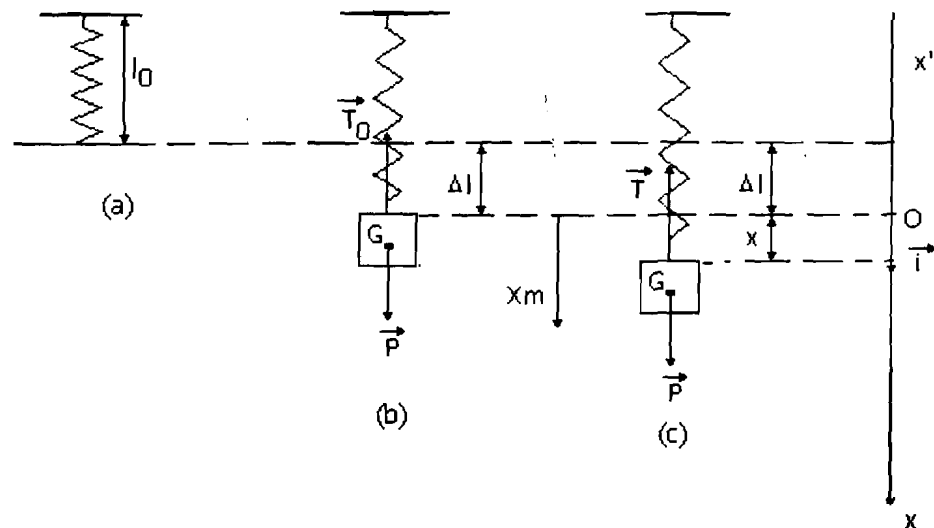
- 1° Ecrire la condition d'équilibre du solide et calculer la constante de raideur du ressort.
- 2° on tire verticalement le solide vers le bas d'une longueur de 6 cm, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement.
 - b) Calculer la pulsation propre, la période propre et la fréquence des oscillations.
- 3° En prenant comme origine des dates, l'instant où le solide se trouve à l'abscisse $+3\text{ cm}$ et se dirige vers la position d'équilibre, déterminer l'équation horaire du mouvement du solide.
- 4° A quelle date le solide passe-t-il pour la première fois par la position d'équilibre ?

Donnée : $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

LMDB devoir SB

Solution

1° Faisons le bilan des forces extérieures appliquées au solide pris comme système.



Le solide est soumis à l'action de son poids $\vec{P}$ et à la tension du ressort. A l'équilibre (figure b) la tension du ressort est $\vec{T}_0$. La condition d'équilibre impose :

$$\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

Cette relation vectorielle devient , en projection par l'axe $(\vec{0}, \vec{i})$:

lorsque

$$t=0, x = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} ; \text{ donc}$$

$$3 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-2} \cos \varphi$$

d'où :

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} \text{ donc } \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ ou } \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

De plus, le solide se déplace dans le sens négatif des élongations à la date $t=0$; donc la vitesse est négative à cet instant.

$$v = \frac{dx}{dt} = -Xm\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

lorsque

$$t=0, v = -Xm\omega_0 \sin \varphi$$

$$\text{si } \varphi = \frac{\pi}{3},$$

$$v = -Xm\omega_0 \times 0,86 < 0$$

$$\text{si } \varphi = -\frac{\pi}{3},$$

$$v = Xm\omega_0 \times 0,86 > 0$$

$$\text{donc } \varphi = \frac{\pi}{3}$$

finalement :

$$x = 6 \cdot 10^{-2} \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

4° A la position d'équilibre,

$$x=0$$

donc :

$$6 \cdot 10^{-2} \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

d'où :

$$\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

il vient :

$$5\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{N}$$

Pour le premier passage à la position d'équilibre $k=0$; donc

$$5\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$$

soit :

$$5t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

ou encore :

$$5t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

d'où :

$$t = \frac{1}{5 \times 6} = 0,03 \text{ s}$$

$$t = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{M}} = \sqrt{\frac{2 \times 7,6}{0,56}} = 5,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

La période des oscillations est :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2 \times 3,14}{5,2} = 1,20 \text{ s}$$

La vitesse maximale est :

$$v_{\max} = \omega_0 X_m$$

avec :

$$X_m = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

donc :

$$v_{\max} = 5,2 \times 0,12 = 0,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$T_0 = 1,20 \text{ s}$$

$$v_{\max} = 0,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3° L'énergie mécanique de vibration de cet oscillateur :

$$E = \frac{1}{2} K \cdot X_m^2$$

avec :

$$K = 2k = 2 \times 7,6 = 15,2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

donc :

$$E = \frac{1}{2} \times 15,2 \times (0,12)^2 = 0,11 \text{ J}$$

$$E = 0,11 \text{ J}$$

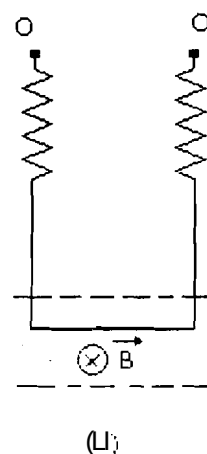
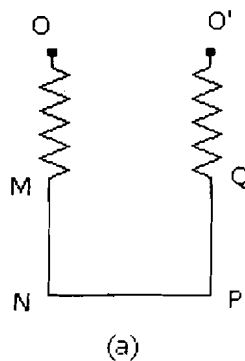
3_ Association de deux ressorts identiques d'axes verticaux Oscillations d'un cadre dans un champ magnétique uniforme.

On dispose de deux ressorts identiques de masses négligeables et de constante de raideur k . Ils s'allongent de 2 cm sous une traction de 1 N.

1° Calculer la valeur de k .

2° Avec une tige métallique, homogène et rigide, on réalise un cadre rectangulaire ouvert MNPQ de masse $m = 100 \text{ g}$, soudé aux extrémités des deux ressorts. On suspend l'ensemble par les deux extrémités libres des ressorts aux points O et O'. Les axes des ressorts sont verticaux, le brin NP de longueur $l = 10 \text{ cm}$ est horizontal. Les ressorts possèdent alors le même allongement (figure a).

On tire le brin NP verticalement vers le bas d'une longueur de 4 mm puis, on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine de dates.



$$\begin{aligned}
 \text{soit :} & P - 2k\Delta l - 2kx = m\ddot{x} \\
 \text{comme :} & P - 2k\Delta l = 0 \\
 \text{il vient :} & -2kx = m\ddot{x} \\
 \text{soit :} & m\ddot{x} + 2kx = 0 \\
 \text{ou encore :} & \ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0
 \end{aligned}$$

cette équation différentielle admet comme solution :

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Le mouvement est donc rectiligne sinusoïdal.

b) Nous avons :

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

avec :

$$X_m = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

et :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \times 50}{0,1}} = 10\sqrt{10} = 10\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

d'autre part, lorsque $t = 0$,

$$x = X_m ; \text{ donc}$$

$$X_m = X_m \cos \varphi$$

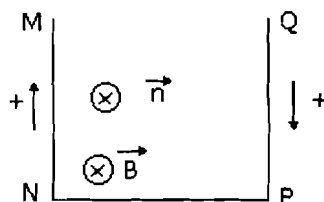
d'où :

$$\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

finalement :

$$x = 4 \cdot 10^{-3} \cos 10\pi t$$

3° Orientons le cadre dans le sens MQPN : la normale positive a même direction et même sens que $\vec{B}$



Lorsque le brin NP a parcouru dans le champ, la distance x , le circuit embrase le flux $\Phi = BS$ avec $S = xl$; donc

$$\Phi = Bxl$$

or :

$$x = 4 \cdot 10^{-3} \cos 10\pi t$$

il vient :

$$\Phi = 4 \cdot 10^{-3} \cdot B \cdot l \cdot \cos 10\pi t$$

soit :

$$\begin{aligned}
 \Phi &= 4 \cdot 10^{-3} \times 4 \cdot 10^{-1} \times 10^{-1} \cos 10\pi t \\
 &= 16 \cdot 10^{-5} \cos 10\pi t
 \end{aligned}$$

La f.e.m. induite est :

$$\begin{aligned}
 e &= -\frac{d\Phi}{dt} = 16\pi \cdot 10^{-4} \sin 10\pi t \\
 &= 5,02 \cdot 10^{-3} \sin 10\pi t
 \end{aligned}$$

$$e = 5,02 \cdot 10^{-3} \sin 10\pi t$$

4_ Oscillations horizontales d'un ressort

On dispose d'un ressort a spires non jointive, de masse négligeable et de raideur $k = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. On engage le ressort sur une tige horizontale AB, l'une de ses extrémités est

En considérant le repère du laboratoire comme galiléen, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$$

Cette relation vectorielle devient, en projection sur l'axe $\vec{i}$:

$$-T = M\ddot{x}$$

$$-kx = M\ddot{x}$$

soit :

ou encore :

$$M\ddot{x} + kx = 0$$

finalement :

$$\ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0$$

D'autre part, la durée de 120 oscillations est 60s ; donc

$$120T_0 = 60$$

d'où :

$$T_0 = \frac{60}{120} = 0,5s$$

La pulsation propre est :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 12,56 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

De plus :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{M}$$

donc :

$$M = \frac{k}{\omega_0^2}$$

soit :

$$M = \frac{20}{(12,56)^2} = 0,13 \text{ kg}$$

$$T_0 = 0,5s$$

$$\omega_0 = 12,56 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$M = 0,13 \text{ kg}$$

b) L'équation différentielle admet comme solution :

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Nous avons :

$$2X_m = 6 \text{ cm}$$

donc :

$$X_m = 3 \text{ cm}$$

Par ailleurs, lorsque $t = 0$, $x = 0$; soit :

$$0 = X_m \cos \varphi$$

d'où :

$$\cos \varphi = 0 \text{ et } \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

De plus, la vitesse à la date $t = 0$ est positive ; or la vitesse a pour expression :

$$v = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

lorsque $t = 0$,

$$v = v_0$$

$\Rightarrow$

$$v_0 = -X_m \omega_0 \sin \varphi$$

$$\text{si } \varphi = \frac{\pi}{2},$$

$$v_0 = -X_m \omega_0 < 0$$

$$\text{si } \varphi = -\frac{\pi}{2},$$

$$v_0 = +X_m \omega_0 > 0$$

par conséquent

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

L'équation horaire du mouvement est :

$$x = 3 \cos(12,56t - \frac{\pi}{2})$$

(x en cm et t en secondes)

Les vitesses à la position d'équilibre sont :

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$$

En projection suivant $\vec{i}$ la relation vectorielle donne :

$$-T = -Ma$$

soit :

$$k\Delta l = M\omega^2 l$$

par la suite-:

$$k\Delta l = M\omega^2 (l_0 + \Delta l)$$

ou encore :

$$k\Delta l = M\omega^2 l_0 + M\omega^2 \Delta l$$

et :

$$k\Delta l - M\omega^2 \Delta l = M\omega^2 l_0$$

ou :

$$\Delta l(k - M\omega^2) = M\omega^2 l_0$$

on en déduit :

$$\Delta l = \frac{M\omega^2 l_0}{k - M\omega^2}$$

Numériquement :

$$\Delta l = \frac{0,13 \times (7)^2 \times 25 \cdot 10^{-2}}{20 - 0,13 \times (7)^2} = 11,68 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\boxed{\Delta l = 11,68 \text{ cm}}$$

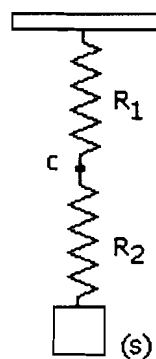
5_Pendule élastique constitué de deux ressorts en série.

On dispose de deux ressorts à spires non jointives R_1 et R_2 de constante de raideur respectives $k_1 = 40 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et k_2 inconnue. On accroche à R_1 un solide (S) de masse $M = 100 \text{ g}$. A l'équilibre, le centre d'inertie de (S) est en G_0 . On déplace parallèlement vers le bas le solide d'une distance $G_0 G = X \text{ m}$ puis on le lâche sans vitesse initiale.

1° En prenant comme origine des dates l'instant où le solide passe au point d'abscisse $x = 3 \text{ cm}$ avec une vitesse $v = -0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, déterminer l'équation horaire du mouvement de (S).

2° Calculer à l'instant $t = 3 \text{ s}$, la position et l'accélération du solide.

3° On associe au ressort R_1 , le ressort R_2 ; à l'ensemble on suspend le solide (S) comme l'indique la figure ci-dessous.



a) Le système étant à l'équilibre, trouver les expressions des allongements u_1 et u_2 de R_1 et R_2 en fonction de la masse M et des raideurs k_1 et k_2 .

b) Déterminer la constante de raideur k du ressort équivalent qui, à l'équilibre, sous l'influence de (S) subirait un allongement $u = u_1 + u_2$.

c) On mesure la durée de 10 oscillations du solide, on trouve $4,082 \text{ s}$; en déduire la valeur de k_2 .

Prendre $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$-0,6 = -X_m \omega_0 \sin \varphi$$

d'autre part :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1}{M}} = \sqrt{\frac{40}{0,1}} = 20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

il vient :

$$-0,6 = 20 X_m \sin \varphi$$

d'où :

$$X_m \sin \varphi = 3 \cdot 10^{-2} \quad (2)$$

Des relations (1) et (2), il vient :

$$\frac{X_m \sin \varphi}{X_m \cos \varphi} = 1$$

soit :

$$\tan \varphi = 1$$

d'où :

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \varphi = \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4}$$

D'après (2), nous avons :

$$X_m = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{\sin \varphi}$$

$$\text{si } \varphi = \frac{\pi}{4},$$

$$X_m = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{si } \varphi = \frac{5\pi}{4},$$

$$X_m = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} < 0 ; \text{ cette valeur ne convient pas à } X_m.$$

donc :

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad X_m = 3\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

L'équation horaire du mouvement est :

$$x = 3\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cos\left(20t + \frac{\pi}{4}\right)$$

2°

L'élongation à la date $t = 3\text{s}$ est :

$$x_{(3)} = 3\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cos\left(20 \times 3 + \frac{3,14}{4}\right) = -1,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

L'accélération à la date $t = 3\text{s}$ est :

$$\ddot{x}_{(3)} = -\omega_0^2 x_{(3)} = (20)^2 \times 1,9 \cdot 10^{-2} = 7,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\begin{aligned} x_{(3)} &= -1,9 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ \ddot{x}_{(3)} &= 7,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

D'autre part nous avons :

$$u = u_1 + u_2$$

soit :

$$u = \frac{Mg}{k_1} + \frac{Mg}{k_2}$$

par suite :

$$u = Mg \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \quad (2)$$

Des relation (1) et (2) il vient :

$$\frac{Mg}{k} = Mg \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$$

d'où :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

ou encore :

$$\frac{1}{k} = \frac{k_2 + k_1}{k_1 \cdot k_2}$$

$$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

on en déduit :

c) La période du mouvement est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

d'où :

$$k = \frac{4\pi^2 M}{T^2}$$

or :

$$T = \frac{4,082}{10} = 0,4082s$$

donc :

$$k = \frac{4\pi^2 M}{T^2} = \frac{4 \times 10 \times 0,1}{(0,4082)^2} = 24 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

de plus :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

on en déduit :

$$k_2 = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 - k} = \frac{24 \times 40}{40 - 24} = 60 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

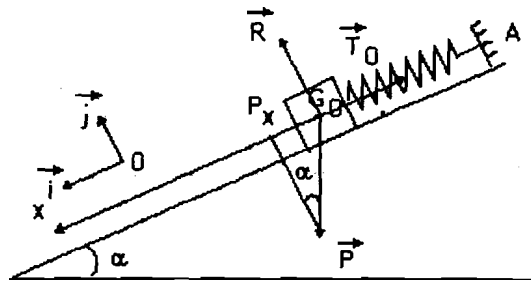
$$k_2 = 60 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

6_ Oscillations d'un ressort sur un plan incline - projectile lance par un ressort.

Un solide de masse $M=100\text{g}$ peut glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontal. Il est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort à spires non jointives ; l'autre extrémité du ressort est fixée en A à un support. La longueur à vide du ressort est $l_0 = 14\text{cm}$.

Solution.

1° a) Les forces qui s'exercent sur le solide sont : le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ du plan et la tension $\vec{T}_0$ du ressort.



$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

b) Suivant l'axe $(O, \vec{i})$ la relation vectorielle donne : $P_x - T_0 = 0$

comme :

$$T_0 = k\Delta l$$

il vient :

$$P_x - k\Delta l = 0$$

Par ailleurs :

$$P_x = P \sin \alpha = Mg \sin \alpha$$

donc :

$$Mg \sin \alpha - k\Delta l = 0$$

par suite :

$$Mg \sin \alpha = k\Delta l$$

d'où :

$$k = \frac{Mg \sin \alpha}{\Delta l}$$

Application numérique :

$$M = 0,1 \text{ kg}$$

$$\Delta l = l - l_0 = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$k = \frac{0,1 \times 10 \times 0,50}{10^{-2}} = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\boxed{k = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}$$

2° a) En mouvement, lorsque l'élongation du centre d'inertie de (S) est x par rapport à la position d'équilibre, la tension du ressort est $T = k(\Delta l + x)$. Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$$

Suivant l'axe $(O, \vec{i})$ nous obtenons :

$$P_x - T = M\ddot{x}$$

soit :

$$P_x - k(\Delta l + x) = M\ddot{x}$$

par suite :

$$P_x - k\Delta l - kx = M\ddot{x}$$

or

$$P_x - k\Delta l = 0 \quad (\text{condition d'équilibre})$$

il vient donc :

$$-kx = M\ddot{x}$$

soit :

$$M\ddot{x} + kx = 0$$

ou encore :

$$\ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0$$

Une solution de cette équation différentielle est :

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

avec

$$X_m = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

3° a) L'énergie mécanique du système ressort-balle s'écrit :

$$E = \frac{1}{2} kx^2 + mv^2$$

avant le déclic,

$$v = 0 \text{ et } x = d$$

donc l'énergie mécanique initiale est :

$$E_i = \frac{1}{2} kd^2$$

Après le **déclic**, à la sortie du tube la vitesse de la balle est v_0 ; la position du centre d'inertie est $x = 0$, par conséquent l'énergie mécanique finale est donc :

$$E_f = \frac{1}{2} mv_0^2$$

Traduisons la conservation de l'énergie mécanique :

$$E_f = E_i$$

soit :

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} kd^2$$

par suite :

$$mv_0^2 = kd^2$$

d'où :

$$v_0 = \sqrt{\frac{kd^2}{m}}$$

Application numérique :

$$m = 3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$d = BB' = 0,1 \text{ m}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{50 \times (0,1)^2}{3 \cdot 10^{-3}}} = 12,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_0 = 12,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La portée est :

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{(12,90)^2 \times 1}{10} = 16,64 \text{ m}$$

d'autre part :

$$x_p = (v_0 \cos \alpha) t$$

on en déduit :

$$t = \frac{x_p}{v_0 \cos \alpha} = \frac{16,64}{12,9 \times 0,70} = 1,82 \text{ s}$$

$$x_p = 16,64 \text{ m}$$

$$t = 1,82 \text{ s}$$

c) La flèche est :

$$y_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{(12,90)^2 \sin^2 45^\circ}{20} = 4,16 \text{ m}$$

$$y_m = 4,16 \text{ m}$$

7_ Pendule de torsion constitue par une barre rectiligne

Un fil métallique vertical de constante de torsion C , fixé en O à un support, soutient une barre (B) horizontale qui peut prendre seulement un mouvement de rotation autour de l'axe A matérialisé par le fil. Le moment d'inertie de la barre par rapport à cet axe est J .

$$\alpha = \alpha_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

avec :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,8} = 2,5\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

lorsque $t = 0 \text{ s}$, $\alpha = 0$; donc :

$$0 = \alpha_m \cos(2,5\pi \times 0 + \varphi)$$

soit :

$$0 = \alpha_m \cos\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right)$$

donc :

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right) = 0$$

d'où :

$$\frac{\pi}{4} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

pour le premier passage à la position d'équilibre, $k = 0$;

il vient :

$$\frac{\pi}{4} + \varphi = \frac{\pi}{2}$$

donc :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

D'autre part, la vitesse angulaire est :

$$a = \frac{d\alpha}{dt} = -\omega_0 \alpha_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

soit :

$$a = -2,5\pi \alpha_m \sin\left(2,5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

lorsque $t = 0$ $a = -4,7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; donc :

$$-4,7 = -2,5\pi \alpha_m \sin \frac{\pi}{4}$$

d'où :

$$\alpha_m = \frac{4,7}{2,5 \times 3,14 \times 0,707} = 0,85 \text{ rad}$$

finalement :

$$\alpha = 0,85 \cos\left(2,5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

D'autre part, lorsque $t = 0$ $\alpha = a$;

soit :

$$\alpha_0 = 0,85 \cos \frac{\pi}{4}$$

donc :

$$\alpha_0 = 0,85 \times 0,707 = 0,60 \text{ rad}$$

$$\alpha_0 = 0,60 \text{ rad}$$

2° a) La vitesse angulaire maximale :

$$\dot{\alpha}_m = \omega_0 \alpha_m$$

soit :

$$a = 2,5\pi \times 0,85 = 6,67 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) L'accélération angulaire maximale :

$$\ddot{\alpha}_m = \omega_0^2 \alpha_m$$

soit :

$$\ddot{\alpha}_m = (2,5)^2 \pi^2 \times 0,85 = 52,38 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\ddot{\alpha}_m = 52,38 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

8- Pendule de torsion constitue par un disque homogène

Un disque D_1 , de rayon R est suspendu à un fil A_1O_1 qui passe par son centre O_1 . La constante de torsion du fil est C . Le moment d'inertie de D_1 par rapport à l'axe vertical passant par O_1 est J . On fait osciller le disque.

1° Trouver l'expression de la période T_1 des oscillations.

2° Un second disque D_2 , semblable au précédent, est muni à sa périphérie d'une jante de masse m . Il est suspendu par son centre O_2 à un fil A_2O_2 de même constante de torsion que A_1O_1 . Donner l'expression de la période T_2 des oscillations de D_2 en fonction de R , m , J et C .

3° On fait osciller simultanément les deux disques. Pendant que D_1 effectue 51 oscillations, D_2 en effectue 50. Déterminer le moment d'inertie J de D_1 .

4° Les 51 oscillations de D_1 durent 3mn 24s ; en déduire la valeur de la constante de torsion du fil.

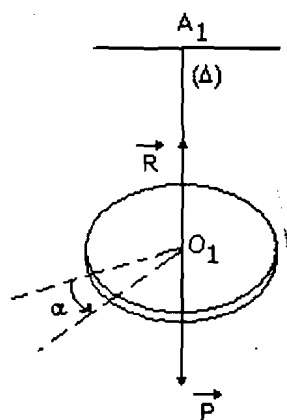
Donnée : le moment d'inertie d'une jante par rapport à un axe passant par son centre est $I = mR^2$.

LMDB devoir SE

Solution

1° Le mouvement de rotation du disque est régi par la relation :

$$\sum M_A = J \cdot \ddot{\alpha}$$



Nous avons :

$$M_{P/\Delta} + M_{R/\Delta} + M_{C/\Delta} = J \cdot \ddot{\alpha}$$

soit :

$$0 + 0 - C\alpha = J \cdot \ddot{\alpha}$$

il vient :

$$J \cdot \ddot{\alpha} + C\alpha = 0$$

ou encore :

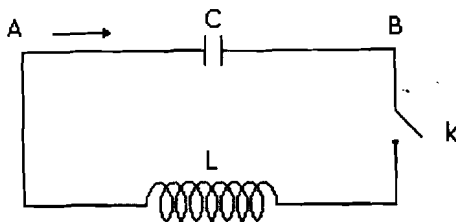
$$\ddot{\alpha} + \frac{C}{J}\alpha = 0$$

par conséquent :

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{J}}$$

et

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}}$$

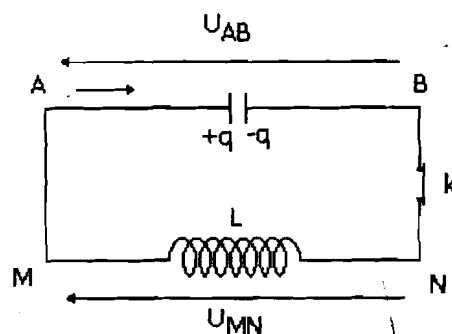


- 1° En comptant positivement l'intensité $i(t)$ quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma, établir l'équation différentielle du circuit (on précise qu'à l'instant $t = 0$, l'armature A est chargée positivement).
- 2° Calculer la pulsation propre ω_0 du circuit ainsi que la fréquence propre f_0 des oscillations.
- 3° Trouver les expressions de la charge du condensateur et de l'intensité du courant en fonction du temps $q(t)$ et $i(t)$.
- 4° Déterminer les expressions des fonctions $W_c(t)$ et $W_b(t)$ des énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine. Montrer que ce système satisfait au principe de conservation de l'énergie.

LMDB devoir SB

Solution

1°



La tension aux bornes du condensateur est $U_{AB} = \frac{q}{C}$

La tension aux bornes de la bobine est $U_{MN} = -L \frac{di}{dt}$

d'autre part :

$$U_{AB} = U_{MN}$$

soit :

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}$$

ou encore :

$$\frac{L di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

comme :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

il vient :

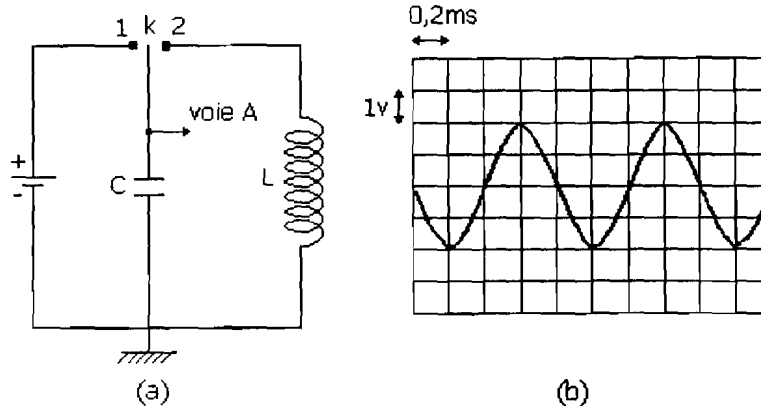
$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

soit :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

10 Détermination de la période d'un circuit LC à partir de l'oscillogramme.

On réalise le montage de la figure (a). La voie A d'un oscillographe est branchée aux bornes d'un condensateur de capacité $C=0,1\mu\text{F}$. Le calibre est de $1\text{v}\cdot\text{cm}^{-1}$. La base de temps de l'oscillographe est en position $0,2\text{ms}\cdot\text{cm}^{-1}$. L'inductance L de la bobine est inconnue.

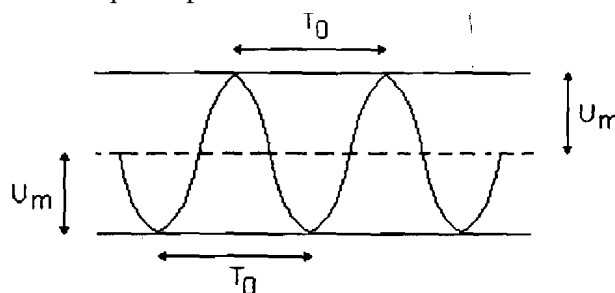


- 1° On place l'inverseur K en position 1. Que se **pass**e-t-il pour le condensateur ?
- 2° A l'instant $t = 0$, on bascule l'inverseur de la position 1 à la position 2. On observe alors sur l'écran la courbe de la figure (b). Quelle phénomène représente-t-elle ? déterminer sa période ; en déduire l'inductance de la bobine.
- 3° Déterminer à partir de l'**oscillogramme** l'expression de la tension instantanée $u(t)$ aux bornes du condensateur.

LMDB devoir SB

Solution

- 1° Le condensateur se charge sous la tension imposée par le générateur.
- 2° Nous observons la décharge oscillante du condensateur. Par ailleurs l'oscillogramme montre que la période T_0 s'inscrit sur 4 cm.



donc :

$$T_0 = 4 \times 0,2\text{ms} = 0,8\text{ms} = 0,8 \cdot 10^{-3}\text{s}$$

$$T_0 = 8 \cdot 10^{-4}\text{s}$$

D'autre part la période propre d'un circuit LC a pour expression :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

donc :

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC$$

- 3° A l'instant $t = 6 \text{ ms}$, on isole le condensateur du circuit précédent et on le connecte à une bobine d'inductance $L = 0,5 \text{ H}$ et de résistance négligeable. Etablir l'expression de la charge $q(t)$ du condensateur en fonction du temps $q(t)$ (préciser l'origine des dates).
- 4° Exprimer en fonction du temps la tension aux bornes du condensateur et l'intensité du courant $i(t)$ et montrer que le courant et la tension sont déphasés.
- 5° Déterminer l'énergie emmagasinée dans le condensateur quand l'intensité du courant est $i = 1 \text{ mA}$.

LMDB devoir SE

Solution

1° Dans l'intervalle de temps $0 \leq t \leq 10 \text{ ms}$, le graphe de la fonction $U(t)$ est une droite. Donc, dans cet intervalle, la tension aux bornes du condensateur est de la forme :

$$U(t) = at + b$$

a et b sont des constantes à déterminer

lorsque $t = 0$, $U = 0$; d'où $b = 0$

lorsque $t = 10 \text{ ms} = 10^{-2} \text{ s}$, $U = 5 \text{ V}$;

soit :

$$5 = a \cdot 10^{-2}$$

on en déduit :

$$a = 5 \cdot 10^2$$

finalement :

$$U(t) = 5 \cdot 10^2 t$$

2° La tension aux bornes du condensateur est proportionnelle à la charge Q :

$$U = \frac{Q}{C}$$

or :

$$Q = It$$

il vient :

$$U(t) = \frac{It}{C}$$

Nous avons donc l'égalité suivante :

$$\frac{It}{C} = 5 \cdot 10^2 t$$

soit :

$$\frac{I}{C} = 5 \cdot 10^2$$

d'où :

$$C = \frac{I}{5 \cdot 10^2}$$

$$I = 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$$

donc :

$$C = \frac{10^{-3}}{5 \cdot 10^2} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 2 \mu\text{F}$$

$$C = 2 \mu\text{F}$$

3° On retrouve l'équation différentielle $q + \frac{1}{LC}q = 0$ dont une solution est :

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

La charge maximale est la charge à l'instant de la connexion ;

soit :

$$Q_m = CU_{(6 \text{ ms})}$$

or :

$$U_{(6 \text{ ms})} = 5 \cdot 10^2 \times 6 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ V}$$

donc :

$$Q_m = 2 \cdot 10^{-6} \times 3 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

LES OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES : LE COURANT ALTERNATIF SINUSOIDAL

✕ 1_ *Caractéristiques d'une bobine*

Une bobine de résistance R et d'inductance L est d'abord alimentée par un générateur de tension continue $U_1 = 6V$; l'intensité du courant qui la traverse est $I_1 = 0,3A$. Si elle est alimentée par un générateur de **tension** sinusoïdale, de valeur **efficace** $U_2 = 24V$ et de fréquence 50 Hz, l'intensité efficace vaut $I_2 = 0,12A$.

1° Déterminer R et L .

2° La tension imposée s'écrit sous la forme :

$$u = 24\sqrt{2} \cos 100\pi t \quad (u \text{ en volts})$$

a) Ecrire l'expression de l'intensité instantanée **du** courant.

b) On monte en série avec la bobine un **condensateur** de capacité $C = 5\mu F$ et on soumet l'ensemble à la tension sinusoïdale. Déterminer l'expression de l'intensité instantanée du courant.

LMDB devoir SB

Solution

1° En courant continu, la loi d'Ohm aux bornes de la bobine donne :

$$R = \frac{U_1}{I_1}$$

soit :

$$R = \frac{6}{0,3} = 20\Omega$$

En courant alternatif, l'impédance de la bobine est :

$$Z = \frac{U_2}{I_2}$$

soit :

$$Z = \frac{24}{0,12} = 200\Omega$$

d'autre part :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

soit :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

d'où :

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

il vient :

$$L = \frac{1}{3,14} \sqrt{(200)^2 - (20)^2} = 0,63H$$

$$\boxed{R = 20\Omega}$$

$$\boxed{L = 0,63H}$$

- a. au wattmètre que la puissance moyenne dissipée dans AB est $P=25W$.
- b. à l'ampèremètre, que l'intensité efficace dans est $I = 0,5 A$.
- c. au voltmètre, que la tension efficace aux bornes de AB est $U=100V$.

Grâce à ces indications, déterminer la nature exacte du dipôle AB et ses grandeurs caractéristiques.

3° Le dipôle AB est placé en série avec un condensateur de capacité variable. L'ensemble est alimenté par la même tension sinusoïdale qu'au 2. Déterminer la valeur C' de la capacité pour que la tension et le courant soient en phase.

Solution

1° Un condensateur arrête le courant continu (pendant un bref instant le courant circule puis son intensité décroît et s'annule). Le cas n°2 ne convient donc pas.

2° Si le dipôle AB était une résistance pure (cas n°3). Le courant et la tension serait en phase. La puissance moyenne consommée serait :

$$P = UI = 100 \times 0,5 = 50W$$

puisque $P = 25W$, le courant et la tension sont déphasés. Le dipôle AB est donc la bobine de résistance R et d'inductance L.

D'autre part, nous avons :

$$P = RI^2$$

on en déduit :

$$R = \frac{P}{I^2}$$

soit :

$$R = \frac{25}{(0,5)^2} = 100\Omega$$

L'impédance du dipôle AB est :

$$Z = \frac{U}{I}$$

soit :

$$Z = \frac{100}{0,5} = 200\Omega$$

d'autre part, nous avons :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

d'où :

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

par suite :

$$L = \frac{1}{314} \sqrt{(200)^2 - (100)^2} = 0,55H$$

$$\boxed{R = 100\Omega}$$

$$\boxed{L = 0,55H}$$

3° La tension et le courant sont en phase à la résonance. La capacité C' est telle que :

$$L\omega = \frac{1}{C'\omega}$$

on en déduit :

$$C' = \frac{1}{L\omega^2}$$

soit :

$$C' = \frac{1}{0,55 \times (314)^2} = 1,84 \cdot 10^{-5} F$$

$$\boxed{C' = 1,84 \cdot 10^{-5} F}$$

$$T = 10 \times 1 \text{ ms} = 10 \text{ ms} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$T = 0,01 \text{ s}$$

La pulsation est

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

soit :

$$\omega = \frac{2\pi}{10^{-2}} = 200\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega = 200\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

2° La tension maximale U_m est l'amplitude $(u_2)_{\max}$ de la tension $u_2(t)$

$$U_m = (u_2)_{\max}$$

or :

$$(u_2)_{\max} = 3 \text{ divisions}$$

donc :

$$U_m = 3 \times 1 \text{ V} = 3 \text{ V}$$

$$U_m = 3 \text{ V}$$

Par ailleurs, la tension $u_1(t)$ est proportionnelle à l'intensité $i(t)$.

L'intensité maximale est donc :

$$I_m = \frac{(u_1)_{\max}}{R}$$

or :

$$(u_1)_{\max} = 2 \text{ divisions}$$

soit :

$$(u_1)_{\max} = 2 \times 1 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

il vient :

$$I_m = \frac{2}{40} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

$$I_m = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

L'impédance du dipôle MN est :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{3}{0,05} = 60 \Omega$$

$$Z = 60 \Omega$$

3° Le décalage temporel τ entre les deux courbes est proportionnel au déphasage $|\varphi|$

entre l'intensité et la tension aux bornes du circuit : $\tau = \frac{|\varphi|}{\omega}$

d'où :

$$|\varphi| = \tau \omega$$

L'oscillogramme montre que τ occupe 1 division ; donc :

$$\tau = 1 \times 1 \text{ ms} = 1 \text{ ms}$$

soit :

$$\tau = 10^{-3} \text{ s}$$

par conséquent :

$$|\varphi| = 10^{-3} \times 200\pi = 0,628 = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$|\varphi| = 0,628 \text{ rad}$$

L'oscillogramme montre que la tension aux bornes du dipôle MN est en avance de phase par rapport à l'intensité $i(t)$; donc :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - |\varphi|)$$

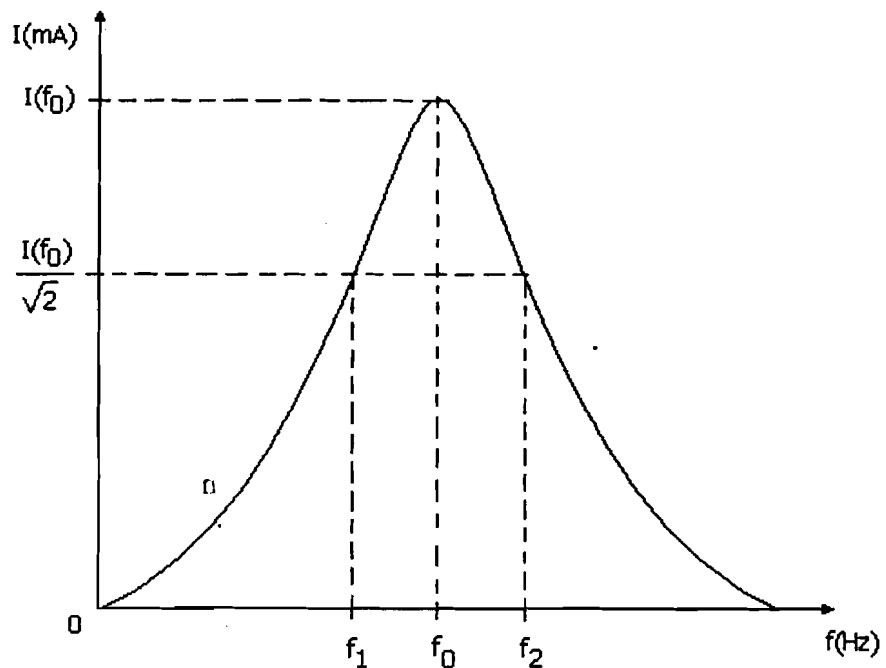
soit :

$$i(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{5}\right)$$

$$i(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cos(200\pi t - 0,628)$$

4° La puissance moyenne consommée par le dipôle MN est donnée par la relation :

$$P = U \cdot I \cos \varphi$$



A partir de la courbe on a obtenu :

$$f_0 = 200\text{Hz} ; I(f_0) = 250\text{mA}$$

$$f_1 = 186\text{Hz} ; f_2 = 216\text{Hz}$$

1. Déterminer le facteur de qualité Q .
2. Calculer R , L et C .
3. On se place à la résonance d'intensité. Calculer les tensions efficaces aux bornes de la résistance, du condensateur et de la bobine.
4. On **règle** maintenant la fréquence à la valeur f_1 calculer :
 - a. Les valeurs efficaces **de la** tension aux bornes de chacun des dipôles.
 - b. La phase φ_1 de la tension par rapport à l'intensité.

Solution

- 1) La largeur de la bande passante est :

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 216 - 186 = 30\text{Hz}$$

Le facteur de qualité du circuit est donné par la relation :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

soit :

$$Q = \frac{200}{30} = 6,7$$

$$\boxed{Q = 6,7}$$

- 2) A la résonance, $f = f_0$; le circuit est équivalent à la résistance R ; d'où :

$$R = \frac{U}{I(f_0)}$$

$$I(f_0) = 250\text{mA} = 0,25\text{A}$$

donc :

$$R = \frac{10}{0,25} = 40\Omega$$

d'autre part :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

$$U_L = L\omega_1 I = 0,21 \times 1168,08 \times 0,18 = 44,15V$$

$$\begin{aligned} U_R &= 7,2V \\ U_C &= 51,36V \\ U_L &= 44,15V \end{aligned}$$

b) Nous avons :

soit :

$$\tan \varphi_1 = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R}$$

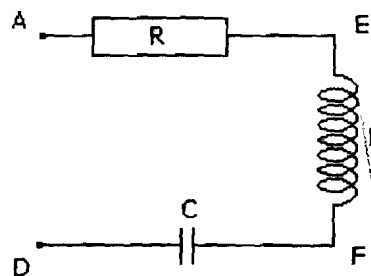
$$\tan \varphi_1 = \frac{0,21 \times 1168,08 - \frac{1}{3 \cdot 10^{-6} \times 1168,08}}{40} = -1$$

d'où :

$$\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$$

5_ Détermination des caractéristiques d'un circuit. Construction de Fresnel.

Un dipôle AD comprend en série, un conducteur **ohmique** de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, et un condensateur de capacité C. Un générateur BF maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de pulsation ω réglable.



A l'aide d'un voltmètre, on a mesuré les tensions efficaces :

$$U_{AD} = 15V ; U_{AE} = 7V ; U_{EF} = 44V$$

D'autre part, la mesure de l'intensité efficace donne : **$I = 350mA$** . A l'aide d'un oscillographe bicourbe on a trouvé que la tension aux bornes du dipôle AD est en retard de **phase** par rapport à l'intensité.

1° Calculer R

2° On pose φ , la phase de la tension aux bornes de l'ensemble par rapport à l'intensité.

a) **Représenter** sur un diagramme de Fresnel les tensions instantanées $u_R(t)$, $u_L(t)$ et $u_C(t)$.

b) Calculer φ et U_{FD} .

c) Calculer les impédances Z_L et Z_C de la bobine et du condensateur.

3° Un courant de pulsation $1413 \text{ rad} \cdot s^{-1}$ traversant le circuit est en phase avec la tension aux bornes du circuit. En déduire L et C.

$$\boxed{Z_L = 125,71\Omega}$$

$$\boxed{Z_C = 163,11\Omega}$$

3° Le courant et la tension sont en phase à la **résonance** ; il vient :

$$LC\omega_0^2 = 1 \quad (1)$$

avec :

$$\omega_0 = 1413 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

par ailleurs :

$$L\omega = Z_L = 125,71\Omega$$

d'où :

$$L = \frac{125,71}{\omega_0} \quad (2)$$

De même :

$$\frac{1}{C\omega} = 163,11\Omega$$

d'où :

$$C = \frac{1}{163,11\omega_0} \quad (3)$$

Compte tenu des relations (2) et (3), la relation (1) donne :

$$\frac{125,71\omega_0^2}{163,11\omega^2} = 1$$

ou :

$$\omega^2 = \frac{125,71\omega_0^2}{163,11}$$

par la suite :

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{125,71}{163,11}}$$

soit :

$$\omega = 1413 \times \sqrt{\frac{125,71}{163,11}} = 1240,47 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega = 1240,47 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

d'après (2) :

$$L = \frac{125,71}{1240,47} = 0,10 \text{ H}$$

d'après (3) :

$$C = \frac{1}{163,11 \times 1240,47} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$\boxed{L = 0,1 \text{ H}}$$

$$\boxed{C = 5 \mu\text{F}}$$

4° A la résonance, l'impédance de l'ensemble est $Z=R$. L'intensité efficace est alors :

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{15}{20} = 0,75 \text{ A}$$

La puissance moyenne **consommée** est donc maximale :

$$P_0 = RI_0^2 = 20 \times (0,75)^2 = 11,25 \text{ W}$$

$$\boxed{P_0 = 11,25 \text{ W}}$$

6_Puissance moyenne. Puissance apparente. Facteur de puissance.

Comme :

$$I = \frac{U}{Z}$$

il vient :

$$S = \frac{U^2}{Z} = \frac{(12)^2}{168,83} = 0,85 \text{ V} \cdot \text{A}$$

La puissance moyenne consommée est :

$$P = (R + r) \cdot I^2$$

avec :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{12}{168,83} = 0,07 \text{ A}$$

donc :

$$P = 24 \times (0,07)^2 = 0,12 \text{ W}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} S = 0,85 \text{ V} \cdot \text{A} \\ P = 0,12 \text{ W} \end{array}}$$

Autrement :

$$P = UI \cos \varphi = 12 \times 0,07 \times 0,1421 = 0,12 \text{ W}$$

c) La puissance moyenne consommée par le conducteur ohmique est :

$$p(R) = RI^2 = 18 \times (0,07)^2 = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

La puissance moyenne consommée par la bobine :

$$p(B) = RI' = 6 \times (0,07)^2 = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

Aux bornes du condensateur la tension est en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur l'intensité :

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \cos \varphi = 0$$

D'où :

$$p(C) = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} p(R) = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ W} \\ p(B) = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ W} \\ p(C) = 0 \end{array}}$$

2° La tension négative U_0 qui annule le courant photo-électrique est le potentiel d'arrêt.

Nous avons :

$$|U_0| = \frac{E_{c,max}}{e}$$

soit :

$$|U_0| = \frac{0,46 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,28 \text{ eV}$$

$$\boxed{|U_0| = 0,28 \text{ eV}}$$

3° Le nombre d'électrons émis par seconde est :

$$n = \frac{i_s}{e} = \frac{4 \cdot 10^{-8}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,5 \cdot 10^{11}$$

soit N , le nombre de photons reçus par seconde. L'énergie de ces N photons est donnée par la relation :

$$P = N \cdot h \cdot \nu = \frac{N \cdot h \cdot c}{\lambda}$$

On en déduit :

$$N = \frac{P\lambda}{hc}$$

soit :

$$N = \frac{9 \cdot 10^{-7} \times 0,49 \cdot 10^{-6}}{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8} = 2,22 \cdot 10^{12}$$

Le rendement quantique est :

$$\rho = \frac{n}{N} = \frac{2,5 \cdot 10^{11}}{2,22 \cdot 10^{12}} = 0,11 = 11 \%$$

$$\boxed{\rho = 11 \%}$$

2_ Niveaux d'énergie dans l'atome d'hydrogène.

Les **niveaux** d'énergie de l'atome d'hydrogène sont **donnés** par la relation : $E = - \frac{13,6}{n^2}$

où E est en eV et n , est un nonibre entier naturel non nul.

1. Quelle **est l'énergie** d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?
2. Etablir l'**expression** littérale de la fréquence des radiations émises lorsque cet atome passe d un état excité tel que $n > 2$ à l'état $n=2$ (radiation de la série de Balmer)
3. L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène révèle la présence de radiations de longueur d'onde 656 nm (H_α) ; 486 nm (H_β), 434 nm (H_γ). Déterminer à quelle transitions correspondent ces radiations de la série de Balmer.

Données :

Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

LMDB devoir SE

finalement :

$$\nu_{(Y)} = \frac{c}{\lambda_{(Y)}} = \frac{3 \cdot 10^8}{434 \cdot 10^{-9}} = 6,91 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$n_{(Y)} = \sqrt{\frac{3,29 \cdot 10^{15}}{0,822 \cdot 10^{15} - 6,91 \cdot 10^{14}}} = 5$$

H_γ correspond donc à la troisième transition de la série de Balmer de fréquence $\nu_{5,2}$.

3_ Nombre de noyaux radioactifs – Activité d'une substance radioactive

Une substance radioactive dont la demi-vie est de 10 s émet initialement $2 \cdot 10^7$ particule a par seconde.

1° Initialement combien y a-t-il en moyenne de noyaux radioactifs ?

2° Combien restera-t-il en moyenne de noyaux radioactifs après 30 secondes ? Quelle sera alors l'activité de la substance ?

LMDB devoir SE

Solution

1° L'activité à l'instant initial est $A_0 = 2 \cdot 10^7$ Bq (1 Bq = 1 désintégration par seconde). Si λ est la constante radioactive, le nombre moyen N_0 de noyaux radioactifs

à l'instant initial est :

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$$

D'autre part, la période radioactive ou demi-vie est :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

soit :

$$\lambda = \frac{0,693}{10} = 6,93 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

il vient :

$$N_0 = \frac{2 \cdot 10^7}{6,93 \cdot 10^{-2}} = 2,88 \cdot 10^8$$

$$\boxed{N_0 = 2,88 \cdot 10^8 \text{ noyaux}}$$

2° Le nombre de noyaux radioactifs décroît de façon exponentielle suivant la loi :

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Le nombre de noyaux présents à la date $t = 30$ s est donc :

$$N = 2,88 \cdot 10^8 \exp(-6,93 \cdot 10^{-2} \times 30) = 3,6 \cdot 10^7$$

$$\boxed{N = 3,6 \cdot 10^7 \text{ noyaux}}$$

L'activité varie suivant la loi :

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

L'activité à la date $t = 30$ s est donc :

Solution

1° La particule **a** est un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}^{2+}$. L'équation de désintégration s'écrit donc :



La conservation du nombre de nucléons impose :

$$210 = x + 4$$

d'où :

$$x = 210 - 4 = 206$$

La conservation de la charge permet d'écrire :

$$84 = y + 2$$

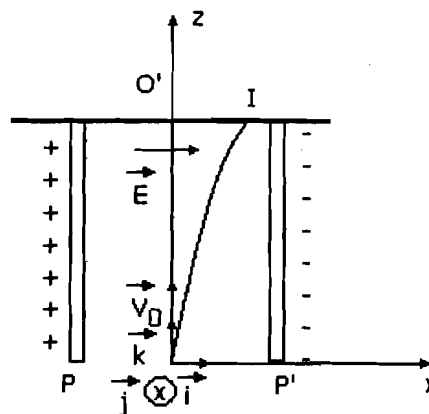
d'où :

$$y = 84 - 2 = 82$$

$$x = 206$$

$$y = 82$$

2° a) Pour étudier la trajectoire d'une particule **a**, choisissons un repère orthonormé $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié aux plaques, supposé galiléen, tel que $\vec{V}_0 = v_0 \vec{k}$; d'autre part le trièdre $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est direct :



b) Les forces qui s'exercent sur chaque particule **a** sont : **le poids** et la force d'origine **électrostatique** $\vec{F} = q\vec{E}$. Le poids est négligeable devant la **force** électrique. D'après la relation **fondamentale** de la dynamique :

$$q\vec{E} = m\vec{a}$$

d'où :

$$a = \frac{qE}{m}$$

par intégrations successives, on obtient le vecteur position :

$$\vec{OM} = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + \vec{v}_0 t \quad (1)$$

Les matrices de coordonnées des différents vecteurs sont :

$$\vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} ; \vec{E} \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \vec{v}_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \end{pmatrix}$$

L'équation (1) donne par projection sur les axes de coordonnées :

$$x = \frac{qE}{2m} t^2 \quad (2)$$

d'autre part

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$

d'où :

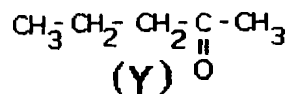
$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

soit :

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-14}} = 1,24 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

La longueur d'onde du photon γ est :

$$\lambda = 1,24 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$



Y est une molécule **achirale** à une seule configuration.

6_ Stéréo-isoméries d'un alcène.

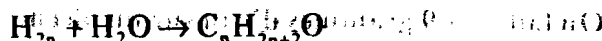
Un alcène de formule C_nH_{2n} présentant deux stéréoisomères A et A', conduit, par hydratation, à un seul composé oxygéné B renfermant en masse **21,6%** d'oxygène.

- 1° Déterminer la **formule brute** de B -
- 2° **Ecrire** toutes les **formules semi-développées possibles** par B et nommer **chacune** d'elles.
- 3° Quelle formule **semi-développée** convient à B sachant que **sa** molécule est chirale ?
- 4° Représenter et nommer les stéréoisomères A et A'.

LMDB devoir SB

Solution

1° L'hydratation d'un alcène C_nH_{2n} conduit à un alcool selon l'équation bilan :



Soit M la masse molaire de l'alcool $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$ **ans une mole d'un tel alcool, il y a**

16 grammes d'oxygène, d'où :

$$\frac{16}{\%O} = \frac{M}{100}$$

par conséquent :

$$M = \frac{16 \times 100}{\%O}$$

soit :

$$M = \frac{1600}{21,6} = 74 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

d'autre part :

$$M = 12n + 2n + 2 + 16$$

soit :

$$74 = 14n + 18$$

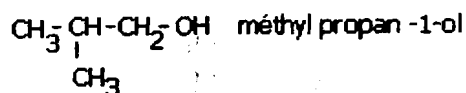
d'où :

$$n = \frac{74 - 18}{14} = 4$$

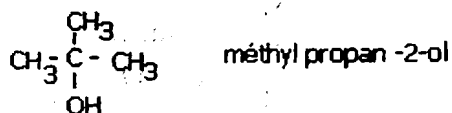
B a pour **formule brute** $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$

2° Les **alcool** isomères **possibles** soit :

$\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH}$ butan-1-ol



$\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CHOH} - \text{CH}_3$ butan-2-ol



d'autre part :

$$M_B = 12n + 2n + 2 + 16$$

soit :

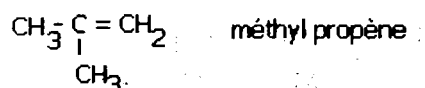
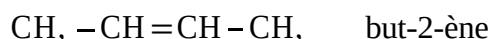
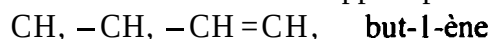
$$74 = 14n + 18$$

par la suite :

$$n = 4$$

d'où, la formule molécule de B : $C_4H_{10}O$; celle de A est C_4H_8

2° Les formules semi-développées possibles pour A.

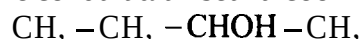


3° L'action de l'eau $H-OH$ sur un alcène conduit généralement à deux alcools selon la position occupée par le groupe hydroxyle OH autour de la double liaison.

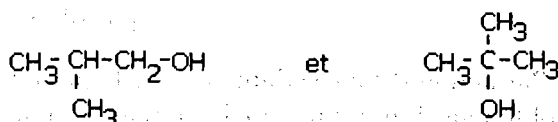
Ainsi, l'hydratation du **but-1-ène** conduit à deux alcools qui sont :



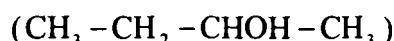
L'hydratation du but-2-ène conduit à un seul alcool :



L'hydratation du méthyl propène conduit à deux alcools :



A est donc le but-2-ène ($CH_3-CH=CH-CH_3$) et B est le butan-2-ol



8_ Action du sodium sur un alcool primaire aromatique

On fait réagir **5,4 g d'un alcool primaire aromatique A** avec un excès de sodium. Il se dégage **0,56L** de dihydrogène mesuré dans les conditions normales de température et de pression.

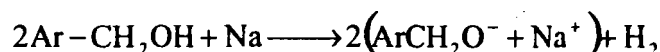
1° Déterminer la masse molaire puis la formule semi-développée de l'alcool A ; préciser son nom.

2° On fait réagir A sur du permanganate de potassium en milieu acide. On obtient un produit B qui rosit le réactif de Schiff, puis un solide blanc cristallisé C. Ecrire les formules semi-développées de B et C.

LMDB dev SE

Solution

Un alcool primaire est aromatique s'il contient un groupe aromatique noté **Ar**. Sa formule générale est donc $Ar-CH_2OH$. L'équation bilan de sa réaction avec le sodium s'écrit :



Le volume molaire des gaz dans les conditions normales étant $V_m = 22,4L$ nous avons, par stœchiométrie :

Solution

1° Dans une mole d'amine saturée de masse M il y a 14g d'azote, d'où :

$$\frac{14}{\%N} = \frac{M}{100}$$

ou encore :

$$\frac{14}{m(N)} = \frac{M}{m(C_nH_{2n+3}N)}$$

soit :

$$\frac{14}{2,9} = \frac{M}{15}$$

d'où :

$$M = \frac{15 \times 14}{2,9} = 72,41 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M = 72,41 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

d'autre part :

$$M = 12n + 2n + 3 + 14$$

soit :

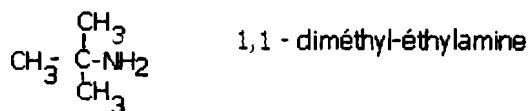
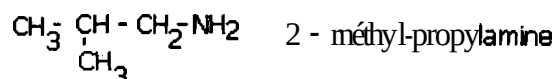
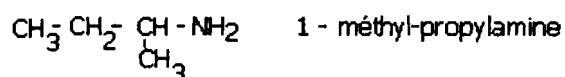
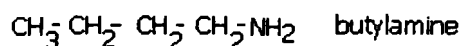
$$72,41 = 14n + 17$$

d'où :

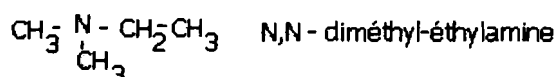
$$n = \frac{72,41 - 17}{14} = 4$$

L'amine a pour formule brute $C_4H_{11}N$.

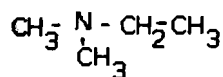
2° Les amines primaires isomères possibles :



Comme amine tertiaire nous avons :



3° L'amine en question est une amine tertiaire qui ne réagit pas avec un chlorure d'acyle ; soit : la **N,N-diméthyl-éthylamine**



4° La liaison carbone-iode dans la molécule de l'iodométhane est polarisée du fait de la différence d'électronégativité entre les atomes de carbone et d'iode. Le doublet électronique de l'atome d'azote va alors attaquer l'atome de carbone légèrement positif :



Cette réaction met en évidence le caractère nucléophile des amines.

4° On fait réagir D avec l'ammoniac. Déterminer la formule semi-développée et le nom du composé obtenu.

Données :

$$M(H) = 1g \cdot mol^{-1} \quad M(O) = 16g \cdot mol^{-1}$$

$$M(C) = 12g \cdot mol^{-1}$$

LMDB devoir SB

Solution

1° La formule générale d'un alcool saturé est $C_nH_{2n+2}O$. Il y a donc $12n$ grammes de carbone et $2n+2$ grammes d'hydrogène dans une mole d'un tel alcool, d'où :

$$\frac{12n}{\%C} = \frac{2n+2}{\%H}$$

$$\text{soit :} \quad \frac{12n}{64,86} = \frac{2n+2}{13,51}$$

$$\text{par la suite :} \quad 12 \times 13,51n = 64,86 \cdot (2n+2)$$

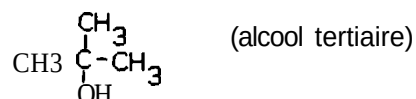
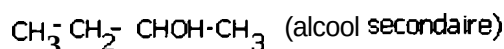
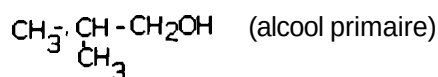
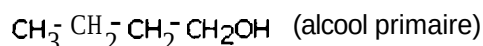
$$\text{et :} \quad 162n = 129,72n + 129,72$$

$$\text{encore :} \quad n(162 - 129,72) = 129,72$$

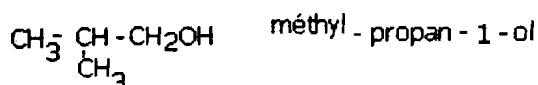
$$\text{d'où :} \quad n = \frac{129,72}{32,28} = 4$$

La formule brute de l'alcool est $C_4H_{10}O$

Les formules semi-développées possibles :



2° (A) est un alcool primaire qui, par action des oxydants comme le dichromate de potassium en milieu acide donne un aldéhyde (B) capable de réagir avec la liqueur de Fehling, puis un acide carboxylique (C). Par ailleurs, la chaîne carbonée de l'acide carboxylique étant ramifiée, celle de l'alcool l'est aussi. A est donc l'alcool primaire à chaîne ramifiée :

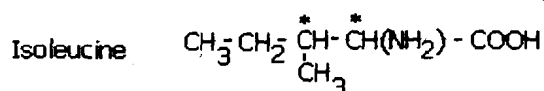
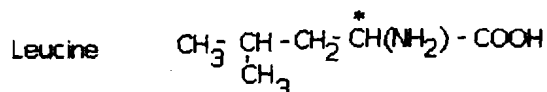


d'où :

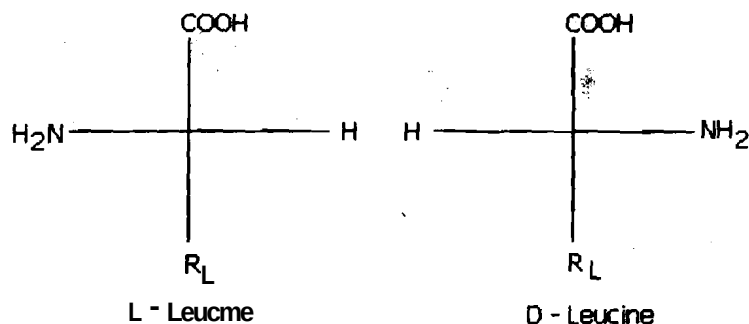
$$n = \frac{131 - 75}{14} = 4$$

et R est le groupe : $C_4H_9 -$

2° a) Les formules semi-développées :

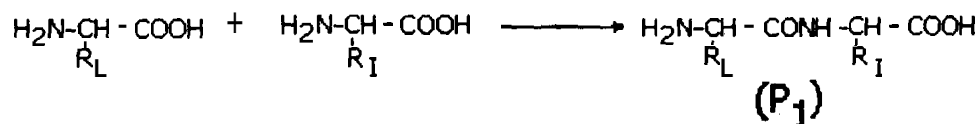


b) Le couple d'énantiomères de la leucine :

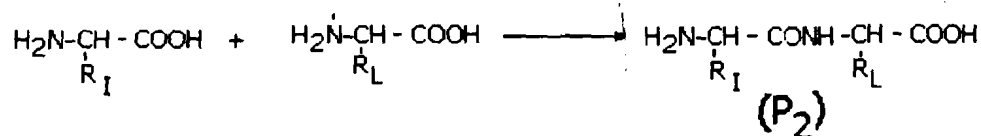


3° a) La réaction de condensation, avec élimination d'eau, se produisant entre le groupe carboxyle $COOH$ de l'un des aminoacides et le groupe amine de l'autre acide α -aminé offre deux possibilités :

Premier cas : **Leucine-isoleucine**



Deuxième cas : **Isoleucine-leucine**



b) Le mélange réactionnel contient les peptides suivants :

Leucine - isoleucine

Leucine - leucine

Isoleucine - leucine

Isoleucine - isoleucine

L'expérience conduit donc à quatre peptides.

4° Si l'on désire synthétiser P_1 seulement, il faut empêcher la formation de P_2 .

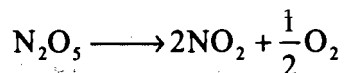
Pour cela il faut :

- bloquer le groupe $-COOH$ de l'**isoleucine** en l'estérifiant par un alcool
- bloquer le groupe $-NH_2$ de la **leucine** par l'action d'un chlorure d'acyle.

Cinétique chimique

1_ Décomposition de l'hémi-pentoxyde d'azote.

L'hémi-pentoxyde d'azote N_2O_5 se dissocie suivant l'équation :



La réaction est d'ordre 1.

1° A **105°C** on constate qu'au bout de **4mn**, $\frac{3}{4}$ de la quantité initiale de N_2O_5 a été décomposée.

a. Calculer le temps de demi-réaction à cette température.

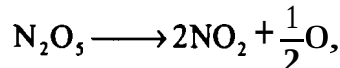
b. Quel serait le temps de demi-réaction si la molarité initiale avait été doublée ?

2° A **95°C** le temps de demi-réaction est **5mn**. Calculer le temps au bout duquel $\frac{5}{4}$ de la quantité initiale sera décomposée,

LMDB devoir SB

Solutio

1° L'équation-bilan de la réaction s'écrit :



La vitesse de disparition de N_2O_5 est définie par :

$$v = -\frac{d[N_2O_5]}{dt} \quad (1)$$

D'autre part, la réaction étant d'ordre 1, nous avons :

$$v = k[N_2O_5] \quad (2)$$

En comparant les relations (1) et (2) on obtient :

$$-\frac{d[N_2O_5]}{dt} = k[N_2O_5]$$

ou encore :

$$\frac{d[N_2O_5]}{[N_2O_5]} = -k \cdot dt$$

cette dernière relation s'intègre en :

$$\ln \frac{[N_2O_5]_0}{[N_2O_5]} = kt$$

ou encore :

$$\ln \frac{C_0}{C} = kt$$

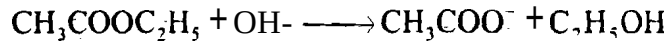
C_0 est la concentration initiale de N_2O_5

C est la concentration à une date t quelconque

lorsque $t = t_1$, $C = \frac{C_0}{2}$

2_ Saponification de l'éthanoate d'éthyle.

On étudie la cinétique de la réaction de saponification de l'éthanoate d'éthyle. L'équation bilan de la réaction est :



Des expériences faites avec des concentrations molaires initiales $[\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5]_0 = [\text{OH}^-]_0 = C_0$, ont données les temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$ indiqués dans

le tableau suivant :

$C_0 (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-2}$
$t_{\frac{1}{2}} (\text{mn})$	17,8	8,9	4,45	2,22

1° Montrer que la réaction est d'ordre 2 et déterminer la constante de vitesse.

2° On part des conditions :

$$[\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5] = [\text{OH}^-] = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Calculer le temps qu'il faut pour que 80% de l'acétate soit transformé.

LMDB devoir SB

Solution

1° A chaque instant nous avons :

$$[\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5] = [\text{OH}^-] = C$$

si la réaction est d'ordre 2, la vitesse v s'écrit :

$$v = kC^2 \quad (1)$$

k est la constante de vitesse

D'autre part la vitesse de disparition de l'acétate d'éthyle est définis par :

$$v = -\frac{dC}{dt} \quad (2)$$

Des relation (1) et (2) il vient :

$$-\frac{dC}{dt} = kC^2$$

soit :

$$-\frac{dC}{C^2} = kdt$$

Cette dernière relation s'intègre en :

$$\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} = kt$$

d'où :

$$t = \frac{C_0 - C}{kC_0 C}$$

lorsque $t = t_{\frac{1}{2}}$, $C = \frac{C_0}{2}$

donc :

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{C_0 - \frac{C_0}{2}}{kC_0 \cdot \frac{C_0}{2}} = \frac{1}{kC_0}$$

1° Montrer que la réaction est d'ordre 2 et déterminer la constante de vitesse

2° Calculer la vitesse de disparition du constituant A au temps $t = 25\text{h}$.

LMDB compos SE

Solution

1° Les concentrations initiales sont identiques, à chaque instant nous avons :

$$[A] = [B]$$

Si la réaction est d'ordre 2, la vitesse est :

$$v = k[A]^2 \quad (1)$$

par ailleurs,

$$v = -\frac{d[A]}{dt} \quad (2)$$

Des relations (1) et (2), il vient :

$$-\frac{d[A]}{dt} = k \cdot [A]^2$$

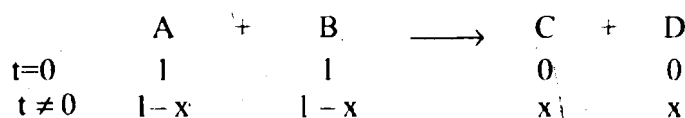
soit :

$$-\frac{d[A]}{[A]^2} = k \cdot dt$$

Cette dernière relation s'intègre facilement en :

$$\frac{1}{[A]} = k \cdot t + \frac{1}{[A]_0}$$

$\frac{1}{[A]} = f(t)$ serait donc une fonction affine et son graphe, une droite. D'autre part, les concentrations molaires exprimées en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à l'instant initial puis à une date t quelconque, des réactifs et des produits sont résumés dans le schéma suivant :



Ainsi, à chaque instant :

$$1-x = [A]$$

or :

$$x = [D]$$

d'où :

$$1 - [D] = [A]$$

Le tableau ci-dessous montre à chaque instant la valeur du rapport $\frac{1}{[A]}$

t(h)	0	25	50	100	200
[D](mol·L ⁻¹)	0	0,20	0,33	0,50	0,70
[A]=1-[D] (mol·L ⁻¹)	1	0,80	0,67	0,50	0,30
1/[A] (mol ⁻¹ ·L)	1	1,25	1,49	2	3,33

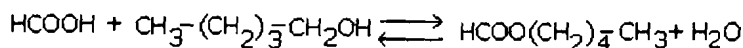
Le graphe de la fonction $\frac{1}{[A]} = f(t)$ est la suivante :

3° Calculer la vitesse de formation de l'ester aux instants $t_1=5\text{mn}$ et $t_2=20\text{mn}$. Interpréter l'évolution de la vitesse d'estérification.

LMDb devoir SE

Solution

1° L'équation bilan de la réaction s'écrit :



Méthanoate de pentyle

2° D'après l'équation-bilan, la quantité d'ester apparu est égale à la quantité d'acide disparu. Ce qu'on peut représenter par le tableau suivant :

	acide	alcool	ester	eau
$t=0$	0,04mol	0,04mol	0	0
$t \neq 0$	$0,04-x$	$0,04-x$	x	x

Donc, à une date t quelconque le nombre de moles d'acide

est : $n_A = 0,04 - x$

soit : $n_A = 0,04 - n_E$

d'où : $n_E = 0,04 - n_A$

ou encore : $n_E = 40 \cdot 10^{-3} - n_A$

Par conséquent, la concentration en ester est :

$$[\text{ester}] = \frac{n_E}{v}$$

avec :

$$v = 5,9\text{cm}^3 = 5,9 \cdot 10^{-3}\text{L}$$

Ainsi, à la date $t=10\text{mn}$,

$$n_E = 40 \cdot 10^{-3} - 21,3 \cdot 10^{-3} = 18,7 \cdot 10^{-3}\text{mol}$$

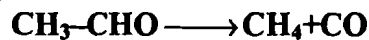
$$[\text{ester}] = \frac{18,7 \cdot 10^{-3}}{5,9 \cdot 10^{-3}} = 3,2\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

D'où le tableau des résultats :

$t(\text{mn})$	0	10	15	20	30	40	50
$n_A(10^{-3}\text{mol})$	40	21,30	18,30	16,8	15,6	14,5	14
$n_E(10^{-3}\text{mol})$	0	18,7	21,7	23,2	24,4	25,5	26
$[\text{ester}](\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$	0	3,16	3,68	3,93	4,14	4,32	4,4

5_ Décomposition de l'éthanal.

L'éthanal se décompose, en phase gazeuse, suivant :



On introduit de l'éthanal à la date $t=0$, dans une enceinte de volume invariable, préalablement vidée, portée à la température $\theta=477^\circ\text{C}$, sous une pression initiale $P=2,83 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. La mesure de la pression dans l'enceinte permet d'évaluer la concentration molaire du méthane formé en fonction du temps. Les résultats sont les suivants :

$t(\text{mn})$	0	4	8,6	13,8	19,7	26,5	33,9
$10^4 [\text{CH}_4] (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$	0	2,2	4,5	6,9	9,1	11,4	13,6

1° Calculer la concentration molaire initiale en admettant que l'éthanal gazeux vérifie la loi des gaz par faits :

$$PV=nRT$$

$$\text{Avec } R=8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

2° Tracer la courbe représentant la concentration molaire $[\text{CH}_4]$ en fonction du temps. Echelles :

$$1 \text{ cm} \longleftrightarrow 5 \text{ mn}$$

$$1 \text{ cm} \longleftrightarrow 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

3° Déterminer :

- La vitesse moyenne de formation du méthane entre les instant $t_1=4\text{mn}$ et $t_2=13,8\text{m}$.
- La vitesse instantanée de formation du méthane à la date $t=13,8\text{mn}$

4° Au bout de combien de temps $\frac{1}{5}$ de l'éthanal initial a-t-il été disparu ?

Solution

1° L'équation d'état des gaz parfait s'écrit :

$$PV = nRT$$

on en déduit :

$$P = \frac{n}{V} RT$$

La concentration initiale de l'éthanal est : $[\text{CH}_3 - \text{CHO}]_0 = \frac{n}{V}$

il vient :

$$P = [\text{CH}_3 - \text{CHO}]_0 RT$$

d'où :

$$[\text{CH}_3 - \text{CHO}]_0 = \frac{P}{RT}$$

$$T = 273 + \theta = 273 + 477 = 750 \text{ K}$$

$$\text{soit : } [\text{CH}_3 - \text{CHO}]_0 = \frac{2,83 \cdot 10^4}{8,314 \times 750} = 4,54 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 4,54 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{CH}_3 - \text{CHO}]_0 = 4,54 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2° Traçons la courbe $10^4 [\text{CH}_4] = f(t)$

6_Décomposition de l'eau oxygénée.

Le peroxyde d'hydrogène H_2O_2 se décompose à température constante pour former de l'eau et du dioxygène. A l'instant $t=0$, on prépare une solution à $1\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ de peroxyde d'hydrogène. Le volume du dioxygène dégagé $V_{(\text{O}_2)}$ est mesuré à pression constante. On obtient aux divers instants t , les valeurs suivantes :

t(h)	0	1	3	4	6	8
V(O ₂)(L)	0	4,53	9,16	10,3	11,4	11,8

1° Ecrire l'équation-bilan de la réaction

2° Déterminer les concentrations molaires résiduelles du peroxyde d'hydrogène $[\text{H}_2\text{O}_2]$

3°

a) Tracer la courbe $[\text{H}_2\text{O}_2] = f(t)$

échelles :

1cm $\longleftrightarrow$ 1h

1cm $\longleftrightarrow$ 0,1mol·L⁻¹

b) Dédurre de la courbe la vitesse de disparition du peroxyde d'hydrogène à l'instant $t=3\text{h}$

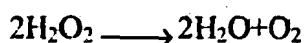
4° Dans les conditions de l'expérience, la vitesse de disparition du peroxyde d'hydrogène est telle que $v=k[\text{H}_2\text{O}_2]$ avec $k=1,28\cdot 10^{-4}\text{s}^{-1}$. Utiliser cette relation pour vérifier la valeur de la vitesse à l'instant $t=3\text{h}$.

(Dans les conditions de l'expérience le volume molaire des gaz est 24L)

LMDB devoir SE

Solution

1° L'équation-bilan de la réaction est :



2° Le nombre de moles du dioxygène à date t est $x = \frac{V(\text{O}_2)}{24}$. Le volume de la solution étant 1 litre, la concentration molaire du dioxygène est $[\text{O}_2] = x$. La concentration molaire du peroxyde d'hydrogène à cet instant est déterminée à partir de l'équation bilan selon le tableau suivant :

	2H ₂ O ₂	2H ₂ O	O ₂
t=0	1	0	0
t≠0	1-2x	2x	x

Ainsi, à chaque instant, nous avons :

$$[\text{H}_2\text{O}_2] = 1-2x$$

Exemple : à $t = 1\text{h}$, $x = \frac{V(\text{O}_2)}{24} = \frac{4,53}{24} = 0,19\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$$[\text{H}_2\text{O}_2]_{1\text{h}} = 1-2\times 0,19 = 0,62\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Nous obtenons le tableau suivant:

t(h)	0	1	3	4	6	8
V(O ₂) (L)	0	4,53	9,16	10,3	11,4	11,8
x(mol·L ⁻¹)	0	0,19	0,38	0,43	0,48	0,49
[H ₂ O ₂]=1-2x	1	0,62	0,24	0,14	0,04	0,02

- 1° Calculer la **concentration** molaire initiale des ions iodures $[I^-]_0$ dans le mélange.
 2° Par dosage de **prélèvements**, on **détermine** la concentration molaire en **diode** $[I_2]$ à différentes dates t . On trouve :

$t(\text{mn})$	0	2	4	6	8	10	12	15
$10^3[I_2](\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0	2,4	4,2	5,7	6,8	7,6	8,1	8,6

Tracer le graphique représentant $[I_2]=f(t)$

Echelles : 1cm $\longleftrightarrow$ 2mm

1cm $\longleftrightarrow$ $10^{-3}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

- 3° On désigne par $t_{\frac{1}{2}}$ le temps au bout duquel la **moitié** des ions iodures a disparu.

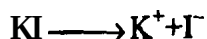
Déterminer la concentration du **diode** à la date $t_{\frac{1}{2}}$.

- 4° Calculer la vitesse de formation du **diode** à la date $t_{\frac{1}{2}}$ et en déduire la vitesse de disparition des ions iodures à la même date.

LMDB devoir SE

Solution

- 1° En solution l'iodure de potassium se dissocie mole par mole suivant l'équation :



Par conséquent, la quantité de matière (nombre de moles) des ions iodures est égale au nombre de moles de l'iodure de potassium KI ; soit : $n(I^-) = n(\text{KI}) = C_2V_2$

La concentration molaire initiale des ions iodures est :

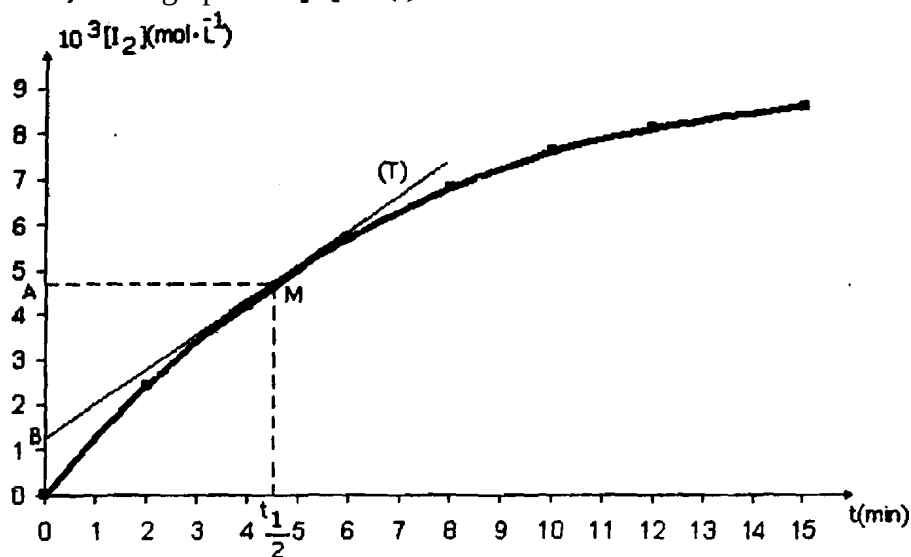
$$[I^-] = \frac{n(I^-)}{V_1 + V_2} = \frac{C_2V_2}{V_1 + V_2}$$

soit :

$$[I^-] = \frac{4 \cdot 10^{-2} \times 250}{500} = 2 \cdot 10^{-2} \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

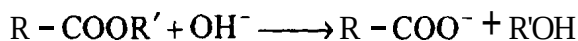
$$[I^-]_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

- 2° Traçons le graphe $10^3[I_2] = f(t)$



8_ Méthode chimique d'étude de la saponification.

Pour étudier la cinétique d'une réaction de saponification, on réalise un mélange équimolaire d'ester et d'hydroxyde de sodium dans un solvant approprié. L'équation-bilan de la réaction s'écrit :



A la date $t = 0$, on introduit **0,01** mol d'ester et **0,01** mol d'hydroxyde de sodium dans de l'eau. Le mélange, de volume **V=1L** est maintenu dans un bain à température constante. A différentes dates **t**, on prélève des échantillons de 10cm^3 dans lesquels on dose les ions OH^- restant par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire **$10^{-2}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$** . Le tableau ci-dessous indique le volume V_A d'acide chlorhydrique versé sur chaque prélèvement.

t(mn)	10	30	50	100	150	200
$V_A(\text{cm}^3)$	8	5,70	4,45	2,85	2,10	1,65

1° Calculer pour chaque prélèvement la concentration en ester restant (on expliquera les calculs pour le premier prélèvement puis on présentera les autres valeurs calculées dans un tableau).

2° Tracer la courbe **[Ester]=f(t)**

échelles : **1cm** pour **20mn**

1cm pour **$1\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$**

3° On appelle temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$, le temps au bout duquel la moitié de l'ester a été saponifié. Déterminer à l'aide du graphique $t_{\frac{1}{2}}$.

4° Déterminer le pourcentage d'ester saponifié à date $t = 2t_{\frac{1}{2}}$

LMDB devoir SE

Solution

1° Soit C_B la concentration molaire en ions OH^- -dons la prise d'essai de volume $V_B=10\text{cm}^3$. Quand l'équivalence **acido-basique** est atteinte, le nombre de moles des ions OH^- est égale au nombre de moles d'acide chlorhydrique de concentration C_A ;

soit :

$$V_B = C_A V_A$$

$$C_B = \frac{C_A V_A}{V_B}$$

d'où :

Ainsi, a la date $t=10\text{mn}$, nous avons :

$$C_B = \frac{10^{-2} \times 8}{10} = 8 \cdot 10^{-3} \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

ou, en millimole par litre,

$$C_B = 8\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Par ailleurs l'équation-bilan montre que l'ester et l'ion OH^- réagissent mole à mole. Comme les concentrations initiales en ester et en ions OH^- sont identiques, les concentrations restantes, à la date t le sont aussi. **Donc**, à la date $t=10\text{mn}$, **[Ester]= $8\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$** . Toutes les autre valeurs sont consignées dans le tableau suivant :

T(mn)	10	30	50	100	150	200
$V_A(\text{cm}^3)$	8	5,70	4,45	2,85	2,10	1,65
[Ester](mmol·L ⁻¹)	8	5,70	4,45	2,85	2,10	1,65

2° La concentration de l'ester à la date $t=0$ est :

9_ Cinétique de la décomposition du chlorure de sulfuryle.

Le chlorure de sulfuryle SO_2Cl_2 se décompose en phase gazeuse à 320°C suivant la réaction :



Afin d'étudier cette réaction, on introduit à la date $t=0$, une certaine quantité de chlorure de sulfuryle dans un récipient de volume constant maintenu à 320°C . La mesure de la pression P dans le récipient permet de suivre l'évolution de la réaction. On obtient, aux divers instants t , les valeurs suivantes :

t(s)	0	100	210	250	350	380	450
P(bar)	0,51	0,63	0,73	0,75	0,80	0,82	0,85

1° Trouver, en utilisant la loi des gaz parfaits, une relation entre la pression initiale P_0 et la concentration molaire initiale C_0 ; en déduire la valeur de C_0 .

2° Soit a le coefficient de dissociation du chlorure de sulfuryle (le coefficient de dissociation est le rapport de la quantité de SO_2Cl_2 décomposé à la quantité initiale de SO_2Cl_2).

a) Exprimer en fonction de C_0 et de a , les concentrations molaires des différents corps purs

b) Exprimer P en fonction de P_0 et de a ; en déduire l'expression de a .

3° Déterminer pour chacun des instants qui figurent dans le tableau, les concentrations molaires en dioxyde de soufre.

4° Tracer la courbe donnant les concentrations en SO_2 en fonction du temps et déterminer graphiquement la vitesse initiale de formation de SO_2

Echelles :

2cm pour 100s

1cm pour $10^{-3}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

données : $1\text{bar}=10^5\text{Pa}$

constante des gaz parfait : $R=8,31\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Solution

1° Soit n_0 le nombre de moles de SO_2Cl_2 à la date $t=0$. D'après la loi des gaz parfaits :

$$P_0V = n_0RT$$

D'où :

$$P_0 = \frac{n_0}{V}RT$$

or :

$$\frac{n_0}{V} = C_0$$

Par conséquent :

$$P_0 = C_0RT$$

on en déduit :

$$C_0 = \frac{P_0}{RT}$$

Application numérique :

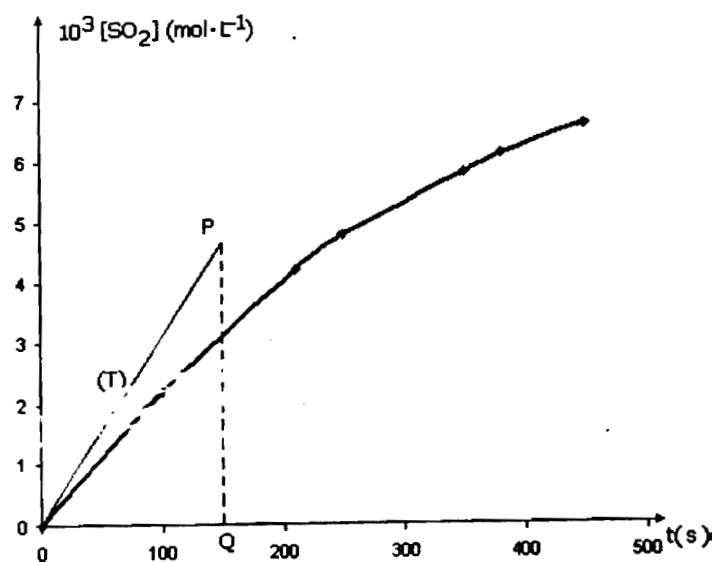
$$P_0 = 0,52\text{bar} = 0,52 \cdot 10^5\text{Pa}$$

$$T = 273 + 320^\circ = 593\text{K}$$

$$C_0 = \frac{0,52 \cdot 10^5}{8,31 \times 593} = 10,53\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$$

soit, en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$$C_0 = 10,53 \cdot 10^{-3}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1} = 1,05 \cdot 10^{-2}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$



La vitesse initiale de formation de SO_2 est numériquement égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point O.

$$v_{\text{SO}_2} = \frac{PQ}{OQ}$$

soit :

$$v_{\text{SO}_2} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{150} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\boxed{v_{\text{SO}_2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5] = \frac{0,4}{V}$$

$$[\text{H}_2\text{O}] = \frac{0,4}{V}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = \frac{0,2}{V}$$

$$[\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}] = \frac{0,2}{V}$$

D'autre pan

$$K_c = \frac{[\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5] \cdot [\text{H}_2\text{O}]}{[\text{CH}_3\text{COOH}] \cdot [\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}]}$$

Soit, après simplification :

$$K_c = \frac{0,4 \times 0,4}{0,2 \times 0,2} = 4$$

$$\boxed{K_c = 4}$$

3° Si l'on ajoute 1 mol d'éthanol, l'équilibre se déplace dans le sens de disparition de l'éthanol. En prenant comme origine des dates l'instant du rajout, nous obtenons le tableau suivant représentant les nombres de moles à l'instant initial puis à l'équilibre :

	CH_3COOH	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	$\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$	H_2O
t=0	0,2	1,2	0,4	0,4
équilibre	0,2-x	1,2-x	0,4+x	0,4+x

Il vient :

$$K_c = \frac{(0,4+x)(0,4+x)}{(0,2-x)(1,2-x)}$$

soit :

$$4 = \frac{0,16 + 0,8x + x^2}{0,24 - 1,4x + x^2}$$

par la suite :

$$4x^2 - 5,6x + 0,96 = 0,16 + 0,8x + x^2$$

soit :

$$3x^2 - 6,4x + 0,80 = 0$$

Cette équation du second degré admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{3,2 - \sqrt{7,84}}{3} = 0,13 \text{ mol}$$

$$x_2 = \frac{3,2 + \sqrt{7,84}}{3} = 2 \text{ mol}$$

La solution $x_2 = 2 \text{ mol}$ correspond à la disparition complète de l'acide éthanóïque et de l'éthanol ; donc cette valeur ne convient pas ; donc $x = 0,13 \text{ mol}$

Nous aurons donc, à l'équilibre :

$$n_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 0,2 - 0,13 = 0,07 \text{ mol}$$

$$n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 1,2 - 0,13 = 1,07 \text{ mol}$$

$$n_{\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5} = 0,4 + 0,13 = 0,53 \text{ mol}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 0,4 + 0,13 = 0,53 \text{ mol}$$

donc :

$$K_p = 0,1 \times 8,8 \cdot 10^{-2} \times 523 = 4,28 \text{ atm}$$

$$\boxed{K_p = 4,28 \text{ atm}}$$

2° Nous avons :

$$x = n_0 \alpha$$

$$n_0 = 2 \text{ moles} \Rightarrow x = 2a$$

A l'équilibre, les nombres de moles des constituants sont :

$$n(\text{PCl}_5) = 2 - x = 2 - 2a = 2(1 - \alpha)$$

$$n(\text{PCl}_3) = x = 2\alpha$$

$$n(\text{Cl}_2) = x = 2\alpha$$

Le nombre de moles total à l'équilibre est :

$$\Sigma n = 2 - 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 2(1 + \alpha)$$

Les pressions partielles des constituants du mélange gazeux à l'équilibre, sont proportionnelles aux nombres de moles des constituants du mélange.

donc :

$$\frac{P_{\text{PCl}_5}}{2(1 - \alpha)} = \frac{P_{\text{PCl}_3}}{2\alpha} = \frac{P_{\text{Cl}_2}}{2\alpha} = \frac{P}{2(1 + \alpha)}$$

Ainsi :

$$\frac{P_{\text{PCl}_5}}{2(1 - \alpha)} = \frac{P}{2(1 + \alpha)} \Rightarrow P_{\text{PCl}_5} = \frac{(1 - \alpha) \cdot P}{1 + \alpha}$$

De même :

$$\frac{P_{\text{PCl}_3}}{2\alpha} = \frac{P}{2(1 + \alpha)} \Rightarrow P_{\text{PCl}_3} = \frac{\alpha P}{1 + \alpha}$$

par suite :

$$P_{\text{Cl}_2} = \frac{\alpha P}{1 + \alpha}$$

or :

$$K_p = \frac{P_{\text{PCl}_3} \cdot P_{\text{Cl}_2}}{P_{\text{PCl}_5}}$$

soit :

$$K_p = \frac{\frac{\alpha^2 P^2}{(1 + \alpha)^2}}{\frac{(1 - \alpha) P}{1 + \alpha}} = \frac{\alpha^2 P}{1 - \alpha^2}$$

$$\boxed{K_p = \frac{\alpha^2 P}{1 - \alpha^2}}$$

3° Nous avons :

$$K_p = \frac{\alpha^2 P}{1 - \alpha^2}$$

$$K_p = 4,28 \text{ atm}$$

$$a = 0,40$$

il vient :

$$4,28 = \frac{0,16P}{1 - 0,16}$$

soit :

$$4,28 - 0,68 = 0,16P$$

d'où :

$$P = \frac{3,6}{0,16} = 22,50 \text{ atm}$$

Les différentes pressions partielles sont :

$$P_{\text{PCl}_5} = \frac{(1 - a)P}{1 + \alpha} = \frac{(1 - 0,4) \times 22,50}{1,4} = 9,64 \text{ atm}$$

$$P_{\text{PCl}_3} = P_{\text{Cl}_2} = \frac{\alpha P}{1 + \alpha} = 6,43 \text{ atm}$$

d'où :

$$x = 1 - 0,48 = 0,52 \text{ mol}$$

Ainsi, à l'équilibre nous avons :

$$n(\text{N}_2) = 0,48 \text{ mol}$$

$$n(\text{H}_2) = 3 - 3 \times 0,52 = 1,44 \text{ mol}$$

$$n(\text{NH}_3) = 2 \times 0,52 = 1,04 \text{ mol}$$

$$\Sigma n = 4 - 2 \times 0,52 = 2,96 \text{ mol}$$

Les pressions partielles étant proportionnelles aux nombres de moles, nous avons :

$$\frac{P_{\text{N}_2}}{0,48} = \frac{P}{2,96} \Rightarrow P_{\text{N}_2} = \frac{0,48P}{2,96} = \frac{0,48 \times 300}{2,96} = 48,64 \text{ atm}$$

$$\frac{P_{\text{H}_2}}{1,44} = \frac{P}{2,96} \Rightarrow P_{\text{H}_2} = \frac{1,44 \times 300}{2,96} = 145,94 \text{ atm}$$

$$\frac{P_{\text{NH}_3}}{1,04} = \frac{P}{2,96} \Rightarrow P_{\text{NH}_3} = \frac{1,04 \times 300}{2,96} = 105,40 \text{ atm}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{N}_2} &= 48,64 \text{ atm} \\ P_{\text{H}_2} &= 145,94 \text{ atm} \\ P_{\text{NH}_3} &= 105,40 \text{ atm} \end{aligned}$$

2" La constante d'équilibre relative aux pressions partielles :

$$K_p = \frac{P_{\text{NH}_3}^2}{P_{\text{N}_2} \cdot P_{\text{H}_2}^3}$$

soit :

$$K_p = \frac{(105,40)^2}{48,64 \times (145,94)^3} = 7,35 \cdot 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$$

$$K_p = 7,35 \cdot 10^{-5} \text{ atm}^{-2}$$

3" La constante d'équilibre K_p varie selon la loi :

$$\ln K_p = -23,83 + \frac{1,11 \cdot 10^4}{T}$$

$$T = 273 + 127^\circ = 400 \text{ K}$$

donc :

$$\ln K_p = -23,83 + \frac{1,11 \cdot 10^4}{400}$$

soit :

$$\ln K_p = 3,92$$

on en déduit :

$$K_p = \exp 3,92 = 50,40 \text{ atm}^{-2}$$

$$K_p = 50,40 \text{ atm}^{-2}$$

2_ Mélange de deux solutions d'acides forts.

On veut déterminer la masse molaire d'un alcool $R-OH$, (R est un radical **alkyle**). Sur 3,7g de cet alcool, on fait agir du chlorure d'éthanoyle en excès. Le chlorure d'hydrogène formé est recueilli en totalité dans 5 litres d'eau. Le pH de la solution obtenue est 2.

1° Ecrire l'équation-bilan de cette réaction et calculer la masse molaire M de cet alcool ; en déduire sa formule moléculaire.

2° Dans 50cm³ de la solution d'acide chlorhydrique obtenue, on verse 100cm³ d'une solution d'acide nitrique de concentration $C_2=2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et de $\text{pH}=2,7$.

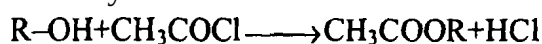
a) Montrer que l'acide nitrique est un acide fort et écrire l'équation bilan de son ionisation dans l'eau.

b) Quel est le pH du mélange obtenu ?

LMDB devoir SE

Solution

1° L'action d'un chlorure d'acyle sur un alcool conduit à un ester.



La concentration molaire de la solution d'acide chlorhydrique obtenue est

$$C_1 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La nombre de moles de chlorure d'hydrogène formé est :

$$n(\text{HCl}) = C_1 V_{\text{HCl}} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

D'après l'équation bilan de la réaction, nous avons:

$$n(R-OH) = n(\text{HCl})$$

$$\text{soit: } \frac{m(R-OH)}{M(R-OH)} = 5 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{on en déduit: } M = \frac{m(R-OH)}{5 \cdot 10^{-2}}$$

$$\text{soit : } M = \frac{3,7}{5 \cdot 10^{-2}} = 74 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M = 74 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

La formule générale de cet alcool est : $C_n H_{2n+1} OH$

$$12n + 2n + 1 + 17 = M$$

$$\text{soit : } 14n + 18 = 74$$

$$\text{d'où : } n = \frac{56}{14} = 4$$

La formule moléculaire de l'alcool est : $C_4 H_9 OH$

2° a) Si l'acide nitrique est fort, son pH vérifie la relation : $\text{pH} = -\text{Log} C_A$

Nous avons : $-\text{Log} C_2 = 2,7$

Le pH de la solution étant 2,7, l'acide nitrique est donc un acide fort. Sa réaction avec l'eau est totale et s'effectue selon l'équation :



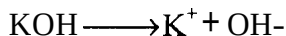
b) Le nombre de moles d'ions H_3O^+ présents dans le volume $V_1=50\text{cm}^3$ de la solution de chlorure d'hydrogène est : $n_1=C_1 V_1$

Le nombre de moles d'ions H_3O^+ présents dans la solution d'acide nitrique est $n_2=C_2 V_2$

$$\text{pH} = -\text{Log} 2,77 \cdot 10^{-13} = 12,5$$

$$\boxed{\text{pH} = 12,5}$$

2° L'hydroxyde de potassium KOH se dissout totalement dans l'eau pure suivant l'équation :



Les ions K^+ , provenant uniquement de cette dissolution ; leur nombre de moles est égale au nombre de moles d'ions OH^- contenus dans la solution de KOH comme l'indique l'équation de dissolution ; donc :

$$n(\text{K}^+) = n_1$$

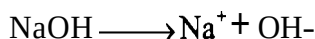
La concentration en ions K^+ est :

$$[\text{K}^+] = \frac{n_1}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2 + V_3}$$

soit :

$$[\text{K}^+] = \frac{0,16 \times 100}{500} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

L'hydroxyde de sodium NaOH se dissout totalement en solution selon l'équation :



Le nombre de moles d'ions Na^+ est égale au nombre de moles d'ions OH^- contenus dans la solution de NaOH :

$$n(\text{Na}^+) = n_2$$

La concentration des ions Na^+ est :

$$[\text{Na}^+] = \frac{n_2}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2 + V_3}$$

soit :

$$[\text{Na}^+] = \frac{0,01 \times 200}{500} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution sont :

$$\boxed{\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+] &= 2,77 \cdot 10^{-13} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] &= 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{Na}^+] &= 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{K}^+] &= 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{aligned}}$$

Le nombre de charges positives dans un litre de solution est:

$$[+] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] + [\text{K}^+] = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le nombre de charges négatives dans un litre de solution :

$$[-] = [\text{OH}^-] = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

d'où :

$$[+] = [-]$$

Il y a autant de charges négatives que de charges positives : la solution est électriquement neutre.

on en déduit :

soit :

$$\text{pH} = \text{pKa} + \text{Log} \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$$

$$\text{pKa} = \text{pH} - \text{Log} \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$$

$$\text{pKa} = 2,4 - \text{Log} \frac{3,9 \cdot 10^{-3}}{9,6 \cdot 10^{-2}} = 3,79$$

$$\boxed{\text{pKa} = 3,79}$$

2_ Solution d'ammoniac et solution de monoéthylamine.

Le pH d'une solution aqueuse d'ammoniac NH_3 de concentration $C = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est 10,6.

1° **Ecrire** l'équation de la réaction ayant lieu entre l'ammoniac et l'eau.

2° Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans la solution. En déduire la valeur de la constante d'acidité K_{a1} du couple **acide/base** mis en jeu lors de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.

3° Le pH d'une solution aqueuse de monoéthylamine $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ de concentration $C = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est 11,4.

a) Ecrire l'équation de la réaction ayant lieu entre la monoéthylamine et l'eau.

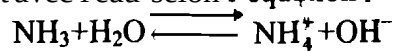
b) Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes dans la solution ; en déduire la valeur de la constante d'acidité K_{a2} du couple **acide/base**.

4° Dans les deux couples **acide/base** cités, entre l'ammoniac et la monoéthylamine, quelle est la base la plus forte justifier.

LMDB devoir SB

Solution

1° L'ammoniac réagit avec l'eau selon l'équation :



2° Compte tenu de l'ionisation partielle de l'eau, les espèces chimiques présentes en solution sont : H_3O^+ ; NH_3 ; NH_4^+ ; H_2O et OH^-

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

soit :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-10,6} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

L'équilibre ionique de l'eau se traduit par :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

d'où :

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Traduisons l'électroneutralité de la solution :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-]$$

puisque : $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-]$ (les ions H_3O^+ sont ultra minoritaires)

$$[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Exprimons la conservation de la matière pour les espèces renfermant l'élément azote .

$$C = [\text{NH}_3] + [\text{NH}_4^+]$$

3_ Détermination de la concentration d'une solution d'ammoniac.

On prépare à 25°C une solution S d'ammoniac de **pH=11** par dilution d'une **solution S₀** vendue au commerce. Le **pK_a** du **couple NH₄⁺/NH₃** est **9,2**.

1° Calculer les concentrations molaire des espèces chimiques présentes dans la solution S et déterminer la concentration C de cette solution.

2° La solution **S₀** du commerce a **une** masse volumique de **890g·L⁻¹** et contient 34% en masse d'ammoniac pur

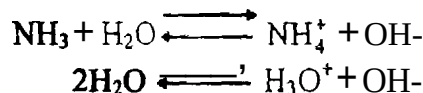
- Calculer la concentration molaire **C₀** de la solution **S₀**.
 - Quel volume de **S₀** a-t-il **fallu utiliser** pour **obtenir** un litre de la solution S ?
- données : **M(H)=1g·mol⁻¹** **M(N)=14g·mol⁻¹**

Solution

1° Les données sont :

$$\begin{aligned} \text{pH} &= 11 \\ \text{pK}_a &= 9,2 \\ \text{soit : } [\text{H}_3\text{O}^+] &= 10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] &= \frac{10^{-14}}{10^{-11}} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ K_a &= 10^{-\text{pK}_a} = 10^{-9,2} = 6,3 \cdot 10^{-10} \end{aligned}$$

Les réaction sont :



Les espèces en solution sont : NH₃; NH₄⁺; H₂O; H₃O⁺ et O H

Equation de la neutralité électrique de la **solution** :

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$$

[H₃O⁺] est négligeable devant [OH⁻]

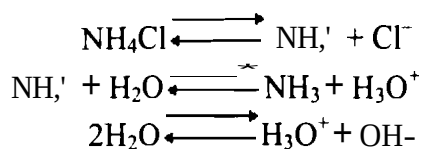
donc : $[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

d'autre part : $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$

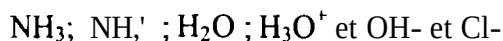
d'où : $[\text{NH}_3] = \frac{K_a[\text{NH}_4^+]}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$

soit : $[\text{NH}_3] = \frac{6,3 \cdot 10^{-10} \times 10^{-3}}{10^{-11}} = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+] &= 10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] &= 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{NH}_4^+] &= 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{NH}_3] &= 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{aligned}$
--



Les espèces en solution sont :



Equation de la neutralité électrique :

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$$

puisque:

$$[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$$

il vient :

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-]$$

d'où :

$$[\text{NH}_4^+] = [\text{Cl}^-] + [\text{H}_3\text{O}^+] \quad (1)$$

Conservation de la quantité de matière relative à l'élément chlore :

$$C = [\text{Cl}^-] = 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad (2)$$

Compte tenu de (2) la relation (1) donne:

$$[\text{NH}_4^+] = 10^{-1} - 7,9 \cdot 10^{-6} = 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Conservation de la matière relative à l'élément azote :

$$C = [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3]$$

d'où :

$$[\text{NH}_3] = C - [\text{NH}_4^+]$$

soit :

$$[\text{NH}_3] = 10^{-1} - 9,9 \cdot 10^{-2} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+] &= 7,9 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] &= 1,25 \cdot 10^{-9} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{NH}_4^+] &= 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{NH}_3] &= 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{Cl}^-] &= 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{aligned}$
--

2° a) La solution finale est un mélange d'une acide faible NH_4^+ avec sa base conjuguée NH_3 ; donc :

$$\text{pH} = \text{pKa} + \text{Log} \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$$

ou :

$$\text{pH} - \text{pKa} = \text{Log} \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$$

or :

$$[\text{NH}_3] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

et :

$$[\text{NH}_4^+] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B}$$

il vient :

$$\text{pH} - \text{pKa} = \text{Log} \frac{C_B V_B}{C_A V_A}$$

soit :

$$9 - 9,2 = \text{Log} \frac{2 \cdot 10^{-1} \times V}{10^{-1} \times 100}$$

ou :

$$-0,2 = \text{Log} \frac{V}{50}$$

par la suite :

$$10^{-0,2} = \frac{V}{50}$$

ou :

$$0,63 = \frac{V}{50}$$

Réactions acide-base. Dosages.

1_ Réaction entre une solution d'acide faible et une solution de base forte-trois méthodes pour préparer une solution tampon.

On verse dans un volume $V_A=10\text{cm}^3$ d'une solution d'acide éthanóïque de concentration molaire $C_A=0,12\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ un volume $V_B=10\text{cm}^3$ d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B=8\cdot 10^{-2}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Le pH du mélange obtenu est égal à 5,1.

1° Calculer le pK_a du couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$.

2° On dispose des solutions aqueuses suivantes :

acide chlorhydrique à $10^{-1}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

hydroxyde de sodium à $5\cdot 10^{-2}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

acide éthanóïque à $10^{-1}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

ammoniac à $5\cdot 10^{-2}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

chlorure d'ammonium à $10^{-1}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

éthanóate de sodium à $5\cdot 10^{-2}\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

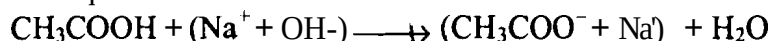
Le pK_a du couple $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ est 9,2.

Indiquer trois manières précises pour fabriquer 150cm^3 d'une solution tampon de $\text{pH}=4,8$.

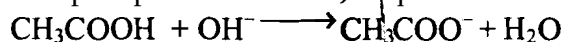
LMDB devoir SE

Solution

1" La réaction entre l'acide faible CH_3COOH et la base forte NaOH est totale et s'effectue suivant l'équation :



Les ions Na^+ ne participant pas à la réaction, l'équation bilan prend la forme :



Le pH du mélange étant acide ($\text{pH} < 7$) la quantité d'hydroxyde de sodium ajouté a disparu complètement. Le tableau ci-dessous indique les quantités mises en présence et les quantités présentes dans l'état d'équilibre.

	CH_3COOH	OH^-	CH_3COO^-	H_2O
initialement	$C_A V_A$	$C_B V_B$		
équilibre	$C_A V_A - C_B V_B$	0	$C_B V_B$	

A l'équilibre, nous avons :

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] = \frac{C_A V_A - C_B V_B}{V_A + V_B}$$

Dans ces deux méthodes le demi-quotient représente le rapport du nombre de moles de l'espèce forte (acide fort ou base forte) au nombre de moles de l'espèce faible (acide faible ou base faible).

Troisième méthode :

On mélange un volume V_A d'acide faible CH_3COOH avec un volume V_B de sa base conjuguée CH_3COONa dans le même proportions :

$$\frac{C_B V_B}{C_A V_A} = 1$$

OU :

$$C_B V_B = C_A V_A$$

soit :

$$5 \cdot 10^{-2} \cdot V_B = 10^{-1} V_A \Leftrightarrow 0,5 V_B = V_A$$

ou encore :

$$5 \cdot 10^{-1} V_B = V_A$$

comme :

$$V_A + V_B = 150 \text{ cm}^3$$

il vient :

$$0,5 V_B + V_B = 150 \text{ cm}^3$$

soit :

$$1,5 V_B = 150 \text{ cm}^3$$

d'où :

$$V_B = \frac{150}{1,5} = 100 \text{ cm}^3$$

et :

$$V_A = 0,5 \times 100 = 50 \text{ cm}^3$$

On mélange 50 cm^3 de la solution d'acide éthanóïque avec 100 cm^3 de la solution d'éthanoate de sodium.

2_ Réaction entre une solution de base faible et une solution d'acide fort.

Au cours d'une **séance** de travaux pratiques, on fait **réagir** entre elles deux solutions aqueuses, l'une d'éthylamine $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$, l'autre d'acide chlorhydrique afin de déterminer le **pKa** du couple **constitué** par l'éthylamine et son acide conjugué.

- 1° On prépare 100 cm^3 d'**acide** chlorhydrique de concentration molaire $C_A = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en **diluant** un volume V_i d'acide chlorhydrique à $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ dans de l'eau pure.
 - a) Déterminer le volume initial V_i .
 - b) Expliquer brièvement comment on réalise **pratiquement** cette dilution.
- 2° A un volume $V_B = 20 \text{ cm}^3$ de la solution d'éthylamine, on ajoute progressivement de l'acide chlorhydrique. Un pH-mètre permet de suivre l'**évolution** du pH du mélange au cours de cette manipulation. On constate que :
 - pour 30 cm^3 d'acide chlorhydrique ajouté, le pH mesuré est égal à **10,3**.
 - pour 40 cm^3 d'acide ajouté l'équivalence **acido-basique** est obtenue.
 - c) Préciser la formule et le nom de l'acide conjugué de l'éthylamine.
 - d) Que représente l'équivalence **acido-basique** ? Calculer la concentration molaire C_B de la solution aqueuse d'**éthylamine**.
 - e) Recenser les différentes espèces chimiques en solution lorsque le volume d'acide ajouté est $V_A = 30 \text{ cm}^3$ et calculer leurs concentrations molaires. En déduire le **pKa** du couple constitué par l'éthylamine et son acide conjugué.

Solution

1° a) La quantité initiale de l'acide chlorhydrique (exprimée en mol) se retrouve après la **dilution** ; elle est constante :

$$n_{\text{acide}} = C_i V_i = C_f V_f$$

$$[Cl^-] = \frac{n_{HCl}}{V_A + V_B} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

D'après les données :

$$[H_3O^+] = 10^{-10,3} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

et :

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$[C_2H_5NH_2] = 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ $[C_2H_5NH_3^+] = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ $El-1; 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ $[H_3O^+] = 5 \cdot 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ $[OH^-] = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$

La constante d'acidité du couple $C_2H_5NH_3^+/C_2H_5NH_2$:

$$K_a = \frac{[H_3O^+][C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]}$$

soit :

$$K_a = \frac{5 \cdot 10^{-11} \times 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-2}} = 1,66 \cdot 10^{-11}$$

or :

$$pK_a = -\log K_a$$

soit :

$$pK_a = -\log 1,66 \cdot 10^{-11} = 10,8$$

$$pK_a = 10,8$$

Remarque : la relation d'Henderson donne :

$$pK_a = pH - \log \frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = 10,8$$

3_ Identification de deux solutions acides.

Deux flacons sans étiquettes, contiennent des **solutions** acides **S₁** et **S₂** de concentrations molaires inconnues.

1° Pour les identifier, on **procède** aux mesures suivantes :

- mesure de pH
- pour **S₁** : **pH=2,5**
- pour **S₂** : **pH=2**
- dosage de **25cm³** de chaque solution à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire **C_B=0,05mol·L⁻¹**.
- pour **S₁**, l'équivalence est atteinte après addition d'un volume **V_{BE1} = 30cm³**
- pour **S₂**, l'équivalence est atteinte **après addition** d'un volume **V_{BE2} = 5cm³**
- a) Calculer les concentrations molaires **C₁** et **C₂** de **S₁** et **S₂** respectivement.
- b) Montrer que **l'un** des flacons contient un monoacide fort et l'autre un monoacide faible.
- c) Quel indicateur **coloré** paraît le plus approprié à chaque dosage ?
rouge de méthyle : zone de virage **4,2 ≤ pH ≤ 6,2**
rouge de phénol : zone de virage **6,8 ≤ pH ≤ 8,4**
phénolphtaléine : zone de virage **8,0 ≤ pH ≤ 10,0**

2° Le monoacide faible est noté AH.

- a) Ecrire l'équation-bilan de sa réaction avec l'eau.

soit:

$$C = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2,5} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{3,2 \cdot 10^{-3}} = 3,1 \cdot 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Equation de la neutralité électrique :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{A}^-] + [\text{OH}^-]$$

or:

$$[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$$

d'où:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{A}^-] = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Equation de conservation de la quantité de matière:

$$C = [\text{AH}] + [\text{A}^-]$$

OU:

$$[\text{AH}] = C - [\text{A}^-]$$

soit :

$$[\text{AH}] = 6 \cdot 10^{-2} - 3,2 \cdot 10^{-3} = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} [\text{H}_3\text{O}^+] = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] = 3,1 \cdot 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{A}^-] = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{AH}] = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{array}}$$

c) La constante d'acidité du couple AH/A^- .

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{A}^-]}{[\text{AH}]}$$

soit :

$$K_a = \frac{3,2 \cdot 10^{-3} \times 3,2 \cdot 10^{-3}}{5,7 \cdot 10^{-2}} = 1,79 \cdot 10^{-4}$$

on a alors :

$$\text{p}K_a = -\log K_a = 3,7$$

Le $\text{p}K_a$ est celui du couple $\text{HCOOH} / \text{HCOO}^-$; donc le monoacide faible est l'acide méthanoïque HCOOH .

3° A la demi-équivalence la quantité de soude ajoutée est égale à la moitié de la quantité d'acide méthanoïque de volume $V_A = 20 \text{ cm}^3$. On a alors :

$$C_B V_B = C_A \frac{V_A}{2}$$

d'où :

$$V_B = \frac{C_A V_A}{2 C_B}$$

soit :

$$V_B = \frac{6 \cdot 10^{-2} \times 20}{2 \times 0,05} = 12 \text{ cm}^3$$

$$\boxed{V_B = 12 \text{ cm}^3}$$

A la demi-équivalence le pH est égale au $\text{p}K_a$ du couple acide/base ; donc $\text{pH} = 3,7$.