

COLLECTION ENTRAÎNEMENT • MATHÉMATIQUES

Second degré et inéquations

Méthodes, exercices et corrections guidées

198

problèmes pour approfondir et progresser

Racines, paramètres, signes et valeurs absolues : une banque de problèmes pour structurer le raisonnement.

Méthodes 2-3 Exercices 4-28

Réponses 29 Corrections guidées 31-33

NIVEAU LYCÉE AVANCÉ • APPROFONDISSEMENT

Édition française • Énoncés conservés et reformulés

FICHE MÉTHODE / 01

Lire un trinôme efficacement

Racines et discriminant

Pour $P(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, poser $\Delta = b^2 - 4ac$. Si $\Delta \geq 0$:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Si $\Delta < 0$, le trinôme n'a pas de racine réelle.

Somme et produit : les relations de Viète

Pour les racines α, β : $S = \alpha + \beta = -b/a$ et $P = \alpha\beta = c/a$. Alors

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P, \quad \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS.$$

Fabriquer une équation

Si les nouvelles racines sont u, v , l'équation unitaire est $X^2 - (u + v)X + uv = 0$. Calculer la somme et le produit évite souvent les radicaux.

Signe d'un trinôme

Avec deux racines réelles distinctes, le signe est celui de a à l'extérieur des racines, et le signe opposé entre elles. Une racine double ne provoque pas de changement de signe.

Exemple

Si $\alpha + \beta = 5$ et $\alpha\beta = 3$, alors $\alpha^2 + \beta^2 = 19$. Pour les racines α^2, β^2 , on obtient $X^2 - 19X + 9 = 0$.

FICHE MÉTHODE / 02

Paramètres et pièges de signe

Deux racines strictement positives

Il faut $\Delta \geq 0$, $S > 0$ et $P > 0$. Pour deux racines négatives, remplacer $S > 0$ par $S < 0$. Si les racines doivent être distinctes, imposer $\Delta > 0$.

Localiser une racine

Pour un polynôme continu, $P(u)P(v) < 0$ garantit au moins une racine dans $]u, v[$. Pour affirmer l'unicité, compléter par la monotonie ou la position des deux racines.

Valeur absolue

Avant de supprimer $|A(x)|$, étudier le signe de $A(x)$. L'égalité $|u + v| = |u| + |v|$ est équivalente à $uv \geq 0$ pour $u, v \in \mathbb{R}$.

Racines entières

Si $x^2 - Sx + P = 0$ a des racines entières, elles constituent une paire de diviseurs entiers de P dont la somme vaut S . Examiner ces paires est souvent plus rapide que le discriminant.

Contrôle final

Un paramètre peut annuler le coefficient de x^2 . Traiter ce cas séparément. Dans une équation avec racines carrées, toute élévation au carré doit être suivie d'une vérification.

Organisation

La banque conserve les 198 problèmes. La grille reprend les réponses du document fourni ; les corrections guidées explicitent une sélection de méthodes. Les notations A.P. et G.P., lorsqu'elles apparaissent dans une formule, désignent respectivement une suite arithmétique et géométrique.

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

001 EXERCICE

Soit $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\tan(x-2))(rx^2 + (p-2)x - 2p)}{(x-2)^2} = 5$ pour certains $r, p \in \mathbf{R}$. Si l'ensemble des valeurs possibles de q , telles que les racines de l'équation $rx^2 - px + q = 0$ sont dans $(0, 2)$, est l'intervalle $(\alpha, \beta]$, alors $4(\alpha + \beta)$ vaut :

- (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 21

002 EXERCICE

Si l'équation du second degré $(\lambda + 2)x^2 - 3\lambda x + 4\lambda = 0$, $\lambda \neq -2$, a deux racines positives, le nombre de valeurs entières possibles de λ vaut :

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

003 EXERCICE

Si l'ensemble des solutions de $|x^2 + x - 9| = |x| + |x^2 - 9|$ est $[\alpha, \beta] \cup [\gamma, \infty)$, alors $(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$ vaut égal à :

- (A) 9 (B) 18 (C) 36 (D) 72

004 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation $x^2 - 3x + r = 0$, et $\frac{\alpha}{2}, 2\beta$ les racines de l'équation $x^2 + 3x + r = 0$.

Si les racines de l'équation $x^2 + 6x = m$ sont $2\alpha + \beta + 2r$ et $\alpha - 2\beta - \frac{r}{2}$, alors m vaut :

- (A) -135 (B) -567 (C) 135 (D) 567

005 EXERCICE

Soit $\alpha, \alpha + 2, \alpha \in \mathbf{Z}$, les racines de l'équation du second degré

$x(x+2) + (x+1)(x+3) + (x+2)(x+4) + \dots + (x+n-1)(x+n+1) = 4n$ pour certains $n \in \mathbf{N}$.

Alors $n + \alpha$ vaut :

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

006 EXERCICE

Si α, β , où $\alpha < \beta$, sont les racines de l'équation $\lambda x^2 - (\lambda + 3)x + 3 = 0$ tels que $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{3}$, alors la somme des valeurs possibles de λ est

- (A) 2 (B) 6 (C) 8 (D) 4

007 EXERCICE

Soit $S = \{x^3 + ax^2 + bx + c : a, b, c \in \mathbf{N} \text{ et } a, b, c \leq 20\}$ un ensemble de polynômes. Le nombre de polynômes de S , divisibles par $x^2 + 2$, est

- (A) 6 (B) 120 (C) 20 (D) 10

008 EXERCICE

La plus petite valeur entière positive de a , pour laquelle toutes les racines de $x^4 - ax^2 + 9 = 0$ sont réelles et distinctes, vaut

- (A) 7 (B) 3 (C) 4 (D) 9

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

009 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation : $x|x+3| + |x-1| - 2 = 0$ est

- (A) 3 (B) 2 (C) 5 (D) 4

010 EXERCICE

Si le domaine de définition de la fonction

$$f(x) = \log_{(10x^2 - 17x + 7)} (18x^2 - 11x + 1)$$

est $(-\infty, a) \cup (b, c) \cup (d, \infty) - \{e\}$, alors

$90(a + b + c + d + e)$ vaut :

- (A) 170 (B) 316 (C) 177 (D) 307

011 EXERCICE

§ α et β ($\alpha < \beta$) sont les racines de l'équation

$$(-2 + \sqrt{3})(|\sqrt{x} - 3|) + (x - 6\sqrt{x}) + (9 - 2\sqrt{3}) = 0, x \geq 0, \text{ alors } \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} + \sqrt{\alpha\beta} \text{ vaut :}$$

- (A) 8 (B) 10 (C) 9 (D) 11

012 EXERCICE

Un chantier peut être achevé par deux maçons

A et B travaillant ensemble en 22.5 jours.

Le maçon A seul réalise ce chantier en

24 jours de moins que le maçon B seul. Alors

le maçon A seul termine le chantier en :

- (A) 36 jours (B) 24 jours (C) 30 jours (D) 42 jours

013 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation du second degré $12x^2 - 20x + 3\lambda = 0, \lambda \in \mathbf{Z}$. Si $\frac{1}{2} \leq |\beta - \alpha| \leq \frac{3}{2}$, alors la somme des valeurs possibles de λ vaut :

- (A) 3 (B) 6 (C) 1 (D) 4

014 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles distinctes de l'équation $x|x+4| + 3|x+2| + 10 = 0$ est

- (A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1

015 EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation $x^2 + 2ax + (3a + 10) = 0$ tels que $\alpha < 1 < \beta$. Alors l'ensemble de toutes les valeurs possibles de a vaut :

- (A) $(-\infty, -\frac{11}{5}) \cup (5, \infty)$ (B) $(-\infty, -\frac{11}{5})$
(C) $(-\infty, -3)$ (D) $(-\infty, -2) \cup (5, \infty)$

016 EXERCICE

La somme de toutes les racines de l'équation $(x-1)^2 - 5|x-1| + 6 = 0$, vaut :

- (A) 3 (B) 1 (C) 4 (D) 5

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

017 EXERCICE

La somme des carrés des racines de $|x - 2|^2 + |x - 2| - 2 = 0$ et les carrés des racines de $x^2 - 2|x - 3| - 5 = 0$, est

- (A) 24 (B) 26 (C) 36 (D) 30

018 EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation $x|x - 2| + 3|x - 3| + 1 = 0$ vaut :

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

019 EXERCICE

Supposons que l'ensemble des valeurs de $p \in \mathbb{R}$, pour lesquelles les deux racines de l'équation $x^2 - (p + 2)x + (2p + 9) = 0$ sont réelles négatives, soit l'intervalle $(\alpha, \beta]$. Alors $\beta - 2\alpha$ est égal à

- (A) 5 (B) 0 (C) 20 (D) 9

020 EXERCICE

Considérons l'équation $x^2 + 4x - n = 0$, où $n \in [20, 100]$ est un entier naturel. Le nombre de valeurs distinctes de n , pour lesquelles cette équation a des racines entières, vaut

- (A) 6 (B) 5 (C) 8 (D) 7

021 EXERCICE

Supposons que l'équation $x(x + 2)(12 - k) = 2$ ait une racine double. La distance du point $(k, \frac{k}{2})$ à la droite $3x + 4y + 5 = 0$ est

- (A) 15 (B) 12 (C) $5\sqrt{3}$ (D) $15\sqrt{5}$

022 EXERCICE

Soit α et β les racines de $x^2 + \sqrt{3}x - 16 = 0$, et γ et δ les racines de $x^2 + 3x - 1 = 0$. Si $P_n = \alpha^n + \beta^n$ et $Q_n = \gamma^n + \delta^n$, alors $\frac{P_{25} + \sqrt{3}P_{24}}{2P_{23}} + \frac{Q_{25} - Q_{23}}{Q_{24}}$ vaut

- (A) 4 (B) 3 (C) 5 (D) 7

023 EXERCICE

Soit $P_n = \alpha^n + \beta^n$, $n \in \mathbb{N}$. Si $P_{10} = 123$, $P_9 = 76$, $P_8 = 47$ et $P_1 = 1$, alors l'équation du second degré ayant pour racines $\frac{1}{\alpha}$ et $\frac{1}{\beta}$ vaut :

- (A) $x^2 + x - 1 = 0$ (B) $x^2 - x + 1 = 0$ (C) $x^2 + x + 1 = 0$ (D) $x^2 - x - 1 = 0$

024 EXERCICE

Si l'ensemble de tous les $a \in \mathbb{R}$, pour lesquels l'équation $2x^2 + (a - 5)x + 15 = 3a$ n'a aucune racine réelle, est l'intervalle (α, β) , et $X = \{x \in \mathbb{Z}; \alpha < x < \beta\}$, alors $\sum_{x \in X} x^2$ vaut :

- (A) 2139 (B) 2119 (C) 2109 (D) 2129

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

025 EXERCICE

Le nombre de solutions de l'équation

$$\left(\frac{9}{x} - \frac{9}{\sqrt{x}} + 2\right) \left(\frac{2}{x} - \frac{7}{\sqrt{x}} + 3\right) = 0 \text{ vaut :}$$

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 4

026 EXERCICE

Soit $f : \mathbf{R} - \{0\} \rightarrow (-\infty, 1)$ un polynôme de degré 2, vérifiant $f(x)f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$. Si $f(K) = -2K$, alors la somme des carrés des valeurs possibles de K vaut :

- (A) 9 (B) 1 (C) 6 (D) 7

027 EXERCICE

La somme des carrés de toutes les racines de l'équation $x^2 + |2x - 3| - 4 = 0$, est

- (A) $6(2 - \sqrt{2})$ (B) $3(3 - \sqrt{2})$ (C) $3(2 - \sqrt{2})$ (D) $6(3 - \sqrt{2})$

028 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation $x^2 + 3x + 2 = \min\{|x - 3|, |x + 2|\}$ vaut :

- (A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 0

029 EXERCICE

Le produit des racines rationnelles de l'équation $(x^2 - 9x + 11)^2 - (x - 4)(x - 5) = 3$, vaut

- (A) 7 (B) 21 (C) 28 (D) 14

030 EXERCICE

Soit α_θ et β_θ les racines distinctes de $2x^2 + (\cos \theta)x - 1 = 0, \theta \in (0, 2\pi)$. Si m et M sont les valeurs minimale et maximale de $\alpha_\theta^4 + \beta_\theta^4$, alors $16(M + m)$ vaut :

- (A) 27 (B) 17 (C) 25 (D) 24

031 EXERCICE

Soit $\alpha, \beta; \alpha > \beta$, les racines de l'équation $x^2 - \sqrt{2}x - \sqrt{3} = 0$. On note $P_n = \alpha^n - \beta^n, n \in \mathbf{N}$. Alors $(11\sqrt{3} - 10\sqrt{2})P_{10} + (11\sqrt{2} + 10)P_{11} - 11P_{12}$ vaut

- (A) $10\sqrt{3}P_9$ (B) $11\sqrt{3}P_9$ (C) $11\sqrt{2}P_9$ (D) $10\sqrt{2}P_9$

032 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation $x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$. L'équation du second degré dont les racines sont $\alpha^4 + \beta^4$ et $\frac{1}{10}(\alpha^6 + \beta^6)$, vaut :

- (A) $x^2 - 180x + 9506 = 0$ (B) $x^2 - 195x + 9506 = 0$
(C) $x^2 - 190x + 9466 = 0$ (D) $x^2 - 195x + 9466 = 0$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

033 EXERCICE

La somme de toutes les solutions de l'équation $(8)^{2x} - 16 \cdot (8)^x + 48 = 0$ vaut :

- (A) $1 + \log_8(6)$ (B) $1 + \log_6(8)$ (C) $\log_8(6)$ (D) $\log_8(4)$

034 EXERCICE

Soit α, β les racines distinctes de l'équation $x^2 - (t^2 - 5t + 6)x + 1 = 0, t \in \mathbb{R}$ et $a_n = \alpha^n + \beta^n$.

Alors la valeur minimale de $\frac{a_{2023} + a_{2025}}{a_{2024}}$ est

- (A) $-1/2$ (B) $-1/4$ (C) $1/4$ (D) $1/2$

035 EXERCICE

Si 2 et 6 sont les racines de l'équation $ax^2 + bx + 1 = 0$, alors l'équation du second degré, de racines sont $\frac{1}{2a+b}$ et $\frac{1}{6a+b}$, vaut :

- (A) $x^2 + 8x + 12 = 0$ (B) $2x^2 + 11x + 12 = 0$
(C) $4x^2 + 14x + 12 = 0$ (D) $x^2 + 10x + 16 = 0$

036 EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation $px^2 + qx - r = 0$, où $p \neq 0$. Si p, q et r les termes consécutifs d'une S.G. non constante et $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{3}{4}$, alors la valeur de $(\alpha - \beta)^2$ vaut :

- (A) 8 (B) 9 (C) $\frac{20}{3}$ (D) $\frac{80}{9}$

037 EXERCICE

Soit $S = \{x \in \mathbb{R} : (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 10\}$. Le nombre d'éléments de S vaut :

- (A) 4 (B) 0 (C) 2 (D) 1

038 EXERCICE

Soit S l'ensemble des valeurs entières positives de a pour laquelle $\frac{ax^2 + 2(a+1)x + 9a + 4}{x^2 - 8x + 32} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Alors, le nombre d'éléments de S vaut :

- (A) 0 (B) ∞ (C) 3 (D) 1

039 EXERCICE

Si α, β sont les racines de l'équation, $x^2 - x - 1 = 0$ et $S_n = 2023\alpha^n + 2024\beta^n$, alors :

- (A) $2S_{12} = S_{11} + S_{10}$ (B) $S_{12} = S_{11} + S_{10}$ (C) $S_{11} = S_{10} + S_{12}$ (D) $2S_{11} = S_{12} + S_{10}$

040 EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation $x|x| - 5|x + 2| + 6 = 0$, vaut :

- (A) 4 (B) 3 (C) 5 (D) 6

041 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation $x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 0$. Alors $\alpha^{14} + \beta^{14}$ vaut

- (A) -64 (B) $-64\sqrt{2}$ (C) $-128\sqrt{2}$ (D) -128

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

042 EXERCICE

L'ensemble de tous les $a \in \mathbb{R}$ pour lesquels l'équation $x|x-1| + |x+2| + a = 0$ admet exactement une racine réelle, est :

- (A) $(-\infty, \infty)$ (B) $(-6, \infty)$ (C) $(-\infty, -3)$ (D) $(-6, -3)$

043 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation du second degré $x^2 + \sqrt{6}x + 3 = 0$. Alors $\frac{\alpha^{23} + \beta^{23} + \alpha^{14} + \beta^{14}}{\alpha^{15} + \beta^{15} + \alpha^{10} + \beta^{10}}$ vaut :

- (A) 72 (B) 9 (C) 729 (D) 81

044 EXERCICE

Soit α, β, γ les trois racines de l'équation $x^3 + bx + c = 0$. Si $\beta\gamma = 1 = -\alpha$, alors $b^3 + 2c^3 - 3\alpha^3 - 6\beta^3 - 8\gamma^3$ vaut :

- (A) 21 (B) 19 (C) $\frac{169}{8}$ (D) $\frac{155}{8}$

045 EXERCICE

Soit $A = \{x \in \mathbb{R} : [x+3] + [x+4] \leq 3\}$,

$B = \left\{x \in \mathbb{R} : 3^x \left(\sum_{r=1}^{\infty} \frac{3}{10^r} \right)^{x-3} < 3^{-3x} \right\}$, où $[t]$ désigne la partie entière. Alors,

- (A) $B \subset C, A \neq B$ (B) $A \subset B, A \neq B$ (C) $A = B$ (D) $A \cap B = \emptyset$

046 EXERCICE

La somme de toutes les racines de l'équation $|x^2 - 8x + 15| - 2x + 7 = 0$ vaut :

- (A) $11 + \sqrt{3}$ (B) $9 + \sqrt{3}$ (C) $9 - \sqrt{3}$ (D) $11 - \sqrt{3}$

047 EXERCICE

Le nombre de valeurs entières de k , pour lesquelles une racine de l'équation $2x^2 - 8x + k = 0$ appartient à l'intervalle $(1, 2)$ et l'autre racine appartient à l'intervalle $(2, 3)$, vaut :

- (A) 2 (B) 0 (C) 1 (D) 3

048 EXERCICE

Soit $S = \left\{x : x \in \mathbb{R} \text{ and } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{x^2-4} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{x^2-4} = 10\right\}$. Alors $n(S)$ vaut

- (A) 6 (B) 4 (C) 0 (D) 2

049 EXERCICE

L'équation $e^{4x} + 8e^{3x} + 13e^{2x} - 8e^x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}$ admet :

- (A) deux solutions, toutes deux négatives
(B) deux solutions dont une seule est négative
(C) quatre solutions dont deux sont négatives
(D) aucune solution

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

050

EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation $\sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sqrt{x^2 - 9} = \sqrt{4x^2 - 14x + 6}$, vaut :

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 2

051

EXERCICE

Soit $\lambda \neq 0$ un réel. On note α, β les racines de l'équation $14x^2 - 31x + 3\lambda = 0$ et α, γ les racines de l'équation $35x^2 - 53x + 4\lambda = 0$. Alors $\frac{3\alpha}{\beta}$ et $\frac{4\alpha}{\gamma}$ sont les racines de l'équation

- (A) $7x^2 - 245x + 250 = 0$ (B) $49x^2 - 245x + 250 = 0$
(C) $49x^2 + 245x + 250 = 0$ (D) $7x^2 + 245x - 250 = 0$

052

EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$, est

- (A) 3 (B) 4 (C) 0 (D) 2

053

EXERCICE

L'équation $x^2 - 4x + [x] + 3 = x[x]$, où $[x]$ désigne la partie entière, admet :

- (A) exactement deux solutions dans $(-\infty, \infty)$ (B) aucune solution
(C) a seule solution dans $(-\infty, \infty)$ (D) a seule solution dans $(-\infty, 1)$

054

EXERCICE

Si $\frac{1}{(20-a)(40-a)} + \frac{1}{(40-a)(60-a)} + \dots + \frac{1}{(180-a)(200-a)} = \frac{1}{256}$, alors la valeur maximale de a vaut :

- (A) 198 (B) 202 (C) 212 (D) 218

055

EXERCICE

Soit $S = \left\{x \in [-6, 3] - \{-2, 2\} : \frac{|x+3|-1}{|x|-2} \geq 0\right\}$ et $T = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 7|x| + 9 \leq 0\}$.

Alors le nombre d'éléments de $S \cap T$ vaut :

- (A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 3

056

EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation $x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{6} = 0$ et $\frac{1}{\alpha^2} + 1, \frac{1}{\beta^2} + 1$ les racines de l'équation $x^2 + ax + b = 0$. Les racines de l'équation $x^2 - (a+b-2)x + (a+b+2) = 0$ sont :

- (A) complexes non réelles (B) réelles et toutes deux négatives
(C) réelles et toutes deux positives (D) réelles dont une seule est positive

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

057 EXERCICE

Si α, β sont les racines de l'équation

$$x^2 - \left(5 + 3\sqrt{\log_3 5} - 5\sqrt{\log_5 3}\right)x + 3 \left(3^{(\log_3 5)^{\frac{1}{3}}} - 5^{(\log_5 3)^{\frac{2}{3}}} - 1\right) = 0,$$

alors l'équation, de racines $\alpha + \frac{1}{\beta}$ et $\beta + \frac{1}{\alpha}$, vaut :

(A) $3x^2 - 20x - 12 = 0$

(B) $3x^2 - 10x - 4 = 0$

(C) $3x^2 - 10x + 2 = 0$

(D) $3x^2 - 20x + 16 = 0$

058 EXERCICE

La valeur minimale de la somme des carrés des racines de $x^2 + (3 - a)x + 1 = 2a$ est :

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 8

059 EXERCICE

Si $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont les racines de l'équation $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, alors $\alpha^{2021} + \beta^{2021} + \gamma^{2021} + \delta^{2021}$ est égal à :

(A) -4

(B) -1

(C) 1

(D) 4

060 EXERCICE

Soit $S_1 = \left\{x \in \mathbb{R} - \{1, 2\} : \frac{(x+2)(x^2+3x+5)}{-2+3x-x^2} \geq 0\right\}$ et $S_2 = \{x \in \mathbb{R} : 3^{2x} - 3^{x+1} - 3^{x+2} + 27 \leq 0\}$. Alors, $S_1 \cup S_2$ vaut :

(A) $(-\infty, -2] \cup (1, 2)$

(B) $(-\infty, -2] \cup [1, 2]$

(C) $(-2, 1] \cup [2, \infty)$

(D) $(-\infty, 2]$

061 EXERCICE

Soit S l'ensemble des valeurs entières de α pour lesquelles la somme des carrés des deux racines réelles de l'équation du second degré $3x^2 + (\alpha - 6)x + (\alpha + 3) = 0$ est minimale. Alors S :

(A) est vide

(B) est un singleton

(C) contient exactement deux éléments

(D) contient plus de deux éléments

062 EXERCICE

Soit α une racine de l'équation $1 + x^2 + x^4 = 0$. Alors, la valeur de $\alpha^{1011} + \alpha^{2022} - \alpha^{3033}$ vaut :

(A) 1

(B) α

(C) $1 + \alpha$

(D) $1 + 2\alpha$

063 EXERCICE

Soit $f(x)$ un polynôme du second degré tel que $f(-2) + f(3) = 0$. Si l'une des racines de $f(x) = 0$ est -1 , alors la somme des racines de $f(x) = 0$ vaut :

(A) $\frac{11}{3}$

(B) $\frac{7}{3}$

(C) $\frac{13}{3}$

(D) $\frac{14}{3}$

064 EXERCICE

Le nombre de racines réelles distinctes de $x^4 - 4x + 1 = 0$ vaut :

(A) 4

(B) 2

(C) 1

(D) 0

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

065 EXERCICE

Soit $A = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 2\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \geq 2\}$. Laquelle des affirmations suivantes est FAUSSE ?

- (A) $A - B = (-1, 1)$ (B) $B - A = \mathbb{R} - (-3, 1)$
 (C) $A \cap B = (-3, -1]$ (D) $A \cup B = \mathbb{R} - [1, 3)$

066 EXERCICE

Soit $a, b \in \mathbb{R}$ tels que l'équation $ax^2 - 2bx + 15 = 0$ admet une racine double α . Si α et β sont les racines de l'équation $x^2 - 2bx + 21 = 0$, alors $\alpha^2 + \beta^2$ vaut :

- (A) 37 (B) 58 (C) 68 (D) 92

067 EXERCICE

La somme des racines réelles de l'équation

$$(e^{2x} - 4)(6e^{2x} - 5e^x + 1) = 0 \text{ est}$$

- (A) $\log_e 3$ (B) $-\log_e 3$ (C) $\log_e 6$ (D) $-\log_e 6$

068 EXERCICE

Le nombre de racines réelles distinctes de l'équation

$$x^7 - 7x - 2 = 0 \text{ est}$$

- (A) 5 (B) 7 (C) 1 (D) 3

069 EXERCICE

Si la somme des carrés des inverses des racines α et β de

l'équation $3x^2 + \lambda x - 1 = 0$ est 15, alors $6(\alpha^3 + \beta^3)^2$ vaut :

- (A) 18 (B) 24 (C) 36 (D) 96

070 EXERCICE

Le nombre de couples (a, b) de réels tels que, chaque fois que α est une racine de l'équation $x^2 + ax + b = 0$, $\alpha^2 - 2$ est aussi une racine de cette équation, vaut :

- (A) 6 (B) 2 (C) 4 (D) 8

071 EXERCICE

La somme des racines de l'équation

$$x + 1 - 2\log_2(3 + 2^x) + 2\log_4(10 - 2^{-x}) = 0, \text{ vaut :}$$

- (A) $\log_2 14$ (B) $\log_2 11$ (C) $\log_2 12$ (D) $\log_2 13$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

072

EXERCICE

$\operatorname{cosec} 18^\circ$ est une racine de l'équation :

- (A) $x^2 + 2x - 4 = 0$ (B) $4x^2 + 2x - 1 = 0$ (C) $x^2 - 2x + 4 = 0$ (D) $x^2 - 2x - 4 = 0$

073

EXERCICE

L'ensemble des valeurs de $k > -1$, pour lesquels l'équation

$(3x^2 + 4x + 3)^2 - (k + 1)(3x^2 + 4x + 3)(3x^2 + 4x + 2) + k(3x^2 + 4x + 2)^2 = 0$ a des racines réelles, est :

- (A) $(1, \frac{5}{2}]$ (B) $[2, 3)$
 (C) $[-\frac{1}{2}, 1)$ (D) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}] - \{1\}$

074

EXERCICE

Soit $\alpha = \max_{x \in \mathbb{R}} \{8^{2 \sin 3x} \cdot 4^{4 \cos 3x}\}$ et $\beta = \min_{x \in \mathbb{R}} \{8^{2 \sin 3x} \cdot 4^{4 \cos 3x}\}$. Si $8x^2 + bx + c = 0$ est une équation du second degré

dont les racines sont $\alpha^{1/5}$ et $\beta^{1/5}$, alors la valeur de $c - b$ vaut :

- (A) 42 (B) 47 (C) 43 (D) 50

075

EXERCICE

Soit α, β deux racines de l'

équation $x^2 + (20)^{1/4}x + (5)^{1/2} = 0$. Alors $\alpha^8 + \beta^8$ vaut

- (A) 10 (B) 100 (C) 50 (D) 160

076

EXERCICE

Si $[x]$ le plus grand entier inférieur ou égal à x ,

alors $\sum_{n=8}^{100} \left[\frac{(-1)^n n}{2} \right]$ vaut :

- (A) 0 (B) 4 (C) -2 (D) 2

077

EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation, $x^2 - |x| - 12 = 0$ vaut :

- (A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 4

078

EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation $e^{6x} - e^{4x} - 2e^{3x} - 12e^{2x} + e^x + 1 = 0$ vaut :

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 1

079

EXERCICE

Soit $[x]$ désigne le plus grand entier inférieur ou égal à x . Alors, les valeurs de $x \in \mathbb{R}$ vérifiant l'équation $[e^x]^2 + [e^x + 1] - 3 = 0$ appartiennent à l'intervalle :

- (A) $[0, \frac{1}{e})$ (B) $[\log_e 2, \log_e 3)$ (C) $[1, e)$ (D) $[0, \log_e 2)$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

080 EXERCICE

§ α et β sont les racines distinctes de l'équation $x^2 + (3)^{1/4}x + 3^{1/2} = 0$, alors la valeur de $\alpha^{96}(\alpha^{12} - 1) + \beta^{96}(\beta^{12} - 1)$ vaut :

- (A) 56×3^{25} (B) 56×3^{24} (C) 52×3^{24} (D) 28×3^{25}

081 EXERCICE

La valeur de $3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \dots \infty}}}}$ vaut

- (A) $1.5 + \sqrt{3}$ (B) $2 + \sqrt{3}$ (C) $3 + 2\sqrt{3}$ (D) $4 + \sqrt{3}$

082 EXERCICE

La valeur de $4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \dots \infty}}}}$ vaut :

- (A) $2 + \frac{2}{5}\sqrt{30}$ (B) $2 + \frac{4}{\sqrt{5}}\sqrt{30}$
(C) $5 + \frac{2}{5}\sqrt{30}$ (D) $4 + \frac{4}{\sqrt{5}}\sqrt{30}$

083 EXERCICE

Soit α et β les racines de $x^2 - 6x - 2 = 0$. Si $a_n = \alpha^n - \beta^n$ pour $n \geq 1$, alors la valeur de $\frac{a_{10} - 2a_8}{3a_9}$ vaut :

- (A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 1

084 EXERCICE

L'entier 'k', pour lequel l'inégalité $x^2 - 2(3k - 1)x + 8k^2 - 7 > 0$ est vérifiée pour tout x dans $\mathbb{R}$, vaut :

- (A) 4 (B) 2 (C) 3 (D) 0

085 EXERCICE

Soit p et q deux nombres positifs tels que $p + q = 2$ et $p^4 + q^4 = 272$. Alors p et q sont racines de l'équation :

- (A) $x^2 - 2x + 8 = 0$ (B) $x^2 - 2x + 136 = 0$ (C) $x^2 - 2x + 16 = 0$ (D) $x^2 - 2x + 2 = 0$

086 EXERCICE

§ α et β sont les racines de l'équation $2x(2x + 1) = 1$, alors β vaut :

- (A) $-2\alpha(\alpha + 1)$ (B) $2\alpha(\alpha + 1)$
(C) $2\alpha^2$ (D) $2\alpha(\alpha - 1)$

087 EXERCICE

§ α et β deux racines de l'équation $x^2 - 64x + 256 = 0$. Alors la valeur de

$\left(\frac{\alpha^3}{\beta^5}\right)^{1/8} + \left(\frac{\beta^3}{\alpha^5}\right)^{1/8}$ vaut :

- (A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

088 EXERCICE

§ α et β sont les racines de l'équation,

$7x^2 - 3x - 2 = 0$, alors la valeur de

$\frac{\alpha}{1-\alpha^2} + \frac{\beta}{1-\beta^2}$ vaut :

- (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{27}{32}$ (C) $\frac{27}{16}$ (D) $\frac{3}{8}$

089 EXERCICE

Le produit des racines de l'

équation $9x^2 - 18|x| + 5 = 0$ vaut :

- (A) $\frac{5}{9}$ (B) $\frac{5}{27}$ (C) $\frac{25}{81}$ (D) $\frac{25}{9}$

090 EXERCICE

Soit $\lambda \neq 0$ dans $\mathbb{R}$. Si α et β sont les racines de l'

équation, $x^2 - x + 2\lambda = 0$ et α et γ sont les racines de

l'équation, $3x^2 - 10x + 27\lambda = 0$, alors $\frac{\beta\gamma}{\lambda}$ vaut :

- (A) 36 (B) 9 (C) 27 (D) 18

091 EXERCICE

Soit $[t]$ désigne le plus grand entier $\leq t$. Alors l'équation en x ,

$[x]^2 + 2[x+2] - 7 = 0$ admet :

- (A) aucune solution entière. (B) exactement deux solutions.
(C) exactement quatre solutions entières. (D) une infinité de solutions.

092 EXERCICE

Soit α et β les racines de $x^2 - 3x + p = 0$ et γ et δ les racines de $x^2 - 6x + q = 0$. Si $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ forment a une S.G.. Alors le rapport $(2q + p) : (2q - p)$ est :

- (A) 9 : 7 (B) 5 : 3 (C) 3 : 1 (D) 33 : 31

093 EXERCICE

L'ensemble des valeurs réelles de λ pour lesquelles les équations du second degré,

$(\lambda^2 + 1)x^2 - 4\lambda x + 2 = 0$ ont toujours exactement une racine dans l'intervalle $(0, 1)$ vaut :

- (A) $(-3, -1)$ (B) $(2, 4]$ (C) $(0, 2)$ (D) $(1, 3]$

094 EXERCICE

§ α et β sont les racines de l'équation

$x^2 + px + 2 = 0$ et $\frac{1}{\alpha}$ et $\frac{1}{\beta}$ sont les

racines de l'équation $2x^2 + 2qx + 1 = 0$, alors

$(\alpha - \frac{1}{\alpha})(\beta - \frac{1}{\beta})(\alpha + \frac{1}{\beta})(\beta + \frac{1}{\alpha})$ vaut :

- (A) $\frac{9}{4}(9 - q^2)$ (B) $\frac{9}{4}(9 + q^2)$
(C) $\frac{9}{4}(9 - p^2)$ (D) $\frac{9}{4}(9 + p^2)$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

095

EXERCICE

Soit $f(x)$ un polynôme du second degré tel que $f(-1) + f(2) = 0$. Si l'une des racines de $f(x) = 0$ est 3, alors l'autre racine appartient à :

- (A) $(-3, -1)$ (B) $(1, 3)$ (C) $(-1, 0)$ (D) $(0, 1)$

096

EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation $5x^2 + 6x - 2 = 0$. Si $S_n = \alpha^n + \beta^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$, alors :

- (A) $5S_6 + 6S_5 = 2S_4$ (B) $5S_6 + 6S_5 + 2S_4 = 0$
(C) $6S_6 + 5S_5 + 2S_4 = 0$ (D) $6S_6 + 5S_5 = 2S_4$

097

EXERCICE

Soit $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ tels que l'équation, $ax^2 - 2bx + 5 = 0$ admet une racine double α , qui est aussi une racine de l'équation, $x^2 - 2bx - 10 = 0$. Si β est l'autre racine de cette équation, alors $\alpha^2 + \beta^2$ vaut :

- (A) 28 (B) 24 (C) 26 (D) 25

098

EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation, $e^{4x} + e^{3x} - 4e^{2x} + e^x + 1 = 0$ vaut :

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

099

EXERCICE

Soit S l'ensemble des racines réelles de l'équation, $3^x(3^x - 1) + 2 = |3^x - 1| + |3^x - 2|$. Alors S :

- (A) contient exactement deux éléments. (B) est vide.
(C) est un singleton. (D) contient au moins quatre éléments.

100

EXERCICE

Soit $\alpha = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.
Si $a = (1 + \alpha) \sum_{k=0}^{100} \alpha^{2k}$ et $b = \sum_{k=0}^{100} \alpha^{3k}$, alors a et b sont les racines de l'équation du second degré :

- (A) $x^2 + 101x + 100 = 0$ (B) $x^2 + 102x + 101 = 0$
(C) $x^2 - 102x + 101 = 0$ (D) $x^2 - 101x + 100 = 0$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

101 EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.

Si $p_k = (\alpha)^k + (\beta)^k$, $k \geq 1$, laquelle des affirmations suivantes est fausse ?

- (A) $(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) = 26$ (B) $p_5 = 11$
(C) $p_3 = p_5 - p_4$ (D) $p_5 = p_2 \cdot p_3$

102 EXERCICE

Soit α et β deux racines réelles de l'équation

$(k+1)\tan^2 x - \sqrt{2} \cdot \lambda \tan x = (1-k)$, où $k(\neq -1)$ et λ sont des réels. Si $\tan^2(\alpha + \beta) = 50$, alors la valeur de λ est :

- (A) $5\sqrt{2}$ (B) 10 (C) 5 (D) $10\sqrt{2}$

103 EXERCICE

Si α , β et γ sont trois termes consécutifs d'une S.G. non constante tels que les équations $\alpha x^2 + 2\beta x + \gamma = 0$ et $x^2 + x - 1 = 0$ ont une racine commune, alors $\alpha(\beta + \gamma)$ vaut :

- (A) $\alpha\gamma$ (B) 0 (C) $\beta\gamma$ (D) $\alpha\beta$

104 EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation

$5 + |2^x - 1| = 2^x(2^x - 2)$ est

- (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 4

105 EXERCICE

Tous les couples (x, y) qui vérifient l'inégalité

$$2^{\sqrt{\sin^2 x - 2 \sin x + 5}} \cdot \frac{1}{4^{\sin^2 y}} \leq 1$$

vérifient aussi l'équation

- (A) $\sin x = |\sin y|$ (B) $\sin x = 2 \sin y$
(C) $2 \sin x = \sin y$ (D) $2 |\sin x| = 3 \sin y$

106 EXERCICE

§ α et β sont les racines de l'équation du second degré,

$x^2 + x \sin \theta - 2 \sin \theta = 0$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, alors

$\frac{\alpha^{12} + \beta^{12}}{(\alpha^{-12} + \beta^{-12}) \cdot (\alpha - \beta)^{24}}$ vaut :

- (A) $\frac{2^{12}}{(\sin \theta - 8)^6}$ (B) $\frac{2^6}{(\sin \theta + 4)^{12}}$
(C) $\frac{2^{12}}{(\sin \theta + 8)^{12}}$ (D) $\frac{2^{12}}{(\sin \theta - 4)^{12}}$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

107 EXERCICE

Si m est choisi dans l'équation du second degré

$$(m^2 + 1)x^2 - 3x + (m^2 + 1)^2 = 0$$

pour que la somme des racines soit maximale, la valeur absolue de la différence de leurs cubes vaut :-

- (A) $4\sqrt{3}$ (B) $8\sqrt{3}$ (C) $8\sqrt{5}$ (D) $10\sqrt{5}$

108 EXERCICE

Soit $p, q \in \mathbb{R}$. Si $2 - \sqrt{3}$ est une racine de l'équation du second degré, $x^2 + px + q = 0$, alors :

- (A) $p^2 - 4q - 12 = 0$ (B) $q^2 - 4p - 16 = 0$ (C) $q^2 + 4p + 14 = 0$ (D) $p^2 - 4q + 12 = 0$

109 EXERCICE

Le nombre de valeurs entières de m pour lesquels l'équation

$$(1 + m^2)x^2 - 2(1 + 3m)x + (1 + 8m) = 0 \text{ n'a aucune racine réelle, vaut :}$$

- (A) 2 (B) une infinité (C) 1 (D) 3

110 EXERCICE

La somme des solutions de l'équation

$$|\sqrt{x} - 2| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 4) + 2 = 0$$

($x > 0$) vaut :

- (A) 9 (B) 12 (C) 4 (D) 10

111 EXERCICE

Le nombre de valeurs entières de m pour lesquelles l'expression du second degré, $(1 + 2m)x^2 - 2(1 + 3m)x + 4(1 + m)$, $x \in \mathbb{R}$, est toujours positive, est :

- (A) 7 (B) 8 (C) 3 (D) 6

112 EXERCICE

§ λ le quotient des racines de l'équation du second degré en x , $3m^2x^2 + m(m - 4)x + 2 = 0$, alors la plus petite valeur de m pour laquelle $\lambda + \frac{1}{\lambda} = 1$, est

- (A) $-2 + \sqrt{2}$ (B) $4 - 3\sqrt{2}$ (C) $2 - \sqrt{3}$ (D) $4 - 2\sqrt{3}$

113 EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation du second degré $x^2 \sin \theta - x(\sin \theta \cos \theta + 1) + \cos \theta = 0$ ($0 < \theta < 45^\circ$), et $\alpha < \beta$. Alors $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\alpha^n + \frac{(-1)^n}{\beta^n} \right)$ vaut :

- (A) $\frac{1}{1+\cos \theta} + \frac{1}{1-\sin \theta}$ (B) $\frac{1}{1-\cos \theta} + \frac{1}{1+\sin \theta}$
 (C) $\frac{1}{1-\cos \theta} - \frac{1}{1+\sin \theta}$ (D) $\frac{1}{1+\cos \theta} - \frac{1}{1-\sin \theta}$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

114 EXERCICE

Si une racine réelle de l'équation du second degré $81x^2 + kx + 256 = 0$ est le cube de l'autre racine, alors la valeur de k est

- (A) -81 (B) -300 (C) 100 (D) 144

115 EXERCICE

La valeur de λ pour laquelle la somme des carrés des racines de l'équation du second degré, $x^2 + (3 - \lambda)x + 2 = \lambda$ est minimale, vaut -

- (A) 1 (B) 2 (C) $\frac{15}{8}$ (D) $\frac{4}{9}$

116 EXERCICE

Considérons l'équation du second degré $(c - 5)x^2 - 2cx + (c - 4) = 0$, $c \neq 5$. Soit S l'ensemble de toutes les valeurs entières de c pour lesquelles une racine de l'équation appartient à l'intervalle $(0, 2)$ et l'autre racine appartient à l'intervalle $(2, 3)$. Alors le nombre d'éléments de S est -

- (A) 12 (B) 18 (C) 10 (D) 11

117 EXERCICE

Si les deux racines de l'équation du second degré $x^2 - mx + 4 = 0$ sont réelles distinctes et appartiennent à l'intervalle $[1, 5]$, alors m appartient à l'intervalle :

- (A) $(-5, -4)$ (B) $(4, 5)$ (C) $(5, 6)$ (D) $(3, 4)$

118 EXERCICE

Le nombre de valeurs entières strictement positives de α pour lesquelles les racines de l'équation du second degré équation, $6x^2 - 11x + \alpha = 0$ sont rationnelles, vaut :

- (A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 5

119 EXERCICE

Soit p, q et r des réels ($p \neq q, r \neq 0$), tels que les racines de l'équation $\frac{1}{x+p} + \frac{1}{x+q} = \frac{1}{r}$ sont opposées, alors la somme des carrés de ces racines vaut :

- (A) $\frac{p^2+q^2}{2}$ (B) $p^2 + q^2$ (C) $2(p^2 + q^2)$ (D) $p^2 + q^2 + r^2$

120 EXERCICE

Si un angle A d'un $\triangle ABC$ vérifie $5 \cos A + 3 = 0$, alors les racines de l'équation du second degré, $9x^2 + 27x + 20 = 0$ sont :

- (A) $\sec A, \cot A$ (B) $\sin A, \sec A$ (C) $\sec A, \tan A$ (D) $\tan A, \cos A$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

121 EXERCICE

Soit $S = \{ x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ et } 2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0 \}$. Alors S

- (A) contient exactement quatre éléments (B) est vide
(C) contient exactement un élément (D) contient exactement deux éléments

122 EXERCICE

Si $f(x)$ est une expression du second degré telle que $f(1) + f(2) = 0$, et -1 est une racine de $f(x) = 0$, alors l'autre racine de $f(x) = 0$ vaut :

- (A) $-\frac{5}{8}$ (B) $-\frac{8}{5}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{8}{5}$

123 EXERCICE

Si $\lambda \in \mathbb{R}$ est tel que la somme des cubes des racines de l'équation, $x^2 + (2 - \lambda)x + (10 - \lambda) = 0$ est minimale, alors la valeur absolue de leur différence vaut :

- (A) $4\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{7}$ (D) 20

124 EXERCICE

Si $\tan A$ et $\tan B$ sont les racines de l'équation du second degré, $3x^2 - 10x - 25 = 0$, alors la valeur de $3 \sin^2(A + B) - 10 \sin(A + B) \cos(A + B) - 25 \cos^2(A + B)$ vaut :

- (A) -10 (B) 10 (C) -25 (D) 25

125 EXERCICE

La somme des valeurs réelles de x vérifiant l'équation

$$2^{(x-1)(x^2+5x-50)} = 1 \text{ vaut :}$$

- (A) 16 (B) 14 (C) -4 (D) -5

126 EXERCICE

Soit $p(x)$ un polynôme du second degré tel que $p(0)=1$. Si $p(x)$ donne le reste 4 lors de la division par $x - 1$ et il donne le reste 6 lors de la division par $x + 1$; alors :

- (A) $p(2) = 11$ (B) $p(2) = 19$ (C) $p(-2) = 19$ (D) $p(-2) = 11$

127 EXERCICE

Si, pour un entier positif n , l'équation du second degré

$$x(x+1) + (x+1)(x+2) + \dots + (x+n-1)(x+n) = 10n$$

admet deux solutions entières consécutives, alors n vaut :

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

128 EXERCICE

Si x est une solution de l'équation, $\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$, ($x \geq \frac{1}{2}$), alors $\sqrt{4x^2-1}$ vaut :

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$

129 EXERCICE

Si les équations $x^2 + bx - 1 = 0$ et $x^2 + x + b = 0$ ont une racine commune différente de -1 , alors $|b|$ est égal à :

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) $\sqrt{3}$

130 EXERCICE

La somme des valeurs réelles de x vérifiant l'équation $(x^2 - 5x + 5)^{x^2+4x-60} = 1$ vaut :

- (A) 6 (B) 5 (C) 3 (D) -4

131 EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation $x^2 - 6x - 2 = 0$. Si $a_n = \alpha^n - \beta^n$, pour $n \geq 1$, alors la valeur de $\frac{a_{10} - 2a_8}{2a_9}$ vaut :

- (A) 3 (B) -3 (C) 6 (D) -6

132 EXERCICE

Si $a \in \mathbb{R}$ et l'équation $-3(x - [x])^2 + 2(x - [x]) + a^2 = 0$ (où $[x]$ désigne le plus grand entier $\leq x$) n'a aucune solution entière, les valeurs de a appartiennent à :

- (A) $(-2, -1)$ (B) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
(C) $(-1, 0) \cup (0, 1)$ (D) $(1, 2)$

133 EXERCICE

Soit α et β les racines de l'équation $px^2 + qx + r = 0$, $p \neq 0$. Si p, q, r en S.A. et $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$, alors la valeur de $|\alpha - \beta|$ vaut :

- (A) $\frac{\sqrt{34}}{9}$ (B) $\frac{2\sqrt{13}}{9}$ (C) $\frac{\sqrt{61}}{9}$ (D) $\frac{2\sqrt{17}}{9}$

134 EXERCICE

Si les équations $x^2 + 2x + 3 = 0$ et $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, ont une racine commune, alors $a : b : c$ est

- (A) 1 : 2 : 3 (B) 3 : 2 : 1 (C) 1 : 3 : 2 (D) 3 : 1 : 2

135 EXERCICE

L'équation $e^{\sin x} - e^{-\sin x} - 4 = 0$ admet :

- (A) une infinité de racines réelles (B) aucune racine réelle
(C) exactement une racine réelle (D) exactement quatre racines réelles

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

136 EXERCICE

§ α et β sont les racines de l'équation $x^2 - x + 1 = 0$, alors $\alpha^{2009} + \beta^{2009} =$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) -2

137 EXERCICE

Si les racines de l'équation $bx^2 + cx + a = 0$ sont non réelles, alors pour tout réel x , l'expression $3b^2x^2 + 6bcx + 2c^2$ vaut :

- (A) inférieur à $4ab$ (B) supérieur à $-4ab$ (C) inférieur à $-4ab$ (D) supérieur à $4ab$

138 EXERCICE

AFFIRMATION - 1 : Pour tout entier naturel $n \geq 2$,

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}.$$

AFFIRMATION - 2 : Pour tout entier naturel $n \geq 2$,

$$\sqrt{n(n+1)} < n+1.$$

- (A) L'affirmation - 1 est fausse, l'affirmation - 2 est vraie
 (B) L'affirmation - 1 est vraie, l'affirmation - 2 est vraie ; l'affirmation - 2 explique correctement l'affirmation - 1
 (C) L'affirmation - 1 est vraie, l'affirmation - 2 est vraie ; l'affirmation - 2 n'est pas une justification correcte de l'affirmation - 1
 (D) L'affirmation - 1 est vraie, l'affirmation - 2 est fausse

139 EXERCICE

Les équations du second degré $x^2 - 6x + a = 0$ et $x^2 - cx + 6 = 0$ ont une racine commune. Les autres racines des première et deuxième équations sont des entiers de rapport $4 : 3$. Alors la racine commune est

- (A) 1 (B) 4 (C) 3 (D) 2

140 EXERCICE

Si la différence entre les racines de l'équation $x^2 + ax + 1 = 0$ est inférieure à $\sqrt{5}$, alors l'ensemble des valeurs possibles de a est

- (A) $(3, \infty)$ (B) $(-\infty, -3)$ (C) $(-3, 3)$ (D) $(-3, \infty)$

141 EXERCICE

Si les racines de l'équation du second degré $x^2 + px + q = 0$ sont $\tan 30^\circ$ et $\tan 15^\circ$, respectivement, alors la valeur de $2 + q - p$ est

- (A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

142 EXERCICE

Toutes les valeurs de m pour lesquelles les deux racines de l'équation $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ sont supérieures à -2 et inférieures à 4 , appartiennent à l'intervalle

- (A) $-2 < m < 0$ (B) $m > 3$ (C) $-1 < m < 3$ (D) $1 < m < 4$

143 EXERCICE

§ x est réel, la valeur maximale de $\frac{3x^2+9x+17}{3x^2+9x+7}$ est

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) 41 (C) 1 (D) $\frac{17}{7}$

144 EXERCICE

Dans un triangle PQR , $\angle R = \frac{\pi}{2}$. If $\tan\left(\frac{P}{2}\right)$ et $\tan\left(\frac{Q}{2}\right)$ sont les racines de $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ alors

- (A) $a = b + c$ (B) $c = a + b$ (C) $b = c$ (D) $b = a + c$

145 EXERCICE

Si les deux racines de l'équation du second degré $x^2 - 2kx + k^2 + k - 5 = 0$ sont inférieures à 5 , alors k appartient à l'intervalle

- (A) $(5, 6]$ (B) $(6, \infty)$ (C) $(-\infty, 4)$ (D) $[4, 5]$

146 EXERCICE

La valeur de a pour laquelle la somme des carrés des racines de l'équation $x^2 - (a-2)x - a - 1 = 0$ est minimale, vaut

- (A) 1 (B) 0 (C) 3 (D) 2

147 EXERCICE

Si les racines de l'équation $x^2 - bx + c = 0$ deux entiers consécutifs, alors $b^2 - 4c$ vaut

- (A) -2 (B) 3 (C) 2 (D) 1

148 EXERCICE

La valeur de a pour laquelle la somme des carrés des racines de l'équation $x^2 - (a-2)x - a - 1 = 0$ est minimale, vaut :

- (A) 1 (B) 0 (C) 3 (D) 2

149 EXERCICE

Si les racines de l'équation $x^2 - bx + c = 0$ deux entiers consécutifs, alors $b^2 - 4c$ vaut

- (A) -2 (B) 3 (C) 2 (D) 1

150 EXERCICE

Deux nombres ont pour moyenne arithmétique 9 et pour moyenne géométrique 4 . Alors ces nombres sont les racines de l'équation du second degré

- (A) $x^2 - 18x - 16 = 0$ (B) $x^2 - 18x + 16 = 0$ (C) $x^2 + 18x - 16 = 0$ (D) $x^2 + 18x + 16 = 0$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

151 EXERCICE

Si $(1 - p)$ est une racine de l'équation du second degré $x^2 + px + (1 - p) = 0$ alors ses racines sont

- (A) $-1, 2$ (B) $-1, 1$ (C) $0, -1$ (D) $0, 1$

152 EXERCICE

Si une racine de l'équation $x^2 + px + 12 = 0$ est 4, tandis que l'équation $x^2 + px + q = 0$ a une racine double, alors la valeur de ' q ' est

- (A) 4 (B) 12 (C) 3 (D) $\frac{49}{4}$

153 EXERCICE

Si la somme des racines de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ est égale à la somme des carrés de leurs inverses, alors $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{a}$ et $\frac{c}{b}$ forment une

- (A) S.A. - et géométrique (B) S.A.
(C) S.G. (D) suite harmonique

154 EXERCICE

La valeur de ' a ' pour laquelle une racine de l'équation du second degré $(a^2 - 5a + 3)x^2 + (3a - 1)x + 2 = 0$ est deux fois plus grande que l'autre, est

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

155 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation $x^2 - 3|x| + 2 = 0$ est

- (A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 1

156 EXERCICE

Si $\alpha \neq \beta$ mais $\alpha^2 = 5\alpha - 3$ et $\beta^2 = 5\beta - 3$ alors l'équation ayant α/β et β/α pour racines est

- (A) $3x^2 - 19x + 3 = 0$ (B) $3x^2 + 19x - 3 = 0$ (C) $3x^2 - 19x - 3 = 0$ (D) $x^2 - 5x + 3 = 0$

157 EXERCICE

La différence entre les racines correspondantes de $x^2 + ax + b = 0$ et $x^2 + bx + a = 0$ est la même et $a \neq b$, alors

- (A) $a + b + 4 = 0$ (B) $a + b - 4 = 0$ (C) $a - b - 4 = 0$ (D) $a - b + 4 = 0$

158 EXERCICE

Le produit des racines réelles de l'équation $t^2x^2 + |x| + 9 = 0$

- (A) est toujours positif (B) est toujours négatif
(C) n'existe pas (D) aucune de ces réponses

159 EXERCICE

Si p et q sont les racines de l'équation $x^2 + px + q = 0$, alors

- (A) $p = 1, q = -2$ (B) $p = 0, q = 1$ (C) $p = -2, q = 0$ (D) $p = -2, q = 1$

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

160 EXERCICE

Si a, b, c sont des nombres distincts +ve réels et $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ alors $ab + bc + ca$ est
(A) inférieur à 1 (B) égal à 1 (C) supérieur à 1 (D) un réel quelconque

161 EXERCICE

Si l'ensemble de tous les $a \in \mathbf{R} - \{1\}$, pour lesquelles les racines de l'équation $(1 - a)x^2 + 2(a - 3)x + 9 = 0$ sont positives, vaut $(-\infty, -\alpha] \cup [\beta, \gamma)$, alors $2\alpha + \beta + \gamma$ vaut _____.

162 EXERCICE

Si l'équation $a(b - c)x^2 + b(c - a)x + c(a - b) = 0$ a une racine double, où $a + c = 15$ et $b = \frac{36}{5}$, alors $a^2 + c^2$ vaut _____.

163 EXERCICE

Le nombre de racines réelles distinctes de l'équation $|x + 1||x + 3| - 4|x + 2| + 5 = 0$, est _____.

164 EXERCICE

Soit α, β les racines de $x^2 + \sqrt{2}x - 8 = 0$. Si $U_n = \alpha^n + \beta^n$, alors $\frac{U_{10} + \sqrt{2}U_9}{2U_8}$ vaut _____.

165 EXERCICE

Soit x_1, x_2, x_3, x_4 la solution de l'équation $4x^4 + 8x^3 - 17x^2 - 12x + 9 = 0$ et $(4 + x_1^2)(4 + x_2^2)(4 + x_3^2)(4 + x_4^2) = \frac{125}{16}m$. La valeur de m est _____.

166 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation $x|x + 5| + 2|x + 7| - 2 = 0$ est _____.

167 EXERCICE

Le nombre de racines réelles distinctes de l'équation $|x||x + 2| - 5|x + 1| - 1 = 0$ est _____.

168 EXERCICE

Soit a, b, c les longueurs des trois côtés d'un triangle vérifiant $(a^2 + b^2)x^2 - 2b(a + c)x + (b^2 + c^2) = 0$. Si l'ensemble des valeurs possibles de x est l'intervalle (α, β) , alors $12(\alpha^2 + \beta^2)$ vaut _____.

169 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation $x(x^2 + 3|x| + 5|x - 1| + 6|x - 2|) = 0$ est _____.

170 EXERCICE

Soit $\alpha, \beta \in \mathbf{N}$ les racines de l'équation $x^2 - 70x + \lambda = 0$, où $\frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3} \notin \mathbf{N}$. Si λ atteint sa valeur minimale possible, alors $\frac{(\sqrt{\alpha-1} + \sqrt{\beta-1})(\lambda+35)}{|\alpha-\beta|}$ vaut :

171 EXERCICE

On considère l'ensemble $C = \{(x, y) \mid x^2 - 2^y = 2023, x, y \in \mathbf{N}\}$. Alors $\sum_{(x,y) \in C} (x + y)$ vaut _____.

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

172 EXERCICE

Soit $[\alpha]$ désigne le plus grand entier $\leq \alpha$. Alors $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{120}]$ vaut

173 EXERCICE

Le nombre de points où la courbe $f(x) = e^{8x} - e^{6x} - 3e^{4x} - e^{2x} + 1, x \in \mathbb{R}$ coupe x -axe, vaut à _____.

174 EXERCICE

§ a et b sont les racines de l'équation $x^2 - 7x - 1 = 0$, alors la valeur de $\frac{a^{21} + b^{21} + a^{17} + b^{17}}{a^{19} + b^{19}}$ vaut _____.

175 EXERCICE

Soit m et n les nombres de racines réelles des équations du second degré $x^2 - 12x + [x] + 31 = 0$ et $x^2 - 5|x + 2| - 4 = 0$ respectivement, où $[x]$ désigne le plus grand entier $\leq x$. Alors $m^2 + mn + n^2$ est égal à _____.

176 EXERCICE

Si la valeur du réel $a > 0$ pour laquelle $x^2 - 5ax + 1 = 0$ et $x^2 - ax - 5 = 0$

ont une racine réelle commune, vaut $\frac{3}{\sqrt{2\beta}}$ alors β vaut _____.

177 EXERCICE

Soit $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$ les racines de l'équation $x^7 + 3x^5 - 13x^3 - 15x = 0$ et $|\alpha_1| \geq |\alpha_2| \geq \dots \geq |\alpha_7|$. Alors $\alpha_1\alpha_2 - \alpha_3\alpha_4 + \alpha_5\alpha_6$ vaut _____.

178 EXERCICE

Soit $a \in \mathbb{R}$ et on note α, β les racines de l'équation $x^2 + 60^{\frac{1}{4}}x + a = 0$. Si $\alpha^4 + \beta^4 = -30$, alors le produit des valeurs possibles de a est _____.

179 EXERCICE

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ et considérons l'équation E soit $|x|^2 - 2|x| + |\lambda - 3| = 0$. Le plus grand élément de l'ensemble $S = \{x + \lambda : x \text{ est une solution entière de E}\}$ est _____

180 EXERCICE

Soit $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ les racines de l'équation du second degré $x^2 - x - 4 = 0$. Si $P_n = \alpha^n - \beta^n, n \in \mathbb{N}$, alors $\frac{P_{15}P_{16} - P_{14}P_{16} - P_{15}^2 + P_{14}P_{15}}{P_{13}P_{14}}$ vaut _____.

181 EXERCICE

La somme des valeurs réelles de x pour laquelle $\frac{3x^2 - 9x + 17}{x^2 + 3x + 10} = \frac{5x^2 - 7x + 19}{3x^2 + 5x + 12}$ vaut _____.

182 EXERCICE

Si, pour certains $p, q, r \in \mathbb{R}$, non tous de même signe, une racine de l'équation $(p^2 + q^2)x^2 - 2q(p + r)x + q^2 + r^2 = 0$ est aussi une racine de l'équation $x^2 + 2x - 8 = 0$, alors $\frac{q^2 + r^2}{p^2}$ est égal à _____,

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

183 EXERCICE

Le nombre de racines réelles distinctes de l'équation

$$x^5 (x^3 - x^2 - x + 1) + x (3x^3 - 4x^2 - 2x + 4) - 1 = 0 \text{ est } \underline{\hspace{2cm}}.$$

184 EXERCICE

Le nombre de solutions réelles de l'équation $e^{4x} + 4e^{3x} - 58e^{2x} + 4e^x + 1 = 0$ est $\underline{\hspace{2cm}}$.

185 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation $x^2 - 4\lambda x + 5 = 0$ et α, γ les racines de l'équation

$$x^2 - (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})x + 7 + 3\lambda\sqrt{3} = 0, \lambda > 0. \text{ Si } \beta + \gamma = 3\sqrt{2}, \text{ alors } (\alpha + 2\beta + \gamma)^2 \text{ vaut } \underline{\hspace{2cm}}.$$

186 EXERCICE

Si la somme de toutes les racines de l'équation

$$e^{2x} - 11e^x - 45e^{-x} + \frac{81}{2} = 0 \text{ est } \log_e p, \text{ alors } p \text{ vaut } \underline{\hspace{2cm}}.$$

187 EXERCICE

Soit p et q deux réels tels que $p + q = 3$ et $p^4 + q^4 = 369$. Alors $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)^{-2}$ vaut $\underline{\hspace{2cm}}.$

188 EXERCICE

La somme des cubes de toutes les racines de l'équation

$$x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 3x + 1 = 0 \text{ est } \underline{\hspace{2cm}}.$$

189 EXERCICE

Soit $f(x)$ un polynôme de degré 3 tels que

$$f(k) = -\frac{2}{k} \text{ pour } k = 2, 3, 4, 5. \text{ Alors la valeur de } 52 - 10f(10) \text{ vaut : } \underline{\hspace{2cm}}$$

190 EXERCICE

Soit $\lambda \neq 0$ dans $\mathbb{R}$. Si α et β sont les racines de l'équation $x^2 - x + 2\lambda = 0$, et α et γ sont les racines de l'équation $3x^2 - 10x + 27\lambda = 0$, alors $\frac{\beta\gamma}{\lambda}$ vaut $\underline{\hspace{2cm}}$.

191 EXERCICE

La somme des valeurs entières de k ($k \neq 0$) pour lesquels l'équation $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-2} = \frac{2}{k}$ dans x n'a pas de racines réelles, vaut $\underline{\hspace{2cm}}$.

192 EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation $e^{4x} - e^{3x} - 4e^{2x} - e^x + 1 = 0$ vaut $\underline{\hspace{2cm}}$.

193 EXERCICE

Si $a + b + c = 1$, $ab + bc + ca = 2$ et $abc = 3$, alors la valeur de $a^4 + b^4 + c^4$ vaut $\underline{\hspace{2cm}}$.

Second degré et inéquations

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

194 EXERCICE

Si α, β sont racines de l'équation $x^2 + 5(\sqrt{2})x + 10 = 0$, $\alpha > \beta$ et $P_n = \alpha^n - \beta^n$ pour chaque entier positif entier n , alors la valeur de $\left(\frac{P_{17}P_{20} + 5\sqrt{2}P_{17}P_{19}}{P_{18}P_{19} + 5\sqrt{2}P_{18}^2} \right)$ vaut _____.

195 EXERCICE

Soit α et β deux réels tels que $\alpha + \beta = 1$ et $\alpha\beta = -1$. Soit $p_n = (\alpha)^n + (\beta)^n$, $p_{n-1} = 11$ et $p_{n+1} = 29$ pour un entier $n \geq 1$. Alors, la valeur de p_n^2 est _____.

196 EXERCICE

La somme des 162^e puissances des racines de l'équation $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$ est _____.

197 EXERCICE

Le nombre de racines réelles de l'équation $(x+1)^2 + |x-5| = \frac{27}{4}$ est _____.

198 EXERCICE

La plus petite valeur positive de 'a' pour lesquels l'équation

$2x^2 + (a-10)x + \frac{33}{2} = 2a$ a des racines réelles, vaut

Second degré et inéquations

GRILLE DES RÉPONSES

Les réponses courtes de la source sont regroupées ci-dessous.

Les corrections détaillées concernent les exercices sélectionnés dans la dernière partie.

001 C	029 D	057 B	085 C	113 B
002 B	030 C	058 C	086 A	114 B
003 B	031 A	059 B	087 C	115 B
004 D	032 B	060 B	088 C	116 D
005 C	033 A	061 A	089 C	117 B
006 B	034 B	062 A	090 D	118 A
007 D	035 A	063 A	091 D	119 B
008 A	036 D	064 B	092 A	120 C
009 A	037 C	065 B	093 D	121 D
010 B	038 A	066 B	094 C	122 D
011 B	039 B	067 B	095 C	123 B
012 A	040 B	068 D	096 A	124 C
013 A	041 D	069 B	097 D	125 C
014 D	042 A	070 A	098 A	126 C
015 B	043 D	071 B	099 C	127 C
016 C	044 B	072 D	100 C	128 A
017 C	045 C	073 A	101 D	129 D
018 D	046 B	074 A	102 B	130 C
019 A	047 C	075 C	103 C	131 A
020 A	048 B	076 B	104 B	132 C
021 A	049 A	077 A	105 A	133 B
022 C	050 B	078 A	106 C	134 A
023 A	051 B	079 D	107 C	135 B
024 A	052 C	080 C	108 A	136 B
025 D	053 C	081 A	109 B	137 B
026 C	054 C	082 A	110 D	138 B
027 A	055 D	083 B	111 A	139 D
028 A	056 B	084 C	112 B	140 C

Second degré et inéquations

GRILLE DES RÉPONSES

Les réponses courtes de la source sont regroupées ci-dessous.

Les corrections détaillées concernent les exercices sélectionnés dans la dernière partie.

141	B	169	1	197	2
142	C	170	60	198	8
143	B	171	46		
144	B	172	825		
145	C	173	2		
146	A	174	51		
147	D	175	9		
148	A	176	13		
149	D	177	9		
150	B	178	45		
151	C	179	5		
152	D	180	16		
153	D	181	6		
154	B	182	272		
155	C	183	3		
156	A	184	2		
157	A	185	98		
158	A	186	45		
159	A	187	4		
160	A	188	36		
161	7	189	26		
162	117	190	18		
163	2	191	66		
164	4	192	2		
165	221	193	13		
166	3	194	1		
167	3	195	324		
168	36	196	3		

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 1

Une limite détermine les paramètres

Pour que la limite soit finie, le polynôme du numérateur doit s'annuler en 2 : cela impose $r = 1$. Il se factorise alors en $(x - 2)(x + p)$. Comme $\tan h/h \rightarrow 1$, la limite vaut $p + 2$, d'où $p = 3$.

Les racines de $x^2 - 3x + q$ doivent appartenir à $]0, 2[$. Le discriminant impose $q \leq 9/4$, et la plus grande racine est inférieure à 2 exactement si $q > 2$. Ainsi $q \in]2, 9/4]$.

Réponse : $4(2 + 9/4) = \boxed{17}$ (C).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 2

Positivité : trois conditions à réunir

Le discriminant vaut $\Delta = -\lambda(7\lambda + 32)$, donc $-32/7 \leq \lambda \leq 0$. La somme et le produit des racines sont

$$\frac{3\lambda}{\lambda + 2}, \quad \frac{4\lambda}{\lambda + 2}.$$

Pour deux racines strictement positives, ces deux quantités doivent être positives, avec $\lambda \neq -2$. On obtient $-32/7 \leq \lambda < -2$. Les seules valeurs entières sont -4 et -3 .

Réponse : $\boxed{2}$ (B).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 3

L'égalité dans l'inégalité triangulaire

L'égalité $|u + v| = |u| + |v|$ est équivalente à $uv \geq 0$. Ici, prendre $u = x$ et $v = x^2 - 9$. Il suffit donc de résoudre

$$x(x - 3)(x + 3) \geq 0.$$

Le tableau de signes donne $[-3, 0] \cup [3, +\infty[$. On identifie $\alpha = -3$, $\beta = 0$, $\gamma = 3$.

Réponse : $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \boxed{18}$ (B).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 4

Viète évite le calcul des radicaux

Les deux équations donnent $\alpha + \beta = 3$ et $\alpha/2 + 2\beta = -3$. D'où $\beta = -3$, $\alpha = 6$ et $r = \alpha\beta = -18$.

Les nouvelles racines valent

$$2\alpha + \beta + 2r = -27, \quad \alpha - 2\beta - r/2 = 21.$$

Leur produit vaut -567 . Dans $x^2 + 6x - m = 0$, ce produit est $-m$.

Réponse : $\boxed{m = 567}$ (D).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 5

Développer une somme structurée

La somme des n produits de l'énoncé, divisée par n , donne

$$x^2 + (n+1)x + \frac{(n-1)(2n+5)}{6} - 4 = 0.$$

Les racines sont α et $\alpha + 2$. Leur somme donne $\alpha = -(n+3)/2$. En identifiant aussi le produit :

$$\frac{(n+3)(n-1)}{4} = \frac{(n-1)(2n+5)}{6} - 4.$$

Après simplification, $n^2 = 49$. Comme $n > 0$, $n = 7$ et $\alpha = -5$.

Réponse : $\boxed{n + \alpha = 2}$ (C).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 6

Exploiter la différence des inverses

Viète donne $\alpha + \beta = (\lambda + 3)/\lambda$ et $\alpha\beta = 3/\lambda$. La condition impose

$$\frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta} = \frac{1}{3}, \quad \beta - \alpha = \frac{1}{\lambda}.$$

Puisque $\alpha < \beta$, on a $\lambda > 0$. En élevant au carré et en utilisant $(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$, on obtient $(\lambda - 3)^2 = 1$. Donc $\lambda = 2$ ou 4 ; les deux conviennent.

Réponse : leur somme est $\boxed{6}$ (B).