

COLLECTION ENTRAÎNEMENT • MATHÉMATIQUES

Suites et sommes

Méthodes, exercices et corrections guidées

309

problèmes pour approfondir et progresser

Reconnaître une structure, changer d'indice et calculer une somme avec une méthode adaptée.

Méthodes 2-3 Exercices 4-43

Réponses 44 Corrections guidées 47-49

NIVEAU LYCÉE AVANCÉ • APPROFONDISSEMENT

Édition française • Énoncés conservés et reformulés

FICHE MÉTHODE / 01

Identifier la structure

Suite arithmétique

Si $u_{n+1} - u_n = r$, alors

$$u_n = u_1 + (n-1)r, \quad \sum_{k=1}^n u_k = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}.$$

Pour trois termes consécutifs a, b, c , on a $2b = a + c$.

Suite géométrique

Si $u_{n+1} = qu_n$, alors

$$u_n = u_1 q^{n-1}, \quad \sum_{k=1}^n u_k = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} \quad (q \neq 1).$$

Pour trois termes géométriques, $b^2 = ac$. Vérifier les cas nuls avant de diviser.

Sommes incontournables

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

Exemple

Si $u_n = n^2 - n + 1$, alors $\sum_{k=1}^n u_k = \sum k^2 - \sum k + n = n(n^2 + 2)/3$. Décomposer la somme est plus sûr qu'essayer de deviner une formule.

FICHE MÉTHODE / 02

Réorganiser avant de calculer

Télescopage

L'identité

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

donne $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$. Écrire les premiers et les derniers termes pour voir les annulations.

Regrouper par blocs

Pour une somme alternée, réunir les termes deux à deux. Par exemple $\sum_{k=1}^{2m} (-1)^{k+1} k = -m$. Si le dernier rang est impair, ajouter le dernier terme séparément.

Permuter une somme double

Sur un triangle d'indices :

$$\sum_{r=1}^n \sum_{k=1}^r a_k = \sum_{k=1}^n (n - k + 1) a_k.$$

Chaque a_k apparaît dans les lignes $k, k+1, \dots, n$, soit $n - k + 1$ fois.

Une raison peut être négative

Pour une suite géométrique réelle, ne retenir que $q > 0$ sans justification fait perdre des solutions. Les puissances paires seules peuvent laisser subsister q et $-q$.

Repères

A.P. : suite arithmétique ; G.P. : suite géométrique ; H.P. : suite dont les inverses forment une suite arithmétique. Dans les exercices, préciser si le premier terme porte l'indice 0 ou 1.

Organisation

309 problèmes conservés, grille des réponses issue de la source et six corrections guidées. Les figures de suites disposées en triangle sont reproduites avec les mêmes nombres.

Autres notations : H.C.F. = PGCD ; L.C.M. = PPCM.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

001 EXERCICE

Soit $\alpha = 3 + 4 + 8 + 9 + 13 + 14 + \dots$ jusqu'à 40 termes. Si $(\tan \beta)^{\frac{\alpha}{1020}}$ est une racine de l'équation $x^2 + x - 2 = 0$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, alors $\sin^2 \beta + 3 \cos^2 \beta$ vaut :

- (A) 2 (B) $\frac{7}{4}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$

002 EXERCICE

Considérons l'équation du second degré $(n^2 - 2n + 2)x^2 - 3x + (n^2 - 2n + 2)^2 = 0$, $n \in \mathbf{R}$. On note α la valeur minimale du produit de ses racines et β la valeur maximale de la somme de ses racines. Alors la somme des six premiers termes de la G.P., dont le premier terme vaut α et dont la raison vaut $\frac{\alpha}{\beta}$, vaut :

- (A) $\frac{61}{37}$ (B) $\frac{121}{81}$ (C) $\frac{364}{243}$ (D) $\frac{1093}{729}$

003 EXERCICE

La somme $1 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2) + \frac{1}{3}(1^2 + 2^2 + 3^2) + \dots$ jusqu'à 10 termes vaut :

- (A) 130 (B) 155 (C) $\frac{315}{2}$ (D) $\frac{325}{2}$

004 EXERCICE

La valeur de $1^3 - 2^3 + 3^3 - \dots + 15^3$ est :

- (A) 1706 (B) 1856 (C) 1982 (D) 2403

005 EXERCICE

La somme des dix premiers termes d'une S.A. vaut 160 et celle des deux premiers termes d'une S.G. vaut 8. Si le premier terme de la S.A. est la raison de la S.G., dont le premier terme est égal à la raison de la A.P., alors la somme des valeurs possibles du premier terme de la S.G. vaut :

- (A) $\frac{34}{9}$ (B) $\frac{34}{13}$ (C) $\frac{32}{9}$ (D) $\frac{32}{13}$

006 EXERCICE

Soit α, β les racines de l'équation $x^2 - x + p = 0$ et γ, δ les racines de l'équation $x^2 - 4x + q = 0$; $p, q \in \mathbf{Z}$. Si $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ forment une G.P., alors $|p + q|$ vaut :

- (A) 16 (B) 32 (C) 34 (D) 38

007 EXERCICE

Si la somme des 10 premiers termes de la série $\frac{1}{1+1^4 \times 4} + \frac{2}{1+2^4 \times 4} + \frac{3}{1+3^4 \times 4} + \frac{4}{1+4^4 \times 4} + \dots$ vaut $\frac{m}{n}$, $\gcd(m, n) = 1$, alors $m + n$ vaut :

- (A) 256 (B) 264 (C) 276 (D) 284

008 EXERCICE

Soit $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{39}$ soit 39 moyennes arithmétiques entre les nombres 59 et 159. Alors la moyenne de A_{25}, A_{28}, A_{31} et A_{36} vaut :

- (A) 129 (B) 136 (C) 131.50 (D) 134

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

009

EXERCICE

On suppose que la somme des n premiers termes d'une S.A. vaut $3n^2 + 5n$. Alors la somme des carrés des 10 termes de cette suite vaut :

- (A) 10220 (B) 12860 (C) 15220 (D) 19780

010

EXERCICE

$\sum_{n=1}^{10} \left(\frac{528}{n(n+1)(n+2)} \right)$ vaut :

- (A) 65 (B) 130 (C) 220 (D) 440

011

EXERCICE

Le premier terme d'une S.A. de 30 termes positifs ou nuls vaut $\frac{10}{3}$. Si sa somme est le cube de son dernier terme, alors sa raison vaut :

- (A) $\frac{5}{87}$ (B) $\frac{25}{83}$ (C) $\frac{15}{29}$ (D) $\frac{5}{29}$

012

EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.A. et $g_1 = a_1, g_2, g_3, \dots$ une S.G. croissante. Si $a_1 = a_2 + g_2 = 1$ et $a_3 + g_3 = 4$, alors $a_{10} + g_5$ vaut :

- (A) 81 (B) 76 (C) 62 (D) 55

013

EXERCICE

La somme $\frac{1^3}{1} + \frac{1^3+2^3}{1+3} + \frac{1^3+2^3+3^3}{1+3+5} + \dots$ jusqu'à 8 termes, vaut :

- (A) 70 (B) 71 (C) 72 (D) 73

014

EXERCICE

On note A l'ensemble des 101 premiers termes d'une A.P., dont le premier terme vaut 1 et dont la raison vaut 5 et on note B l'ensemble des 71 premiers termes d'une A.P., dont le premier terme vaut 9 et dont la raison vaut 7. Alors le nombre d'éléments de $A \cap B$, divisibles par 3, vaut :

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

015

EXERCICE

Supposons que la moyenne arithmétique de $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$ soit $\frac{5}{16}$, $a > 2$. Si α est tel que $a, 4, \alpha, b$ forment une A.P., alors l'équation $\alpha x^2 - ax + 2(\alpha - 2b) = 0$ admet :

- (A) une racine dans $(1, 4)$ et l'autre dans $(-2, 0)$ (B) une racine dans $(0, 2)$ et l'autre dans $(-4, -2)$
(C) ses deux racines dans l'intervalle $(-2, 0)$ (D) des racines complexes de module inférieur à 2

016

EXERCICE

$\frac{6}{3^{26}} + \frac{10 \cdot 1}{3^{25}} + \frac{10 \cdot 2}{3^{24}} + \frac{10 \cdot 2^2}{3^{23}} + \dots + \frac{10 \cdot 2^{24}}{3}$ vaut :

- (A) 2^{26} (B) 3^{25} (C) 3^{26} (D) 2^{25}

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

017 EXERCICE

La valeur de $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left(\frac{k(k+1)}{k!} \right)$ est

- (A) $e/2$ (B) $\sqrt{e}$ (C) $2/e$ (D) $1/e$

018 EXERCICE

La raison de la A.P.: $a_1, a_2, \dots, a_m$ est 13 de plus que la raison de la A.P.: $b_1, b_2, \dots, b_n$. Si $b_{31} = -277$, $b_{43} = -385$ et $a_{78} = 327$, alors a_1 vaut

- (A) 21 (B) 19 (C) 24 (D) 16

019 EXERCICE

Soit a_1, a_2, a_3, a_4 une S.A. de quatre termes dont les termes et la raison sont entiers. Si $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 48$ et $a_1 a_2 a_3 a_4 + l^4 = 361$, alors son plus grand terme vaut égal à

- (A) 27 (B) 24 (C) 23 (D) 21

020 EXERCICE

$\left(\frac{1}{3} + \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{4^2}{7^2}\right) + \left(\frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^2} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{4^2}{7^2} + \frac{4^3}{7^3}\right) + \dots$ sur une infinité de termes, vaut à

- (A) $\frac{7}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{6}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$

021 EXERCICE

Soit 729, 81, 9, 1, ... une suite et P_n désigne le produit des n premiers termes de cette suite.

Si $2 \sum_{n=1}^{40} (P_n)^{\frac{1}{n}} = \frac{3^\alpha - 1}{3^\beta}$ et $\gcd(\alpha, \beta) = 1$, alors

$\alpha + \beta$ vaut

- (A) 73 (B) 74 (C) 75 (D) 76

022 EXERCICE

Considérons une A.P.: $a_1, a_2, \dots, a_n$; $a_1 > 0$. Si $a_2 - a_1 = \frac{-3}{4}$, $a_n = \frac{1}{4}a_1$, et $\sum_{i=1}^n a_i = \frac{525}{2}$, alors $\sum_{i=1}^{17} a_i$ est égal à

- (A) 238 (B) 136 (C) 476 (D) 952

023 EXERCICE

Soit $\sum_{k=1}^n a_k = \alpha n^2 + \beta n$. Si $a_{10} = 59$ et $a_6 = 7a_1$, alors $\alpha + \beta$ vaut :

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 12

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

024 EXERCICE

Si la somme des quatre premiers termes d'une S.A. vaut 6 et celle des six premiers vaut 4, alors la somme de ses douze premiers termes vaut

- (A) -26 (B) -20 (C) -24 (D) -22

025 EXERCICE

L'entier positif n , pour lequel les solutions de l'équation

$x(x+2) + (x+2)(x+4) + \dots + (x+2n-2)(x+2n) = \frac{8n}{3}$ sont deux entiers pairs consécutifs, vaut :

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

026 EXERCICE

Soit $a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{2^2}, \dots, \frac{a_{10}}{2^9}$ une S.G. de raison $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Si $a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 62$, alors a_1 vaut :

- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $2(\sqrt{2} - 1)$ (C) $2 - \sqrt{2}$ (D) $2(2 - \sqrt{2})$

027 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.G. croissante à termes positifs telle que $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = 64$ et

$a_1 + a_3 + a_5 = \frac{813}{7}$. Alors $a_3 + a_5 + a_7$ vaut :

- (A) 3256 (B) 3252 (C) 3248 (D) 3244

028 EXERCICE

Si $\frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \infty = \frac{\pi^4}{90}$,

$\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots \infty = \alpha$,

$\frac{1}{2^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{6^4} + \dots \infty = \beta$,

alors $\frac{\alpha}{\beta}$ vaut :

- (A) 23 (B) 14 (C) 18 (D) 15

029 EXERCICE

Soit a_n les n^{th} terme d'une S.A.. Si $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 700$, $a_6 = 7$ et $S_7 = 7$, alors a_n est égal à :

- (A) 65 (B) 56 (C) 70 (D) 64

030 EXERCICE

Si la somme des termes de rangs deux, quatre et six d'une S.G. positive vaut 21 et la somme de ses termes de rangs huit, dix et douze vaut 15309, alors la somme de ses neuf premiers termes vaut :

- (A) 757 (B) 755 (C) 750 (D) 760

031 EXERCICE

Soit x_1, x_2, x_3, x_4 en S.G.. Si 2, 7, 9, 5 sont respectivement soustraits à

x_1, x_2, x_3, x_4 , les nombres obtenus sont en S.A.. Alors la valeur de

$\frac{1}{24}(x_1 x_2 x_3 x_4)$ est :

- (A) 18 (B) 216 (C) 36 (D) 72

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

032 EXERCICE

Si la somme des 20 premiers termes de la série $\frac{4 \cdot 1}{4+3 \cdot 1^2+1^4} + \frac{4 \cdot 2}{4+3 \cdot 2^2+2^4} + \frac{4 \cdot 3}{4+3 \cdot 3^2+3^4} + \frac{4 \cdot 4}{4+3 \cdot 4^2+4^4} + \dots$ est $\frac{m}{n}$, où m et n sont premiers entre eux, alors $m + n$ vaut :

- (A) 423 (B) 421 (C) 422 (D) 420

033 EXERCICE

Considérons deux ensembles A et B , contenant chacun trois nombres en S.A.. La somme et le produit des éléments de A valent 36 et p respectivement, et la somme et le produit des éléments de B soit 36 et q respectivement. On note d et D les raisons de AP' s dans A et B respectivement, tels que $D = d + 3, d > 0$. Si $\frac{p+q}{p-q} = \frac{19}{5}$, alors $p - q$ vaut

- (A) 540 (B) 450 (C) 600 (D) 630

034 EXERCICE

Soit $A = \{1, 6, 11, 16, \dots\}$ et $B = \{9, 16, 23, 30, \dots\}$ les ensembles formés des 2025 premiers termes de deux S.A.. Alors $n(A \cup B)$ est

- (A) 3814 (B) 4003 (C) 4027 (D) 3761

035 EXERCICE

$1 + 3 + 5^2 + 7 + 9^2 + \dots$ jusqu'à 40 termes vaut

- (A) 40870 (B) 41880 (C) 43890 (D) 33980

036 EXERCICE

La somme $1 + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+5}{3!} + \frac{1+3+5+7}{4!} + \dots$ jusqu'à ∞ termes, vaut

- (A) $3e$ (B) $2e$ (C) $4e$ (D) $6e$

037 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.G. croissante de nombres positifs. Si $a_3 a_5 = 729$ et $a_2 + a_4 = \frac{111}{4}$, alors $24(a_1 + a_2 + a_3)$ vaut

- (A) 128 (B) 129 (C) 131 (D) 130

038 EXERCICE

La somme $1 + 3 + 11 + 25 + 45 + 71 + \dots$ jusqu'à 20 termes, vaut

- (A) 7240 (B) 8124 (C) 7130 (D) 6982

039 EXERCICE

Une S.A. a un nombre pair de termes ; la somme des termes de rang impair vaut 24, celle des termes de rang pair vaut 30 et le dernier terme dépasse le premier de $\frac{21}{2}$. Alors le nombre de termes entiers de cette suite vaut :

- (A) 6 (B) 4 (C) 8 (D) 10

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

040

EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ en S.A. tels que $\sum_{k=1}^{12} a_{2k-1} = -\frac{72}{5}a_1, a_1 \neq 0$. Si $\sum_{k=1}^n a_k = 0$, alors n vaut :

(A) 18

(B) 17

(C) 11

(D) 10

041

EXERCICE

Considérons une A. P. d'entiers positifs, dont la somme des trois premiers termes vaut 54 et celle des vingt premiers termes est comprise entre 1600 et 1800. Alors son 11^e terme vaut :

(A) 108

(B) 90

(C) 122

(D) 84

042

EXERCICE

Pour des entiers positifs n , si $4a_n = (n^2 + 5n + 6)$ et $S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{a_k}\right)$, alors la valeur de $507S_{2025}$ vaut :

(A) 540

(B) 675

(C) 1350

(D) 135

043

EXERCICE

Soit $\langle a_n \rangle$ une suite telle que $a_0 = 0, a_1 = \frac{1}{2}$ et $2a_{n+2} = 5a_{n+1} - 3a_n, n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Alors $\sum_{k=1}^{100} a_k$ vaut

(A) $3a_{100} + 100$ (B) $3a_{100} - 100$ (C) $3a_{99} - 100$ (D) $3a_{99} + 100$

044

EXERCICE

Soit T_r les r^{e} terme d'une S.A.. Si, pour certains $m, T_m = \frac{1}{25}, T_{25} = \frac{1}{20}$, et $20 \sum_{r=1}^{25} T_r = 13$, alors $5m \sum_{r=m}^{2m} T_r$ vaut

(A) 98

(B) 126

(C) 112

(D) 142

045

EXERCICE

Dans une S.A., si $S_{40} = 1030$ et $S_{12} = 57$, alors $S_{30} - S_{10}$ vaut :

(A) 525

(B) 505

(C) 510

(D) 515

046

EXERCICE

Si $7 = 5 + \frac{1}{7}(5 + \alpha) + \frac{1}{7^2}(5 + 2\alpha) + \frac{1}{7^3}(5 + 3\alpha) + \dots \infty$, alors la valeur de α vaut :

(A) $\frac{1}{7}$

(B) 1

(C) $\frac{6}{7}$

(D) 6

047

EXERCICE

Soit $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$ jusqu'à n termes. Si la somme des six premiers termes d'une S.A. de premier terme $-p$ et de raison p est $\sqrt{2026 S_{2025}}$, alors la valeur absolue de la différence entre 20^e et 15^e termes de cette suite vaut

(A) 20

(B) 45

(C) 90

(D) 25

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

048 EXERCICE

Si le premier terme d'une S.A. vaut 3 et la somme de ses quatre premiers termes vaut le cinquième de celle des quatre termes suivants, la somme des 20 termes vaut

- (A) -120 (B) -1200 (C) -1080 (D) -1020

049 EXERCICE

Supposons que le nombre de termes d'une S.A. soit $2k$, $k \in \mathbb{N}$. Si la somme des termes de rang impair vaut 40, celle des termes de rang pair vaut 55 et son dernier terme dépasse le premier de 27, alors k est égal à :

- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 5

050 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.G. croissante à termes positifs. Si $a_1 a_5 = 28$ et $a_2 + a_4 = 29$, alors a_6 est égal à :

- (A) 812 (B) 784 (C) 628 (D) 526

051 EXERCICE

Soit $a, ar, ar^2, \dots$ une S.G. infinie. Si $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = 57$ et $\sum_{n=0}^{\infty} a^3 r^{3n} = 9747$, alors $a + 18r$ vaut

- (A) 27 (B) 38 (C) 31 (D) 46

052 EXERCICE

Si la somme de la série $\frac{1}{1 \cdot (1+d)} + \frac{1}{(1+d)(1+2d)} + \dots + \frac{1}{(1+9d)(1+10d)}$ vaut 5, alors $50d$ vaut :

- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20

053 EXERCICE

Dans une S.G. croissante positive, la somme des deuxième et sixième termes vaut $\frac{70}{3}$ et le produit des troisième et cinquième termes vaut 49. Alors la somme des 4^e , 6^e et 8^e vaut égal à :

- (A) 78 (B) 96 (C) 91 (D) 84

054 EXERCICE

Soit ABC un triangle équilatéral. A Un nouveau triangle est formé en joignant les milieux des côtés du triangle ABC et ce procédé est répété indéfiniment. Si P est la somme des périmètres et Q est la somme des aires des triangles ainsi formés, alors :

- (A) $P^2 = 72\sqrt{3}Q$ (B) $P^2 = 36\sqrt{3}Q$
(C) $P = 36\sqrt{3}Q^2$ (D) $P^2 = 6\sqrt{3}Q$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

055 EXERCICE

A une société informatique installe m ordinateurs pour réaliser un travail en 17 jours. Si 4 ordinateurs tombent en panne au début du deuxième jour, 4 ordinateurs supplémentaires au début du troisième jour, et ainsi de suite, alors il faut 8 jours de plus pour finir. La valeur de m vaut :

- (A) 125 (B) 160 (C) 150 (D) 180

056 EXERCICE

Pour $x \geq 0$, la plus petite valeur de K , pour laquelle $4^{1+x} + 4^{1-x}$, $\frac{K}{2}$, $16^x + 16^{-x}$ sont trois termes consécutifs de une A.P., vaut :

- (A) 10 (B) 4 (C) 8 (D) 16

057 EXERCICE

Si $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}} = m$ et $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} = n$, alors le point (m, n) est sur la droite

- (A) $11(x-1) - 100y = 0$ (B) $11x - 100y = 0$
(C) $11(x-1) - 100(y-2) = 0$ (D) $11(x-2) - 100(y-1) = 0$

058 EXERCICE

La valeur de $\frac{1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + \dots + 100 \times (101)^2}{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + \dots + 100^2 \times 101}$ est

- (A) $\frac{305}{301}$ (B) $\frac{306}{305}$ (C) $\frac{32}{31}$ (D) $\frac{31}{30}$

059 EXERCICE

Trois réels a, b, c sont en S.A. et $a+1, b, c+3$ sont en S.G..
Si $a > 10$ et la moyenne arithmétique de a, b et c est 8, alors le cube de la moyenne géométrique moyenne de a, b et c est

- (A) 120 (B) 316 (C) 312 (D) 128

060 EXERCICE

Les trois premiers termes 2, p et q , avec $q \neq 2$, d'une S.G. sont respectivement les 7^e, 8^e et 13^e premiers termes de d'une S.A.. Si le 5^e terme de la S.G. est le n^e terme de la A.P., alors n vaut :

- (A) 151 (B) 177 (C) 163 (D) 169

061 EXERCICE

Soit S_n désigne la somme des n premiers termes d'une S.A.. Si $S_{10} = 390$ et le quotient de ses dixième et cinquième termes vaut $15 : 7$, alors $S_{15} - S_5$ vaut :

- (A) 800 (B) 890 (C) 790 (D) 690

062 EXERCICE

Soit $3, a, b, c$ en S.A. et $3, a-1, b+1, c+9$ en S.G.. Alors la moyenne arithmétique de a, b et c vaut :

- (A) -4 (B) -1 (C) 13 (D) 11

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

063 EXERCICE

Soit $2^e, 8^e$ et 44^e termes d'une suite non constante A. P. respectivement les $1^e, 2^e$ et 3^e termes d'une G. P. Si le premier terme de la A. P. est 1, alors la somme de ses 20 termes vaut -

- (A) 990 (B) 980 (C) 960 (D) 970

064 EXERCICE

Pour $0 < c < b < a$, soit $(a + b - 2c)x^2 + (b + c - 2a)x + (c + a - 2b) = 0$ et $\alpha \neq 1$ l'une de ses racines. Alors, parmi les deux affirmations

(I) Si $\alpha \in (-1, 0)$, alors b ne peut pas être la moyenne géométrique de a et c

(II) Si $\alpha \in (0, 1)$, alors b peut être la moyenne géométrique de a et c

- (A) seule (II) est vraie (B) Les affirmations (I) et (II) sont vraies
(C) seule (I) est vraie (D) Ni (I) ni (II) n'est vraie

065 EXERCICE

La somme de la série $\frac{1}{1-3 \cdot 1^2+1^4} + \frac{2}{1-3 \cdot 2^2+2^4} + \frac{3}{1-3 \cdot 3^2+3^4} + \dots$ jusqu'à 10 termes vaut

- (A) $\frac{45}{109}$ (B) $-\frac{55}{109}$ (C) $\frac{55}{109}$ (D) $-\frac{45}{109}$

066 EXERCICE

Soit a et b deux réels positifs distincts. On note 11^e terme d'une S.G., de premier terme a et de troisième terme b , vaut p^e terme d'une autre S.G., de premier terme a et de cinquième terme b . Alors p est égal à

- (A) 20 (B) 24 (C) 21 (D) 25

067 EXERCICE

Soit S_n désigne la somme des n premiers termes d'une S.A.. Si $S_{20} = 790$ et $S_{10} = 145$, alors $S_{15} - S_5$ vaut :

- (A) 405 (B) 390 (C) 410 (D) 395

068 EXERCICE

Si $\log_e a, \log_e b, \log_e c$ sont en S.A. et $\log_e a - \log_e 2b, \log_e 2b - \log_e 3c, \log_e 3c - \log_e a$ forment aussi une A.P., alors $a : b : c$ vaut

- (A) $6 : 3 : 2$ (B) $9 : 6 : 4$ (C) $25 : 10 : 4$ (D) $16 : 4 : 1$

069 EXERCICE

Si chaque terme d'une S.G. $a_1, a_2, a_3, \dots$ avec $a_1 = \frac{1}{8}$ et $a_2 \neq a_1$, est la moyenne arithmétique des deux termes suivants et $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, alors $S_{20} - S_{18}$ vaut

- (A) -2^{15} (B) 2^{15} (C) -2^{18} (D) 2^{18}

070 EXERCICE

Si, dans une S.G. de 64 termes, la somme de tous les termes vaut 7 fois la somme des termes de rang impair de la G.P., alors sa raison vaut

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

071 EXERCICE

Dans une A.P., le sixième terme $a_6 = 2$. Si le produit $a_1 a_4 a_5$ est maximal, alors la raison de la S.A. vaut

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{8}{5}$

072 EXERCICE

Le 20^e terme en partant de la fin de la suite $20, 19\frac{1}{4}, 18\frac{1}{2}, 17\frac{3}{4}, \dots, -129\frac{1}{4}$ vaut :

- (A) -115 (B) -100 (C) -110 (D) -118

073 EXERCICE

Le nombre de termes communs aux suites

$4, 9, 14, 19, \dots$, jusqu'au 25^e terme et

$3, 6, 9, 12, \dots$, jusqu'au 37^e terme vaut :

- (A) 9 (B) 8 (C) 5 (D) 7

074 EXERCICE

Soit A_1 et A_2 deux moyennes arithmétiques et G_1, G_2, G_3 trois moyennes géométriques de deux nombres distincts positifs. Alors $G_1^4 + G_2^4 + G_3^4 + G_1^2 G_2^2$ vaut :

- (A) $(A_1 + A_2)^2 G_1 G_3$ (B) $(A_1 + A_2) G_1^2 G_3^2$
 (C) $2(A_1 + A_2) G_1^2 G_3^2$ (D) $2(A_1 + A_2) G_1 G_3$

075 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.G. croissante de nombres positifs. La somme de ses 6^e et 8^e termes vaut 2 et le produit de ses 3^e et 5^e termes vaut $\frac{1}{9}$. Alors $6(a_2 + a_4)(a_4 + a_6)$ vaut

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $3\sqrt{3}$ (D) 3

076 EXERCICE

Soit $s_1, s_2, s_3, \dots, s_{10}$ respectivement les sommes de 12 premiers termes de 10 A.P. s dont les premiers termes sont $1, 2, 3, \dots, 10$ et les raisons sont $1, 3, 5, \dots, 19$ respectivement. Alors $\sum_{i=1}^{10} s_i$ vaut :

- (A) 7360 (B) 7220 (C) 7260 (D) 7380

077 EXERCICE

Soit a, b, c et d des réels positifs tels que $a + b + c + d = 11$. Si la valeur maximale de $a^5 b^3 c^2 d$ est 3750β , alors la valeur de β est

- (A) 110 (B) 108 (C) 90 (D) 55

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

078

EXERCICE

Soit $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ en S.A., avec $x_1 = 2$ et leur moyenne vaut 200. Si $y_i = i(x_i - i)$, $1 \leq i \leq 100$, alors la moyenne de $y_1, y_2, \dots, y_{100}$ vaut :

- (A) 10051.50 (B) 10049.50 (C) 10100 (D) 10101.50

079

EXERCICE

Supposons que le premier terme α et la raison r d'une S.G. soient des entiers positifs. Si la somme des carrés des trois premiers termes vaut 33033, alors la somme de ces trois termes vaut

- (A) 241 (B) 231 (C) 220 (D) 210

080

EXERCICE

Soit $S_K = \frac{1+2+\dots+K}{K}$ et $\sum_{j=1}^n S_j^2 = \frac{n}{A}(Bn^2 + Cn + D)$, où $A, B, C, D \in \mathbb{N}$ et A a la plus petite valeur.

Alors

- (A) $A + B + C + D$ est divisible par 5 (B) $A + C + D$ n'est pas divisible par B
(C) $A + B = 5(D - C)$ (D) $A + B$ est divisible par D

081

EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.A.. Si $a_7 = 3$, le produit $a_1 a_4$ est minimal et la somme de ses n vaut nulle, alors $n! - 4a_{n(n+2)}$ vaut :

- (A) 24 (B) $\frac{381}{4}$ (C) 9 (D) $\frac{33}{4}$

082

EXERCICE

Si la somme et le produit de quatre termes positifs consécutifs d'une G.P., sont 126 et 1296, respectivement, alors la somme des raisons de toutes ces S.G. vaut

- (A) 7 (B) 14 (C) 3 (D) $\frac{9}{2}$

083

EXERCICE

Soit $a, b, c > 1$, a^3, b^3 et c^3 dans A.P., et $\log_a b, \log_c a$ et $\log_b c$ en S.G.. Si la somme des 20 premiers termes d'une A.P., dont le premier terme vaut $\frac{a+4b+c}{3}$ et dont la raison vaut $\frac{a-8b+c}{10}$ est -444 , alors abc est égal à :

- (A) 343 (B) 216 (C) $\frac{343}{8}$ (D) $\frac{125}{8}$

084

EXERCICE

Pour trois entiers positifs p, q, r , $x^{pq^2} = y^{qr} = z^{p^2r}$ et $r = pq + 1$ tels que $3, 3 \log_y x, 3 \log_z y, 7 \log_x z$ sont en S.A. de raison $\frac{1}{2}$. Alors $r-p-q$ vaut

- (A) 12 (B) -6 (C) 6 (D) 2

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

085 EXERCICE

On considère la somme d'une S.G. infinie G.P., dont le premier terme est a et la raison est r , soit 5 . On suppose que la somme de ses cinq premiers termes vaut $\frac{98}{25}$. Alors la somme des 21 premiers termes d'une S.A. de premier terme $10a$, n^{e} terme vaut a_n et dont la raison vaut $10ar^2$, vaut :

- (A) $21 a_{11}$ (B) $22 a_{11}$ (C) $15 a_{16}$ (D) $14 a_{16}$

086 EXERCICE

Supposons que $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ soit une S.A. d'entiers naturels. Si le quotient de la somme des cinq premiers termes par celle des neuf premiers termes vaut $5 : 17$ et, $110 < a_{15} < 120$, alors la somme des dix premiers termes vaut

- (A) 290 (B) 380 (C) 460 (D) 510

087 EXERCICE

Considérons deux S.G. $2, 2^2, 2^3, \dots$ et $4, 4^2, 4^3, \dots$ de 60 et n termes respectivement. Si la moyenne géométrique de tous les $60 + n$ vaut $(2)^{\frac{225}{8}}$, alors $\sum_{k=1}^n k(n-k)$ vaut :

- (A) 560 (B) 1540 (C) 1330 (D) 2600

088 EXERCICE

Si n moyennes arithmétiques sont insérées entre a et 100 telles que le rapport de la première à la dernière vaut $1 : 7$ et $a + n = 33$, alors la valeur de n vaut :

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24

089 EXERCICE

On note $A_1, A_2, A_3, \dots$ une S.G. croissante de réels positifs. Si $A_1 A_3 A_5 A_7 = \frac{1}{1296}$ et $A_2 + A_4 = \frac{7}{36}$, alors la valeur de $A_6 + A_8 + A_{10}$ vaut

- (A) 33 (B) 37 (C) 43 (D) 47

090 EXERCICE

Si $a_1, a_2, a_3, \dots$ et $b_1, b_2, b_3, \dots$ sont A.P., et $a_1 = 2, a_{10} = 3, a_1 b_1 = 1 = a_{10} b_{10}$, alors $a_4 b_4$ est égal à -

- (A) $\frac{35}{27}$ (B) 1 (C) $\frac{27}{28}$ (D) $\frac{28}{27}$

091 EXERCICE

$x = \sum_{n=0}^{\infty} a^n, y = \sum_{n=0}^{\infty} b^n, z = \sum_{n=0}^{\infty} c^n$, où a, b, c sont en S.A. et $|a| < 1, |b| < 1, |c| < 1, abc \neq 0$, alors :

- (A) x, y, z sont en S.A.
 (B) x, y, z sont en S.G.
 (C) $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ sont en S.A.
 (D) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 - (a + b + c)$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

092 EXERCICE

Soit $x, y > 0$. Si $x^3 y^2 = 2^{15}$, alors la plus petite valeur de $3x + 2y$ est

- (A) 30 (B) 32 (C) 36 (D) 40

093 EXERCICE

Si $\{a_i\}_{i=1}^n$, où n est un entier pair, est une S.A. de raison 1, et

$\sum_{i=1}^n a_i = 192$, $\sum_{i=1}^{n/2} a_{2i} = 120$, alors n vaut :

- (A) 48 (B) 96 (C) 92 (D) 104

094 EXERCICE

On note $a_1, a_2, \dots, a_{21}$ une S.A. telle que $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{4}{9}$. Si sa somme vaut 189, alors $a_6 a_{16}$ est égal à :

- (A) 57 (B) 72 (C) 48 (D) 36

095 EXERCICE

On note $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.A.. Si $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10}}{a_1 + a_2 + \dots + a_p} = \frac{100}{p^2}$, $p \neq 10$, alors $\frac{a_{11}}{a_{10}}$ vaut :

- (A) $\frac{19}{21}$ (B) $\frac{100}{121}$ (C) $\frac{21}{19}$ (D) $\frac{121}{100}$

096 EXERCICE

Trois nombres sont en S.G. croissante de raison r . Si le nombre du milieu est doublé, les nouveaux nombres sont en S.A. de raison d . Si le quatrième terme de la S.G. vaut $3r^2$, alors $r^2 - d$ vaut :

- (A) $7 - 7\sqrt{3}$ (B) $7 + \sqrt{3}$ (C) $7 - \sqrt{3}$ (D) $7 + 3\sqrt{3}$

097 EXERCICE

Si la somme d'une S.G. infinie $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$ vaut 15 et la somme des carrés de tous ses termes vaut 150, alors la somme de $ar^2, ar^4, ar^6, \dots$ vaut :

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{25}{2}$ (D) $\frac{9}{2}$

098 EXERCICE

Soit S_n la somme des n premiers termes d'une S.A.. Si $S_{3n} = 3S_{2n}$, alors la valeur de $\frac{S_{4n}}{S_{2n}}$ vaut :

- (A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 8

099 EXERCICE

Soit S_n désigne la somme des n premiers termes d'une S.A.. Si $S_{10} = 530$, $S_5 = 140$, alors $S_{20} - S_6$ vaut :

- (A) 1862 (B) 1842 (C) 1852 (D) 1872

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

100 EXERCICE

Soit S_1 la somme des $2n$ premiers termes d'une S.A.. On note S_2 la somme des $4n$ termes de cette même S.A.. Si $(S_2 - S_1)$ vaut 1000, alors la somme des $6n$ premiers termes de la S.A. vaut :

- (A) 7000 (B) 1000 (C) 3000 (D) 5000

101 EXERCICE

Dans une S.G. croissante, la somme des deuxième et sixième termes vaut $\frac{25}{2}$ et le produit des troisième et cinquième termes vaut 25. Alors, la somme de 4^e , 6^e et 8^e termes vaut :

- (A) 30 (B) 32 (C) 26 (D) 35

102 EXERCICE

La valeur minimale de $f(x) = a^{a^x} + a^{1-a^x}$, où $a, x \in \mathbb{R}$ et $a > 0$, vaut :

- (A) $a + \frac{1}{a}$ (B) $2a$ (C) $a + 1$ (D) $2\sqrt{a}$

103 EXERCICE

La raison de la S.A.

$b_1, b_2, \dots, b_m$ est 2 de plus que la

raison de la S.A. $a_1, a_2, \dots, a_n$. Si

$a_{40} = -159, a_{100} = -399$ et $b_{100} = a_{70}$, alors b_1 vaut :

- (A) 127 (B) 81 (C) -127 (D) -81

104 EXERCICE

On note a, b, c, d et p des réels non nuls distincts tels que

$(a^2 + b^2 + c^2)p^2 - 2(ab + bc + cd)p + (b^2 + c^2 + d^2) = 0$. Alors :

- (A) a, c, p sont en S.G. (B) a, b, c, d sont en S.G.
(C) a, b, c, d sont en S.A. (D) a, c, p sont en S.A.

105 EXERCICE

Si la somme des deuxième, troisième et quatrième termes d'une S.G. positive vaut 3 et celle de ses sixième, septième et huitième termes vaut 243, alors la somme des 50 premiers termes de cette suite vaut :

- (A) $\frac{2}{13} (3^{50} - 1)$ (B) $\frac{1}{13} (3^{50} - 1)$
(C) $\frac{1}{26} (3^{49} - 1)$ (D) $\frac{1}{26} (3^{50} - 1)$

106 EXERCICE

Si $3^{2 \sin 2\alpha - 1}$, 14 et $3^{4 - 2 \sin 2\alpha}$ sont les trois premiers termes d'une S.A. pour certains α , alors son sixième terme vaut :

- (A) 66 (B) 81 (C) 65 (D) 78

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

107

EXERCICE

La valeur minimale de $2^{\sin x} + 2^{\cos x}$ vaut :

(A) $2^{-1+\sqrt{2}}$

(B) $2^{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$

(C) $2^{1-\sqrt{2}}$

(D) $2^{-1+\frac{1}{\sqrt{2}}}$

108

EXERCICE

On note $a_1, a_2, \dots$, une S.A. dont la raison est entière et $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Si $a_1 = 1$, $a_n = 300$ et $15 \leq n \leq 50$, alorsle couple (S_{n-4}, a_{n-4}) vaut :

(A) (2480, 249)

(B) (2480, 248)

(C) (2490, 248)

(D) (2490, 249)

109

EXERCICE

Si le premier terme d'une S.A. vaut 3 et la somme de ses 25 premiers termes est égale à celle des 15 termes suivants, alors la raison de cette suite vaut :

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{1}{7}$

(D) $\frac{1}{6}$

110

EXERCICE

Si la somme des 11 premiers termes d'une A.P.,

 $a_1, a_2, a_3, \dots$ vaut 0 ($a \neq 0$), alors la somme des A.P., $a_1, a_3, a_5, \dots, a_{23}$ est ka_1 , où k vaut :

(A) $\frac{121}{10}$

(B) $-\frac{121}{10}$

(C) $\frac{72}{5}$

(D) $-\frac{72}{5}$

111

EXERCICE

La somme des trois premiers termes d'une S.G. vaut S et leur produit vaut 27. Alors tous ces S sont dans :

(A) $[-3, \infty)$

(B) $(-\infty, 9]$

(C) $(-\infty, -9] \cup [-3, \infty)$

(D) $(-\infty, -3] \cup [9, \infty)$

112

EXERCICE

On note a_n les n^{e} terme d'une S.G. positive.

$$\sum_{n=1}^{100} a_{2n+1} = 200 \text{ et } \sum_{n=1}^{100} a_{2n} = 100,$$

alors $\sum_{n=1}^{200} a_n$ vaut :

(A) 150

(B) 175

(C) 225

(D) 300

113

EXERCICE

Si le 10^{e} terme d'une S.A. vaut $\frac{1}{20}$ et son 20^{e} terme vaut $\frac{1}{10}$, alors la somme de ses 200 vaut

(A) 100

(B) $100\frac{1}{2}$

(C) $50\frac{1}{4}$

(D) 50

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

114 EXERCICE

Soit $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tels que pour tout $x \in \mathbf{R}$
 $(2^{1+x} + 2^{1-x}), f(x)$ et $(3^x + 3^{-x})$ forment une A.P.,
 alors la valeur minimale de $f(x)$ est

- (A) 2 (B) 0 (C) 3 (D) 4

115 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.G. telle que
 $a_1 < 0, a_1 + a_2 = 4$ et $a_3 + a_4 = 16$.
 Si $\sum_{i=1}^9 a_i = 4\lambda$, alors λ vaut :

- (A) 171 (B) -171 (C) -513 (D) $\frac{511}{3}$

116 EXERCICE

Cinq nombres sont en S.A. dont la somme vaut 25 et le produit vaut 2520. Si l'un de ces cinq nombres vaut $-\frac{1}{2}$,
 alors le plus grand d'entre eux vaut :

- (A) $\frac{21}{2}$ (B) 27 (C) 7 (D) 16

117 EXERCICE

Si $a_1, a_2, a_3, \dots$ sont en S.A. telle que $a_1 + a_7 + a_{16} = 40$, alors la somme des 15 premiers termes de cette S.A.
 vaut :

- (A) 120 (B) 200 (C) 150 (D) 280

118 EXERCICE

Soit S_n désigne la somme des n termes d'une S.A.. Si $S_4 = 16$ et $S_6 = -48$, alors S_{10} vaut :

- (A) -320 (B) -380 (C) -460 (D) -210

119 EXERCICE

Soit a, b et c en S.G. de raison r , où $a \neq 0$ et $0 < r \leq \frac{1}{2}$. Si $3a, 7b$ et $15c$ sont les
 trois premiers termes d'une A.P., alors l'équation a 4^e terme de cette S.A. vaut :

- (A) a (B) $\frac{7}{3}a$ (C) $5a$ (D) $\frac{2}{3}a$

120 EXERCICE

On note $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.A. avec $a_6 = 2$. Alors la raison de cette A.P. qui maximise
 le produit $a_1 a_4 a_5$ vaut :

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{2}{3}$

121 EXERCICE

Si $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ sont en S.A. et $a_1 + a_4 + a_7 + \dots + a_{16} = 114$, alors $a_1 + a_6 + a_{11} + a_{16}$ est
 égal à :

- (A) 38 (B) 98 (C) 76 (D) 64

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

122 EXERCICE

Si la somme et le produit des trois premiers termes d'une S.A. valent 33 et 1155, respectivement, alors a valeur de ses 11^{e} terme vaut :-

- (A) -25 (B) -36 (C) 25 (D) -35

123 EXERCICE

On suppose que la somme des n termes d'une suite non constante A.P., $a_1, a_2, a_3, \dots$ une $50n + \frac{n(n-7)}{2}A$, où A est une constante. Si d est la raison de cette A.P., alors le couple (d, a_{50}) vaut

- (A) $(A, 50+45A)$ (B) $(50, 50+45A)$ (C) $(A, 50+46A)$ (D) $(50, 50+46A)$

124 EXERCICE

Si trois nombres distincts a, b, c sont en S.G. et les équations $ax^2 + 2bx + c = 0$ et $dx^2 + 2ex + f = 0$ ont une racine commune, laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- (A) $\frac{d}{a}, \frac{e}{b}, \frac{f}{c}$ sont en S.G. (B) d, e, f sont en S.A.
(C) d, e, f sont en S.G. (D) $\frac{d}{a}, \frac{e}{b}, \frac{f}{c}$ sont en S.A.

125 EXERCICE

La somme de tous les entiers naturels ' n ' tels que $100 < n < 200$ et H.C.F. $(91, n) > 1$ vaut :

- (A) 3221 (B) 3121 (C) 3203 (D) 3303

126 EXERCICE

Si $\sin^4 \alpha + 4 \cos^4 \beta + 2 = 4\sqrt{2} \sin \alpha \cos \beta$; $\alpha, \beta \in [0, \pi]$, alors $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$ vaut :

- (A) $-\sqrt{2}$ (B) 0 (C) -1 (D) $\sqrt{2}$

127 EXERCICE

Si ${}^nC_4, {}^nC_5$ et ${}^nC_6$ forment une A.P., alors n peut être :

- (A) 11 (B) 12 (C) 9 (D) 14

128 EXERCICE

Le produit de trois termes consécutifs d'une S.G. vaut 512. Si 4 est ajouté à chacun des deux premiers termes, les trois nombres sont en S.A.. La somme des trois termes initiaux de la S.G. vaut :

- (A) 36 (B) 28 (C) 32 (D) 24

129 EXERCICE

Si 19^{e} terme d'une S.A. non nulle est nul, alors son $(49^{\text{e}}$ terme) : $(29^{\text{e}}$ terme) vaut :

- (A) 2 : 1 (B) 4 : 1 (C) 1 : 3 (D) 3 : 1

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

130 EXERCICE

Soit x, y des réels positifs et m, n des entiers positifs. La valeur maximale de l'expression

$$\frac{x^m y^n}{(1+x^{2m})(1+y^{2n})} \text{ vaut :}$$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{m+n}{6mn}$ (D) 1

131 EXERCICE

La somme d'une S.G. infinie positive vaut 3 et la somme des cubes de ses termes vaut $\frac{27}{19}$. Alors la raison de cette suite vaut :

- (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{9}$

132 EXERCICE

On note $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ une S.G. Si $\frac{a_3}{a_1} = 25$, alors $\frac{a_9}{a_5}$ vaut

- (A) 5^3 (B) $2(5^2)$ (C) $4(5^2)$ (D) 5^4

133 EXERCICE

On note $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ en S.G. avec $a_i > 0$ pour $i = 1, 2, \dots, 10$ et S l'ensemble des couples (r, k) , $r, k \in \mathbb{N}$ (ensemble des entiers naturels) pour lesquels

$$\begin{vmatrix} \log_e a_1^r a_2^k & \log_e a_2^r a_3^k & \log_e a_3^r a_4^k \\ \log_e a_4^r a_5^k & \log_e a_5^r a_6^k & \log_e a_6^r a_7^k \\ \log_e a_7^r a_8^k & \log_e a_8^r a_9^k & \log_e a_9^r a_{10}^k \end{vmatrix} = 0.$$

Alors le nombre d'éléments de S , est -

- (A) 10 (B) 4 (C) 2 (D) une infinité

134 EXERCICE

La somme des entiers positifs à deux chiffres qui, divisés par 7 donnent 2 ou 5 pour reste, vaut -

- (A) 1356 (B) 1256 (C) 1365 (D) 1465

135 EXERCICE

Soit a, b et c les 7^e, 11^e et 13^e termes respectifs d'une S.A. non constante. S'ils sont aussi trois termes consécutifs d'une G.P., alors $\frac{a}{c}$ vaut :

- (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{7}{13}$ (D) 4

136 EXERCICE

Si a, b, c trois réels distincts en S.G. et $a + b + c = xb$, alors x ne peut pas être

- (A) 2 (B) -3 (C) 4 (D) -2

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

137 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, \dots, a_{30}$ une A.P.,

$$S = \sum_{i=1}^{30} a_i \text{ et } T = \sum_{i=1}^{15} a_{(2i-1)}.$$

Si $a_5 = 27$ et $S - 2T = 75$, alors a_{10} vaut :

- (A) 47 (B) 42 (C) 52 (D) 57

138 EXERCICE

Soit $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \dots, \frac{1}{x_n}$ ($x_i \neq 0$ pour $i = 1, 2, \dots, n$) en S.A. tels que $x_1 = 4$ et $x_{21} = 20$. Si n est le plus petit entier positif pour lequel $x_n > 50$, alors $\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)$ vaut :

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) 3 (C) $\frac{13}{8}$ (D) $\frac{13}{4}$

139 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{49}$ en S.A. tels que

$$\sum_{k=0}^{12} a_{4k+1} = 416 \text{ et } a_9 + a_{43} = 66.$$

$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{17}^2 = 140m$, alors m vaut

- (A) 33 (B) 66 (C) 68 (D) 34

140 EXERCICE

§ a, b, c sont en S.A. et a^2, b^2, c^2 sont en S.G. telle que $a < b < c$ et $a + b + c = \frac{3}{4}$, alors la valeur de a vaut :

- (A) $\frac{1}{4} - \frac{1}{4\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3\sqrt{2}}$
(C) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{4} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

141 EXERCICE

Si $x_1, x_2, \dots, x_n$ et $\frac{1}{h_1}, \frac{1}{h_2}, \dots, \frac{1}{h_n}$ sont deux A.P.s tels que $x_3 = h_2 = 8$ et $x_8 = h_7 = 20$, alors $x_5 \cdot h_{10}$ vaut :

- (A) 2560 (B) 2650 (C) 3200 (D) 1600

142 EXERCICE

Si b est le premier terme d'une S.G. infinie de somme cinq, alors b appartient à l'intervalle :

- (A) $(-\infty, -10]$ (B) $(-10, 0)$ (C) $(0, 10)$ (D) $[10, \infty)$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

143 EXERCICE

Si trois nombres positifs a , b et c sont en S.A. telle que $abc = 8$, alors la plus petite valeur possible de b vaut :

- (A) 2 (B) $4^{\frac{1}{3}}$ (C) $4^{\frac{2}{3}}$ (D) 4

144 EXERCICE

Si la moyenne arithmétique de deux nombres a et b , $a > b > 0$, vaut cinq fois leur moyenne géométrique, alors $\frac{a+b}{a-b}$ vaut :

- (A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (C) $\frac{7\sqrt{3}}{12}$ (D) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$

145 EXERCICE

On note $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ en S.A.

Si $a_3 + a_7 + a_{11} + a_{15} = 72$,

alors la somme de ses 17 termes vaut :

- (A) 306 (B) 153 (C) 612 (D) 204

146 EXERCICE

Si $A > 0, B > 0$ et $A + B = \frac{\pi}{6}$,

alors la valeur minimale de $\tan A + \tan B$ vaut :

- (A) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (B) $2 - \sqrt{3}$ (C) $4 - 2\sqrt{3}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

147 EXERCICE

Soit x, y, z des réels positifs tels que $x + y + z = 12$ et $x^3 y^4 z^5 = (0.1)(600)^3$. Alors $x^3 + y^3 + z^3$ vaut :

- (A) 270 (B) 258 (C) 342 (D) 216

148 EXERCICE

Si le 2^{nd} , 5^{th} and 9^{th} termes d'une S.A. non constante forment une G.P., alors la raison de cette S.G. vaut :

- (A) 1 (B) $\frac{7}{4}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{4}{3}$

149 EXERCICE

Si m est la A.M. de deux réels distincts l et n ($l, n > 1$) et G_1, G_2 et G_3 sont trois moyennes géométriques entre l et n , alors $G_1^4 + 2G_2^4 + G_3^4$ vaut :

- (A) $4lmn^2$ (B) $4l^2m^2n^2$ (C) $4l^2mn$ (D) $4lm^2n$

150 EXERCICE

Trois nombres positifs sont en S.G. croissante. Si le terme du milieu est doublé, les nouveaux nombres sont en S.A.. La raison géométrique vaut :

- (A) $2 - \sqrt{3}$ (B) $2 + \sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (D) $3 + \sqrt{2}$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

151 EXERCICE

Un homme épargne ₹ 200 pendant chacun de ses trois premiers mois de travail. Chaque mois suivant, son épargne augmente de ₹ 40 par rapport au mois précédent. Son épargne totale depuis le début de son emploi atteindra ₹ 11040 après

- (A) 19 mois (B) 20 mois (C) 21 mois (D) 18 mois

152 EXERCICE

Une personne doit compter 4500 billets. On note a_n le nombre de billets qu'elle compte pendant la n^{th} minute. Si $a_1 = a_2 = \dots = a_{10} = 150$ et $a_{10}, a_{11}, \dots$ sont en S.A. de raison - 2, alors l'équation a le temps total nécessaire est de

- (A) 34 minutes (B) 125 minutes (C) 135 minutes (D) 24 minutes

153 EXERCICE

Les deux premiers termes d'une S.G. ajouter jusqu'à 12. La somme des troisième et quatrième vaut 48. Si les termes de la S.G. alternent entre positifs et négatifs, son premier terme vaut

- (A) - 4 (B) - 12 (C) 12 (D) 4

154 EXERCICE

Dans S.G. positive, chaque terme égale la somme des deux termes suivants. Alors sa raison vaut

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$
 (C) $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{5}$

155 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ des termes d'une S.A.. Si $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_p}{a_1 + a_2 + \dots + a_q} = \frac{p^2}{q^2}$, $p \neq q$, then $\frac{a_6}{a_{21}}$ vaut

- (A) $\frac{41}{11}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{11}{41}$

156 EXERCICE

Si $a_1, a_2, \dots, a_n$ forment une H.P., alors l'expression $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{n-1} a_n$ vaut

- (A) $n(a_1 - a_n)$ (B) $(n - 1)(a_1 - a_n)$ (C) $na_1 a_n$ (D) $(n - 1) a_1 a_n$

157 EXERCICE

Si $x = \sum_{n=0}^{\infty} a^n$, $y = \sum_{n=0}^{\infty} b^n$, $z = \sum_{n=0}^{\infty} c^n$, où a, b, c sont en S.A. et $|a| < 1$, $|b| < 1$, $|c| < 1$ alors x, y, z forment une

- (A) G.P. (B) A.P.
 (C) S.A.G. (D) H.P.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

158 EXERCICE

Soit T_r les r -ième terme d'une S.A. de premier terme a et de raison entiers positifs $m, n, m \neq n, T_m = \frac{1}{n}$ et $T_n = \frac{1}{m}$, alors $a - d$ vaut

d. Si, pour certains

- (A) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{mn}$ (D) 0

159 EXERCICE

Si $1, \log_9(3^{1-x} + 2), \log_3(4 \cdot 3^x - 1)$ sont en S.A., alors x vaut

- (A) $\log_3 4$ (B) $1 - \log_3 4$ (C) $1 - \log_4 3$ (D) $\log_4 3$

160 EXERCICE

l, m, n sont les p^{th}, q^{th} et r^{th} terme d'une S.G. positive, then $\begin{vmatrix} \log l & p & 1 \\ \log m & q & 1 \\ \log n & r & 1 \end{vmatrix} equals$

- (A) -1 (B) 2 (C) 1 (D) 0

161 EXERCICE

Le cinquième terme d'une S.G. vaut 2, alors le produit de ses 9 vaut

- (A) 256 (B) 512 (C) 1024 (D) aucune de ces réponses

162 EXERCICE

La somme d'une S.G. infinie vaut 20 et la somme de leurs carrés vaut 100. La raison de la S.G. vaut

- (A) 5 (B) $3/5$ (C) $8/5$ (D) $1/5$

163 EXERCICE

Pour les fonctions $f(\theta) = \alpha \tan^2 \theta + \beta \cot^2 \theta$, et $g(\theta) = \alpha \sin^2 \theta + \beta \cos^2 \theta, \alpha > \beta > 0$, soit $\min_{0 < \theta < \frac{\pi}{2}} f(\theta) = \max_{0 < \theta < \pi} g(\theta)$. Si le premier terme d'une S.G. vaut $\left(\frac{\alpha}{2\beta}\right)$, sa raison vaut $\left(\frac{2\beta}{\alpha}\right)$ et la somme de ses 10 vaut $\frac{m}{n}, \gcd(m, n) = 1$, alors $m + n$ vaut _____.

164 EXERCICE

Si $\sum_{k=1}^n a_k = 6n^3$, alors $\sum_{k=1}^6 \left(\frac{a_{k+1} - a_k}{36}\right)^2$ vaut _____.

165 EXERCICE

Si $\sum_{r=1}^{25} \left(\frac{r}{r^4 + r^2 + 1}\right) = \frac{p}{q}$, où p et q sont des entiers positifs tels que $\gcd(p, q) = 1$, alors $p + q$ est égal à _____.

166 EXERCICE

Dans a G.P., si le produit des trois premiers termes vaut 27 et l'ensemble des valeurs possibles de leur somme est $\mathbb{R} - (a, b)$, alors $a^2 + b^2$ vaut

_____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

167 EXERCICE

Supposons que a, b, c sont en S.A. et $a^2, 2b^2, c^2$ sont en S.G.. Si $a < b < c$ et $a + b + c = 1$, alors $9(a^2 + b^2 + c^2)$ vaut _____.

168 EXERCICE

Soit $a_1 = 1$ et pour $n \geq 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{n^2-2n-1}{n^2(n+1)^2}$. Alors $\left| \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2}{n^2} \right) \right|$ vaut _____.

169 EXERCICE

Si la somme des 10 premiers termes de la série $\frac{4 \cdot 1}{1+4 \cdot 1^4} + \frac{4 \cdot 2}{1+4 \cdot 2^4} + \frac{4 \cdot 3}{1+4 \cdot 3^4} + \dots$ vaut $\frac{m}{n}$, où $\gcd(m, n) = 1$, alors $m + n$ vaut _____.

170 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ une S.A. telle que $a_1 + (a_5 + a_{10} + a_{15} + \dots + a_{2020}) + a_{2024} = 2233$. Alors $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2024}$ vaut _____.

171 EXERCICE

Les angles intérieurs d'un polygone à n côtés sont en S.A. de raison 6° . Si le plus grand angle intérieur du polygone vaut 219° , alors n vaut _____.

172 EXERCICE

Les racines de l'équation du second degré $3x^2 - px + q = 0$ sont 10^e et 11^e termes d'une S.A. de raison $\frac{3}{2}$. Si la somme des 11 premiers termes de cette suite vaut 88, alors $q - 2p$ vaut _____.

173 EXERCICE

Si $\left(\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha+2} + \dots + \frac{1}{\alpha+1012} \right) - \left(\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \frac{1}{6 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2024 \cdot 2023} \right) = \frac{1}{2024}$, alors α vaut _____.

174 EXERCICE

Une S.A. est disposée comme suit _____ forme

		2		
	5		8	
11		14		17
20	23	26	29	
		...		

La somme de tous les termes de la 10^e ligne vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

175 EXERCICE

On dispose les entiers positifs comme suit :

```

      1
    2  3
  4  5  6
7  8  9 10
...

```

Si le k^{e} ligne contient exactement k nombres pour tout entier naturel k , alors la ligne contenant le nombre 5310 est _____.

176 EXERCICE

Soit $\alpha = \sum_{r=0}^n (4r^2 + 2r + 1)^n C_r$ et $\beta = \left(\sum_{r=0}^n \frac{n C_r}{r+1} \right) + \frac{1}{n+1}$. Si $140 < \frac{2\alpha}{\beta} < 281$, alors la valeur de n est _____.

177 EXERCICE

Si $S(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + 3(1+x)^3 + \dots + 60(1+x)^{60}$, $x \neq 0$, et $(60)^2 S(60) = a(b)^b + b$, où $a, b \in \mathbb{N}$, alors $(a+b)$ égal à _____.

178 EXERCICE

On suppose que le premier terme d'une suite vaut $T_1 = 6$ et son r^{e} terme $T_r = 3T_{r-1} + 6^r$, $r = 2, 3, \dots, n$. Si la somme des n premiers termes de cette suite vaut $\frac{1}{5}(n^2 - 12n + 39)(4 \cdot 6^n - 5 \cdot 3^n + 1)$, alors n vaut _____.

179 EXERCICE

Si $1 + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} + \frac{5-2\sqrt{6}}{18} + \frac{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}{36\sqrt{3}} + \frac{49-20\sqrt{6}}{180} + \dots$ jusqu'à $\infty = 2 + \left(\sqrt{\frac{b}{a}} + 1 \right) \log_e \left(\frac{a}{b} \right)$, où a et b sont des entiers avec $\gcd(a, b) = 1$, alors $11a + 18b$ vaut _____.

180 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ en S.A. positive.

Soit $A_k = a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \dots + a_{2k-1}^2 - a_{2k}^2$.

Si $A_3 = -153$, $A_5 = -435$ et $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 66$, alors $a_{17} - A_7$ vaut _____.

181 EXERCICE

Si trois termes consécutifs d'une S.G. de raison r ($r > 1$) sont les longueurs des côtés d'un triangle et $[r]$ désigne le plus grand entier inférieur ou égal à r , alors $3[r] + [-r]$ vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

182 EXERCICE

Soit $3, 7, 11, 15, \dots, 403$ et $2, 5, 8, 11, \dots, 404$ deux S.A.. La somme des termes communs vaut _____.

183 EXERCICE

Soit S_n la somme de n -termes d'une S.A.

$$3, 7, 11, \dots \text{ Si } 40 < \left(\frac{6}{n(n+1)} \sum_{k=1}^n S_k \right) < 42,$$

alors n vaut _____.

184 EXERCICE

Soit $\alpha = 1^2 + 4^2 + 8^2 + 13^2 + 19^2 + 26^2 + \dots$ jusqu'à 10 termes et $\beta = \sum_{n=1}^{10} n^4$. Si $4\alpha - \beta = 55k + 40$,

alors k vaut _____.

185 EXERCICE

Si $8 = 3 + \frac{1}{4}(3+p) + \frac{1}{4^2}(3+2p) + \frac{1}{4^3}(3+3p) + \dots \infty$, alors la valeur de p est _____.

186 EXERCICE

Si

$$(20)^{19} + 2(21)(20)^{18} + 3(21)^2(20)^{17} + \dots + 20(21)^{19} = k(20)^{19},$$

alors k vaut _____.

187 EXERCICE

La somme des termes communs aux trois S.A. suivantes.

$3, 7, 11, 15, \dots, 399$,

$2, 5, 8, 11, \dots, 359$ et

$2, 7, 12, 17, \dots, 197$,

vaut _____.

188 EXERCICE

Soit $a_1 = 8, a_2, a_3, \dots, a_n$ une S.A.. Si la somme des quatre premiers termes vaut 50 et celle des quatre derniers vaut 170, alors le produit des deux termes centraux vaut _____.

189 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, \dots, a_n$ en S.A.. Si $a_5 = 2a_7$ et $a_{11} = 18$, alors

$$12 \left(\frac{1}{\sqrt{a_{10}} + \sqrt{a_{11}}} + \frac{1}{\sqrt{a_{11}} + \sqrt{a_{12}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{17}} + \sqrt{a_{18}}} \right) \text{ vaut } \underline{\hspace{2cm}}.$$

190 EXERCICE

Soit $\{a_k\}$ et $\{b_k\}, k \in \mathbb{N}$, deux G.P.s de raisons r_1 et r_2 respectives telles que

$a_1 = b_1 = 4$ et $r_1 < r_2$. On note $c_k = a_k + b_k, k \in \mathbb{N}$. Si $c_2 = 5$ et $c_3 = \frac{13}{4}$ alors $\sum_{k=1}^{\infty} c_k - (12a_6 + 8b_4)$ est

égal à _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

191 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une GP croissante positive. Si le produit des quatrième et sixième termes vaut 9 et la somme des cinquième et septième termes vaut 24, alors $a_1 a_9 + a_2 a_4 a_6 + a_5 + a_7$ vaut _____.

192 EXERCICE

Pour les deux nombres positifs a, b , si a, b et $\frac{1}{18}$ sont en S.G., tandis que $\frac{1}{a}, 10$ et $\frac{1}{b}$ sont en S.A., alors $16a + 12b$ vaut _____.

193 EXERCICE

Le 4th terme de la S.G. vaut 500 et sa raison vaut $\frac{1}{m}, m \in \mathbb{N}$. On note S_n désigne la somme des n premiers termes de cette S.G.. Si $S_6 > S_5 + 1$ et $S_7 < S_6 + \frac{1}{2}$, alors le nombre de valeurs possibles de m est _____.

194 EXERCICE

Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une S.A.. Si $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{a_r}{2^r} = 4$, alors $4a_2$ vaut _____.

195 EXERCICE

Différentes A.P.'s sont construites avec pour premier terme 100, pour dernier terme 199, et des raisons entières. La somme des raisons de toutes ces suites A.P.'s contenant au moins 3 termes et au plus 33 vaut _____.

196 EXERCICE

Soit a, b deux réels non nuls. Si p et r sont les racines de l'équation $x^2 - 8ax + 2a = 0$ et q et s sont les racines de l'équation $x^2 + 12bx + 6b = 0$, telles que $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}, \frac{1}{r}, \frac{1}{s}$ forment une A.P., alors $a^{-1} - b^{-1}$ vaut _____.

197 EXERCICE

Soit 3, 6, 9, 12, ... jusqu'à 78 termes et 5, 9, 13, 17, ... jusqu'à 59 termes sont deux séries. Alors la somme des termes communs aux deux séries vaut _____.

198 EXERCICE

Pour $n = 1, 2, \dots, 50$, S_n la somme de la S.G. infinie de premier terme n^2 et de raison $\frac{1}{(n+1)^2}$. La valeur de

$$\frac{1}{26} + \sum_{n=1}^{50} \left(S_n + \frac{2}{n+1} - n - 1 \right) \text{ vaut } \underline{\hspace{2cm}}.$$

199 EXERCICE

On note $A = \{1, a_1, a_2, \dots, a_{18}, 77\}$ un ensemble d'entiers avec $1 < a_1 < a_2 < \dots < a_{18} < 77$.

On considère l'ensemble $A + A = \{x + y : x, y \in A\}$ contient exactement 39 éléments. Alors la valeur de $a_1 + a_2 + \dots + a_{18}$ vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

200 EXERCICE

Si $a_1 (> 0)$, a_2, a_3, a_4, a_5 forment une G.P., $a_2 + a_4 = 2a_3 + 1$ et $3a_2 + a_3 = 2a_4$, alors $a_2 + a_4 + 2a_5$ est égal à _____.

201 EXERCICE

Le nombre de à 4 chiffres nombres qui ne sont multiples ni de 7 ni de 3 est _____.

202 EXERCICE

La somme de tous les à 3 chiffres nombres inférieurs ou égaux à 500, formés sans utiliser le chiffre "1" et tous multiples de 11, est _____.

203 EXERCICE

On note $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ une S.A. de raison -3 et $b_1, b_2, \dots, b_{10}$ une S.G. de raison 2 . Soit $c_k = a_k + b_k$, $k = 1, 2, \dots, 10$. Si $c_2 = 12$ et $c_3 = 13$, alors $\sum_{k=1}^{10} c_k$ vaut _____.

204 EXERCICE

Si $\log_3 2, \log_3(2^x - 5), \log_3(2^x - \frac{7}{2})$ sont en S.A., alors la valeur de x vaut _____.

205 EXERCICE

La somme de tous les éléments de l'ensemble $\{n \in \{1, 2, \dots, 100\} \mid \text{H.C.F. de } n \text{ et } 2040 \text{ est } 1\}$ vaut _____.

206 EXERCICE

Soit $\frac{1}{16}, a$ et b en S.G. et $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 6$ dans A.P., où $a, b > 0$. Alors $72(a + b)$ vaut _____.

207 EXERCICE

Considérons une S.A. et une S.G. dont les quatre premiers termes appartiennent à l'ensemble $\{11, 8, 21, 16, 26, 32, 4\}$. Si les derniers termes sont les plus grands nombres possibles à quatre chiffres, alors le nombre de termes communs à ces deux suites vaut _____.

208 EXERCICE

Le nombre total de à 4 chiffres nombres dont le plus grand commun diviseur avec 18 est 3, est _____.

209 EXERCICE

Si les moyennes arithmétique et géométrique de la p^{e} et q^{e} premiers termes de la suite $-16, 8, -4, 2, \dots$ vérifient l'équation $4x^2 - 9x + 5 = 0$, alors $p + q$ vaut _____.

210 EXERCICE

On note $A_1, A_2, A_3, \dots$ des carrés tels que pour chaque $n \geq 1$, la longueur du côté de A_n vaut la longueur de la diagonale de A_{n+1} . Si la longueur du côté de A_1 est 12 cm, la plus petite valeur de n pour laquelle l'aire de A_n est inférieure à un, vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

211 EXERCICE

La somme des quatre premiers termes d'une S.G. (G. P.) est $\frac{65}{12}$ et la somme de leurs inverses respectifs vaut $\frac{65}{18}$. Si le produit des trois premiers termes vaut 1, et le troisième terme vaut α , alors 2α est _____.

212 EXERCICE

Si m moyennes arithmétiques et trois moyennes géométriques sont insérées entre 3 et 243 tels que 4^e A.M. vaut 2^e G.M., alors m vaut _____.

213 EXERCICE

La valeur de $(0.16)^{\log_{2.5}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots \text{to } \infty\right)}$ vaut _____.

214 EXERCICE

Le nombre de termes communs aux deux A.P.'s 3, 7, 11, ..., 407 et 2, 9, 16, ..., 709 est _____.

215 EXERCICE

Soit $\langle a_n \rangle$ une suite telle que $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n^2 + 3n}{(n+1)(n+2)}$. Si $28 \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k} = p_1 p_2 p_3 \dots p_m$,

où $p_1, p_2, \dots, p_m$ sont les m premiers nombres premiers, alors m vaut

- (A) 5 (B) 7 (C) 6 (D) 8

216 EXERCICE

Si $S_n = 4 + 11 + 21 + 34 + 50 + \dots$ à n termes, alors $\frac{1}{60}(S_{29} - S_9)$ vaut :

- (A) 227 (B) 226 (C) 220 (D) 223

217 EXERCICE

Soit a_n les n^{e} terme de la série $5 + 8 + 14 + 23 + 35 + 50 + \dots$ et $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$. Alors $S_{30} - a_{40}$ est égal à :

- (A) 11280 (B) 11290 (C) 11310 (D) 11260

218 EXERCICE

Si $\gcd(m, n) = 1$ et $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (2021)^2 - (2022)^2 + (2023)^2 = 1012 m^2 n$ alors $m^2 - n^2$ vaut :

- (A) 220 (B) 200 (C) 240 (D) 180

219 EXERCICE

La somme des 20 premiers termes de la série $5 + 11 + 19 + 29 + 41 + \dots$ vaut :

- (A) 3420 (B) 3450 (C) 3250 (D) 3520

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

220 EXERCICE

La somme $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3n+4}{(2n)!}$ vaut :

- (A) $\frac{11e}{2} + \frac{7}{2e}$ (B) $\frac{13e}{4} + \frac{5}{4e} - 4$
 (C) $\frac{11e}{2} + \frac{7}{2e} - 4$ (D) $\frac{13e}{4} + \frac{5}{4e}$

221 EXERCICE

La somme des 10 premiers termes de la série

$$\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \dots \text{ est}$$

- (A) $\frac{58}{111}$ (B) $\frac{56}{111}$ (C) $\frac{55}{111}$ (D) $\frac{59}{111}$

222 EXERCICE

Si $a_n = \frac{-2}{4n^2-16n+15}$, alors $a_1 + a_2 + \dots + a_{25}$ vaut :

- (A) $\frac{51}{144}$ (B) $\frac{49}{138}$ (C) $\frac{50}{141}$ (D) $\frac{52}{147}$

223 EXERCICE

Soit $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ une suite telle que $a_0 = a_1 = 0$ et $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n + 1, \forall n \geq 0$.

Alors $a_{25}a_{23} - 2a_{25}a_{22} - 2a_{23}a_{24} + 4a_{22}a_{24}$ vaut

- (A) 483 (B) 528 (C) 575 (D) 624

224 EXERCICE

Considérons la suite $a_1, a_2, a_3, \dots$ tels que $a_1 = 1, a_2 = 2$ et $a_{n+2} = \frac{2}{a_{n+1}} + a_n$ pour

$n = 1, 2, 3, \dots$. Si $\left(\frac{a_1+\frac{1}{a_2}}{a_3}\right) \cdot \left(\frac{a_2+\frac{1}{a_3}}{a_4}\right) \cdot \left(\frac{a_3+\frac{1}{a_4}}{a_5}\right) \dots \left(\frac{a_{30}+\frac{1}{a_{31}}}{a_{32}}\right) = 2^\alpha \binom{61}{31}$, alors α vaut :

- (A) -30 (B) -31 (C) -60 (D) -61

225 EXERCICE

La somme $\sum_{n=1}^{21} \frac{3}{(4n-1)(4n+3)}$ vaut

- (A) $\frac{7}{87}$ (B) $\frac{7}{29}$ (C) $\frac{14}{87}$ (D) $\frac{21}{29}$

226 EXERCICE

La valeur de $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+11}$ vaut :

- (A) $\frac{20}{11}$ (B) $\frac{11}{6}$ (C) $\frac{241}{132}$ (D) $\frac{21}{11}$

227 EXERCICE

La somme de la série infinie $1 + \frac{5}{6} + \frac{12}{6^2} + \frac{22}{6^3} + \frac{35}{6^4} + \frac{51}{6^5} + \frac{70}{6^6} + \dots$ vaut :

- (A) $\frac{425}{216}$ (B) $\frac{429}{216}$ (C) $\frac{288}{125}$ (D) $\frac{280}{125}$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

228 EXERCICE

Soit $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ une suite telle que $a_0 = a_1 = 0$ et $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 1$ pour tout $n \geq 0$. Alors, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{7^n}$ vaut :

- (A) $\frac{6}{343}$ (B) $\frac{7}{216}$ (C) $\frac{8}{343}$ (D) $\frac{49}{216}$

229 EXERCICE

Soit $S = 2 + \frac{6}{7} + \frac{12}{7^2} + \frac{20}{7^3} + \frac{30}{7^4} + \dots$. Alors $4S$ vaut

- (A) $\left(\frac{7}{3}\right)^2$ (B) $\frac{7^3}{3^2}$ (C) $\left(\frac{7}{3}\right)^3$ (D) $\frac{7^2}{3^3}$

230 EXERCICE

Si $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+(-1)^n)^n}$ et $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3+(-1)^n)^n}$, alors $\frac{A}{B}$ vaut :

- (A) $\frac{11}{9}$ (B) 1 (C) $-\frac{11}{9}$ (D) $-\frac{11}{3}$

231 EXERCICE

La somme $1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 10 \cdot 3^9$ vaut :

- (A) $\frac{2 \cdot 3^{12} + 10}{4}$ (B) $\frac{19 \cdot 3^{10} + 1}{4}$ (C) $5 \cdot 3^{10} - 2$ (D) $\frac{9 \cdot 3^{10} + 1}{2}$

232 EXERCICE

Soit $S_n = 1 \cdot (n-1) + 2 \cdot (n-2) + 3 \cdot (n-3) + \dots + (n-1) \cdot 1$, $n \geq 4$.

La somme $\sum_{n=4}^{\infty} \left(\frac{2S_n}{n!} - \frac{1}{(n-2)!} \right)$ vaut :

- (A) $\frac{e-1}{3}$ (B) $\frac{e-2}{6}$ (C) $\frac{e}{3}$ (D) $\frac{e}{6}$

233 EXERCICE

La somme des 10 premiers termes de la série

$\frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \frac{7}{3^2 \times 4^2} + \dots$ vaut :

- (A) 1 (B) $\frac{120}{121}$ (C) $\frac{99}{100}$ (D) $\frac{143}{144}$

234 EXERCICE

Si $0 < x < 1$ et $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^4 + \dots$, alors la valeur de e^{1+y} au $x = \frac{1}{2}$ vaut :

- (A) $\frac{1}{2}e^2$ (B) $2e$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{e}$ (D) $2e^2$

235 EXERCICE

Si $0 < x < 1$, alors $\frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{3}x^3 + \frac{7}{4}x^4 + \dots$, vaut :

- (A) $x \left(\frac{1+x}{1-x} \right) + \log_e(1-x)$ (B) $x \left(\frac{1-x}{1+x} \right) + \log_e(1-x)$
 (C) $\frac{1-x}{1+x} + \log_e(1-x)$ (D) $\frac{1+x}{1-x} + \log_e(1-x)$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

236 EXERCICE

Si, pour $x, y \in \mathbb{R}, x > 0, y = \log_{10}x + \log_{10}x^{1/3} + \log_{10}x^{1/9} + \dots$ jusqu'à ∞ termes

et $\frac{2+4+6+\dots+2y}{3+6+9+\dots+3y} = \frac{4}{\log_{10}x}$, alors le couple (x, y) vaut :

- (A) $(10^6, 6)$ (B) $(10^4, 6)$ (C) $(10^2, 3)$ (D) $(10^6, 9)$

237 EXERCICE

La somme de la série

$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2+1} + \frac{2^2}{x^4+1} + \dots + \frac{2^{100}}{x^{2^{100}}+1}$ lorsque $x = 2$ vaut :

- (A) $1 + \frac{2^{101}}{4^{101}-1}$ (B) $1 + \frac{2^{100}}{4^{101}-1}$
 (C) $1 - \frac{2^{100}}{4^{100}-1}$ (D) $1 - \frac{2^{101}}{2^{400}-1}$

238 EXERCICE

Si la somme des 21 premiers termes de la série $\log_{9^{1/2}}x + \log_{9^{1/3}}x + \log_{9^{1/4}}x + \dots$, où $x > 0$ est 504, alors x vaut

- (A) 243 (B) 9 (C) 7 (D) 81

239 EXERCICE

Si α, β sont des entiers naturels tels que

$100^\alpha - 199^\beta = (100)(100) + (99)(101) + (98)(102) + \dots + (1)(199)$, alors le coefficient directeur de la droite passant par (α, β) et par l'origine vaut :

- (A) 540 (B) 550 (C) 530 (D) 510

240 EXERCICE

$\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \dots + \frac{1}{(201)^2-1}$ vaut

- (A) $\frac{101}{404}$ (B) $\frac{25}{101}$ (C) $\frac{101}{408}$ (D) $\frac{99}{400}$

241 EXERCICE

La somme de la série

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+6n+10}{(2n+1)!}$ vaut :

- (A) $\frac{41}{8}e + \frac{19}{8}e^{-1} - 10$ (B) $\frac{41}{8}e - \frac{19}{8}e^{-1} - 10$
 (C) $\frac{41}{8}e + \frac{19}{8}e^{-1} + 10$ (D) $-\frac{41}{8}e + \frac{19}{8}e^{-1} - 10$

242 EXERCICE

La somme de la série infinie

$1 + \frac{2}{3} + \frac{7}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \frac{17}{3^4} + \frac{22}{3^5} + \dots$ vaut :

- (A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{13}{4}$ (C) $\frac{15}{4}$ (D) $\frac{11}{4}$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

243 EXERCICE

Si $0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$, $x = \sum_{n=0}^{\infty} \cos^{2n}\theta$, $y = \sum_{n=0}^{\infty} \sin^{2n}\phi$ et $z = \sum_{n=0}^{\infty} \cos^{2n}\theta \cdot \sin^{2n}\phi$ alors :

- (A) $xy - z = (x + y)z$ (B) $xyz = 4$
 (C) $xy + z = (x + y)z$ (D) $xy + yz + zx = z$

244 EXERCICE

Si la somme des 20 premiers termes de la série $\log_{(7^{1/2})}x + \log_{(7^{1/3})}x + \log_{(7^{1/4})}x + \dots$ est 460, alors x vaut :

- (A) e^2 (B) $7^{1/2}$ (C) 7^2 (D) $7^{46/21}$

245 EXERCICE

Si $2^{10} + 2^9 \cdot 3^1 + 2^8 \cdot 3^2 + \dots + 2 \cdot 3^9 + 3^{10} = S - 2^{11}$, alors S vaut :

- (A) $\frac{3^{11}}{2} + 2^{10}$ (B) $3^{11} - 2^{12}$ (C) $2 \cdot 3^{11}$ (D) 3^{11}

246 EXERCICE

Si $1 + (1 - 2^2 \cdot 1) + (1 - 4^2 \cdot 3) + (1 - 6^2 \cdot 5) + \dots + (1 - 20^2 \cdot 19) = \alpha - 220\beta$, alors un couple (α, β) vaut :

- (A) (11, 103) (B) (10, 103) (C) (10, 97) (D) (11, 97)

247 EXERCICE

Si la somme de la série

$$20 + 19\frac{3}{5} + 19\frac{1}{5} + 18\frac{4}{5} + \dots$$

jusqu'au n-ième terme vaut 488 et le n^{e} terme est négatif, alors :

- (A) $n = 41$ (B) $n = 60$
 (C) n^{e} terme vaut -4 (D) n^{e} terme vaut $-4\frac{2}{5}$

248 EXERCICE

Soit S la somme des 9 premiers termes de la série :

$$\{x + ka\} + \{x^2 + (k + 2)a\} + \{x^3 + (k + 4)a\} + \{x^4 + (k + 6)a\} + \dots \text{ où } a \neq 0 \text{ et } x \neq 1.$$

Si $S = \frac{x^{10} - x + 45a(x - 1)}{x - 1}$, alors k vaut :

- (A) -3 (B) 1 (C) -5 (D) 3

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

249 EXERCICE

Si $|x| < 1$, $|y| < 1$ et $x \neq y$, alors la somme infinie de la série suivante

$$(x + y) + (x^2 + xy + y^2) + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \dots$$

- (A) $\frac{x+y-xy}{(1+x)(1+y)}$ (B) $\frac{x+y-xy}{(1-x)(1-y)}$
 (C) $\frac{x+y+xy}{(1+x)(1+y)}$ (D) $\frac{x+y+xy}{(1-x)(1-y)}$

250 EXERCICE

Le produit $2\frac{1}{4} \cdot 4\frac{1}{16} \cdot 8\frac{1}{48} \cdot 16\frac{1}{128} \dots$ sur ∞ vaut :

- (A) $2\frac{1}{4}$ (B) $2\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

251 EXERCICE

Si la somme des 40 termes de la série,
 $3 + 4 + 8 + 9 + 13 + 14 + 18 + 19 + \dots$ vaut $(102)m$, alors m vaut :

- (A) 20 (B) 5 (C) 10 (D) 25

252 EXERCICE

Pour $x \in \mathbb{R}$, on note $[x]$ désigne le plus grand entier $\leq x$, alors la somme de la série
 $[-\frac{1}{3}] + [-\frac{1}{3} - \frac{1}{100}] + [-\frac{1}{3} - \frac{2}{100}] + \dots + [-\frac{1}{3} - \frac{99}{100}]$ vaut :

- (A) - 153 (B) - 135 (C) - 133 (D) - 131

253 EXERCICE

La somme
 $1 + \frac{1^3+2^3}{1+2} + \frac{1^3+2^3+3^3}{1+2+3} + \dots + \frac{1^3+2^3+3^3+\dots+15^3}{1+2+3+\dots+15} - \frac{1}{2} (1 + 2 + 3 + \dots + 15)$ vaut :

- (A) 620 (B) 1240 (C) 1860 (D) 660

254 EXERCICE

La somme
 $\frac{3 \times 1^3}{1^2} + \frac{5 \times (1^3+2^3)}{1^2+2^2} + \frac{7 \times (1^3+2^3+3^3)}{1^2+2^2+3^2} + \dots$ jusqu'à 10 termes vaut :

- (A) 600 (B) 660 (C) 680 (D) 620

255 EXERCICE

Des boules identiques sont disposées en lignes pour former un triangle équilatéral. La première ligne contient une boule, la deuxième deux boules, et ainsi de suite. Si 99 boules identiques sont ajoutées au nombre total de boules du triangle, toutes les boules peuvent être disposées en un carré dont chaque côté contient exactement 2 boules de moins que chaque côté du triangle. Alors le nombre de boules du triangle équilatéral vaut :-

- (A) 262 (B) 190 (C) 157 (D) 225

256 EXERCICE

La somme de la série $1 + 2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 7 + \dots$ jusqu'à 11e terme vaut :-

- (A) 945 (B) 916 (C) 915 (D) 946

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

257 EXERCICE

La somme $\sum_{k=1}^{20} k \frac{1}{2^k}$ vaut

- (A) $2 - \frac{11}{2^{19}}$ (B) $2 - \frac{3}{2^{17}}$ (C) $1 - \frac{11}{2^{20}}$ (D) $2 - \frac{21}{2^{20}}$

258 EXERCICE

Si la somme des 15 premiers termes de la série $\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(1\frac{1}{2}\right)^3 + \left(2\frac{1}{4}\right)^3 + 3^3 + \left(3\frac{3}{4}\right)^3 + \dots$ vaut 225 k, alors k vaut :

- (A) 9 (B) 108 (C) 27 (D) 54

259 EXERCICE

Soit $S_k = \frac{1+2+3+\dots+k}{k}$. Si $S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_{10}^2 = \frac{5}{12} A$, alors A vaut :

- (A) 283 (B) 156 (C) 301 (D) 303

260 EXERCICE

La somme de la série suivante

$$1 + 6 + \frac{9(1^2+2^2+3^2)}{7} + \frac{12(1^2+2^2+3^2+4^2)}{9} + \frac{15(1^2+2^2+\dots+5^2)}{11} + \dots \text{ jusqu'à 15 termes, vaut :}$$

- (A) 7520 (B) 7510 (C) 7830 (D) 7820

261 EXERCICE

La somme des 20 premiers termes de la série

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{7}{4} + \frac{15}{8} + \frac{31}{16} + \dots, \text{ vaut :}$$

- (A) $38 + \frac{1}{2^{19}}$ (B) $38 + \frac{1}{2^{20}}$ (C) $39 + \frac{1}{2^{20}}$ (D) $39 + \frac{1}{2^{19}}$

262 EXERCICE

On note A la somme des 20 termes et B la somme des 40 premiers termes de la série $1^2 + 2.2^2 + 3^2 + 2.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + \dots$

Si $B - 2A = 100\lambda$, alors λ vaut

- (A) 496 (B) 232 (C) 248 (D) 464

263 EXERCICE

Soit $A_n = \left(\frac{3}{4}\right) - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 - \dots + (-1)^{n-1} \left(\frac{3}{4}\right)^n$ et $B_n = 1 - A_n$.

Alors, le plus petit entier naturel impair p, tel que $B_n > A_n$, pour tout $n \geq p$, vaut :

- (A) 9 (B) 7 (C) 11 (D) 5

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

264

EXERCICE

Soit

$$S_n = \frac{1}{1^3} + \frac{1+2}{1^3+2^3} + \frac{1+2+3}{1^3+2^3+3^3} + \dots + \frac{1+2+\dots+n}{1^3+2^3+\dots+n^3}.$$

Si $100 S_n = n$, alors n vaut :

(A) 199

(B) 99

(C) 200

(D) 19

265

EXERCICE

Si la somme des n premiers termes de la série $\sqrt{3} + \sqrt{75} + \sqrt{243} + \sqrt{507} + \dots$ est $435\sqrt{3}$, alors n vaut :

(A) 18

(B) 15

(C) 13

(D) 29

266

EXERCICE

Pour trois réels positifs quelconques a , b et c ,

$$9(25a^2 + b^2) + 25(c^2 - 3ac) = 15b(3a + c).$$

Alors

(A) b , c et a sont en S.G.(B) b , c et a sont en S.A.(C) a , b et c sont en S.A.(D) a , b et c sont en S.G.

267

EXERCICE

Soit $z = 1 + ai$ un nombre complexe, $a > 0$, tels que z^3 est un réel.Alors la somme $1 + z + z^2 + \dots + z^{11}$ vaut :(A) $-1250\sqrt{3}i$ (B) $1250\sqrt{3}i$ (C) $1365\sqrt{3}i$ (D) $-1365\sqrt{3}i$

268

EXERCICE

Si la somme des dix premiers termes de la série $\left(1\frac{3}{5}\right)^2 + \left(2\frac{2}{5}\right)^2 + \left(3\frac{1}{5}\right)^2 + 4^2 + \left(4\frac{4}{5}\right)^2 + \dots$ est $\frac{16}{5}m$, alors m vaut :

(A) 100

(B) 99

(C) 102

(D) 101

269

EXERCICE

La somme des 9 premiers termes de la série.

$$\frac{1^3}{1} + \frac{1^3+2^3}{1+3} + \frac{1^3+2^3+3^3}{1+3+5} + \dots$$

(A) 142

(B) 192

(C) 71

(D) 96

270

EXERCICE

Si $(10)^9 + 2(11)^1(10^8) + 3(11)^2(10^7) + \dots + 10(11)^9 = k(10)^9$, alors k vaut :

(A) 100

(B) 110

(C) $\frac{121}{10}$ (D) $\frac{441}{100}$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

271 EXERCICE

La somme des 20 premiers termes de la suite $0.7, 0.77, 0.777, \dots$, vaut

- (A) $\frac{7}{81} (179 - 10^{-20})$ (B) $\frac{7}{9} (99 - 10^{-20})$
 (C) $\frac{7}{81} (179 + 10^{-20})$ (D) $\frac{7}{9} (99 + 10^{-20})$

272 EXERCICE

Affirmation 1: La somme de la série $1 + (1 + 2 + 4) + (4 + 6 + 9) + (9 + 12 + 16) + \dots + (361 + 380 + 400)$ est 8000.

Affirmation 2: $\sum_{k=1}^n (k^3 - (k-1)^3) = n^3$, pour tout entier naturel n .

- (A) Affirmation 1 est fausse, Affirmation 2 est vraie.
 (B) Affirmation 1 est vraie, Affirmation 2 est vraie ; Affirmation 2 explique correctement l' Affirmation 1.
 (C) Affirmation 1 est vraie, Affirmation 2 est vraie ; Affirmation 2 n'est pas une justification correcte de l'affirmation-1.
 (D) Affirmation 1 est vraie, Affirmation 2 est fausse.

273 EXERCICE

La somme infinie de la série $1 + \frac{2}{3} + \frac{6}{3^2} + \frac{10}{3^3} + \frac{14}{3^4} + \dots$ est

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 2

274 EXERCICE

La somme de la série $\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots$ à l'infini vaut

- (A) $e^{-\frac{1}{2}}$ (B) $e^{+\frac{1}{2}}$ (C) e^{-2} (D) e^{-1}

275 EXERCICE

La somme de la série $1 + \frac{1}{4.2!} + \frac{1}{16.4!} + \frac{1}{64.6!} + \dots$ ad inf. vaut

- (A) $\frac{e-1}{\sqrt{e}}$ (B) $\frac{e+1}{\sqrt{e}}$ (C) $\frac{e-1}{2\sqrt{e}}$ (D) $\frac{e+1}{2\sqrt{e}}$

276 EXERCICE

La somme des n premiers termes de la série $1^2 + 2.2^2 + 3^2 + 2.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + \dots$ is $\frac{n(n+1)^2}{2}$ lorsque n est pair. Lorsque n est impair, la somme vaut

- (A) $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ (B) $\frac{n^2(n+1)}{2}$
 (C) $\frac{n(n+1)^2}{4}$ (D) $\frac{3n(n+1)}{2}$

277 EXERCICE

La somme de la série $\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \dots$ est

- (A) $\frac{(e^2-2)}{e}$ (B) $\frac{(e-1)^2}{2e}$
 (C) $\frac{(e^2-1)}{2e}$ (D) $\frac{(e^2-1)}{2}$

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

278 EXERCICELa somme de la série $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} \dots$ jusqu'à ∞ vaut

- (A) $\log_e \left(\frac{4}{e}\right)$ (B) $2 \log_e 2$
 (C) $\log_e 2 - 1$ (D) $\log_e 2$

279 EXERCICELa valeur de $2^{1/4} \cdot 4^{1/8} \cdot 8^{1/16} \dots \infty$ est

- (A) 1 (B) 2 (C) $3/2$ (D) 4

280 EXERCICE $1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + 9^3 =$

- (A) 425 (B) -425 (C) 475 (D) -475

281 EXERCICE

Si la somme de la série

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3^2}\right) + \left(\frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^2.3} + \frac{1}{2.3^2} - \frac{1}{3^3}\right) +$$

$$\left(\frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3.3} + \frac{1}{2^2.3^2} - \frac{1}{2.3^3} + \frac{1}{3^4}\right) + \dots$$

est $\frac{\alpha}{\beta}$, où α et β sont premiers entre eux, alors $\alpha + 3\beta$ vaut _____.**282 EXERCICE**La somme de 20 premiers termes de la série $2 \cdot 2^2 - 3^2 + 2 \cdot 4^2 - 5^2 + 2 \cdot 6^2 - \dots$ vaut _____.**283 EXERCICE**Pour $k \in \mathbb{N}$, si la somme de la série $1 + \frac{4}{k} + \frac{8}{k^2} + \frac{13}{k^3} + \frac{19}{k^4} + \dots$ est 10, alors la valeur de k est _____.**284 EXERCICE**Soit $S = 109 + \frac{108}{5} + \frac{107}{5^2} + \dots + \frac{2}{5^{107}} + \frac{1}{5^{108}}$. La valeur de $(16S - (25)^{-54})$ vaut

_____.

285 EXERCICESupposons que a_1, a_2, a_3, a_4 en S.A.G.. Si la raison de la

S.G. associée vaut 2 et la somme des 5 termes de la S.A.G.

vaut $\frac{49}{2}$, alors a_4 vaut _____.**286 EXERCICE**

La somme des termes de la S.A.

3, 8, 13, ..., 373, qui ne sont pas divisibles par

3, vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

287 EXERCICE

Soit $0 < z < y < x$ trois réels tels que $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ sont en S.A. et $x, \sqrt{2}y, z$ sont en S.G.. Si $xy + yz + zx = \frac{3}{\sqrt{2}}xyz$, alors $3(x + y + z)^2$ vaut _____.

288 EXERCICE

La somme $1^2 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 5^2 - 4 \cdot 7^2 + 5 \cdot 9^2 - \dots + 15 \cdot 29^2$ est _____.

289 EXERCICE

Le 8^{e} terme commun des séries

$$S_1 = 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + \dots$$

$$S_2 = 1 + 6 + 11 + 16 + 21 + \dots$$

vaut :

290 EXERCICE

Soit $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3((2n)!) + (2n-1)(n!)}{(n!)((2n)!)} = ae + \frac{b}{e} + c$, où $a, b, c \in \mathbb{Z}$ et $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$. Alors $a^2 - b + c$ vaut _____.

291 EXERCICE

Soit $a_1 = b_1 = 1$ et $a_n = a_{n-1} + (n-1), b_n = b_{n-1} + a_{n-1}, \forall n \geq 2$. Si $S = \sum_{n=1}^{10} \frac{b_n}{2^n}$ et $T = \sum_{n=1}^8 \frac{n}{2^{n-1}}$, alors $2^7(2S - T)$ vaut _____.

292 EXERCICE

Si $\frac{1^3+2^3+3^3+\dots \text{ up to } n \text{ terms}}{1 \cdot 3+2 \cdot 5+3 \cdot 7+\dots \text{ up to } n \text{ terms}} = \frac{9}{5}$, alors la valeur de n est _____.

293 EXERCICE

Si $\frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \dots + \frac{1}{100 \times 101 \times 102} = \frac{k}{101}$, alors $34k$ vaut _____.

294 EXERCICE

Si $\frac{6}{3^{12}} + \frac{10}{3^{11}} + \frac{20}{3^{10}} + \frac{40}{3^9} + \dots + \frac{10240}{3} = 2^n \cdot m$, où m est impair, alors $m \cdot n$ vaut _____.

295 EXERCICE

$\frac{2^3-1^3}{1 \times 7} + \frac{4^3-3^3+2^3-1^3}{2 \times 11} + \frac{6^3-5^3+4^3-3^3+2^3-1^3}{3 \times 15} + \dots + \frac{30^3-29^3+28^3-27^3+\dots+2^3-1^3}{15 \times 63}$ vaut _____.

296 EXERCICE

Si $\sum_{k=1}^{10} \frac{k}{k^4+k^2+1} = \frac{m}{n}$, où m et n sont premiers entre eux, alors $m + n$ vaut _____.

297 EXERCICE

La suite des multiples positifs de 3 est répartie dans les ensembles : $\{3\}, \{6, 9, 12\}, \{15, 18, 21, 24, 27\}, \dots$. Alors la somme des éléments du 11^{e} ensemble vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

298 EXERCICE

Soit $a_1 = b_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 2$ et $b_n = a_n + b_{n-1}$ pour chaque

entier naturel $n \geq 2$. Alors $\sum_{n=1}^{15} a_n \cdot b_n$ vaut _____.

299 EXERCICE

Pour $f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2$, $f'(0) = 1$ et $f'(1) = 0$. Si a_0, a_1, a_2 sont en S.A.G. dont la S.A. associée a pour raison _____ 1 et la S.G. associée a raison _____ 2, alors $f(4)$ vaut _____.

300 EXERCICE

Si la somme des dix premiers termes de la série

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{65} + \frac{3}{325} + \frac{4}{1025} + \frac{5}{2501} + \dots$$

est $\frac{m}{n}$, où m et n sont premiers entre eux, alors $m + n$ vaut _____.

301 EXERCICE

Pour a entier naturel n , on note $\alpha_n = 19^n - 12^n$. Alors, la valeur de $\frac{31\alpha_9 - \alpha_{10}}{57\alpha_8}$ est _____.

302 EXERCICE

Le plus grand entier inférieur ou égal à la somme des 100 premiers termes de la suite $\frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{19}{27}, \frac{65}{81}, \dots$ vaut _____.

303 EXERCICE

Si $S = \frac{7}{5} + \frac{9}{5^2} + \frac{13}{5^3} + \frac{19}{5^4} + \dots$, alors $160S$ vaut _____.

304 EXERCICE

Si la valeur de

$$\left(1 + \frac{2}{3} + \frac{6}{3^2} + \frac{10}{3^3} + \dots \text{upto } \infty\right)^{\log_{(0.25)}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots \text{upto } \infty\right)}$$

vaut, alors l^2 vaut _____.

305 EXERCICE

Pour $k \in \mathbb{N}$, on note $\frac{1}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+20)} = \sum_{k=0}^{20} \frac{A_k}{\alpha+k}$, où $\alpha > 0$. La valeur de $100\left(\frac{A_{14}+A_{15}}{A_{13}}\right)^2$ est égal à _____.

306 EXERCICE

Soit $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ une suite telle que $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ et $a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$ pour tout $n \geq 1$. Alors la valeur de $47 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^{3n}}$ vaut _____.

Suites et sommes

BANQUE D'EXERCICES • CHERCHER AVANT DE CONSULTER LES RÉPONSES

307 EXERCICE $S_n(x) = \log_a 1/2x + \log_a 1/3x + \log_a 1/6x + \log_a 1/11x + \log_a 1/18x + \log_a 1/27x + \dots$ sur n termes, où $a >$ 1. Si $S_{24}(x) = 1093$ et $S_{12}(2x) = 265$, alors la valeur de a vaut _____.**308** EXERCICELa somme, $\sum_{n=1}^7 \frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ vaut _____.**309** EXERCICELa somme $\sum_{k=1}^{20} (1 + 2 + 3 + \dots + k)$ vaut :

Suites et sommes

GRILLE DES RÉPONSES

Les réponses courtes de la source sont regroupées ci-dessous.

Les corrections détaillées concernent les exercices sélectionnés dans la dernière partie.

001 A	029 D	057 B	085 A	113 B
002 C	030 A	058 A	086 B	114 C
003 C	031 B	059 A	087 C	115 B
004 B	032 B	060 C	088 C	116 D
005 A	033 A	061 C	089 C	117 B
006 C	034 D	062 D	090 D	118 A
007 C	035 B	063 D	091 C	119 A
008 D	036 B	064 B	092 D	120 C
009 C	037 B	065 B	093 B	121 C
010 B	038 A	066 C	094 B	122 A
011 A	039 B	067 D	095 C	123 C
012 D	040 C	068 B	096 B	124 D
013 B	041 B	069 A	097 B	125 B
014 B	042 B	070 B	098 A	126 A
015 A	043 B	071 D	099 A	127 D
016 A	044 B	072 A	100 C	128 B
017 D	045 D	073 D	101 D	129 D
018 B	046 D	074 A	102 D	130 B
019 A	047 D	075 D	103 D	131 C
020 D	048 C	076 C	104 B	132 D
021 A	049 D	077 C	105 D	133 D
022 A	050 B	078 B	106 A	134 A
023 B	051 C	079 B	107 B	135 D
024 D	052 A	080 D	108 C	136 A
025 A	053 C	081 A	109 D	137 C
026 B	054 B	082 A	110 D	138 D
027 B	055 C	083 B	111 D	139 D
028 D	056 A	084 D	112 A	140 C

Suites et sommes

GRILLE DES RÉPONSES

Les réponses courtes de la source sont regroupées ci-dessous.

Les corrections détaillées concernent les exercices sélectionnés dans la dernière partie.

141 A	169 441	197 2223	225 B	253 A
142 C	170 11132	198 41651	226 B	254 B
143 A	171 20	199 702	227 C	255 B
144 D	172 474	200 40	228 B	256 D
145 A	173 1011	201 5143	229 C	257 A
146 C	174 1505	202 7744	230 C	258 C
147 D	175 103	203 2021	231 B	259 D
148 D	176 5	204 3	232 A	260 D
149 D	177 3660	205 1251	233 B	261 A
150 B	178 6	206 14	234 A	262 C
151 C	179 76	207 3	235 A	263 B
152 A	180 910	208 1000	236 D	264 A
153 B	181 1	209 10	237 D	265 B
154 B	182 6699	210 9	238 D	266 B
155 D	183 9	211 3	239 B	267 D
156 D	184 353	212 39	240 B	268 D
157 D	185 9	213 4	241 B	269 D
158 D	186 400	214 14	242 B	270 A
159 B	187 321	215 C	243 C	271 C
160 D	188 754	216 D	244 C	272 B
161 B	189 8	217 B	245 D	273 A
162 B	190 9	218 C	246 A	274 D
163 1279	191 60	219 D	247 C	275 D
164 91	192 3	220 B	248 A	276 B
165 976	193 12	221 C	249 B	277 B
166 90	194 16	222 C	250 B	278 A
167 9	195 53	223 B	251 A	279 B
168 2	196 38	224 C	252 C	280 A

Suites et sommes

GRILLE DES RÉPONSES

Les réponses courtes de la source sont regroupées ci-dessous.

Les corrections détaillées concernent les exercices sélectionnés dans la dernière partie.

281 7

309 1540

282 1310

283 2

284 2175

285 16

286 9525

287 150

288 6952

289 151

290 26

291 461

292 5

293 286

294 12

295 120

296 166

297 6993

298 27560

299 2

300 276

301 4

302 98

303 305

304 3

305 9

306 7

307 16

308 504

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 1

Regrouper les termes deux par deux

Les 40 termes se regroupent en 20 paires : $(3 + 4), (8 + 9), \dots$. La paire de rang k , pour $0 \leq k \leq 19$, vaut $7 + 10k$. Donc

$$\alpha = 20 \times 7 + 10 \frac{19 \times 20}{2} = 2040.$$

Ainsi $(\tan \beta)^{\alpha/1020} = \tan^2 \beta$. Cette quantité positive est racine de $x^2 + x - 2 = 0$, donc vaut 1. Avec $0 < \beta < \pi/2$, on a $\beta = \pi/4$.

Réponse : $\sin^2 \beta + 3 \cos^2 \beta = \boxed{2}$ (A).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 2

Optimiser avec une variable auxiliaire

Posons $t = n^2 - 2n + 2 = (n - 1)^2 + 1 \geq 1$. Le produit des racines vaut t , donc sa valeur minimale est $\alpha = 1$. Leur somme vaut $3/t$, dont le maximum est $\beta = 3$.

La suite géométrique demandée a pour premier terme 1 et pour raison $1/3$. La somme de ses six premiers termes vaut

$$\frac{1 - (1/3)^6}{1 - 1/3} = \boxed{\frac{364}{243}}.$$

Réponse : proposition C.

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 3

Simplifier d'abord la somme intérieure

Le terme de rang r est

$$\frac{1}{r} \sum_{k=1}^r k^2 = \frac{(r+1)(2r+1)}{6} = \frac{2r^2 + 3r + 1}{6}.$$

Il suffit donc de sommer de $r = 1$ à 10. Avec $\sum r = 55$ et $\sum r^2 = 385$:

$$S = \frac{2 \times 385 + 3 \times 55 + 10}{6} = \boxed{\frac{315}{2}}.$$

Réponse : proposition C.

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 4

Séparer les cubes de rang pair

La somme alternée est la somme de tous les cubes de 1 à 15, moins deux fois la somme des cubes des nombres pairs :

$$S = \sum_{k=1}^{15} k^3 - 2 \sum_{j=1}^7 (2j)^3.$$

En appliquant la formule de la somme des cubes :

$$S = 120^2 - 16 \times 28^2 = 14400 - 12544 = \boxed{1856}.$$

Réponse : proposition B.

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 5

Relier les deux raisons

Notons a le premier terme de la suite arithmétique et d sa raison. La somme des dix premiers termes donne $2a + 9d = 32$. Dans la suite géométrique, le premier terme est d et la raison a , donc $d(1 + a) = 8$.

En remplaçant $a = (32 - 9d)/2$, on obtient

$$9d^2 - 34d + 16 = 0.$$

Les deux solutions sont admissibles. Leur somme vaut $34/9$ par Viète.

Réponse : $\boxed{34/9}$ (A).

CORRECTION GUIDÉE / EXERCICE 6

Ne pas perdre la raison négative

Écrivons les quatre racines sous la forme a, ar, ar^2, ar^3 . Les sommes des deux paires sont 1 et 4, donc

$$a(1 + r) = 1, \quad ar^2(1 + r) = 4,$$

d'où $r^2 = 4$. Pour $r = 2$, $a = 1/3$ et $p = 2/9$, exclu car p doit être entier. Pour $r = -2$, $a = -1$; les racines sont $-1, 2, -4, 8$. Ainsi $p = -2$ et $q = -32$.

Réponse : $\boxed{|p + q| = 34}$ (C).