



Concours d'excellence de Mathématiques : Deuxième phase (Régionale)

Exercice 1 : (5pts)

L'objectif de la partie est de déterminer tous les termes de la suite (u_n) divisibles simultanément par 17 et 19 (deux nombres magiques)

Soit (t_n) et (u_n) deux suites numériques définies par :

$$(t_0 = \frac{7}{3} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} \ t_{n+1} = \frac{7t_n}{7+4t_n}) \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} \ u_n = \frac{1}{t_n}$$

1) Démontre que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

2) On note δ_n les termes de la suite (u_n) divisibles par 17 et 19.

Donne l'expression explicite de δ_n puis précise sa valeur minimale m et le rang n_0 de la suite (u_n) correspondant à cette valeur m .

Exercice 2 : (5pts)

Soit a un nombre réel strictement positif ; ABC un triangle tel que $AB = 3a$; $AC = 2a$ et $BC = 4a$
Soit G l'isobarycentre de A ; B et C.

1) Calcule en fonction de a ; AG^2 ; BG^2 ; CG^2 .

2) Calcule la mesure de chacune des trois médianes du triangle ABC.

Exercice 3 : (5pts)

1) Soit μ un nombre complexe tel que : $\mu = 2 - \sqrt{6} + (-\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3})i$

Ecris μ sous forme trigonométrique

2) Un chasseur rentre toujours à la maison avec 3 gibiers de sa chasse. On admet que son champ de chasse est réservé exclusivement aux espèces oiseaux et biches.

a) Détermine le nombre de façons différentes d'avoir les 3 gibiers si le champ de chasse contient exactement 5 perdrix et 5 biches.

b) On dit qu'il a réussi à sa chasse lorsque les 3 gibiers sont de la même espèce.

Détermine la probabilité du chasseur pour qu'il réussisse au plus à 3 chasses sachant qu'il ait fait 4 chasses.

Exercice 4 : (5pts)

Partie I :

Le plan est muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Soit g l'application du plan dans lui-même, qui à tout point $M(x, y)$ associe son image $M'(x', y')$ tels que :

$$\begin{cases} x' = \frac{-3}{5}x - \frac{4}{5}y + 4 \\ y' = \frac{-4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 \end{cases}$$

- 1) Démontre que g est une symétrie orthogonale puis précise son axe (Δ)
- 2) Détermine l'image A' par g du point $A(2; 1)$
- 3) Détermine une équation de la droite (d') image par g de la droite (d) d'équation $x + y = 1$.

Partie II :

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{e^x}{3^{x-1}}.$$

Dresse le tableau de variation de h .

Association des Professeurs de Mathématiques

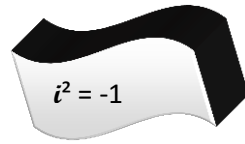
Année 2023-2024

Des Régions de Koutiala , Sikasso , Bougouni
et Sympathisants.

Niveau :TSE

Durée : 3 heures

APROMARS



Concours d'Excellence

Comité Local de Koutiala

Exercice1 : 7pts

1/Pour ouvrir le coffre-fort, vous devez trouver les trois chiffres du code.

?	?	?
---	---	---

Voici les tentatives d'ouverture qui n'ont pas réussi :

Avec le code 849, un seul chiffre correct bien placé.

Avec le code 612, un seul chiffre correct mais mal placé.

Avec le code 123, aucun chiffre correct.

Avec le code 456, un seul chiffre correct bien placé.

Avec le code 547, un seul chiffre correct mais mal placé.

Je vous mets au défi d'ouvrir le coffre maintenant ! **1,5pt**

2/ Un coq coûte 5 pièces d'argent, une poule 3 pièces, et un lot de quatre poussins 1pièce.

M. Coulibaly a acheté 100 volailles pour 100pièces ; Combien en-a-t-il acheté de chaque sorte ? **2pts**

3/Calcule $\int_0^{\pi} 2^{\sin x} \cos x \, dx$ **2pts**

4/Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^{\log_5 x} = 125x^2$ **1,5pt**

Exercice2 : 5pts

1/Donne les formes exponentielle et trigonométrique des nombres complexes $1 + i$ et $1 - i$ **1,5pt**

2/Pour tout entier naturel n, on pose : $S_n = (1 + i)^n + (1 - i)^n$

a/Détermine la forme la forme trigonométrique de S_n **1,5pt**

Pour chacune des deux affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Affirmation A : Pour tout entier naturel n, le complexe S_n est un nombre réel. **1pt**

Affirmation B : Il existe une infinité d'entiers naturels n tels que $S_n = 0$. **1pt**

Exercice3 : 8pts

On s'intéresse à la chute d'une goutte d'eau qui se détache d'un nuage sans vitesse initiale. Un modèle très simplifié permet d'établir que la vitesse instantanée verticale exprimée en m.s^{-1} de chute de la goutte en fonction de la durée de chute t est donnée par la fonction v définie ainsi : Pour tout réel positif ou nul ; $v(t) = 9,81 \frac{m}{k} (1 - e^{-\frac{m}{k}t})$; la constante m est la masse de la goutte en milligramme et la constante k est le coefficient strictement positif lié au frottement de l'air.

On rappelle que la vitesse instantanée est la dérivée de la position.

Partie A :

1/Détermine les variations de la vitesse de la goutte d'eau. **2pts**

2/La goutte ralentit-elle au cours de sa chute ? **1pt**

3/Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$, cette limite s'appelle vitesse limite de la goutte. **1,5pt**

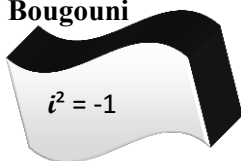
4/Un scientifique affirme qu'au bout d'une durée de chute égal à $\frac{5m}{k}$, la vitesse de la goutte dépasse 99% de sa vitesse limite. Cette affirmation est-elle correcte ? **1,5pt**

Partie B :

Dans cette partie, on prend $m=6$ et $k=3,9$. A l'instant donné, la vitesse instantanée de cette goutte est 15m.s^{-1} .

1/Depuis combien de temps la goutte s'est-elle détachée de son nuage ? Arrondir la réponse au dixième de seconde. **1pt**

2/En déduis la vitesse moyenne de cette goutte entre le moment où elle s'est détachée du nuage et l'instant où on a mesuré sa vitesse. Arrondir la réponse au dixième de m.s^{-1} . **1pt**



Concours d'Excellence

Exercice 1 : 8,50pts

Le plan complexe $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère l'application f_m du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z , fait correspondre le point M' d'affixe z' , défini par :

$$z' = \frac{\sqrt{2}}{2}(m + i)z + \frac{\sqrt{2}}{2}(m^2 - 1); m \text{ est un nombre réel.}$$

1°) a°) On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$; ($x; y; x'$ et y' réels).

Calcule x' et y' en fonction de x et y . **2pts**

b°) Démontre que, quel que soit le réel m , l'image O' de O par f_m appartient à une droite dont on donnera une équation cartésienne. **1,5pt**

2°) Est-il possible de déterminer m pour que f_m soit :

a°) une translation? **1pt**

b°) une rotation de centre O ? **2pts**

Si oui, précise la ou les valeurs de m et donner les éléments caractéristiques de la transformation f_m correspondante.

3°) On considère le cas particulier $m = 1$ et on désigne par (Δ) la droite d'équation : $x + y = 0$.

Détermine l'image (Δ') de (Δ) par f_1 . **2pts**

Exercice 2 : 11,50pts

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$.

On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

L'unité graphique est 2cm.

1°) Détermine les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. **2pt**

2°) Dresse le tableau de variation de g . **3pts**

3°) a°) Démontre que les droites : (D) d'équation : $y = x$ et (D') d'équation : $y = -x + \ln 2$ sont respectivement des asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$ en $+\infty$ et en $-\infty$. **2pts**

b°) Justifie que la courbe $(\mathcal{C})$ est au-dessus de la droite (D) . **2pts**

4°) Trace la courbe $(\mathcal{C})$, les droites (D) et (D') . **2,5pts**